

# Reconnaissance faciale par Eigenfaces

Bouarah Romain

Langdorph Matthieu  
Nathan Souffan

Ketels Lucas

7 mai 2020

## Calcul des eigenfaces

- Travail dans  $\mathbb{R}^{N \times N}$

- Matrice de covariance

- Analyse en composantes principales

- Décomposition en valeurs singulières

## Classification des visages

- Projection dans l'espace des visages

- Analyse de la projection

## Application

- Techniques utilisées aujourd'hui

- Les besoins auxquels répondent les technologies de reconnaissance faciale

- Secteurs utilisant la reconnaissance faciale

## Conclusion

- Références

# Représentation matricielle des images

## Définition

Une image de taille  $N \times N$  est représentée par une matrice  $N \times N$ .  
Chaque coefficient représente un niveau de gris d'un pixel.

Transformation en un vecteur de  $\mathbb{R}^{N \times N}$ 

On juxtapose simplement les colonnes de la matrice l'une en dessous de l'autre.

$$\begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \cdots & p_{1,N} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & p_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N,1} & p_{N,2} & \cdots & p_{N,N} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} p_{1,1} \\ p_{2,1} \\ \vdots \\ p_{N,1} \\ \vdots \\ p_{1,N} \\ \vdots \\ p_{N,N} \end{pmatrix}$$

## Observation sur les images des visages

### Question

Que dire de la position de nos images de visages dans l'espace

$\mathbb{R}^{N \times N}$  ?

## Observation sur les images des visages

### Question

Que dire de la position de nos images de visages dans l'espace  $\mathbb{R}^{N \times N}$  ?

### Réponse

Nos images de visages ne sont pas si éloignées les unes des autres.

# Définition de la Matrice de Covariance

## Définition

La matrice de covariance d'un vecteur de  $p$  variables aléatoires

$\vec{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_p \end{pmatrix}$  dont chacune possède une variance, est la matrice

carrée dont le terme générique est donné par  $a_{i,j} = \text{Cov}(X_i, X_j)$ .

# Encodons cette dispersion

## Définition (Estimation de la Matrice de Covariance)

En partant d'un échantillon de réalisations indépendantes d'un vecteur aléatoire, une estimation de la matrice de covariance est donné par :

$$\text{Var}(\vec{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\vec{X}_i - \vec{\mu})(\vec{X}_i - \vec{\mu})^T$$

où  $\vec{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{X}_i$  est le vecteur des moyennes empiriques.



## Application à notre cas

Soit  $I = [I_1, I_2, \dots, I_M]$  la matrice de l'ensemble de nos images.

## Application à notre cas

Soit  $I = [I_1, I_2, \dots, I_M]$  la matrice de l'ensemble de nos images.

1. On calcule le visage moyen  $\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_i$ .

## Notre Visage Moyen



## Application à notre cas

Soit  $I = [I_1, I_2, \dots, I_M]$  la matrice de l'ensemble de nos images.

1. On calcule le visage moyen  $\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_i$ .
2. Chaque visage diffère donc de la moyenne par le vecteur  $\Phi_i = I_i - \Psi$ .

## Application à notre cas

Soit  $I = [I_1, I_2, \dots, I_M]$  la matrice de l'ensemble de nos images.

1. On calcule le visage moyen  $\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_i$ .
2. Chaque visage diffère donc de la moyenne par le vecteur  $\Phi_i = I_i - \Psi$ .
3. On calcule la matrice de covariance

$$C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Phi_i \Phi_i^T = \frac{1}{M} A A^T$$

où  $A = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_M]$ .

## Observations sur la Matrice de Covariance

La matrice de covariance  $C$  est :

## Observations sur la Matrice de Covariance

La matrice de covariance  $C$  est :

- ▶ symétrique réelle.

## Observations sur la Matrice de Covariance

La matrice de covariance  $C$  est :

- ▶ symétrique réelle.
- ▶ définie semi-positive.



# Introduction à l'Analyse en Composantes Principales

## Principe

Trouver des axes décrivant au mieux notre nuage de points.

