Modello NetLogo per la simulazione della diffusione di un virus patogeno

Margherita Lazzarini

Università di Bologna
margherita.lazzarini@studio.unibo.it

Abstract. Si è realizzato un modello *NetLogo* che simula la diffusione di un virus patogeno in quattro diverse popolazioni geograficamente divise. Lo stato iniziale prevede un solo individuo infetto posizionato casualmente e una popolazione sana composta da 400 individui distribuita in modo random sullo spazio disponibile. Gli agenti si muovono casualmente all'interno della loro area geografica; con una certa probabilità essi viaggiano e diffondono il virus. È possibile impostare una percentuale di popolazione immune, l'attuazione di un meccanismo di quarantena, e l'utilizzo di un modello SIR/SIS/SIRS.

Keywords: epidemie, *NetLogo*, programmazione ad agenti, simulazione

1 Introduzione

Con il termine *epidemia* si intende la diffusione all'interno di una popolazione di una malattia, generalmente infettiva, che colpisce un maggior numero di individui rispetto ai casi attesi per quel contesto temporale e geografico. La diffusione di un'epidemia può essere accidentale, come nel caso della SARS nel 2002, o intenzionale. Negli ultimi anni, infatti, è cresciuto il rischio dell'utilizzo di armi biologiche finalizzate ad attacchi terroristici. Come ipotizzato da [2013], il vaiolo potrebbe costituire un potenziale agente patogeno, in quanto non si hanno a disposizione dati certi sul livello di protezione residua dato dalle vaccinazione effettuate nel passato, e molti esperti concordano sul fatto che in alcune zone europee ed extra-europee il virus sia ancora esistente. Il rischio di diffusione di un'epidemia è aggravato dai cospicui viaggi internazionali su scala mondiale: vanno infatti considerate le prime fasi di sviluppo della malattia, durante le quali i sintomi non sono manifesti ma l'individuo ha comunque la possibilità di infettare altri individui viaggiando. In particolare, gli stadi del vaiolo sono:

1. **latente**, costistuisce il periodo di incubazione dell'infezione, gli individui non sono contagiosi, dura solitamente 7 giorni
2. **prodromo**, caratterizzato da febbre e raffreddore, dura circa 3 giorni e gli individui sono già contagiosi
3. **rash**, manifesta le tipiche vesciche della patologia, dura circa 12 giorni

Va inoltre considerato che la probabilità di viaggiare e la velocità con cui riusciamo a spostarci varia a seconda delle aree geografiche in cui ci troviamo. Ad esempio, nel continente africano i mezzi non consentono spostamenti frequenti e veloci come in Europa o negli Stati Uniti, e nel caso di un'epidemia questo fattore può essere determinante nello studio degli effetti dell'epidemia.

Infine, è possibile estendere lo studio esaminando varie misure di sicurezza per contenere la diffusione del virus, come ad esempio, l'attuazione di una quarantena e/o di interruzione dei viaggi internazionali, valutandone le possibili modalità e tempistiche associate.

2 Metodologia utilizzata

E' stato sviluppato un modello di simulazione in *NetLogo* per simulare la diffusione del vaiolo in quattro diverse popolazioni geograficamente divise partendo da un individuo infetto che si muove all'interno della popolazione. Costituisce un'estensione del modello *epiDEM Basic* [2011], basato sul modello matematico *Kermack-McKendrick*, che descrive le dinamiche successive all'introduzione di una persona infetta all'interno di una popolazione suscettibile. Esso assume che la popolazione sia chiusa, ovvero che non vi siano nascite, morti o viaggi, e che sia omogenea, cioè che ogni persona abbia la stessa possibilità di interagire con ogni altro individuo della popolazione.

3 Conclusioni e sviluppi futuri

Notes and Comments. The results in this section are a refined version of [**?**]; the minimality result of Proposition 14 was the first of its kind.

To understand the nontriviality conditions, such as the one in formula (**??**), one may think of a one-parameter family x_T, $T \in \left(2\pi\omega^{-1}, 2\pi b_{\infty}^{-1}\right)$ of periodic solutions, $x_T(0) = x_T(T)$, with x_T going away to infinity when $T \to 2\pi\omega^{-1}$, which is the period of the linearized system at 0.

