# КГ

# Лабораторна робота № 3

## Побудова сплайнових кривих

Мета роботи

Навчитись будувати різни види сплайнових кривих для заданого масиву опорних точок. Виконати дослідження залежності виду кривої Безьє від порядку слідування опорних точок.

Короткі і теоретичні відомості

Сплайн – крива, яка використовується для апроксимації заданих базових (опорних) точок. Існує велика кількість сплайнових кривих, які відрізняються своїми властивостями.

Нехай на площині заданий упорядкований набір точок … , *Pm*. Ламана *P*0*P*1…*Pm* називається *контрольною ламаною*, що породжена масивом *P =* {*P*0, *P*1,…,*Pm*}.

Для побудови сплайнової кривої для набору точок *P*0, *P*1, … , *Pm* виконують такий алгоритм:

* для побудови кривої на проміжку між точками *Pі*, *Pі*+1 беруть четвірку точок *Pі*-1, *Pі*, *Pі+*1, *Pі*+2.
* задають діапазон зміни параметра 0 ≤ *t*≤1. Значення параметра *t*= 0 відповідає початковій точці, а *t* = 1 – кінцевій точці на ділянці кривої між точками *Pі*, *Pі*+1. Значення 0 < *t <*1 відповідають внутрішнім точкам даної ділянки.
* розбивають діапазон зміни параметра *t* на *n* частин (наприклад, *n =*10).
* на основі значень відповідних координат четвірки базових точок і значень *t*k, *k =*0,1,..., *n,* розраховуються *n* проміжних точок сплайнової кривої між базовими точками *Pі*, *Pі*+1.
* розраховані на попередньому кроці точки з'єднуються прямими лініями. Таким чином, чим вище значення *n,* тим більш точно буде апроксимована сплайнова крива.

Для побудови складної сплайнової кривої, що починається в першій базовій точці та закінчується в останній базовій точці, достатньо доповнити набір копіями першої та останньої точок. Копія першої точки при цьому додається в початок набору, а копія останньої точки – в кінець набору.

**Види сплайнових кривих:**

1) *Інтерполяційна крива Catmull-Rom*:

, 0≤ t ≤ 1

2) *Кубічна крива Безьє*:

, 0 ≤ t ≤1

3) *Кубічна Бета-сплайнова крива*:

, 0 ≤ t ≤1

4) *Елементарна Бета-сплайнова крива*:

, 0≤ t ≤ 1

Функціональні коефіцієнти *b*0(*t*), *b*1(*t*), *b*2(*t*), *b*3(*t*) обчислюються за формулами:









де *β*1 ≥ 0 и *β*2 ≥ 0 и δ = 2*β*13 + 4*β*12+ 4*β*1*+ β*2*+*2.

Завдання 1

На координатній площині задано масив опорних точок P1, P2, P3, P4, P5, P6. Скласти програму побудови таких сплайнових кривих:

* інтерполяційна крива Catmull-Rom;
* кубічна крива Безьє;
* кубічна Бета-сплайнова крива;
* елементарна Бета-сплайнова крива. Поексперементувати з коефіцієнтами *β*1 і *β*2 елементарної Бета-сплайнової кривої.

*Зауваження*: Координати опорних точок задані в пікселах відносно початку координат, що знаходиться у лівому нижньому куту поверхні екрана, на яку повинна проектуватися площина розміром 200×100 умовних математичних одиниць.

Вимоги до програми

Кожна програма повинна будувати:

* контрольну ламану лінію (штрихову), що з’єднує точки в порядку їх проходження;
* сплайнові криві для відповідної комбінації точок.

Програма повинна виконувати розмітку та оцифровку області побудови сплайнових кривих з кроком 10 умовних математичних одиниць.

