

# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

## 22.01 TEORÍA DE CIRCUITOS

### TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO N° 5

---

## Filtros Activos y Celdas

---

*Grupo 5:*

Matías LARROQUE  
Leg. 56597

Lucero Guadalupe FERNANDEZ  
Leg. 57485

Manuel MOLLÓN  
Leg. 58023

Ezequiel VIJANDE  
Leg. 58057

*Profesor:*

Daniel JACOBY  
Carlos BELAUSTEGUI GOITIA  
Rodrigo IRIBARREN

Entregado: 30 de Octubre de 2018

# Índice

<b>1. Celda Sallen Key</b>	<b>3</b>
1.1. Introducción . . . . .	3
1.2. Análisis Genérico . . . . .	3
1.3. Análisis de las variantes utilizadas . . . . .	3
1.3.1. Primer Variante . . . . .	4
1.3.2. Segunda Variante . . . . .	5
1.3.3. Tercer Variante . . . . .	8
1.4. Primer Plantilla . . . . .	10
1.4.1. Función Transferencia . . . . .	10
1.4.2. Diseño de Circuito . . . . .	15
1.5. Segunda Plantilla . . . . .	20
1.5.1. Función Transferencia . . . . .	20
1.5.2. Diseño de Circuito . . . . .	25
1.6. Mediciones . . . . .	30
1.7. Análisis de mediciones y Conclusión . . . . .	34
<b>2. Celda Rauch (Delyiannis-Friend)</b>	<b>35</b>
2.1. Introducción . . . . .	35
2.2. Análisis Teórico de la Celda . . . . .	35
2.2.1. Función Transferencia . . . . .	35
2.3. Q Enhancement . . . . .	36
2.3.1. Función Transferencia . . . . .	37
2.4. Impedancia de entrada . . . . .	37
2.5. Análisis de Sensibilidades . . . . .	38
2.6. Diseño del Filtro Pasa-Banda . . . . .	38
2.6.1. Requisitos del Filtro . . . . .	38
2.6.2. Elección de Componentes . . . . .	39
2.7. Rango Dinámico . . . . .	41
2.8. Análisis de Montecarlo . . . . .	42
2.8.1. Histogramas . . . . .	43
2.9. Resultados Obtenidos . . . . .	44
2.9.1. Respuesta en frecuencia . . . . .	44
2.9.2. Impedancias de entrada . . . . .	46
2.9.3. Impedancia de salida . . . . .	47
2.10. Conclusión . . . . .	49

<b>3. Filtro con Celdas de Sedra-Ghorab Martin</b>	<b>50</b>
3.1. Plantilla Propuesta y Función Transferencia . . . . .	50
3.2. Circuito Propuesto . . . . .	52
3.2.1. Análisis de Sensibilidades . . . . .	53
3.2.2. Agrupación de Polos y Ceros . . . . .	54
3.2.3. Ordenamiento de las Celdas . . . . .	54
3.2.4. Determinación de los Valores de Componentes . . . . .	54
3.3. Análisis Mediante LTspice . . . . .	55
3.3.1. Etapas por Separado . . . . .	55
3.3.2. Compatibilidad entre Celdas - Adaptación de Impedancias . . . . .	58
3.3.3. Etapas en Conjunto . . . . .	59
3.3.4. Dispersión de $W_o$ . . . . .	61
3.3.5. Estudio de Rango Dinámico . . . . .	62
3.4. Mediciones - Resultados . . . . .	62
3.5. Análisis de Resultados . . . . .	62
3.6. Conclusión . . . . .	65
<b>4. Celda Universal</b>	<b>66</b>
4.1. Introducción . . . . .	66
4.1.1. Celdas universales básicas . . . . .	66
4.2. Objetivos y resumen . . . . .	68
4.3. Análisis matemático . . . . .	68
4.3.1. Función transferencia . . . . .	68
4.3.2. Impedancia de entrada . . . . .	69
4.3.3. Impedancia de salida . . . . .	70
4.3.4. Sensibilidades . . . . .	71
4.3.5. Rango dinámico . . . . .	72
4.4. Plantilla y Elección de componentes . . . . .	73
4.5. Limitaciones del filtro . . . . .	75
4.5.1. Sensibilidades,tolerancias y calibración . . . . .	75
4.6. Resultados de las mediciones . . . . .	76
4.7. Comparación con otras celdas . . . . .	76
4.8. Conclusiones . . . . .	78

# 1. Celda Sallen Key

## 1.1. Introducción

La Celda Sallen Key es una topología de filtro usada para implementar etapas de segundo orden activas, la cual es usada ampliamente por su simplicidad y efectividad a la hora de replicarla físicamente. Es un derivado de la topología de filtro VCVS (Voltage-Controlled Voltage-Source), el cual es usado para obtener un factor de calidad (Q) y una ganancia en pasa-banda altos sin el uso de inductores.

## 1.2. Análisis Genérico

La topología genérica de una Celda Sallen Key es la siguiente:

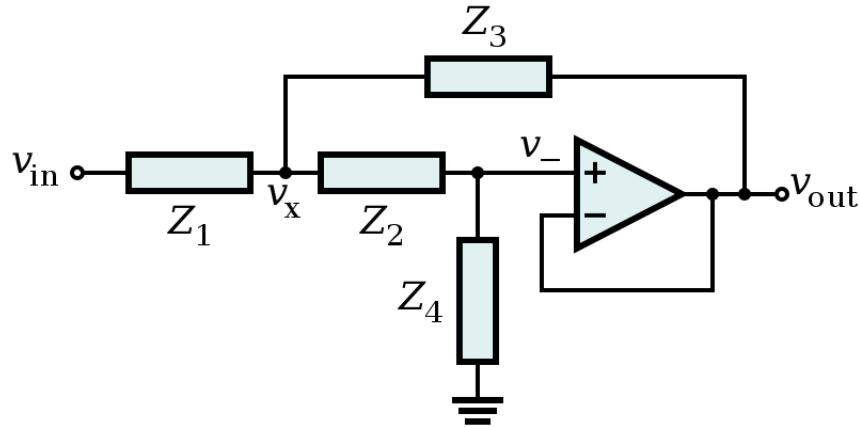


Figura 1: Celda Sallen Key

Aunque esta puede sufrir algunas variaciones dependiendo el caso.

Planteando el nodo  $V_x$  obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{V_{in}-V_x}{Z_1} + \frac{V_{out}-V_x}{Z_2} = \frac{V_x-V_{out}}{Z_3}$$

Y aplicando un divisor resistivo en  $V^+$  obtenemos:

$$V^+ = V_x \cdot \frac{Z_4}{Z_2+Z_4}$$

Y teniendo en cuenta que  $V^+ = V^- = V_{out}$  para un Op-Amp ideal, podemos despejar la función transferencia:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_3 \cdot Z_4}{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2) + Z_3 \cdot Z_4 + Z_1 \cdot Z_2}$$

## 1.3. Análisis de las variantes utilizadas

Para los circuitos diseñados se utilizaron diferentes variantes de la topología Sallen Key, las cuales están analizadas a continuación.

### 1.3.1. Primer Variante

Una variante utilizada, la cual tiene la ventaja de tener ganancia unitaria es la siguiente:

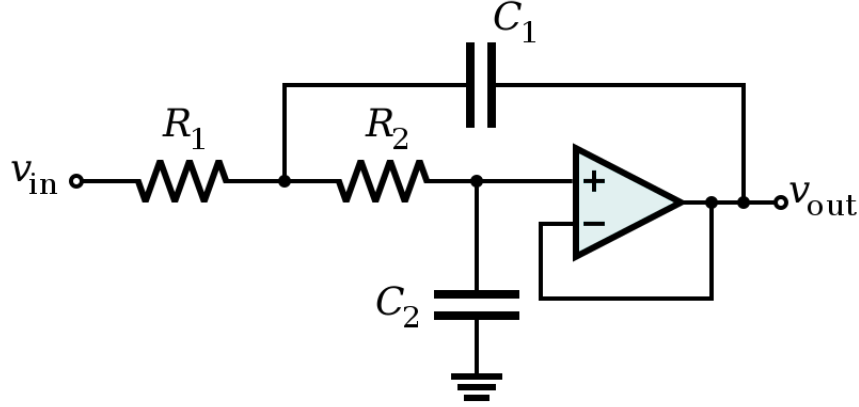


Figura 2: Primer Variante

Reemplazando la función genérica con los componentes especificados se obtiene la siguiente función transferencia:

$$G = H(s) = \frac{1}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2 (R_2 + R_1) + 1}$$

Donde comparando con una función transferencia de segundo orden se pueden sacar las siguientes conclusiones:

$$\begin{cases} \omega_o = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}} \\ Q = \frac{1}{\omega_o \cdot C_2 (R_2 + R_1)} = \sqrt{\frac{C_1 R_1 R_2}{C_2}} \cdot \frac{1}{R_2 + R_1} \end{cases}$$

Para calcular la impedancia de entrada se calcula  $\frac{V_{in}}{I_{in}} = Z_{in1}$  sin  $R_1$  y luego se obtiene  $Z_{in} = Z_{in1} + R_1$  lo cual se calcula planteando:

$$I_{in} = \frac{V_x - V_{out}}{R_2} + \frac{V_x - V_{out}}{\left(\frac{1}{sC_1}\right)}$$

Finalmente se obtiene:

$$Z_{in} = R_1 + \frac{1}{sC_2} \cdot \frac{1 + s \cdot C_2 R_2}{1 + s \cdot C_1 R_2}$$

Para calcular la impedancia se agrega una fuente a la salida y se pasiva la entrada, calculando  $\frac{V_{out}}{I_{out}}$ , la cual se puede ver fácilmente que será la impedancia de salida del Op-Amp, simbolizada como  $R_{OA}$  en paralelo con una impedancia, la cual podemos calcular planteando las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} V_{out} - Z_{C1} \cdot I_{out} = V_x \\ \frac{V_x}{R_1} + \frac{V_x - V_{out}}{R_2} = I_{out} \end{cases}$$

Desarrollando se llega a:

$$Z_{out} = R_{OA} \parallel (R_1 + \frac{1}{sC_1} \cdot (\frac{R_1}{R_2} + 1))$$

La sensibilidades relevantes asociadas a la celda son  $S_x^G, S_x^Q, S_{x_o}^{\omega_o}$ ,

las cuales son calculadas con la siguiente formula:

$$S_x^f = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{x}{f}$$

Como ya se obtuvo la expresi3n de las funciones, se procede a aplicar la formula, lo cual produce los siguientes resultados:

$$\begin{cases} S_{R_1}^{\omega_o} = S_{R_2}^{\omega_o} = S_{C_1}^{\omega_o} = S_{C_2}^{\omega_o} = -1 \\ S_{R_1}^Q = \frac{R_2 - R_1}{2(R_2 + R_1)} \\ S_{R_2}^Q = \frac{R_1 - R_2}{2(R_2 + R_1)} \\ S_{C_1}^Q = \frac{1}{2} \\ S_{C_2}^Q = -\frac{1}{2} \\ S_{R_1}^G = -\frac{R_1(s^2 \cdot (R_2 C_1 C_2) + s \cdot C_2)}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2(R_2 + R_1) + 1} \\ S_{R_2}^G = -\frac{R_2(s^2 \cdot (R_1 C_1 C_2) + s \cdot C_2)}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2(R_2 + R_1) + 1} \\ S_{C_1}^G = -\frac{s^2 \cdot C_1(R_1 C_1 C_2)}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2(R_2 + R_1) + 1} \\ S_{C_2}^G = -\frac{C_2(s^2 \cdot (R_1 C_1 C_2) + s \cdot R_2)}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2(R_2 + R_1) + 1} \end{cases}$$

En resumen, la primer variante se puede resumir en el siguiente cuadro:

Parámetro	Funci3n
$G$	$\frac{1}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2(R_2 + R_1) + 1}$
$\omega_o$	$\frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$
$Q$	$\sqrt{\frac{C_1 R_1 R_2}{C_2}} \cdot \frac{1}{R_2 + R_1}$
$Z_{in}$	$R_1 + \frac{1}{sC_2} \cdot \frac{1 + s \cdot C_2 R_2}{1 + s \cdot C_1 R_2}$
$Z_{out}$	$R_{OA} \parallel (R_1 + \frac{1}{sC_1} \cdot (\frac{R_1}{R_2} + 1))$

Sensibilidades				
Parámetro	$S_{R_1}^f$	$S_{R_2}^f$	$S_{C_1}^f$	$S_{C_2}^f$
$G$	$-\frac{R_1(s^2 \cdot (R_2 C_1 C_2) + s \cdot C_2)}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2(R_2 + R_1) + 1}$	$-\frac{R_2(s^2 \cdot (R_1 C_1 C_2) + s \cdot C_2)}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2(R_2 + R_1) + 1}$	$-\frac{s^2 \cdot C_1(R_1 C_1 C_2)}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2(R_2 + R_1) + 1}$	$-\frac{C_2(s^2 \cdot (R_1 C_1 C_2) + s \cdot R_2)}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2(R_2 + R_1) + 1}$
$\omega_o$	$-\frac{1}{2(R_2 + R_1)}$	$-\frac{1}{2(R_2 + R_1)}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$Q$	$\frac{R_2 - R_1}{2(R_2 + R_1)}$	$\frac{R_1 - R_2}{2(R_2 + R_1)}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

Cuadro 1: Propiedades Primer Variante

### 1.3.2. Segunda Variante

En esta segunda variante se agrega un divisor resistivo en la retroalimentacion, resultando el circuito en:

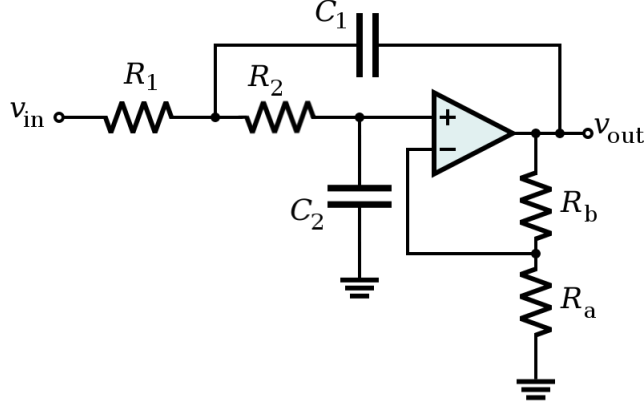


Figura 3: Segunda Variante

Para hallar la función transferencia se procede de forma análoga al caso genérico, exceptuando que ahora  $V^+ = V^- \neq V_{out}$ , sino que  $V^+ = V^- = V_{out} \cdot \frac{R_a}{R_a + R_b}$ , como resultado obtenemos una función transferencia donde su ganancia ya no es unitaria:

$$H(s) = K \cdot \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2) + Z_1 Z_2 + Z_3 Z_4 + (1 - K) \cdot Z_1 Z_4}$$

$$\text{con } K = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

Se puede apreciar que si  $R_b = 0$  y  $R_a \rightarrow \infty$ , entonces  $K = 1$  y  $H(s)$  resulta en la genérica calculada anteriormente.

Ahora, para este circuito tenemos que:

$$\begin{cases} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = R_2 \\ Z_3 = \frac{1}{sC_1} \\ Z_4 = \frac{1}{sC_2} \end{cases}$$

Resultando en:

$$H(s) = \frac{K}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot [C_2 (R_2 + R_1) + (1 - K) R_1 C_1] + 1}$$

Donde comparando con una función transferencia de segundo orden se pueden sacar las siguientes conclusiones:

$$\begin{cases} \omega_o = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}} \\ Q = \frac{1}{\omega_o [C_2 (R_2 + R_1) + (1 - K) R_1 C_1]} = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_2 (R_2 + R_1) + (1 - K) R_1 C_1} \\ K = 1 + \frac{R_b}{R_a} \end{cases}$$

La impedancia de entrada se calcula a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} V^- = V_{out} \cdot \frac{R_a}{R_a + R_b} \\ V_x = V^- \cdot \left( \frac{Z_2}{Z_4} + 1 \right) \\ I_{in} = \frac{V_x - V_{out}}{Z_3} + \frac{V_x - V^-}{Z_2} \end{cases}$$

Manipulando las ecuaciones se llega a:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{V_{out}} = Z_1 + \frac{Z_3(Z_2 + Z_4)}{Z_2 + Z_3 + Z_4(1 - K)}$$

Donde reemplazando para los componentes propuestos en la variante, se llega a:

$$Z_{in} = R_1 + \frac{1}{s} \cdot \frac{sC_2R_2 + 1}{sR_1C_1C_2 + C_2 + C_1(1 - K)}$$

Se observa nuevamente que si  $K = 1$ , se vuelve al caso genérico y la impedancia de entrada es equivalente a la calculada en el primer caso

Para la impedancia de salida se necesita plantear las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} V^- = V_{out} \cdot \frac{R_a}{R_a + R_b} \\ V_x = V^- \cdot \left( \frac{Z_2}{Z_4} + 1 \right) \\ I_{out} = \frac{V_{out} - V^-}{R_b} + \frac{V_{out} - V_x}{Z_3} \end{cases}$$

Manipulando las ecuaciones se llega a:

$$Z_{out} = R_{OA} \parallel \frac{Z_3(R_a + R_b)}{Z_3 + R_b - R_a \cdot \frac{Z_2}{Z_4}}$$

Donde reemplazando para los componentes propuestos en la variante, se llega a:

$$Z_{out} = R_{OA} \parallel \frac{R_a + R_b}{-s^2R_aR_2C_1C_2 + sC_1R_b + 1}$$

La sensibilidades relevantes asociadas a la celda son  $S_x^G, S_x^Q, S_x^{\omega_o}$ ,

las cuales son calculadas con la siguiente formula:

$$S_x^f = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{x}{f}$$

Como ya se obtuvo la expresión de las funciones, se procede a aplicar la formula, lo cual produce los siguientes resultados:

$$\begin{cases} S_{R_1}^{\omega_o} = S_{R_2}^{\omega_o} = S_{C_1}^{\omega_o} = S_{C_2}^{\omega_o} = -1 \\ S_{R_1}^Q = -\frac{1}{2} \cdot \frac{R_1(C_2 + C_1(1-K) - C_2R_2)}{C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1} \\ S_{R_2}^Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_1(C_2 + C_1(1-K) - C_2R_2)}{C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1} \\ S_{C_1}^Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_2(R_2 + R_1) - (1-K)R_1C_1}{C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1} \\ S_{C_2}^Q = -\frac{1}{2} \cdot \frac{C_2(R_2 + R_1) - (1-K)R_1C_1}{C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1} \\ S_K^Q = \frac{K \cdot C_1R_1}{C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1} \\ S_K^G = \frac{s^2 \cdot (C_1C_2R_1R_2) + s \cdot [C_2(R_2 + R_1) + R_1C_1] + 1}{s^2 \cdot (C_1C_2R_1R_2) + s \cdot [C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1] + 1} \\ S_{R_1}^G = -\frac{sR_1(sC_1R_2C_2 + C_2 + C_1(1-K))}{s^2 \cdot (C_1C_2R_1R_2) + s \cdot [C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1] + 1} \\ S_{R_2}^G = -\frac{sR_2(sR_1C_1C_2 + C_2)}{s^2 \cdot (C_1C_2R_1R_2) + s \cdot [C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1] + 1} \\ S_{C_1}^G = -\frac{sC_1(sR_1R_2C_2 + R_1(1-K))}{s^2 \cdot (C_1C_2R_1R_2) + s \cdot [C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1] + 1} \\ S_{C_2}^G = -\frac{sC_2(sC_1R_2R_1 + R_1 + R_2)}{s^2 \cdot (C_1C_2R_1R_2) + s \cdot [C_2(R_2 + R_1) + (1-K)R_1C_1] + 1} \end{cases}$$



En resumen, la segunda variante se puede resumir en el siguiente cuadro:

Parámetro	Función
$G$	$\frac{1}{s^2 \cdot (C_1 C_2 R_1 R_2) + s \cdot C_2 (R_2 + R_1) + 1}$
$\omega_o$	$\frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$
$Q$	$\frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1}$
$Z_{in}$	$R_1 + \frac{1}{s} \cdot \frac{s C_2 R_2 + 1}{s R_1 C_1 C_2 + C_2 + C_1 (1-K)}$
$Z_{out}$	$R_{OA} \parallel \frac{R_a + R_b}{-s^2 R_a R_2 C_1 C_2 + s C_1 R_b + 1}$

Sensibilidad des				
Parametro	$\frac{S_{R_1}^f}{S_{R_1}^f}$	$\frac{S_{R_2}^f}{S_{R_2}^f}$	$\frac{S_{C_1}^f}{S_{C_1}^f}$	$\frac{S_{C_2}^f}{S_{C_2}^f}$
$G$	$-\frac{s R_2 (s C_1 R_2 C_2 + C_2 + C_1 (1-K))}{s^2 (C_1 C_2 R_1 R_2) + s (C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1) + 1}$	$-\frac{s R_2 (s R_1 C_1 C_2 + C_2)}{s^2 (C_1 C_2 R_1 R_2) + s (C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1) + 1}$	$-\frac{s C_1 (s R_1 R_2 C_2 + R_1 (1-K))}{s^2 (C_1 C_2 R_1 R_2) + s (C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1) + 1}$	$-\frac{s C_2 (s C_1 R_2 R_1 + R_1 + R_2)}{s^2 (C_1 C_2 R_1 R_2) + s (C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1) + 1}$
$\omega_o$	$-\frac{1}{2} \cdot \frac{R_1 (C_2 + C_1 (1-K) - C_2 R_2)}{C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{R_1 (C_2 + C_1 (1-K) - C_2 R_2)}{C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{C_2 (R_2 + R_1) - (1-K) R_1 C_1}{C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1}$	$-\frac{1}{2} \cdot \frac{C_2 (R_2 + R_1) - (1-K) R_1 C_1}{C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1}$
$Q$	$-\frac{1}{2} \cdot \frac{R_1 (C_2 + C_1 (1-K) - C_2 R_2)}{C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{R_1 (C_2 + C_1 (1-K) - C_2 R_2)}{C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{C_2 (R_2 + R_1) - (1-K) R_1 C_1}{C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1}$	$-\frac{1}{2} \cdot \frac{C_2 (R_2 + R_1) - (1-K) R_1 C_1}{C_2 (R_2 + R_1) + (1-K) R_1 C_1}$

Cuadro 2: Propiedades Primer Variante

### 1.3.3. Tercer Variante

La tercer variante se usara para las etapas de primer orden, donde lo mejor es colocar un simple integrador para altas frecuencias:

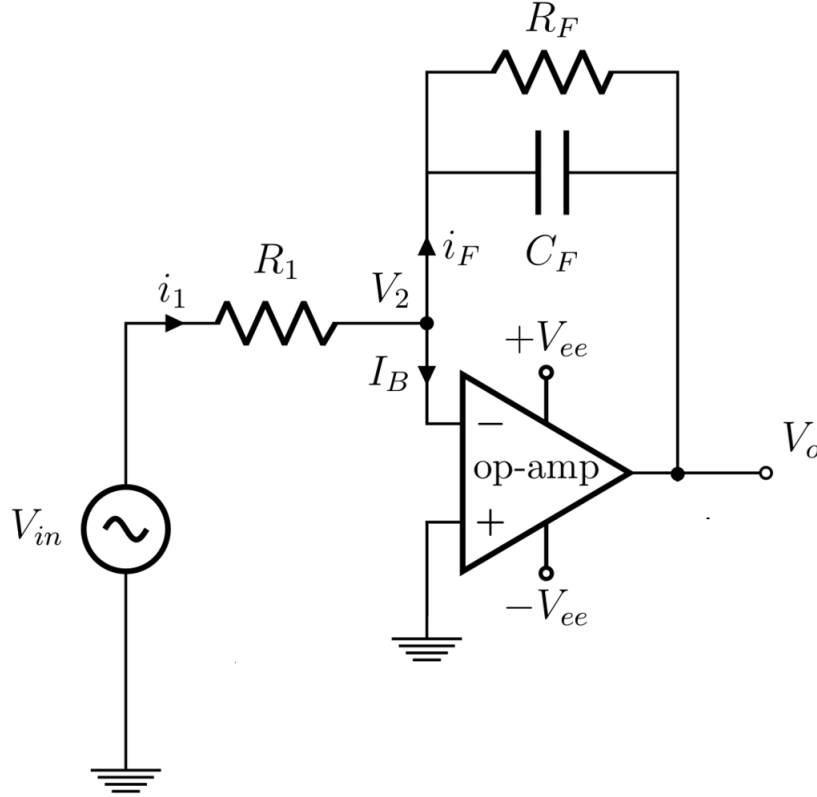


Figura 4: Tercer Variante

Su función transferencia es conocida:

$$G = H(s) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{s \cdot (C_2 R_2) + 1} = -\frac{Z_1}{R_1}$$

Donde:

$$\begin{cases} \omega_o = \frac{1}{C_2 R_2} \\ K = \frac{R_2}{R_1} \\ Z_1 = (R_2) \parallel \left(\frac{1}{s C_1}\right) \end{cases}$$

La impedancia de entrada se puede ver fácilmente que es  $Z_{in} = R_1$ , la cual es calculada a través de la formula  $I_{in} = \frac{0-V_{out}}{Z_1}$ , la cual multiplicando y dividiendo por  $V_{in}$ , obtenemos:

$$I_{in} = -\frac{V_{out}}{V_{in}} \cdot \frac{V_{in}}{Z_1} = -G \cdot \frac{V_{in}}{Z_1} = -\left(-\frac{Z_1}{R_1}\right) \cdot \frac{V_{in}}{Z_1} = \frac{V_{in}}{R_1}$$

$$\frac{V_{in}}{I_{in}} = R_1 = Z_{in}$$

Para la impedancia de salida, al pasivar la entrada, no circula corriente por  $R_1$  ni  $Z_1$  gracias a la tierra virtual en  $V^-$ , por lo que la impedancia de salida va a ser la impedancia de salida propia del Op-Amp:

$$Z_{out} = R_{OA}$$

La sensibilidades relevantes asociadas a la celda son  $S_{R_1}^G, S_{R_2}^G, S_{C_2}^G, S_{C_1}^{\omega_o}, S_{R_2}^{\omega_o}$ ,

las cuales son calculadas con la siguiente formula:

$$S_x^f = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{x}{f}$$

Como ya se obtuvo la expresión de las funciones, se procede a aplicar la formula, lo cual produce los siguientes resultados:

$$\begin{cases} S_{R_2}^{\omega_o} = S_{C_2}^{\omega_o} = -1 \\ S_{R_1}^G = -1 \\ S_{R_2}^G = \frac{1}{s \cdot (C_2 R_2) + 1} \\ S_{C_2}^G = \frac{s \cdot (C_2 R_2)}{s \cdot (C_2 R_2) + 1} \end{cases}$$

En resumen, la tercer variante se puede resumir en el siguiente cuadro:

Parámetro	Función	Sensibilidades		
	—	$S_{R_1}^f$	$S_{R_2}^f$	$S_{C_2}^f$
$G$	$-\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{s \cdot (C_2 R_2) + 1}$	-1	$\frac{1}{s \cdot (C_2 R_2) + 1}$	$\frac{s \cdot (C_2 R_2)}{s \cdot (C_2 R_2) + 1}$
$\omega_o$	$\frac{1}{C_2 R_2}$	—	-1	-1
$Z_{in}$	$R_1$	—	—	—
$Z_{out}$	$R_{OA}$	—	—	—

Cuadro 3: Propiedades Tercer Variante

## 1.4. Primer Plantilla

### 1.4.1. Función Transferencia

El primer circuito a realizar debe cumplir la siguiente plantilla:

<i>Orden</i>	5
$f_p$	$(25 + 2 \cdot N) \text{ kHz} \pm 5\%$
$A_p$	3 dB
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50 \text{ k}\Omega$
<i>Filtro</i>	LP

(a) Legendre para alta señal.

