

Eigenfaces

Bouarah Romain

Langdorph Matthieu
Souffan Nathan

Ketels Lucas

19 mars 2020

Première partie

Partie Mathématiques

1 Calcul des Eigenfaces

1.1 Travail dans $\mathbb{R}^{N \times N}$

Considérons une image de visage comme une matrice $N \times N$ dont le coefficient (i, j) est égal au niveau de gris du pixel (i, j) (l'origine se situant dans le coin haut gauche). On transforme ensuite cette matrice comme un vecteur de $\mathbb{R}^{N \times N}$ en juxtaposant les colonnes l'une en dessous de l'autre, par exemple.

$$\begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \cdots & p_{1,N} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & p_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N,1} & p_{N,2} & \cdots & p_{N,N} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} p_{1,1} \\ p_{2,1} \\ \vdots \\ p_{N,1} \\ \vdots \\ p_{1,N} \\ \vdots \\ p_{N,N} \end{pmatrix}$$

1.2 Calcul des valeurs propres et des vecteurs propres de la matrice de covariance

Les images des visages sont globalement similaires, donc ces images ne seront pas distribuées aléatoirement dans notre espace $\mathbb{R}^{N \times N}$. On peut donc décrire notre espace des visages de manière plus fine (*i.e.* avec moins de dimensions).

1.2.1 Matrice de covariance

Avant de commencer la réduction de l'espace de travail, nous allons d'abord calculer la matrice de covariance.

Supposons que nous avons M images de visage qu'on note $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_M$.

On a $\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Gamma_i$ correspondant à la moyenne des visages. Chaque visage diffère donc de la moyenne par le vecteur $\Phi_i = \Gamma_i - \Psi$.
Définir la matrice de covariance

La matrice de covariance est $C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Phi_i \Phi_i^T = AA^T$ où la matrice $A = [\Phi_1 \Phi_2 \dots \Phi_M]$

1.2.2 Méthode 1 : Analyse en composantes principales

1.2.3 Méthode 2 : Décomposition en valeurs singulières

2 Utilisation des eigenfaces pour classer une image de visage

Définir M' comme étant le nombre de visage du training set
Définir la base de l'espace des eigenfaces

2.1 Projection dans l'espace des visages

Soit Γ une nouvelle image de visage, on la projette dans l'espace des visages par :

$$\omega_k = u_k^T (\Gamma - \Psi)$$

pour $k = 1, \dots, M'$, on obtient ainsi un vecteur Ω tel que :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_{M'} \end{pmatrix}$$

Ω décrit la contribution de chacun des eigenfaces pour l'image en question.

2.2 Analyse de la projection