RELATÓRIO DO TRABALHO PRÁTICO 2 —CÁLCULO NUMÉRICO COMPUTACIONAL: ANÁLISE DE MÉTODOS NUMÉRICOS DIRETOS E ITERATIVOS PARA RESOLVER SISTEMAS EQUAÇÕES LINEARES E NÃO-LINEARES

Moniele Kunrath Santos[1].

[1]*Universidade Federal de Pelotas – mksantos@inf.ufpel.edu.br*

1. Introdução

Segundo trabalho da disciplina do sexto semestre em Ciência da Computação desenvolvido na linguagem *python* que tem como objetivo implementar algoritmos aproximativos que buscam as soluções de um sistema de equações lineares e não lineares. Dentre os métodos diretos estão a eliminação de Gauss, decomposição de LU e a fatorização de Cholesky. E nos métodos iterativos, constam: Gauss-Jacobi, Gauss-Seidel e Newton(não linear).

2. Resultados da Lista 6

2.1 Eliminação de Gauss

a) [-2, 3, 1, -5] [x1] [-5]
[2, 1, -4, -9] [x2] = [-9]
[7, 10, -6, 2] [x3] [2]

X1 = `4.3495`
X2 = `-0.2233`
X3 = `4.3689`

b) $$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 & 6 & 17 \\ -9 & 4 & -1 & 0 & 29 \\ 3 & 2 & -2 & 7 & -11 \\ 1 & 2 & 5 & -4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 29 \\ -11 \\ 7 \end{bmatrix}$$

X1 = `-3.6451`
X2 = `-0.2193`
X3 = `2.9290`
X4 = `0.8903`

c) $$\begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 & 5 & 2 \\ 5 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 6 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 8 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

X1 = `0.3142`
X2 = `-0.8179`
X3 = `1.7531`
X4 = `0.6658`

d) $$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 2 & 4 & 3 \\ 8 & -2 & 9 & -1 & 2 & -5 \\ 5 & 1 & 1 & 7 & 2 & 6 \\ -2 & 4 & 5 & 1 & 0 & -1 \\ 7 & -3 & 2 & -4 & 1 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 6 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

```
RuntimeWarning: divide by zero encountered in double_scalars.
RuntimeWarning: invalid value encountered in double_scalars
```

2.2 LU

a) [4, -1, 3, 8, 43] [x1] [43]
[1, 6, 2, -3, 7] [x2] [7]
[5, 5, 1, 0, 8] [x3] = [8]
[2, 4, -2, 1, 8] [x4] [8]

X1 = -2.4426
X2 = 3.3934
X3 = 3.2459
X4 = 5.8033

b) [3, -2, -1, 7, 3, 45] [x1] [45]
[-1, 1, 3, -2, -3, -8] [x2] [-8]
[8, 4, -1, 0, 2, 8] [x3] = [8]
[2, -3, 2, 5, 0, -18] [x4] [-18]
[-1, 3, 0, -8, -2, 0] [x5] [0]

X1 = -68.3801
X2 = 27.4996
X3 = 280.0796
X4 = -71.7799
X5 = 362.5595

c) [4, 12, 14, 5, 2, -1, 102] [x1] [102]
[1, -3, 12, 2, 3, -2, 105] [x2] [105]
[-2, 4, 10, 10, -2, 0, -67] [x3] = [-67]
[7, -3, -5, 12, 8, 10, 18] [x4] [18]
[10, 7, 1, 8, 12, -8, 100] [x5] [100]
[8, 10, 0, 11, -2, 15, -90] [x6] [-90]

X1 = -5.756
X2 = 3.4637
X3 = 7.4739
X4 = -12.1049

X5 = 23.0287
X6 = 6.7081

2.3 Cholesky

a) [9, -6, 3, -3] [x1] [-3]
[-6, 29, -7, -8] [x2] = [-8]
[3, -7, 18, 33] [x3] [33]

