Введение в искусственный интеллект. Современное компьютерное зрение

Тема: Сверточные слои

Бабин Д.Н., Иванов И.Е.

кафедра Математической Теории Интеллектуальных Систем

25 февраля 2025 г.

План лекции

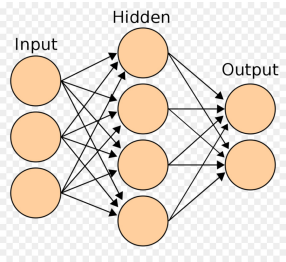
1. Определение нейронной сети прямого распространения
2. Операция свертки
3. Различные модификации свёртки

Определение нейронной сети

Нейронная сеть

Чтобы задать нейронную сеть, необходимо:

1. определить вход
2. определить последовательность операций, преобразующих вход
3. определить выход



Определение нейронной сети прямого распространения

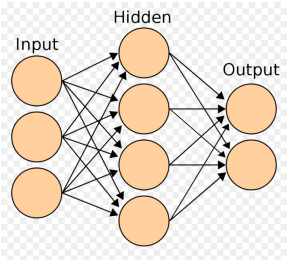
Определение

Будем говорить, что функция $f(x)$ — нейронная сеть, если может быть представлена в следующем виде:

$$f(x) = f_1 \circ f_2 \circ ... \circ f_n(x) = f_n(...f_2(f_1(x))),$$

где $f_i(x)$ является композицией линейного преобразования и нелинейной функции, то есть

$$f_i(y) = NL_i(W_i y + b_i).$$



Замечание

Классическое определение слоя

$$y = f(x) = NL(Wx + b),$$

где NL — нелинейность (фукнция активации), W, b — параметры слоя (фильтр)

Замечание

Классическое определение слоя

$$y = f(x) = NL(Wx + b),$$

где NL — нелинейность (фукнция активации), W, b — параметры слоя (фильтр)

Замечание 1

Такое определение не всегда соблюдается для современных слоёв.

Замечание

Классическое определение слоя

$$y = f(x) = NL(Wx + b),$$

где NL — нелинейность (фукнция активации), W, b — параметры слоя (фильтр)

Замечание 1

Такое определение не всегда соблюдается для современных слоёв.

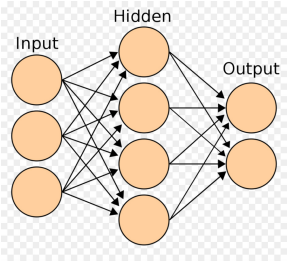
Замечание 2

Сегодня будем обсуждать только линейную часть

Полносвязный слой

Определение

Каждый нейрон выхода связан с каждым нейроном входа.



Недостатки полносвязного слоя

- Очень много параметров

Недостатки полносвязного слоя

- Очень много параметров
- Фиксированный размер входа

Недостатки полносвязного слоя

- Очень много параметров
- Фиксированный размер входа
- Одномерный вход

Недостатки полносвязного слоя

- Очень много параметров
- Фиксированный размер входа
- Одномерный вход
  В случае изображений принципиально, что вход имеет пространственную структуру и что есть соседство пикселей.

Локальность

Идея

Число параметров можно существенно сократить, если нейрон выходного слоя будет зависеть только от локальной области входа

Зрение человека

Есть основания считать, что человеческое зрение устроено именно таким образом.

Локальность: подсчет параметров в одномерном случае

Задача: подсчитать число параметров

Вход: вектор длины n

Выход: вектор длины m

Локальность: подсчет параметров в одномерном случае

Задача: подсчитать число параметров

Вход: вектор длины n

Выход: вектор длины m

Решение для полносвязного слоя

Каждый нейрон выхода соединен со всеми нейронами входа, то есть получаем $n \times m$ весов. Для каждого выходного нейрона есть свободный коэффициент (сдвиг, bias). То есть общее количество параметров:

$$N = n \times m + m = (n + 1)m$$

Локальность: подсчет параметров в одномерном случае

Задача: подсчитать число параметров

Вход: вектор длины n

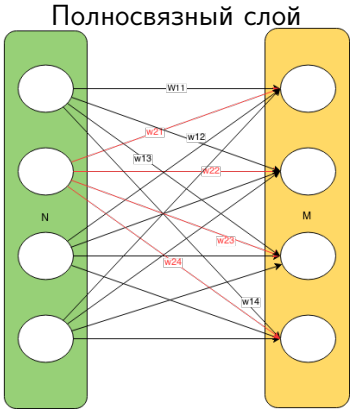
Выход: вектор дли m

Решение для k-локального слоя

Каждый нейрон выхода соединен только с k нейронами входа, то есть получаем $k \times m$ весов. Для каждного выходного нейрона есть свободный коэффициент (сдвиг, bias). То есть общее количество параметров:

$$N = k \times m + m = (k + 1)m$$

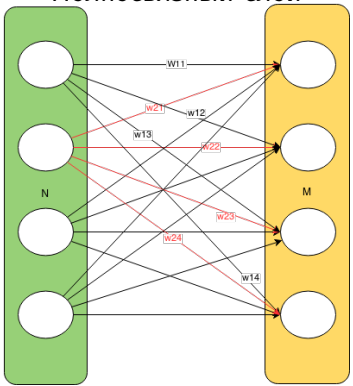
Иллюстрация переиспользования[1]



