

Politechnika Opolska
Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki
Instytut Informatyki

Programowanie współbieżne i rozproszone
Informatyka, studia stacjonarne II stopnia
Laboratorium

Sprawozdanie

Algorytmy algebry liniowej

Prowadzący:
dr hab. inż. Jan Sadecki, prof. PO

Ćwiczenie zrealizował:
Marcin Kuchnia
nr indeksu 93210
grupa L1

Opole, kwiecień 2020

Metody obliczeniowe

W ramach ćwiczenia zmierzono czasy wykonania obliczeń algebry liniowej. Zaimplementowano trzy algorytmy o różnej złożoności obliczeniowej. Wyniki wyliczano z wykorzystaniem od 1 do 12 wątków, każdorazowo dokonując 100 pomiarów testowych.

Dane wejściowe

Rozmiar wektorów i macierzy na których dokonywano obliczeń został określony w stałej globalnej N . Jest ona zadeklarowana jako stała, ponieważ odwołują się do niej definicje funkcji obliczających.

Deklaracja stałej N

```
const int N = 1000;
```

W pierwszym kroku zostaje wyłączone dynamiczne określanie liczby wątków. Powoduje to nieoptymalne wykorzystanie wielowątkowości, ale daje autentyczne czasy wynikające z zastosowania konkretnej liczby wątków. Dalej następuje ustawienie punktu startowego generatora liczb pseudolosowych. Określona zostaje liczba testów (100) i maksymalna liczba wątków.

Deklaracje zmiennych wykorzystują stałą N . W komentarzu znajdują się wektory i macierze testowe, o określonych wartościach. Z ich pomocą skontrolowano poprawność działania zaimplementowanych algorytmów. Przygotowane zmienne zostały zapełnione losowymi wartościami zmiennoprzecinkowymi przy wykorzystaniu funkcji *fRand()*. Zadeklarowano także zmienne do których zapisywane były wyniki działania funkcji. Zmienne tablicowe zostały zadeklarowane jako statyczne, co zostało wymuszone przepełniającym się stosem.

Początkowy fragment kodu programu

```
omp_set_dynamic(0);
srand(time(NULL));
int testNumber = 100;
int maxThreads = 12;

//float Vector1[3] = { 1, 2, 3 };
//float Vector2[3] = { 4, 5, 6 };
//float Matrix1[3][3] = { {1,2,3},
//                          {4,5,6},
//                          {7,8,9} };
//float Matrix2[3][3] = { {9,8,7},
//                          {6,5,4},
//                          {3,2,1} };
static float Vector1[N];
static float Vector2[N];
static float Matrix1[N][N];
static float Matrix2[N][N];
static float resultVector[N];
static float resultMatrix[N][N];
//losowanie
for (int i = 0; i < N; i++)
{
    Vector1[i] = fRand();
    Vector2[i] = fRand();
    for (int j = 0; j < N; j++)
    {
        Matrix1[i][j] = fRand();
        Matrix2[i][j] = fRand();
    }
}
//END losowanie
```

Funkcja *fRand()* losuje i zwraca zmiennoprzecinkową liczbę z zakresu -1000 do +1000.

Implementacja funkcji

```
float fRand()
{
    float fMin = -1000;
    float fMax = 1000;
    float f = (float)rand() / RAND_MAX;
    return fMin + f * (fMax - fMin);
}
```

Iloczyn skalarny dwóch wektorów

Wynikiem tego działania jest konkretna liczba. Jest ona sumą iloczynów kolejnych elementów dwóch wektorów. Funkcja realizująca ten algorytm pobiera wektory jako argumenty. Zrównoleglony jest fragment sumujący iloczyny. Kolejne wątki zajmują się odpowiednimi fragmentami wektorów obliczając iloczyny. Po ich wykonaniu wartości częściowe sumowane są do końcowego wyniku. Pojedyncza pętla *for* wskazuje na złożoność obliczeniową $O(n)$.

Implementacja

```
float scalarProductVectorVector(float VectorA[N], float VectorB[N])
{
    float sum = 0;
    #pragma omp parallel for schedule(static) default(none) firstprivate(VectorA, VectorB)
    reduction(+:sum)
    for (int i = 0; i < N; i++)
    {
        sum += VectorA[i] * VectorB[i];
    }
    //cout << "scalarProduct: " << sum << endl;
    return sum;
}
```

Iloczyn macierzy i wektora

W wyniku tego działania otrzymuje się wektor. Funkcja wykonująca pobiera więc oprócz macierzy kwadratowej i wektora wejściowego także wektor wyjściowy, do którego zapisywane są wyniki cząstkowe. Podobnie jak w iloczynie wektorów obliczana jest suma odpowiednich iloczynów. Dodatkowym elementem jest zapis wyliczonej wartości w odpowiednim miejscu wektora wynikowego. Złożoność obliczeniowa $O(n^2)$ wynika z podwójnej pętli *for*. Zrównoleglona jest bardziej złożona część programu, zawierająca obliczenia w pętli oraz operację zapisu do wektora.

Implementacja

```
void productMatrixVector(float Matrix[N][N], float Vector[N], float resultVector[N])
{
    #pragma omp parallel for schedule(static) default(none) firstprivate(Matrix, Vector)
    for (int i = 0; i < N; i++)
    {
        float sum = 0;
        for (int j = 0; j < N; j++)
        {
            sum += Matrix[i][j] * Vector[j];
        }
        resultVector[i] = sum;
        //cout << "resultVector[" << i << "]: " << sum << endl;
    }
}
```

Iloczyn dwóch macierzy

Mnożenie dwóch macierzy kwadratowych daje w wyniku macierz kwadratową o tych samych wymiarach. Konieczne jest więc przekazanie jako argumentu macierzy wynikowej. Uzyskanie wyniku wymaga zastosowanie zagnieżdżonych trzech pętli *for*, co przekłada się na złożoność obliczeniową $O(n^3)$. Część równoległa programu zawiera zagnieżdżone dwie pętle obliczeniowe oraz operację zapisu do macierzy.

