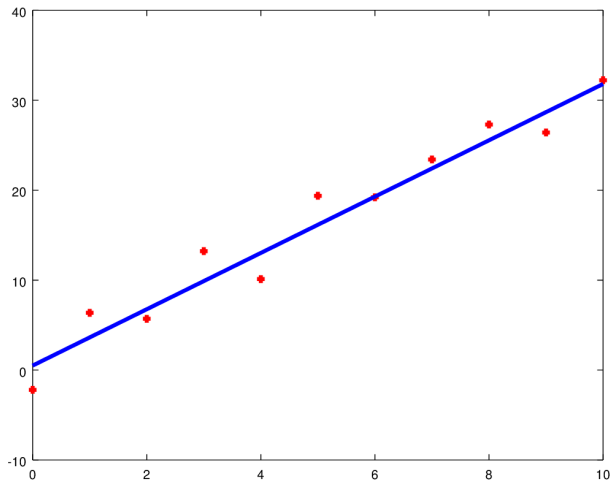


# Machine Learning

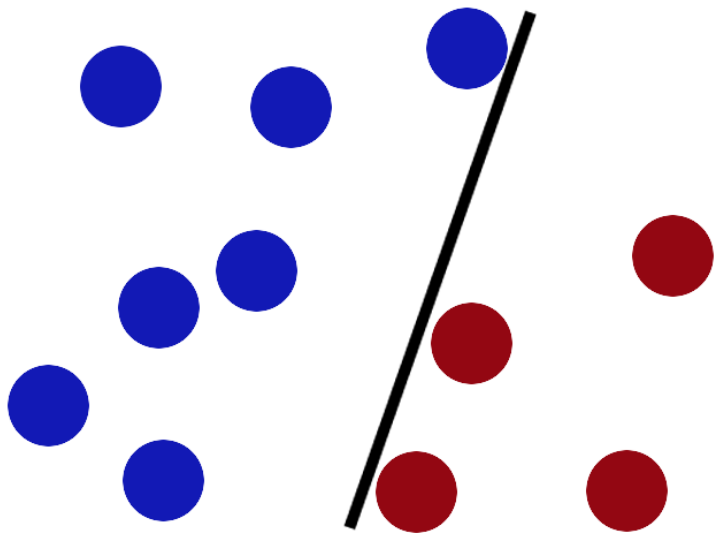
Réseau de Neurones

---

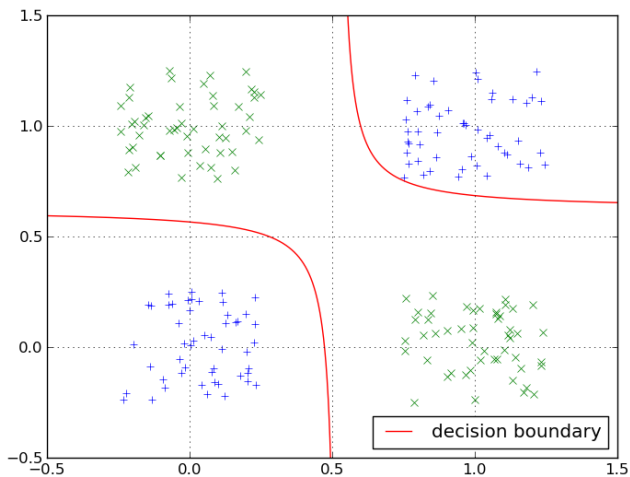
# Lien avec la régression linéaire



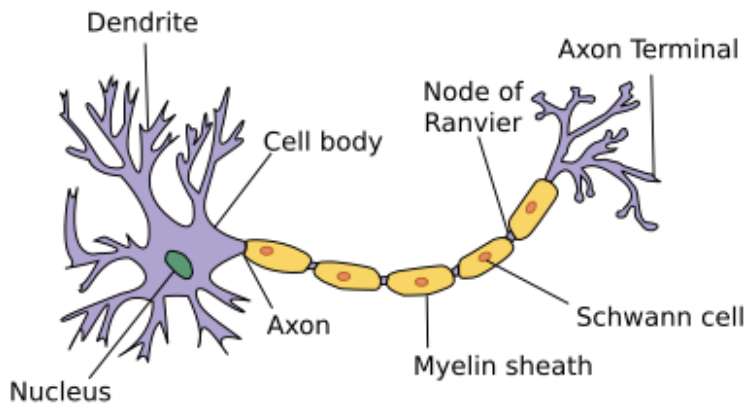
## Lien avec la régression linéaire



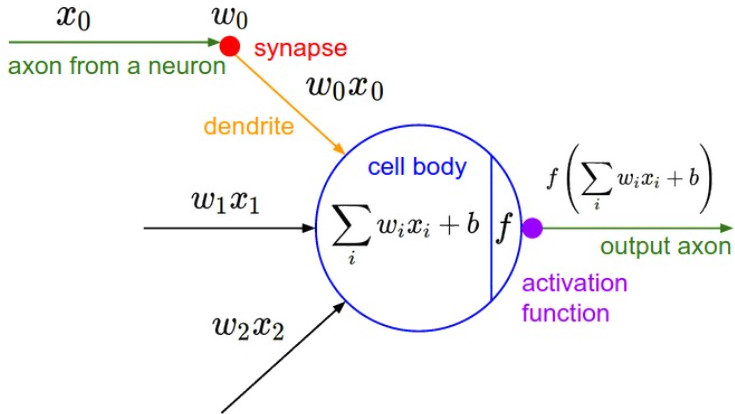
# Lien avec la régression linéaire



# Réseau de Neurones



# Réseau de Neurones



# Réseau de Neurones

$$\sigma \left( \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{d1} & w_{d2} & \dots & w_{dn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{bmatrix} \right)$$
