

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ
«ВЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Институт математики и информационных систем
Факультет автоматики и вычислительной техники
Кафедра электронных вычислительных машин**

Дата сдачи на проверку:

«__» _____ 2024 г.

Проверено:

«__» _____ 2024 г.

**АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ В СИСТЕМАХ
СЧИСЛЕНИЯ**

Отчет по лабораторной работе №2

по дисциплине

«Информатика»

Вариант 10

Выполнил студент гр. ИВТб-1301-05-00 _____ /Макаров С.А./
(подпись)

Руководитель доцент кафедры ЭВМ _____ /Коржавина А.С./
(подпись)

Работа защищена «__» _____ 2024 г.

Киров 2024

Цель

Цель лабораторной работы: закрепить на практике знания о выполнении арифметических операций сложения и умножения чисел в позиционных и непозиционных системах счисления.

Задание

1. В каждом варианте даны 2 пары чисел (X_1 и Y_1 , X_2 и Y_2). Выполнить перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления (2СС), выполнить сложение и умножение чисел. Проверить полученные результаты.
2. В каждом варианте даны 2 пары чисел (X_3 и Y_3 , X_4 и Y_4). Выполнить перевод чисел из десятичной системы счисления в 16СС. Выполнить сложение шестнадцатеричных чисел в соответствии с вариантом. Проверить полученный результат.
3. Выполнить перевод в систему остаточных классов в соответствии с вариантом. В каждом варианте даны 2 числа (A и B) и соответствующие им базисы. Выполнить сложение и умножение чисел. Проверить полученные результаты.
4. Выполнить перевод в троичную симметричную систему счисления в соответствии с вариантом. В каждом варианте даны 2 числа. Выполнить сложение чисел. Проверить полученные результаты.
5. Выполнить перевод в двоично-десятичную систему счисления в соответствии с вариантом. В каждом варианте даны 2 пары чисел. Представить первую пару чисел в коде 8421 (код с естественными весами), вторую пару в коде 8421+3. Проверить полученные результаты.

Решение

Для перевода целой части числа в K -ичную систему счисления необходимо воспользоваться формулой:

$$X = K \cdot \left(\sum_{i=0}^n b_i \cdot K^{i-1} \right) + b_0,$$

получая в остатке $b_0 \in [0, K - 1]$. Далее формула принимает следующий вид:

$$X = K \cdot X^{(1)} + b_0.$$

Для перевода дробной части числа в K -ичную систему счисления необходимо воспользоваться формулой:

$$Y \cdot K = K \cdot \left(\sum_{i=-m}^{-1} b_i \cdot K^i \right) = b_{-1} + \sum_{i=-m}^{-2} b_i \cdot K^{i+1},$$

находим $b_{-1} = Y \cdot K$ и справедливо $b_{-1} \in [0, K - 1]$. Далее формула принимает следующий вид:

$$Y \cdot K = b_{-1} + Y^1.$$

Задание 1

Даны два целых числа в десятичной системе счисления: 121 и 114. Переведем их в двоичную систему счисления:

$$121 \equiv 1111001_2$$

$$121 = 60 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_0 = 1,$$

$$60 = 30 \cdot 2 + 0, \Rightarrow b_1 = 0,$$

$$30 = 15 \cdot 2 + 0, \Rightarrow b_2 = 0,$$

$$15 = 7 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_3 = 1,$$

$$7 = 3 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_4 = 1,$$

$$3 = 1 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_5 = 1,$$

$$1 = 0 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_6 = 1.$$

$$114 \equiv 1110010$$

$$114 = 57 \cdot 2 + 0, \Rightarrow b_0 = 0,$$

$$57 = 28 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_1 = 1,$$

$$28 = 14 \cdot 2 + 0, \Rightarrow b_2 = 0,$$

$$14 = 7 \cdot 2 + 0, \Rightarrow b_3 = 0,$$

$$7 = 3 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_4 = 1,$$

$$3 = 1 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_5 = 1,$$

$$1 = 0 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_6 = 1.$$

Далее сложим два числа в двоичной системе счисления:

$$\begin{array}{r} 1111001 \\ + 1110010 \\ \hline 11101011 \end{array}$$

Проверим сложение двух двоичных чисел:

$$11101011_2 = 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^1 + 2^0 = 128 + 64 + 32 + 8 + 2 + 1 = 235 = 121 + 114$$

Умножим два числа в двоичной системе счисления:

$$\begin{array}{r} \times 1111001 \\ 1110010 \\ \hline 0000000 \\ 1111001 \\ 0000000 \\ 0000000 \\ 1111001 \\ 1111001 \\ 1111001 \\ \hline 11010111100010 \end{array}$$

Проверим результат умножения:

$$11010111100010_2 = 2^{13} + 2^{12} + 2^{10} + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^1 = 8192 + 4096 + 1024 + 256 + 128 + 64 + 32 + 2 = 13794 = 121 \cdot 114.$$

Даны два числа в десятичной системе счисления: 9,8 и 6,8. Переведем их в двоичную систему счисления.

