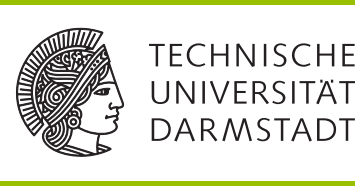
Data Mining und Maschinelles Lernen

Häufige Mengen und PageRank



“Data Mining is a non-trivial process of identifying valid, novel, potentially useful and ultimately understandable patterns in data.”
— (Fayyad et al. 1996)

Basierend auf Folien von Katharina Morik, Johannes Fürnkranz, Christoph Sawade, Niels Landwehr Tobias Scheffer und Uwe Ligges. Danke fürs Offenlegen der Folien.

Gliederung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Apriori

Ranking von Web-Seiten

Data Mining: Beispiel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Anwendung: Optimierung von Supermärkten
Ziel: häufig gemeinsam gekaufte Dinge gruppieren

- Datengrundlage:
  - Logfiles von Registrierkassen
- Häufig zitiertes Beispiel:
  - Windeln und Bier
  - wahrscheinlich ein Mythos...
- Populäre Anwendung im Netz
  - Recommender-Systeme
  - Kunden, die A kauften, kauften auch B

Lernen von Assoziationsregeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Gegeben:

- Eine Menge von Einkäufen, z.B.
  - Nudeln, Tomaten, Basilikum, Tageszeitung
  - Brötchen, Tageszeitung
  - Nudeln, Tomaten, Hackfleisch, Basilikum, Zigaretten
  - ...

Finde:

- Häufige Muster in Form von Regeln, z.B.
  - Wenn Nudeln, dann auch Tomaten
  - Wenn Hackfleisch und Basilikum, dann auch Nudeln und Tomaten
  - Wenn Brötchen, dann auch Tageszeitung
  - ...

Lernen von Assoziationsregeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Gegeben:

- R eine Menge von Objekten, die binäre Werte haben
- t eine Transaktion, $t \subseteq R$
- r eine Menge von Transaktionen
- $s_{min} \in [0, 1]$ die minimale Unterstützung,
- $conf_{min} \in [0, 1]$ die minimale Konfidenz

Finde alle Regeln c der Form $X \rightarrow Y$, wobei $X \subseteq R$, $Y \subseteq R$, $X \cap Y = \{\}$

$$s(r, c) = \frac{|\{t \in r \mid X \cup Y \subseteq t\}|}{|r|} \geq s_{min} \tag{1}$$

$$conf(r, c) = \frac{|\{t \in r \mid X \cup Y \subseteq t\}|}{|\{t \in r \mid X \subseteq r\}|} \geq conf_{min} \tag{2}$$

Binäre Datenbanken

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sei R eine Menge von Objekten, die binäre Werte haben, und r eine Menge von Transaktionen, dann ist $t \in r$ eine Transaktion und die Objekte mit dem Wert 1 sind eine Teilmenge aller Objekte.

$$R = \{A, B, C\}$$

$$t = \{B, C\} \subseteq R$$

A	B	C	ID
0	1	1	1
1	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4

Warenkorbanalyse

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Aftershave	Bier	Chips	EinkaufsID
0	1	1	1
1	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4

$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Bier}\}$ $\quad s = \frac{1}{4}, conf = \frac{1}{2}$

