

Введение в искусственный интеллект. Машинное обучение

Тема: Эмпирический риск и стохастический градиентный спуск

Бабин Д.Н., Иванов И.Е.

кафедра Математической Теории Интеллектуальных Систем



- 1 Эмпирический риск и его минимизация
- 2 Разделяющая поверхность
- 3 GD и SGD

- X – множество описаний объектов, Y – множество допустимых ответов
- Неизвестная целевая зависимость: отображение $y^* : X \rightarrow Y$
- Конечная обучающая выборка: $X^m = \{(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}$, т.ч. $y_i = y^*(x_i)$

- X – множество описаний объектов, Y – множество допустимых ответов
- Неизвестная целевая зависимость: отображение $y^* : X \rightarrow Y$
- Конечная обучающая выборка: $X^m = \{(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}$, т.ч. $y_i = y^*(x_i)$
- **Задача обучения по прецедентам** состоит в том, чтобы построить алгоритм $a : X \rightarrow Y$, который приближал бы целевую зависимость y^* как на обучающей выборке X^m , так и на всём множестве X



- X – множество описаний объектов, Y – множество допустимых ответов
- Неизвестная целевая зависимость: отображение $y^* : X \rightarrow Y$
- Конечная обучающая выборка: $X^m = \{(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}$, т.ч. $y_i = y^*(x_i)$
- **Задача обучения по прецедентам** состоит в том, чтобы построить алгоритм $a : X \rightarrow Y$, который приближал бы целевую зависимость y^* как на обучающей выборке X^m , так и на всём множестве X
- **Эмпирический риск** – это средняя величина ошибки a на X^m



- X – множество описаний объектов, Y – множество допустимых ответов
- Неизвестная целевая зависимость: отображение $y^* : X \rightarrow Y$
- Конечная обучающая выборка: $X^m = \{(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}$, т.ч. $y_i = y^*(x_i)$
- **Задача обучения по прецедентам** состоит в том, чтобы построить алгоритм $a : X \rightarrow Y$, который приближал бы целевую зависимость y^* как на обучающей выборке X^m , так и на всём множестве X
- **Эмпирический риск** – это средняя величина ошибки a на X^m
- **Метод минимизации эмпирического риска** – это общий подход к решению широкого класса задач обучения по прецедентам (задачи классификации и регрессии)



Функция потерь $L(y, y')$

Характеризует величину отклонения ответа $y = a(x)$ от правильного ответа $y' = y^*(x)$ на объекте $x \in X$

Эмпирический риск – определения

Функция потерь $L(y, y')$

Характеризует величину отклонения ответа $y = a(x)$ от правильного ответа $y' = y^*(x)$ на объекте $x \in X$

Множество алгоритмов $A = \{a : X \rightarrow Y\}$

В этом множестве будет вестись поиск отображения, приближающего неизвестную целевую зависимость

Эмпирический риск – определения

Функция потерь $L(y, y')$

Характеризует величину отклонения ответа $y = a(x)$ от правильного ответа $y' = y^*(x)$ на объекте $x \in X$

Множество алгоритмов $A = \{a : X \rightarrow Y\}$

В этом множестве будет вестись поиск отображения, приближающего неизвестную целевую зависимость

Эмпирический риск

Функционал качества, характеризующий среднюю ошибку алгоритма a на выборке X^m :

$$R(a, X^m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(a(x_i), y^*(x_i))$$


Минимизация эмпирического риска

Минимизация эмпирического риска (М.Э.Р.)

В заданном множестве алгоритмов A найти алгоритм, минимизирующий эмпирический риск:

$$a = \arg \min_{a \in A} R(a, X^m)$$



Минимизация эмпирического риска

Минимизация эмпирического риска (М.Э.Р.)

В заданном множестве алгоритмов A найти алгоритм, минимизирующий эмпирический риск:

$$a = \arg \min_{a \in A} R(a, X^m)$$

Достоинство М.Э.Р.

Конструктивный и универсальный подход, позволяющий сводить задачу обучения к задачам численной оптимизации

Минимизация эмпирического риска

Минимизация эмпирического риска (М.Э.Р.)

В заданном множестве алгоритмов A найти алгоритм, минимизирующий эмпирический риск:

$$a = \arg \min_{a \in A} R(a, X^m)$$

Достоинство М.Э.Р.

Конструктивный и универсальный подход, позволяющий сводить задачу обучения к задачам численной оптимизации

Недостаток М.Э.Р.