$$9,8 \equiv 1001,1100_2$$

Целая часть:

$$9 = 4 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_0 = 1,$$

$$4 = 2 \cdot 2 + 0, \Rightarrow b_1 = 0,$$

$$2 = 0 \cdot 2 + 0, \Rightarrow b_2 = 0,$$

$$1 = 0 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_3 = 1.$$

Дробная часть:

$$0,8 \cdot 2 = 1 + 0,6 \Rightarrow b_{-1} = 1,$$

$$0,6 \cdot 2 = 1 + 0,2 \Rightarrow b_{-2} = 1,$$

$$0,2 \cdot 2 = 0 + 0,4 \Rightarrow b_{-3} = 0,$$

$$0,4 \cdot 2 = 0 + 0,8 \Rightarrow b_{-4} = 0.$$

$$6,8 \equiv 110,1100_2$$

Целая часть:

$$6 = 3 \cdot 2 + 0, \Rightarrow b_0 = 0,$$

$$3 = 1 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_1 = 1,$$

$$1 = 0 \cdot 2 + 1, \Rightarrow b_2 = 1.$$

Дробная часть:

$$0,8 \cdot 2 = 1 + 0,6 \Rightarrow b_{-1} = 1,$$

$$0,6 \cdot 2 = 1 + 0,2 \Rightarrow b_{-2} = 1,$$

$$0,2 \cdot 2 = 0 + 0,4 \Rightarrow b_{-3} = 0,$$

$$0,4 \cdot 2 = 0 + 0,8 \Rightarrow b_{-4} = 0.$$

Далее сложим два числа в двоичной системе счисления:

$$\begin{array}{r} 1001,1100 \\ + \\ 110,1100 \\ \hline 10000,1000 \end{array}$$

Проверим сложение двух двоичных чисел.

Целая часть: $10000_2 = 2^4 = 16$.

Дробная часть: $1000_2 = 2^{-1} = 0,5$.

Полное число: $16 + 0,5 = 16,5 \approx 16,6 = 9,8 + 6,8$.

Умножим два числа в двоичной системе счисления:

$$\begin{array}{r} \times \qquad \qquad \qquad 1001,1100 \\ \qquad \qquad \qquad 110,1100 \\ \hline \qquad \qquad \qquad 00000000 \\ \qquad \qquad \qquad 00000000 \\ \qquad \qquad 10011100 \\ \qquad \qquad 10011100 \\ \qquad \qquad 00000000 \\ \qquad 10011100 \\ \qquad 10011100 \\ \hline 1000001,11010000 \end{array}$$

Проверим умножение:

Целая часть: $1000001_2 = 2^6 + 2^0 = 64 + 1 = 65$.

Дробная часть: $11010000_2 = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-4} = 0,5 + 0,25 + 0,0625 = 0,8125$.

Полное число: $65 + 0,8125 = 65,8125 \approx 66,64 = 9,8 \cdot 6,8$.

Задание 2

Даны два числа в десятичной системе счисления: 125 и 101. Переведем их в шестнадцатеричную систему счисления:

$$125 \equiv 7D_{16}$$

$$125 = 7 \cdot 16 + 13, \Rightarrow b_0 = D,$$

$$7 = 0 \cdot 16 + 7, \Rightarrow b_1 = 7,$$

$$101 \equiv 65_{16}$$

$$101 = 6 \cdot 16 + 5, \Rightarrow b_0 = 5,$$

$$6 = 0 \cdot 16 + 6, \Rightarrow b_1 = 6,$$

Выполним сложение шестнадцатеричных чисел:

$$\begin{array}{r} 7D \\ + \\ 65 \\ \hline E2 \end{array}$$

Далее проверим полученный результат:

$$E2_{16} = E \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 = 224 + 2 = 226 = 125 + 101.$$

Даны два числа в десятичной системе счисления: 88 и 82. Переведем их в шестнадцатеричную систему счисления:

$$88 \equiv 58_{16}$$

$$88 = 5 \cdot 16 + 8, \Rightarrow b_0 = 8,$$

$$5 = 0 \cdot 16 + 5, \Rightarrow b_1 = 5,$$

$$82 \equiv 52_{16}$$

$$82 = 5 \cdot 16 + 2, \Rightarrow b_0 = 2,$$

$$5 = 0 \cdot 16 + 5, \Rightarrow b_1 = 5.$$

Выполним сложение шестнадцатеричных чисел:

$$\begin{array}{r} 58 \\ + \\ 52 \\ \hline AA \end{array}$$

Далее проверим полученный результат:

$$AA_{16} = A \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 = 160 + 10 = 170 = 88 + 82.$$

Задание 3

Даны числа 86 и 73. Переведем их в систему остаточных классов в соответствии с базисом $\{5, 7, 11, 13\}$.