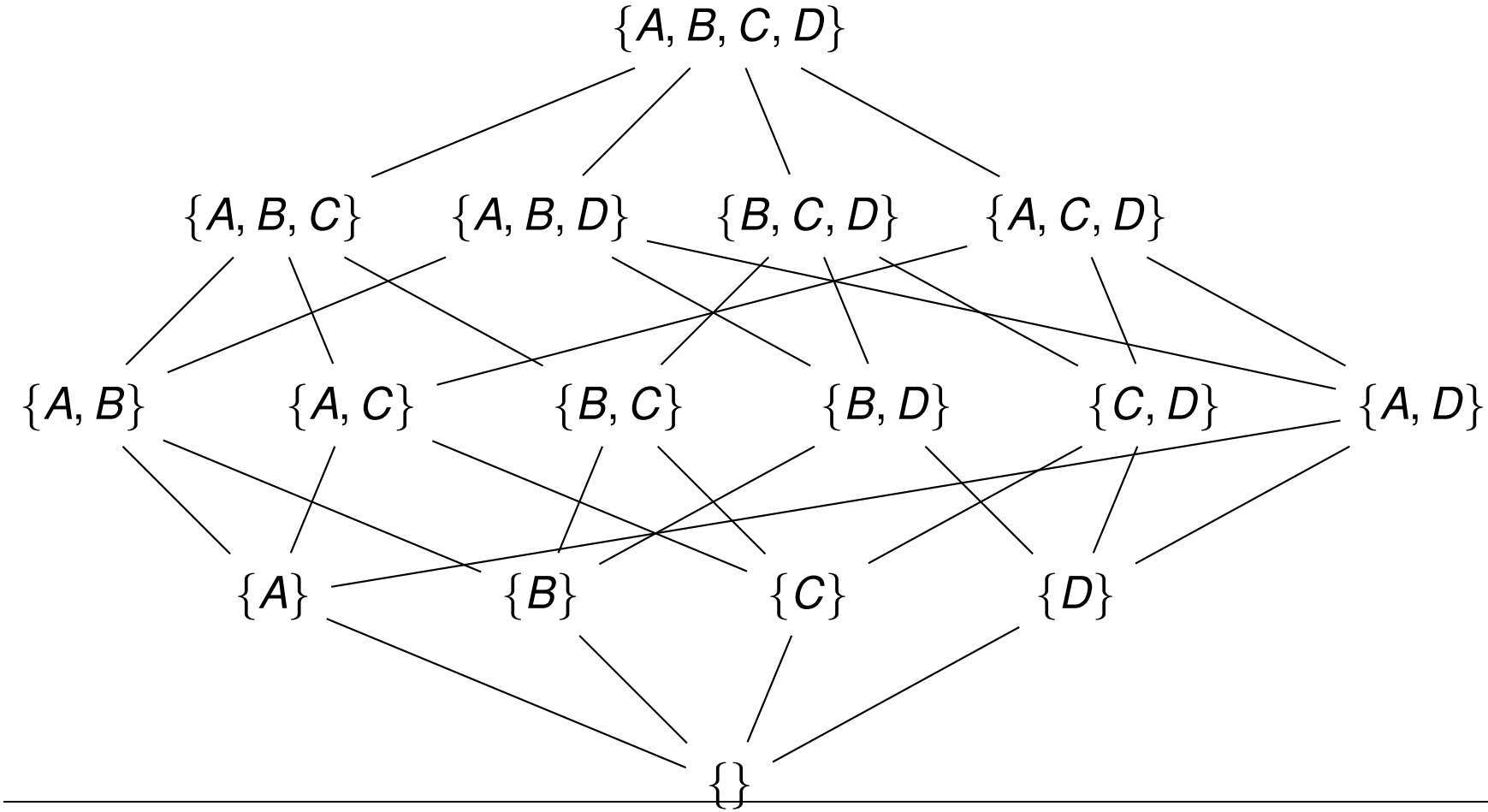
$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Chips}\}$ $\quad s = 0$

$\{\text{Bier}\} \rightarrow \{\text{Chips}\}$ $\quad s = \frac{1}{2}, conf = \frac{2}{3}$ (zusammen anbieten?)

$\{\text{Chips}\} \rightarrow \{\text{Aftershave}\}$ $\quad s = 0$

$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Bier, Chips}\}$ $\quad s = 0$

Verband



Ordnungsrelation

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Hier ist die Ordnungsrelation die Teilmengenbeziehung.
- Eine Menge S_1 ist größer als eine Menge S_2, wenn $S_1 \supseteq S_2$.
- Eine kleinere Menge ist allgemeiner.

Assoziationsregeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

LH: Assoziationsregeln sind keine logischen Regeln!

- In der Konklusion können mehrere Attribute stehen
- Attribute sind immer nur binär.
- Mehrere Assoziationsregeln zusammen ergeben kein Programm.

LE: Binärvektoren (Transaktionen)

- Attribute sind eindeutig geordnet.