$$= \begin{bmatrix} o_1 & o_2 & \dots & o_n \end{bmatrix}$$

où :

$X$  est une donnée en entrée de dimension  $\mathbf{d}$ ,

$w$  et  $b$  sont les paramètres à trouver des  $\mathbf{n}$  neurones de notre modèle.

$\sigma$  la fonction d'activation et

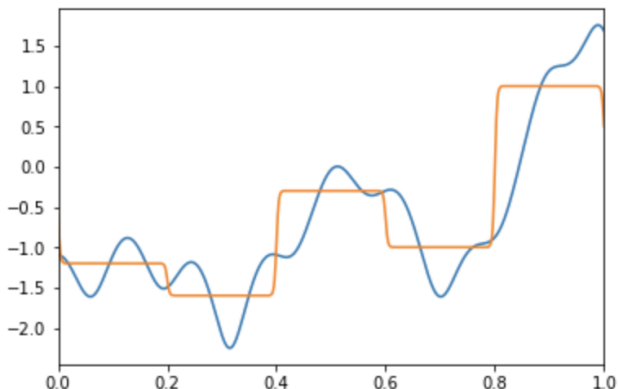
$O$  la sortie du réseau

- Sigmoidé
- Tanh
- Softmax
- ReLU
- ...



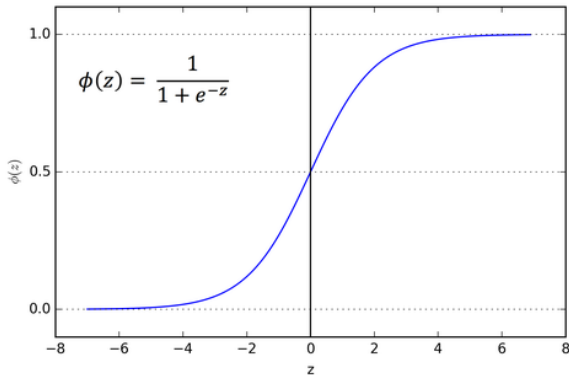
# Réseaux de neurones : un Potentiel infini

