Клас складності

Андрій Фесенко

Загальні властивості класів складності

“Гарний” клас складності повинен (бажано):

- мати певні особливості та характеризувати важливі практичні задачі

Загальні властивості класів складності

"Гарний" клас складності повинен (бажано):

- мати певні особливості та характеризувати важливі практичні задачі
- бути незмінним при обґрунтованих змінах обчислювальної моделі

Загальні властивості класів складності

"Гарний" клас складності повинен (бажано):

- мати певні особливості та характеризувати важливі практичні задачі
- бути незмінним при обґрунтованих змінах обчислювальної моделі
  - k стрічок машини Тюрінга за $\mathcal{O}(t(n)) \to 1$ стрічка за $\mathcal{O}(t^2(n))$

Загальні властивості класів складності

"Гарний" клас складності повинен (бажано):

- мати певні особливості та характеризувати важливі практичні задачі
- бути незмінним при обґрунтованих змінах обчислювальної моделі
  - k стрічок машини Тюрінга за $\mathcal{O}(t(n)) \to 1$ стрічка за $\mathcal{O}(t^2(n))$
  - машина з довільним доступом до пам'яті (RAM машина) з $\mathcal{O}(t(n)) \to 3$ стрічки за $\mathcal{O}(t^6(n))$

Загальні властивості класів складності

“Гарний” клас складності повинен (бажано):

- мати певні особливості та характеризувати важливі практичні задачі
- бути незмінним при обґрунтованих змінах обчислювальної моделі
- не залежати від обраної схеми кодування задачі

Загальні властивості класів складності

“Гарний” клас складності повинен (бажано):

- мати певні особливості та характеризувати важливі практичні задачі
- бути незмінним при обґрунтованих змінах обчислювальної моделі
- не залежати від обраної схеми кодування задачі
  - ознаку подільності натурального числа можна розв’язати за один такт

Загальні властивості класів складності

“Гарний” клас складності повинен (бажано):

- мати певні особливості та характеризувати важливі практичні задачі
- бути незмінним при обґрунтованих змінах обчислювальної моделі
- не залежати від обраної схеми кодування задачі
  - ознаку подільності натурального числа можна розв’язати за один такт
  - схеми кодування натурального числа є лінійно еквівалентними, але графу — поліноміально

Загальні властивості класів складності

"Гарний" клас складності повинен (бажано):

- мати певні особливості та характеризувати важливі практичні задачі
- бути незмінним при обґрунтованих змінах обчислювальної моделі
- не залежати від обраної схеми кодування задачі
- бути замкненим відносно застосування операцій над мовами, композиції алгоритмів та підалгоритмів

Поняття класу складності

Означення

Класом складності називають довільну множину мов.

Поняття класу складності

Означення

Класом складності називають довільну множину мов.

- мови над алфавітом $\{0, 1\}$

Поняття класу складності

Означення

Класом складності називають довільну множину мов.

- мови над алфавітом $\{0, 1\}$
- наприклад, множина всіх мов над алфавітом $\{0, 1\}$, які містять слово 010

Поняття класу складності

Означення

Класом складності називають довільну множину мов.

- мови над алфавітом $\{0, 1\}$
- наприклад, множина всіх мов над алфавітом $\{0, 1\}$, які містять слово 010
- не всі множини мов є корисними для створення класифікації (обмеження ресурсів, замкненість відносно операцій)

Поняття класу складності

Означення

Класом складності називають довільну множину мов.

- мови над алфавітом $\{0, 1\}$
- наприклад, множина всіх мов над алфавітом $\{0, 1\}$, які містять слово 010
- не всі множини мов є корисними для створення класифікації (обмеження ресурсів, замкненість відносно операцій)

Означення

Класом складності називають множину мов, які можна розпізнати за певних обмежень на ресурси, що при цьому використовують.

Операції над класами складності

Клас складності — множина.

Операції над класами складності

Клас складності — множина.

$\Rightarrow$ є застосовними всі теоретико-множинні операції та відношення: об'єднання, перетин, різниця, доповнення, включення та інші

Операції над класами складності

Клас складності — множина.

