Reconnaissance faciale par Eigenfaces

Bouarah Romain Langdorph Matthieu Ketels Lucas
Nathan Souffan

24 avril 2020

Représentation matricielle des images

Définition

Une image de taille $N \times N$ est représentée par une matrice $N \times N$.
Chaque coefficient représente un niveau de gris d'un pixel.

Transformation en un vecteur de $\mathbb{R}^{N\times N}$

On juxtapose simplement les colonnes de la matrice l'une en dessous de l'autre.

$$\begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \cdots & p_{1,N} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & p_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N,1} & p_{N,2} & \cdots & p_{N,N} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} p_{1,1} \\ p_{2,1} \\ \vdots \\ p_{N,1} \\ \vdots \\ p_{1,N} \\ \vdots \\ p_{N,N} \end{pmatrix}$$

Observation sur les images des visages

Question

Que dire de la position de nos images de visages dans l'espace $\mathbb{R}^{N \times N}$?

Observation sur les images des visages

Question

Que dire de la position de nos images de visages dans l'espace $\mathbb{R}^{N \times N}$?

Réponse

Nos images de visages ne sont pas si éloignées les unes des autres.

Définition de la Matrice de Covariance

Définition

La matrice de covariance d'un vecteur de p variables aléatoires $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_p \end{pmatrix}$ dont chacune possède une variance, est la matrice carrée dont le terme générique est donné par $a_{i,j} = \mathrm{Cov}(X_i, X_j)$.

Encodons cette dispersion

Définition (Estimation de la Matrice de Covariance)

En partant d'un échantillon de réalisations indépendantes d'un vecteur aléatoire, une estimation de la matrice de covariance est donné par :

$$\mathrm{Var}(\overrightarrow{X}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\overrightarrow{X_i} - \overrightarrow{\mu})(\overrightarrow{X_i} - \overrightarrow{\mu})^T$$

où $\overrightarrow{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{X_i}$ est le vecteur des moyennes empiriques.

Application à notre cas

Soit $I = [I_1, I_2, \dots, I_M]$ la matrice de l'ensemble de nos images.

Application à notre cas

Soit $I = [I_1, I_2, \ldots, I_M]$ la matrice de l'ensemble de nos images.

1. On calcule le visage moyen $\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} I_i$.

Application à notre cas

Soit $I = [I_1, I_2, \ldots, I_M]$ la matrice de l'ensemble de nos images.

1. On calcule le visage moyen $\Psi = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} I_i$.
2. Chaque visage diffère donc de la moyenne par le vecteur $\Phi_i = I_i - \Psi$.

Application à notre cas

Soit $I = [I_1, I_2, \ldots, I_M]$ la matrice de l'ensemble de nos images.

1. On calcule le visage moyen $\Psi = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} I_i$.
2. Chaque visage différe donc de la moyenne par le vecteur $\Phi_i = I_i - \Psi$.
3. On calcule la matrice de covariance

$$C = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} \Phi_i \Phi_i^T = \frac{1}{M} A A^T$$

où $A = [\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_M]$.

Observations sur la Matrice de Covariance

La matrice de covariance C est :

Observations sur la Matrice de Covariance

La matrice de covariance C est :

- symétrique réelle.

Observations sur la Matrice de Covariance

La matrice de covariance C est :

- symétrique réelle.
- définie semi-positive.

Introduction à l'Analyse en Composantes Principales

Principe

Transformer des variables liées entre elles en nouvelles variables décorrélées les unes des autres.

Introduction à l'Analyse en Composantes Principales

Principe

Transformer des variables liées entre elles en nouvelles variables décorrélées les unes des autres.

Définition (Eigenfaces)

La méthode développéee par Turk et Pentland définit les *eigenfaces* comme les axes principaux de l'ACP.

Illustration Deux Dimensions

Des graphiques

Références