X1 = -1
X2 = 0
X3 = 2

b)[4, -2, 4, 10, 2] [x1] [2]
[-2, 3, -1, -7, 2] [x2] = [2]
[4, -1, 14, 11, -1] [x3] [-1]
[10, -7, 11, 31, -2] [x4] [-2]

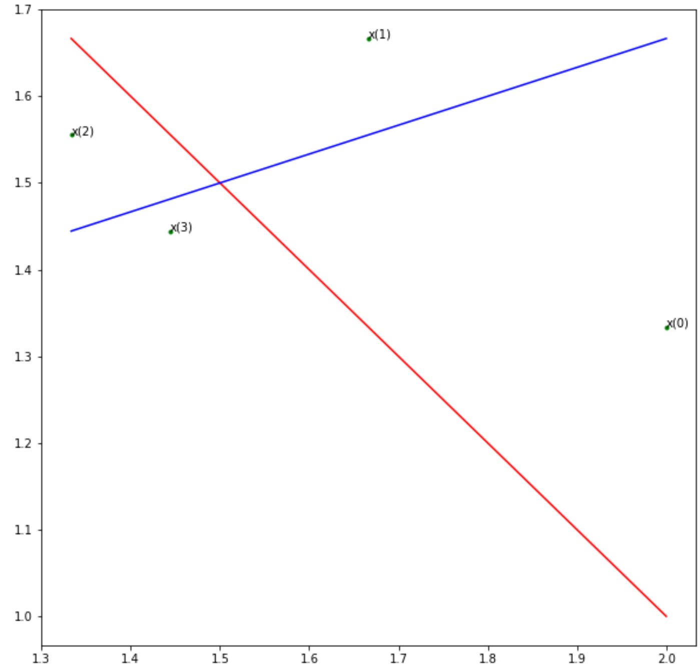
X1 = 3.3235
X2 = 0.7941
X3 =-0.2941
X4 =-0.8529

c)[1, 2, -3, 0, 3, 17] [x1] [17]
[2, 5, -1, 1, 4, 41] [x2] [41]
[-3, -1, 50, 1, -19, -45][x3] = [-45]
[0, 1, 1, 6, 0, 30] [x4] [30]
[3, 4, -19, 0, 39, 51] [x5] [51]

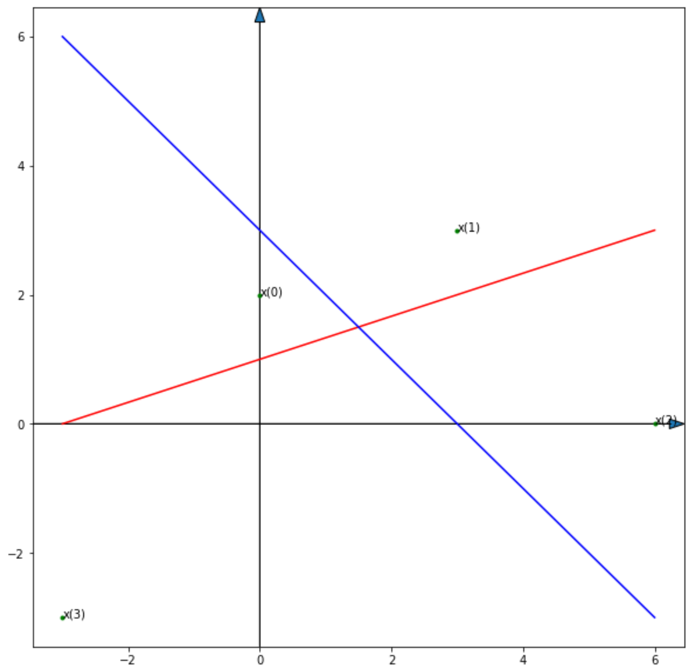
X1 =-2.2487
X2 =7.9688
X3 = -0.8588
X4 = 3.815
X5 = 0.245

