

Reconnaissance faciale par Eigenfaces

Bouarah Romain

Langdorph Matthieu
Nathan Souffan

Ketels Lucas

7 mai 2020

Calcul des eigenfaces

- Travail dans $\mathbb{R}^{N \times N}$

- Matrice de covariance

- Analyse en composantes principales

- Décomposition en valeurs singulières

Classification des visages

- Projection dans l'espace des visages

- Analyse de la projection

Application

- Techniques utilisées aujourd'hui

- Les besoins auxquels répondent les technologies de reconnaissance faciale

- Secteurs utilisant la reconnaissance faciale

Conclusion

- Références

Représentation matricielle des images

Définition

Une image de taille $N \times N$ est représentée par une matrice $N \times N$.
Chaque coefficient représente un niveau de gris d'un pixel.

Transformation en un vecteur de $\mathbb{R}^{N \times N}$

On juxtapose simplement les colonnes de la matrice l'une en dessous de l'autre.

$$\begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \cdots & p_{1,N} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & p_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N,1} & p_{N,2} & \cdots & p_{N,N} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} p_{1,1} \\ p_{2,1} \\ \vdots \\ p_{N,1} \\ \vdots \\ p_{1,N} \\ \vdots \\ p_{N,N} \end{pmatrix}$$

Observation sur les images des visages

Question

Que dire de la position de nos images de visages dans l'espace

$\mathbb{R}^{N \times N}$?

Observation sur les images des visages

Question

Que dire de la position de nos images de visages dans l'espace $\mathbb{R}^{N \times N}$?

Réponse

Nos images de visages ne sont pas si éloignées les unes des autres.

Définition de la Matrice de Covariance

Définition

La matrice de covariance d'un vecteur de p variables aléatoires

$\vec{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_p \end{pmatrix}$ dont chacune possède une variance, est la matrice

carrée dont le terme générique est donné par $a_{i,j} = \text{Cov}(X_i, X_j)$.

Encodons cette dispersion

Définition (Estimation de la Matrice de Covariance)

En partant d'un échantillon de réalisations indépendantes d'un vecteur aléatoire, une estimation de la matrice de covariance est donné par :

$$\text{Var}(\vec{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\vec{X}_i - \vec{\mu})(\vec{X}_i - \vec{\mu})^T$$

où $\vec{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{X}_i$ est le vecteur des moyennes empiriques.

Application à notre cas

Soit $I = [I_1, I_2, \dots, I_M]$ la matrice de l'ensemble de nos images.

Application à notre cas

Soit $I = [I_1, I_2, \dots, I_M]$ la matrice de l'ensemble de nos images.

1. On calcule le visage moyen $\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_i$.

Notre Visage Moyen



Application à notre cas

Soit $I = [I_1, I_2, \dots, I_M]$ la matrice de l'ensemble de nos images.

1. On calcule le visage moyen $\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_i$.
2. Chaque visage diffère donc de la moyenne par le vecteur $\Phi_i = I_i - \Psi$.

Application à notre cas

Soit $I = [I_1, I_2, \dots, I_M]$ la matrice de l'ensemble de nos images.

1. On calcule le visage moyen $\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M I_i$.
2. Chaque visage diffère donc de la moyenne par le vecteur $\Phi_i = I_i - \Psi$.
3. On calcule la matrice de covariance

$$C = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Phi_i \Phi_i^T = \frac{1}{M} A A^T$$

où $A = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_M]$.

Observations sur la Matrice de Covariance

La matrice de covariance C est :

Observations sur la Matrice de Covariance

La matrice de covariance C est :

- ▶ symétrique réelle.

Observations sur la Matrice de Covariance

La matrice de covariance C est :

- ▶ symétrique réelle.
- ▶ définie semi-positive.

Introduction à l'Analyse en Composantes Principales

Principe

Trouver des axes décrivant au mieux notre nuage de points.

Introduction à l'Analyse en Composantes Principales

Principe

Trouver des axes décrivant au mieux notre nuage de points.

Définition (Eigenfaces)

La méthode développée par Turk et Pentland définit les *eigenfaces* comme les axes principaux de l'ACP.