# Introduction à l'Analyse en Composantes Principales

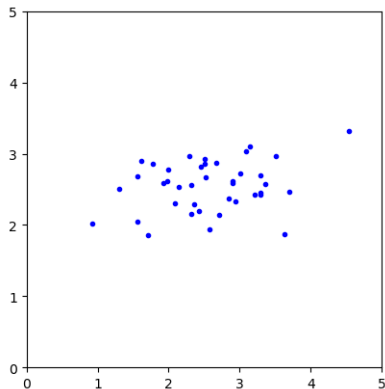
## Principe

Trouver des axes décrivant au mieux notre nuage de points.

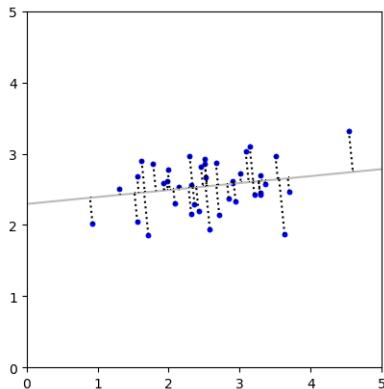
## Définition (Eigenfaces)

La méthode développée par Turk et Pentland définit les *eigenfaces* comme les axes principaux de l'ACP.

## Illustration en 2 Dimensions

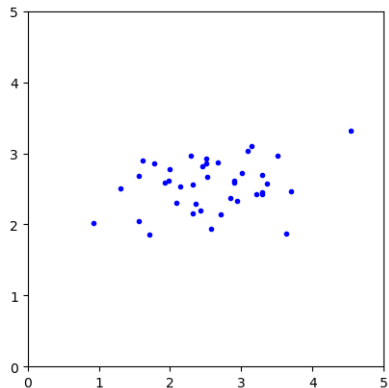


## Illustration en 2 Dimensions



# Lien avec la Matrice de Covariance

$$C = \begin{pmatrix} 0.55 & 0.07 \\ 0.07 & 0.12 \end{pmatrix}$$

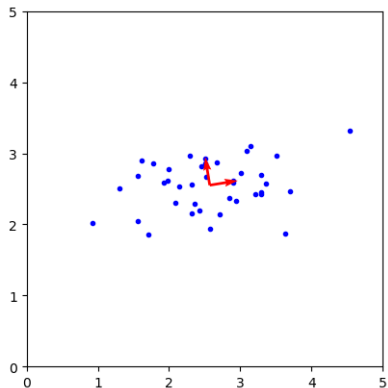


# Lien avec la Matrice de Covariance

$$\begin{aligned}C &= \begin{pmatrix} 0.55 & 0.07 \\ 0.07 & 0.12 \end{pmatrix} \\ &= P \begin{pmatrix} 0.55 & 0 \\ 0 & 0.11 \end{pmatrix} P^T\end{aligned}$$

avec

$$P = \begin{pmatrix} 0.99 & -0.16 \\ 0.16 & 0.99 \end{pmatrix}$$



# Limite de la Méthode

## Question

Quels sont les problèmes de la méthode ?

# Limite de la Méthode

## Question

Quels sont les problèmes de la méthode ?

## Réponse

- La matrice de covariance est de taille  $N^2 \times N^2$ .



# Limite de la Méthode

## Question

Quels sont les problèmes de la méthode ?

## Réponse

- ▶ La matrice de covariance est de taille  $N^2 \times N^2$ .
- ▶ La diagonaliser est infaisable informatiquement.