Figura 5: Primera Plantilla

Al tener el orden fijo para la aproximación de Legendre se puede obtener de manera mas sencilla la función transferencia, donde el  $\varepsilon$  es:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{A_p}{10}} - 1} = 0,998 \approx 1$$

Ahora se tiene que el modulo de la transferencia al cuadrado es:

$$|H(s)|^2 = \frac{1}{1 + L_n(s^2)}$$

De manera que desarrollando  $L_n(s^2)$  y seleccionando los polos en el semiplano izquierdo, se llega a la siguiente función transferencia:

$$H(s) = \frac{1}{((\frac{s}{\omega_o})^2 + \frac{s}{Q_o\omega_o} + 1) \cdot ((\frac{s}{\omega_1})^2 + \frac{s}{Q_1\omega_1} + 1) \cdot (\frac{s}{\omega_2} + 1)}$$

Donde:

$$\begin{cases} \omega_o = 2\pi \cdot 24700 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ Q_o = 0,91 \\ \omega_1 = 2\pi \cdot 34300 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ Q_1 = 3,19 \\ \omega_2 = 2\pi \cdot 16400 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases}$$

El rango dinámico asociado a cada transferencia de segundo orden es:

$$RD_{Q=0,91} = 20\log(\frac{V_{inMAX}}{10mV}) = 56,5dB$$

$$RD_{Q=3,19} = 20\log(\frac{V_{inMAX}}{10mV}) = 52,4dB$$

Simulando la función teórica obtenida, se obtuvieron los siguientes diagramas:

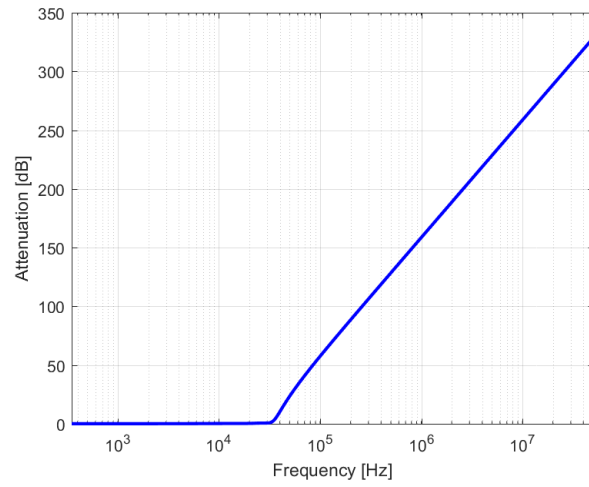


Figura 6: Atenuación

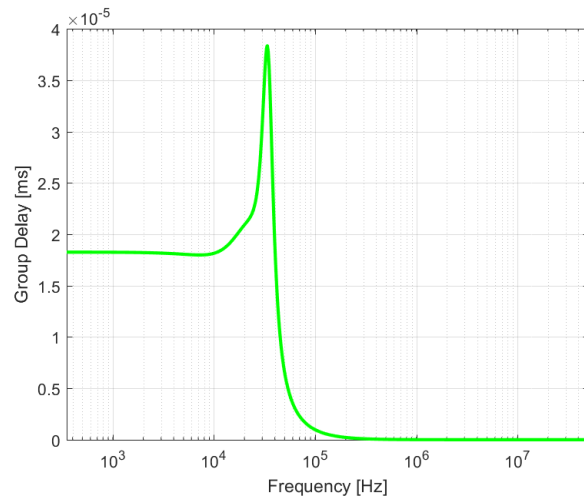


Figura 7: Retardo de Grupo

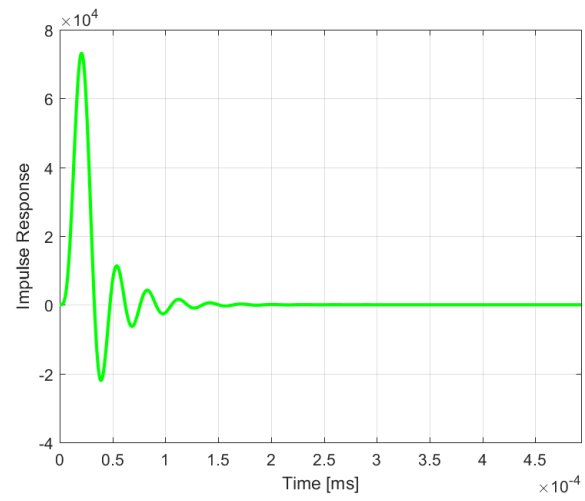


Figura 8: Respuesta al Impulso

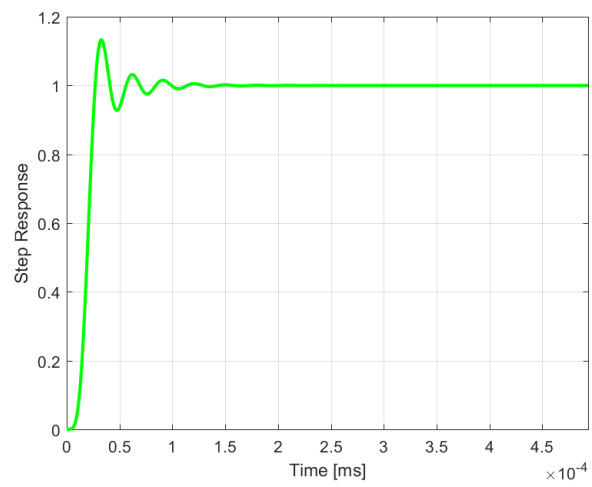


Figura 9: Respuesta al Escalón

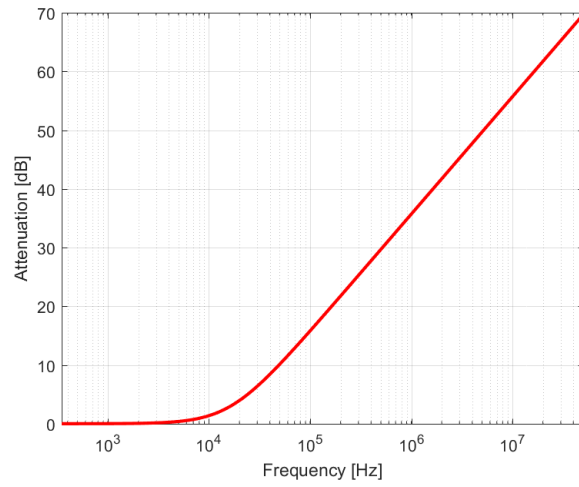


Figura 10: Atenuación primer etapa

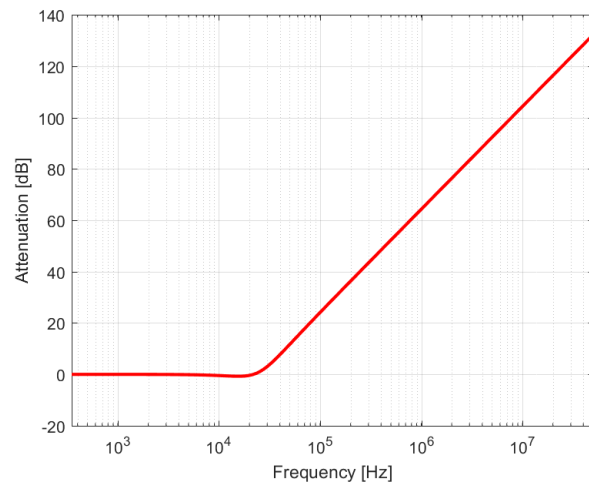


Figura 11: Atenuación segunda etapa

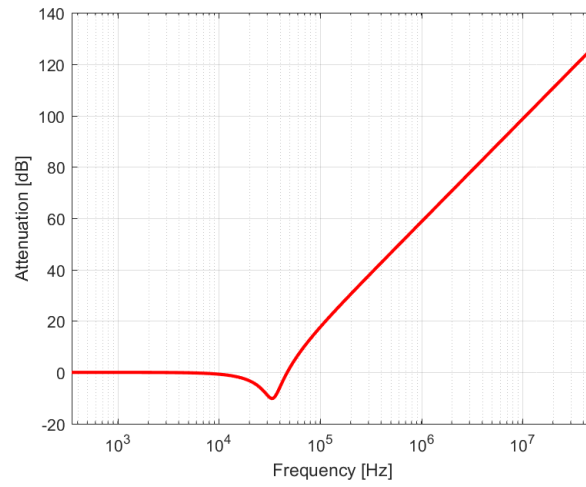


Figura 12: Atenuación tercer etapa

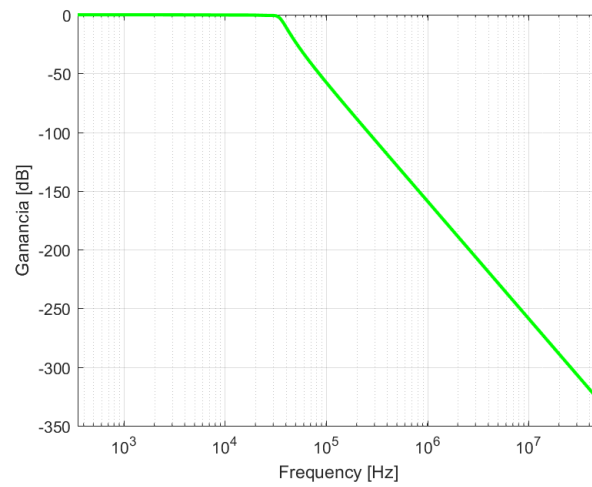


Figura 13: Bode magnitud

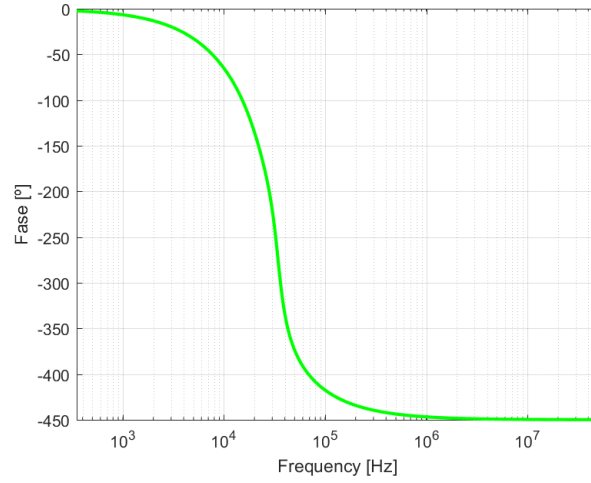


Figura 14: Bode fase

#### 1.4.2. Diseño de Circuito

Para el diseño del circuito se utilizó dos etapas de celdas Sallen Key, las dos correspondientes a la primer variante, ya que se necesita una ganancia unitaria. También se agregó un etapa de la tercer variante, el integrador inversor, para la etapa de primer orden.

Para decidir el orden de las etapas a implementar se colocó primero la de menor  $Q$ . El integrador se puso como segunda etapa ya que su impedancia de entrada no superaba los  $50k\Omega$ , y no cumpliría la plantilla si estuviese como primera etapa.

Para la primera etapa se colocaron los siguientes componentes:

Componente	Valor Exacto	Valor Utilizado	Error
$R_1$	$100k\Omega$	$100k\Omega$	0 %
$R_2$	$100k\Omega$	$100k\Omega$	0 %
$C_1$	$117,04pF$	$120F$	2,5 %
$C_2$	$35,45pF$	$18nF \parallel 18nF$	1,5 %

Cuadro 4: Componentes primer etapa

Y asociado a estas se calcularon las sensibilidades correspondientes:

Componente	$S_x^G$	$S_x^Q$	$S_x^{\omega_p}$
$R_1$	0	0	-0,5
$R_2$	0	0	-0,5
$C_1$	0	0,5	-0,5
$C_2$	0	-0,5	-0,5

Cuadro 5: Sensibilidades primer etapa

Para la segunda etapa se colocaron los siguientes componentes:



Componente	Valor Exacto	Valor Utilizado	Error
$R_1$	$10k\Omega$	$10k\Omega$	0 %
$R_2$	$10k\Omega$	$10k\Omega$	0 %
$C_2$	$970,45pF$	$1\mu F$	3 %

Cuadro 6: Componentes segunda etapa

Y asociado a estas se calcularon las sensibilidades correspondientes:

Componente	$S_x^G$	$S_x^{\omega_p}$
$R_1$	-1	0
$R_2$	1	-1
$C_1$	0	-1

Cuadro 7: Sensibilidad segunda etapa

Para la tercer etapa se colocaron los siguientes componentes:

Componente	Valor Exacto	Valor Utilizado	Error
$R_1$	$100k\Omega$	$100k\Omega$	0 %
$R_2$	$100k\Omega$	$100k\Omega$	0 %
$C_1$	$297pF$	$330pF$	10 %
$C_2$	$7,3pF$	$6,8pF$	6,8 %

Cuadro 8: Componentes tercer etapa

Y asociado a estas se calcularon las sensibilidades correspondientes:

Componente	$S_x^G$	$S_x^Q$	$S_x^{\omega_p}$
$R_1$	0	0,05	-0,5
$R_2$	0	0	-0,5
$C_1$	0	0,5	-0,5
$C_2$	0	-0,5	-0,5

Cuadro 9: Sensibilidades tercer etapa

A continuación se armo en LTSpice el circuito equivalente:

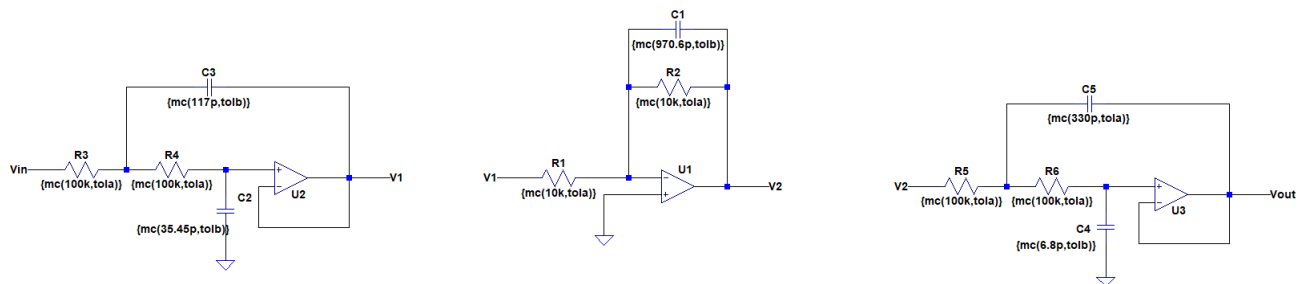


Figura 15: Circuito Primer Plantilla

Y se realizaron las siguientes simulaciones:

Diagrama de Bode:

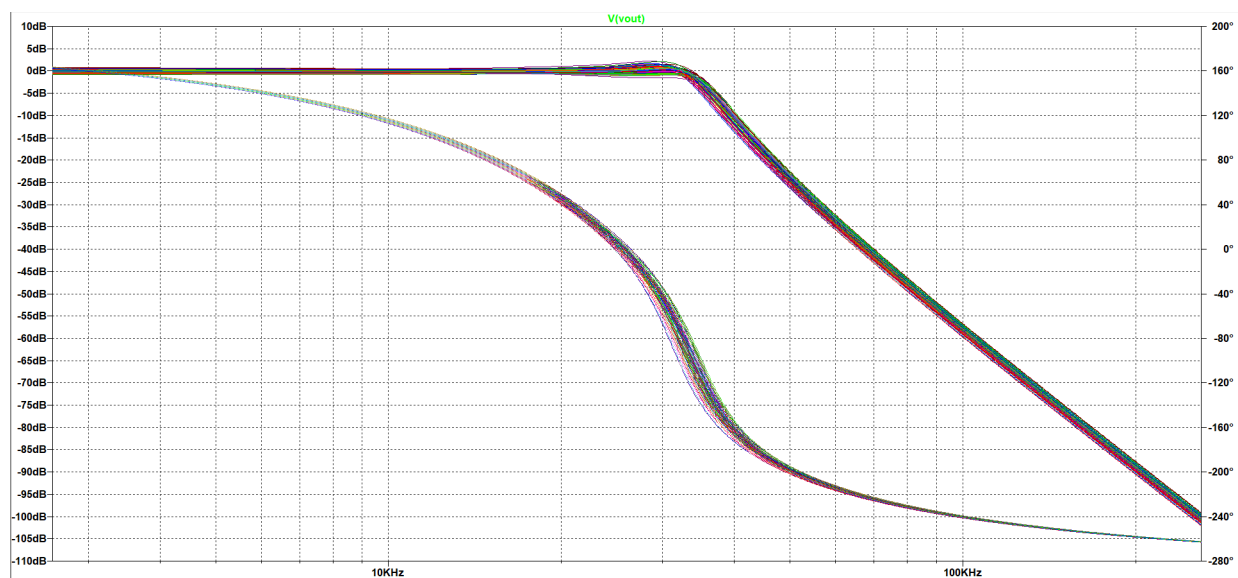


Figura 16: Diagrama de Bode

Impedancias:

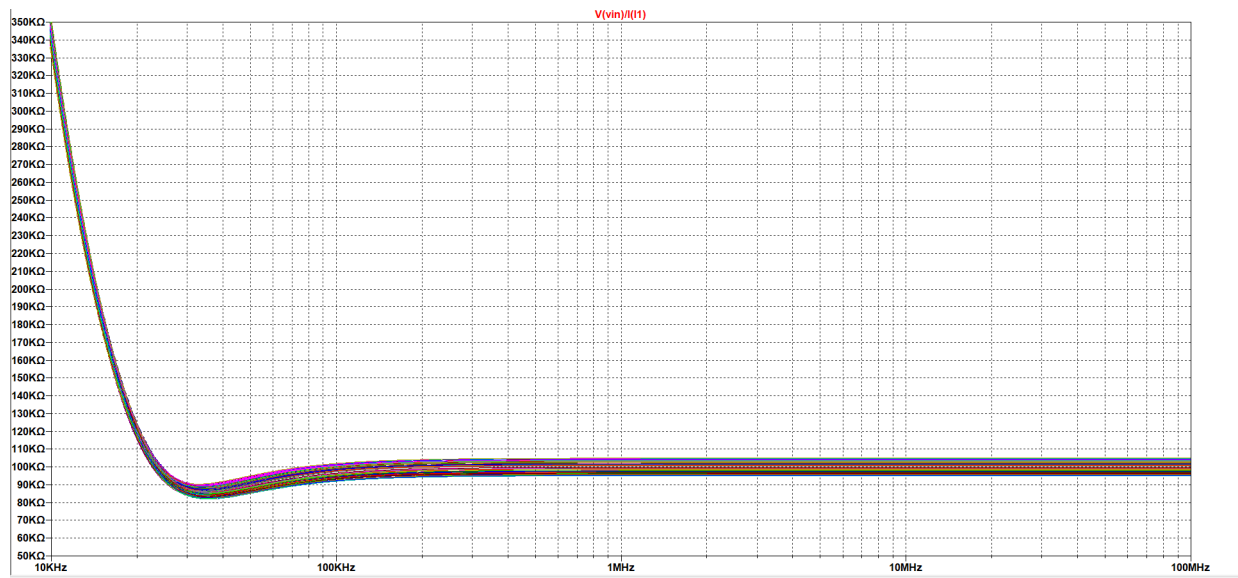


Figura 17: Impedancia de entrada del circuito

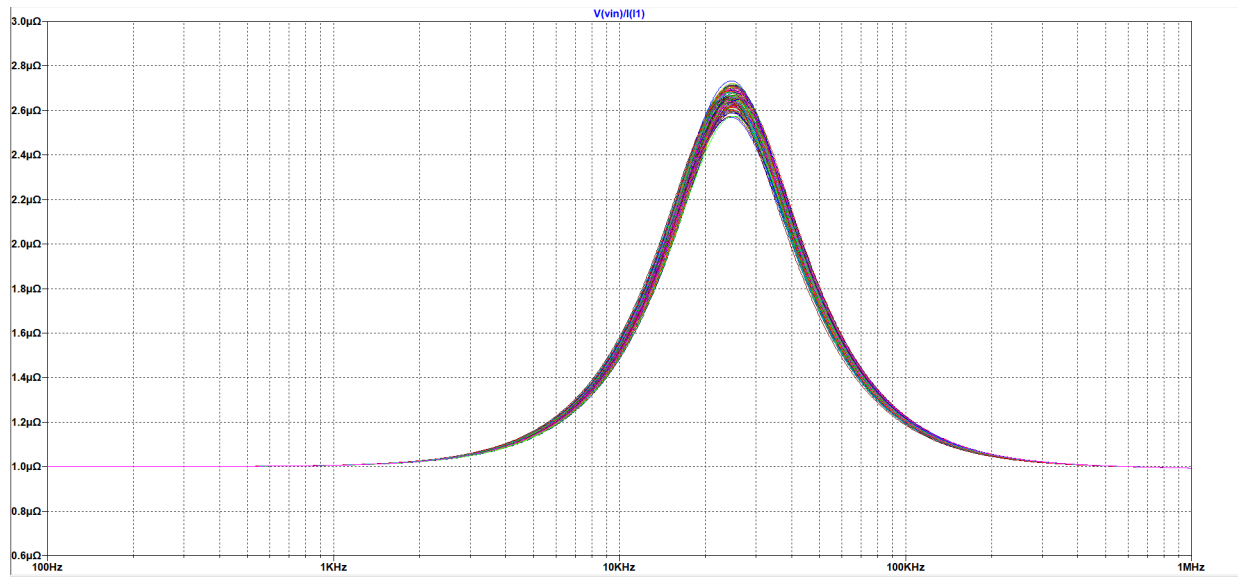


Figura 18: Impedancia de salida primer etapa

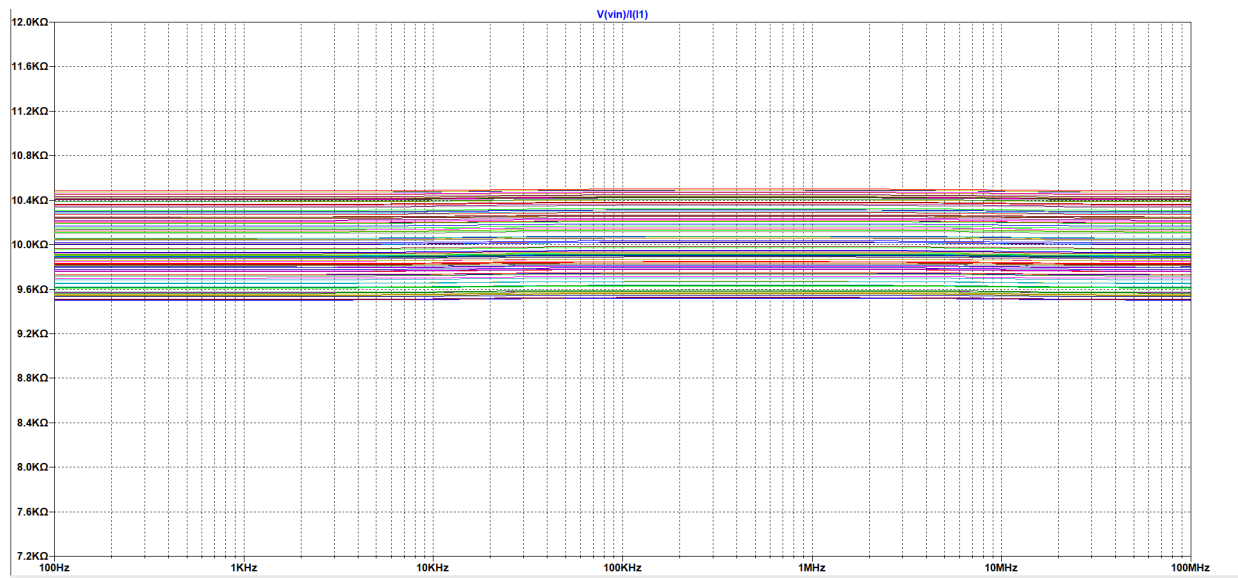


Figura 19: Impedancia de entrada segunda etapa

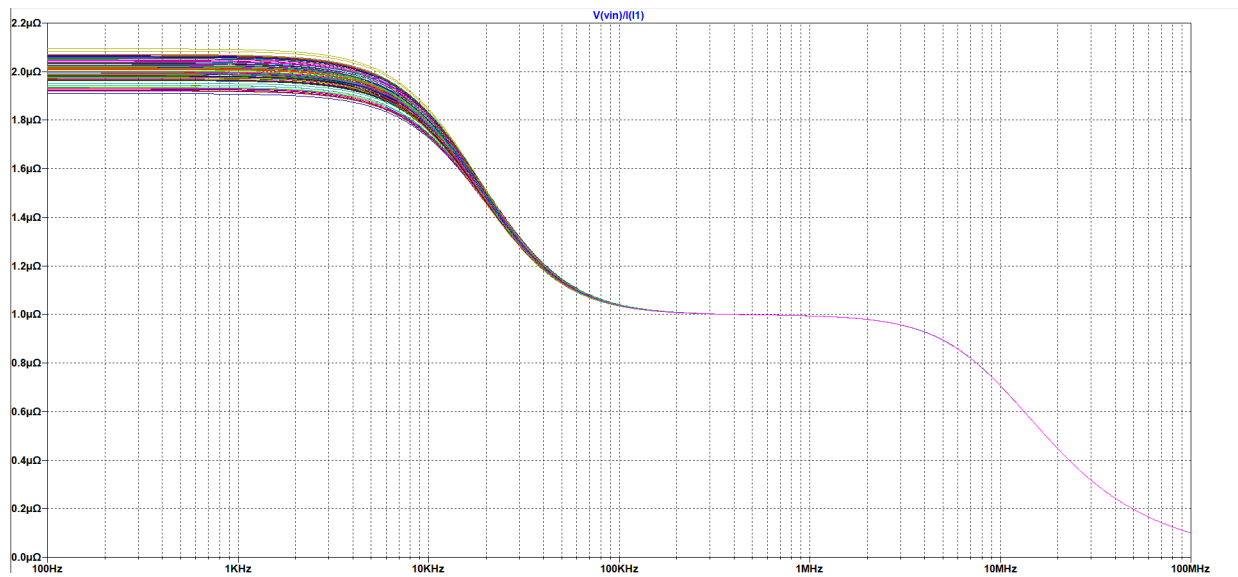


Figura 20: Impedancia de salida de la segunda etapa

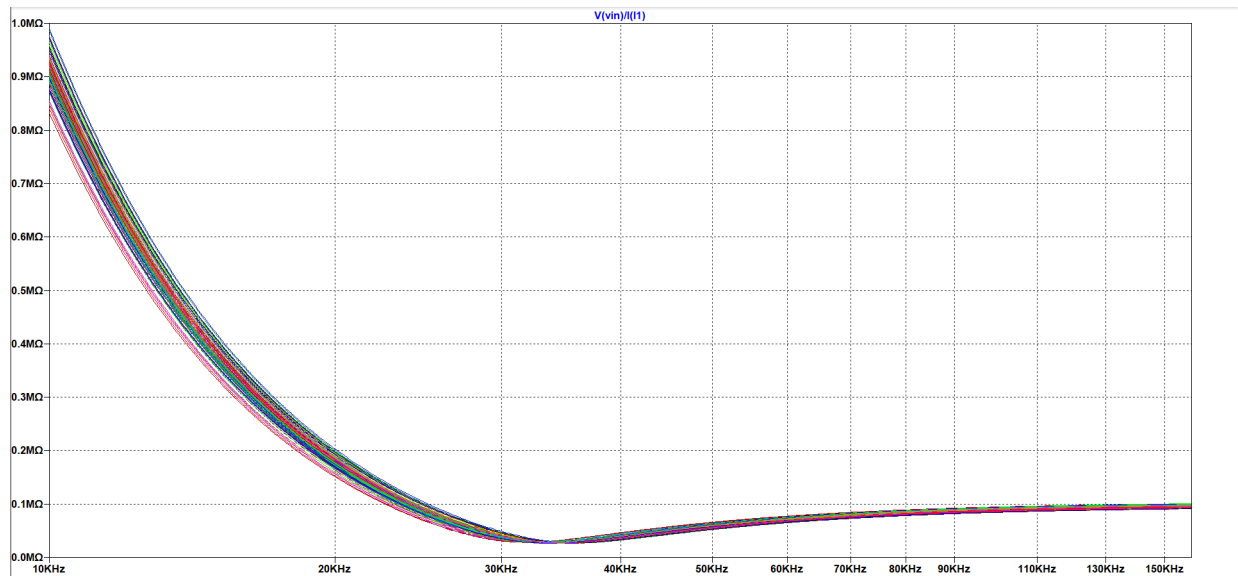


Figura 21: Impedancia de entrada tercera etapa

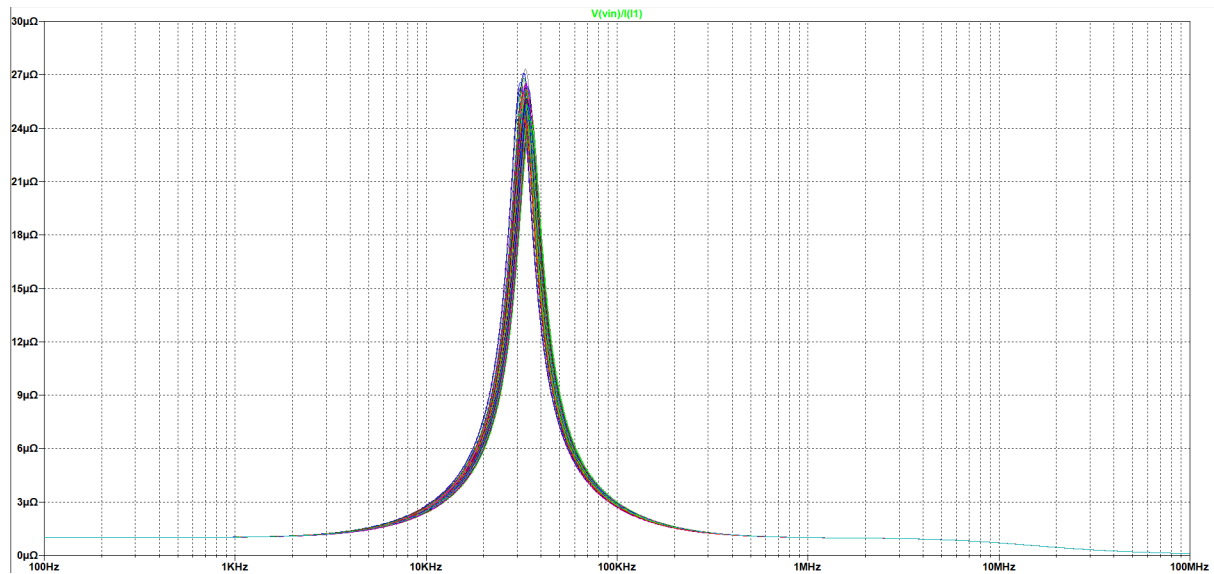


Figura 22: Impedancia de salida del circuito

Como se puede ver, las impedancias de salida se mantienen bajas y las de entrada muy altas. De manera que las etapas se pueden colocar en cascada sin que una afecte la función transferencia de la otra. Además se puede apreciar que el diseño cumple la condición de plantilla  $|Z_{in}| > 50k\Omega$ .

## 1.5. Segunda Plantilla

### 1.5.1. Función Transferencia

El segundo circuito a realizar debe cumplir la siguiente plantilla:

$f_p$	$550 \cdot N \text{ Hz}$
$f_a$	$2600 \cdot N \text{ Hz}$
$A_p$	$3 \text{ dB}$
$A_a$	$40 \text{ dB}$
$\Upsilon(f_p)$	$\leq 5\%$
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50 \text{ k}\Omega$

(b) Bessel para baja señal.