Illustration en 2 Dimensions

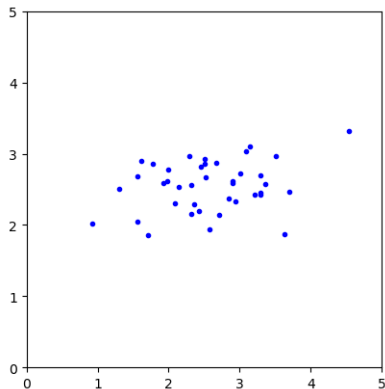
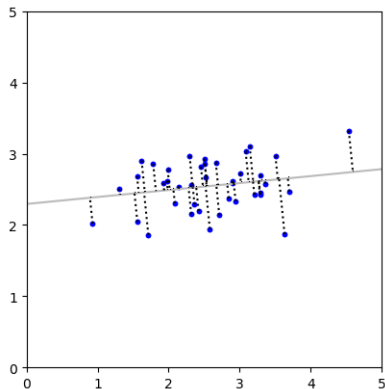
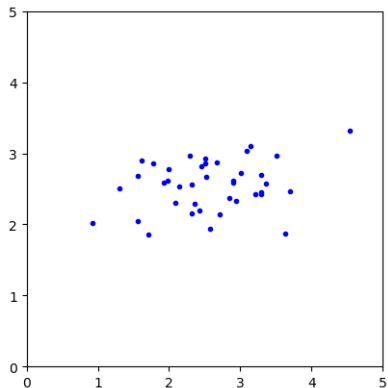


Illustration en 2 Dimensions



Lien avec la Matrice de Covariance

$$C = \begin{pmatrix} 0.55 & 0.07 \\ 0.07 & 0.12 \end{pmatrix}$$

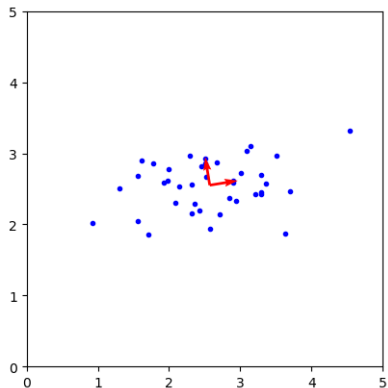


Lien avec la Matrice de Covariance

$$\begin{aligned} C &= \begin{pmatrix} 0.55 & 0.07 \\ 0.07 & 0.12 \end{pmatrix} \\ &= P \begin{pmatrix} 0.55 & 0 \\ 0 & 0.11 \end{pmatrix} P^T \end{aligned}$$

avec

$$P = \begin{pmatrix} 0.99 & -0.16 \\ 0.16 & 0.99 \end{pmatrix}$$



Limite de la Méthode

Question

Quels sont les problèmes de la méthode ?

Limite de la Méthode

Question

Quels sont les problèmes de la méthode ?

Réponse

- La matrice de covariance est de taille $N^2 \times N^2$.

Limite de la Méthode

Question

Quels sont les problèmes de la méthode ?

Réponse

- ▶ La matrice de covariance est de taille $N^2 \times N^2$.
- ▶ La diagonaliser est infaisable informatiquement.

Énoncé de la Décomposition en Valeurs Singulières

Théorème

Soit M une matrice $m \times n$, alors il existe une décomposition de la forme

$$M = U\Sigma V^t$$

avec U et V des matrices orthonormales de taille respectives $m \times m$ et $n \times n$.

Proposition

- ▶ *les colonnes de V sont les vecteurs propres de $M^T M$*
- ▶ *les colonnes de U sont les vecteurs propres de MM^T*

Les 15 Premières Eigenfaces



Projection d'un visage

Soit Γ une nouvelle image de visage, on la projette dans l'espace des visages par :

$$\omega_k = u_k^T (\Gamma - \Psi)$$

Projection d'un visage

Soit Γ une nouvelle image de visage, on la projette dans l'espace des visages par :

$$\omega_k = u_k^T (\Gamma - \Psi)$$

Pour $k \in \{1, \dots, M'\}$, on a alors :

$$W = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_{M'} \end{pmatrix}$$

$$\text{image reconstruite} = U \cdot W + \Psi$$

$$\text{image reconstruite} = U \cdot W + \Psi$$

image d'origine



image reconstruite



distance/l'EDV

1210

distance/VLPP

4630

$$\text{image reconstruite} = U \cdot W + \Psi$$

image d'origine



image reconstruite



distance/l'EDV

1210

distance/VLPP

4630



8088

6828

Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages		
éloigné de l'espace des visages		

Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages	visage connu	
éloigné de l'espace des visages		

Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages	visage connu	visage inconnu
éloigné de l'espace des visages		

Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages	visage connu	visage inconnu
éloigné de l'espace des visages	faux positif	

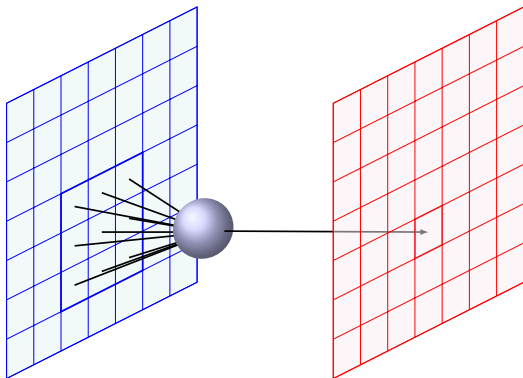
Conclusion de l'Analyse

	proche d'une classe de visage	éloigné des classes de visage
proche de l'espace des visages	visage connu	visage inconnu
éloigné de l'espace des visages	faux positif	pas un visage

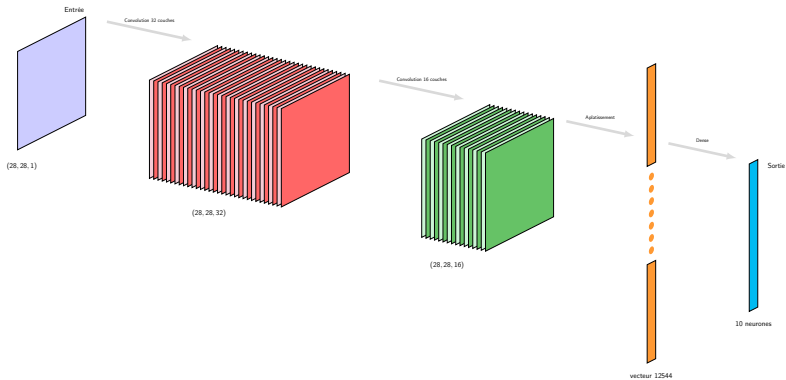
Réseau de Neurones Convolutifs

Principe

Reproduire le cortex visuel humain.



Réseau de Neurones Convolutifs



Authentification et Identification

Définition (Authentification)

Vérifier qu'une personne est bien celle qu'elle prétend être.

Authentification et Identification

Définition (Authentification)

Vérifier qu'une personne est bien celle qu'elle prétend être.

Définition (Identification)

Retrouver une personne au sein d'un groupe d'individus, dans un lieu, une image ou une base de données.

Quelques Exemples

Identification :

Authentification :

Quelques Exemples

Identification :

- ▶ Facebook avec les suggestions.

Authentification :

Quelques Exemples

Identification :

- ▶ Facebook avec les suggestions.

Authentification :

- ▶ Accès à des services de retrait d'argents.

Quelques Exemples

Identification :

- ▶ Facebook avec les suggestions.
- ▶ Sécurité sur la voie publique.

Authentification :

- ▶ Accès à des services de retrait d'argents.



Turk, Matthew and Pentland, Alex, *Eigenfaces for Recognition*, Journal of Cognitive Neuroscience, 1991,
<https://doi.org/10.1162/jocn.1991.3.1.71>



Covariance, Wikipédia, l'encyclopédie libre,
<https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Covariance&oldid=169222335>



Analyse en composantes principales, Wikipédia, l'encyclopédie libre, https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Analyse_en_composantes_principales&oldid=168590115



Décomposition en valeurs singulières, Wikipédia, l'encyclopédie libre, https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=D%C3%A9composition_en_valeurs_singuli%C3%A8res&oldid=169733819