3. Gráficos da Lista 5 - Gauss-Jacobi

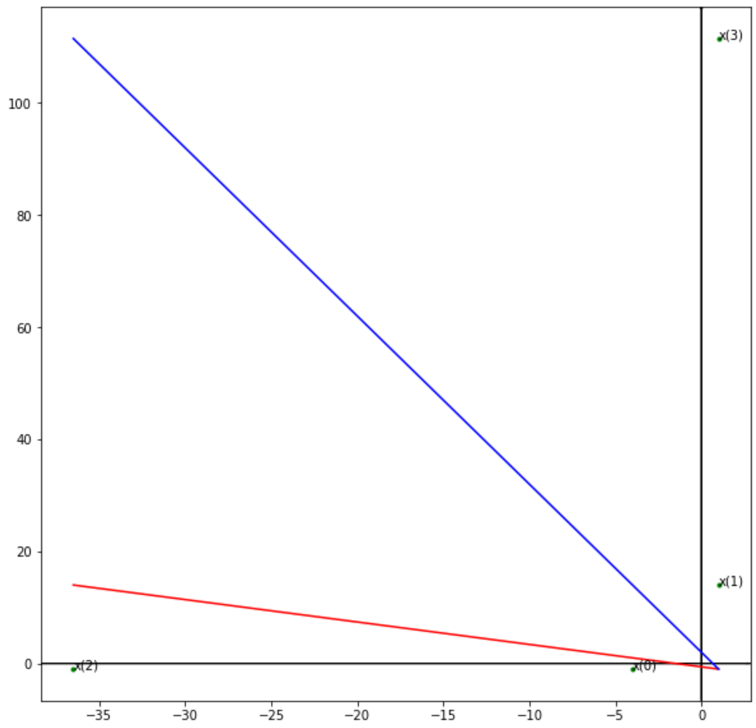
a)



b)

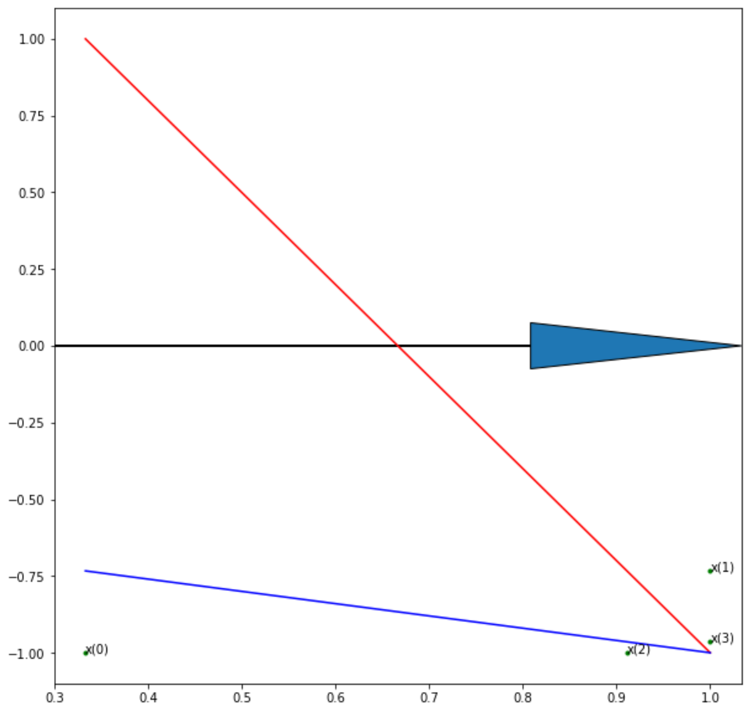


c)