Implementacja

```
void productMatrixMatrix(float MatrixA[N][N], float MatrixB[N][N], float resultMatrix[N][N])
{
    #pragma omp parallel for schedule(static) default(none) firstprivate(MatrixA, MatrixB)
    for (int i = 0; i < N; i++)
    {
        for (int j = 0; j < N; j++)
        {
            float sum = 0;
            for (int k = 0; k < N; k++)
            {
                sum += MatrixA[i][k] * MatrixB[k][j];
            }
            resultMatrix[i][j] = sum;
            //cout << "resultMatrix[" << i << "][" << j << "]: " << sum << endl;
        }
    }
}
```

Pomiar czasu

W celu pomiaru czasu obliczeń zaprojektowano odpowiednią pętlę testującą. Pętla zewnętrzna zwiększa liczbę wykorzystywanych wątków. Kolejne pomiary zapisywane są w wektorze *executeTimes*. Jednostką pomiaru czasu jest nanosekunda. Mierzony jest tylko czas wykonywania funkcji realizującej obliczenia. Po zakończeniu testów dla danej liczby wątków wyświetlane są czasy obliczeń posortowane rosnąco.

Implementacja badania czasu na przykładzie iloczynu skalarnego dwóch wektorów

```
//iloczyn skalarny wektorów
for (int i = 1; i <= maxThreads; i++)
{
    omp_set_num_threads(i);
    //badanie czasu obliczania
    vector < long long > executeTimes;
    for (int i = 1; i <= testNumber; i++)
    {
        cout << '\r' << i << '/' << testNumber;
        //pomiar czasu obliczania iloczynu skalarnego
        chrono::steady_clock::time_point start = chrono::steady_clock::now();
        ///////////////
        scalarProductVectorVector(Vector1, Vector2);
        ///////////////
        chrono::steady_clock::time_point end = chrono::steady_clock::now();
        //END pomiar czasu obliczania iloczynu skalarnego

        executeTimes.push_back(chrono::duration_cast<chrono::nanoseconds>(end - start).count());
    }
    cout << "\r\n";
    //wyświetlanie posortowanych czasów obliczania
    sort(executeTimes.begin(), executeTimes.end());
    cout << omp_get_max_threads() << ' ';
    for (const auto& i : executeTimes)
        cout << i << ' ';
    cout << endl;
    //END wyświetlanie posortowanych czasów obliczania

    //END badanie czasu obliczania
}
//END iloczyn skalarny wektorów
```

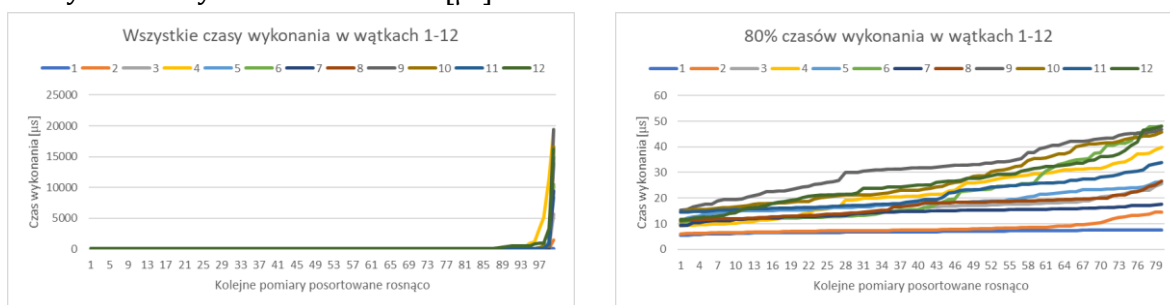
Pomiary

Program został stworzony i skompilowany w programie Visual Studio 2019. Uruchomiony został na urządzeniu o parametrach określonych w tabeli:

LENOVO	Lenovo B50-80 Processor Intel(R) Core(TM) i3-5020U CPU @ 2.20GHz, 2200 MHz, Rdzenie: 2, Procesory logiczne: 4 Nazwa systemu operacyjnego Microsoft Windows 10 Education
--------	--

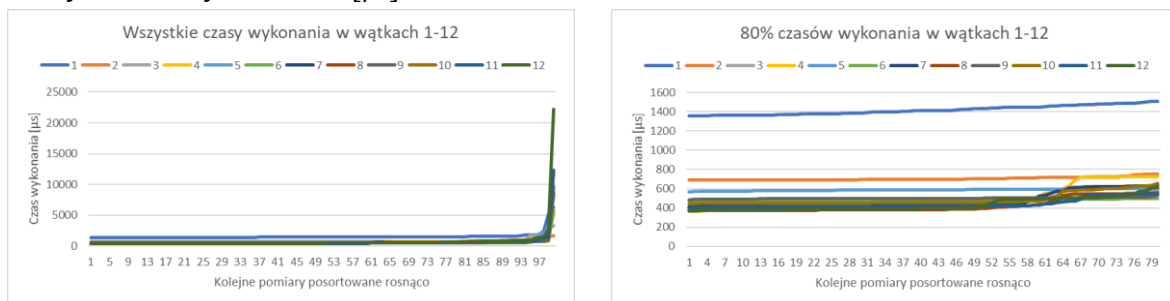
Dla każdej kombinacji od 1 do 12 wątków przeprowadzono 100 pomiarów czasu. W dalszej części zawarto je w tabelach. Poniżej przedstawiono je w formie uporządkowanych wykresów. Najdłuższe czasy wykonania znacząco odstają od reszty wyników. Zdecydowano o odrzuceniu 20 najdłuższych czasów jako wartości zakłócających średni wynik. Ich wpływ maleje wraz z wzrostem złożoności obliczeniowej algorytmu.