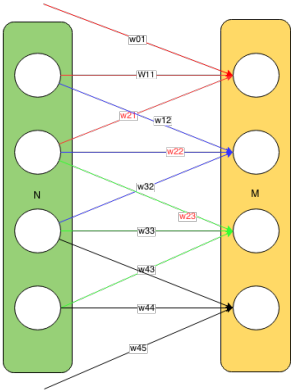
[1] https://pennlio.wordpress.com/2014/04/11/fully-connected-locally-connected-and-shared-weights-layer-in-neural-networks/

Иллюстрация переиспользования[1]

Полносвязный слой



Локальные свертки (k-локальный слой)



[1] https://pennlio.wordpress.com/2014/04/11/fully-connected-locally-connected-and-shared-weights-layer-in-neural-networks/

Локальность: подсчет параметров в двумерном случае

Задача: подсчитать число параметров

Вход: вектор длины $n \times n$

Выход: вектор дли $m \times m$

Локальность: подсчет параметров в двумерном случае

Задача: подсчитать число параметров

Вход: вектор длины $n \times n$

Выход: вектор дли $m \times m$

Решение для полносвязного слоя

Каждый нейрон выхода соединен со всеми нейронами входа, то есть получаем $n^2 \times m^2$ весов. Для каждого выходного нейрона есть свободный коэффициент (сдвиг, bias). То есть общее количество параметров:

$$N = n^2 \times m^2 + m^2 = (n^2 + 1)m^2$$

Локальность: подсчет параметров в двумерном случае

Задача: подсчитать число параметров

Вход: вектор длины $n \times n$

Выход: вектор дли $m \times m$

Решение для k-локального слоя

Каждый нейрон выхода соединен со всеми нейронами входа, то есть получаем $k^2 \times m^2$ весов. Для каждого выходного нейрона есть свободный коэффициент (сдвиг, bias). То есть общее количество параметров:

$$N = k^2 \times m^2 + m^2 = (k^2 + 1)m^2$$

Инвариантность относительно локации (weights sharing)

Идея

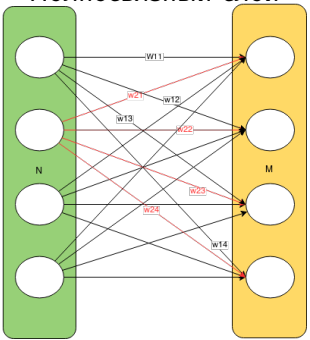
Любая часть изображения должна обрабатываться одними и теми же весами. Не должно быть зависимости от локации пикселей.

Замечание

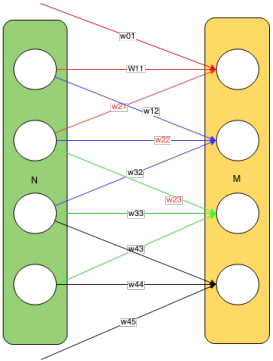
Мы предполагаем, что свойство локальности выполнено. Если для двух нейронов выхода локальные области, от которых они зависят, совпадают, то и значения в этих нейронах должны совпадать независимо от положения обеих локальных областей.

Иллюстрация переиспользования[2]

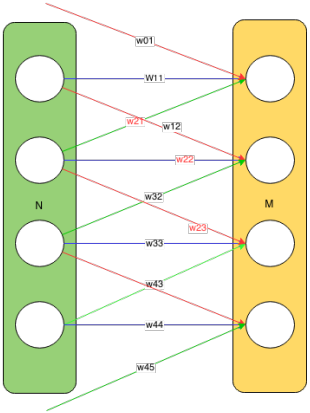
Полносвязный слой



Локальные свертки
(k-локальный слой)



Обычная свертка



[2] https://pennlio.wordpress.com/2014/04/11/fully-connected-locally-connected-and-shared-weights-layer-in-neural-networks/

Переиспользование значений фильтров

Вопрос

Почему же сверточные сети так эффективны?

Ответ

Из-за переиспользования (sharing) значений (весов) сверточных фильтров!