Явление переобучения на обучающей выборке X^m , которое возникает практически всегда при использовании метода М.Э.Р., поскольку критерием качества является ошибка **на этой же выборке** (решение: для оценки менять выборку) .

Задача классификации

- Пороговая функция $L(y, y') = [y \neq y']$
- Функция разрыва \Rightarrow минимизация эмпирического риска – это задача комбинаторной оптимизации \Rightarrow во многих практически важных случаях сводится к поиску максимальной совместной подсистемы в системе неравенств (число неравенств совпадает с числом объектов обучения m) и является NP-полной



Задача классификации

- Пороговая функция $L(y, y') = [y \neq y']$
- Функция разрывна \Rightarrow минимизация эмпирического риска – это задача комбинаторной оптимизации \Rightarrow во многих практически важных случаях сводится к поиску максимальной совместной подсистемы в системе неравенств (число неравенств совпадает с числом объектов обучения m) и является NP-полной

Задача регрессии

Квадратичная функция потерь $L(y, y') = (y - y')^2$





- Функцию потерь для задачи классификации $L(y, y') = [y \neq y']$ нельзя продифференцировать (и, значит, эффективно минимизировать)

- Функцию потерь для задачи классификации $L(y, y') = [y \neq y']$ нельзя продифференцировать (и, значит, эффективно минимизировать)
- Для подключения известного дифференциального аппарата вводятся два понятия — разделяющая поверхность и аппроксимация Э.Р.

Разделяющая поверхность

- Функцию потерь для задачи классификации $L(y, y') = [y \neq y']$ нельзя продифференцировать (и, значит, эффективно минимизировать)
- Для подключения известного дифференциального аппарата вводятся два понятия — разделяющая поверхность и аппроксимация Э.Р.
- Рассмотрим задачу бинарной классификации: $X \rightarrow Y$, $Y = \{+1, -1\}$ на обучающей выборке $X^m = (x_i, y_i)_{i=1}^m$



- Функцию потерь для задачи классификации $L(y, y') = [y \neq y']$ нельзя продифференцировать (и, значит, эффективно минимизировать)
- Для подключения известного дифференциального аппарата вводятся два понятия — разделяющая поверхность и аппроксимация Э.Р.
- Рассмотрим задачу бинарной классификации: $X \rightarrow Y$, $Y = \{+1, -1\}$ на обучающей выборке $X^m = (x_i, y_i)_{i=1}^m$
- Будем алгоритм искать в виде $a(x, w) = \text{sign } g(x, w)$, где $g(x, w)$ - дискриминантная функция, а w - вектор параметров



Разделяющая поверхность

- Функцию потерь для задачи классификации $L(y, y') = [y \neq y']$ нельзя продифференцировать (и, значит, эффективно минимизировать)
- Для подключения известного дифференциального аппарата вводятся два понятия — разделяющая поверхность и аппроксимация Э.Р.
- Рассмотрим задачу бинарной классификации: $X \rightarrow Y$, $Y = \{+1, -1\}$ на обучающей выборке $X^m = (x_i, y_i)_{i=1}^m$
- Будем алгоритм искать в виде $a(x, w) = \text{sign } g(x, w)$, где $g(x, w)$ - дискриминантная функция, а w - вектор параметров
- $g(x, w) = 0$ - **разделяющая поверхность** (граница между классами); тогда ошибка классификации $a(x_i, w) \neq y_i \Leftrightarrow y_i g(x_i, w) < 0$.



Разделяющая поверхность: вариативность

- Наиболее простой вид разделяющей поверхности — прямая (гиперплоскость)

Разделяющая поверхность: вариативность

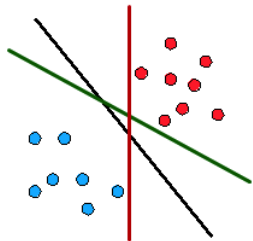
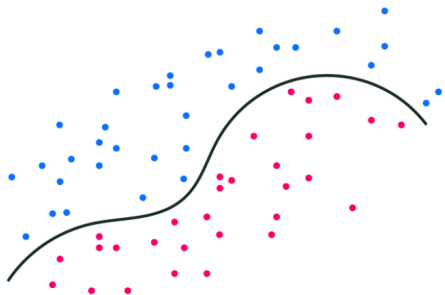
- Наиболее простой вид разделяющей поверхности — прямая (гиперплоскость)
- Однако разделяющая поверхность может быть нелинейной

Разделяющая поверхность: вариативность

- Наиболее простой вид разделяющей поверхности — прямая (гиперплоскость)
- Однако разделяющая поверхность может быть нелинейной
- Разделяющая поверхность может быть не одна