Aufgabe:

- Aus häufigen Mengen Assoziationsregeln herstellen

Apriori Algorithmus

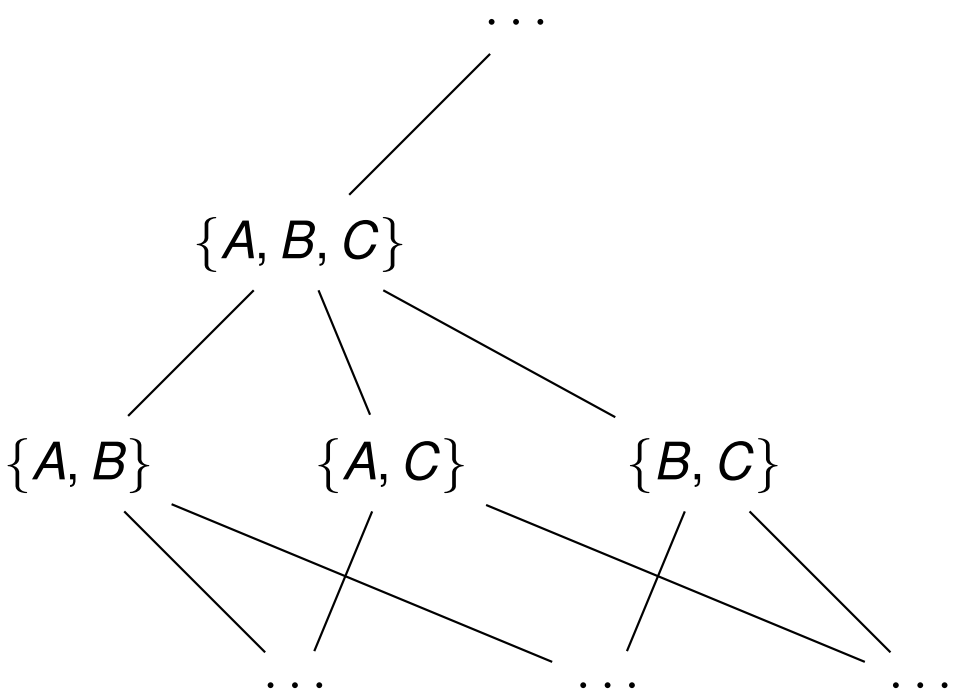
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

LH des Zwischenschritts: Häufige Mengen $L_k = X \cup Y$ mit k Objekten (large itemsets, frequent sets)

- Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen. (Anti-Monotonie)
- Wenn eine Menge selten ist, so auch all ihre Obermengen. (Monotonie)
- Wenn X in L_{k+1} dann alle $S_i \subseteq X$ in L_k (Anti-Monotonie)
- Alle Mengen L_k, die $k-1$ Objekte gemeinsam haben, werden vereinigt zu L_{k+1}.

Dies ist der Kern des Algorithmus, die Kandidatengenerierung.

Beispiel



- Wenn $\{A, B, C\}$ häufig ist, dann sind auch $\{A, B\}$, $\{A, C\}$, $\{B, C\}$ häufig.
- Das bedeutet, daß$\{A, B\}$, $\{A, C\}$, $\{B, C\}$ ($k = 2$) häufig sein müssen, damit $\{A, B, C\}$ ($k + 1 = 3$) häufig sein *kann*.
- Also ergeben die häufigen Mengen aus L_k die Kandidaten C_{k+1}

Beispiel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Gesucht werden Kandidaten mit $k + 1 = 5$ (also k=4)

$L_4 = \{\{ABCD\}, \{ABCE\}, \{ABDE\}, \{ACDE\}, \{BCDE\}\}$ die aktuellen häufigen Mengen

- $k - 1$ Stellen gemeinsam vereinigen zu:
  denn die müssen schon häufug gewesen sein
  $l = \{ABCDE\}$
- Sind alle k langen Teilmengen von l in L_4?
  $\{ABCD\}\{ABCE\}\{ABDE\}\{ACDE\}\{BCDE\}$ - ja!
- Dann wird l Kandidat C_5.

$L4 = \{\{ABCD\}, \{ABCE\}\}$
$l = \{ABCDE\}$

- Sind alle Teilmengen von l in L_4?
  $\{ABCD\}\{ABCE\}\{ABDE\}\{ACDE\}\{BCDE\}$ - nein!
- Dann wird l nicht zum Kandidaten.

