Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.01 Teoría de Circuitos

Trabajo Práctico Final

Filtro Final

Grupo 5:

Matías Larroque Leg. 56597

Lucero Guadalupe FERNANDEZ Leg. 57485

Manuel Mollón Leg. 58023

Ezequiel VIJANDE Leg. 58057 Profesor:

Daniel Jacoby Carlos Belaustegui Goitia Rodrigo Iribarren

Entregado: 27 de Noviembre de 2018

${\bf \acute{I}ndice}$

1.	Introducción	2
2.	Objetivos y resumen	2
3.	Análisis teórico 3.1. Polos, ceros y agrupación de Etapas 3.2. Primera Etapa 3.3. Segunda etapa 3.4. Tercera etapa 3.5. Cuarta etapa 3.6. Quinta etapa 3.7. Sexta etapa 3.8. Celda Fleischer-Tow 3.8.1. Función transferencia 3.8.2. Impedancia de entrada	3 3 3 4 4 5 5 6 6 7
4.	Sensibilidades	8
5 .	Implementación física	9
6.	Análisis de rango dinámico6.0.1. Agrupación de Polos y Ceros	10 10 10 10
7.	Simulación - Análisis de Montecarlo	12
8.	Estabilidad	13
9.	Mediciones y Simulaciones	14
10	.Conclusión	18

1. Introducción

En el siguiente trabajo se busco realizar la implementación física de un filtro que cumpla una determinada plantilla. Para realizar dicho filtro se diseñaron múltiples filtros de segundo orden y se dispuso de los mismos en conexión cascada.

Para el diseño del filtro se considero las sensibilidades de la celda elegida, los tipos de filtro a diseñar, impedancias de entrada y de salida así también como el rango dinámico del filtro.

2. Objetivos y resumen

El objetivo del filtro diseñado es el de cumplir la siguiente plantilla:

$A_p(dB)$	$A_s(dB)$	В	$f_p^-(KHz)$	$f_p^+(KHz)$	$f_a^-(KHz)$	$f_a^+(KHz)$	$f_0(KHz)$	Aprox	Rango dinámico(dB)
1	45	0.5	7.8	12.5	9.2	10.87	10	Cheby inverso	45

Cuadro 1: Plantilla a cumplir

Se desea que ademas de cumplir dicha plantilla, que el filtro no gane mas de 0dB para ninguna frecuencia así como que también cumpla las exigencias de la banda de paso para una frecuencia de hasta 100KHz.

Se dividió el filtro en múltiples etapas, cada una con una transferencia de segundo orden e implementada con una celda Fleischer Tow. Para todas las transferencias de segundo orden obtenidas se obtuvieron filtros Notch. Se utilizo un software para determinar la agrupación de polos y ceros de manera optima tal que se maximice el rango dinámico así como también el ordenamiento de las etapas.

3. Análisis teórico

3.1. Polos, ceros y agrupación de Etapas

Los polos y ceros se agruparon en etapas de segundo orden de forma tal que los pares de polos y ceros mas cercanos queden en la misma etapa. La lógica de este procedimiento es que los ceros y los polos tiendan a anularse por lo que se resultaría en la ganancia mas cercana a 0dB posible. No es deseable que una etapa atenúe mucho, ya que se disminuiría la relación señal ruido y la próxima entrada recibiría una entrada pobre. Asimismo, tampoco es deseable que las etapas tengan ganancias elevadas ya que podrían generar entradas que causen alinealidades en la etapa siguiente (como por ejemplo saturación).

Para el ordenamiento de etapas se eligieron las mismas tal que las etapas de Q mas bajo sean las primeras y las de mayores Q sean las ultimas. Esto es para asegurar que los mayores sobre picos estén al final de la configuración.