Переиспользование

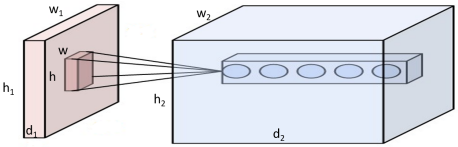
- Полное (обычные свертки)
- Частичное (локальные свертки, locally connected)
- Отсутствует (полносвязный слой, fully connected)

Тензоры признаков в нейронной сети

Замечание. Не следует путать **глубину слоя** и количество слоев в нейронной сети — второе называется **глубиной нейронной сети**.

Пример типичного тензора признаков: входная цветная картинка размера $W \times H$

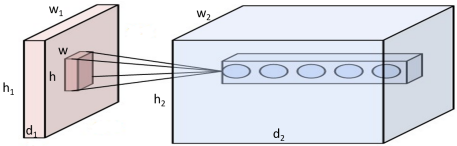
- Ширина — ширина картинки, W
- Высота — высота картинки, H
- Глубина слоя — равняется 3 (три карты RGB).



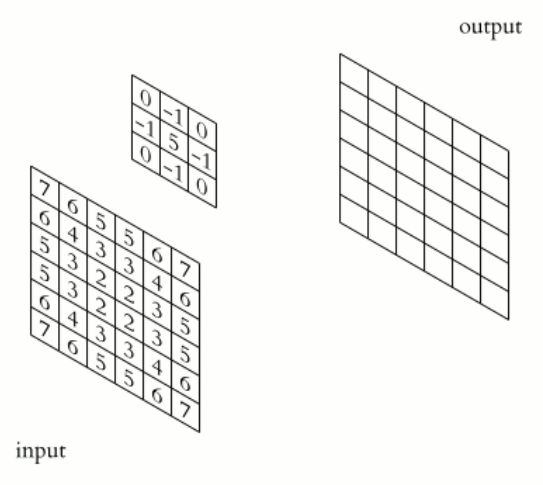
Определение свёрточного слоя

Сверточный слой CONV

Скалярное произведение между элементами фильтра (также называемого **ядром** свертки) и ограниченой областью (обычно гораздо меньше всей площади $H \times W$) входного слоя, с которой имеются связи, с помощью скользящего окна (слева направо сверху вниз).