x(3)
x(1)
x(2)
x(0)
100
80
60
40
20
0
−35
−30
−25
−20
−15
−10
−5
0

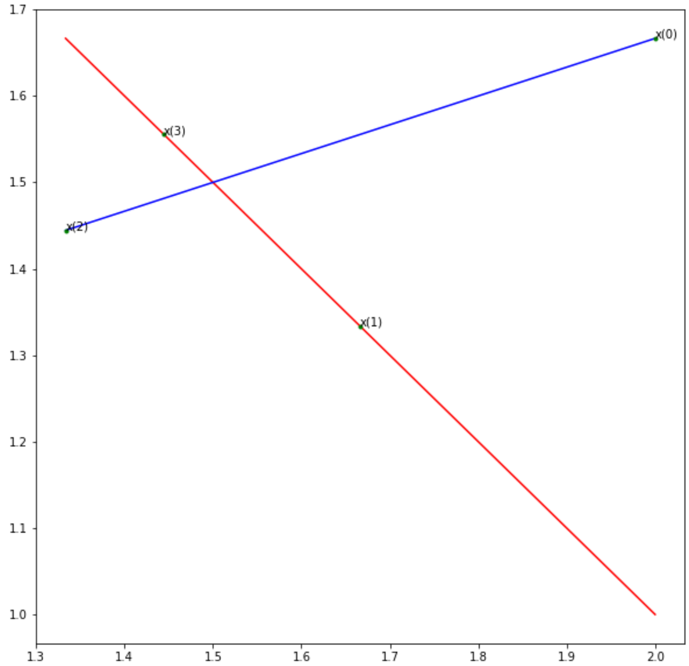
d)



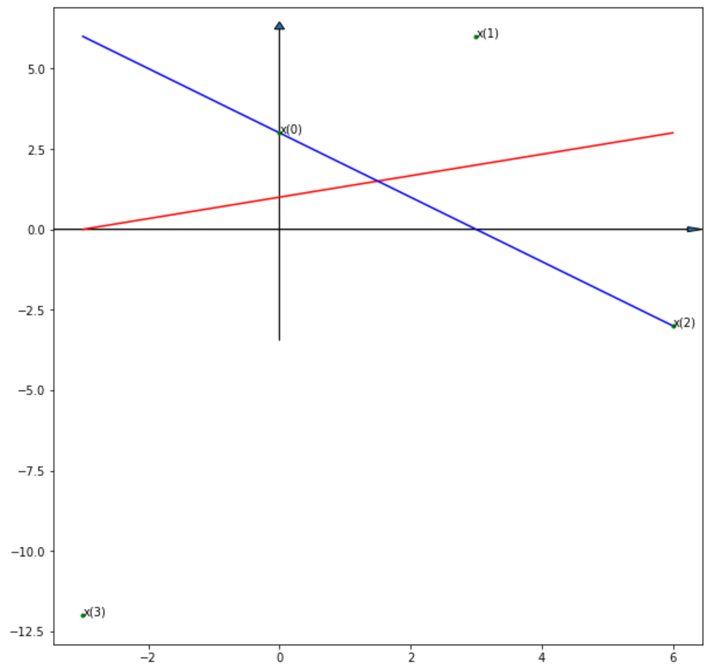
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
x(1)
x(3)
x(0)
x(2)
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0