Разделяющая поверхность: вариативность

- Наиболее простой вид разделяющей поверхности — прямая (гиперплоскость)
- Однако разделяющая поверхность может быть нелинейной
- Разделяющая поверхность может быть не одна



Аппроксимация эмпирического риска

- Через понятие разделяющей поверхности можем переопределить ошибку классификации: $a(x_i, w) \neq y_i \Leftrightarrow y_i g(x_i, w) < 0$

Аппроксимация эмпирического риска

- Через понятие разделяющей поверхности можем переопределить ошибку классификации: $a(x_i, w) \neq y_i \Leftrightarrow y_i g(x_i, w) < 0$
- Но нужно еще ввести аппроксимацию самого Э.Р. — \tilde{R} со свойствами:
 - 1 \tilde{R} — дифференцируема
 - 2 \tilde{R} — верхняя граница для Э.Р. R (чтобы минимизация \tilde{R} подразумевала и минимизацию R)



Аппроксимация эмпирического риска

- Через понятие разделяющей поверхности можем переопределить ошибку классификации: $a(x_i, w) \neq y_i \Leftrightarrow y_i g(x_i, w) < 0$
- Но нужно еще ввести аппроксимацию самого Э.Р. — \tilde{R} со свойствами:
 - ① \tilde{R} — дифференцируема
 - ② \tilde{R} — верхняя граница для Э.Р. R (чтобы минимизация \tilde{R} подразумевала и минимизацию R)
- М.Э.Р.: $R(a, X^m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [y_i g(x_i, w) < 0] \leq \tilde{R}(a, X^m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(y_i g(x_i, w))$, где новая функция потерь $L(y_i g(x_i, w))$ - невозрастающая и неотрицательная аппроксимация функции $[y_i g(x_i, w) < 0]$, т.ч.: $L(y_i g(x_i, w)) \geq [a(x_i, w) \neq y_i]$



Аппроксимация эмпирического риска

- Через понятие разделяющей поверхности можем переопределить ошибку классификации: $a(x_i, w) \neq y_i \Leftrightarrow y_i g(x_i, w) < 0$
- Но нужно еще ввести аппроксимацию самого Э.Р. — \tilde{R} со свойствами:
 - ① \tilde{R} — дифференцируема
 - ② \tilde{R} — верхняя граница для Э.Р. R (чтобы минимизация \tilde{R} подразумевала и минимизацию R)
- М.Э.Р.: $R(a, X^m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [y_i g(x_i, w) < 0] \leq \tilde{R}(a, X^m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(y_i g(x_i, w))$, где новая функция потерь $L(y_i g(x_i, w))$ - невозрастающая и неотрицательная аппроксимация функции $[y_i g(x_i, w) < 0]$, т.ч.: $L(y_i g(x_i, w)) \geq [a(x_i, w) \neq y_i]$

Упражнение. Зачем нужны свойства невозрастаемости и неотрицательности L ?

Замечание. В дальнейшем будем предполагать, что мы работаем сразу с аппроксимацией Э.Р. \tilde{R} , поэтому знак \sim будем опускать.



Вероятностный смысл минимизации аппроксимированного Э.Р.

Рассмотрим принцип максимизации правдоподобия, или MLE (Maximum Likelihood Estimation).

- Параметрическая модель плотности распределения $p(x, y|w)$
- Максимизация логарифма правдоподобия

$$L(w, X^m) = \ln \prod_{i=1}^m p(x_i, y_i|w) = \sum_{i=1}^m \ln p(x_i, y_i|w) \rightarrow \max_w$$



Вероятностный смысл минимизации аппроксимированного Э.Р.

Рассмотрим принцип максимизации правдоподобия, или MLE (Maximum Likelihood Estimation).

- Параметрическая модель плотности распределения $p(x, y|w)$
- Максимизация логарифма правдоподобия

$$L(w, X^m) = \ln \prod_{i=1}^m p(x_i, y_i|w) = \sum_{i=1}^m \ln p(x_i, y_i|w) \rightarrow \max_w$$

- Минимизация аппроксимированного Э.Р.

$$R(w, X^m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(y_i g(x_i, w)) \rightarrow \min_w$$



Вероятностный смысл минимизации аппроксимированного Э.Р.

Рассмотрим принцип максимизации правдоподобия, или MLE (Maximum Likelihood Estimation).