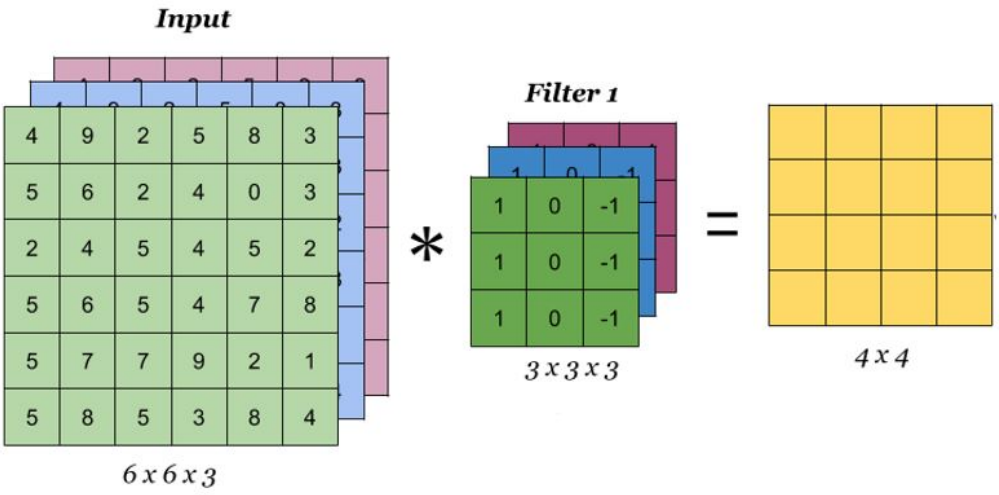


Свертка в простейшем случае

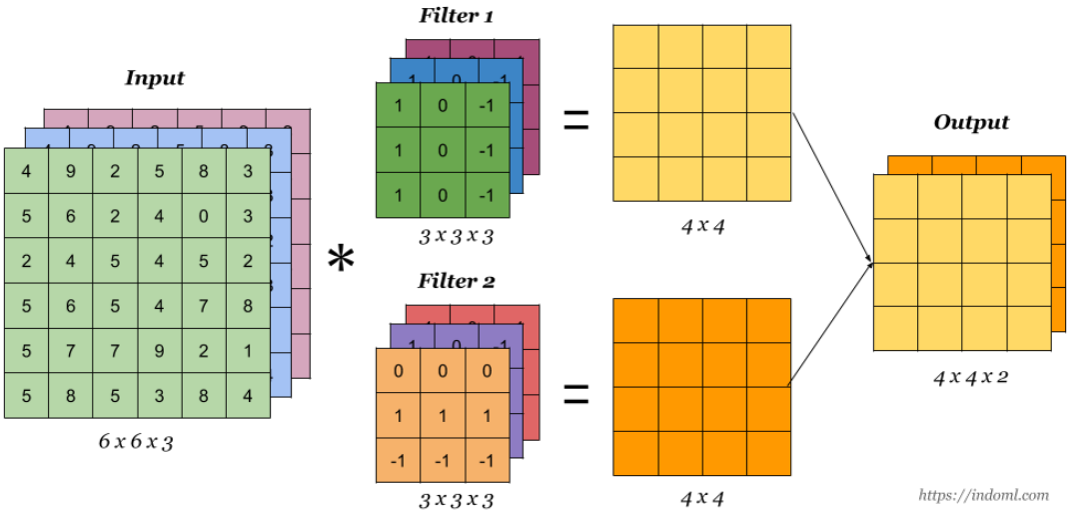


- Свертка — основа компьютерного зрения
- Свертка отвечает за пространственное выделение признаков

Свертка в случае нескольких входных карт



Свертка в общем случае



Параметры сверточного слоя

Размер фильтра

Т.к. фильтр прямоугольный (за редким исключением), то задается двумя числами: $p \times q$. Также называется **рецептивным полем** (receptive field, поле восприятия).

Глубина

Количество двухмерных карт признаков (обычно интересует их число на выходе).

Шаг свертки (stride)

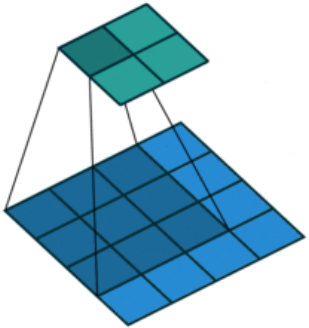
Количество элементов по горизонтали или вертикали, на которое перемещается фильтр в режиме скользящего окна для получения результирующей карты признаков.

Добивка, паддинг (padding)

Количество элементов, которыми дополняется исходная карта признаков (часто нулями) — обычно нужна для сохранения пространственных (ширина, высота) размеров карты.

Примеры сверточных операций[3]

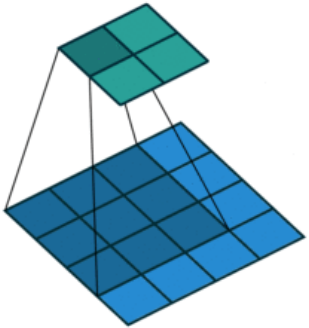
Шаг $s = 1$, паддинг $p = 0$



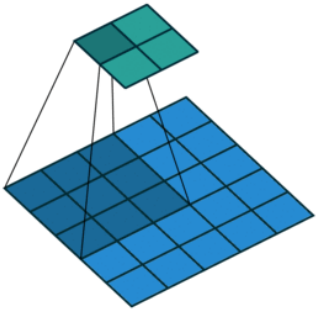
[3] https://github.com/vdumoulin/conv_arithmetic

Примеры сверточных операций[3]

Шаг $s = 1$, паддинг $p = 0$



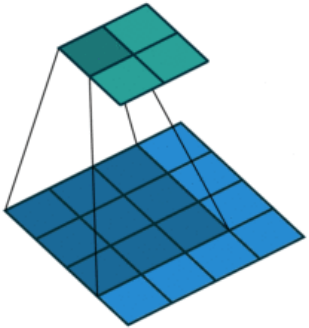
Шаг $s = 2$, паддинг $p = 0$



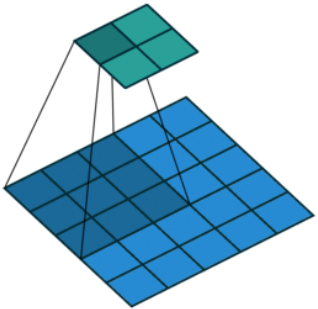
[3] https://github.com/vdumoulin/conv_arithmetic

Примеры сверточных операций[3]