3.2. Primera Etapa

Para la primera etapa se obtuvo un filtro del tipo Low-Pass Notch. La gráfica del bode de la transferencia teórica a realizar es:

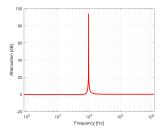


Figura 1: Gráfica de Atenuación de la etapa 1

Los parámetros de dicho filtro son:

$f_0(kHz)$	Q	k
9.5	3.57	1

Cuadro 2: Parámetros de la etapa 1

3.3. Segunda etapa

Esta etapa consiste en un filtro High-Pass Notch. La gráfica de atenuación correspondiente es.

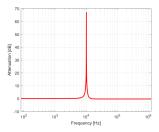


Figura 2: Atenuación de la etapa 2

Con los parámetros:

$f_0(kHz)$	Q	k
10.5	3.57	1

Cuadro 3: Parámetros de la etapa 2

3.4. Tercera etapa

Esta etapa consiste en un filtro Low-Pass Notch. La gráfica de atenuación correspondiente es.

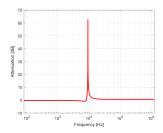


Figura 3: Atenuación de la etapa 3

Con los parámetros:

$f_0(kHz)$	Q	k
10.5	3.57	1

Cuadro 4: Parámetros de la etapa 3

3.5. Cuarta etapa

Esta etapa consiste en un filtro High-Pass Notch. La gráfica de atenuación correspondiente es.

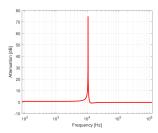


Figura 4: Atenuación de la etapa 4

Con los parámetros:

$f_0(kHz)$	Q	k
11.4	4.91	1

Cuadro 5: Parámetros de la etapa 4

3.6. Quinta etapa

Esta etapa consiste en un filtro Low-Pass Notch. La gráfica de atenuación correspondiente es.

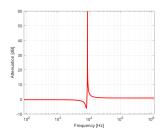


Figura 5: Atenuación de la etapa 5

Con los parámetros:

$f_0(kHz)$	Q	k
8.4	13.52	1

Cuadro 6: Parámetros de la etapa 5

3.7. Sexta etapa

Esta etapa consiste en un filtro High-Pass Notch. La gráfica de atenuación correspondiente es.

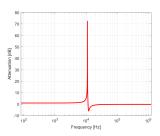


Figura 6: Atenuación de la etapa 6

Con los parámetros:

$f_0(kHz)$	Q	k
11.9	13.52	1

Cuadro 7: Parámetros de la etapa 6

3.8. Celda Fleischer-Tow

En la siguiente sección se presentan los desarrollos y análisis matemáticos mas importantes para la celda Fleischer-Tow:

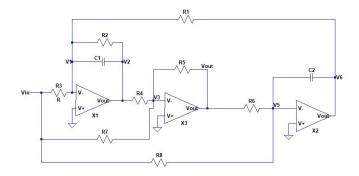


Figura 7: Celda Fleischer Tow a analizar

Se eligió dicha celda debido a sus excelentes sensibilidades (desarrolladas en la sección 4), su habilidad para trabajar con filtros con Q altos y el hecho de que tiene una salida Notch sin necesidad de agregar un sumador a la celda.

3.8.1. Función transferencia

El siguiente análisis se hará considerando amplificadores operacionales ideales, estos significa que se considera nula la corriente a la entrada de los operacionales, así como también se cumple que:

$$v_1 = v_3 = v_5 = 0V$$

En dichas condiciones, planteando las ecuaciones de nodos correspondientes se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -\frac{v_{in}}{R_3} = v_2(\frac{1}{R_2} + sC_1) + v_6(\frac{1}{R_1}) \\ -\frac{v_{in}}{R_7} = \frac{v_{out}}{R_5} + \frac{v_2}{R_4} \\ -\frac{v_{in}}{R_8} = v_6(sC_2) + v_{out}(\frac{1}{R_6}) \end{cases}$$

Dicho sistema se resolvió mediante la función linsolve del paquete sympy de Python y se llego a la siguiente función transferencia:

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = H(s) = -\frac{R_5 R_6}{R_3 R_7 R_8} \frac{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 R_4 R_8 + s C_2 R_1 R_8 (R_3 R_4 - R_2 R_7) + R_2 R_3 R_7}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 R_4 R_6 + s C_2 R_1 R_4 R_6 + R_2 R_5}$$
(1)

Se puede ver fácilmente de la expresión anterior que se puede anular el termino correspondiente a la primera potencia de s en el numerador, si se plantea la relación:

$$R_3 R_4 = R_2 R_7 \tag{2}$$

Entonces de (1) y e (2), se tiene que la función transferencia puede reescribirse de la forma conocida de un filtro Notch como:

$$H(s) = k \frac{\left(\frac{s}{\omega_z}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_D}\right)^2 + \frac{s}{\omega_D Q} + 1}$$

Donde:
$$\begin{cases} k = -\frac{R_6}{R_8} \\ \omega_z = \sqrt{\frac{R_7}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_8}} \\ \omega_p = \sqrt{\frac{R_5}{C_1 C_2 R_1 R_4 R_6}} \\ Q = R_2 \sqrt{\frac{C_1 R_5}{C_2 R_1 R_4 R_6}} \end{cases}$$

3.8.2. Impedancia de entrada

Para el calculo de la impedancia de entrada con amplificadores operacionales ideales, se planteo que:

$$I_{in} = \frac{v_{in}}{R_3} + \frac{v_{in}}{R_7} + \frac{v_{in}}{R_8}$$

Despejando se llega a :

$$\frac{V_{in}}{I_{in}} = Z_{inp} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8}} = R_3 / / R_7 / / R_8$$
(3)

Debido a que la impedancia de entrada es el paralelo de tres resistencias, si se desea lograr una celda Tow Fleischer con alta impedancia de entrada se requiere que tanto R_3 como R_{7} y R_8 tomen valores altos ya que la impedancia de entrada tomara como mucho el valor de la resistencia mas pequeña de las tres. Como alternativa, debe utilizarse un buffer a la entrada para tener un alto valor de impedancia de entrada sin importar los valores de R_3 , R_7 y R_8 .

4. Sensibilidades

A continuación se presenta un cuadro de las sensibilidades relativas correspondientes a los parámetros característicos del filtro Notch de segundo orden que consiste en cada una de las dos etapas del filtro:

	S_x^k	$S_x^{\omega_z}$	$S_x^{\omega_p}$	S_x^Q
R_1	0	-0.5	-0.5	-0.5
R_2	0	0	0	1
R_3	0	0	0	0
R_4	0	-0.5	-0.5	-0.5
R_5	0	0	0.5	0.5
R_6	1	0	-0.5	-0.5
R_7	0	0.5	0	0
R_8	-1	-0.5	0	0
C_1	0	-0.5	-0.5	0.5
C_2	0	-0.5	-0.5	-0.5

Cuadro 8: Sensibilidades de los parámetros del Notch

Para llegar a la transferencia de un Notch asumimos que se cumple la condición 2.Dicha condición nunca se cumplirá de forma exacta, y en dicho caso se puede encontrar que la expresión que determina el factor de calidad de los ceros del numerador es:

$$Q_z = \sqrt{\frac{C_1 R_4 R_7}{C_2 R_1 R_8}} \cdot \frac{R_2 R_3}{R_3 R_4 - R_2 R_7} \tag{4}$$

Se procedió a calcular las sensibilidades de dicho parámetro y se llego a la siguiente tabla:

	$S_x^{Q_z}$
	a
R_1	-0.5
R_2	$-\frac{R_3R_4}{R_2R_7-R_3R_4}$
R_3	$\frac{R_{2}R_{7}}{R_{2}R_{7} - R_{3}R_{4}}$
R_4	$\frac{R_2R_7 + R_3R_4}{2(R_2R_7 - R_3R_4)}$
R_5	0
R_6	0
R_7	$-\frac{R_2R_7 + R_3R_4}{2(R_2R_7 - R_3R_4)}$
R_8	-0.5
C_1	0.5
C_2	-0.5