$\Rightarrow$ є застосовними всі теоретико-множинні операції та відношення: об'єднання, перетин, різниця, доповнення, включення та інші

Клас складності — множина множин впорядкованих множин символів алфавіту, символів 0 та 1.

Операції над класами складності

Клас складності — множина.

$\Rightarrow$ є застосовними всі теоретико-множинні операції та відношення: об'єднання, перетин, різниця, доповнення, включення та інші

Клас складності — множина множин впорядкованих множин символів алфавіту, символів 0 та 1.

$\Rightarrow$ теоретико-множинні операції та відношення можуть застосовуватися на кожному рівні абстракції: наприклад, операцію перетину класів складності, перетину формальних мов і навіть перетину слів (множина спільних символів двох слів); операції з символами алфавіту.

Операції над класами складності

Означення

Нехай C_1 і C_2 є довільними класами складності.
Комплексним перетином (або **булевим перетином**) класів складності C_1 і C_2 називають бінарну операцію, результатом якої є клас складності $\{L_1 \cap L_2 |\ L_1 \in C_1,\ L_2 \in C_2\}$, і яку позначають як $C_1 \wedge C_2$.
Комплексним об'єднанням (або **булевим об'єднанням**) класів складності C_1 і C_2 називають бінарну операцію, результатом якої є клас складності $\{L_1 \cup L_2 |\ L_1 \in C_1,\ L_2 \in C_2\}$, і яку позначають як $C_1 \vee C_2$.

Операції над класами складності

Означення

Нехай C_1 і C_2 є довільними класами складності.
Комплексним перетином (або **булевим перетином**) класів складності C_1 і C_2 називають бінарну операцію, результатом якої є клас складності $\{L_1 \cap L_2 |\ L_1 \in C_1,\ L_2 \in C_2\}$, і яку позначають як $C_1 \wedge C_2$.
Комплексним об'єднанням (або **булевим об'єднанням**) класів складності C_1 і C_2 називають бінарну операцію, результатом якої є клас складності $\{L_1 \cup L_2 |\ L_1 \in C_1,\ L_2 \in C_2\}$, і яку позначають як $C_1 \vee C_2$.

Означення

Комплексним доповненням (або **булевим доповненням**) довільного класу складності C_1 називають унарну операцію, результатом якої є клас складності $\{L_1 \subseteq \{0,1\}^* \mid \overline{L_1} \in C_1\}$, і яку позначають як coC_1.

Приклад класу складності

Приклад

Нехай мова $L_0 \subset \{0, 1\}^*$ складається з усіх слів, які починаються з символу 0, а мова $L_1 \subset \{0, 1\}^*$ складається з усіх слів, які починаються з символу 1.
Визначимо класи складності
$C_0 = \{L_2 \subset \{0, 1\}^* \mid L_2$ містить тільки слова, які починаються з символу 0 або порожнє слово, але $L_2 \neq \varnothing$ і $L_2 \neq \{\varepsilon\}\}$,
$C_1 = \{L_2 \subset \{0, 1\}^* \mid L_2$ містить тільки слова, які починаються з символу 1 або порожнє слово, але $L_2 \neq \varnothing$ і $L_2 \neq \{\varepsilon\}\}$,
$C_2 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\} \cup \{L_2 \subset \{0, 1\}^* \mid L_2$ обов'язково містить принаймні одне слово, яке починається з символу 0, і принаймні одне слово, яке починається з символу $1\}$ і
$C_3 = \{\varnothing, \{0, 1\}^*\}$.