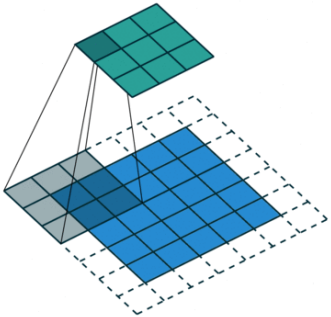
Шаг $s = 1$, паддинг $p = 0$



Шаг $s = 2$, паддинг $p = 0$



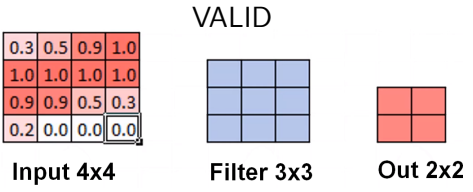
Шаг $s = 2$, паддинг $p = 1$

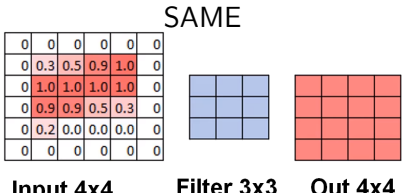


[3] https://github.com/vdumoulin/conv_arithmetic

Варианты добивки

- При движении скользящим окном размера $h \times w$ по изображению $H \times W$ с шагом $s = 1$, если не заходить за границу картинки, то на выходе будет изображение $(H - h + 1) \times (W - w + 1)$
- Такой режим называется “VALID”, и он использовался в первых свёрточных нейронных сетях
- Впоследствии стали добавлять рамку вокруг изображения (паддинг) для того, чтобы выходной размер был равен входному
- Такой режим называется “SAME”, и обычно рамка состоит либо из нулей, либо из зеркального отражения картинки внутри рамки





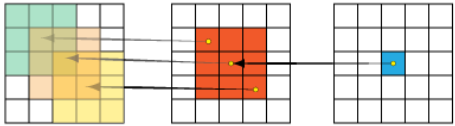
О рецептивном поле

- **Рецептивное поле** (поле восприятия) нейрона — область на входном изображении, которая участвует в вычислении данного нейрона
- Чем глубже нейронная сеть и чем дальше нейрон от входа, тем больше его рецептивное поле

О рецептивном поле

- **Рецептивное поле** (поле восприятия) нейрона — область на входном изображении, которая участвует в вычислении данного нейрона
- Чем глубже нейронная сеть и чем дальше нейрон от входа, тем больше его рецептивное поле

Пример: рецептивное поле нейрона после двух сверток 3×3 имеет размер 5×5



Формула свертки[4]

- **Входной слой**: трехмерный тензор X_{ij}^{m}, где верхний индекс отвечает за количество входных карт, а два нижних индекса — за пространственное разрешение карт (по горизонтали и вертикали). Всего входных карт M

[4] https://cs231n.github.io/assets/conv-demo/index.html

Формула свертки[4]

- **Входной слой**: трехмерный тензор X_{ij}^{m}, где верхний индекс отвечает за количество входных карт, а два нижних индекса — за пространственное разрешение карт (по горизонтали и вертикали). Всего входных карт M
- **Выходной слой**: трехмерный тензор Y_{ij}^{k} с теми же обозначениями индексов. Всего выходных карт K.

[4] https://cs231n.github.io/assets/conv-demo/index.html

Формула свертки[4]

- **Входной слой**: трехмерный тензор X_{ij}^{m}, где верхний индекс отвечает за количество входных карт, а два нижних индекса — за пространственное разрешение карт (по горизонтали и вертикали). Всего входных карт M
- **Выходной слой**: трехмерный тензор Y_{ij}^{k} с теми же обозначениями индексов. Всего выходных карт K.
- **Фильтр свертки**: четырехмерный (!) тензор F_{uv}^{mk}, где два верхних индекса отвечают за индекс входной и выходной карты, а нижние - пространственные размерности (например, 5×5); а также одномерный тензор сдвига (bias) b^{k}. Пусть пространственные размерности фильтра — $p \times q$.

[4] https://cs231n.github.io/assets/conv-demo/index.html

Формула свертки[4]

- **Входной слой**: трехмерный тензор X_{ij}^{m}, где верхний индекс отвечает за количество входных карт, а два нижних индекса — за пространственное разрешение карт (по горизонтали и вертикали). Всего входных карт M
- **Выходной слой**: трехмерный тензор Y_{ij}^{k} с теми же обозначениями индексов. Всего выходных карт K.
- **Фильтр свертки**: четырехмерный (!) тензор F_{uv}^{mk}, где два верхних индекса отвечают за индекс входной и выходной карты, а нижние - пространственные размерности (например, 5×5); а также одномерный тензор сдвига (bias) b^{k}. Пусть пространственные размерности фильтра — $p \times q$.