1991 : **Kurt Hornik** : Théorème d'approximation universelle



# Réseaux de neurones : Fonction d'activation $\sigma$

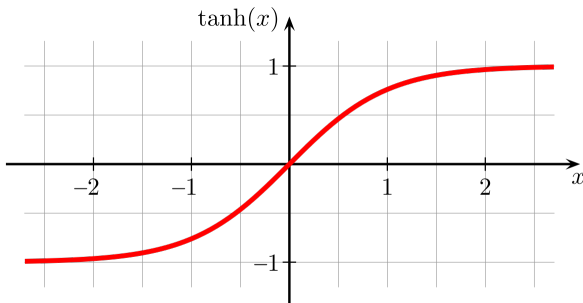
Sigmoïde



$$\frac{\partial \phi(x)}{\partial x} = \phi(x) * (1 - \phi(x))$$

## Réseaux de neurones : Fonction d'activation $\sigma$

$$\tanh(x) = \frac{1 - \exp -2 * x}{1 + \exp -2 * x}$$



$$\frac{\partial \tanh(x)}{\partial x} = 1 - \tanh^2(x)$$

## Réseaux de neurones : Fonction d'activation $\sigma$

$$\text{Softmax}(x_j) = \frac{\exp x_j}{\sum_{i=1}^n \exp x_i}$$

donc :

$$\sum_{j=1}^n \text{Softmax}(x_j) = 1$$

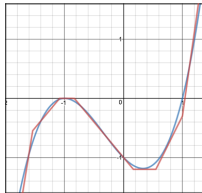
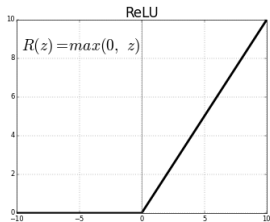
dérivée (ou jacobien car le softmax est une fonction de  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ) :

$$D_j S_i = S_i(\delta_{ij} - S_j)$$

où  $D_j S_i$  est la dérivée partielle de la  $i$ -ième sortie par rapport à la  $j$ -ième entrée

$\delta_{ij}$  est le delta de Kronecker

# Réseaux de neurones : Fonction d'activation $\sigma$



$$n_1(x) = \text{Relu}(-5x - 7.7)$$

$$n_2(x) = \text{Relu}(-1.2x - 1.3)$$

$$n_3(x) = \text{Relu}(1.2x + 1)$$

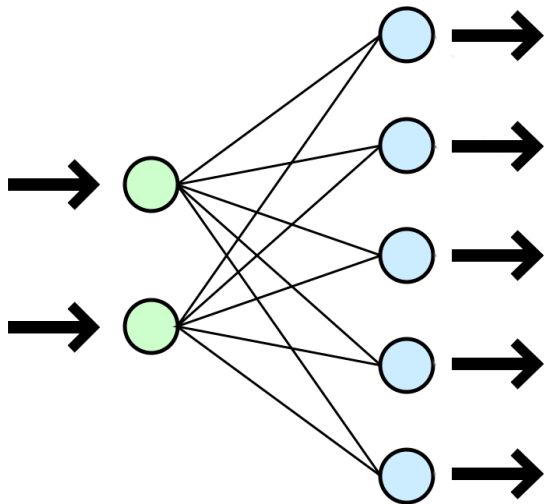
$$n_4(x) = \text{Relu}(1.2x - .2)$$

$$n_5(x) = \text{Relu}(2x - 1.1)$$

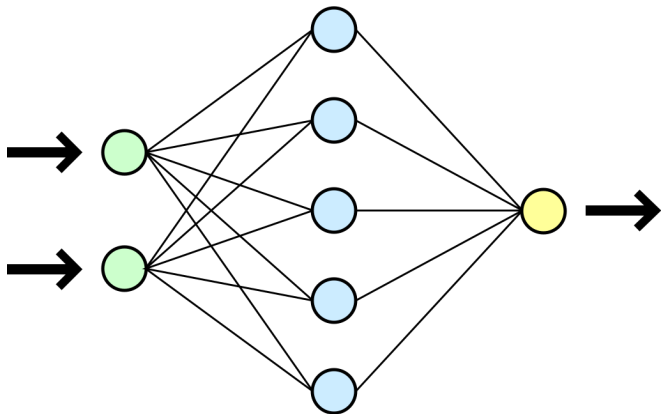
$$n_6(x) = \text{Relu}(5x - 5)$$

$$Z(x) = -n_1(x) - n_2(x) - n_3(x) \\ + n_4(x) + n_5(x) + n_6(x)$$

# Réseau de Neurones



# Réseau de Neurones



# Réseau de Neurones