Iloczyn skalarny dwóch wektorów [μs]



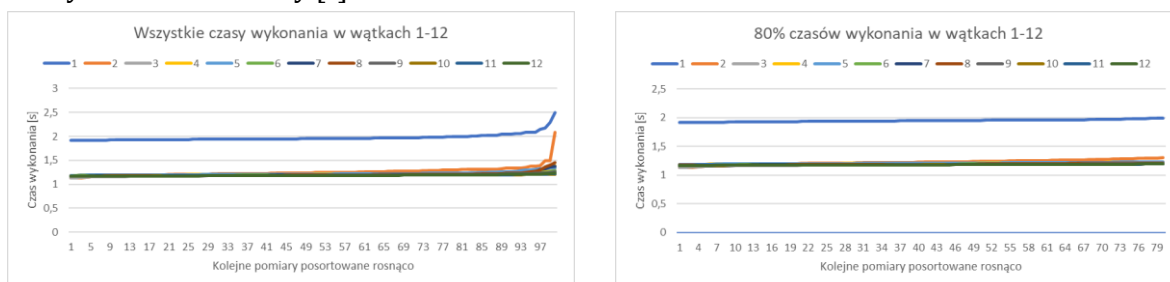
Wątków	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Średnia	7,501	26,242	81,721	447,839	119,220	143,041	109,687	168,650	235,957	207,313	181,198	277,124
Średnia 80%	6,836	8,313	15,904	22,088	18,358	21,808	14,251	16,653	31,574	27,071	21,185	25,981

Iloczyn macierzy i wektora [μs]



Wątków	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Średnia	1546,880	746,705	644,272	572,966	706,408	552,432	629,873	543,941	616,910	683,288	611,154	742,895
Średnia 80%	1417,121	704,296	495,851	464,529	587,288	488,200	473,776	422,183	499,808	487,448	439,030	434,224

Iloczyn dwóch macierzy [s]



Wątków	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Średnia	1,975	1,257	1,203	1,217	1,220	1,197	1,200	1,203	1,189	1,184	1,184	1,184
Średnia 80%	1,947	1,225	1,187	1,209	1,207	1,189	1,188	1,189	1,182	1,180	1,180	1,179

Uporządkowane rosnąco czasy obliczania iloczynu skalarnego dwóch wektorów [ns]

Lp.	Watków											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	5600	6000	9500	9200	11200	10700	9400	11200	15200	14600	14400	11700
2	5600	6200	10000	9300	12300	10800	9400	11300	15600	15300	14500	11700
3	5700	6300	10500	9400	12800	11300	10300	11300	16700	15500	14700	12200
4	5800	6300	10700	9700	12900	11400	10500	11400	17100	15600	14700	12400
5	5900	6300	10800	9700	14100	11500	10800	11600	17700	15600	14900	12800
6	5900	6400	11000	9800	14100	11600	11200	11800	17700	15900	15100	12800
7	6000	6500	11500	9900	14300	11600	11200	11900	18800	16000	15200	12900
8	6100	6500	11500	9900	14300	11700	11200	11900	19300	16300	15200	13100
9	6100	6500	11600	10000	14600	11900	11200	11900	19400	16400	15200	14100
10	6200	6600	11600	10200	14700	11900	11600	11900	19500	16600	15600	14200
11	6300	6600	11700	10600	15000	11900	11700	12000	19800	16900	15600	15600
12	6300	6700	11700	10600	15000	12000	11900	12200	20400	17100	15700	16000
13	6400	6700	12000	10800	15100	12000	11900	12200	21000	17700	15700	16300
14	6400	6700	12300	11500	15100	12100	12300	12400	21500	17800	15700	16500
15	6400	6800	12500	11500	15100	12100	12300	12500	22400	17800	15900	17200
16	6400	6800	12700	11800	15100	12200	12300	12600	22600	17800	16000	17800
17	6400	6800	12800	11900	15200	12200	12300	12800	22800	18000	16000	18300
18	6500	7000	12800	12500	15300	12300	12600	13000	22800	18200	16100	18700
19	6500	7000	12900	12700	15300	12300	12700	13000	23400	18300	16100	19100
20	6500	7000	13000	13000	15400	12300	12700	13000	23800	18600	16300	19300
21	6500	7100	13100	13800	15400	12400	12800	13100	24200	18600	16300	20300
22	6500	7100	13200	13900	15400	12500	12800	13200	24500	18700	16300	20600
23	6500	7100	13300	15400	15700	12500	12800	13300	25300	19700	16400	20900
24	6500	7200	13300	15500	15900	12500	12900	13600	25500	20100	16600	21100
25	6500	7200	13500	15800	16000	12600	13000	13700	26100	20500	16700	21300
26	6600	7200	13600	16300	16200	12800	13100	13700	26400	20700	16800	21300
27	6600	7300	13600	16400	16200	12800	13200	13800	27000	20900	16900	21600
28	6700	7300	13900	19100	16200	12900	13200	14000	29900	21100	17000	21600
29	6700	7300	13900	19200	16400	13000	13800	14200	30000	21200	17000	21600
30	6700	7300	13900	19500	16500	13100	14000	14200	30100	21200	17000	21900
31	6700	7300	14000	19900	16600	13100	14100	14400	30400	21200	17200	23800
32	6700	7300	14200	20000	16600	13400	14300	14900	30700	21300	17400	23900
33	6700	7400	14200	20000	17000	13800	14300	15100	31000	21600	17600	23900
34	6700	7400	14400	20200	17100	14300	14400	15400	31100	21800	17600	23900
35	6700	7400	14700	20400	17300	14800	14500	15400	31200	21900	17600	24300
36	6700	7500	14900	20500	17400	15100	14600	16600	31200	22600	17800	24300
37	6800	7500	15000	20500	17400	15200	14700	16700	31400	22900	17900	24400
38	6800	7500	15000	20600	17500	15200	14700	16800	31600	22900	18300	24600
39	6800	7600	15100	20700	17500	15600	14800	17100	31700	23100	18600	24800
40	6800	7600	15200	20800	17700	15600	14900	17300	31700	23100	19000	25000
41	6800	7600	16200	21200	17900	16200	14900	18000	31800	23600	19300	25100
42	6800	7600	16600	21400	17900	16500	15000	18100	31900	23800	19400	25200
43	6900	7600	16700	21600	18200	17700	15000	18100	32000	24400	19500	26100
44	7000	7800	16800	21600	18200	18300	15000	18100	32200	24700	20100	26500
45	7000	7800	16900	22700	18300	19400	15000	18200	32600	25600	22100	26600
46	7000	7800	16900	23100	18300	19600	15100	18300	32800	26000	22200	26600
47	7000	7800	17000	24600	18400	22600	15200	18300	32800	26300	23000	27000
48	7000	7800	17000	25800	18500	22800	15200	18400	32800	27300	23200	27700
49	7000	8000	17100	25900	18700	23000	15200	18400	33000	28400	23400	27800
50	7000	8000	17100	26100	18700	23300	15200	18500	33200	28700	23400	27800
51	7100	8000	17200	26500	18800	23300	15200	18500	33600	28800	23800	28300
52	7100	8100	17300	26800	18800	23500	15400	18600	33600	30200	24200	28700
53	7100	8300	17400	27300	18900	24500	15400	18600	34200	30800	24400	29100
54	7100	8300	17500	28000	19000	24600	15400	18700	34200	31100	24600	29200
55	7200	8400	17600	28300	19300	24800	15500	18700	34400	31600	24800	29300
56	7200	8400	17600	28500	19500	24800	15500	18900	34900	32300	24900	29500
57	7200	8500	17600	28600	20000	25500	15500	19000	35500	32700	25300	30500
58	7200	8500	17600	28900	20400	25600	15500	19000	37700	34600	25300	31000
59	7200	8700	17800	29400	20800	25800	15600	19000	37800	35400	25600	31500
60	7200	8700	17900	29600	21400	28500	15600	19100	39300	35500	25800	31900
61	7300	8700	18100	29700	21500	30600	15600	19200	39800	35600	25800	32200
62	7300	8800	18200	29900	21700	31700	15700	19200	40600	36400	25900	32200
63	7300	9000	18200	30600	21900	33100	15700	19400	40600	37200	26000	32700
64	7300	9000	18300	30900	22200	33500	15800	19500	41400	37300	26000	32900
65	7300	9200	18400	30900	22500	34500	15900	19500	42000	38000	26900	33000
66	7400	9500	18500	31300	22500	34800	15900	19700	42000	40000	27000	33500
67	7500	9600	18800	31400	23200	35100	16000	19800	42200	40500	27300	33700
68	7500	9800	18900	31500	23200	35500	16000	19800	42500	41100	27300	34600
69	7500	10200	19700	31600	23200	37400	16100	19900	42800	41200	27500	34900
70	7500	10500	20400	31600	23400	37800	16200	19900	43100	41300	28100	36100
71	7500	11100	20600	32400	23500	40600	16200	20000	43300	41500	28400	36200
72	7500	11900	21000	33400	23600	40700	16400	20900	43300	41700	28600	36500
73	7500	12500	21200	33800	23700	41300	16700	21100	44500	42100	29300	37300
74	7600	12600	21800	34000	23800	41300	16700	21200	44900	43000	29900	38600
75	7600	13100	22400	35300	24000	42400	17100	22200	45100	43300	30200	40500
76	7600	13200	22700	37100	24100	45500	17100	22400	45200	43700	30500	41900
77	7600	13600	22900	37200	24200	45700	17200	23200	45300	44300	31100	46400
78	7600	13700	23100	37400	25100	47900	17200	24600	45800	44300	32900	46700
79	7600	14500	24700	38800	26000	47900	17300	25200	46000	44600	33300	47300
80	7600	14500	25500	39800	26400	48000	17500	26600	46700	45700	33900	48100
81	7600	14700	25600	40000	27100	49800	17700	27400	46800	46100	34100	49000
82	7600	14900	26100	41400	27200	50800	17900	29000	46900	46200	34600	50000
83	7700	15000	32900	41600	27300	51900	18300	29000	47000	47100	34800	52900
84	7700	15200	34800	46600	28100	52300	18400	31100	47100	47200	37700	54300
85	7800	15900	34900	48000	28400	52400	18700	31600	47600	47900	38300	58100
86	7800	17200	40300	48500	30400	52400	18900	39300	49000	49200	38700	64200
87	8000	17300	44000	61300	31400	52600	19200	41100	50500	53500	39400	70800
88	8200	17400	50100	77800	31400	53500	19600	42800	50500	55300	40800	168700
89	8300	17500	57100	87400	32900	55500	20000	44600	52600	55600	41000	293600
90	8800	21300	58500	114100	33900	59000	20500	54600	56800	56800	42500	404400
91	9000	22100	68500	283900	35300	63400	20700	45200	57200	58300	43500	441500
92	9200	23800	73100	299500	42500	64700	21600	47600	63800	58800	45800	461500
93	9400	27700	77000	344600	43800	67200	21700	49300	74200	61000	48300	472100
94	9800	28200	77800	431300	51000	69200	2					