Формула свертки

$$Y_{ij}^{k} = \sum_{m=1}^{M} \sum_{u,v=1}^{p,q} X_{i+u-1,j+v-1}^{m} \cdot F_{uv}^{mk} + b^{k}, \quad \forall k = 1 \dots K$$

[4] https://cs231n.github.io/assets/conv-demo/index.html

Подсчет количества весов (парамеров) фильтра

Пусть используются следующие гиперпараметры:

- Количество карт входного слоя: M
- Количество карт выходного слоя: K
- Пространственное разрешение фильтра свертки: $p \times q$

Подсчет количества весов (парамеров) фильтра

Пусть используются следующие гиперпараметры:

- Количество карт входного слоя: M
- Количество карт выходного слоя: K
- Пространственное разрешение фильтра свертки: $p \times q$

Тогда фильтр задается четырехмерным тензором весов свертки и одномерным тензором весов сдвига:

Количество параметров

$$N_{conv} = MKpq + K = (Mpq + 1)K$$

Групповая свертка

Пусть число карт $M = M'g$ и $K = K'g$ на предыдущем и текущем слое делится без остатка на $g \geq 1, g \in \mathbb{N}$.

Групповая свертка

Пусть число карт $M = M'g$ и $K = K'g$ на предыдущем и текущем слое делится без остатка на $g \geq 1, g \in \mathbb{N}$.

- Тогда фильтр свертки $F_{uv}^{mk}, 1 \leq m \leq M, 1 \leq k \leq K$ можно разбить на g независимых групп $F_{uv}^{s,m'k'}$, где $1 \leq s \leq g$ — номер группы, $1 \leq m' \leq M/g, 1 \leq k' \leq K/g$

Групповая свертка

Пусть число карт $M = M'g$ и $K = K'g$ на предыдущем и текущем слое делится без остатка на $g \geq 1, g \in \mathbb{N}$.

- Тогда фильтр свертки $F_{uv}^{mk}, 1 \leq m \leq M, 1 \leq k \leq K$ можно разбить на g независимых групп $F_{uv}^{s,m'k'}$, где $1 \leq s \leq g$ — номер группы, $1 \leq m' \leq M/g, 1 \leq k' \leq K/g$
- Сдвиг тоже можно разбить на g частей $b^{s,k'}$

Групповая свертка

Пусть число карт $M = M'g$ и $K = K'g$ на предыдущем и текущем слое делится без остатка на $g \geq 1, g \in \mathbb{N}$.

- Тогда фильтр свертки $F_{uv}^{mk}, 1 \leq m \leq M, 1 \leq k \leq K$ можно разбить на g независимых групп $F_{uv}^{s,m'k'}$, где $1 \leq s \leq g$ — номер группы, $1 \leq m' \leq M/g, 1 \leq k' \leq K/g$
- Сдвиг тоже можно разбить на g частей $b^{s,k'}$
- Пусть $k = (s-1)K/g + k'$, тогда формула групповой свертки (grouped convolution)

Групповая свертка

Пусть число карт $M = M'g$ и $K = K'g$ на предыдущем и текущем слое делится без остатка на $g \geq 1, g \in \mathbb{N}$.

- Тогда фильтр свертки $F_{uv}^{mk}, 1 \leq m \leq M, 1 \leq k \leq K$ можно разбить на g независимых групп $F_{uv}^{s,m'k'}$, где $1 \leq s \leq g$ — номер группы, $1 \leq m' \leq M/g, 1 \leq k' \leq K/g$
- Сдвиг тоже можно разбить на g частей $b^{s,k'}$
- Пусть $k = (s-1)K/g + k'$, тогда формула групповой свертки (grouped convolution)

Групповая свертка

$$Y_{ij}^{k} = \sum_{m'=1}^{M/g} \sum_{u,v=1}^{p,q} X_{i+u-1,j+v-1}^{(s-1)M/g+m'} \cdot F_{uv}^{s,m'k'} + b^{s,k'}$$

Групповая свертка

Пусть число карт $M = M'g$ и $K = K'g$ на предыдущем и текущем слое делится без остатка на $g \geq 1, g \in \mathbb{N}$.

- Тогда фильтр свертки $F_{uv}^{mk}, 1 \leq m \leq M, 1 \leq k \leq K$ можно разбить на g независимых групп $F_{uv}^{s,m'k'}$, где $1 \leq s \leq g$ — номер группы, $1 \leq m' \leq M/g, 1 \leq k' \leq K/g$
- Сдвиг тоже можно разбить на g частей $b^{s,k'}$
- Пусть $k = (s-1)K/g + k'$, тогда формула групповой свертки (grouped convolution)

Групповая свертка

$$Y_{ij}^{k} = \sum_{m'=1}^{M/g} \sum_{u,v=1}^{p,q} X_{i+u-1,j+v-1}^{(s-1)M/g+m'} \cdot F_{uv}^{s,m'k'} + b^{s,k'}$$

Замечание. При $g = 1$ групповая свертка сводится к обычной.

