

Machine Learning

Autoregressive Moving Average Model : ARMA

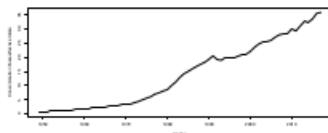
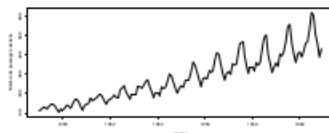
Modélisation statistique de processus (faiblement) stationnaires

Processus faiblement stationnaire si :

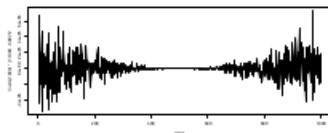
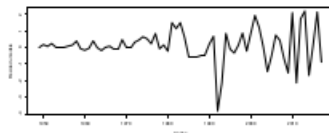
- sa moyenne ne dépend pas de t
- la covariance ne dépend pas de t

Exemple de processus non-stationnaires :

Processus à moyenne variable :



Processus à variance variable :



Une composante **autoregressive** :

$$X_t = c + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i}$$

où

c est une constante, φ_i sont les paramètres du modèle,
 ε_i les termes d'erreurs considéré comme un bruit blanc

Un composante **moyenne mobile** :

$$X_t = \mu + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

μ est la moyenne attendue,

θ_i sont les paramètres du modèle,

ε_i les termes d'erreurs considéré comme un bruit blanc

Au final pour ARMA :

$$X_t = c + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

Opérateur de “Lag” L :

- $L(X_t) = X_{t-1}$
- $L^2(X_t) = X_{t-2}$
- $L^{-1}(X_t) = X_{t+1}$
- ...

ARMA exprimé avec l'opérateur L :

$$\left(I - \sum_{i=1}^p \varphi_i L^i \right) X_t = \left(I + \sum_{i=1}^q \theta_i L^i \right) \varepsilon_t$$

Autocorrélation de lag $k \in \mathbb{Z}$ (ACF) :

\Rightarrow Corrélation des deux variables aléatoires X_t et X_{t-k}

Autocorrélation partielle de lag $k \in \mathbb{Z}$ (PACF) :

\Rightarrow Corrélation des deux variables aléatoires X_t et X_{t-k} où les dépendances linéaires entre X_t et les variables $X_{t-k'}$ on été enlevées (pour $k' \in [1..(k-1)]$)

Apprentissage des paramètres :

1. se rapporter à un processus stationnaire : Transformation de box-cox des données, élimination des tendances et saisonnalité
2. on fixe p et q
 - plot des autocorrélations partielles pour p ,
 - plot des autocorrélations pour q ,
 - la méthode Akaike Information Criterion (AIC) est cependant recommandée
3. estimation des paramètres φ et θ en utilisant par exemple le maximum de vraisemblance ou le critère des moindres carrés