Figura 23: Segunda Plantilla

Tras ir variando el retardo de grupo en continua ( $\tau(0)$ ), se encontró que con  $\tau(0) = 0,1 \text{ ms}$  y una ganancia en continua diferente de cero ( $K = 1,4 \text{ dB}$ ) se pudo lograr que se cumpla la plantilla, de manera que la aproximación se calculo teniendo en cuenta lo siguiente:

Ganancia (dB)	Retardo de Grupo (ms)	$f_p(\text{Hz})$	$A_p(\text{dB})$	$\Upsilon(f_p)$	orden (n)
1,4	0,1	$2,75k$	0	0,05	4

Cuadro 10: Plantilla utilizada

De esta manera se calcula la función transferencia normalizada:

$$H(s_N) = \frac{1}{\sum_{k=0}^4 a_k \cdot s_N^k} = \frac{1}{a_0 + a_1 \cdot s_N + a_2 \cdot s_N^2 + a_3 \cdot s_N^3 + a_4 \cdot s_N^4}$$

Con:

$$a_k = \frac{(8-k)!}{2^{4-k} k! (4-k)!} \cdot \frac{2^4 4!}{8!}$$

La cual des-normalizando y multiplicando por la ganancia en continua obtenemos:

$$H(s) = \frac{10^{\frac{1,4}{20}}}{1 + \frac{s}{2\pi f_p} + 0,429 \cdot \left(\frac{s}{2\pi f_p}\right)^2 + 0,095 \cdot \left(\frac{s}{2\pi f_p}\right)^3 + 0,01 \cdot \left(\frac{s}{2\pi f_p}\right)^4}$$

Separando en etapas de segundo orden finalmente llegamos a:

$$H(s) = \frac{10^{\frac{1,4}{20}}}{\left(\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2 + \frac{s}{Q_o \omega_o} + 1\right) \cdot \left(\left(\frac{s}{\omega_1}\right)^2 + \frac{s}{Q_1 \omega_1} + 1\right)}$$

con:

$$\begin{cases} \omega_o = 2\pi \cdot 3600 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ Q_o = 0,52 \\ \omega_1 = 2\pi \cdot 4000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ Q_1 = 0,81 \end{cases}$$

El rango dinámico asociado a cada transferencia de segundo orden es:

$$RD_{Q=0,52} = 20\log\left(\frac{V_{inMAX}}{10mV}\right) = 58,9dB$$

$$RD_{Q=0,81} = 20\log\left(\frac{V_{inMAX}}{10mV}\right) = 62,3dB$$

Simulando la función teórica obtenida, se obtuvieron los siguientes diagramas:

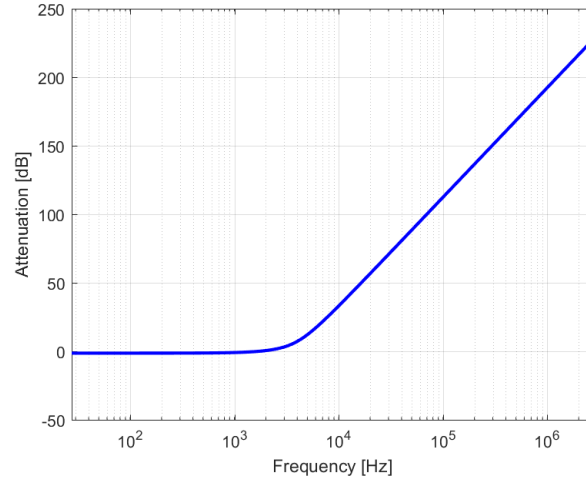


Figura 24: Atenuación

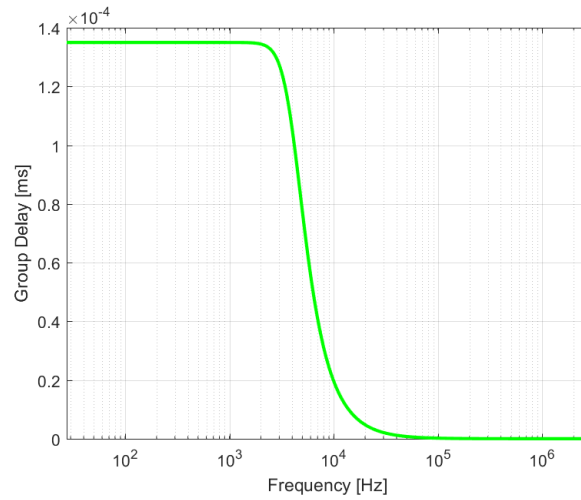


Figura 25: Retardo de Grupo

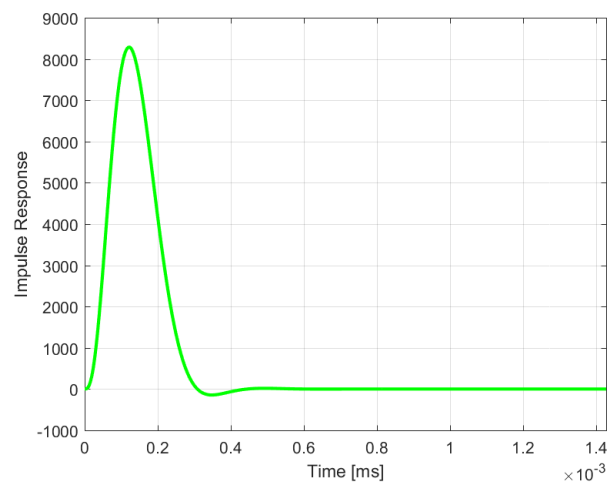


Figura 26: Respuesta al Impulso

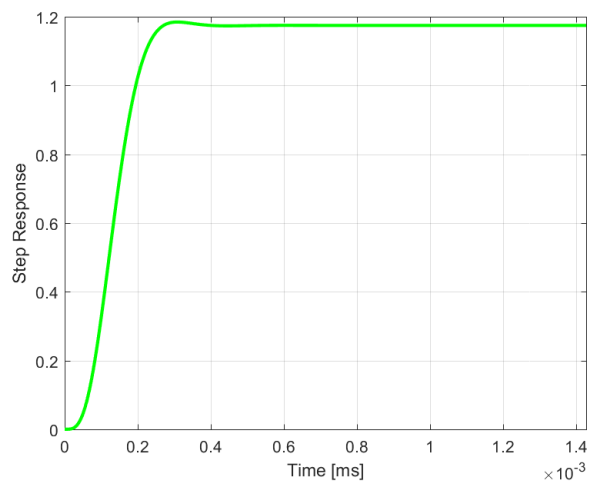


Figura 27: Respuesta al Escalón



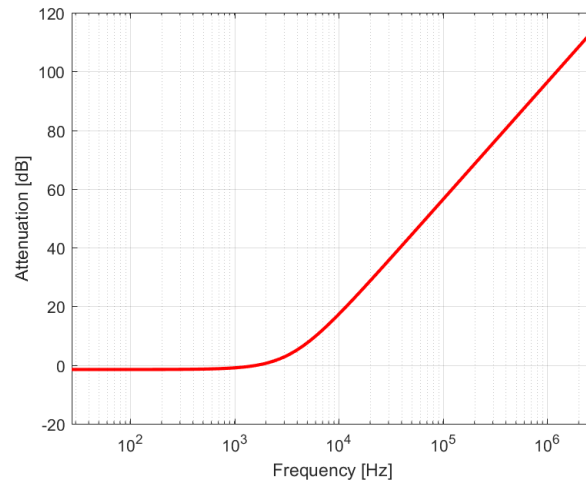


Figura 28: Atenuación primer etapa

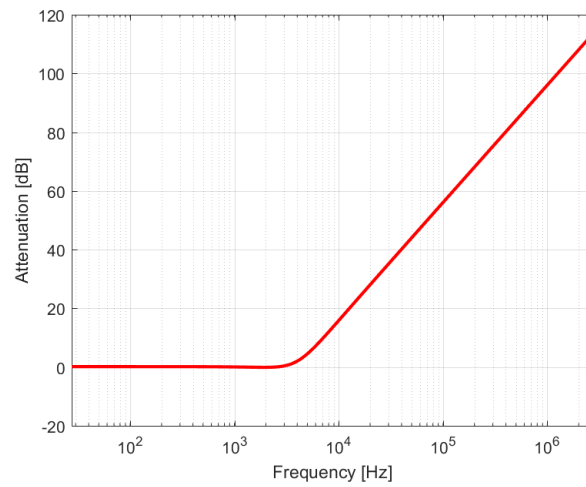


Figura 29: Atenuación segunda etapa

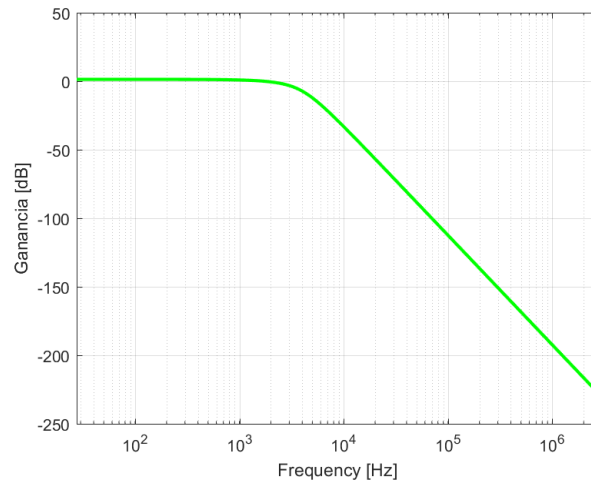


Figura 30: Bode magnitud

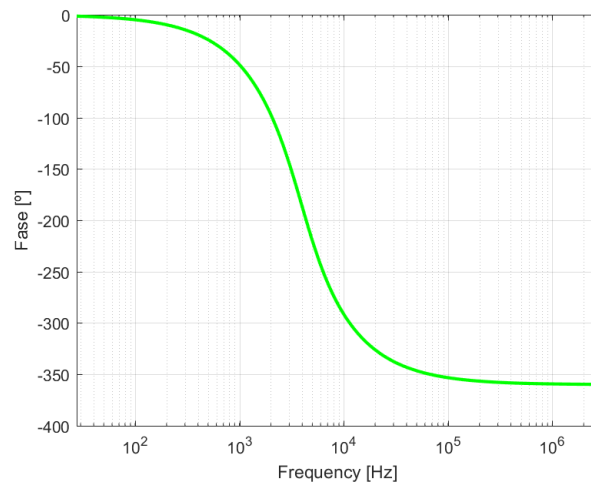


Figura 31: Bode fase

### 1.5.2. Diseño de Circuito

Para el diseño del circuito se utilizó dos etapas de celdas Sallen Key, una correspondiente a la primer variante y una correspondiente a la segunda variante, ya que se necesita una ganancia no unitaria.

Para decidir el orden de las etapas a implementar se colocó primero la de menor  $Q$ , por razones ya mencionadas anteriormente.

Para la primera etapa se colocaron los siguientes componentes:

Componente	Valor Exacto	Valor Utilizado	Error
$R_1$	$100k\Omega$	$100k\Omega$	0 %
$R_2$	$100k\Omega$	$100k\Omega$	0 %
$C_1$	$427,12pF$	$560pF + 1,8nF$	0 %
$C_2$	$468,78pF$	$470pF + 180nF$	0,4 %
$R_a$	$1k\Omega$	$1k\Omega$	0 %
$R_b$	$192\Omega$	$180\Omega + 12\Omega$	0 %

Cuadro 11: Componentes primer etapa

Y asociado a estas se calcularon las sensibilidades correspondientes:

Componente	$S_x^G$	$S_x^Q$	$S_x^{\omega_p}$
$R_1$	0	0,05	-0,5
$R_2$	0	-0,05	-0,5
$C_1$	0	0,6	-0,5
$C_2$	0	-0,6	-0,5
$R_a$	-0,16	-0,1	0
$R_b$	0,16	0,1	0

Cuadro 12: Sensibilidades primer etapa

Para la segunda etapa se colocaron los siguientes componentes:

Componente	Valor Exacto	Valor Utilizado	Error
$R_1$	$56k\Omega$	$56k\Omega$	0 %
$R_2$	$330\Omega$	$330\Omega$	0 %
$C_1$	$98,24nF$	$100nF$	1,76 %
$C_2$	$872pF$	$820nF \parallel 56nF$	0,5 %

Cuadro 13: Componentes segunda etapa

Y asociado a estas se calcularon las sensibilidades correspondientes:

Componente	$S_x^G$	$S_x^Q$	$S_x^{\omega_o}$
$R_1$	0	-0,5	-1
$R_2$	0	0,5	-1
$C_1$	0	0,5	-1
$C_2$	0	-0,5	-1

Cuadro 14: Sensibilidades segunda etapa

A continuación se armó en LTSpice el circuito equivalente:

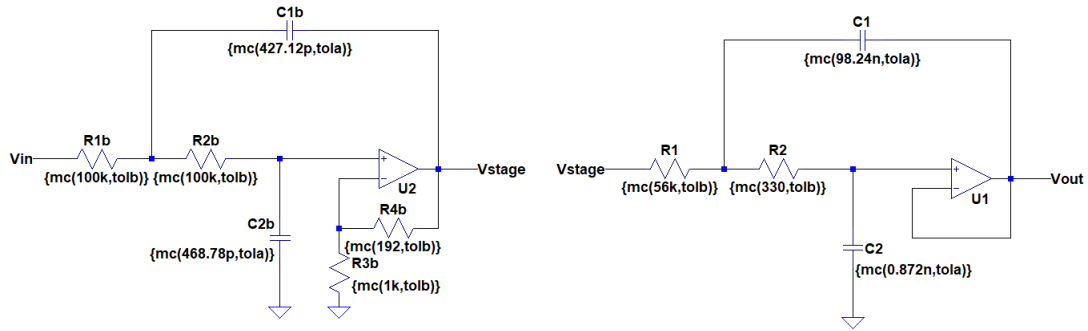


Figura 32: Circuito Segunda Plantilla

Y se realizaron las siguientes simulaciones:

Diagrama de Bode:

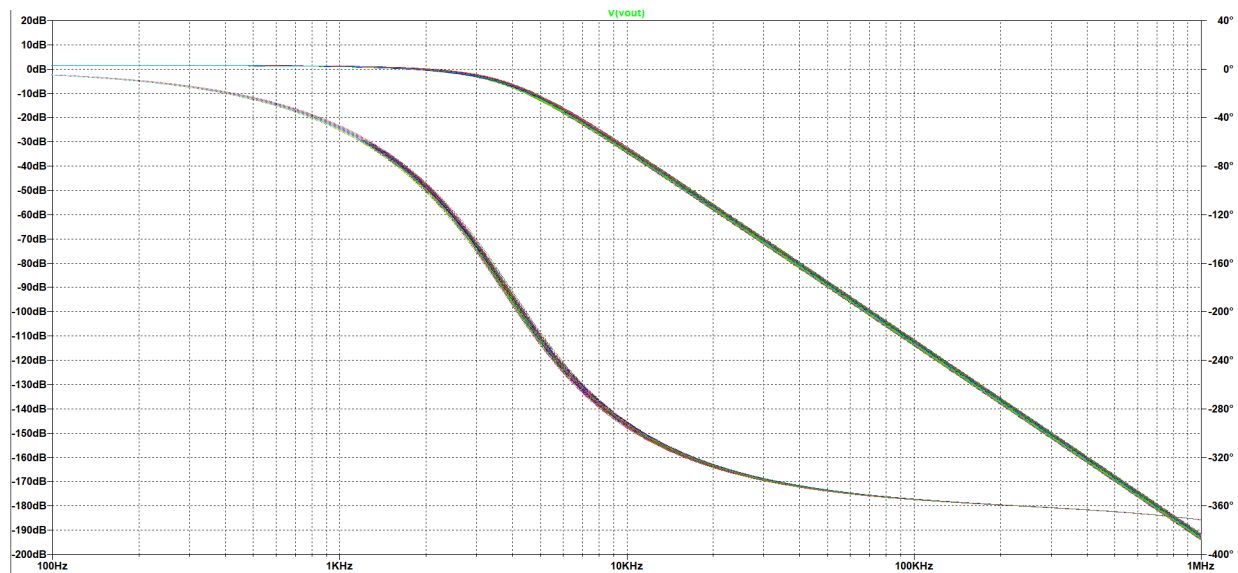


Figura 33: Diagrama de Bode

Impedancias:

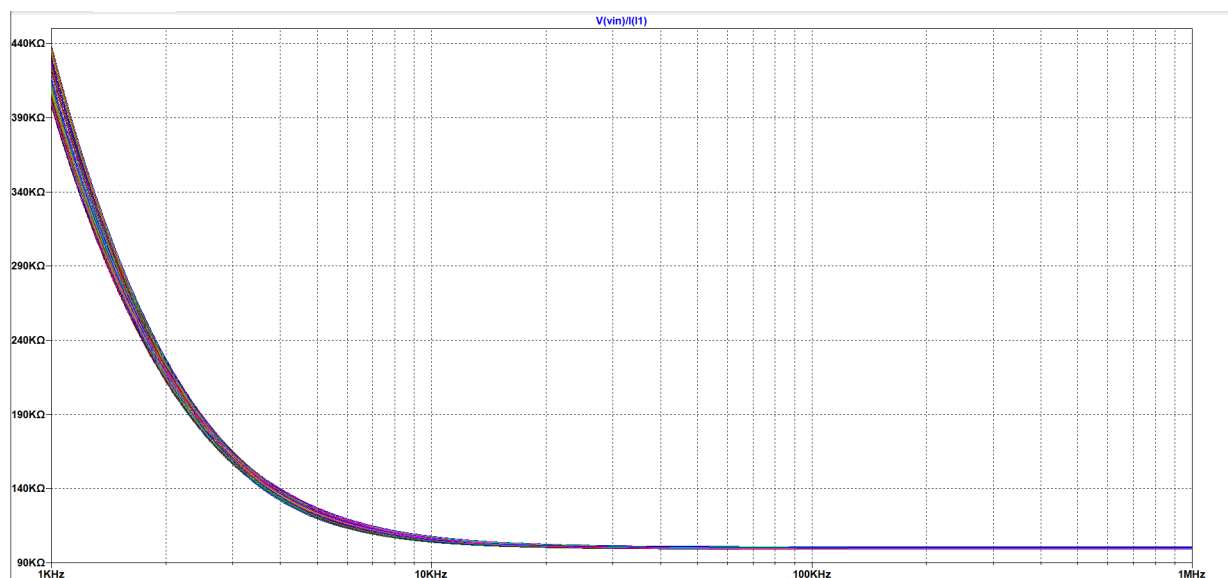


Figura 34: Impedancia de entrada del circuito

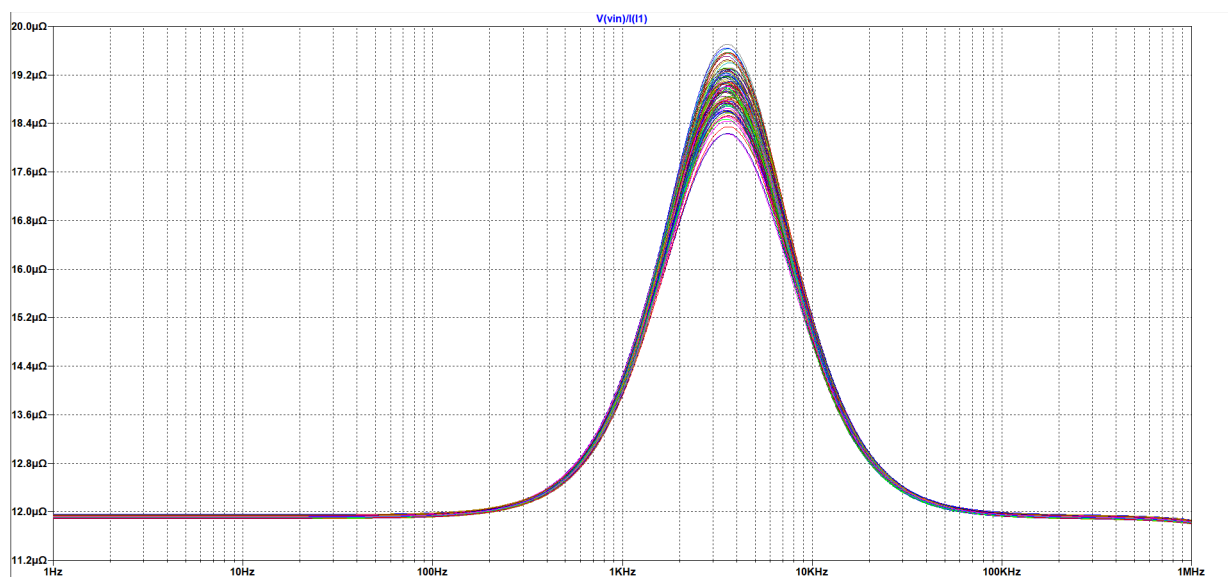


Figura 35: Impedancia de salida primer etapa

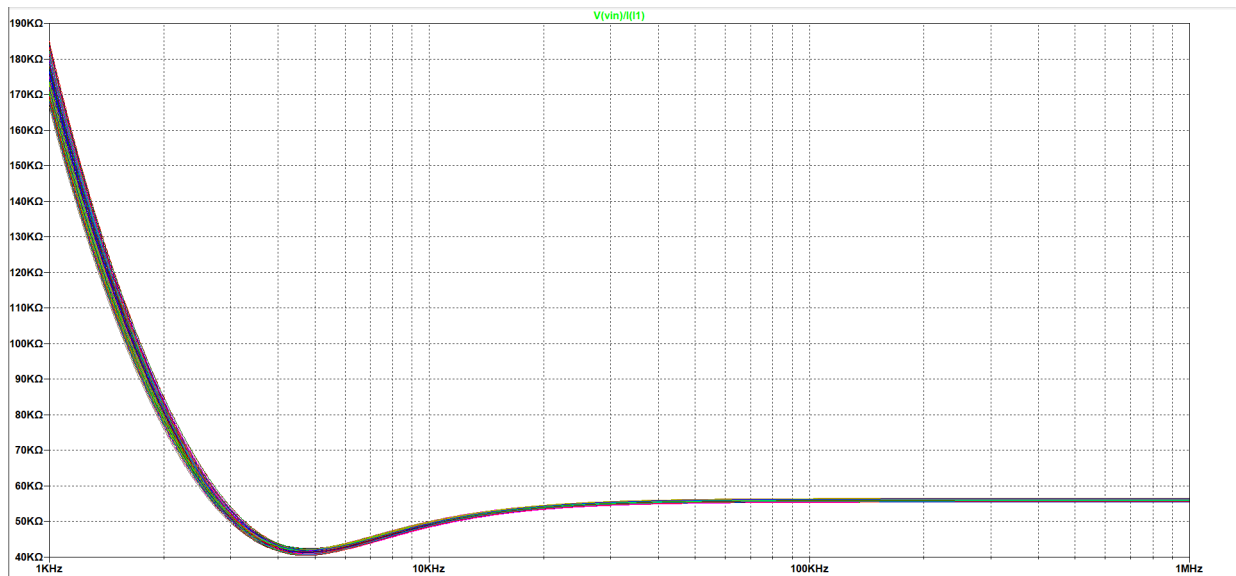


Figura 36: Impedancia de entrada segunda etapa

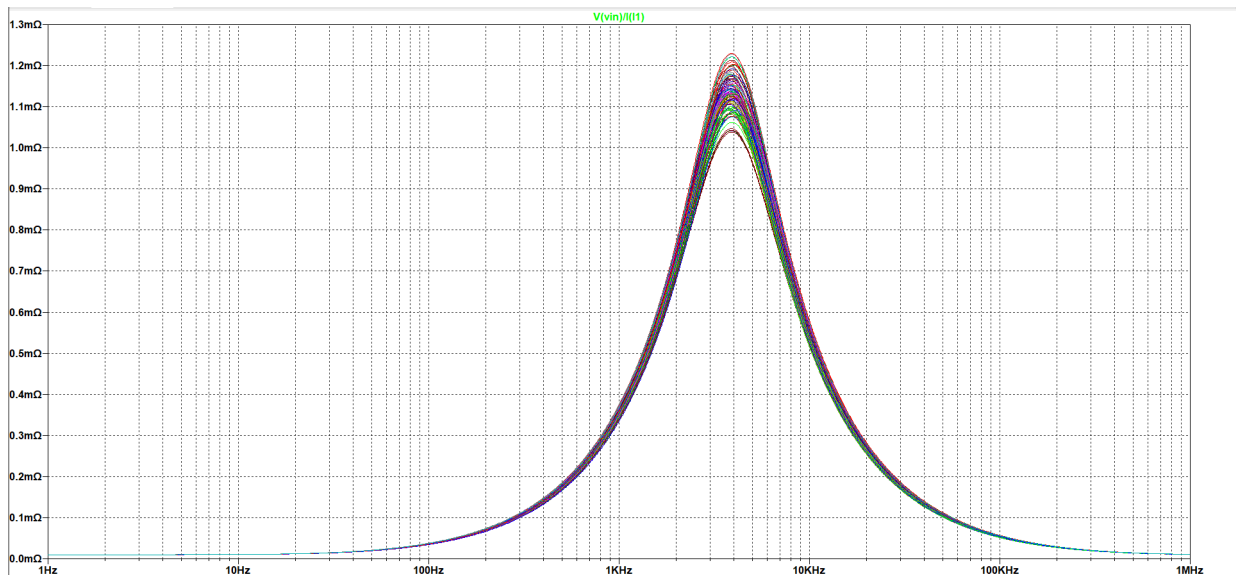


Figura 37: Impedancia de salida del circuito

Como se puede apreciar, las impedancias de salida se mantienen muy bajas y las de entrada muy alta. Esto es muy importante para poder poner las etapas en cascada sin que una afecte la función transferencia de la otra. Además se puede apreciar que con este diseño se cumple la condición de plantilla  $|Z_{in}| > 50k\Omega$ .