Преимущества групповой свертки[5]

- Позволяет реализовывать свертки параллельно на разных устройствах (GPU)

[5] https://towardsdatascience.com/a-comprehensive-introduction-to-different-types-of-convolutions-in-deep-learning-669281e58215

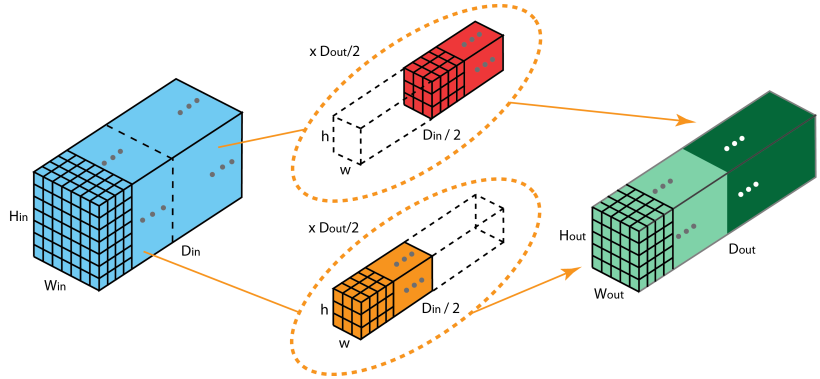
Преимущества групповой свертки[5]

- Позволяет реализовывать свертки параллельно на разных устройствах (GPU)
- Уменьшается общее число параметров

[5] https://towardsdatascience.com/a-comprehensive-introduction-to-different-types-of-convolutions-in-deep-learning-669281e58215

Преимущества групповой свертки[5]

- Позволяет реализовывать свертки параллельно на разных устройствах (GPU)
- Уменьшается общее число параметров
- Порой получается лучшая по качеству модель (из-за корелляции карт)



[5] https://towardsdatascience.com/a-comprehensive-introduction-to-different-types-of-convolutions-in-deep-learning-669281e58215

Поканальная свертка

- Имеет также названия “depth-wise” или “channel-wise” convolution

Поканальная свертка

- Имеет также названия “depth-wise” или “channel-wise” convolution
- Является частным случаем групповой свертки при $M = K = g$ (число групп равно числу входных либо выходных карт)
- Если обозначить $F_{uv}^{s,11} = F_{uv}^{s}, 1 \leq s \leq g$, то формула поканальной свертки свертки

Формула свертки

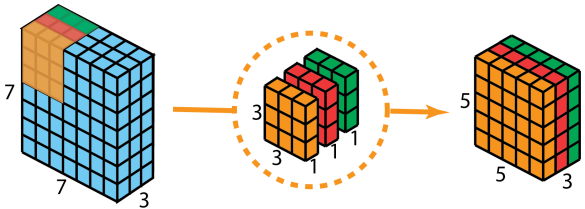
$$Y_{ij}^{k} = \sum_{u,v=1}^{p,q} X_{i+u-1,j+v-1}^{k} \cdot F_{uv}^{k} + b^{k}, \quad \forall k = 1 \dots K$$

Поканальная свертка

- Имеет также названия “depth-wise” или “channel-wise” convolution
- Является частным случаем групповой свертки при $M = K = g$ (число групп равно числу входных либо выходных карт)
- Если обозначить $F_{uv}^{s,11} = F_{uv}^{s}, 1 \leq s \leq g$, то формула поканальной свертки свертки

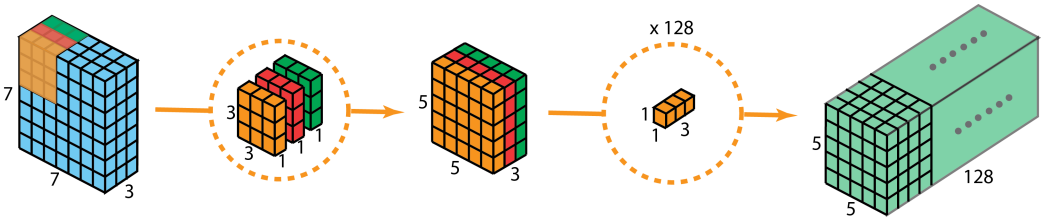
Формула свертки

$$Y_{ij}^{k} = \sum_{u,v=1}^{p,q} X_{i+u-1,j+v-1}^{k} \cdot F_{uv}^{k} + b^{k}, \quad \forall k = 1 \dots K$$



Поканально разделяемая свертка (depth-wise separable convolution)

- Обобщение поканальной свертки при $M \neq K$
- Является композицией двух видов сверток:
  1. Поканальная свертка из M каналов в M каналов (M сверток $p \times q \times 1$)
  2. 1×1 свертка из M каналов в K каналов (K сверток $1 \times 1 \times M$)



Специальные виды сверток

Транспонированная свертка (transposed convolution)

Применяется, когда нужно увеличить пространственные размеры карты признаков. Можно представлять как вставку фиктивных нулевых значений *между элементами входной карты*. Количество вставляемых значений задается шагом s (stride) и равно $s - 1$.