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;
- $C_0 \wedge C_1 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;
- $C_0 \wedge C_1 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \wedge C_0 = C_0 \wedge C_2 = C_0 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;
- $C_0 \wedge C_1 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \wedge C_0 = C_0 \wedge C_2 = C_0 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_1 \wedge C_1 = C_1 \wedge C_2 = C_1 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;
- $C_0 \wedge C_1 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \wedge C_0 = C_0 \wedge C_2 = C_0 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_1 \wedge C_1 = C_1 \wedge C_2 = C_1 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \cup C_1 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_2$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;
- $C_0 \wedge C_1 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \wedge C_0 = C_0 \wedge C_2 = C_0 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_1 \wedge C_1 = C_1 \wedge C_2 = C_1 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \cup C_1 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_2$;
- $C_0 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_1$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;
- $C_0 \wedge C_1 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \wedge C_0 = C_0 \wedge C_2 = C_0 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_1 \wedge C_1 = C_1 \wedge C_2 = C_1 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \cup C_1 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_2$;
- $C_0 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_1$;
- $C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_0$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;
- $C_0 \wedge C_1 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \wedge C_0 = C_0 \wedge C_2 = C_0 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_1 \wedge C_1 = C_1 \wedge C_2 = C_1 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \cup C_1 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_2$;
- $C_0 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_1$;
- $C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_0$;
- $C_0 \vee C_1 = C_2 \setminus \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;
- $C_0 \wedge C_1 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \wedge C_0 = C_0 \wedge C_2 = C_0 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_1 \wedge C_1 = C_1 \wedge C_2 = C_1 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \cup C_1 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_2$;
- $C_0 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_1$;
- $C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_0$;
- $C_0 \vee C_1 = C_2 \setminus \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \vee C_2 = (C_0 \cup C_2) \setminus \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $C_0 \cup C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*}$;
- $C_0 \cap C_1 = C_1 \cap C_2 = C_0 \cap C_2 = \varnothing$;
- $C_0 \wedge C_1 = \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \wedge C_0 = C_0 \wedge C_2 = C_0 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_1 \wedge C_1 = C_1 \wedge C_2 = C_1 \cup \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \cup C_1 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_2$;
- $C_0 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_1$;
- $C_1 \cup C_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus C_0$;
- $C_0 \vee C_1 = C_2 \setminus \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_0 \vee C_2 = (C_0 \cup C_2) \setminus \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;
- $C_1 \vee C_2 = (C_1 \cup C_2) \setminus \{\varnothing, \{\varepsilon\}\}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $coC_0 = (C_0 \setminus \{ L_0 \}) \vee \{ L_1 \}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $coC_0 = (C_0 \setminus \{ L_0 \}) \vee \{ L_1 \}$;
- $coC_1 = (C_1 \setminus \{ L_1 \}) \vee \{ L_0 \}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $coC_0 = (C_0 \setminus \{ L_0 \}) \vee \{ L_1 \}$;
- $coC_1 = (C_1 \setminus \{ L_1 \}) \vee \{ L_0 \}$;
- $coC_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus ((\{ L_0 \} \vee (C_1 \cup \{ \varnothing \})) \triangle (\{ L_1 \} \vee (C_0 \cup \{ \varnothing \})))$;

Приклад класу складності

Приклад

- $coC_0 = (C_0 \setminus \{ L_0 \}) \vee \{ L_1 \}$;
- $coC_1 = (C_1 \setminus \{ L_1 \}) \vee \{ L_0 \}$;
- $coC_2 = 2^{\{ 0,1 \}^*} \setminus ((\{ L_0 \} \vee (C_1 \cup \{ \varnothing \})) \triangle (\{ L_1 \} \vee (C_0 \cup \{ \varnothing \})))$;
- $\overline{C_3} = 2^{\{ 0,1 \}^*} \setminus \{ \varnothing, \{ 0, 1 \}^* \}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $coC_0 = (C_0 \setminus \{ L_0 \}) \vee \{ L_1 \}$;
- $coC_1 = (C_1 \setminus \{ L_1 \}) \vee \{ L_0 \}$;
- $coC_2 = 2^{\{ 0,1 \}^*} \setminus ((\{ L_0 \} \vee (C_1 \cup \{ \varnothing \})) \triangle (\{ L_1 \} \vee (C_0 \cup \{ \varnothing \})))$;
- $\overline{C_3} = 2^{\{ 0,1 \}^*} \setminus \{ \varnothing, \{ 0, 1 \}^* \}$;
- $coC_3 = C_3$;