Retardo de Grupo:

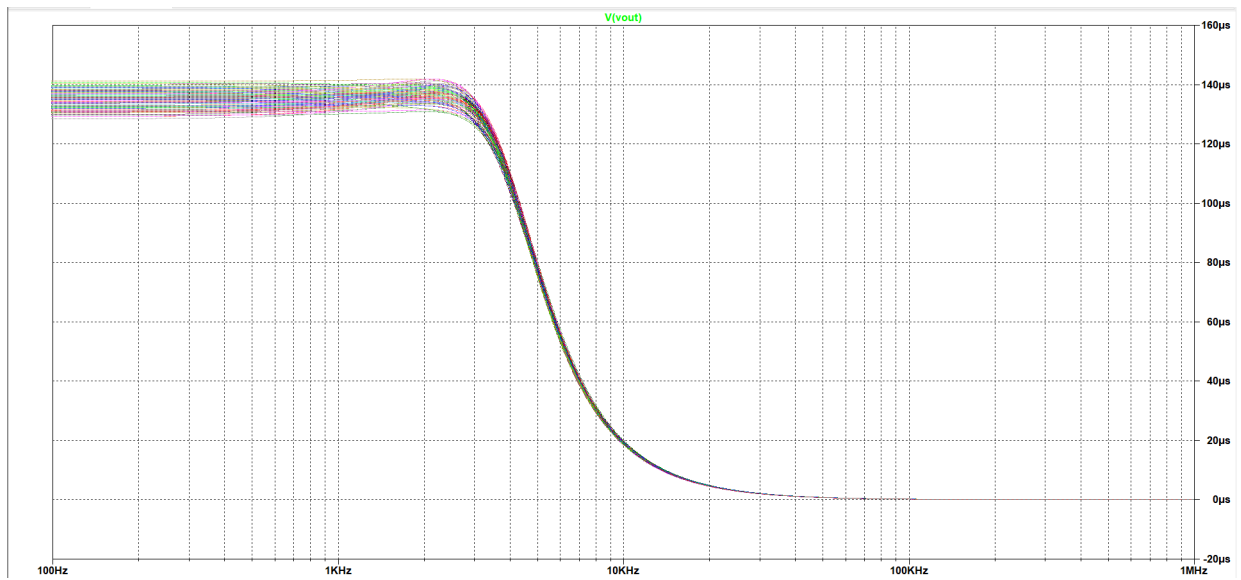


Figura 38: Impedancia de salida del circuito

## 1.6. Mediciones

Tras la implementación en placa, se midió lo siguiente:

Mediciones de la primer plantilla:

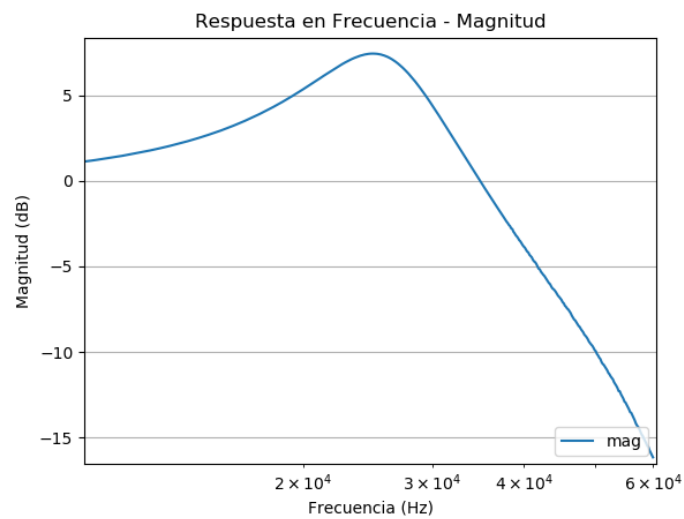


Figura 39: Diagrama de bode Magnitud

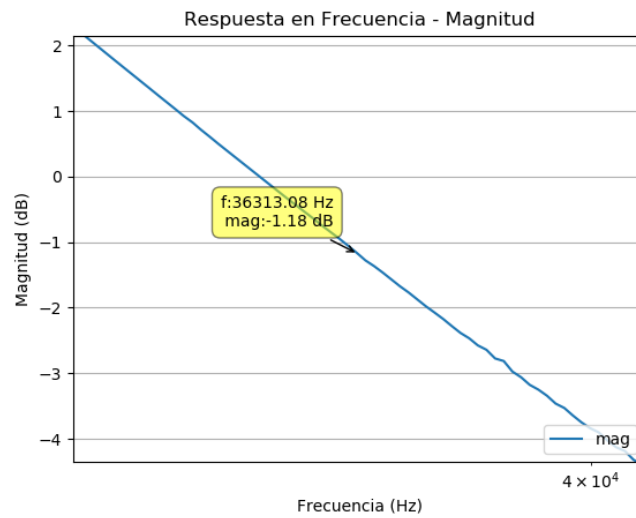


Figura 40: Diagrama de bode Magnitud - Cumple Plantilla

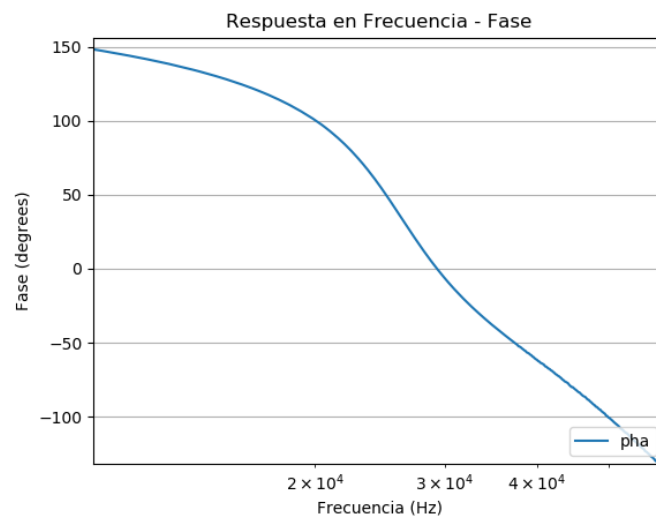


Figura 41: Diagrama de bode Magnitud - Fase

Mediciones de la segunda plantilla:



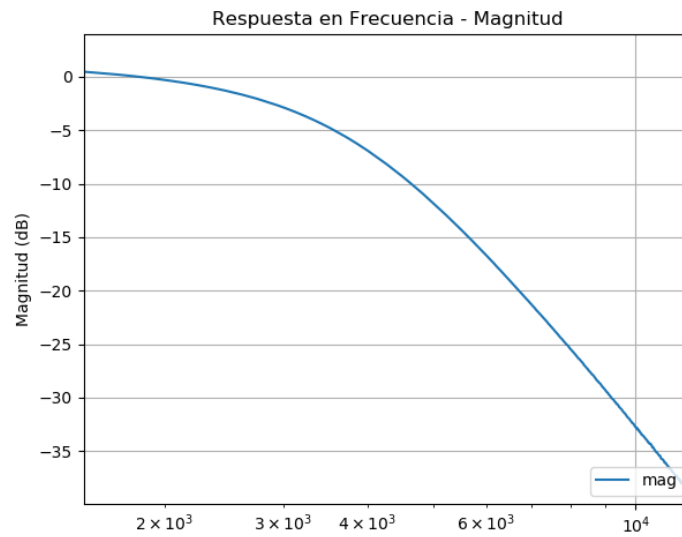


Figura 42: Diagrama de bode Magnitud

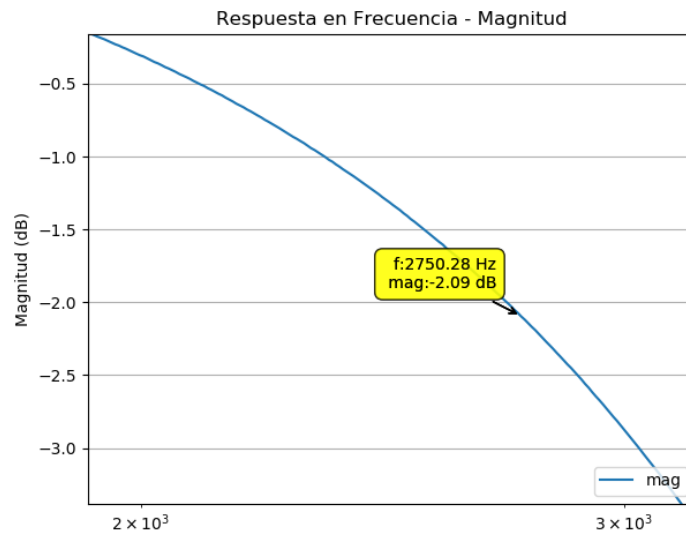


Figura 43: Diagrama de bode Magnitud - Cumple Plantilla

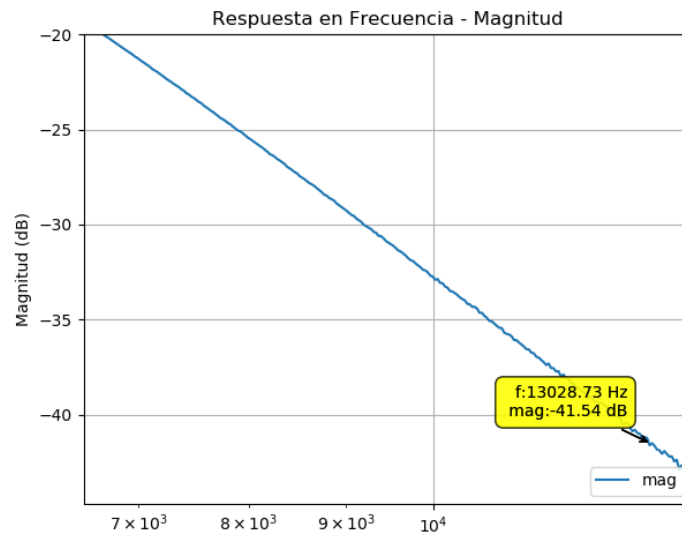


Figura 44: Diagrama de bode Magnitud - Cumple Plantilla

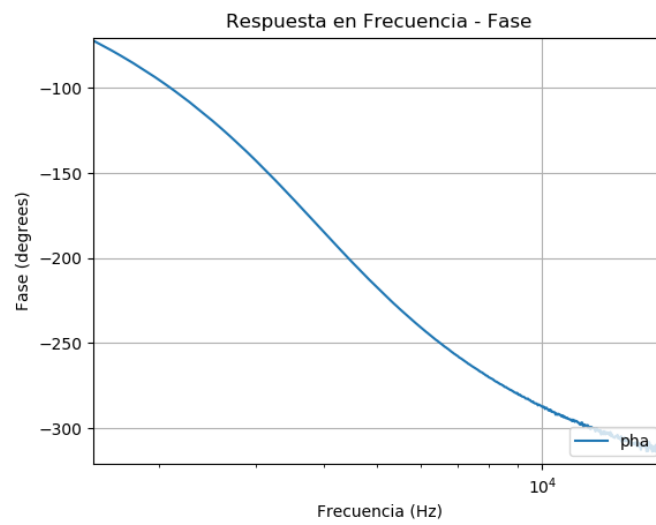


Figura 45: Diagrama de bode Magnitud - Fase

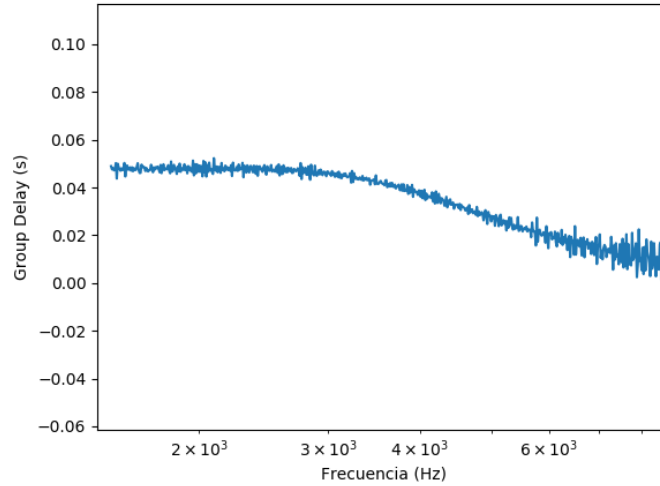


Figura 46: Group Delay

Sobre el retardo de grupo no se pueden sacar conclusiones apreciables ya que al calcularlo a través de un software derivando la fase, se obtuvo un gráfico muy distorsionado. Para poder apreciar mejor el retardo de Grupo se debería medir la fase nuevamente con mas puntos, y en un rango mayor de frecuencias, para conseguir una mejor función al derivarla.

Como se esperaba, los circuitos pudieron cumplir la plantilla pedida y se aproxima al calculo teórico y a las simulaciones.

## 1.7. Análisis de mediciones y Conclusión

En conclusión, se pudo implementar la celda Sallen Key para dos circuitos con aproximaciones diferentes exitosamente con ordenes de circuitos relativamente bajos. Es notable observar la facilidad de la aplicación de la celda Sallen Key y las pocas dificultades que presenta a la hora de llevar una aproximación a un circuito físico. Eligiendo correctamente los componentes, se pueden lograr sensibilidades muy bajas en cuanto al  $Q$  y a la ganancia. Los filtros implementado fueron pasa bajos, seria interesante ver que tan bien responde la celda Sallen Key a circuitos pasa banda o rechaza banda.

## 2. Celda Rauch (Delyiannis-Friend)

### 2.1. Introducción

En un principio se analizará teóricamente la celda Rauch, con un enfoque en su configuración pasabanda, ya que es el filtro a realizar, como así un análisis analítico de su función transferencia, impedancia tanto de entrada como de salida. También se realizará un estudio de rango dinámico y uno de sensibilidades respecto a la ganancia, el factor de calidad y la frecuencia de corte del filtro a implementar.

Por otro lado, se observarán restricciones debido a las impedancias de entrada/salida, a los valores de ganancia y valores de Q realizables, y posteriormente se comparará con otras celdas y se verán casos de uso.

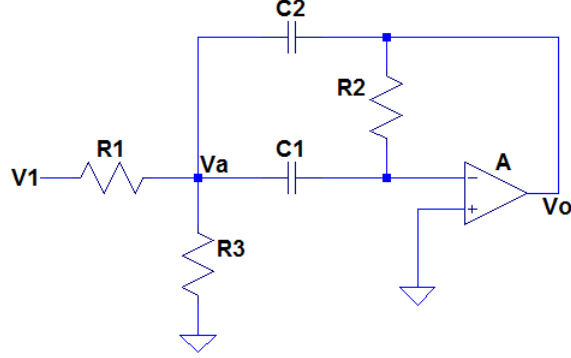


Figura 47: Celda Rauch (Delyiannis-Friend) en configuración pasabanda.

### 2.2. Análisis Teórico de la Celda

#### 2.2.1. Función Transferencia

Se consideró al amplificador operacional como ideal. Para ello, la ecuación del mismo resulta:

$$V_o = A_{vol}(V^+ - V^-)$$

Considerando  $A_{vol} \rightarrow \infty$ , y como el terminal positivo está conectado a tierra, y ambas tensiones ( $V^+$  y  $V^-$ ) son iguales, se consigue tierra virtual en la entrada negativa del operacional. De nodos resultan las siguientes relaciones:

$$\frac{V_o}{R_2} = \frac{-V_a}{1/(sC_1)} \quad (1)$$

$$\frac{V_1 - V_a}{R_1} + \frac{V_o - V_a}{1/(sC_2)} + \frac{-V_a}{1/(sC_1)} = \frac{V_a}{R_3} \quad (2)$$

Reemplazando (1) en (2) se llega a:

$$\frac{V_o}{V_1} = H_{BP}(s) = \frac{sR_2C_1R_3}{s^2R_1R_2C_2C_1 + s(C_3R_1R_3 + R_1C_2R_3) + (R_3 + R_1)} \quad (3)$$

La ecuación anterior representa la función transferencia genérica de la celda Rauch.

Por otro lado, sabiendo que la transferencia característica de un filtro pasabanda es:

$$H_{BP}(s) = \frac{G \cdot \frac{s}{\omega_o Q}}{\frac{s^2}{\omega_o^2} + \frac{s}{\omega_o Q} + 1} \quad (4)$$

Se derivan los siguientes parámetros:

- Frecuencia de los polos:  $\omega_o = \sqrt{\frac{1 + \frac{R_3}{R_1}}{R_1 R_2 C_2 C_1}}$
- Factor de calidad de la celda:  $Q = \frac{\sqrt{1 + \frac{R_3}{R_1}}}{\sqrt{\frac{R_3 C_1}{R_2 C_2} + \sqrt{\frac{R_3 C_2}{R_2 C_1}}}}$
- Ganancia:  $G = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{C_1}{C_2}}$

Lo que se suele realizar en este tipo de diseño es elegir valores de capacitores iguales, para simplificar la elección de componentes, es decir  $C_1 = C_2$ . Esto resulta, sin embargo en una versión simplificada del factor de calidad que requiere valores altos de resistencias para obtener un  $Q$  elevado.

Por ésto, se presenta una celda Delyiannis-Friend alternativa la cual se analizará a continuación.

### 2.3. Q Enhancement

Como se venía analizando, para obtener un  $Q$  elevado se requiere valores de resistencias altos, lo que resultaría impráctico por devenir, por ejemplo, en ruido térmico. El libro que se plantea en el libro<sup>1</sup> en el que se basó el análisis propone el siguiente circuito.

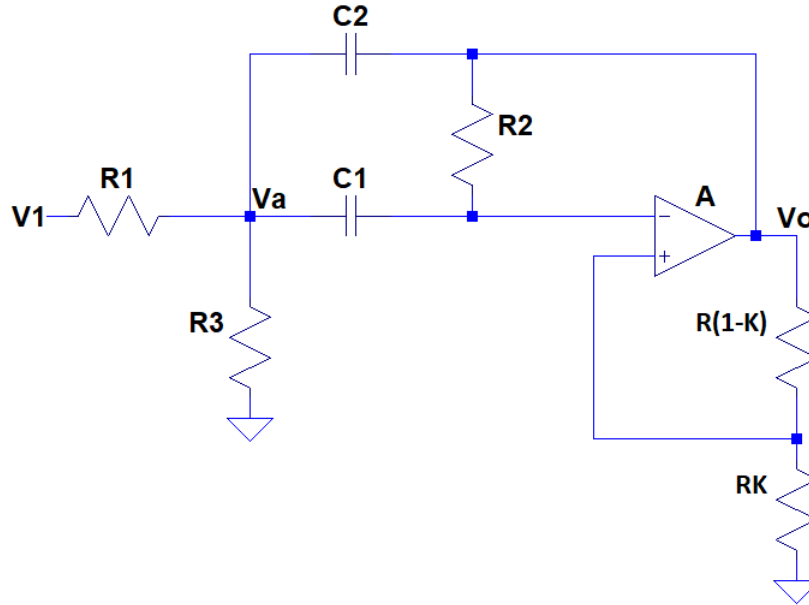


Figura 48: Celda Rauch en configuración pasabanda para  $Q$  elevado.

<sup>1</sup>R. Schaumann, M. E. Van Valkenburg, «Design of Analog Filters», 1982, p.172.

### 2.3.1. Función Transferencia

El análisis analítico para el caso del Q mejorado es análogo al anterior teniendo en cuenta que ahora el terminal positivo del operacional no está conectado a masa, por lo que se tiene un divisor resistivo entre la salida y este nodo, que resulta en  $V^+ = K \cdot V_o$ .

Mediante despejes matemáticos la transferencia queda de la forma:

$$H_{BP}(s) = \frac{1}{1-K} \cdot \frac{G \cdot \frac{s}{\omega_o Q_o}}{\frac{s^2}{\omega_o^2} + \frac{s}{\omega_o Q} + 1} \quad (5)$$

con ambos capacitores iguales y las siguientes equivalencias, si tomamos  $\alpha = \frac{K}{1-K}$ :

- Frecuencia de los polos:  $\omega_o = \sqrt{\frac{1 + \frac{R_3}{R_1}}{R_3 R_2 C_1 C_2}}$
- Factor de calidad de la celda:  $Q = \frac{Q_o}{1 - 2\alpha Q_o^2} = \frac{\sqrt{R_1 R_3 R_2 (R_1 + R_3)}}{2R_1 R_3 - \alpha(R_1 + R_3)R_2}$

Puede observarse que al haber elegido los capacitores iguales el factor de calidad se independiza idealmente de los valores de los mismos. Se dice idealmente ya que en la práctica resulta imposible lograr la igualdad entre ellos por las tolerancias en los mismos. Es válido para el posterior análisis de sensibilidades aclarar el factor de calidad diferenciando entre ambos capacitores, siendo el mismo  $Q = \frac{\sqrt{R_1 R_3 R_2 C_1 C_2 (R_1 + R_3)}}{R_1 R_3 (C_1 + C_2) - \alpha(R_1 + R_3)R_2 C_1}$ .

- Ganancia:  $G = \frac{R_3 R_2}{2(K-1)R_1 R_3 + K(R_1 + R_3)R_2}$

Al igual que con el factor de calidad se logra independizar la ganancia de los valores de los capacitores. También, si tenemos en cuenta ambos capacitores la expresión resulta en  $G = \frac{R_3 R_2 C_1}{(K-1)R_1 R_3 (C_1 + C_2) + K(R_1 + R_3)R_2 C_2}$ .

Algo a destacar es  $Q_o$ , que aparece en la función transferencia. Un estudio realizado por los mismos autores del libro ya mencionado demuestra que el valor óptimo para  $Q_o$  resulta ser  $Q_o \approx 1,5$  y luego debe buscarse la relación entre K y las resistencias de la rama de realimentación positiva para obtener el Q del circuito que se desea.

## 2.4. Impedancia de entrada

Dada la definición de impedancia de entrada  $Z_{in} = \frac{V_1}{I_{in}}$ , siendo la  $I_{in}$  la corriente que pasa por la resistencia  $R_1$  se consigue la expresión siguiente:

$$Z_{in} = \frac{s^2 R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 + s R_1 R_3 (C_1 + C_2) + R_1 + R_3}{s^2 R_3 R_2 C_1 C_2 + s R_3 (C_1 + C_2) + 1}$$

Se puede comprobar sencillamente que para el caso de continua ( $s \rightarrow 0$ ) la expresión queda simplificada a:

$$Z_{in} = R_1 + R_3$$

lo que tiene sentido pues los capacitores actúan como un corto.

Para el caso de la impedancia de entrada al estar la tensión de salida tomada a la salida del operacional se puede decir que será baja, del orden de la impedancia de salida del mismo.

## 2.5. Análisis de Sensibilidades

Con ayuda de un software matemático se calcularon las sensibilidades para la frecuencia de corte, factor de calidad, y ganancia respecto a los componentes a utilizar en la celda, según la siguiente definición de sensibilidad relativa:

$$S_{x_k}^{f(X)} = \left( \frac{\partial f(X)}{\partial x_k} \cdot \frac{x_k}{f(X)} \right) \Big|_{X=x_o}$$

	$\omega_o$	$Q$	$G$
$R_1$	$-\frac{1}{2} \frac{R_3}{R_3+R_1}$	$\frac{0,5R_3(C_1KR_1\frac{R_2}{R_3}-C_1KR_1+C_1KR_2-C_2KR_1+C_1R_1+C_2R_1)}{(KR_1\frac{R_2}{R_3}+KR_1+KR_2+\frac{C_2}{C_1}KR_1-R_1-\frac{C_2}{C_1}R_1)(R_1+R_3)C_1R_3}$	$\frac{-(C_1KR_3+C_2KR_2+C_2KR_3-C_1R_3-C_2R_3)R_1}{R_3R_1(C_1K+C_2K\frac{R_2}{R_3}+C_2K+C_2K\frac{R_2}{R_1}-C_1-C_2)}$
$R_2$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{-0,5R_3(C_1KR_1\frac{R_2}{R_3}-C_1KR_1+C_1KR_2-C_2KR_1+C_1R_1+C_2R_1)}{R_3C_1(KR_1\frac{R_2}{R_3}+KR_1+KR_2+KR_1-R_1-\frac{C_2}{C_1}R_1)}$	$\frac{R_3R_1(C_1K+C_2K-C_1-C_2)}{R_3R_1(C_1K+C_2K\frac{R_2}{R_3}+C_2K+C_2K\frac{R_2}{R_1}-C_1-C_2)}$
$R_3$	$-\frac{1}{2} \frac{R_1}{R_3+R_1}$	$\frac{0,5R_1R_3(C_1KR_1\frac{R_2}{R_3}-C_1KR_1+C_1KR_2-C_2KR_1+C_1R_1+C_2R_1)}{(KR_1\frac{R_2}{R_3}+KR_1+KR_2+\frac{C_2}{C_1}KR_1-R_1-\frac{C_2}{C_1}R_1)(R_1+R_3)C_1R_3}$	$\frac{R_2KC_2R_1}{R_3R_1(C_1K+C_2K\frac{R_2}{R_3}+C_2K+C_2K\frac{R_2}{R_1}-C_1-C_2)}$
$C_1$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{0,5R_3(C_1KR_1\frac{R_2}{R_3}+C_1KR_1+C_1KR_2-C_2KR_1-C_1R_1+C_2R_1)}{R_3(C_1KR_1\frac{R_2}{R_3}+C_1KR_1+C_1KR_2+C_2KR_1-C_1R_1-C_2R_1)}$	$\frac{C_2(KR_1R_2+KR_1R_3+KR_2R_3-R_1R_3)}{R_3R_1(C_1K+C_2K\frac{R_2}{R_3}+C_2K+C_2K\frac{R_2}{R_1}-C_1-C_2)}$
$C_2$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{0,5R_3(C_1KR_1\frac{R_2}{R_3}+C_1KR_1+C_1KR_2-C_2KR_1-C_1R_1+C_2R_1)}{R_3(C_1KR_1\frac{R_2}{R_3}+C_1KR_1+C_1KR_2+C_2KR_1-C_1R_1-C_2R_1)}$	$\frac{-C_2(KR_1R_2+KR_1R_3+KR_2R_3-R_1R_3)}{R_3R_1(C_1K+C_2K\frac{R_2}{R_3}+C_2K+C_2K\frac{R_2}{R_1}-C_1-C_2)}$
$K$	0	$\frac{K(R_1+R_3)R_2C_1}{R_3C_1(K-1)(KR_1\frac{R_2}{R_3}+KR_1+KR_2+\frac{C_2}{C_1}KR_1-R_1-\frac{C_2}{C_1}R_1)}$	$\frac{-(C_1R_1R_3+C_2R_1R_2+C_2R_1R_3+C_2R_2R_3)K}{R_3R_1(C_1K+C_2K\frac{R_2}{R_3}+C_2K+C_2K\frac{R_2}{R_1}-C_1-C_2)}$

Cuadro 15: Cuadro de sensibilidades de la frecuencia de corte, factor de calidad y ganancia de la celda Rauch.

Se observa en el cuadro que únicamente la frecuencia de corte no depende de los capacitores ni de la relación entre las resistencias de la realimentación positiva (K). Por ésto, resulta imposible conseguir ajustes independientes de los parámetros, ya que tanto el factor de calidad como la ganancia dependen de todas las variables. Es decir, para el caso de la Rauch resulta más sencillo realizarla con una frecuencia de corte específica. En particular, las sensibilidades relativas respecto a  $C_1$ ,  $C_2$  y  $R_2$  resultan constantes.

## 2.6. Diseño del Filtro Pasa-Banda

Luego de realizar un análisis teórico de la celda Rauch se realizará un filtro pasabanda implementando este tipo de celdas a partir de la aproximación Chebycheff I.

### 2.6.1. Requisitos del Filtro

Se pide implementar un filtro para baja señal que cumpla con las siguientes características.

Pendiente pasabajos normalizado	$-40dB/dec$
$f_p$	$20kHz$
$B$	$1/10$
$A_p$	$3dB$
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50k\Omega$
Filtro	BP

Cuadro 16: Especificaciones del filtro pasabanda.

La atenuación en banda de paso debe tener como máximo 3dB, y además, está delimitada por las frecuencias de paso  $f_p^+$  y  $f_p^-$ .

Teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$B = \frac{\Delta f}{f_o} = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_o} \quad (6)$$

$$f_p^+ \cdot f_p^- = f_o^2 \quad (7)$$

Se obtienen los siguientes valores:

$$f_p^+ = 19025Hz, \quad f_p^- = 21025Hz, \quad \Delta f = 2kHz.$$

Otro aspecto a observar es la pendiente que debe tener, que es de 40dB/dec, lo que significa que el filtro debe ser de orden 2, es decir, el orden del filtro normalizado, que al ser desnormalizado se torna de orden 4.

Entonces, con los datos  $A_p=3dB$ , y sendas frecuencias de paso, se utilizó un software de diseño de filtros analógicos para ubicar las frecuencias de cada etapa junto a sus factores de calidad y ubicación de los polos. Desafortunadamente se obtuvo un  $Q$  para cada etapa de valor cercano a 30, que es irrealizable en la práctica pues al estar los polos tan cerca del eje imaginario es fácil que resulten en el semiplano derecho, que, en consecuencia, tornaría inestable al sistema.

El factor de calidad se debe al ripple que se genera en la banda pasante en la aproximación Chebycheff I, por lo que este inconveniente puede ser apaciguado disminuyendo el valor de  $A_p$ , aún cumpliendo la especificación pedida.

En un segundo intento, reduciendo el  $A_p = 0,01dB$  se logran los siguientes valores para cada etapa.

	$f_o[Hz]$	$\omega_o[rad/s]$	$Q$	$p_1[rad/s]$	$p_2[rad/s]$
Etapla 1	17786	111753	4,52	$-1560 + j1,4 \times 10^5$	$-1,56 \times 10^4 - j1,4 \times 10^5$
Etapla 2	22489,5	141306	4,52	$-1240 + j1,11 \times 10^5$	$-1,24 \times 10^4 - j1,11 \times 10^5$

Cuadro 17: Frecuencia central de cada etapa con su factor de calidad y polos.

### 2.6.2. Elección de Componentes

Al momento de elegir los componentes se observa que incluso eligiendo ambos capacitores iguales se tienen más variables que parámetros a fijar. Para ésto, se pueden agregar las siguientes relaciones entre los componentes, analizadas en el libro ya mencionado.

$$R_1 = \frac{R}{a} \quad (8)$$



$$R_3 = \frac{R}{1-a} \quad (9)$$

Existe otra relación entre resistencias que involucra al factor de calidad óptimo ( $Q_o = 1,5$ ):

$$R_2 = 4Q_o^2 R = 9R \quad (10)$$

Reorganizando las ecuaciones obtenidas en la subsección 2.3.1 y conociendo los valores deseados de  $\omega_o$ ,  $Q$ , y de ganancia se llegan a expresiones simplificadas que permiten elegir valores para los componentes, dejando para establecer la ganancia para cada etapa.

Cabe recordar que la impedancia de entrada debe ser siempre mayor a cierto valor ( $Z_{in} > 50k\Omega$ ). Esto se debe cumplir para la primera etapa, cerciorándose de que la impedancia de salida de esta sea menor a la de entrada de la celda de la segunda etapa, al estar en cascada. Por ésto, se seteo un nivel alto para  $R_1(82k\Omega)$  y luego se verificó en una simulación con los valores de los componentes elegidos que la impedancia de entrada no disminuyera su valor de  $50k\Omega$ , en módulo.

De igual manera, para la segunda etapa se eligió una impedancia de entrada que se supiera mayor a la de salida de la etapa anterior. Con ésto, se seteo  $R_{12^{\circ}etapa} = 47k\Omega$ .

Como se mencionó anteriormente, el filtro debe ser para baja señal, lo que implica que la mayor ganancia se obtenga en la primera etapa. Sin embargo, como se pedía que la ganancia del filtro fuera unitaria se agregó una tercera etapa para compensar la ganancia con un circuito no inversor. Es decir:

$$G_{total}(dB) = G_{1^{\circ}etapa}(dB) + G_{2^{\circ}etapa}(dB) + G_{etapa\ de\ compensación}(dB) \quad (11)$$

Se buscaron valores de resistencias para la etapa de compensación de la ganancia tal que la total fuera unitaria en decibels.

Entonces, con todas los parámetros mencionados y las relaciones entre componentes se llegaron a los siguientes valores para la creación de filtro:

Componentes	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$C_1$	$C_2$	$R(1-K)$	$RK$
Etapas 1	$82k\Omega$	$60,05k\Omega$	$7,32k\Omega$	$444pF$	$444pF$	$5,85k\Omega$	$868,5\Omega$
Etapas 2	$47k\Omega$	$31,22k\Omega$	$3,75k\Omega$	$680pF$	$680pF$	$3,02k\Omega$	$448,5\Omega$

Cuadro 18: Componentes para ambas etapas.

Puesto que la gran mayoría de estos valores no existen en el mercado, se implementaron con una configuración en paralelo o serie para minimizar el error, logrando la mayor precisión posible.

Por otro lado, los valores del factor de calidad y la ganancia dependen de todos los componentes como así, sus sensibilidades. Para poder tener un mejor manejo sobre estas variables se decidió colocar un preset en cada celda, de manera de poder ajustar estos valores. Esta resistencia variable se eligió como  $R_2$  pues tanto  $Q$  como  $G$  dependen bastante de ella.

Se eligió además un preset para la etapa compensadora, de manera de tener mayor control en la ganancia, ajustando atenuaciones indeseadas.