- Параметрическая модель плотности распределения $p(x, y|w)$
- Максимизация логарифма правдоподобия

$$L(w, X^m) = \ln \prod_{i=1}^m p(x_i, y_i|w) = \sum_{i=1}^m \ln p(x_i, y_i|w) \rightarrow \max_w$$

- Минимизация аппроксимированного Э.Р.

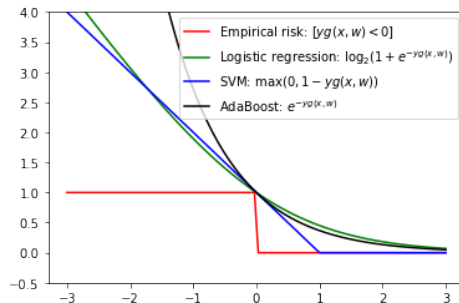
$$R(w, X^m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(y_i g(x_i, w)) \rightarrow \min_w$$

Вывод. Эти два принципа эквивалентны при $L(y_i g(x_i, w)) = -\ln p(x_i, y_i|w)$ (коэффициент $\frac{1}{m}$ не влияет на вывод).



- Рассмотрим аппроксимацию функции ошибки на обучающем примере:
 $L(y_i g(x_i, w)) \geq [y_i g(x_i, w) < 0]$
- В дальнейшем будем рассматривать в основном достаточно **гладкие** (непрерывные и дифференцируемые) функции $L(y_i g(x_i, w))$
- Некоторые аппроксимации способны улучшать **обобщающую способность** классификатора
- Непрерывные аппроксимации позволяют применять известные **численные методы оптимизации** для настройки весов w (например, градиентные методы и методы выпуклого программирования)

Примеры аппроксимации функции $[y g(x, w) < 0]$:





Классический градиентный спуск

Задача: минимизировать аппроксимированный Э.Р. (выбор алгоритма осуществляется по w):

$$R(w) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(y_i g(x_i, w)) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L_i(w) \rightarrow \min_w$$



Классический градиентный спуск

Задача: минимизировать аппроксимированный Э.Р. (выбор алгоритма осуществляется по w):

$$R(w) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(y_i g(x_i, w)) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L_i(w) \rightarrow \min_w$$

Численная оптимизация методом градиентного спуска

- $w^{(0)}$:= начальное приближение
- $w^{(t+1)} := w^{(t)} - \eta \cdot \nabla R(w^{(t)})$ - итерация алгоритма
- η - градиентный шаг



Классический градиентный спуск

Задача: минимизировать аппроксимированный Э.Р. (выбор алгоритма осуществляется по w):

$$R(w) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L(y_i g(x_i, w)) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L_i(w) \rightarrow \min_w$$

Численная оптимизация методом градиентного спуска

- $w^{(0)}$:= начальное приближение
- $w^{(t+1)} := w^{(t)} - \eta \cdot \nabla R(w^{(t)})$ - итерация алгоритма
- η - градиентный шаг

Проблема: сложно считать в условиях большого количества объектов в обучающей выборке.



Стохастический градиентный спуск

Алгоритм стохастического градиентного спуска

- Инициализация весов w
- Инициализация Э.Р. $R := \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m L_i(w)$

Итерации

- Выбор объекта $x_i \in X^m$ (например, случайным образом)
- Вычисление ошибки на данном объекте: $\varepsilon_i = L_i(w)$
- Шаг градиентного спуска: $w := w - \eta \cdot \nabla L_i(w)$



Инициализация

- $w_j = 0 \quad \forall j = 1, \dots, n$ (где n - число весов)
- $w_j = \text{rand}(-\frac{1}{2n}, \frac{1}{2n})$
- Предобучение на другой обучающей выборке

Инициализация

- $w_j = 0 \quad \forall j = 1, \dots, n$ (где n - число весов)
- $w_j = \text{rand}(-\frac{1}{2n}, \frac{1}{2n})$
- Предобучение на другой обучающей выборке

Порядок выбора объектов x_i

- Случайная перетасовка: попеременно брать объекты разных классов
- Чаще брать объекты с большой ошибкой (маленькое значение $y_i g(x_i, w)$)
- Чаще брать объекты с большой неуверенностью (маленькое значение $|y_i g(x_i, w)|$)



Инициализация

- $w_j = 0 \quad \forall j = 1, \dots, n$ (где n - число весов)
- $w_j = \text{rand}(-\frac{1}{2n}, \frac{1}{2n})$
- Предобучение на другой обучающей выборке