$$86 \equiv \{1, 2, 9, 8\}$$

$$86 \bmod 5 = 1,$$

$$86 \bmod 7 = 2,$$

$$86 \bmod 11 = 9,$$

$$86 \bmod 13 = 8,$$

$$73 \equiv \{3, 3, 7, 8\}$$

$$73 \bmod 5 = 3,$$

$$73 \bmod 7 = 3,$$

$$73 \bmod 11 = 7,$$

$$73 \bmod 13 = 8.$$

Выполним сложение чисел в системе остаточных классов:

$$\{1, 2, 9, 8\} + \{3, 3, 7, 8\} = \{4, 5, 5, 3\}$$

$$(1 + 3) \bmod 5 = 4,$$

$$(2 + 3) \bmod 7 = 5,$$

$$(9 + 7) \bmod 11 = 5,$$

$$(8 + 8) \bmod 13 = 3.$$

Проверим полученный результат путем сложения исходных чисел и их переводом в систему остаточных классов:

$$86 + 73 = 159 \equiv \{4, 5, 5, 3\}$$

$$159 \bmod 5 = 4,$$

$$159 \bmod 7 = 5,$$

$$159 \bmod 11 = 5,$$

$$159 \bmod 13 = 3.$$

Далее выполним умножение чисел в системе остаточных классов:

$$\{1, 2, 9, 8\} \cdot \{3, 3, 7, 8\} = \{3, 6, 8, 12\}$$

$$(1 \cdot 3) \bmod 5 = 3,$$

$$(2 \cdot 3) \bmod 7 = 6,$$

$$(9 \cdot 7) \bmod 11 = 8,$$

$$(8 \cdot 8) \bmod 13 = 12.$$

Проверим полученный результат путем умножения исходных чисел и их переводом в систему остаточных классов:

$$86 \cdot 73 = 6278 \equiv \{3, 6, 8, 12\}$$

$$6278 \bmod 5 = 3,$$

$$6278 \bmod 7 = 6,$$

$$6278 \bmod 11 = 8,$$

$$6278 \bmod 13 = 12.$$

Задание 4

Даны числа 112 и 79. Переведем их в троичную симметричную систему счисления, после чего выполним сложение.

$$112 \equiv pp0pp$$

$$112 = 37 \cdot 3 + 1, \Rightarrow b_0 = p,$$

$$37 = 12 \cdot 3 + 1, \Rightarrow b_1 = p,$$

$$12 = 4 \cdot 3 + 0, \Rightarrow b_2 = 0,$$

$$4 = 1 \cdot 3 + 1, \Rightarrow b_3 = p,$$

$$1 = 0 \cdot 3 + 1, \Rightarrow b_4 = p.$$

$$79 \equiv p00np$$

$$79 = 26 \cdot 3 + 1, \Rightarrow b_0 = p,$$

$$26 = 9 \cdot 3 - 1, \Rightarrow b_1 = n,$$

$$9 = 3 \cdot 3 + 0, \Rightarrow b_2 = 0,$$

$$3 = 1 \cdot 3 + 0, \Rightarrow b_3 = 0,$$

$$1 = 0 \cdot 3 + 1, \Rightarrow b_4 = p.$$

Далее выполним сложение чисел:

$$\begin{array}{r} + \quad pp0pp \\ \quad p00np \\ \hline pnp0pn \end{array}$$

Проверим результат сложения чисел:

$$pnp0pn = 3^5 - 3^4 + 3^3 + 3^1 - 3^0 = 243 - 81 + 27 + 3 - 1 = 191 = 112 + 79.$$

Задание 5

Даны два числа в десятичной системе счисления: 125 и 103. Переведем в соответствии с их двоичным представлением в коде «8421». При необходимости проведем коррекцию результата.

$$125 \equiv 0001\ 0010\ 0101,$$

$$103 \equiv 0001\ 0000\ 0011.$$

Выполним сложение чисел:

$$\begin{array}{r} + \quad 0001\ 0010\ 0101 \\ \quad 0001\ 0000\ 0011 \\ \hline 0010\ 0010\ 1000 \end{array}$$

$$\text{Проверим полученный результат: } 0010\ 0010\ 1000 = 228 = 125 + 103.$$

Даны два числа: 117 и 82. Переведем в соответствии с их двоичным представлением в коде «8421+3». При необходимости проведем коррекцию результата.

$$117 \equiv 0100\ 0100\ 1010,$$

$$82 \equiv 1011\ 0101.$$

Выполним сложение чисел:

$$\begin{array}{r}
 0100\ 0100\ 1010 \\
 + 0011\ 1011\ 0101 \\
 \hline
 + 0111\ 1111\ 1111 \\
 + 1101\ 1101\ 1101 \\
 \hline
 0100\ 1100\ 1100
 \end{array}$$

Проверим полученный результат: $0100\ 1100\ 1100 = 199 = 117 + 82$.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы освоены сложение и умножение чисел в двоичной и шестнадцатеричной системе счисления. Также было выполнен перевод чисел в систему остаточных классов, их сложение и умножение. Помимо этого был реализован перевод чисел в троичную симметричную систему счисления и их сложение. Кроме того был изучено и проработано сложение чисел в кодах «8421» и «8421+3».