Cada preset se colocó en serie con resistencias base, de pequeño valor de manera tal que si se llegaran a su valor mínimo al ajustar los mismos, el circuito no cambiara considerablemente ni de manera indeseada su comportamiento.

Además, se optaron por resistencias de tolerancia 1 %, por la ya mencionada gran dependencia entre los valores de las mismas y el factor de calidad y la ganancia.

Lo último que se definió para el diseño fue la utilización del operacional TL082 por su alta impedancia de entrada, así como por su ancho de banda que al ser de los 4MHz resulta conveniente para este uso, ya que se espera que el filtro funcione para al menos una década después (200kHz) de la frecuencia de corte del filtro.

Para el caso de la etapa compensadora, al simularse se encontró que el filtro sin compensar atenúa aproximadamente 3.2dB por lo que se buscaron valores de resistencias tal que la ganancia de la etapa de compensación ( $G_{etapa de compensación} = 1 + \frac{R_f}{R_i}$ ), compensara justamente, con la atenuación de las anteriores etapas.

El circuito resultante fue el siguiente:

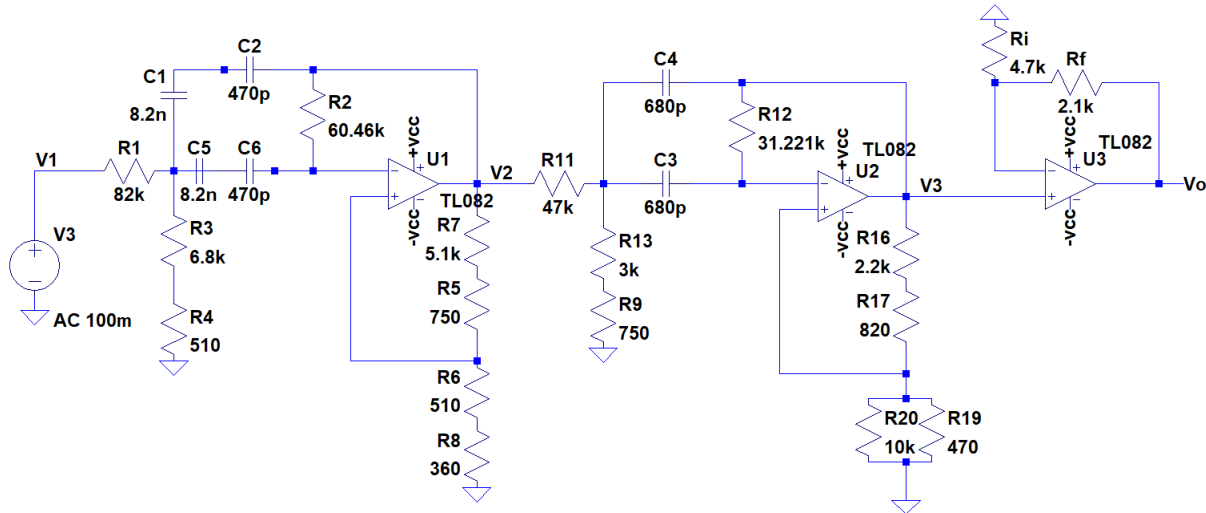


Figura 49: Circuito completo.

## 2.7. Rango Dinámico

En primer lugar, la definición de rango dinámico relaciona la tensión máxima y mínima que se permite a la entrada del circuito, sin que sature a la salida o sea comparable con el piso de ruido.

Dicha relación está dada por la siguiente ecuación:

$$R_{din}(dB) = 20 \log\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right) \quad (12)$$

Para analizar a qué tensión máxima se le puede entrar al circuito se debe analizar cuál es la ganancia en cada etapa. Además, si se alimenta al operacional con  $\pm 15V$ , se espera una tensión de saturación de aproximadamente  $V_{sat} = \pm 13.5V$ .

Para la primera etapa se tiene una ganancia de 2.16dB, lo que significa 1.28 en veces, y siendo  $V_{max} = 10.547V$ , dada por la relación  $V_{max} = \frac{V_{sat}}{G_{1^{ta etapa}}}(V)$ . Con ésto, la ganancia de la segunda etapa se encuentra en 1.218dB, lo que significa una salida 1.15 veces más grande, resultando en una salida de ambas etapas de un valor máximo  $V_{sal_{max}} = 12.13V$ , por lo que no habría problema de saturación.

Para el caso de la mínima tensión, el problema mayor se tiene para la segunda etapa pues ya la señal ha sido atenuada, por lo que el ruido se vuelve mucho más comparable con la señal de entrada. Entonces, dada la frecuencia de paso  $f_p^+$  que es atenuada 3.56dB a la salida de la primera etapa, resta analizar qué tensión debe entrar para que la segunda etapa pueda distinguir entre el ruido y la señal. Estableciendo el piso del ruido en  $20mV_{pp}$ , se tiene que a la entrada de la segunda etapa la tensión mínima debe ser de  $30mV_{pp}$ .

Con éstos valores se obtiene:

$$R_{dinámico} = 52,13dB$$

## 2.8. Análisis de Montecarlo

A continuación se muestran las simulaciones de Montecarlo del filtro con ganancia compensada con capacitores con tolerancias 5 % y resistencias 1 %.

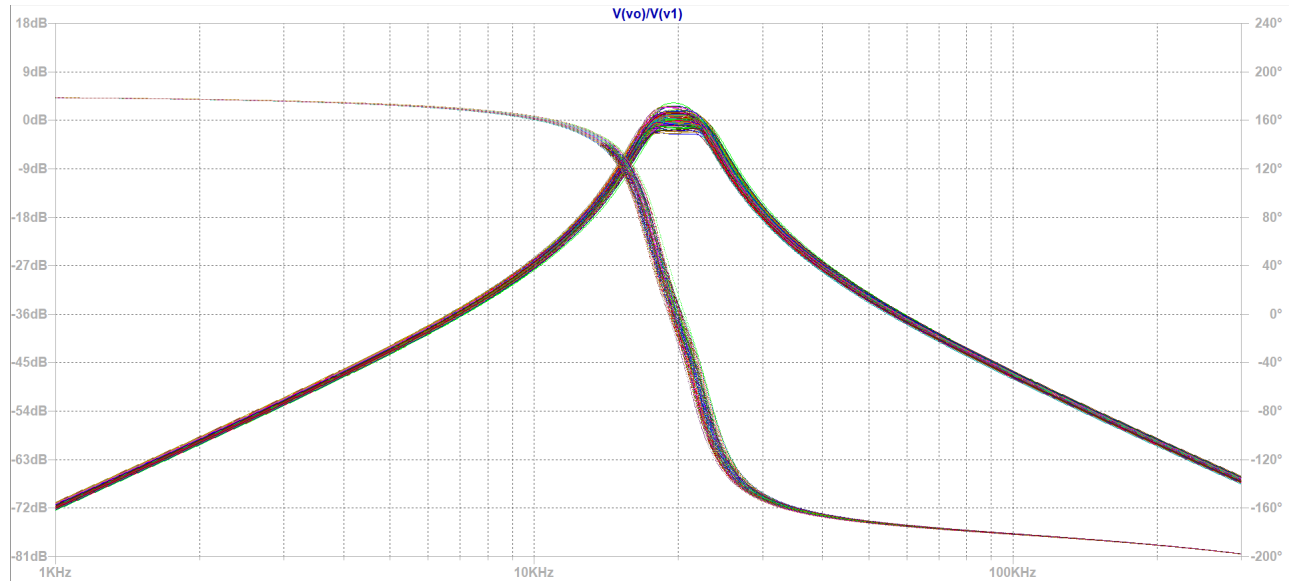


Figura 50: Simulación de sensibilidades Montecarlo.

La simulación se realizó variando únicamente aquellos componentes que no eran ajustables, es decir no se tuvo en cuenta el error que surge de los presets. Se observa, como era de esperarse que las mayores variaciones se presentan respecto a G y a Q. Además, no parece haber variaciones respecto a la frecuencia de corte, lo que se condice con lo analizado previamente en la sección de sensibilidades.

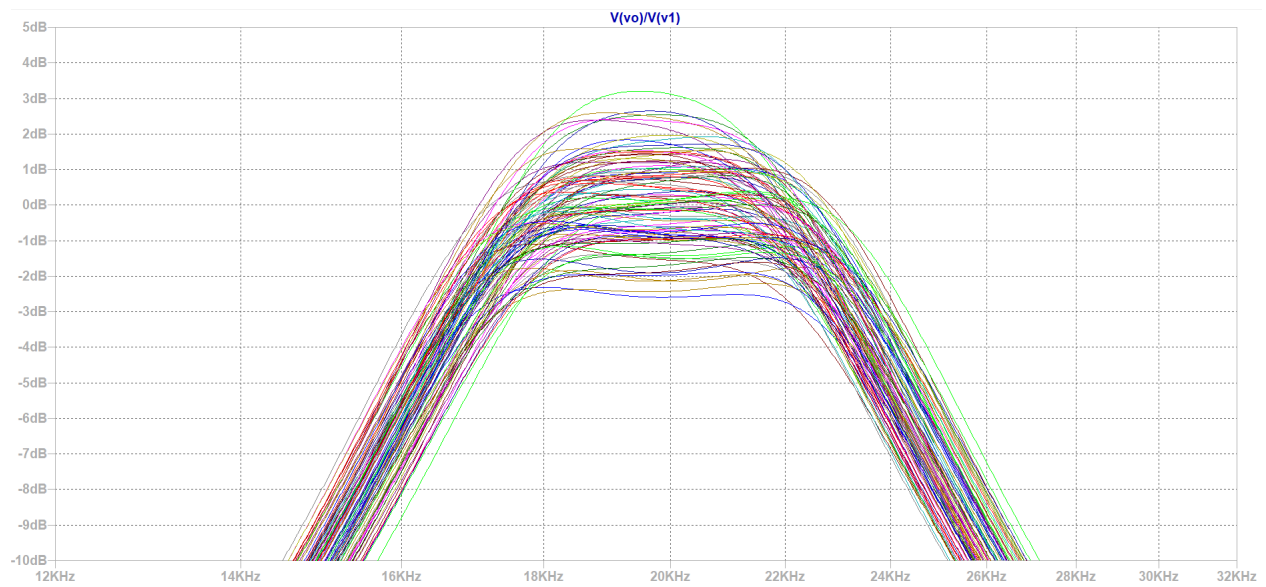


Figura 51: Detalle de la simulación de sensibilidades Montecarlo con foco en la banda de paso.

### 2.8.1. Histogramas

Para poder cuantificar la dispersión del ancho de banda del filtro debido a la tolerancia de los componentes se corrieron reiteradas simulaciones, graficando los datos obtenidos en un histograma.

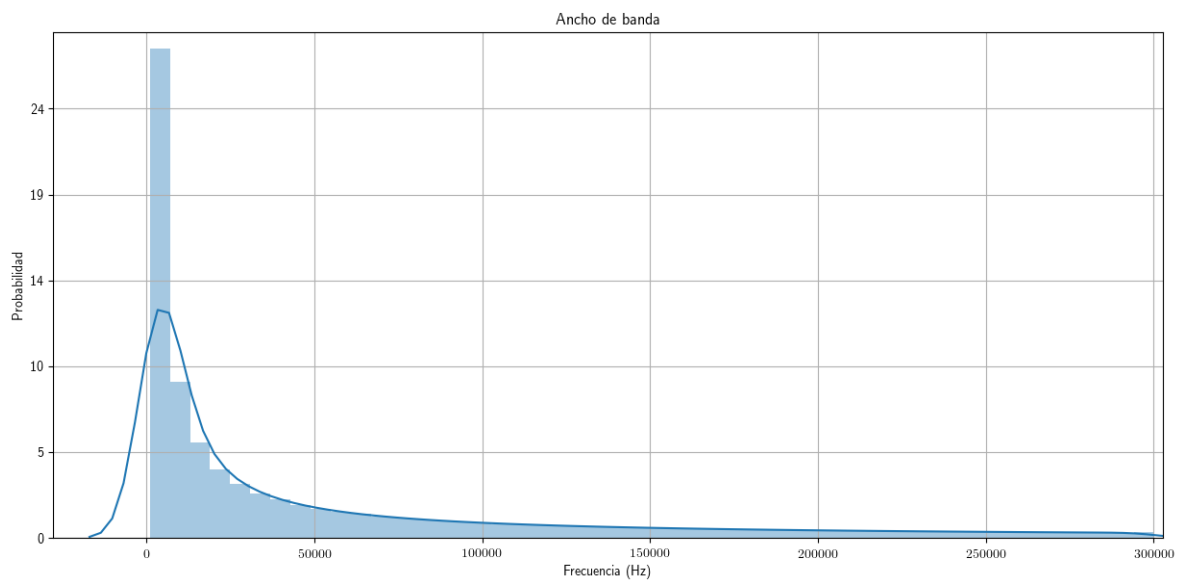


Figura 52: Histograma del filtro para el ancho de banda.

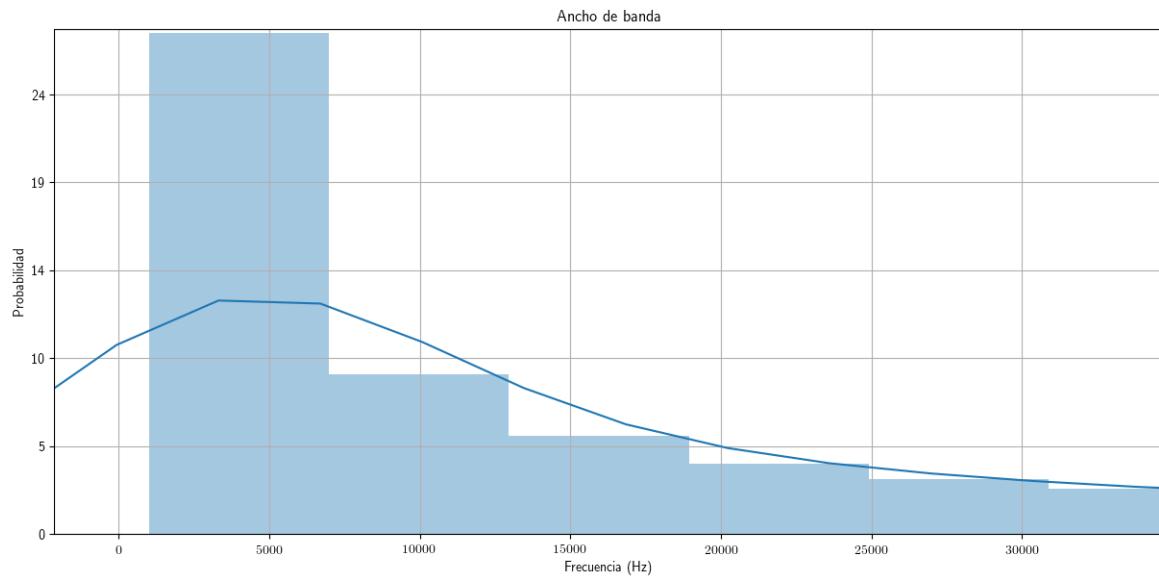


Figura 53: Detalle del histograma para el ancho de banda.

Se puede notar del histograma que en el 25 % de los casos el ancho de banda cae en el adecuado valor de  $\Delta f = 2kHz$ , como se quería.

## 2.9. Resultados Obtenidos

### 2.9.1. Respuesta en frecuencia

A continuación se muestra la respuesta en frecuencia del filtro:

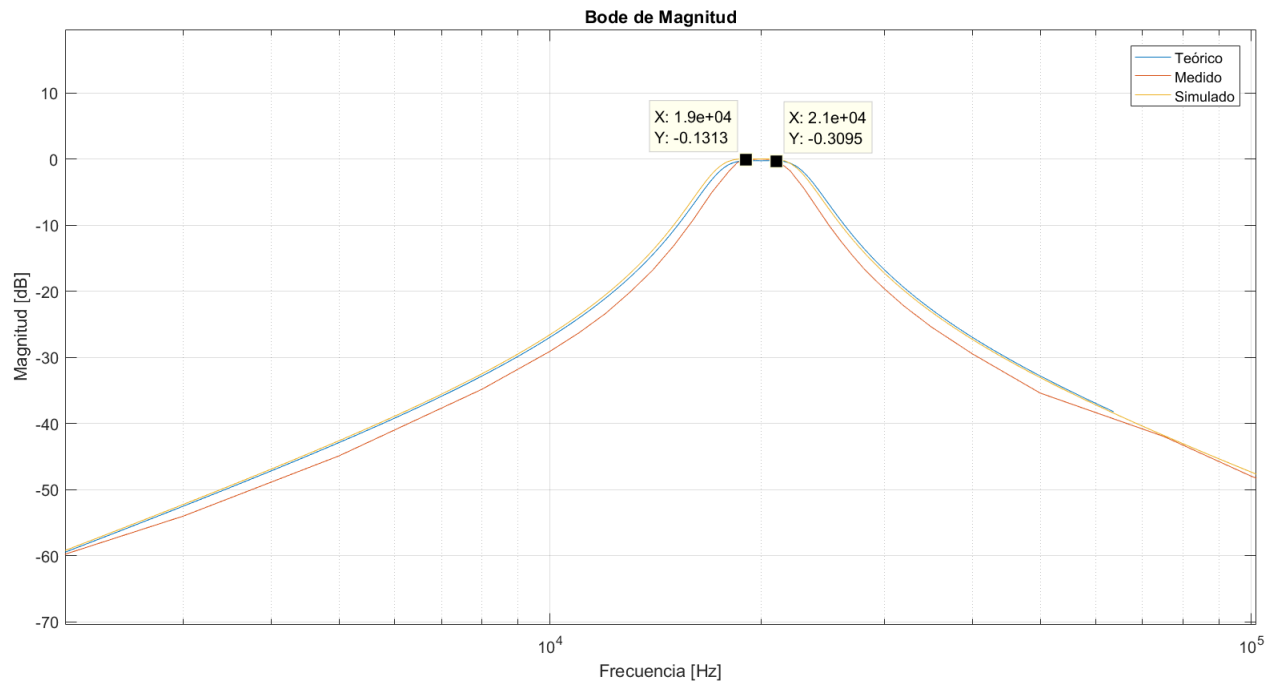


Figura 54: Respuesta en frecuencia comparada con la teórica y la simulada (módulo).

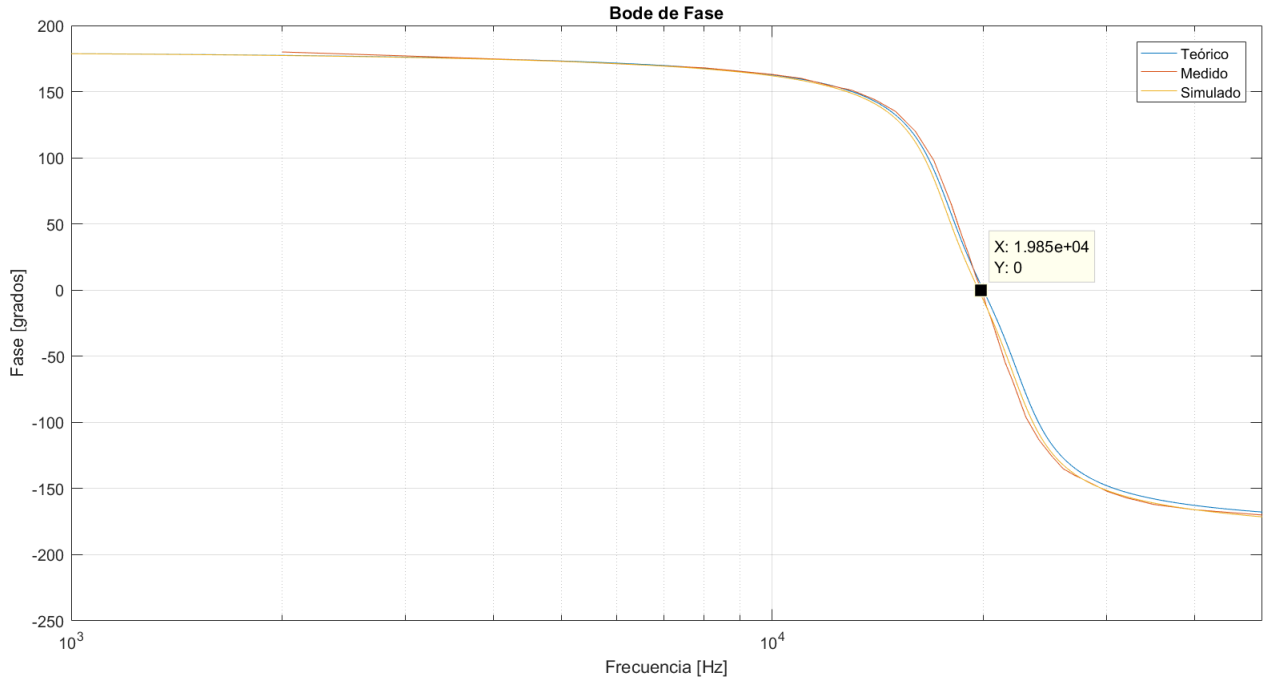


Figura 55: Respuesta en frecuencia comparada con la teórica y la simulada (fase).

Como se puede observar, el filtro resultó correctamente en un pasabanda. Sin embargo, no se observa el ripple característico de la aproximación Chebycheff I en la banda pasante, ésto es porque se disminuyó considerablemente  $A_p$ ; recordemos que se eligió para ser de 0.01dB. Cabe destacar que el filtro cumple satisfactoriamente con la plantilla provista y que la frecuencia de corte (cuando la fase se encuentra a  $0^\circ$  cumple lo pedido con un error menor al 1 %..

### 2.9.2. Impedancias de entrada

En principio el valor de  $R_1$  se había elegido de manera tal que la impedancia de entrada se mantuviera por encima de los  $50k\Omega$  en toda frecuencia, y una vez elegidos los valores se corroboró que ésto se cumpliera con la simulación, aplicando un Montecarlo, que se muestra a continuación:

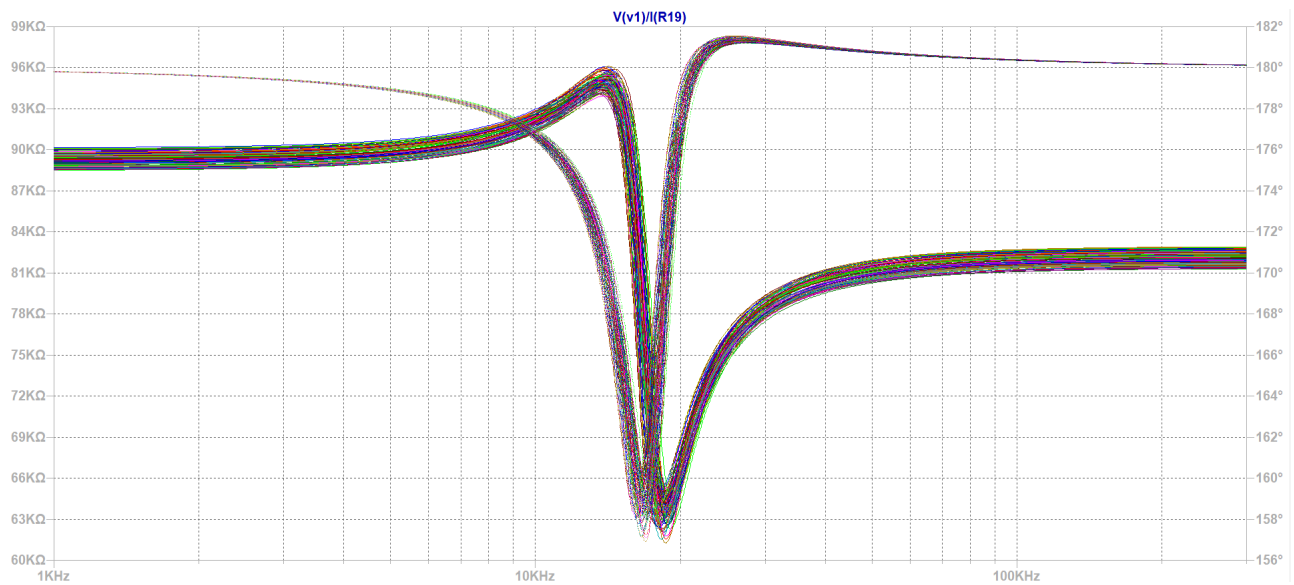


Figura 56: Impedancia de entrada simulada.

Sin embargo, la medición no resultó la esperada, es decir, resultó estar por debajo de los  $50k\Omega$ . Un análisis más profundo reveló que no era para nada trivial la influencia del preset de la primera etapa, cuya importancia era la de calibrar el  $Q$ , en la impedancia de entrada. Se notó empíricamente que al variar el mencionado preset, la impedancia de entrada decaía considerablemente, al mismo tiempo que si se intentaba mejorar, sufría un desvío la frecuencia de corte. Esto podría solucionarse colocando un buffer a la entrada del filtro.

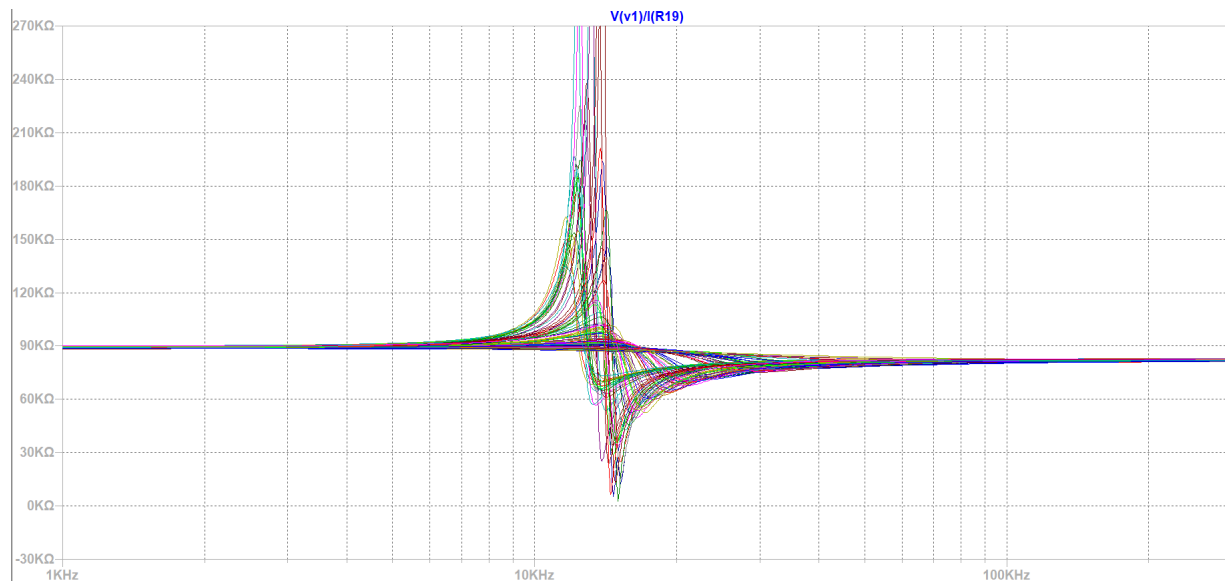


Figura 57: Influencia del preset de la primera etapa en la impedancia de entrada.

### 2.9.3. Impedancia de salida

A continuación se muestra la impedancia de salida simulada.



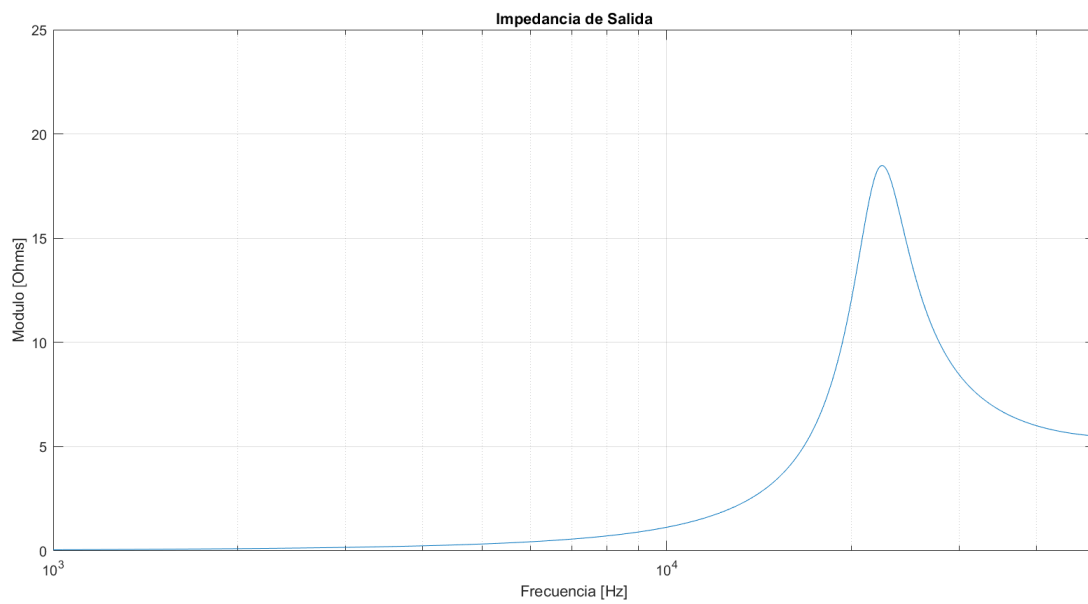


Figura 58: Módulo de impedancia de salida.