4. Gráficos da Lista 5 - Gauss-Seidel

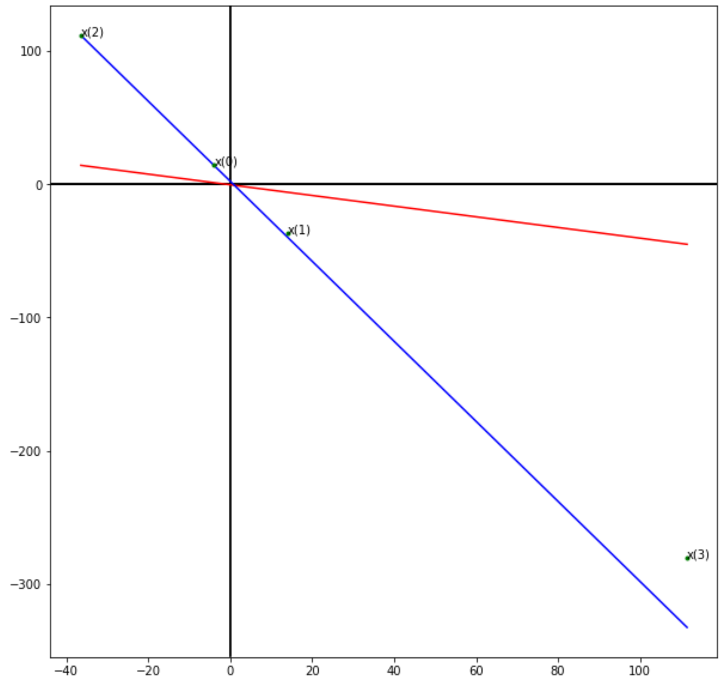
a)



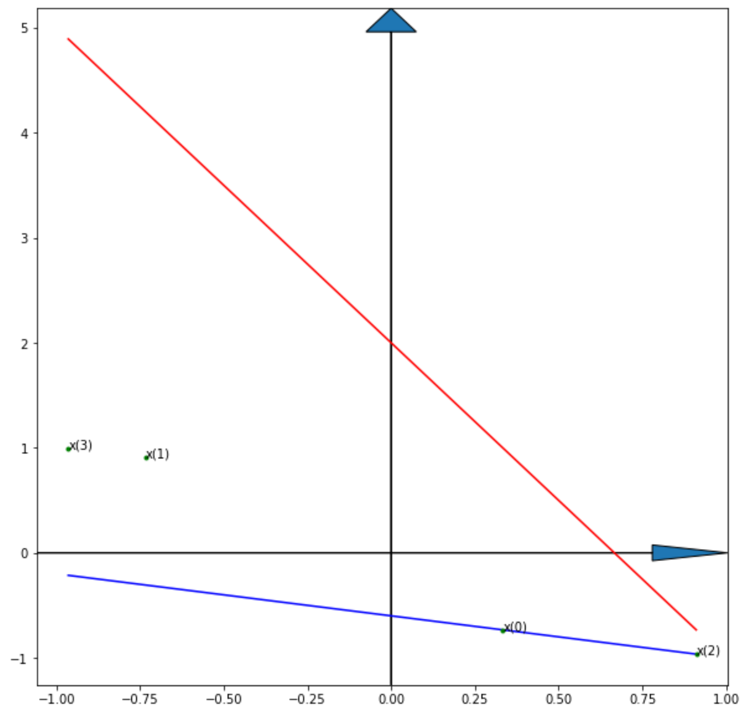
b)



c)


x(2)
x(0)
x(1)
x(3)
100
0
−100
−200
−300
−40
−20
0
20
40
60
80
100

d)


5
4
3
2
1
0
−1
x(3)
x(1)
x(0)
x(2)
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00

4. Discussão dos resultados obtidos

Pela análise dos dados é possível afirmar que os métodos diretos são processos finitos e fornecem solução para qualquer sistema linear, ou seja, cujo determinante não seja nulo.

Pode-se observar no exercício d) por eliminação de Gauss, onde a diagonal principal é nula, que não é possível achar a solução do sistema sem pivoteamento.

Também é preciso mencionar que os métodos diretos alteram a matriz A, podendo calcular elementos que eram para ser nulos. E por outro lado, métodos iterativos não precisam alterar a matriz.

É importante destacar que os métodos iterativos possuem uma melhor segurança do arredondamento, contudo isso acontece somente quando acontece a convergência, o que não acontecem em nenhum dos exercícios da lista 5, tanto o método gauss-jacobi como gauss-seidel, não conseguiram convergir dentro do número máximo de iterações que foi estipulado como 4.