Специальные виды сверток

Транспонированная свертка (transposed convolution)

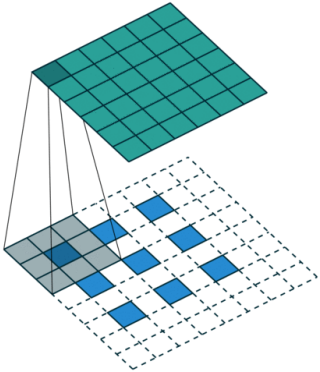
Применяется, когда нужно увеличить пространственные размеры карты признаков. Можно представлять как вставку фиктивных нулевых значений *между элементами входной карты*. Количество вставляемых значений задается шагом s (stride) и равно $s - 1$.

Расширенная свертка (atrous / dilated convolution)

Применяется, когда нужно маленьким фильтром захватить большое рецептивное поле. Можно представлять как вставку фиктивных нулевых значений *между элементами фильтра*. Количество вставляемых значений задается коэффициентом расширения d (dilation rate) и равно $d - 1$.

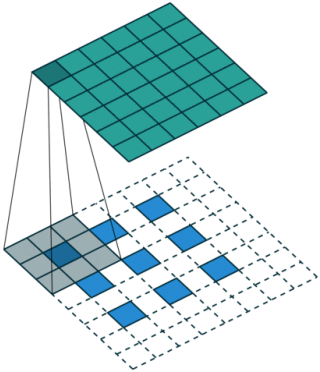
Примеры

Транспонированная свертка, шаг $s = 2$

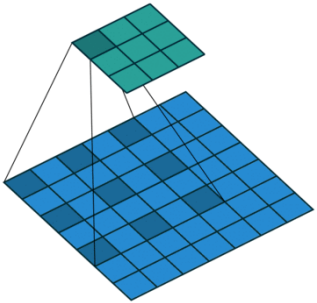


Примеры

Транспонированная свертка, шаг $s = 2$



Расширенная свертка, коэффициент расширения $d = 2$



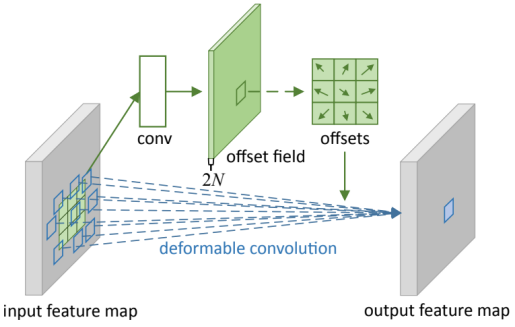
Деформируемые свертки[6]

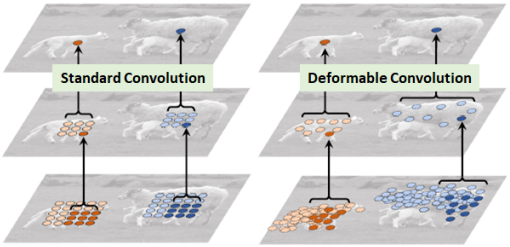
- В настоящее время существует вид сверток, в которых обучаются не только веса фильтра, но и вектор сдвига для каждого элемента.

[6] Dai J. et al. Deformable convolutional networks. 2017.

Деформируемые свертки[6]

- В настоящее время существует вид сверток, в которых обучаются не только веса фильтра, но и вектор сдвига для каждого элемента.
- Позволяет настраиваться на наиболее важные области





[6] Dai J. et al. Deformable convolutional networks. 2017.

Деформируемые свертки — детали

- Основная идея: в дополнение к $(p \times q)$ весов фильтра F_{uv} храним дополнительно $2 \times (p \times q)$ векторов сдвига (один набор по горизонтали, другой – по вертикали) o_{uv}, p_{uv}
- Формула свертки (для одной входной и выходной карты):

$$X_{ij} = \sum_{u,v=1}^{p,q} X_{i+u-1+o_{uv}, j+v-1+p_{uv}} \cdot F_{uv} + b$$

- Поскольку обучаемые o_{uv}, p_{uv} в общем случае будут нецелыми, то предлагается применять билинейную интерполяцию: $X_{\alpha\beta} = \sum_{s,t=1}^{H,W} G((s,t),(\alpha,\beta)) \cdot X_{st}$, где $G((s,t),(\alpha,\beta)) = \max(0, 1 - |\alpha - s|) \cdot \max(0, 1 - |\beta - t|)$.

Время для вопросов

Спасибо за внимание!