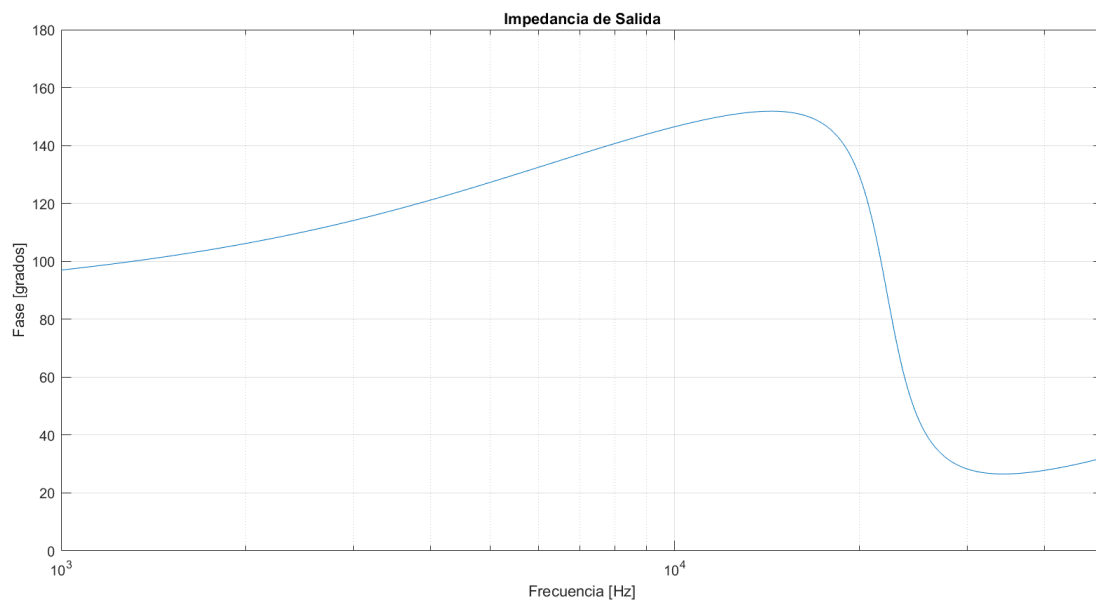


Figura 59: Fase de impedancia de salida.

Como era de esperarse, el filtro posee una impedancia baja ya que la salida del circuito está tomada a la salida del operacional. Aproximadamente en el rango de la banda pasante se encuentra el máximo de la impedancia, cercano a  $20\Omega$ , creciendo paulatinamente a frecuencias más altas.

## 2.10. Conclusión

La implementación de un filtro Rauch pasa banda resulta ser sencilla y útil por la poca cantidad de componentes para realizarla. Utilizando relaciones entre componentes y mediante el uso de un preset como determinante del factor de calidad se logró un filtro pasabanda de los valores que se deseaban. Si bien las sensibilidades son altas para el factor de calidad y la ganancia; para la frecuencia central esto no ocurre, por lo que resultaría más sencillo implementar un filtro pasabandas de una frecuencia de corte dada.

Lo que no se logró fue obtener una impedancia de entrada lo suficientemente alta, lo que se solucionaría agregando un buffer a la entrada o bien, refinando las tolerancias de los componentes (matcheando capacitores, por ejemplo). También, se compensó la ganancia de manera satisfactoria al agregársele un etapa de compensación a la salida del filtro.

En definitiva, la celda Rauch resulta útil para implementar circuitos pasabanda de altos  $Q$ , debido a la realimentación negativa, a su vez, se corre el riesgo de que los polos del circuito caigan en el semiplano positivo, lo que generaría que el circuito no sea estable u oscile.

### 3. Filtro con Celdas de Sedra-Ghorab Martin

En esta parte del artículo se propone la implementación de un filtro pasa altos con las celdas diseñadas por los ingenieros Sedra, Ghorab y Martin. El diseño de esta celda es de la década de los 80' y en realidad proviene de diseños realizados en años anteriores. Dado el interés de la electrónica por realizar filtros activos de segundo orden que se implementarían con un solo operacional (con el objetivo de reducir costo y consumo para la implementación), varios ingenieros trabajaron en el diseño de estos y entre ellos fue Deliyannis quien propuso una celda que cumpliera con las características deseadas. A continuación se presenta una imagen de la celda de Deliyannis:

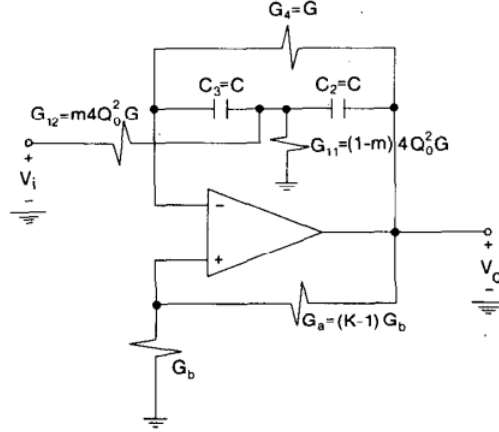


Figura 60: Circuito de Deliyannis

El circuito de Deliyannis lograba sus buenas cualidades (por ejemplo, una selectividad considerada “alta” para la época) mediante realimentación tanto negativa como positiva del operacional.

Posteriormente el circuito fue mejorado varias veces, e incluso las distintas versiones o mejoras variaban según el tipo de filtro que se requiriese (ya sea pasa banda, pasa altos, etc). Sin embargo, fue recién con la aparición de la optimización realizada por Sedra, Ghorab y Martin que se obtuvo una celda que provoque transferencias de segundo orden con un alto factor de calidad, que permitiera cumplir con plantillas selectivas mediante la implementación de un número reducido de celdas.

En lo que sigue del artículo, se hará referencia a la celda biquadrática de Sedra-Ghorab-Martin como el “biquad SGM”.

#### 3.1. Plantilla Propuesta y Función Transferencia

Las celdas se realizarán según la plantilla que se propone a continuación:

$f_a$	12,75KHz
$f_p$	25,5KHz
$A_a$	40dB
$A_p$	2dB

Cuadro 19: Plantilla Propuesta

Esta plantilla corresponde a la de un filtro pasa altos. Si se utiliza la aproximación de Cauer, se puede obtener una transferencia de orden cuatro con dos pares de polos complejos conjugados y dos pares de ceros los cuales representan ceros de transmisión (un cero de transmisión por cada par de ceros en el plano complejo).

Luego, una vez obtenida la función transferencia que se desea, se procede a obtener el circuito que la cumpla y se lo hará con la implementación de varios biquads SGM.

Vale aclarar que los componentes a utilizar a la hora de la implementación física del filtro, tienen una dispersión asociada a su valor nominal. Por ende, es posible los componentes provoquen que el filtro no cumpla exactamente con la plantilla propuesta, ya que se podrían desplazar algunos de los polos o ceros en cuestión. Por ende, para aportar un margen en el diseño que acepte esta dispersión del valor de los componentes físicos, es conveniente plantear una plantilla aún más restrictiva que la que se propuso al principio. Esta plantilla más restrictiva es la siguiente:

$f_a$	13KHz
$f_p$	24,5KHz
$A_a$	45dB
$A_p$	1,2dB

Cuadro 20: Plantilla con Margen Restrictivo

De esta nueva plantilla se obtiene la siguiente función transferencia (mediante la aproximación de Cauer):

$$H(s) = \frac{G_{\infty}(s^2 + wz1^2)(s^2 + wz2^2)}{(s^2 + \frac{wo1s}{Q1} + wo1^2)(s^2 + \frac{wo2s}{Q2} + wo2^2)}$$

con:

$$\begin{cases} wo1 = 271457 \frac{rad}{seg} \\ wz1 = 87010 \frac{rad}{seg} \\ wo2 = 155375 \frac{rad}{seg} \\ wz2 = 38940 \frac{rad}{seg} \\ Q1 = 0,846 \\ Q2 = 4,7 \\ K = 0,966 \end{cases}$$

siendo  $wo1, wo2$  la frecuencia de corte de los polos,  $wz1, wz2$  la frecuencia de los ceros y  $Q1, Q2$  los factores de calidad.

El diagrama de polos y ceros correspondiente a la función transferencia obtenida es el siguiente:

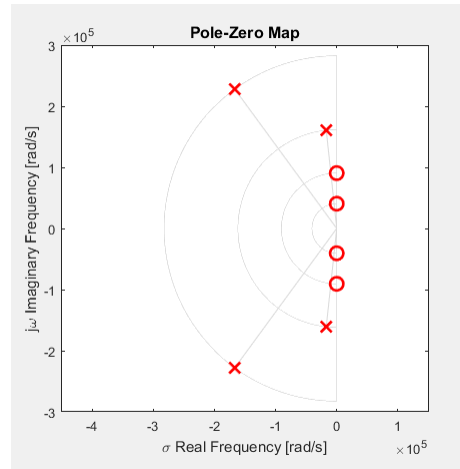


Figura 61: Diagrama de Polos y Ceros

Una vez obtenido el diagrama de polos y ceros se puede definir el circuito de implementación, y esto es lo que se realizará en la siguiente sección.

### 3.2. Circuito Propuesto

Para cumplir con las especificaciones de la plantilla propuesta, se procederá a implementar el diseño del biquad SGM. Como cada biquad provee una transferencia de segundo orden, serán necesarios dos biquads conectados en cascada. La configuración circuital de cada biquad se presenta a continuación:

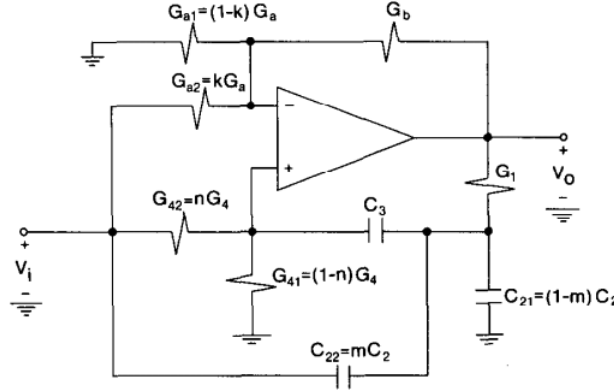


Figura 62: Celda de Sedra Ghorab Martin - Pasa Altos

Cada celda proveerá un par de polos y un par de ceros, y dado que hay dos pares de cada uno en la transferencia total, se debe elegir la combinación de polos y ceros que cada celda aportará. Para esto, se debe tener en cuenta que elegir el polo que presenta mayor frecuencia " $\omega_o$ " junto con el cero que también presente mayor frecuencia " $\omega_z$ ", mientras que por otro lado se agrupan los polos y ceros de menor frecuencia angular, brinda un mayor rango dinámico al filtro en su conjunto de celdas.

Por ende, las celdas aportarán las siguientes funciones de transferencia:

$$H_1(s) = \frac{G_{\infty 1}(s^2 + \omega_z 1^2)}{(s^2 + \frac{\omega_o 1 s}{Q_1} + \omega_o 1^2)} \quad (\text{celda "1"})$$

$$H_2(s) = \frac{G_{\infty 2}(s^2 + \omega_z 2^2)}{(s^2 + \frac{\omega_o 2 s}{Q_2} + \omega_o 2^2)} \quad (\text{celda "2"})$$

Dada la función transferencia de una celda, el paper de "Optimum Configurations for Single Amplifiers Biquadratic Filters" sobre SGM presenta el desarrollo matemático para la obtención analítica de los valores de los componentes a utilizar en el armado de cada biquad. De dicho desarrollo se pueden destacar las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} wo^2 = \frac{1}{R1.R4.C^2} \\ \frac{wo}{Q} = \frac{2}{R4.C} - \frac{Rb}{Ra.R1.C} \\ R4.C = \frac{2Qo}{wo} \\ K^* - 1 = \frac{1.-Qo}{2.Q.Qo^2} \\ R4 = 4.Qo^2.R1 \\ Rb = (K^* - 1).Ra \\ k_* = \frac{G_{\infty}.wz^2.Q}{wo^2.(1-Qo)}(wz * wz) \\ n = \frac{k_*. (1-Qo)}{K^*.Q} \\ m = \frac{k_*. (K^* - 1). (1 + \frac{2.Qo^2.wo^2}{wz^2})}{K^*} \end{cases}$$

siendo:

$$\begin{cases} Ra1 = \frac{Ra}{1-k_*} & C21 = (1-m).C \\ Ra2 = \frac{Ra}{k_*} & C22 = m.C \\ R41 = \frac{R4}{1-n} & C3 = C \\ R42 = \frac{R4}{n} \end{cases}$$

Nótese que en las expresiones se han utilizado símbolos de resistencias ( $Ra, Rb$ , etc) que se corresponden con las admitancias que se muestran en la figura del biquad SGM mostrada en la sección anterior.

Además, se han introducido una constante "Qo" que no está definida según las expresiones. Esta constante es un factor de mérito que entra en juego en el diseño del biquad al tener en cuenta la sensibilidad de  $Q$  (factor de calidad) con respecto a la ganancia del operacional a lazo abierto ( $A_{vol}$ ).

A continuación se comentarán algunos aspectos a tener en cuenta, como lo son el rango dinámico y el análisis de sensibilidades, para la elección del circuito que logre estas transferencias y finalmente se dará con el filtro deseado.

### 3.2.1. Análisis de Sensibilidades

Como se ha mencionado anteriormente, Sedra, Ghorab y Martin introdujeron en las ecuaciones, que caracterizan la configuración del circuito, un factor de mérito  $Qo$  que se corresponde a la sensibilidad de  $Q$  con respecto a la ganancia de lazo abierto del operacional. La expresión que rige esta relación es la siguiente:

$$S_{A_{vol}}^Q \approx 2.Qo.Q$$

Por otro lado,  $Qo$  también forma parte de las expresiones de sensibilidades de  $Q$  y  $wo$  con respecto a los componentes (resistencias o capacitores). A continuación se presenta una tabla con las expresiones que rigen estas sensibilidades:

	$S^{wo}$	$S^Q$
$S_{R1}$	-0.5	$-(\frac{Q}{Qo} - 0,5)$
$S_C$	-0.5	$(0,5)(\frac{Q}{Qo} - 1)$
$S_{R4}$	-0.5	$(\frac{Q}{Qo} - 0,5)$
$S_{Ra}$	0	$-(\frac{Q}{Qo} - 1)$
$S_{Rb}$	0	$(\frac{Q}{Qo} - 1)$

Cuadro 21: Tabla de Sensibilidades

Entonces, se puede notar que la asignación del valor de  $Qo$  depende de una relación de compromiso entre las sensibilidades con respecto a  $A_{vol}$  y las que son con respecto a los valores de los componentes ya que en unas de estas

el término de  $Q_o$  aparece en el numerador de la expresión, mientras que en las otras  $Q_o$  es parte del denominador de las expresiones.

Por otro lado, de la tabla de sensibilidades se puede notar que las pequeñas variaciones de el valor de la resistencia  $R_b$  no varía la distancia de los polos con respecto del origen del plano “s” (es decir, no varían “ $wo$ ”), mientras que sí varían el factor de calidad de la etapa, lo cual puede modificar la respuesta transitoria del circuito (en términos de tiempo) o el sobre-pico (en términos de frecuencia) producido para una frecuencia cercana a “ $wo$ ” pero sin cambiar esta última. Por lo tanto, sería de utilidad que esta resistencia pueda ser variable a la hora de implementar el circuito físicamente. Lo mismo sucede con  $R_a$ , sin embargo este parámetro no representa directamente el valor de un componente del circuito, si no que luego define  $R_{a1}$  y  $R_{a2}$ , por lo que sería más complejo provocar variaciones de  $R_a$  en el circuito físico.

### 3.2.2. Agrupación de Polos y Ceros

Se puede notar del diagrama de polos y ceros que existen dos alternativas para definir la transferencia de cada biquad. Es decir, es claro que a cada biquad le corresponden dos polos (complejos conjugados entre sí) y dos ceros (también complejos conjugados, pero con parte real nula), pero una vez fijado el par de polos del biquad se pueden “agrupar” estos con otros dos pares de ceros distintos entre sí. Para definir esta elección se puede analizar la forma de la transferencia que se desea en la banda de paso para cada biquad. Aunque se sabe que para la aproximación de Cauer existe un efecto de ripple en la banda de paso (y también en la banda de atenuación), se procederá a analizar la ganancia en la banda de paso para cada biquad por separado.

Existen dos factores que restringen la ganancia de cada etapa del circuito. El primero es la optimización del rango dinámico, lo cual requiere que la ganancia de cualquier etapa no sea tal que provoque alguna alinealidad del sistema, como “slew rate” o saturación, por ende la ganancia de las etapas (para cualquier frecuencia) no puede ser extremadamente elevadas. Por otro lado, para no generar una señal de salida con elevados niveles de “ruido”, tampoco es deseable obtener grandes atenuaciones en una etapa ya que luego la siguiente tendrá que amplificar demasiado la señal para obtener el valor deseado (por ejemplo, el valor deseado en la banda de paso) y esto implicaría a su vez una elevada amplificación del ruido.

Dicho esto, se podría realizar un análisis matemático que asegure la correcta elección sobre la “agrupación” de polos y ceros, pero también se puede enfocar el problema desde el punto de vista que plantea la necesidad de una banda pasante lo más “plana” (es decir, sin atenuaciones ni ganancias extremas) posible en cada etapa. De esta manera, se puede pensar en el caso extremo para el cual los polos y los ceros coinciden en el “plano s” y se obtendría una banda de paso lo más plana posible. Finalmente, se puede arribar así al criterio de que los polos se deben agrupar con los ceros que se encuentren más cercanos.

### 3.2.3. Ordenamiento de las Celdas

Dada la función transferencia de cada etapa, se puede observar que la celda “1” es la que tiene un factor de calidad menor con respecto al otro biquad. Al momento de decidir el orden en el cual se interconectan las celdas entre sí, este hecho es importante. Es conveniente que el orden sea tal que la señal de entrada ingrese primero por la celda “1” y luego se obtenga la señal de salida por la celda “2” de mayor Q. Vale aclarar que esto provoca un mayor rango dinámico dado que a la celda de mayor factor de calidad (la cual tendrá mayor ganancia en la frecuencia de corte debido a un sobre-pico más pronunciado) se le ingresa una señal ya atenuada por la primer celda, lo que implica menor posibilidad de saturación de la señal.

En fin, lo más apropiado para la configuración del circuito en general es interconectar la salida de la celda “1” con la entrada de la celda “2”.

### 3.2.4. Determinación de los Valores de Componentes

Finalmente, se procedió a fijar el valor de  $Q_o$ ,  $C3$ ,  $R_a$ , y se obtuvieron los siguientes valores de componentes:

Celda 1:

$$\begin{cases} Ra1 = 1230\Omega & Rb = 1650\Omega \\ Ra2 = 5230\Omega & C21 = 1nF \\ R41 = 1750\Omega & C22 = 1nF \\ R42 = 9400\Omega & C3 = 2nF \\ R1 = 2300\Omega \end{cases}$$

Celda 2:

$$\begin{cases} Ra1 = 10900\Omega & Rb = 2525\Omega \\ Ra2 = 118000\Omega & C21 = 940pF \\ R41 = 3500\Omega & C22 = 3,9nF \\ R42 = 50000\Omega & C3 = 4,7nF \\ R1 = 570\Omega \end{cases}$$

### 3.3. Análisis Mediante LTspice

#### 3.3.1. Etapas por Separado

Con el software de Ltpice se realizaron las simulaciones de la ganancia de cada celda por separado y se obtuvo lo siguiente:



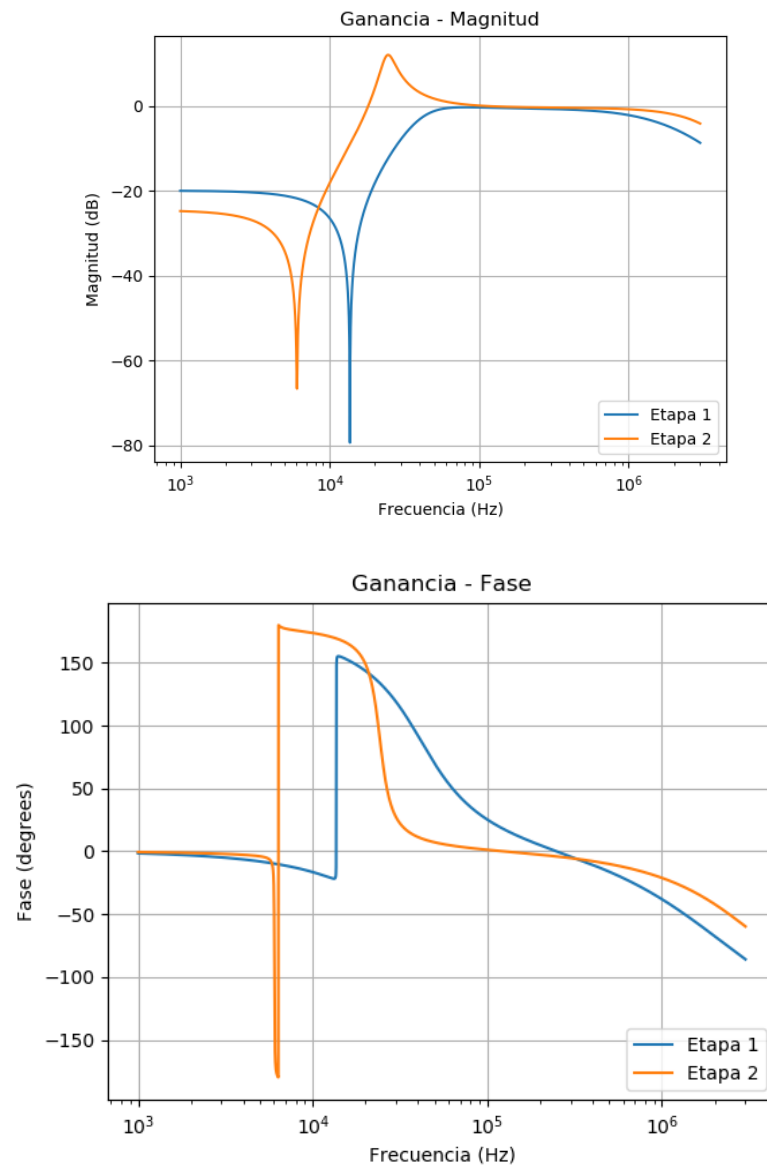


Figura 63: Simulación - Celdas por Separado - Diagrama de Magnitud y Fase

Lo mismo se realizó para la impedancia de entrada y de salida:

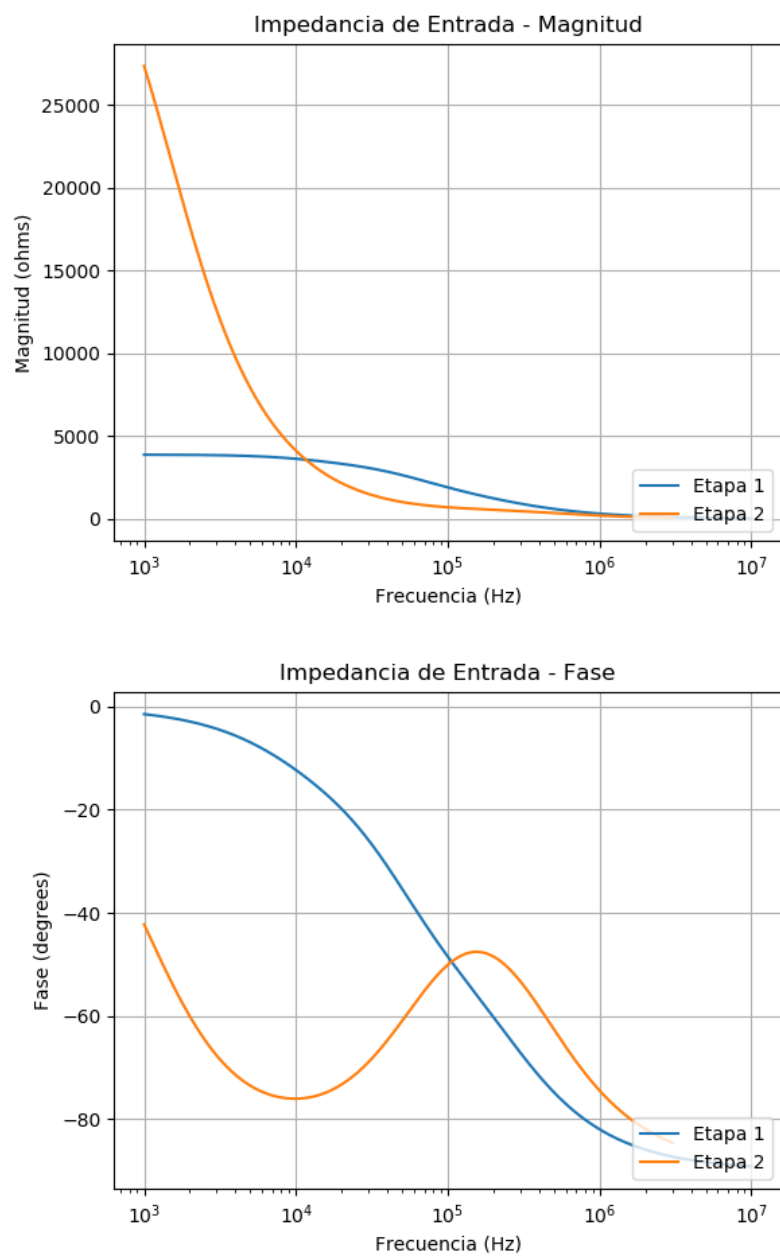


Figura 64: Simulación - Impedancia de Entrada - Celdas por separado

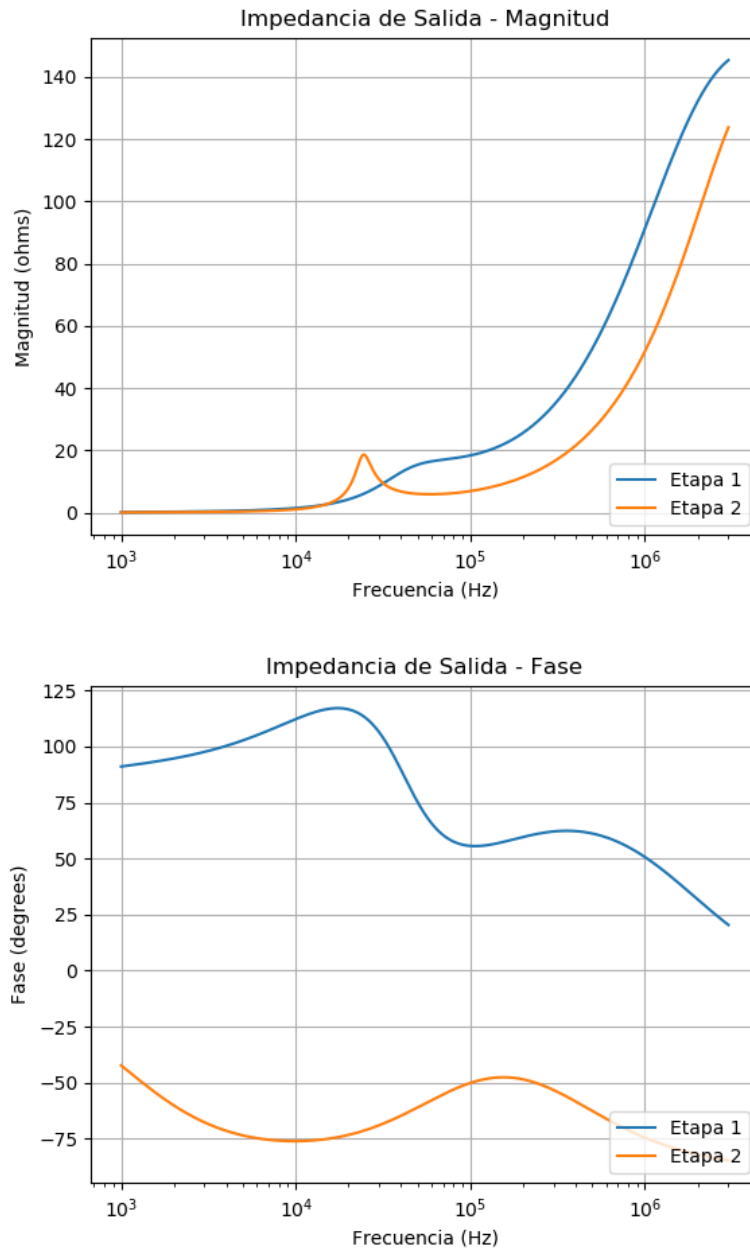


Figura 65: Simulación - Impedancia de Salida - Celdas por separado

### 3.3.2. Compatibilidad entre Celdas - Adaptación de Impedancias

Anteriormente se ha mencionado la conveniencia de conectar la entrada de la celda “2” con la salida de la celda “1”. Sin embargo, esto tiene sentido siempre que las celdas sean compatibles entre sí. Con esto se quiere hacer referencia a que la impedancia de entrada de la celda “2” tendría que ser significativamente mayor a la impedancia de salida de la celda “1” para que las transferencias no se vean afectadas (o se afecten lo menos posible) al realizar la interconexión de etapas y así poder obtener a la salida del circuito una transferencia igual al producto de las funciones transferencia

de cada etapa.