Приклад класу складності

Приклад

- $coC_0 = (C_0 \setminus \{ L_0 \}) \vee \{ L_1 \}$;
- $coC_1 = (C_1 \setminus \{ L_1 \}) \vee \{ L_0 \}$;
- $coC_2 = 2^{\{ 0,1 \}^*} \setminus ((\{ L_0 \} \vee (C_1 \cup \{ \varnothing \})) \bigtriangleup (\{ L_1 \} \vee (C_0 \cup \{ \varnothing \})))$;
- $\overline{C_3} = 2^{\{ 0,1 \}^*} \setminus \{ \varnothing, \{ 0, 1 \}^* \}$;
- $coC_3 = C_3$;
- для довільного класу складності $C_4 \in 2^{\{ 0,1 \}^*}$ $C_3 \wedge C_4 = C_4 \cup \{ \varnothing \}$;

Приклад класу складності

Приклад

- $coC_0 = (C_0 \setminus \{ L_0 \}) \vee \{ L_1 \}$;
- $coC_1 = (C_1 \setminus \{ L_1 \}) \vee \{ L_0 \}$;
- $coC_2 = 2^{\{0,1\}^*} \setminus ((\{ L_0 \} \vee (C_1 \cup \{ \varnothing \})) \triangle (\{ L_1 \} \vee (C_0 \cup \{ \varnothing \})))$;
- $\overline{C_3} = 2^{\{0,1\}^*} \setminus \{ \varnothing, \{0,1\}^* \}$;
- $coC_3 = C_3$;
- для довільного класу складності $C_4 \in 2^{\{0,1\}^*}$ $C_3 \wedge C_4 = C_4 \cup \{ \varnothing \}$;
- для довільного класу складності $C_4 \in 2^{\{0,1\}^*}$ $C_3 \vee C_4 = C_4 \cup \{ \{0,1\}^* \}$.

Порожні об'єкти на різних рівнях абстракції

Зауваження

- ε — порожнє слово

Порожні об'єкти на різних рівнях абстракції

Зауваження

- ε — порожнє слово
- $\{\varepsilon\}$ — мова, яка складається з одного елементу, порожнього слова

Порожні об'єкти на різних рівнях абстракції

Зауваження

- ε — порожнє слово
- $\{\varepsilon\}$ — мова, яка складається з одного елементу, порожнього слова
- $\varnothing$ — порожня мова, яка не містить жодного слова (також може позначати порожній клас складності, який не містить жодної мови)

Порожні об'єкти на різних рівнях абстракції

Зауваження

- ε — порожнє слово
- $\{\varepsilon\}$ — мова, яка складається з одного елементу, порожнього слова
- $\varnothing$ — порожня мова, яка не містить жодного слова (також може позначати порожній клас складності, який не містить жодної мови)
- $\{\varnothing\}$ — клас складності, який складається з одного елементу, порожньої мови

Порожні об'єкти на різних рівнях абстракції

Зауваження

- ε — порожнє слово
- $\{\varepsilon\}$ — мова, яка складається з одного елементу, порожнього слова
- $\varnothing$ — порожня мова, яка не містить жодного слова (також може позначати порожній клас складності, який не містить жодної мови)
- $\{\varnothing\}$ — клас складності, який складається з одного елементу, порожньої мови
- $\{\{\varepsilon\}\}$ — клас складності, який складається з одного елементу, мови, яка складається тільки з порожнього слова

Клас складності ALL

Означення

Класом складності ALL називають множину всіх мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Клас складності ALL

Означення

Класом складності ALL називають множину всіх мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Наслідок

- ALL — множина всіх функцій f виду $f\colon \{0,1\}^* \to \{0,1\}$

Клас складності ALL

Означення

Класом складності ALL називають множину всіх мов над алфавітом $\{0,1\}$.