# Énoncé de la Décomposition en Valeurs Singulières

## Théorème

*Soit  $M$  une matrice  $m \times n$ , alors il existe une décomposition de la forme*

$$M = U\Sigma V^t$$

*avec  $U$  et  $V$  des matrices orthonormales de taille respectives  $m \times m$  et  $n \times n$ .*

## Proposition

- ▶ *les colonnes de  $V$  sont les vecteurs propres de  $M^T M$*
- ▶ *les colonnes de  $U$  sont les vecteurs propres de  $MM^T$*

# Les 15 Premières Eigenfaces



## Projection d'un visage

Soit  $\Gamma$  une nouvelle image de visage, on la projette dans l'espace des visages par :

$$\omega_k = u_k^T (\Gamma - \Psi)$$

# Projection d'un visage

Soit  $\Gamma$  une nouvelle image de visage, on la projette dans l'espace des visages par :

$$\omega_k = u_k^T (\Gamma - \Psi)$$

Pour  $k \in \{1, \dots, M'\}$ , on a alors :

$$W = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_{M'} \end{pmatrix}$$

$$\text{image reconstruite} = U \cdot W + \Psi$$

$$\text{image reconstruite} = U \cdot W + \Psi$$





image d'origine	image reconstruite	distance/l'EDV	distance/VLPP
-----------------	--------------------	----------------	---------------



1210

4630

$$\text{image reconstruite} = U \cdot W + \Psi$$

image d'origine	image reconstruite	distance/l'EDV	distance/VLPP
		1210	4630
		8088	6828



## Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages		
éloigné de l'espace des visages		

# Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages	visage connu	
éloigné de l'espace des visages		

## Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages	visage connu	visage inconnu
éloigné de l'espace des visages		

# Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages	visage connu	visage inconnu
éloigné de l'espace des visages	faux positif	

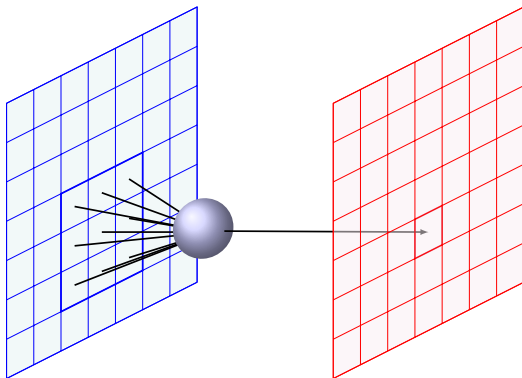
## Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages	visage connu	visage inconnu
éloigné de l'espace des visages	faux positif	pas un visage

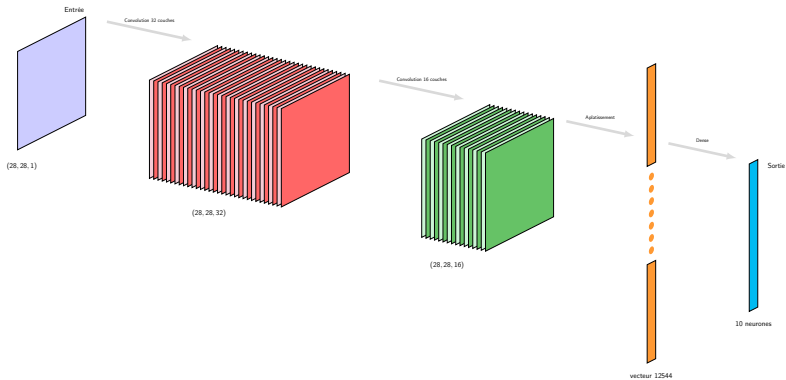
# Réseau de Neurones Convolutifs

## Principe

Reproduire le cortex visuel humain.



# Réseau de Neurones Convolutifs



# Authentification et Identification

## Définition (Authentification)

Vérifier qu'une personne est bien celle qu'elle prétend être.



# Authentification et Identification

## Définition (Authentification)

Vérifier qu'une personne est bien celle qu'elle prétend être.

## Définition (Identification)

Retrouver une personne au sein d'un groupe d'individus, dans un lieu, une image ou une base de données.

## Quelques Exemples

Identification :

Authentification :

## Quelques Exemples

Identification :

- ▶ Facebook avec les suggestions.

Authentification :

## Quelques Exemples

Identification :

- ▶ Facebook avec les suggestions.

Authentification :

- ▶ Accès à des services de retrait d'argents.

## Quelques Exemples

Identification :

- ▶ Facebook avec les suggestions.
- ▶ Sécurité sur la voie publique.

Authentification :

- ▶ Accès à des services de retrait d'argents.