A continuación se muestra un diagrama de la impedancia de salida de la celda “1” superpuesto con el de la impedancia de entrada de la celda “2”:

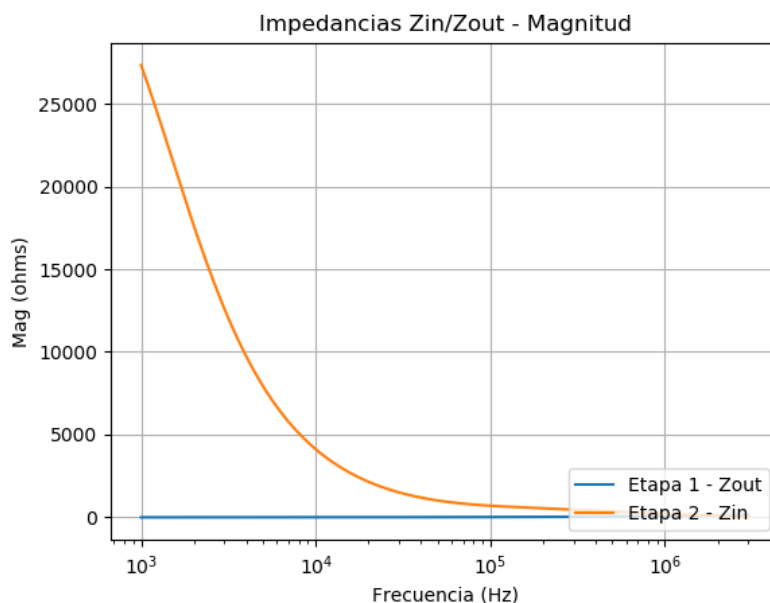


Figura 66: Simulación - Adaptación de Impedancia entre Etapas

A partir de la figura se puede notar que la impedancia de entrada de la segunda etapa es considerablemente mayor (en magnitud) que la impedancia de salida de la primera etapa para frecuencias menores a  $100\text{KHz}$ , lo que indica que la adaptación de impedancias es adecuada para dicho rango de frecuencias, sin embargo a partir de  $100\text{KHz}$  la adaptación empeora notablemente ya que las magnitudes de las impedancias tienden a igualarse.

Por otro lado, para lograr una mejor adaptación entre las etapas se podría utilizar un buffer para la conexión en cascada. Esta opción es la mejor solución desde el punto de vista de la adaptación entre etapas pero no es una alternativa deseable en cuanto al costo, la potencia y la cantidad de componentes del circuito.

### 3.3.3. Etapas en Conjunto

Una vez realizado el análisis sobre la adaptación de impedancias de las celdas, se procedió a conectar en cascada las dos etapas de la manera que se ha mencionado con anterioridad y se procedió a realizar una nueva simulación, pero esta vez añadiendo un análisis de Montecarlo teniendo en cuenta la tolerancia de las resistencias (1 %) y los capacitores (5 %).

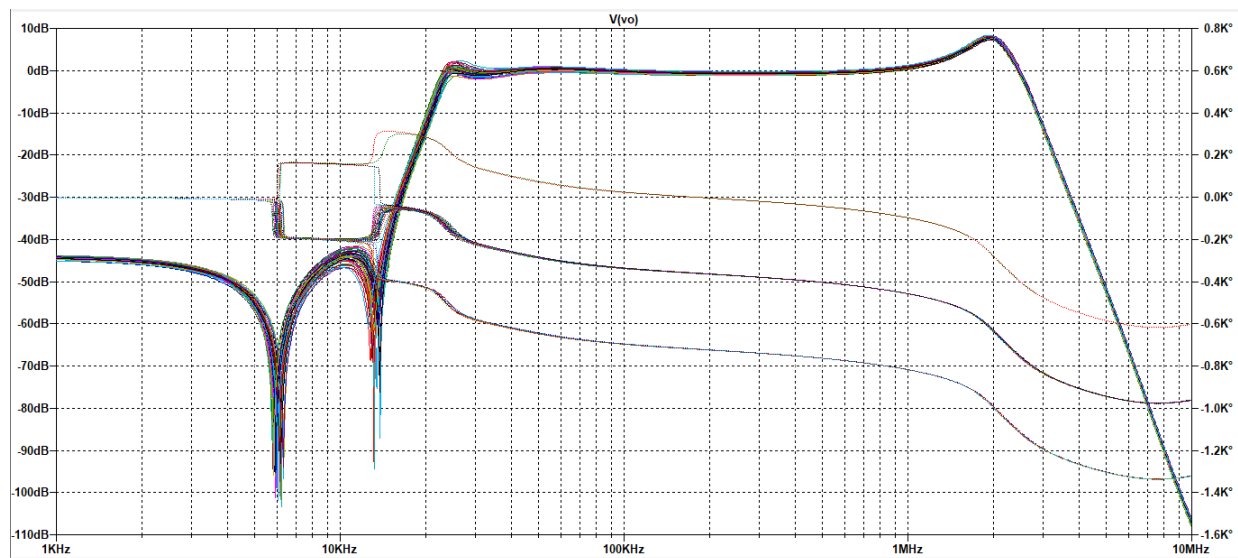


Figura 67: Análisis de Montecarlo - Etapas en Cascada

Del análisis de Montecarlo se puede notar que existe una dispersión significativa de la ganancia del filtro debido a la dispersión de los valores de los componentes. Con las tolerancias utilizadas, la dispersión no es lo suficientemente importante como para provocar que el filtro no cumpla con la plantilla requerida, sin embargo podría ocurrir que la plantilla no se cumpla si se utilizasen componentes con una dispersión mayor en sus valores.

En cuanto a la fase, en el diagrama obtenido de la simulación de las dos etapas se puede observar como puede tomar tres formas diferentes según la distribución de los valores de los componentes. Esto se puede explicar por el hecho de que los ceros del circuito pueden situarse tanto sobre el eje vertical del “plano s” (son imaginarios puros), a la derecha del eje o a la izquierda del mismo.

Una vez simulada la respuesta en frecuencia, se procede a analizar la impedancia de entrada del circuito:

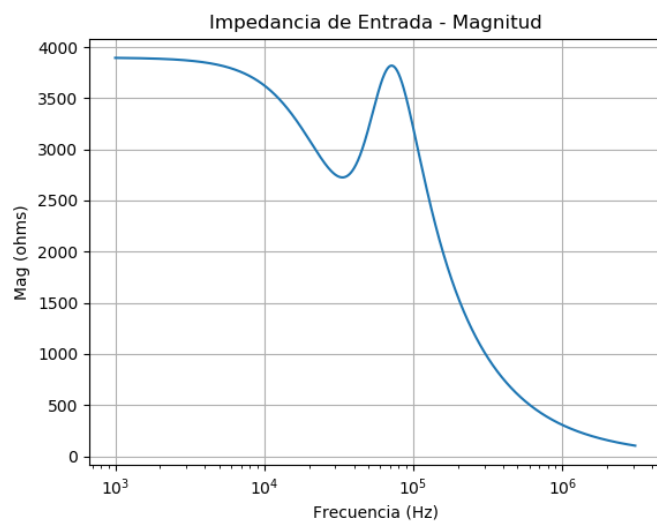


Figura 68: Impedancia de Entrada - Etapas en Cascada

Del gráfico se observa que como máximo se obtiene una impedancia de entrada del orden de  $4K\Omega$ . Tomando como criterio que una impedancia de entrada aceptable debe ser mayor a  $50K\Omega$ , la impedancia simulada es insuficiente, pero una solución sencilla al problema es agregar un buffer a la entrada del filtro lo cual otorgará al mismo una impedancia de entrada que supera ampliamente los  $50K\Omega$ . Esta solución conlleva mayor costo y consumo pero lo que se gana en impedancia de entrada puede ser un factor que justifique el uso del buffer.

### 3.3.4. Dispersión de $W_o$

Con el objetivo de mostrar el corrimiento de la ubicación de los polos en función de la variación de los valores de componentes se procedió a realizar un histograma que muestre la frecuencia (también se puede pensar como una probabilidad) de un " $w_o$ " en particular para cada set de componentes que se elija con los valores dentro del rango que especifica la tolerancia (teniendo en cuenta el 1 % de tolerancia para las resistencias y el 5 % para los capacitores).

A continuación se muestra un histograma de la frecuencia de los " $w_o$ " para cada etapa:

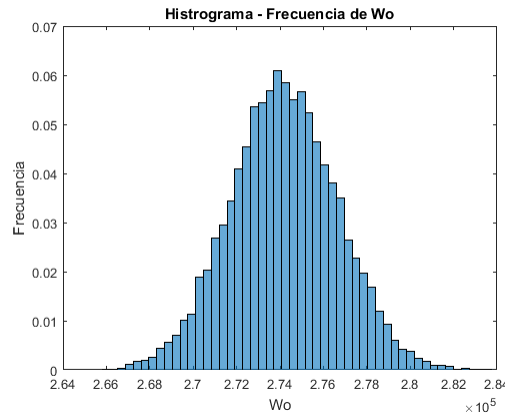


Figura 69: Histograma - Etapa 1

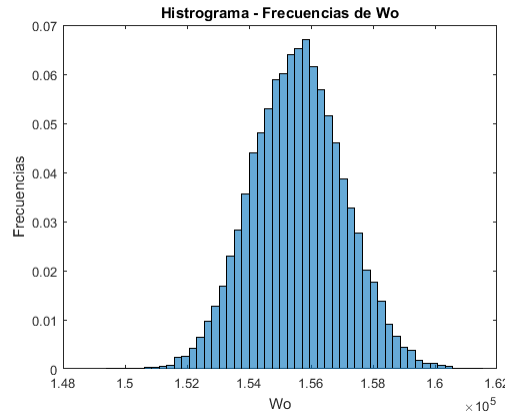


Figura 70: Histograma - Etapa 2

Ambos histogramas muestran claramente como el " $w_o$ " más frecuente es aquel que se ha calculado anteriormente para los valores nominales (o valores teóricos), en particular  $w_{o_{etapa1}} = 271500 \frac{1}{seg}$  y  $w_{o_{etapa2}} = 155400 \frac{1}{seg}$ . Sin embargo, una proporción considerable de frecuencias " $w_o$ " es tanto mayor o menor. En fin, según los componentes

que se tomen de la distribución de valores de los mismos el par de polos complejos podrían desplazarse (y lo mismo con los ceros).

### 3.3.5. Estudio de Rango Dinámico

La definición de rango dinámico a utilizar es la siguiente:

$$Rd = 20\log_{10}\left(\frac{Vin_{m\acute{a}x}}{Vin_{m\acute{i}n}}\right)$$

Siendo  $Vin_{m\acute{a}x}$  la amplitud de señal máxima que se puede ingresar al circuito sin que esta sufra alguna alinealidad (como slew rate o saturación) y  $Vin_{m\acute{i}n}$  la amplitud mínima de la señal que se pueda imponer al sistema sin que esta se confunda con el piso de ruido. Para el análisis se considerará  $Vin_{m\acute{i}n} = 10mV$  y además se asumirá que la alinealidad que puede limitar  $Vin_{m\acute{a}x}$  es la saturación de los operacionales. Esto último es válido si se tiene en cuenta que los operacionales a utilizar son los *LM833* y *TL082*, los cuales tienen un slew rate elevado.

Luego, para hallar  $Vin_{m\acute{a}x}$  se procede a identificar la ganancia máxima de la primer etapa del filtro y obtener una amplitud máxima para esta etapa mediante la siguiente expresión:

$$Vin_{m\acute{a}x} = \frac{V_{sat}}{G_{m\acute{a}x}}$$

Esto se debe repetir también para las dos etapas del filtro en conjunto, y por último se debe escoger como  $Vin_{m\acute{a}x}$  a la amplitud de la señal más restrictiva de las dos halladas.

En cuanto a  $V_{sat}$ , dados los parámetros de las hojas de datos de los operacionales, se tomará como  $14V$  (la alimentación de los operacionales es de  $15V$ ).

Finalmente, siguiendo los pasos de este análisis, para frecuencias menores a  $800KHz$ , se obtiene un rango dinámico de  $62dB$ , mientras que para frecuencias mayores se obtienen  $54,9dB$  de rango dinámico.

## 3.4. Mediciones - Resultados

Luego de realizar el análisis teórico desarrollado anteriormente, y una vez materializado el circuito, se procedió a medir la respuesta en frecuencia del filtro.

Se debe aclarar que el circuito se diseñó de manera tal que sea posible medir la configuración con la implementación de un buffer para la interconexión de las etapas, o sin el uso del mismo (es decir, con las etapas conectadas directamente mediante un cable). Esto se realizó para poder realizar un análisis sobre la estabilidad de las distintas configuraciones, el cual se desarrollará más adelante.

A continuación se presentan los gráficos de la respuesta en frecuencia:

Además, a continuación se muestra el gráfico obtenido a partir de la medición de la respuesta al escalón del circuito, nuevamente sin buffer (imagen de la izquierda) y con buffer (imagen de la derecha) entre etapas:

## 3.5. Análisis de Resultados

Luego de realizar las mediciones del filtro, los resultados obtenidos indican que el filtro realizado cumple con la plantilla propuesta para un rango de frecuencias que se extiende hasta  $2MHz$ . La primera conclusión que se puede sacar de este resultado es que el filtro puede operar en un rango de frecuencias relativamente alto, pero que a partir de frecuencias del orden de los  $2MHz$  comienzan a ser preponderantes los polos de los op-amps.

Además, dado que se realizaron dos tipos de mediciones, una con buffer en cascada entre etapas y otra sin buffer, y que ambas cumplen correctamente la plantilla, se puede descartar la idea de la necesidad del buffer para adaptar las impedancias de salida y de entrada de las etapas. Aún más, si se analiza la respuesta al escalón medida, la medición realizada con el buffer muestra que el circuito en realidad no es estable. El diagrama de respuesta en frecuencia para

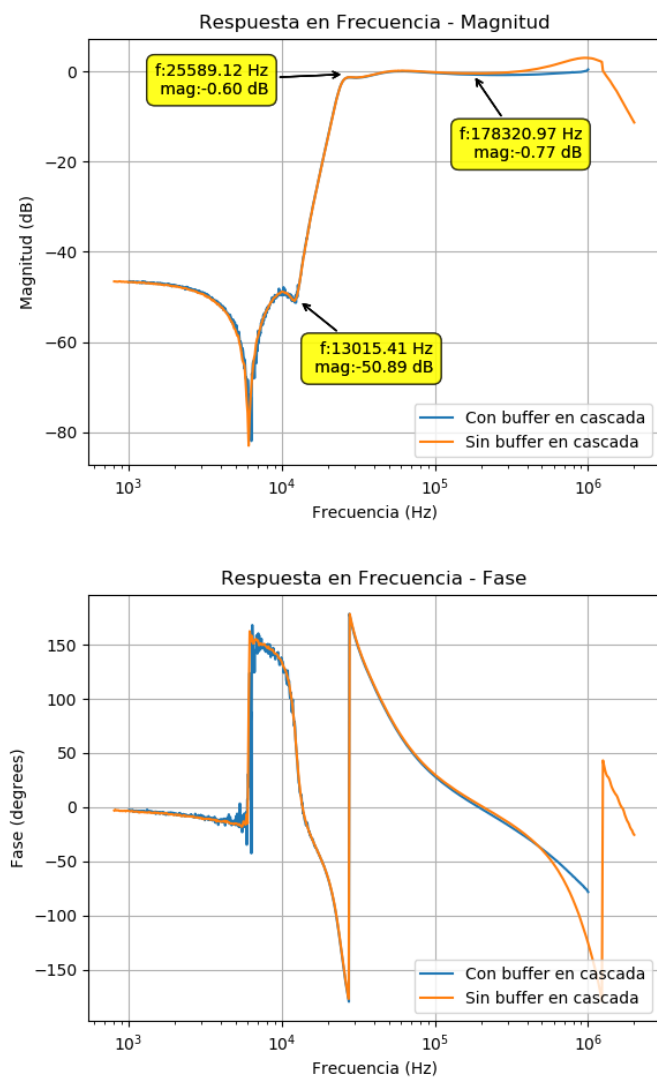


Figura 71: Diagrama de Bode - Respuesta en Frecuencia



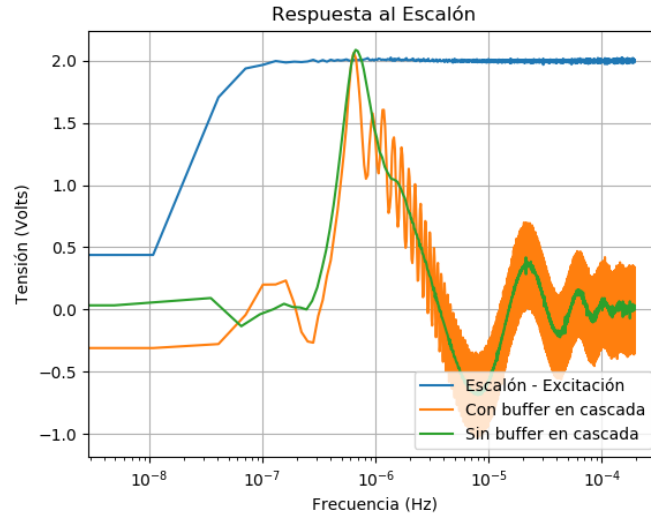


Figura 72: Diagrama en el Tiempo - Respuesta al Escalón

el circuito con buffer pudo ser medido de todas maneras, ya que al momento de realizar dichas mediciones el circuito no presentaba inestabilidad, pero luego de excitar al mismo con un escalón (es decir, con una señal con armónicos de altas frecuencias) el circuito no solo presentó oscilaciones, sino que además estas no cesaron hasta que se desconectó al filtro de la alimentación.

Esto último no ocurrió con el circuito que no implementa el buffer para la interconexión en cascada. De hecho, en la medición se puede notar que la respuesta transitoria ante el escalón como excitación es sub-amortiguada pero logra establecerse al cabo de algunas fracciones de mili segundos. La manera en la que se puede entender este fenómeno que se expone al comparar las mediciones de las dos configuraciones del circuito (con buffer o sin buffer) es analizando el margen de ganancia y/o el margen de fase del filtro. Para esto, lo correcto es identificar el lazo de realimentación del circuito y observar lo que sucede con la ganancia de lazo (ganancia y realimentación) cuando la fase de la misma atraviesa los  $180^\circ$ . Sin embargo, observar la transferencia del circuito también puede ser un indicador de la inestabilidad del circuito. De hecho, observando esta última se puede notar que al incorporar el buffer existe un sobre-pico en altas frecuencias que es más pronunciado (y además llega a una ganancia mayor) que el que se obtiene al no incluir el buffer. Evidentemente, este sobre-pico pronunciado causa que la ganancia de lazo sea unitaria para fase menor a  $-180$  grados lo cual provoca la saturación del sistema y consiguientemente la oscilación del mismo.

Con respecto al sobre-pico, este es más pronunciado al agregar el buffer ya que se induce un polo en altas frecuencias que disminuye el amortiguamiento de la respuesta transitoria (para las componentes armónicas de frecuencias elevadas). Al no agregar el polo, en cambio, la respuesta presenta mayor amortiguamiento y por ende no se logra saturar el sistema ni la oscilación del mismo.

Por último, en cuanto a la fase medida, esta presenta la forma que predijeron las simulaciones de LTspice con cuatro saltos de fase de  $180^\circ$  correspondientes a los dos pares de polos complejos conjugados y a los dos pares de ceros. Se puede notar también que solo un par de ceros se encuentran sobre el eje “jw” del “plano s” ya que solo uno de los saltos de fases de  $+180^\circ$  es completamente abrupto, es decir que el otro par de ceros se corrió de la ubicación que se fijó al principio del análisis teórico. También se puede observar esto mismo en el diagrama de magnitud, teniendo en cuenta que en la banda de atenuación un “notch” es significativamente más pronunciado que el otro.

### 3.6. Conclusión

Como conclusión del análisis y la realización del filtro calculado mediante la aproximación de Cauer e implementado según el diseño de Sedra, Ghorab y Martin, se puede afirmar que el circuito permite el cumplimiento de una plantilla significativamente restrictiva con un orden relativamente bajo lo cual implica una cantidad reducida de etapas, es decir, menor costo y más practicidad en cuanto al tamaño de la placa. Por otro lado, lograr la implementación requirió un cuidadoso proceso de diseño, tanto en la selección de componentes, como en la calibración y en las soluciones alternativas a posibles oscilaciones del filtro. A pesar de estas dificultades para realizar en la práctica el circuito propuesto, finalmente se demostró que la realización del mismo es posible.

Por último, vale la pena remarcar que el hecho de encarar este proyecto conllevó un desafío constructivo para desarrollar técnicas de diseño.

## 4. Celda Universal

### 4.1. Introducción

Las celdas universales tienen en común que utilizan dos circuitos integradores con el fin de poder llegar a una función transferencia genérica. Se basan en la resolución de ecuaciones diferenciales ya que en expresadas como diagramas de bloques cumplen el siguiente formato:

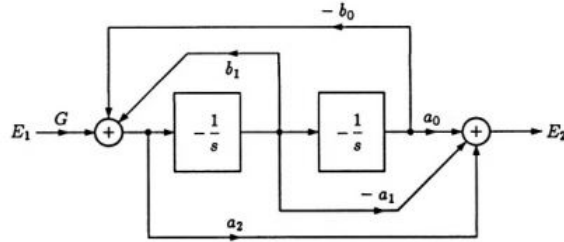


Figura 73: Formato de una celda universal

En dicho diagrama se puede ver como el sistema consiste unicamente de sumadores e integradores. Dicho sistema puede representar cualquier transferencia ya que se tiene que:

$$\frac{E_2}{E_1} = G \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + b_1 s + b_0}$$

A continuación se muestran algunas de las celdas universales mas básicas y las características de cada una.

#### 4.1.1. Celdas universales básicas

##### 1. Celda de Kerwin-Huelsman-Newcomb (KHN)

La celda utiliza dos configuraciones conocidas de circuitos con amplificadores operacionales, el sumador (puede ser diferencial o el no inversor), y el integrador inversor. El diagrama de la celda es el siguiente:

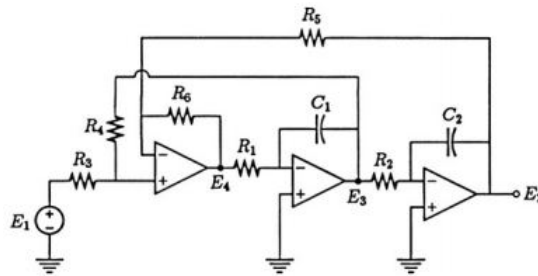


Figura 74: Celda Kerwin-Huelsman-Newcomb (sumador diferencial)

La relación entre  $E_4, E_3$  y  $E_2$  es fácil de ver ya que solo hace falta plantear la transferencia del circuito inversor en cada caso:

$$\begin{cases} \frac{E_3}{E_4} = -\frac{1}{sR_1C_1} \\ \frac{E_2}{E_3} = -\frac{1}{sR_2C_2} \end{cases}$$

Para obtener la última ecuación necesaria para expresar las tensiones en función de  $E_1$  se debe plantear la ecuación correspondiente al sumador diferencial:

$$E_4 = \frac{R_4(R_5+R_6)}{R_5(R_3+R_4)}E_1 - \frac{R_6}{R_5}E_2 + \frac{R_3(R_5+R_6)}{R_5(R_3+R_4)}E_3$$

Juntando las tres ecuaciones planteadas se llega a la transferencia:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{R_4(R_5+R_6)}{R_5(R_1R_2C_1C_2)(R_3+R_4)}}{s^2 + \frac{R_3(R_5+R_6)}{R_1R_5C_1(R_3+R_4)}s + \frac{R_6}{R_1R_2R_5C_1C_2}}$$

## 2. Tow Thomas

La celda Tow Thomas utiliza un integrador, un inversor y un sumador integrador. El esquema de la celda es el siguiente:

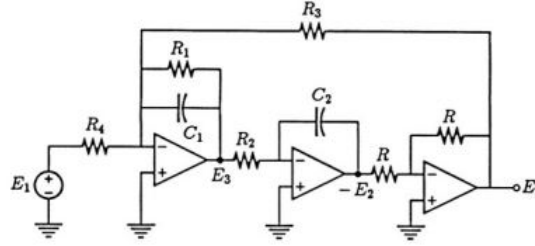


Figura 75: Celda Tow Thomas

Las transferencias resultantes para cada nodo son:

$$\frac{E_3}{E_1} = -\frac{\frac{1}{R_4C_1}s}{s^2 + \frac{1}{R_1C_1}s}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = -\frac{\frac{1}{R_2R_4C_1C_2}}{s^2 + \frac{1}{R_1C_1}s + \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}}$$

## 3. Fleischer-Tow

Tiene una configuración similar a la Tow Thomas salvo dos modificaciones. A diferencia de la celda Tow Thomas, la Fleischer-Tow tiene caminos de 'feedforward', lo que quiere decir que tiene caminos que van desde la entrada de la celda a la entrada de cada operacional. La otra diferencia es la posición de los últimos dos operacionales, en la Fleischer-Tow el inversor va antes que el integrador. Aquí se presenta el esquema de dicha celda:

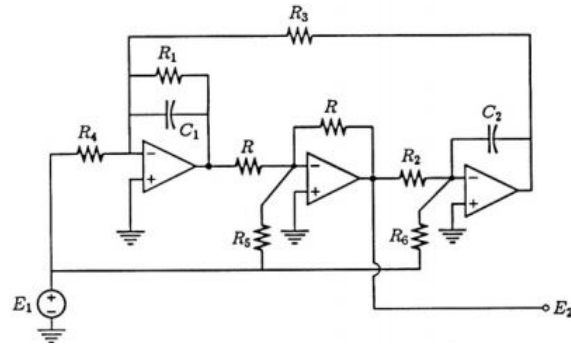


Figura 76: Celda Fleischer-Tow

El desarrollo matematico de esta celda se encuentra en 4.3

## 4.2. Objetivos y resumen

El objetivo principal fue el de diseñar y elaborar un filtro Notch de orden 4 con  $Q=4$  utilizando una configuración en cascada de celdas universales. La celda elegida fue la Fleischer-Tow, a lo largo del informe se busca mostrar el razonamiento detrás de esta decisión así como también proporcionar una comparación de las ventajas y desventajas de las distintas celdas universales posibles.

## 4.3. Análisis matemático

En la siguiente sección se presentan los desarrollos y análisis matemáticos mas importantes para la celda Fleischer-Tow:

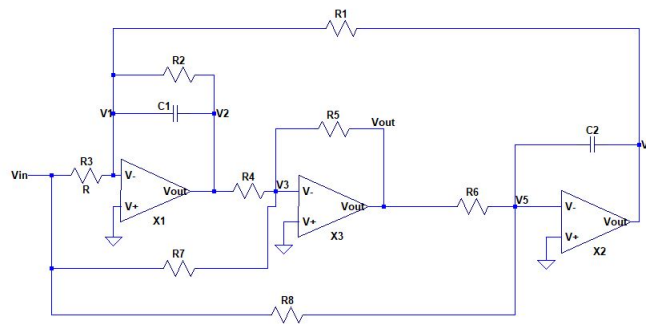


Figura 77: Celda Fleischer Tow a analizar

### 4.3.1. Función transferencia

El siguiente análisis se hará considerando amplificadores operacionales ideales, estos significa que se considera nula la corriente a la entrada de los operacionales, así como también se cumple que:

$$v_1 = v_3 = v_5 = 0V$$

En dichas condiciones, planteando las ecuaciones de nodos correspondientes se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -\frac{v_{in}}{R_3} = v_2(\frac{1}{R_2} + sC_1) + v_6(\frac{1}{R_1}) \\ -\frac{v_{in}}{R_7} = \frac{v_{out}}{R_5} + \frac{v_2}{R_4} \\ -\frac{v_{in}}{R_8} = v_6(sC_2) + v_{out}(\frac{1}{R_6}) \end{cases}$$

Dicho sistema se resolvió mediante la función linsolve del paquete sympy de Python y se llegó a la siguiente función transferencia:

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = H(s) = -\frac{R_5 R_6}{R_3 R_7 R_8} \frac{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 R_4 R_8 + s C_2 R_1 R_8 (R_3 R_4 - R_2 R_7) + R_2 R_3 R_7}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 R_4 R_6 + s C_2 R_1 R_4 R_6 + R_2 R_5} \quad (13)$$

Se puede ver fácilmente de la expresión anterior que se puede anular el término correspondiente a la primera potencia de  $s$  en el numerador, si se plantea la relación:

$$R_3 R_4 = R_2 R_7 \quad (14)$$

Entonces de (1) y e (2), se tiene que la función transferencia puede reescribirse de la forma conocida de un filtro Notch como:

$$H(s) = k \frac{(\frac{s}{\omega_z})^2 + 1}{(\frac{s}{\omega_p})^2 + \frac{s}{\omega_p Q} + 1}$$

Donde:

$$\begin{cases} k = -\frac{R_6}{R_8} \\ \omega_z = \sqrt{\frac{R_7}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_8}} \\ \omega_p = \sqrt{\frac{R_5}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_6}} \\ Q = R_2 \sqrt{\frac{C_1 R_5}{C_2 R_1 R_4 R_6}} \end{cases}$$

#### 4.3.2. Impedancia de entrada

Para el cálculo de la impedancia de entrada con amplificadores operacionales ideales, se planteó que:

$$I_{in} = \frac{v_{in}}{R_3} + \frac{v_{in}}{R_7} + \frac{v_{in}}{R_8}$$

Despejando se llega a :

$$\frac{V_{in}}{I_{in}} = Z_{inp} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8}} = R_3 // R_7 // R_8 \quad (15)$$

Debido a que la impedancia de entrada es el paralelo de tres resistencias, si se desea lograr una celda Tow Fleischer con alta impedancia de entrada se requiere que tanto  $R_3$  como  $R_7$  y  $R_8$  tomen valores altos ya que la impedancia de entrada tomara como mucho el valor de la resistencia mas pequeña de las tres. Como alternativa, debe utilizarse un buffer a la entrada para tener un alto valor de impedancia de entrada sin importar los valores de  $R_3$ ,  $R_7$  y  $R_8$ .