Варіанти (до завдання 1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Варіант | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | |
| Точки *Р*i | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* |
| *P*0 | 10 | 10 | 5 | 40 | 10 | 20 | 45 | 70 | 35 | 50 | 30 | 25 | 5 | 15 | 5 | 20 |
| *P*1 | 30 | 20 | 80 | 70 | 15 | 35 | 65 | 55 | 50 | 15 | 35 | 65 | 20 | 40 | 25 | 70 |
| *P*2 | 45 | 100 | 90 | 45 | 15 | 45 | 100 | 15 | 70 | 40 | 50 | 10 | 55 | 65 | 50 | 60 |
| *P*3 | 75 | 45 | 95 | 70 | 130 | 95 | 105 | 90 | 100 | 5 | 130 | 5 | 60 | 25 | 70 | 95 |
| *P*4 | 105 | 5 | 150 | 75 | 175 | 55 | 105 | 25 | 125 | 85 | 145 | 85 | 75 | 80 | 130 | 70 |
| *P*5 | 110 | 30 | 175 | 10 | 180 | 10 | 115 | 95 | 155 | 25 | 175 | 40 | 125 | 75 | 160 | 60 |
| *P*6 | 130 | 50 | 185 | 10 | 185 | 85 | 190 | 90 | 165 | 80 | 190 | 20 | 150 | 80 | 190 | 20 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Варіант | 9 | | 10 | | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | | 15 | | 16 | |
| Точки *Рi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* | *xi* | *yi* |
| *P*0 | 10 | 70 | 15 | 10 | 5 | 25 | 195 | 5 | 15 | 40 | 5 | 10 | 20 | 35 | 10 | 10 |
| *P*1 | 25 | 75 | 30 | 75 | 15 | 30 | 185 | 30 | 25 | 95 | 30 | 15 | 40 | 90 | 30 | 75 |
| *P*2 | 25 | 20 | 35 | 30 | 55 | 40 | 155 | 60 | 55 | 80 | 30 | 80 | 45 | 75 | 75 | 50 |
| *P*3 | 50 | 95 | 35 | 30 | 85 | 60 | 130 | 20 | 110 | 85 | 115 | 65 | 90 | 70 | 135 | 55 |
| *P*4 | 95 | 80 | 75 | 60 | 90 | 90 | 85 | 90 | 115 | 100 | 120 | 70 | 100 | 30 | 170 | 25 |
| *P*5 | 110 | 60 | 90 | 30 | 120 | 25 | 70 | 80 | 170 | 40 | 190 | 100 | 100 | 85 | 185 | 95 |
| *P*6 | 155 | 70 | 135 | 80 | 175 | 75 | 10 | 45 | 185 | 30 | 200 | 5 | 130 | 55 | 200 | 45 |

Завдання 2

Скласти програму побудови кубічних кривих Безьє для кожної з 6-ти комбінацій (порядку слідування) опорних точок: P1P2P3P4, P1P2P4P3, P1P3P2P4, P1P3P4P2, P1P4P2P3, P1P4P3P2.

Кожну криву Безьє будувати в окремому вікні виводу, для чого весь екран розбити штриховими лініями на 6 областей (по 3 області в 2-х рядках). Координати опорних точок задані в пікселах відносно початку координат, що розміщений у лівому нижньому куту області побудови зображення, на яку повинна проецируватися площина розміром 200×100 умовних математичних одиниць. Виконати розмітку областей з кроком 10 умовних математичних одиниць.

В кожному випадку програма повинна будувати контрольні відрізки (штриховою лінією), що з’єднують опорні точки в порядку їх проходження в кожній комбінації та відповідні підписи P1, P2, P3, P4 біля точок.

Варіанти (до завдання 2)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | P1 | P2 | P3 | P4 |
|  | 20, 80 | 32, 72 | 32, 20 | 180, 75 |
|  | 10, 10 | 20, 80 | 180, 50 | 150, 20 |
|  | 10, 10 | 25, 70 | 40, 80 | 150, 60 |
|  | 50, 80 | 130, 25 | 165, 90 | 190, 75 |
|  | 20, 80 | 10, 110 | 120, 50 | 180, 40 |
|  | 30, 90 | 75, 45 | 165, 15 | 135, 95 |
|  | 10, 60 | 30, 20 | 80, 80 | 100, 10 |
|  | 25, 25 | 60, 100 | 80, 90 | 25, 90 |
|  | 10, 50 | 50, 80 | 150, 80 | 190, 50 |
|  | 20, 10 | 120, 15 | 125, 60 | 25, 90 |

Контрольні питання

1. Що таке сплайни? Де застосовуються сплайни?
2. Які сплайнові криві ви знаєте? Яким умовам повинні задовольняти сплайни?
3. Як побудувати складену сплайнову криву?
4. Назвіть властивості складеної сплайнової кривої Catmull-Rom.
5. Назвіть властивості кривих Безьє. Які переваги
6. і недоліки кривих Безьє?
7. Назвіть властивості кубічних Бета-сплайнів.
8. Назвіть властивості складених елементарних Бета-сплайнових кривих.

Література

1. *Порєв В.М.* Комп’ютерна графіка. – К.: “Корнійчук”, 2000. – С. 50-52.
2. *Поляков А.Ю.* Методы и алгоритмы компьютерной графики в примерах на Visual C++. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – С 221-240.
3. *Аммерал Л.* Принципы программирования в машинной графике. Пер. с англ. – М.: «Сол Систем», 1992. – 224 с. – С. 43-48.