Kandidatengenerierung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Erzeuge-Kandidaten(L_k)
  - $C_{k+1} := \{\}$
  - For all l_1, l_2 in L_k, sodass

$$l_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k\} \text{ und}$$

$$l_2 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i'_k\} i'_k < i_k$$

effiziente Aufzählung aller Teilmengen

  - $l := \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k, i'_k\}$
  - if alle k-elementigen Teilmengen von l in L_k sind, then

$$C_{k+1} := C_{k+1} \cup \{l\}$$

  - return C_{k+1}
- Prune(C_{k+1}, r) vergleicht Häufigkeit von Kandidaten mit s_{min}.

behalte nur die Kandidaten, die über dem Threshold der Häufigkeiten sein.

Häufige Mengen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Häufige-Mengen(R, r, s_{min})
  - $C_1 := \cup_{i \in R} i$, $k = 1$
  - $L_1 :=$ Prune(C_1)
  - while $L_k \neq \{\}$
    - $C_{k+1} :=$ Erzeuge-Kandidaten(L_k)
    - $L_{k+1} :=$ Prune(C_{k+1}, r)
    - $k := k + 1$
    - return $\cup_{j=2}^{k} L_j$

APRIORI

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Apriori(R, r, s_{min}, $conf_{min}$)
  - L :=Häufige-Mengen(R, r, s_{min})
  - c :=Regeln (L, $conf_{min}$)
  - return c

Regelgenerierung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Aus den häufigen Mengen werden Regeln geformt. Wenn die Konklusion länger wird, kann die Konfidenz sinken. Die Ordnung der Attribute wird ausgenutzt:

$$
\begin{array}{lll}
l_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k\} & c_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}\} \rightarrow \{i_k\} & conf_1 \\
l_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k\} & c_2 = \{i_1, \cdots\} \rightarrow \{i_{k-1}, i_k\} & conf_2 \\
\cdots & \cdots & \cdots \\
l_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k\} & c_k = \{i_1\} \rightarrow \{\cdots, i_{k-1}, i_k\} & conf_k
\end{array}
$$

$$conf_1 \geq conf_2 \geq \cdots \geq conf_k$$

Was wissen Sie jetzt?

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Assoziationsregeln sind keine logischen Regeln.
- Anti-Monotonie der Häufigkeit: Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen.
- Man erzeugt häufige Mengen, indem man häufige Teilmengen zu einer Menge hinzufügt und diese Mengen dann auf Häufigkeit testet. Bottom-up Suche im Verband der Mengen.
- Monotonie der Seltenheit: Wenn eine Teilmenge selten ist, so auch jede Menge, die sie enthält.
- Man beschneidet die Suche, indem Mengen mit einer seltenen Teilmenge nicht weiter betrachtet werden.

Probleme von Apriori

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Im schlimmsten Fall ist Apriori exponentiell in R, weil womöglich alle Teilmengen gebildet würden. In der Praxis sind die Transaktionen aber spärlich besetzt. Die Beschneidung durch s_{min} und $conf_{min}$ reicht bei der Warenkorbanalyse meist aus.
- Apriori liefert unglaublich viele Regeln.
- Die Regeln sind höchst redundant.
- Die Regeln sind irreführend, weil die Kriterien die a priori Wahrscheinlichkeit nicht berücksichtigen. Wenn sowieso alle Cornflakes essen, dann essen auch hinreichend viele Fußballer Cornflakes.

Prinzipien für Regelbewertungen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. $RI(A \to B) = 0$, wenn $|A \to B| = \frac{(|A||B|)}{|r|}$
   A und B sind unabhängig.
2. $RI(A \to B)$ steigt monoton mit $|A \to B|$.
3. $RI(A \to B)$ fällt monoton mit $|A|$ oder $|B|$.

Also:

- $RI > 0$, wenn $|A \to B| > \frac{(|A||B|)}{|r|}$, d.h. wenn A positiv mit B korreliert ist.
- $RI < 0$, wenn $|A \to B| > \frac{(|A||B|)}{|r|}$, d.h. wenn A negativ mit B korreliert ist.