Uporządkowane rosnąco czasy obliczania iloczynu macierzy i wektora [ns]

Lp.	Watków											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1356700	689400	473700	367400	565100	477700	413200	368500	485100	442500	401900	374100
2	1359600	689900	474300	368800	572700	478600	417200	369600	488900	442700	403200	375300
3	1360100	690200	475900	369700	574100	480500	417900	370200	489500	445700	403300	376900
4	1360200	690200	477500	371300	574600	481200	418500	370900	489800	445900	404500	377300
5	1361100	690300	478100	371600	574700	481600	418500	371400	490100	446700	405100	378500
6	1361500	690400	478500	372100	574800	483300	418700	371600	490500	446800	406900	380500
7	1361700	690500	478500	372200	575100	483400	418700	371700	491200	446900	407700	380600
8	1362200	690500	481100	372500	575200	483600	419000	373600	491300	447000	408400	382600
9	1362300	690600	482100	373700	575700	483700	419400	374100	491900	447000	409500	382600
10	1362600	690800	482600	374100	575800	484000	420000	374300	492300	447200	410500	382700
11	1363900	690800	482800	374300	575900	484000	420500	374600	492500	448200	410700	382800
12	1365300	691000	483000	374700	578500	484200	420500	374800	493000	449300	410700	382800
13	1365600	691100	483000	374800	578800	484200	420900	375000	494000	449500	411100	382900
14	1365700	691200	483200	374800	580000	484300	421000	375300	494400	449800	411400	383100
15	1366100	691200	483300	375400	580200	484700	421000	375400	494500	450200	411700	383300
16	1367700	691200	483400	375600	580500	484700	421200	375800	494800	450200	411800	383400
17	1368200	691300	483400	375600	580800	484900	421200	375900	495100	450300	412100	383600
18	1373600	691700	484400	375700	581600	484900	421500	376200	495100	450400	412200	383900
19	1373700	691800	484600	376100	581700	485100	421500	376300	495400	450400	412400	383900
20	1374400	692000	484700	376200	582200	485100	421700	376500	495600	450700	412700	384000
21	1374400	692200	484900	376200	582300	485400	421900	376600	495800	450800	412800	384200
22	1375000	692200	485300	376400	582700	485500	422000	376700	496300	450900	412800	384300
23	1375500	692200	485500	376900	582800	485500	422200	377500	496400	451000	413100	384600
24	1376100	692400	485600	377300	582800	485600	422600	377800	496400	451100	413300	384900
25	1380700	692400	486000	377400	582800	485700	423100	378000	496600	451200	413400	385400
26	1381000	692400	486000	377500	583600	486100	423200	378100	496600	451400	413900	385500
27	1382700	692500	486100	377500	583800	486300	423500	378400	496900	451500	414000	385800
28	1385100	692900	486300	379100	583900	486300	424000	379000	497000	451600	414800	385900
29	1386100	693100	486400	379200	584000	486500	424500	379100	497000	451700	414800	385900
30	1386500	693200	486500	379900	584100	486700	424700	379300	497000	452300	414900	387000
31	1388600	693400	486600	380100	584500	487000	424900	379600	497100	452300	415300	387200
32	1397400	693400	486700	380400	584600	487200	425000	379700	497500	452500	415500	387300
33	1399800	693700	486800	381500	585100	487300	425400	379700	497500	452700	415500	388100
34	1400400	693900	487000	381900	585600	487700	425700	379900	497600	452800	416000	388300
35	1400400	694000	487100	381900	586000	487800	425800	380000	497800	452900	416100	388600
36	1401000	694100	487100	382100	586100	487900	425900	380000	498000	453600	416500	388800
37	1407900	694700	487500	382400	586100	488000	426100	380100	498100	453800	416600	388800
38	1408600	694900	487800	383300	586400	488100	426100	380500	498300	454100	416700	389300
39	1409000	696500	488000	383900	586600	488300	426300	381300	498300	454100	416700	390200
40	1409300	697000	488000	384100	586700	488300	426500	381600	498700	454900	417000	391100
41	1409400	697300	488100	385300	587000	488600	428300	381800	498800	455400	417000	391300
42	1409500	698500	488500	386400	587600	488600	428700	382800	499100	455800	417100	392100
43	1409900	699100	488600	386800	588400	488800	428900	383300	499200	455800	417100	393500
44	1410600	699200	488800	390100	588500	488800	428900	383500	499400	456100	417300	394900
45	1411000	699200	489100	391000	588600	488900	429100	384100	499600	456300	418200	395000
46	1420700	699400	489200	391000	589100	489100	429500	384800	499900	456400	418300	396000
47	1427300	699600	489400	392000	589900	489200	429700	388600	500100	457300	418300	397400
48	1428100	700400	489500	399200	590200	489300	429900	388800	500100	457400	418600	397500
49	1431200	701000	489800	402200	590200	489300	430000	390300	500200	457400	419200	399400
50	1432300	701900	490100	403700	590200	489400	430700	396300	500500	458900	419400	412700
51	1432800	702000	490200	405500	590900	489700	430800	396500	501000	459500	419400	430000
52	1438600	702200	490700	419800	590900	489900	431400	404200	501000	460100	419600	445900
53	1440500	704200	491300	424200	591000	490100	438700	404700	501100	460100	420200	482400
54	1445100	705800	494200	433400	591400	490100	440300	406800	501400	460300	420400	489600
55	1445200	708800	495800	435100	591400	490400	441200	411800	502100	462500	421100	492300
56	1446400	709800	496300	443600	591900	490500	445300	414700	502200	465200	421200	492500
57	1446600	710300	496400	455800	592300	490600	445500	422500	502400	466300	422700	492900
58	1447500	710500	496700	462700	592700	490700	445900	423800	502700	470100	424600	495900
59	1447900	712700	497400	482500	592800	490900	485900	430700	502800	471500	425400	497600
60	1449900	714300	497800	514000	593600	491000	522400	437400	503100	471800	425700	498500
61	1453300	714700	498200	555000	594200	491100	531100	445300	503200	484800	439900	499400
62	1459200	716600	500400	561900	594300	491100	550100	468700	503700	512500	442500	500100
63	1460500	717500	500800	576400	594400	491400	572900	478600	504100	523100	456600	500100
64	1467800	718100	501200	598900	594500	491500	574800	534500	504300	573900	463400	502600
65	1469600	719400	501700	626200	594900	491900	608900	535500	504600	578600	466200	502600
66	1470300	719500	503200	683400	595100	492000	613300	544200	505100	580800	470400	507100
67	1474500	720600	505200	715700	596400	492000	617100	545200	505100	583700	491400	511400
68	1476100	722300	507600	716100	596500	492200	617700	545800	505300	584600	492900	511700
69	1477300	724200	513600	717900	596600	492300	618100	546500	505300	586200	529100	512300
70	1480600	724800	515200	718500	596800	492900	618900	547900	506000	592700	534800	514000
71	1481400	724900	515200	718800	597000	493100	620300	548100	508800	596900	537700	514300
72	1483200	726500	518200	718900	597500	493300	620500	548300	509100	601900	538200	517200
73	1487000	727500	523000	720300	597600	493500	620800	548500	509500	602000	539000	521700
74	1487600	728200	525100	720800	597700	493900	622200	548500	509900	607700	541300	524100
75	1490300	732200	527400	721800	598500	494000	625200	549600	510100	613400	541900	532900
76	1490700	743600	537300	723400	598800	494500	626700	550700	511600	618100	543100	542200
77	1492600	745500	554200	723900	599400	494500	626900	551900	512300	624600	543700	573000
78	1505000	750700	571300	724400	600100	494700	628400	552300	514000	626600	544100	576800
79	1506800	751600	579100	724500	602700	495500	631200	555200	517100	632400	545300	608900
80	1507700	751900	583000	725600	602900	495800	640800	557300	528900	652500	546500	612100
81	1508700	756300	586100	726000	603400	496300	657000	558100	531400	666000	548700	631900
82	1513400	758400	629800	726000	604900	496400	663600	559300	531700	671900	548700	636400
83	1515500	770600	634700	726100	606300	497500	663700	559900	532400	713800	551900	638400
84	1516400	771100	736800	726100	627400	497900	664700	560000	534700	762500	554900	640700