Cuadro 9: Sensibilidades de Q_z

Ya que la relación clave para que el filtro sea un Notch ideal es la que esta dada en la ecuación 2, se definió el siguiente parámetro:

$$T = R_3 R_4 - R_2 R_7$$

Dado que el valor nominal de T es 0, Q_z no es derivable para dicho valor de T y se llegan a sensibilidades absurdas por lo que se realizo el análisis utilizando la definición de variabilidad relativa para un parámetro 'parasito':

$$\frac{\triangle Q_z(T=0)}{\triangle T} \cdot \frac{1}{Q(T=0)} = PS_T^{Q_z}$$

Utilizando dicha expresión se llega a que:

$$PS_T^{Q_z} = -\frac{1}{\wedge T}$$

Se puede ver de la expresión obtenida que el parámetro Q_z es altamente sensible al valor de T y que para pequeñas variaciones del mismo Q_z disminuye drásticamente. Asimismo, para los otros parámetros para los que se llegaba a un absurdo en la sensibilidad cuando se cumple la relación 2 se realizo el análisis de variabilidad semirelativa y se llego a la siguiente tabla:

x	$PS_x^{Q_z}$
R_2	1
R_3	1
R_4	$\frac{R_4}{\triangle R_4} \left(\sqrt{1 + \frac{\triangle R_4}{R_4}} - 1 \right) \approx 0.5$
R_7	$\frac{R_7}{\triangle R_7} \left(\sqrt{1 + \frac{\triangle R_7}{R_7}} - 1 \right) \approx 0.5$

Cuadro 10: Tabla de variabilidades semirelativas

Para llegar a los valores numéricos de la tabla anterior se asumió que $\Delta R = \pm 0.01R$.

5. Implementación física

Para la implementación física de la placa se eligieron los siguientes componentes:

Etapas	$R_1(K\Omega)$	$R_2(K\Omega)$	$R_3(K\Omega)$	$R_4(K\Omega)$	$R_5(K\Omega)$	$R_6(K\Omega)$	$R_7(K\Omega)$	$R_8(K\Omega)$	$C_1(nf)$	$C_2(nf)$
Et apa 1	4.5	59.6	180	59.6	172	178	180	180	1	1
Etapa 2	4.4	54.2	180	54.2	185	178	180	180	1	1
Etapa 3	3.15	66	180	66	197	178	180	180	1	1
Etapa 4	3.3	89	180	89	161	178	180	180	1	1
Etapa 5	1.2	247	180	247	156	178	180	180	1	1
Etapa 6	1.1	190	180	190	205	178	180	180	1	1

Cuadro 11: Componentes elegidos

A continuación se presenta una gráfica de las mediciones del filtro realizado:

Figura 8: Función transferencia medida

6. Análisis de rango dinámico

6.0.1. Agrupación de Polos y Ceros

Se puede notar del diagrama de polos y ceros que existen dos alternativas para definir la transferencia de cada biquad. Es decir, es claro que a cada biquad le corresponden dos polos (complejos conjugados entre sí) y dos ceros (también complejos conjugados, pero con parte real nula), pero una vez fijado el par de polos del biquad se pueden "agrupar" estos con otros dos pares de ceros distintos entre sí. Para definir esta elección se puede analizar la forma de la transferencia que se desea en la banda de paso para cada biquad.

Existen dos factores que restringen la ganancia de cada etapa del circuito. El primero es la optimización del rango dinámico, lo cual requiere que la ganancia de cualquier etapa no sea tal que provoque alguna alinealidad del sistema, como "slew rate" o saturación, por ende la ganancia de las etapas (para cualquier frecuencia) no puede ser extremadamente elevadas. Por otro lado, para no generar una señal de salida con elevados niveles de "ruido", tampoco es deseable obtener grandes atenuaciones en una etapa ya que luego la siguiente tendrá que amplificar demasiado la señal para obtener el valor deseado (por ejemplo, el valor deseado en la banda de paso) y esto implicaría a su vez una elevada amplificación del ruido.