Наслідок

- ALL — множина всіх функцій f виду $f\colon \{0,1\}^* \to \{0,1\}$
- ALL — множина всіх задач розпізнавання

Класи складності *ALL*, *RE*, *R* та *NRNC*

Означення

Класом складності *RE* (від англ. recursively enumerable) називають множину всіх рекурсивно зліченних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.
Класом складності *R* (від англ. recursive) називають множину всіх вирішуваних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Класи складності ALL, RE, R та $NRNC$

Означення

Класом складності RE (від англ. recursively enumerable) називають множину всіх рекурсивно зліченних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Класом складності R (від англ. recursive) називають множину всіх вирішуваних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Означення

Клас складності $NRNC$ визначають як $NRNC = ALL \setminus (RE \cup coRE)$.

Класи складності ALL, RE, R та $NRNC$

Означення

Класом складності RE (від англ. recursively enumerable) називають множину всіх рекурсивно зліченних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.
Класом складності R (від англ. recursive) називають множину всіх вирішуваних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Означення

Клас складності $NRNC$ визначають як $NRNC = ALL \setminus (RE \cup coRE)$.

Наслідок

- $R \subseteq RE \subseteq ALL$ і $R \subseteq coRE \subseteq ALL$

Класи складності ALL, RE, R та $NRNC$

Означення

Класом складності RE (від англ. recursively enumerable) називають множину всіх рекурсивно злічення за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Класом складності R (від англ. recursive) називають множину всіх вирішуваних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Означення

Клас складності $NRNC$ визначають як $NRNC = ALL \setminus (RE \cup coRE)$.

Наслідок

- $R \subseteq RE \subseteq ALL$ і $R \subseteq coRE \subseteq ALL$
- $R = RE \cap coRE$ (наслідок теореми Поста)

Класи складності ALL, RE, R та $NRNC$

Означення

Класом складності RE (від англ. recursively enumerable) називають множину всіх рекурсивно зліченних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Класом складності R (від англ. recursive) називають множину всіх вирішуваних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Означення

Клас складності $NRNC$ визначають як $NRNC = ALL \setminus (RE \cup coRE)$.

Наслідок

- $R \subseteq RE \subseteq ALL$ і $R \subseteq coRE \subseteq ALL$
- $R = RE \cap coRE$ (наслідок теореми Поста)
- $R \neq RE$, $R \neq coRE$, $RE \neq coRE$;

Класи складності ALL, RE, R та $NRNC$

Означення

Класом складності RE (від англ. recursively enumerable) називають множину всіх рекурсивно зліченних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.
Класом складності R (від англ. recursive) називають множину всіх вирішуваних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

Означення

Клас складності $NRNC$ визначають як $NRNC = ALL \setminus (RE \cup coRE)$.

Наслідок

- $R \subseteq RE \subseteq ALL$ і $R \subseteq coRE \subseteq ALL$
- $R = RE \cap coRE$ (наслідок теореми Поста)
- $R \neq RE$, $R \neq coRE$, $RE \neq coRE$;
- $NRNC \neq \varnothing$;

Класи складності ALL, RE, R та $NRNC$

Означення

Класом складності RE (від англ. recursively enumerable) називають множину всіх рекурсивно зліченних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.
Класом складності R (від англ. recursive) називають множину всіх вирішуваних за Тюрінгом мов над алфавітом $\{0, 1\}$.