Wir wissen, dass immer $|A \to B| \leq |A| \leq |B|$ gilt, also

- RI_{min}, wenn $|A \to B| = |A|$ oder $|A| = |B|$
- RI_{max}, wenn $|A \to B| = |A| = |B|$

Piatetsky-Shapiro 1991

Konfidenz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Die Konfidenz erfüllt die Prinzipien nicht! (Nur das 2.) Auch unabhängige Mengen A und B werden als hoch-konfident bewertet.
- Die USA-Census-Daten liefern die Regel

$$\text{aktiv-militär} \rightarrow \text{kein-Dienst-in-Vietnam}$$

  mit 90% Konfidenz. Tatsächlich ist s(kein-Dienst-in-Vietnam) = 95% Es wird also wahrscheinlicher, wenn aktiv-militär gegeben ist!
- Gegeben eine Umfrage unter 2000 Schülern, von denen 60% Basketball spielen, 75% Cornflakes essen. Die Regel

$$\text{Basketball} \rightarrow \text{Cornflakes}$$

  hat Konfidenz 66% Tatsächlich senkt aber Basketball die Cornflakes Häufigkeit!

Signifikanztest

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Ein einfaches Maß, das die Prinzipien erfüllt, ist:

$$|A \to B| - \frac{|A||B|}{|r|}$$

- Die Signifikanz der Korrelation zwischen A und B ist:

$$\frac{|A \to B| - \frac{|A||B|}{|r|}}{\sqrt{|A||B|\left(1 - \frac{A}{r}\right)\left(1 - \frac{|B|}{|r|}\right)}}$$

Was wissen Sie jetzt?

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Sie haben drei Prinzipien für die Regelbewertung kennengelernt:
  - Unabhängige Mengen sollen mit 0 bewertet werden.
  - Der Wert soll höher werden, wenn die Regel mehr Belege hat.
  - Der Wert soll niedriger werden, wenn die Mengen weniger Belege haben.
- Sie haben Maße kennen gelernt, die den Prinzipien genügen:
  - Einfaches Maß und
  - statistisches Maß

Web Mining

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

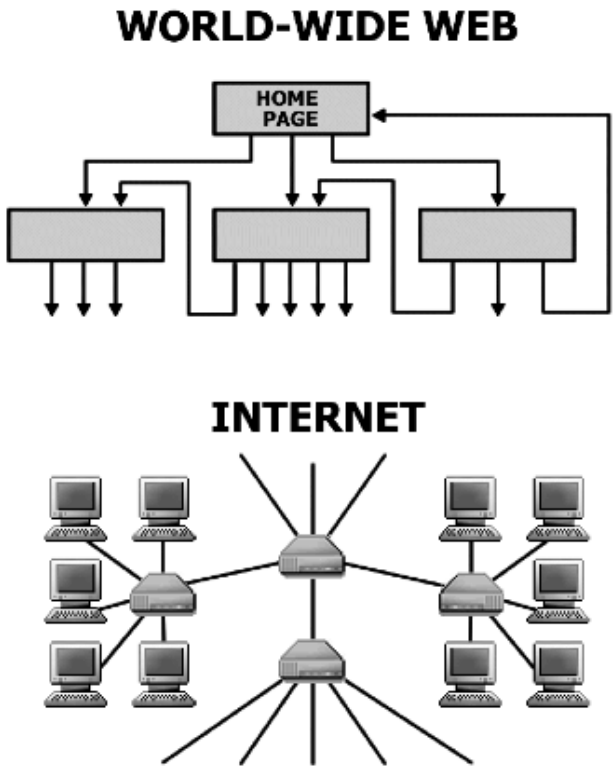
Das WWW hat zu einer Menge interessanter Forschungsaufgaben geführt. Unter anderem gibt es:

- Indexieren von Web-Seiten für die Suche – *machen wir hier nicht*
- Analysieren von Klick-Strömen – web usage mining *kommt später*
- Co-Citation networks – *machen wir hier nicht*
- Finden häufiger Muster in vernetzten Informationsquellen
- Ranking von Web-Seiten

Das Web und das Internet als Graph

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Webseiten sind Knoten, verbunden durch Verweise. Router und andere Rechner sind Knoten, physikalisch verbunden.



Ranking von Web-Seiten

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Was sind besonders *wichtige* Seiten?

- Eine Seite, von der besonders viele Links ausgehen, heißt *expansiv*.
- Eine Seite, auf die besonders viele links zeigen, heißt *beliebt*.
- Wie oft würde ein zufälliger Besucher auf eine Seite *i* kommen? Zufällige Besuche von einer beliebigen Startseite aus:
  - Mit der Wahrscheinlichkeit α folgt man einer Kante der aktuellen Seite (Übergangswahrscheinlichkeit).
  - Mit der Wahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ springt man auf eine zufällige Seite, unter der Annahme, dass die Seiten gleich verteilt sind (Sprungwahrscheinlichkeit).