### 4.3.3. Impedancia de salida

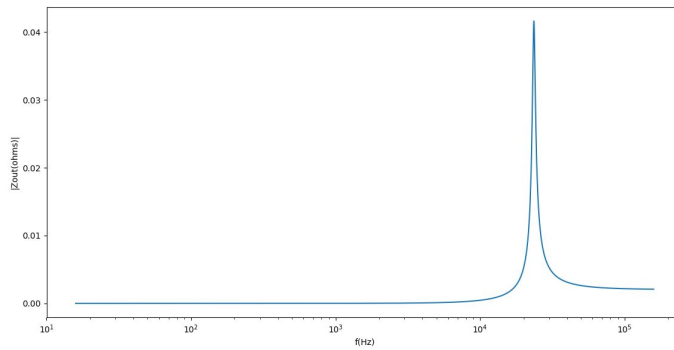
El calculo de la impedancia de salida se realizo unicamente para la primer etapa y se realizo considerando amplificadores operacionales no ideales. Las ecuaciones resultantes de plantear los nodos del circuito son:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{v3}{R3} = \frac{(v3-v4)}{Z2} + \frac{(v3-v7)}{R1} \\ -\frac{(Avol.v3+v4)}{Ro} + \frac{(v3-v4)}{Z2} = \frac{(v4-v5)}{R4} \\ \frac{(v4-v5)}{R4} - \frac{v5}{R7} = \frac{(v5-vin)}{R5} \\ -\frac{(Avol*v5+vin)}{Ro} + \frac{vin}{R7} + \frac{(v5-vin)}{R5} = \frac{(vin-v6)}{R6} \\ \frac{(vin-v6)}{R6} - \frac{v6}{R8} = (v6-v7) * (s.C2) \\ -\frac{(Avol*v6+v7)}{Ro} + (v6-v7) * (s * C2) + \frac{(v3-v7)}{R1} = 0 \\ Z2 = \frac{R2}{sR2C1+1} \end{array} \right.$$

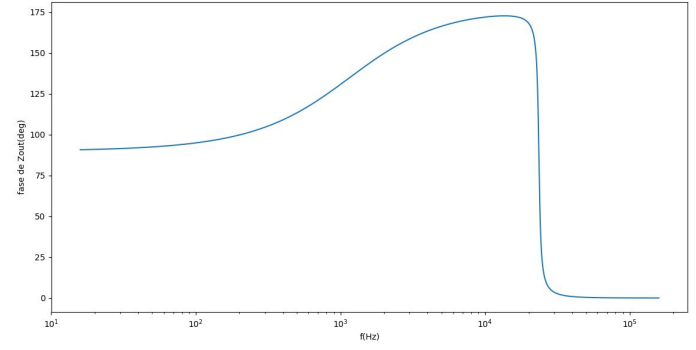
El sistema de ecuaciones lineales anterior se resolvió utilizando el software Maple y se reemplazaron los parametros por sus valores numericos ya que la expresion simbolica obtenida es demasiado compleja y extensa. El resultado obtenido fue:

$$Z_{out} = \frac{2,36*s^2+1,72*10^4*s+1,53*10^3}{1,156*10^3*s^2+8,42*10^6*s+2,54*10^{13}}$$

El grafico de dicha impedancia terica es:



(a) Magnitud de la impedancia de salida



(b) Fase de la impedancia de salida

Figura 78: Impedancia de salida teorica

Se realizo la simulación para la impedancia de salida utilizando los amplificadores operacionales LM833. A continuación se muestra el resultado obtenido mediante un análisis de Montecarlo:

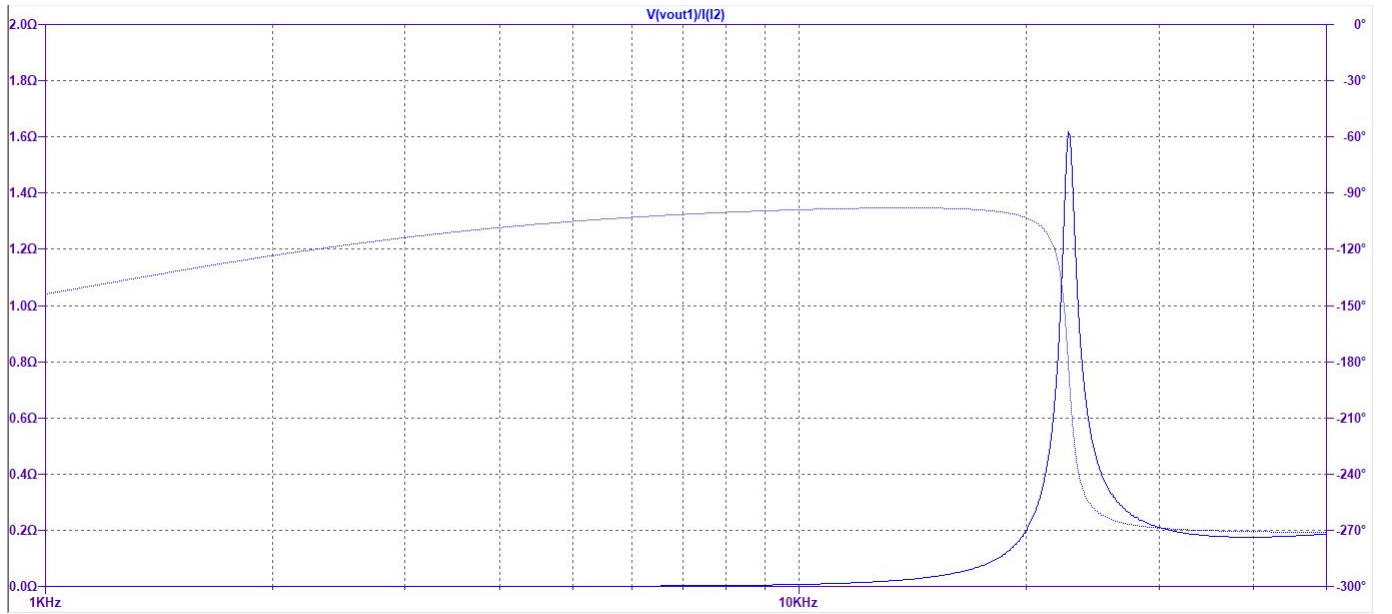


Figura 79: Impedancia de salida simulada

Como se puede ver la impedancia de salida no tiene un valor particularmente bajo, mas adelante se presentara una tabla con los valores pasivos utilizados en la simulación.

#### 4.3.4. Sensibilidades

A continuación se presenta un cuadro de las sensibilidades relativas correspondientes a los parámetros característicos del filtro Notch de segundo orden que consiste en cada una de las dos etapas del filtro:

	$S_x^k$	$S_x^{\omega_z}$	$S_x^{\omega_p}$	$S_x^Q$
$R_1$	0	-0.5	-0.5	-0.5
$R_2$	0	0	0	1
$R_3$	0	0	0	0
$R_4$	0	-0.5	-0.5	-0.5
$R_5$	0	0	0.5	0.5
$R_6$	1	0	-0.5	-0.5
$R_7$	0	0.5	0	0
$R_8$	-1	-0.5	0	0
$C_1$	0	-0.5	-0.5	0.5
$C_2$	0	-0.5	-0.5	-0.5

Cuadro 22: Sensibilidades de los parámetros del Notch



#### 4.3.5. Rango dinámico

El rango dinámico es un parámetro que da idea de que tan buena es la excursión del circuito. Expresada en Decibles la expresión del rango dinámico es:

$$Rd(dB) = 20\log\left(\frac{V_{in_{max}}}{V_{min}}\right)$$

Donde  $V_{min}$  es la tensión mínima de entrada que esta limitada por el piso de ruido del circuito o del instrumento de medición que se desea utilizar. Para el caso de esta análisis se tomo como tensión mínima de entrada 10mV, en cuanto a  $V_{in_{max}}$ , se define como el máximo valor de tensión admisible a la entrada sin que el circuito pierda su comportamiento lineal. Suponiendo que la linealidad del circuito esta limitada unicamente por la saturación a la salida de los operacionales, se puede encontrar la máxima tensión admisible a la entrada al buscar cual es el mayor pico de ganancia del circuito y cual es la tensión máxima que puede entregar dicho operacional.

La ganancia máxima se obtuvo mediante la simulación de la salida de cada operacional y la tensión máxima que entrega dicho operacional se consiguió de la datasheet del mismo.

Segun la simulación realizada en LTspice que se muestra a continuación el máximo pico de ganancia es de 20db:

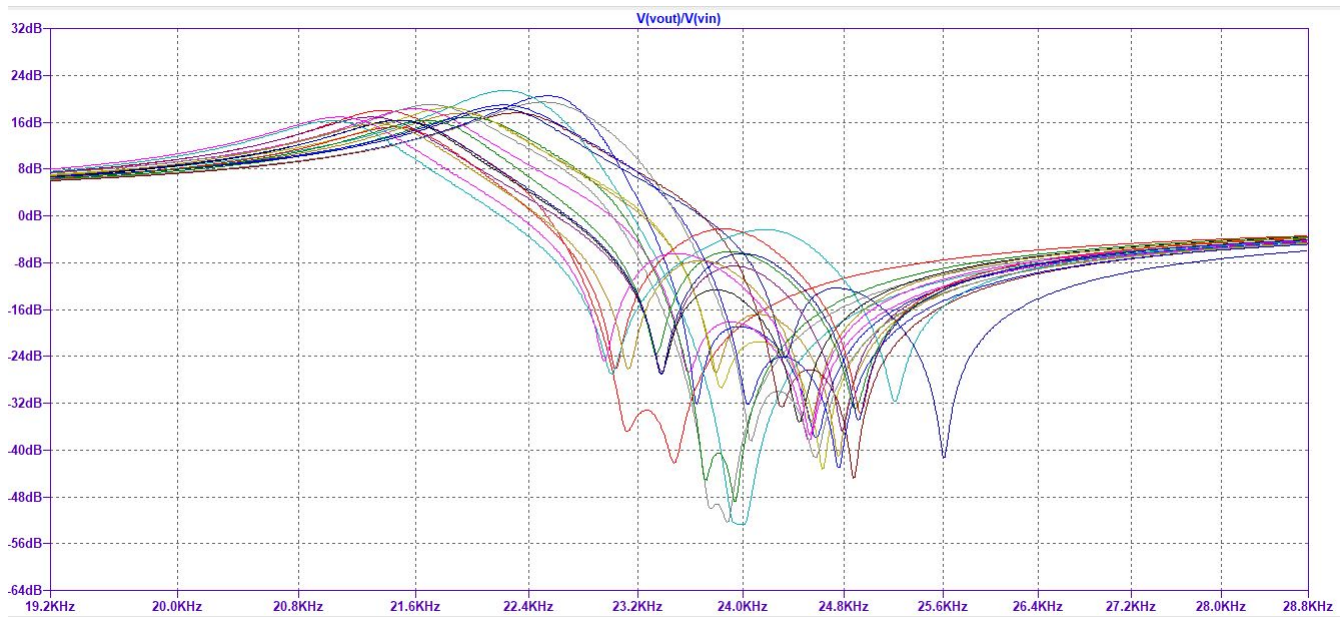


Figura 80: Salida del operacional con mayor sobre-pico

El gráfico anterior no esta bien centrado en la frecuencia de notch debido a que el valor del preset debe ajustarse en la practica con el fin de mover el notch a la frecuencia deseada de 23kHz. Tomando como salida máxima del operacional 14V (se utilizo de tensión de alimentación para el mismo  $V_{cc}=15V$ ) se llega a que el rango dinámico del circuito es:

$$Rd = 20\log\left(\left|\frac{V_{in_{max}}}{V_{min}}\right|\right) = 43dB$$

#### 4.4. Plantilla y Elección de componentes

Como se menciona brevemente en 4.2 el filtro debe ser un filtro Notch de una selectividad y un orden determinado, a continuación se presenta la tabla de especificaciones:

Q	n	$f_{\infty}$
4	4	23kHz

Cuadro 23: Requisitos a cumplir

Con dichas especificaciones se procedió a elaborar la aproximación necesaria para obtener la transferencia del filtro a realizar. Se opto por utilizar la aproximación de Chebyshev inversa (la misma es útil para filtros Notch debido a los ceros de transmisión en la banda de atenuación) para realizar la plantilla de un filtro rechaza banda. Al tener la frecuencia de Notch y el Q preestablecidos, el  $\Delta f_p$  queda fijado ya que se tiene que:

$$Q = \frac{f_{\infty}}{\Delta f_p} \rightarrow \Delta f_p = \frac{f_{\infty}}{Q} = 5,75kHz \quad (16)$$

De 16 y de las siguientes relaciones:

$$f_p^+ f_p^- = f_{\infty}^2, f_p^- + \Delta f_p = f_p^+$$

Se puede obtener los valores de  $f_p^+$  y  $f_p^-$ . Juntando las relaciones planteadas se llega a la siguiente cuadrática:

$$f_p^{-2} + \Delta f_p f_p^- - f_{\infty}^2 = 0$$

De dicha cuadrática se obtienen  $f_p^- = 20303,99103Hz$  y un valor invalido mayor que  $f_{\infty}$ . Como se tiene el valor de  $f_p^-$  y de  $\Delta f_p$ , se tiene que  $f_p^+ = 26053,99103Hz$ .

El único paso restante para tener definida la plantilla a utilizar es definir los valores de  $f_a^-$  y  $f_a^+$ . Como el orden del n esta fijado como requisito en 4, se busco tener la mayor atenuación posible en la banda de atenuación sin exceder dicho orden. Al tener un  $\Delta f_a$  lo mas pequeño posible se extiende la banda de transición así como también se hace menos extensa la banda de atenuación, esto permite llegar a atenuaciones mayor en la banda de atenuación con ordenes menores. Como este es justamente el caso de un filtro Notch, la única frecuencia que es de interés atenuar es la  $f_{\infty}$  por lo que se decidió minimizar el valor de  $\Delta f_a$  en la mayor medida posible. Es por eso que para la plantilla diseñada se decidió utilizar:

$$f_a^- = 22,99kHz \text{ y } f_a^+ = 23,01kHz$$

En resumen, la tabla con la plantilla totalmente definida a la que se lleo es la siguiente:

Tipo de filtro	Aproximación	Ap	Aa	$f_a^-$	$f_a^+$	$f_p^-$	$f_p^+$	$f_{\infty}$
Rechaza banda	Cheby inverso	0.03dB	80dB	22,9Khz	23.01kHz	20.304Khz	26.054Khz	23Khz

Para la elección de componentes se plantearon las siguientes condiciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = C_2 = 10nf \\ R_3 R_4 = R_2 R_7 \\ 2\pi f_p = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{R_3 R_5}{R_1 R_2 R_6 R_7}} \\ Q = \sqrt{\frac{R_3 R_5}{R_1 R_2 R_6 R_7}} \\ R_6 = 1,02 R_8 \end{array} \right.$$

Utilizando las relaciones presentadas anteriormente y eligiendo algunos valores convenientemente se llego a la tabla con los siguiente valores de componentes que fueron los que se utilizaron en la implementación real del circuito:

Componentes	Etapal	Etapal2
$C_1$	10nf	10nf
$C_2$	10nf	10nf
$R_1$	33 $\Omega$	33 $\Omega$
$R_2$	12k $\Omega$	15k $\Omega$ //470k $\Omega$
$R_3$	47k $\Omega$	47k $\Omega$
$R_4$	12k $\Omega$ +1.8k $\Omega$	15k $\Omega$ //470k $\Omega$
$R_5$	47k $\Omega$ +1.2k $\Omega$	43k $\Omega$ +1.8k $\Omega$
$R_6$	47k $\Omega$ +1.2k $\Omega$	47k $\Omega$ +1.2k $\Omega$
$R_7$	47k $\Omega$	47k $\Omega$
$R_8$	43K $\Omega$ +Preset <sub>10k<math>\Omega</math></sub>	43K $\Omega$ +Preset <sub>10k<math>\Omega</math></sub>

Cuadro 24: Valores de los componentes pasivos utilizados

Se simulo la transferencia del circuito utilizando dichos componentes, integrados LM833 y un operacional TL082 como buffer entre etapas.A continuación se presenta el análisis de Montecarlo del filtro para los presets en sus valores mínimos así como también para los mismos en sus valores máximos:

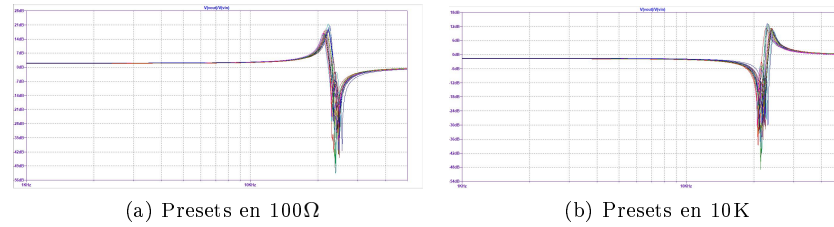


Figura 81: Análisis de Montecarlo para la transferencia

Cuando los presets están en su valor mínimo todas las frecuencias de Notch se encuentran después de los 23kHz, a medida que se incrementa el valor de los presets la frecuencia de Notch se desplaza hacia frecuencias mas bajas.Para el valor máximo del preset,en el peor de los casos la frecuencia del notch cae justo en 23kHz y todas las demás frecuencias de Notch son mas bajas.

## 4.5. Limitaciones del filtro

### 4.5.1. Sensibilidades,tolerancias y calibración

Para la calibración del filtro se utilizaron dos potenciómetros, uno en cada etapa del filtro. El único parámetro que permite calibración es el  $\omega_z$  de cada etapa, este se considero como el factor mas importante a calibrar ya que se realizo un análisis de Motecarlo del circuito y se llego a la conclusión de que hay demasiados casos en los que la frecuencia de Notch es distinta de 23Khz (Puede ser que la frecuencia de 23Khz ni este en la banda de atenuación). Por este motivo, se hizo uso de las sensibilidades calculadas en 22 para determinar que resistencia establecer como variable de ajuste. En primera instancia se considero utiliza la resistencia  $R_7$  ya que la misma parece afectar unicamente  $\omega_z$  y ninguno de los otros parámetros del circuito. Sin embargo, este no es el caso ya que el circuito elaborado nunca sera un Notch perfecto, esto quiere decir que los ceros de la transferencia no serán ceros de transmisión sino que siempre tendrán un componente real no nulo.

Para llegar a la transferencia de un Notch asumimos que se cumple la condición 14. Dicha condición nunca se cumplirá de forma exacta, y en dicho caso se puede encontrar que la expresión que determina el factor de calidad de los ceros del numerador es:

$$Q_z = \sqrt{\frac{C_1 R_4 R_7}{C_2 R_1 R_8}} \cdot \frac{R_2 R_3}{R_3 R_4 - R_2 R_7} \quad (17)$$

Se procedió a calcular las sensibilidades de dicho parámetro y se llego a la siguiente tabla:

	$S_x^{Q_z}$
$R_1$	-0.5
$R_2$	$-\frac{R_3 R_4}{R_2 R_7 - R_3 R_4}$
$R_3$	$\frac{R_2 R_7}{R_2 R_7 - R_3 R_4}$
$R_4$	$\frac{R_2 R_7 + R_3 R_4}{2(R_2 R_7 - R_3 R_4)}$
$R_5$	0
$R_6$	0
$R_7$	$-\frac{R_2 R_7 + R_3 R_4}{2(R_2 R_7 - R_3 R_4)}$
$R_8$	-0.5
$C_1$	0.5
$C_2$	-0.5

Cuadro 25: Sensibilidades de  $Q_z$

Ya que la relación clave para que el filtro sea un Notch ideal es la que esta dada en la ecuación 14, se definió el siguiente parámetro:

$$T = R_3 R_4 - R_2 R_7$$

Dado que el valor nominal de T es 0,  $Q_z$  no es derivable para dicho valor de T y se llegan a sensibilidades absurdas por lo que se realizo el análisis utilizando la definición de variabilidad relativa para un parámetro 'parasito':

$$\frac{\Delta Q_z(T=0)}{\Delta T} \cdot \frac{1}{Q(T=0)} = P S_T^{Q_z}$$

Utilizando dicha expresión se llega a que:

$$PS_T^{Q_z} = -\frac{1}{\Delta T}$$

Se puede ver de la expresión obtenida que el parámetro  $Q_z$  es altamente sensible al valor de  $T$  y que para pequeñas variaciones del mismo  $Q_z$  disminuye drásticamente. Asimismo, para los otros parámetros para los que se llegaba a un absurdo en la sensibilidad cuando se cumple la relación 14 se realizó el análisis de variabilidad semirelativa y se llegó a la siguiente tabla:

$x$	$PS_x^{Q_z}$
$R_2$	1
$R_3$	1
$R_4$	$\frac{R_4}{\Delta R_4}(\sqrt{1 + \frac{\Delta R_4}{R_4}} - 1) \approx 0,5$
$R_7$	$\frac{R_7}{\Delta R_7}(\sqrt{1 + \frac{\Delta R_7}{R_7}} - 1) \approx 0,5$

Cuadro 26: Tabla de variabilidades semirelativas

Para llegar a los valores numéricos de la tabla anterior se asumió que  $\Delta R = \pm 0,01R$ .

Teniendo en cuenta todas las sensibilidades calculadas, se decidió que la mejor variable para utilizar como calibración es  $R_8$ , ya que la misma solo influye en el valor de  $\omega_z$ ,  $Q_z$ , y de  $k$ . Consideramos el parámetro  $k$  como de poco interés en relación con la ubicación del cero del denominador, al incrementar el valor de  $R_8$  tanto el valor de  $Q_z$  como el de  $\omega_z$  disminuyen. Es por este motivo que se utilizó un valor de  $R_8$  de forma tal que los ceros del numerador estén después de los 23kHz en todos los casos posibles y se puso en serie de dicho valor un preset con el fin de llevar a cabo la calibración.

Para calibrar se debe comenzar con ambos presets en cero, se debe medir la ganancia en  $f_\infty$  y se debe incrementar el valor del preset (de uno a la vez) hasta observar que la atenuación en  $f_\infty$  es la máxima, luego se procede de la misma forma con el otro preset.

## 4.6. Resultados de las mediciones

A continuación se presenta la gráfica de Bode obtenida de la medición del circuito elaborado:

La principal diferencia con la curva teórica que se puede ver en la gráfica de magnitud del bode es la diferencia en las notch depth entre ambas. Esto se debe a que la expresión 14 no se cumple en la realidad debido a las tolerancias de los componentes, esto resulta en un valor de  $Q$  finito en el numerador y en consecuencia un menor valor de notch depth. En cuanto a la frecuencia de notch se puede ver claramente que esta es prácticamente 23kHz como se deseaba y la Notch depth lograda fue de entre 20 y 21 dB.

## 4.7. Comparación con otras celdas

La celda Fleischer Tow tiene como ventajas principales sus bajas sensibilidades, y su versatilidad ya que se puede utilizar para hacer filtros pasa-bajos, pasa-altos, pasa-banda, rechaza-banda y pasa-todo sin ninguna modificación. La celda KHN y Tow Thomas tienen como desventajas principales que no todos los tipos de filtros son posibles sin modificar el circuito original. En el caso de la celda KHN, no hay salida rechaza banda para el mismo, si se desea obtener una salida rechaza banda utilizando dicha celda se debe utilizar un sumador y tomar como salida del filtro la suma ponderada de las tres salidas del KHN. En cuanto a la Tow Thomas, la misma no tiene salida de pasa-altos ni de rechaza banda por lo que también se debe agregar un sumador e incrementar la complejidad de la celda si se desea obtener un filtro rechaza-banda.

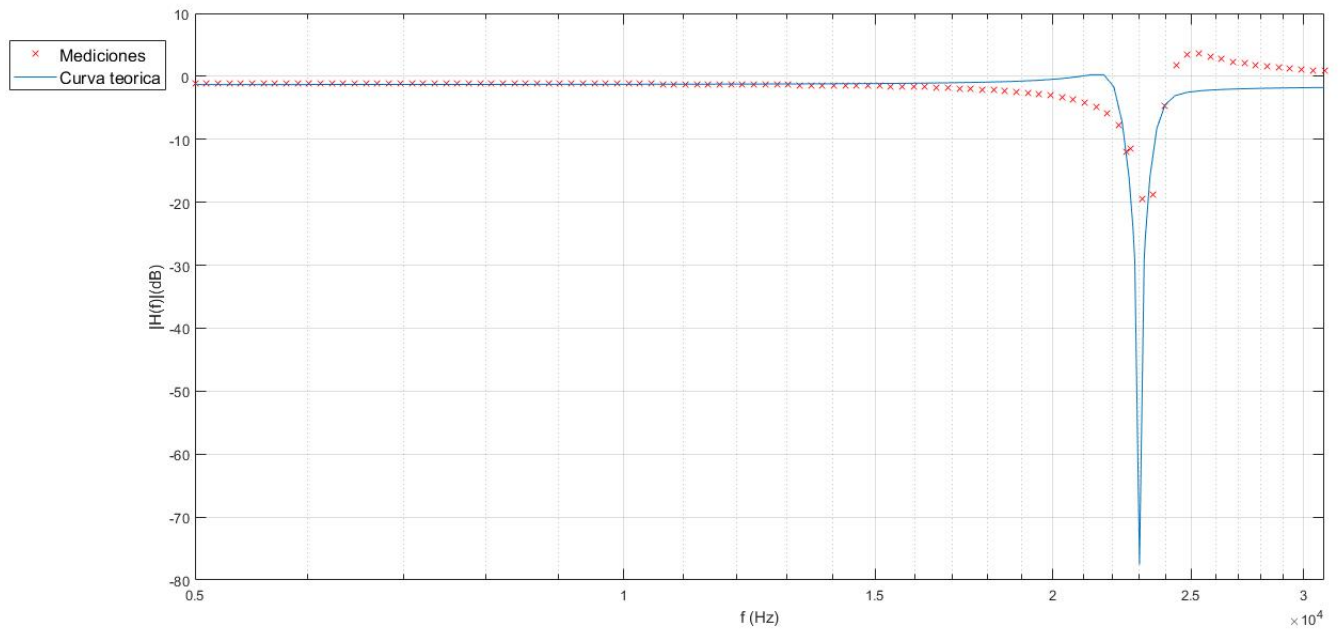


Figura 82: Magnitud de la función transferencia

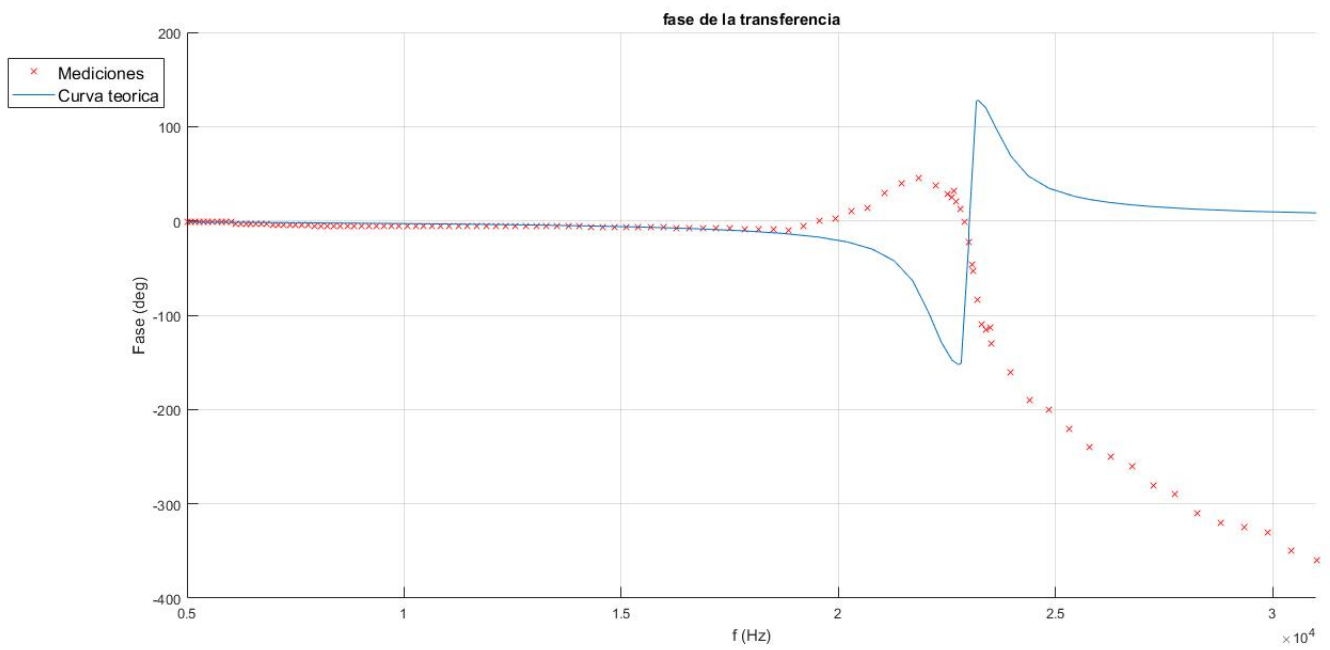


Figura 83: Fase de la función transferencia

## 4.8. Conclusiones

Resumiendo lo expuesto, las celdas universales son celdas que permiten la realización de cualquier transferencia de segundo orden que se desee. La estructura básica de las mismas esta compuesta por integradores y sumadores, aunque estos pueden ser implementados de muchas formas distintas lo que da lugar a una variedad distinta de celdas universales. Dentro de las celdas universales se analizo con mayor detalle la celda Fleischer Tow. Las sensibilidades de la misma resultaron ser en el peor de los casos 1 en modulo, sin embargo debido a las exigencias de la plantilla fue necesario usar tolerancias de 1 % para los componentes así como también utilizar dos resistencias variables con el fin de ajustar la ubicación del notch ya que el análisis de Montcarlo mostró casos en los que podía no cumplirse las exigencias del filtro.