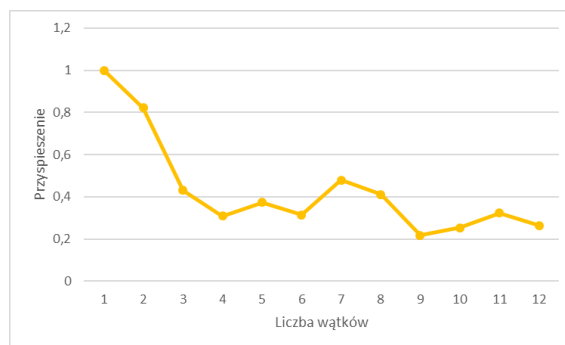
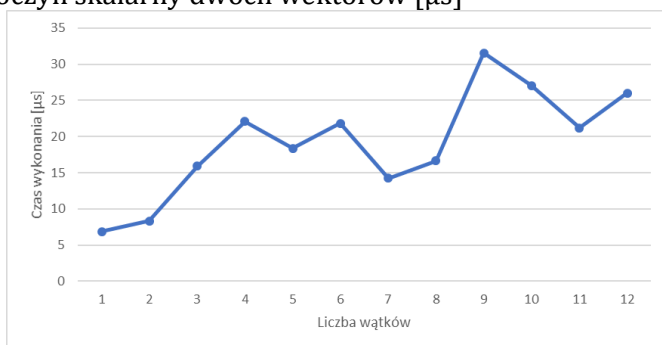
Uporządkowane rosnąco czasy obliczania iloczynu dwóch macierzy [ns]

Lp.	Watków											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1911217700	1131808400	1131343100	1185553000	1181848600	1174251500	1172397100	1169918000	1167140300	1164539900	1165238200	1164760900
2	1913114400	1133316500	1135168000	1187136200	1187155300	1176001100	1173366100	1170109500	1167280700	1165837800	1167453200	1164952200
3	1915266800	1135031200	1137365200	1187908200	1187581300	1176408100	1173634000	1172029400	1167732000	1166622600	1168812100	1167199400
4	1916448300	1137419400	1137752500	1189779000	1188665800	1177392900	1173943300	1173562700	1167962600	1166709500	1169277100	1167392900
5	1916627400	1154567200	1150970900	1190395200	1189208300	1177456200	1175301200	1173817900	1168702300	1166722500	1169965600	1168242800
6	1916891600	1155901000	1151699000	1191006800	1189321900	1177468100	1175462200	1173920000	1170366000	1167424600	1170111800	1168760600
7	1917515900	1162120100	1152181500	1191966700	1190816300	1177778900	1176955800	1174068100	1171333300	1167626100	1170442000	1169178100
8	1920513900	1172859900	1152684100	1193863700	1190850600	1178202100	1177143900	1176443800	1171427800	1168469100	1171102100	1169733900
9	1923536400	1176189900	1156730400	1194575800	1191058100	1178949700	1177461100	1177627000	117185600	1169177600	1171876400	1170020100
10	1924651000	1179554200	1159943800	1194631200	1191252200	1178972400	1178470600	1177847400	1171789000	1169567000	1172118900	1170043900
11	1926584600	1182823700	1160734200	1195370700	1191498300	1180398700	1178796800	1178260500	1171878400	1169933900	1172185700	1170329100
12	1927178200	1183027400	1161610600	1195507500	1191971500	1180489500	1179224100	1178519300	1172198000	1170305800	1172508900	1170416600
13	1927247100	1184553100	1161672000	1195785300	1192319300	1180583700	1180393800	1178669200	1172232400	1173223400	1172644800	1170481100
14	1927635800	1185110100	1163102700	1197039000	1192479100	1180809600	1180427700	1178891400	11728282500	1173334100	1172914400	1170665200
15	1927812700	1185907400	1164157100	1197194800	1194283800	1181284400	1180747700	1179143500	1172457600	1173816700	1173382800	1170690100
16	1928744300	1186396800	1165135000	1197385000	1194700100	1181410700	1181110100	1179499800	1172569900	1173838000	1173539800	1171136600
17	1930242600	1191127200	1165262300	1197393100	1194899200	1182521300	1181193000	1179630800	1172886700	1173857600	1173544700	1171915000
18	1931247100	1196946600	1165443300	1197632700	1195013200	1182955900	1181575500	1179809400	1173517000	1174706300	1174047100	1171422200
19	1931440600	1197315200	1166371400	1198231100	1195296200	1183472200	1181790200	1180272700	1173967300	1175074100	1174175700	1171606400
20	1931536700	1198401400	1168051000	1198595800	1196120000	1183528500	1181794800	1180287900	1174495900	1175195300	1174564400	1171864400
21	1934228900	1201670400	1169605400	1198737100	1196187900	1183893200	1181805000	1180909000	1174961000	1175378500	1174773000	1172515800
22	1934398100	1201955900	1169847000	1199359600	1196403200	1184106700	1181979600	1181128100	1175810800	1175406700	1175026300	1172899600
23	1934481900	1202943900	1169883400	1199502400	1198762000	1184522000	1182463000	1181377600	1176109000	1175482900	1175145200	1173681700
24	1934617300	1206879000	1171885300	1200038300	1198840000	1184747700	1182531900	1181443300	1176313100	1175579600	1175295500	1173778400
25	1934826300	1207831500	1172249100	1200857700	1199435200	1184892200	1182569600	1181502500	1176453000	1175863900	1175413700	1173918600
26	1935860200	1209974300	1172714900	1200922300	1199663700	1185280700	1182646900	1181586200	1176525600	1175881000	1175574900	1174061500
27	1938003800	1210076400	1174131500	1200998200	1200075200	1185354000	1182856100	1181631200	1177209800	1175963800	1175955400	1174339700
28	1938862200	1210231700	1174486500	1201864300	1200551600	1185713500	1182973800	1182791400	1177619100	1176356800	1176367500	1174696900
29	1940600200	1212082900	1176290000	1202094300	1201316500	1185865100	1183099300	1183076900	1178176500	1176405100	1176551200	1174841600
30	1940914500	1214580000	1176627100	1202265900	1201519200	1186137700	1183362700	1183198600	1178381700	1176957700	1176546700	1176446100
31	1941434800	1216359400	1176784600	1203016300	1201964600	1186137700	1184104300	1183551800	1178451100	1177038100	1176732300	1176523700