  Der Rang einer Seite *PageRank*(*i*) ist der Anteil von *i* an den besuchten Knoten.

Zufalls-Surfermodell: PageRank

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Matrix M_{ij} für Kanten von Knoten j zu Knoten i; $n(j)$ ist die Anzahl der von j ausgehenden Kanten; N Knoten insgesamt.

$$\begin{pmatrix} & 1 & \dots & N \\ 1 & 0 & \dots & M_{1N} \\ \vdots & \dots & M_{ij} = 1/n(j) & \dots \\ N & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Matrix $N \times N$ mit den Einträgen $1/N$ gibt die Gleichverteilung der Knoten an (Sprungwahrscheinlichkeit).
Die Wahrscheinlichkeit, die Seite zu besuchen, ist die Summe von Sprung- und Übergangswahrscheinlichkeit, angegeben in $N \times N$ Matrix M':

$$M' = (1 - \alpha) \left[\frac{1}{N} \right] + \alpha M \tag{3}$$

PageRank

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Eigenvektoren von M' geben den Rang der Knoten an.
Man kann das Gleichungssystem für $\alpha < 1$ lösen:

$$Rang_i = (1 - \alpha) \left[\frac{1}{N} \right] + \alpha \sum_j M^{-1} ij$$

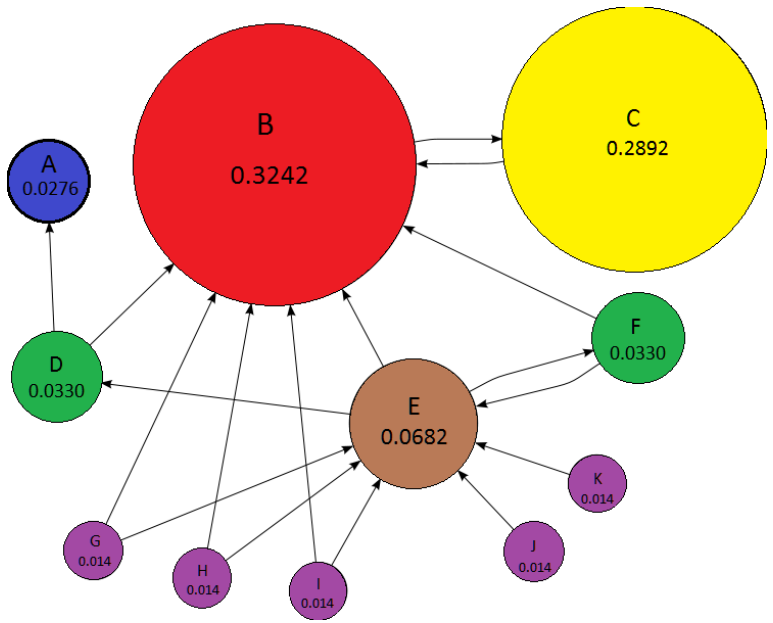
PageRank ist der rekursive Algorithmus:

$$Rang_i = \frac{1 - \alpha}{N} + \alpha \sum_{\forall j \in \{(i,j)\}} \frac{Rang_j}{n(j)} \tag{4}$$

PageRank Beispiel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Mit $\alpha = 0,85$ hier ein kleines Beispiel (wikipedia). Die Größe der Kreise entspricht der Wahrscheinlichkeit, mit der ein Surfer auf die Seite kommt. Seite C wird nur von einer einzigen, aber gewichtigeren Seite verlinkt und hat also einen höheren PageRank als Seite E, obwohl E von sechs Seiten verlinkt wird.



Was wissen Sie jetzt?

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Sie kennen jetzt die Grundlage des Ranking von Web-Seiten und einige Probleme.
- PageRank schätzt die Wahrscheinlichkeit ab, auf die Seite zu kommen, indem es Kanten folgt und zufällig auf Knoten springt. Dabei verwendet es die Wahrscheinlichkeit α als Gewicht der Übergangswahrscheinlichkeiten und $1 - \alpha$ als Gewicht der Sprungwahrscheinlichkeit.