Dicho esto, se podría realizar un análisis matemático que asegure la correcta elección sobre la "agrupación" de polos y ceros, pero también se puede enfocar el problema desde el punto de vista que plantea la necesidad de una banda pasante lo más "plana" (es decir, sin atenuaciones ni ganancias extremas) posible en cada etapa. De esta manera, se puede pensar en el caso extremo para el cual los polos y los ceros coinciden en el "plano s" y se obtendría una banda de paso lo más plana posible. Finalmente, se puede arribar así al criterio de que los polos se deben agrupar con los ceros que se encuentren más cercanos.

6.0.2. Ordenamiento de las Celdas

Al momento de decidir el orden en el cual se interconectan las celdas entre sí, este hecho es importante. Es conveniente que el orden sea tal que la señal de entrada ingrese primero por la celda de menor Q y luego se obtenga la señal de salida por la celda de mayor Q. Vale aclarar que esto provoca un mayor rango dinámico dado que a la celda de mayor factor de calidad (la cual tendrá mayor ganancia en la frecuencia de corte debido a un sobre-pico más pronunciado) se le ingresa una señal ya atenuada por la primer celda, lo que implica menor posibilidad de saturación de la señal.

En fin, lo más apropiado para la configuración del circuito en general es interconectar las celdas en cascada de menor Q primero y ultimo las de mayor Q.

Esto se implemento en un principio. Pero como se observo que la salida del circuito no respetaba la multiplicación de las funciones transferencia (a pesar de probar con buffers entre etapas). Esta alinealidad no se pudo responder con las herramientas provistas por la materia, pero fue solucionada, en parte, colocando las etapas en cascada en el orden contrario, es decir, las de mayor Q primero y ultimo las de menor Q.

6.0.3. Estudio de Rango Dinámico

La definición de rango dinámico a utilizar es la siguiente:

$$Rd = 20log_{10}(\frac{Vin_{m\acute{a}x}}{Vin_{m\acute{i}n}})$$

Siendo $Vin_{m\acute{a}x}$ la amplitud de señal máxima que se puede ingresar al circuito sin que esta sufra alguna alinealidad (como slew rate o saturación) y $Vin_{m\acute{i}n}$ la amplitud mínima de la señal que se pueda imponer al sistema sin que esta se confunda con el piso de ruido. Para el análisis se considerará $Vin_{m\acute{i}n}=10mV$ y además se asumirá que la alinealidad que puede limitar $Vin_{m\acute{a}x}$ es la saturación de los operacionales. Esto último es válido si se tiene en cuenta que el operacional a utilizar es el TL084, el cual tiene un slew rate elevado.

Luego, para hallar $Vin_{m\acute{a}s}$ se procede a identificar la ganancia máxima de la primer etapa del filtro y obtener una amplitud máxima para esta etapa mediante la siguiente expresión:

$$Vin_{m\acute{a}x} = \frac{V_{sat}}{Gm\acute{a}x}$$

Esto se debe repetir también para las demás etapas del filtro en conjunto, y por último se debe escoger como $Vin_{m\acute{a}x}$ a la amplitud de la señal más restrictiva de las halladas.

Etapa	RD
1	62,9dB
2	61,9dB
3	60,92dB
4	61,9dB
5	56,15dB
6	53,95dB

Cuadro 12: Rango dinámico por etapas

En cuanto a V_{sat} , dados los parámetros de la hoja de datos de el operacional, se tomará como 14V (la alimentación de los operacionales es de 15V).