32	1941440800	1216428900	1177554300	1203127400	1202028900	1186203800	1185244300	1183801900	1178778900	1177101200	1177039200	1176613800
33	1941999100	1216845000	1179655500	1203228100	1202308700	1186532400	1185433600	1183830900	1179570600	1177661700	1177769000	1176716200
34	1942355500	1216982200	1181183900	1204431000	1202774600	1186671400	1185806300	1183998400	1179714100	1177687100	1177870500	1176866900
35	1942679400	1217857800	1182441700	1205297700	1202934500	1187532000	1185850600	1184042700	1180450600	1178112300	1177892600	1177139500
36	1942968500	1218219400	1183028700	1205664900	1203415500	1187781600	1186405100	1184591600	1180539000	1178200600	1177908000	1177286500
37	1944014700	1218279300	1184713600	1205713200	1203725500	1187816500	1186752400	1184755700	1180950200	1178394000	1178000000	1177389300
38	1945126300	1221102500	1187044700	1206639600	1204062300	1188160500	1186901500	1185104400	1181212100	1178437800	1178021400	1177921200
39	1945544600	1221309300	1187372500	1207710600	1204138800	1188240900	1186984600	1185677700	1181322200	1179100000	1178349000	1178105800
40	1945569000	1224992100	1189083600	1207765500	1204436400	1188556600	1187210500	1186219000	1181842200	1179210200	1178450500	1178128600
41	1945929700	1225118200	1189469100	1208380000	1204513900	1189170600	1187222300	1186661600	1182663600	1180963400	1179056500	1179185700
42	1946121300	1227852500	1189861900	1208668800	1204697400	1189173900	1188097800	1186706600	1182684200	1180602400	1179166700	1179557900
43	1946637700	1228416900	1190228100	1208774900	1204909900	1189445900	1188427900	1184545700	1180788100	1179203600	1179814200	
44	1946905200	1228652900	1191264000	1209116100	1205027000	1189579300	1188647700	1186852600	1184603800	1180800200	1179859000	1179824800
45	1947437700	1229317900	1192606800	1209731000	1206172000	1189757900	1188927500	1188673700	1185270800	1179823000	1180109500	1179829900
46	1947644500	1230687100	1192638900	1210716300	1206369300	1189995500	1189134100	1188879700	1185620100	1181391400	1180164700	1180023600
47	1947897500	1231433000	1192788500	1211386500	1208581600	1191044800	1189530800	1188889800	1185817700	1181555000	1180845700	1180422300
48	1949431200	1231463200	1194265600	1211586500	1208723600	1191115100	1189639800	1190086800	1186343100	1181802500	1182144100	1180607000
49	1949497600	1234668600	1194275900	1211633300	1208832800	1191350300	1189981700	1190398800	1186345000	1182140600	1186121300	1180618300
50	1950771800	1236685600	1194927800	1212982000	1209352400	1191389200	1189999600	1190833800	1186368200	1182143000	1186166800	1181220300
51	1953992200	1240153800	1195717400	1215420900	1211910000	1191418100	1190340300	1191316500	1186676000	1182430000	1182023600	1181407600
52	1954224000	1240900700	1198065500	1215916700	1211731300	1191490900	1191500100	1193046500	1186717900	1182702600	1183223400	1181752300
53	1954546900	1242804700	1198412400	1216746700	1211989900	1191581700	1191669500	1193626800	1186779300	1183108300	1183309600	1181859000
54	1955613800	1244032900	1199637300	1216863800	1212494400	1192107000	1192065800	1194208300	1187837900	1183445700	1183566100	1182196900
55	1956330500	1246082300	1202513700	1216928600	1213607300	1192458000	1192154800	1195400200	1187946400	1184389000	1184128200	1182218900
56	1957136000	1247600200	1202527300	1217095000	1213663000	1192985000	1192383500	1196015900	1187982300	1184663100	1184837400	1182268700
57	1957897900	1249107000	1204564600	1218222000	1213937900	1194139000	1192602200	1196538900	1188310800	1184809900	1184875000	1182924500
58	1957924800	1249873700	1205748500	1219003800	1214063300	1194647600	1193001500	1188773700	1187970700	1184861200	1185345300	1183271200
59	1958472300	1250358100	1206085100	1219118600	1214808600	1194722900	1193717200	1197642300	1189134400	1185071800	1186029600	1183615300
60	1959138100	1252641800	1206546700	1219673800	1215634400	1194782500	1193735100	1198740400	1189261100	1185159100	1186196300	1183615700
61	1959738600	1254779500	1207371500	1220042100	1216064100	1194954300	1194061600	1198790000	1189560600	1186167600	1186209900	1183997600
62	1960407500	1256991300	1207524200	1220205200	1216690000	1196220300	1195020600	1197176900	1189844400	1186717800	1186830800	1184546200
63	1961935900	1263196600	1209162300	1220429100	1217123400	1196806600	1195031200	1200378100	1189970000	1186209600	1180720500	1184958500
64	1962548900	1263480600	1209299300	1220638300	121							