Table 1. This is the example table taken out of *The TEXbook,* p. 246

Year	World population
8000 B.C.	5,000,000
50 A.D.	200,000,000
1650 A.D.	500,000,000
1945 A.D.	2,300,000,000
1980 A.D.	4,400,000,000

Theorem 1 (Ghoussoub-Preiss). *Assume $H(t,x)$ is $(0,\varepsilon)$-subquadratic at infinity for all $\varepsilon > 0$, and T-periodic in t*

$$H(t,\cdot) \qquad \text{is convex} \quad \forall t \tag{1}$$

$$H(\cdot, x) \qquad \text{is } \ T\text{−periodic } \ \forall x \tag{2}$$

$$H(t,x) \geq n\left(\|x\|\right) \qquad \text{with } \ n(s)s^{-1} \to \infty \ \text{ as } \ s \to \infty \tag{3}$$

$$\forall \varepsilon > 0 \ , \quad \exists c \ : \ H(t,x) \leq \frac{\varepsilon}{2} \|x\|^2 + c \ . \tag{4}$$

Assume also that H is C^2, and $H''(t,x)$ is positive definite everywhere. Then there is a sequence x_k, $k \in \mathbb{N}$, of kT-periodic solutions of the system

$$\dot{x} = JH'(t,x) \tag{5}$$

such that, for every $k \in \mathbb{N}$, there is some $p_o \in \mathbb{N}$ with:

$$p \geq p_o \Rightarrow x_{pk} \neq x_k \ . \tag{6}$$

$\square$

*Example 1 (*External forcing*).* Consider the system:

$$\dot{x} = JH'(x) + f(t) \tag{7}$$

where the Hamiltonian H is $(0, b_\infty)$-subquadratic, and the forcing term is a distribution on the circle:

$$f = \frac{d}{dt}F + f_o \qquad \text{with } \ F \in L^2\left(\mathbb{R}/T\mathbb{Z}; \mathbb{R}^{2n}\right) \ , \tag{8}$$

where $f_o := T^{-1}\int_o^T f(t)dt$. For instance,

$$f(t) = \sum_{k \in \mathbb{N}} \delta_k \xi \ , \tag{9}$$

where δ_k is the Dirac mass at $t = k$ and $\xi \in \mathbb{R}^{2n}$ is a constant, fits the prescription. This means that the system $\dot{x} = JH'(x)$ is being excited by a series of identical shocks at interval T.

Definition 1. *Let $A_\infty(t)$ and $B_\infty(t)$ be symmetric operators in $\mathbb{R}^{2n}$, depending continuously on $t \in [0,T]$, such that $A_\infty(t) \leq B_\infty(t)$ for all t.*

A Borelian function $H : [0,T] \times \mathbb{R}^{2n} \to \mathbb{R}$ is called (A_∞, B_∞)-subquadratic at infinity if there exists a function $N(t,x)$ such that:

$$H(t,x) = \frac{1}{2}\left(A_\infty(t)x, x\right) + N(t,x) \tag{10}$$

$$\forall t \ , \quad N(t,x) \qquad \text{is convex with respect to } \ x \tag{11}$$

$$N(t,x) \geq n\left(\|x\|\right) \qquad \text{with } \ n(s)s^{-1} \to +\infty \ \text{ as } \ s \to +\infty \tag{12}$$

$$\exists c \in \mathbb{R} \ : \quad H(t,x) \leq \frac{1}{2}\left(B_\infty(t)x, x\right) + c \quad \forall x \ . \tag{13}$$

If $A_\infty(t) = a_\infty I$ and $B_\infty(t) = b_\infty I$, with $a_\infty \leq b_\infty \in \mathbb{R}$, we shall say that H is (a_∞, b_∞)-subquadratic at infinity. As an example, the function $\|x\|^\alpha$, with $1 \leq \alpha < 2$, is $(0, \varepsilon)$-subquadratic at infinity for every $\varepsilon > 0$. Similarly, the Hamiltonian

$$H(t,x) = \frac{1}{2}k\|k\|^2 + \|x\|^\alpha \tag{14}$$

is $(k, k+\varepsilon)$-subquadratic for every $\varepsilon > 0$. Note that, if $k < 0$, it is not convex.

Notes and Comments. The first results on subharmonics were obtained by Rabinowitz in [**?**], who showed the existence of infinitely many subharmonics both in the subquadratic and superquadratic case, with suitable growth conditions on H'. Again the duality approach enabled Clarke and Ekeland in [**?**] to treat the same problem in the convex-subquadratic case, with growth conditions on H only.

Recently, Michalek and Tarantello (see [**?**] and [**?**]) have obtained lower bound on the number of subharmonics of period kT, based on symmetry considerations and on pinching estimates, as in Sect. 5.2 of this article.

References

[2013] Gonçalves, B., Balcan, D., Vespignani, A.. Human mobility and the worldwide impact of intentional localized highly pathogenic virus release. Sci. Rep. 3, 810; DOI:10.1038/srep00810 (2013).

[2011] Yang, C. and Wilensky, U. (2011). NetLogo epiDEM Basic model. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/epiDEMBasic. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

[1999] Wilensky, U. (1999). NetLogo. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

Subject Index