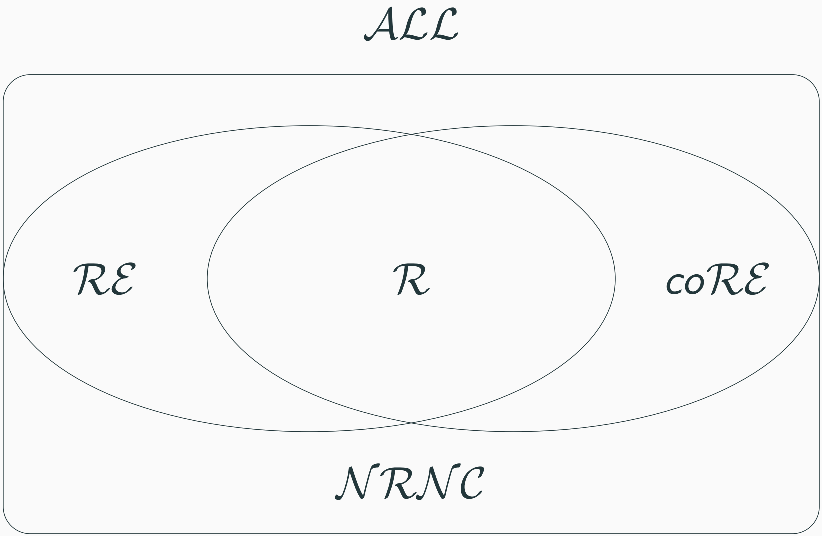
Означення

Клас складності $NRNC$ визначають як $NRNC = ALL \setminus (RE \cup coRE)$.

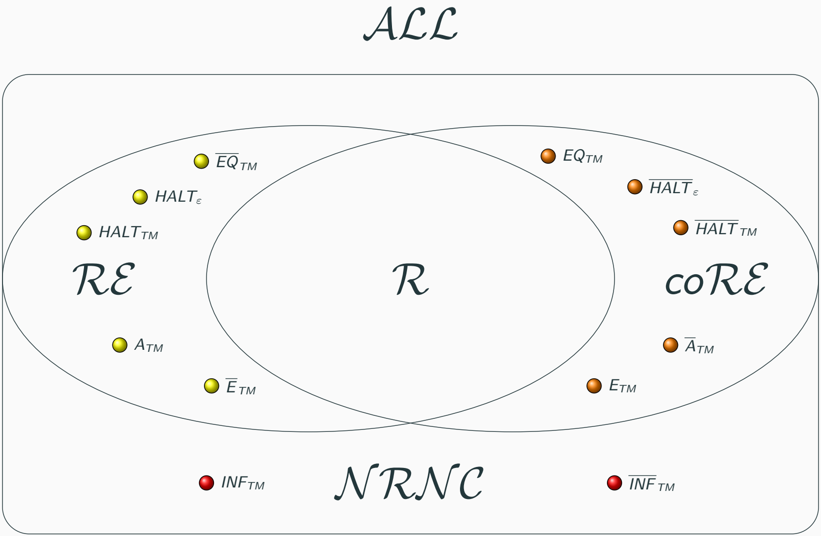
Наслідок

- $R \subseteq RE \subseteq ALL$ і $R \subseteq coRE \subseteq ALL$
- $R = RE \cap coRE$ (наслідок теореми Поста)
- $R \neq RE$, $R \neq coRE$, $RE \neq coRE$;
- $NRNC \neq \varnothing$;
- $R \subset RE \subset ALL$, $R \subset coRE \subset ALL$.

Діаграма класів складності



Діаграма класів складності із задачами



Властивості класів складності ALL, RE, R та $NRNC$

Твердженя

Клас складності R є замкненим відносно операцій об'єднання, перетину та конкатенації мов, а також відносно операції замикання Кліні та доповнення мови.
Клас складності RE є замкненим відносно операцій об'єднання, перетину та конкатенації мов, а також відносно операції замикання Кліні, але не є замкненим відносно операції доповнення мови.
Клас складності $NRNC$ є замкненим відносно операції доповнення мови, але не є замкненим відносно операцій об'єднання та перетину мов.
Клас складності ALL є замкненим відносно будь-якої операції над мовами.

Властивості класів складності *ALL*, *RE*, *R* та *NRNC*

Твердження

Клас складності *R* є замкненим відносно операцій об'єднання, перетину та конкатенації мов, а також відносно операції замикання Кліні та доповнення мови.
Клас складності *RE* є замкненим відносно операцій об'єднання, перетину та конкатенації мов, а також відносно операції замикання Кліні, але не є замкненим відносно операції доповнення мови.
Клас складності *NRNC* є замкненим відносно операції доповнення мови, але не є замкненим відносно операцій об'єднання та перетину мов.
Клас складності *ALL* є замкненим відносно будь-якої операції над мовами.

$\varnothing \subset INF_{TM} \subset \{0,1\}^*$