Średnie czasy wykonania

Średnie czasy zostały wyliczone z 80% najlepszych czasów wykonania

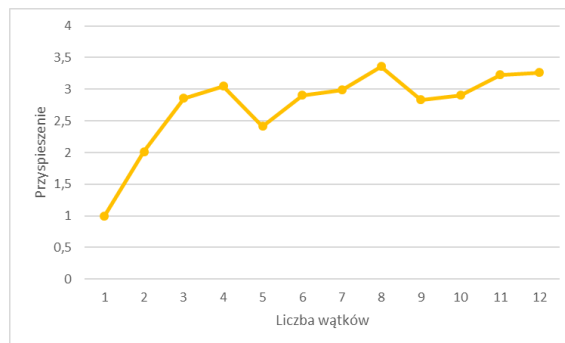
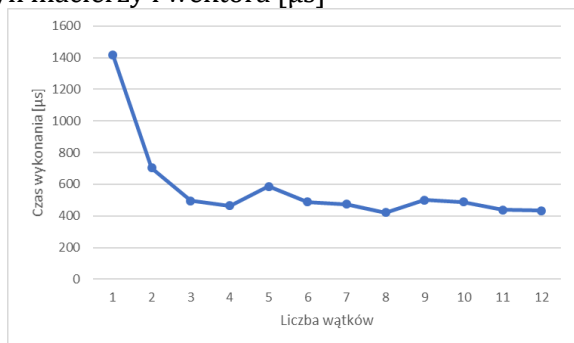
Iloczyn skalarny dwóch wektorów [μs]



Wątków	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Przyspieszenie	1	0,822	0,430	0,310	0,372	0,313	0,480	0,411	0,217	0,253	0,323	0,263

W przypadku zrównoleglenia nieskomplikowanego fragmentu programu wielowątkowość nie przynosi żadnych korzyści. Tworzenie kolejnych wątków nie tylko nie przyspiesza działania, ale wręcz je spowalnia. Ogólny trend nie daje podstaw do sądenia że większa liczba wątków może pozytywnie wpłynąć na czas realizacji. Nie jest uzasadnione korzystanie z wielu wątków w przypadku prostych operacji.

