

### Непарні

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Виразити  $\int dx u^2(t, x)$  через  $\int dx u^2(0, x)$ .

Відповідь  $\int dx u^2(t, x) \leq \int dx u^2(0, x)$ .

### Парні

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Виразити  $\int dx \left( \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} \right)^2$  через початкові умови

Відповідь

$$a^2 \int dx \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \leq \int dx \left[ a^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \right] \leq \int dx \left[ a^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \right] \Bigg|_{t=0},$$

$$\int dx \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \leq \int dx \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{a^2} \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \right] \Bigg|_{t=0}.$$