Finalmente, siguiendo los pasos de este análisis, se llegan a los siguientes datos:

Por lo que el rango dinámico es aproximadamente $RD\approx 54dB$

7. Simulación - Análisis de Montecarlo

A continuación se expone el resultado de la simulación del filtro mediante el enfoque de Montecarlo, lo cual es útil para corroborar como cambia la respuesta en frecuencia según la variación de los componentes:

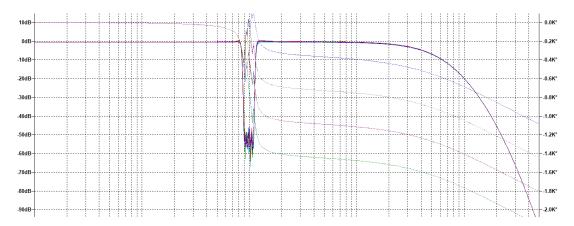


Figura 9: Simulación - Montecarlo

De la figura se puede notar como la mayoría de los casos cumplen con la plantilla especificada, sin embargo alguno de los casos no cumplen exactamente con todas las especificaciones, ya que se pueden notar sobrepicos o atenuaciones de menor magnitud para una minoría. De todas maneras, estas deficiensas de los casos que no cumplen con las especificaciones pueden ser contrarrestadas mediante la calibración de los valores de los componentes que posean una sensibilidad significativa.

Por último, se puede notar de la simulación como la respuesta de la fase puede tomar cuatro formas diferentes y esto es explicable ya que los cambios de fase varían según el lugar donde se encuentren los ceros en el plano «s». Estos pueden situarse tanto a la derecha del eje «jw», a la izquierda, o también pueden ser ceros de transimisión.

8. Estabilidad

Cada etapa del filtro realizado constituye de una celda Fleischer Tow, esto significa que cada etapa es un sistema retroailmentado. Para establecer que tan estable es cada etapa se utilizaron las siguientes definiciones de margen de fase y margen de ganancia:

$$\phi_m = \phi(f_x) \tag{5}$$

$$G_m(dB) = 0 - |T(f_y)| \tag{6}$$

Donde f_x es la frecuencia en la que la ganancia de lazo es 0dB y f_y es la frecuencia en la que la ganancia llega al primer múltiplo de 360°.

Para conseguir los parámetros definidos anteriormente se simulo la ganancia de lazo para cada etapa del filtro y se realizo el diagrama de bode de dicha ganancia. Los resultado s obtenidos de la simulación fueron:

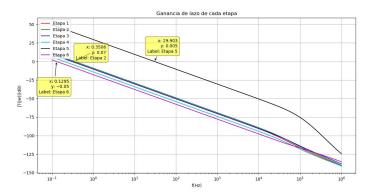


Figura 10: Ganancias de lazo superpuestas

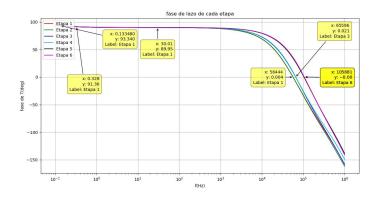


Figura 11: Fase de las ganancias de lazo

De las gráficas anteriores se obtienen los siguientes valores para los margenes de ganancia y de fase de cada etapa:

Etapas	$\phi_m(\deg)$	$G_m(dB)$
1	91	110
2	91	110
3	91	112
4	92	115
5	90	75
6	93	120

Cuadro 13: Margenes de las distintas etapas

9. Mediciones y Simulaciones

A continuación se presentan los gráficos de las simulaciones magnitud de cada una de las 6 etapas por separado, superpuestos con los resultados de las mediciones:

Etapa 1:

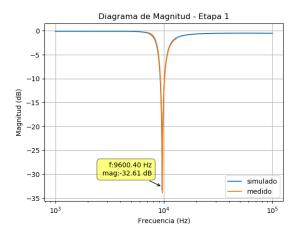


Figura 12: Simulado V
s Medido - Etapa 1 $\,$

Etapa 2:

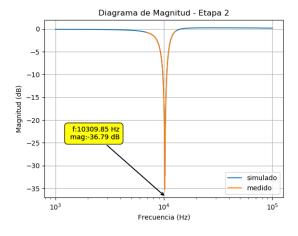


Figura 13: Simulado V
s Medido - Etapa $2\,$

Etapa 3:

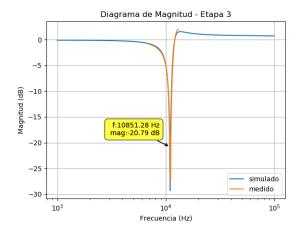


Figura 14: Simulado V
s Medido - Etapa ${\bf 3}$

Etapa 4:

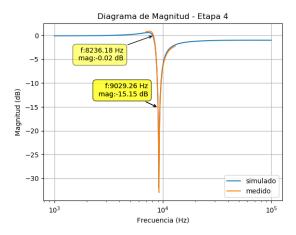


Figura 15: Simulado V
s Medido - Etapa ${\bf 4}$

Etapa 5:

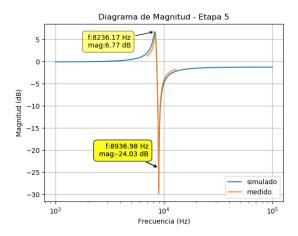


Figura 16: Simulado V
s Medido - Etapa ${\bf 5}$

Etapa 6:

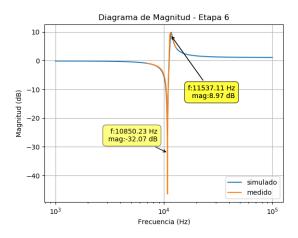


Figura 17: Simulado Vs Medido - Etapa 6

También, se superpuso la simulación y la medición de las 6 etapas conectadas en cascada:

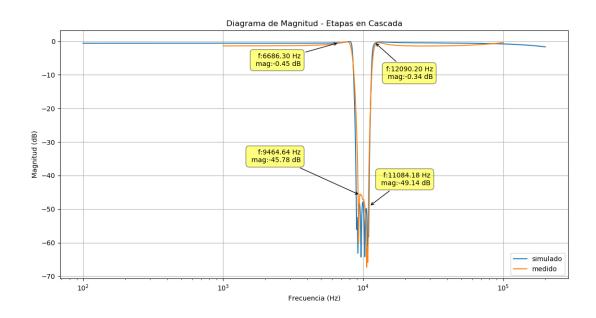


Figura 18: Simulado Vs Medido - Etapas en Cascada

Además, a continuación se expone una captura de la pantalla de osciloscopio en el que se ha medido el filtro, la cual muestra el diagrama de bode de magnitud y de fase en tiempo real:



Figura 19: Diagramas de Bode en Tiempo Real

Vale aclarar que estos resultados se obtuvieron luego de la calibración de las etapas 5 y 6 (las de mayor Q) mediante el ajuste del valor de la resistencia R2.

Por último, se muestra la respuesta al escalón la cual describe la respuesta sub-amortiguada del filtro, con el suficiente amortiguamiento para no presentar oscilaciones:



Figura 20: Respuesta al Escalón en Tiempo Real

10. Conclusión

Como conclusión del artículo, se puede afirmar que se ha realizado correctamente el filtro rechaza banda de frecuencia debido a que este cumple con la plantilla especificada. Para lograr esto fue fundamental seguir los pasos de diseño, es decir, la elección de la celda, la obtención de los componentes a partir de la aproximación de chebycheff inverso, corroborar la elección con simulaciones de LTspice, y por último realizar el circuito físico eligiendo convenientemente que componentes serán los que se permetiran ajustar para la calibración del filtro. De hecho, en el proceso mencionado, lo más propenso a presentar dificultades es el hecho de que los componentes reales no toman el valor que se ha utilizado para realizar los cálculos teórico. Por esto último, fue crucial realizar simulaciones mediante un análisis de Montecarlo y analizar en profundidad las sensibilidades de cada componente. En el filtro realizado, los componentes que calibran el filtro son R2 de la etapa 5 y R2 de la etapa 6. Tiene sentido esta elección si se observa el cuadro de sensibilidades y además si se tiene en cuenta que estas etapas son las de mayor Q.

Dicho esto, se demostró que el conjunto de celdas universales posibilitan la realización de un filtro rechaza banda de orden 12.