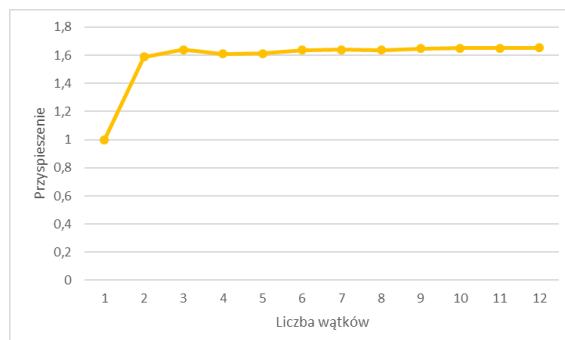
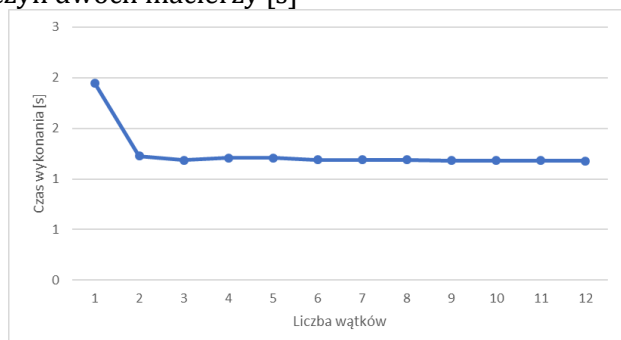
Iloczyn macierzy i wektora [μs]



Wątków	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Przyspieszenie	1	2,012	2,858	3,051	2,413	2,903	2,991	3,357	2,835	2,907	3,228	3,264

Algorytm o złożoności $O(n^2)$ pozwala na uzyskanie przyspieszenia superliniowego. W przypadku wykorzystania dwóch wątków czas wykonania zmniejszy się nieco ponad dwa razy. Dalsza poprawa osiąga nieco mniejsze wartości, ale nadal następuje progres. Obliczenia przy wykorzystaniu 5 wątków nie wykorzystują w optymalny sposób procesora wyposażonego w 4 procesory logiczne. Uwidacznia się schemat, w którym spadki przyspieszenia występują przy wykorzystaniu $4k+1$ wątków, gdzie k jest liczbą naturalną. Najlepszy czas uzyskano przy wykorzystaniu ośmiu wątków, co daje podstawy sądzić, że dalsze zwiększanie liczby wątków nie ma sensu.

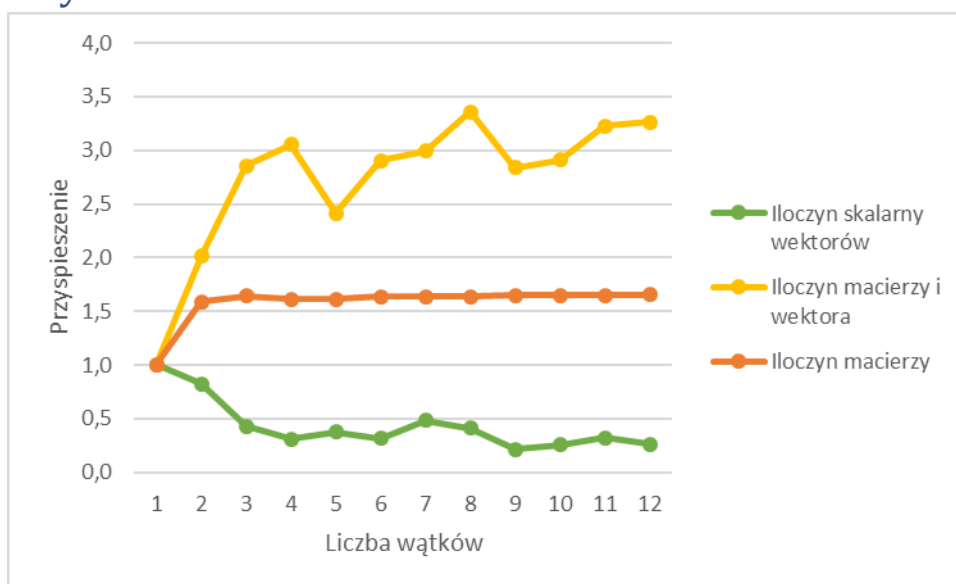
Iloczyn dwóch macierzy [s]



Wątków	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Przyspieszenie	1	1,589	1,641	1,611	1,613	1,637	1,639	1,638	1,647	1,650	1,650	1,652

Równoległa implementacja złożonych obliczeń pozwala na wydajne wykorzystanie wielowątkowości. Znacząca poprawa następuje jednak tylko przy wykorzystaniu dwóch wątków. Przyspieszenie co prawda rośnie wraz ze zwiększaniem liczby wątków, jednak są to wartości o wiele mniejsze. Efektem jest ustalenie się pewnego poziomu przyspieszenia.

Analiza wyników



Powyżej zestawiono wykresy przyspieszenia w trzech algorytmach o różnej złożoności obliczeniowej. Równoległe wykonywanie zbyt prostych obliczeń tylko pogarsza ich czas wykonywania. Wielowątkowe realizowanie zbyt złożonych obliczeń dość szybko osiąga maksymalny poziom, gdy korzyści z wykorzystania wielu procesorów niwelowane są przez narzuty na komunikację między procesorami. Optymalne wykorzystanie zjawiska wielowątkowości wymaga odpowiedniej złożoności obliczeniowej implementowanego algorytmu.

Niewielka liczba fizycznych rdzeni procesora na którym przeprowadzono obliczenia może ograniczać możliwości uzyskania lepszego przyspieszenia. Procesor dodatkowo jest obciążany innymi procesami działającymi w systemie operacyjnym. Uruchomienie obliczeń na maszynie nieobciążonej innymi zadaniami pozwoliłoby na uzyskanie wyników wolnych od „zakłóceń”.