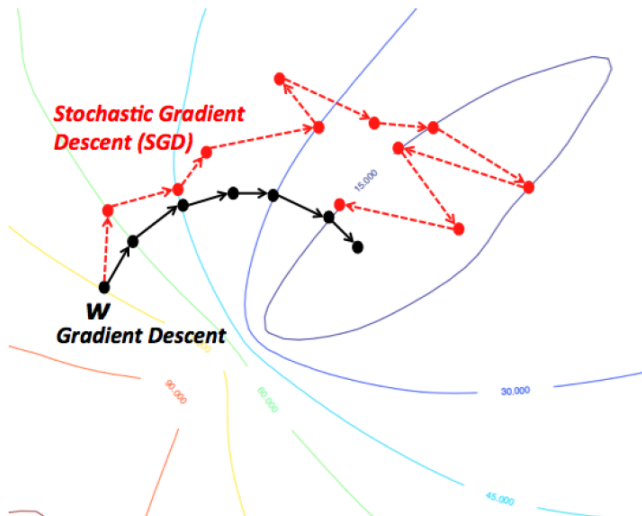
Порядок выбора объектов x_i

- Случайная перетасовка: попеременно брать объекты разных классов
- Чаще брать объекты с большой ошибкой (маленькое значение $y_i g(x_i, w)$)
- Чаще брать объекты с большой неуверенностью (маленькое значение $|y_i g(x_i, w)|$)

Критерий остановки

- Исчерпали лимит по числу шагов
- Значение Э.Р. либо весов перестало меняться

Визуализации градиентных методов



Пакетный (mini-batch) SGD

Пакетный SGD

Идея: на каждом шаге использовать более надежную оценку градиента не на одном примере, а на нескольких

Итерации

- Выбор подмножества объектов мощности $1 < k < m$: $J = \{i_1, \dots, i_k\}$
- Вычисление ошибки на этих объектах: $L_{i_1}(w^{(t)}), \dots, L_{i_k}(w^{(t)})$
- Шаг градиентного спуска: $w^{(t+1)} := w^{(t)} - \eta \cdot \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \nabla_w L_{i_j}(w^{(t)})$



Способы управления градиентным шагом в SGD

- Уменьшать (например, делить на $2 \dots 10$) каждые N итераций;
- Уменьшать (например, делить на $2 \dots 10$) каждые N итераций, когда значение Э.Р. перестало существенно меняться за последние K шагов;
- Использование стратегии “разогрева”¹
- Использование косинусного² / линейного³ закона (вместо дискретных делений) изменения
- Использование цикличности⁴

¹Goyal, Priya, et al. “Accurate, large minibatch sgd: Training imagenet in 1 hour.” 2017

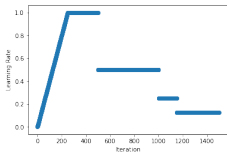
²Loshchilov, Ilya, and Frank Hutter. “Sgdr: Stochastic gradient descent with warm restarts.” 2016

³Howard, Jeremy, and Sebastian Ruder. “Universal language model fine-tuning for text classification.” 2018

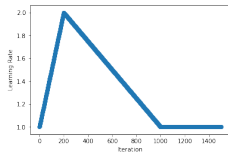
⁴Smith, Leslie N. “Cyclical learning rates for training neural networks.” 2017

Иллюстрация выбора шага SGD

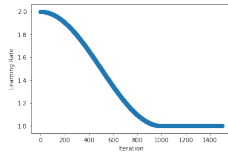
Разогрев



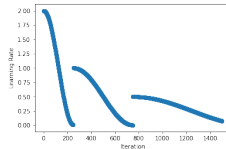
Треугольник



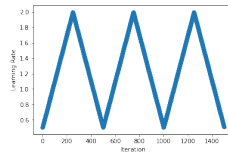
cos



cos + деление



Цикл



Причины переобучения

- Маленькая обучающая выборка;
- Большое число признаков;
- Неинформативные (шумовые/зависимые) признаки.

Причины переобучения

- Маленькая обучающая выборка;
- Большое число признаков;
- Неинформативные (шумовые/зависимые) признаки.

Проявление переобучения

- Резкое увеличение нормы w (настройка на конкретные признаки);
- Большая разница в ошибке на тестовой и обучающей выборках.

О переобучении

Причины переобучения

- Маленькая обучающая выборка;
- Большое число признаков;
- Неинформативные (шумовые/зависимые) признаки.

Проявление переобучения

- Резкое увеличение нормы w (настройка на конкретные признаки);
- Большая разница в ошибке на тестовой и обучающей выборках.

Борьба с переобучением

- Уменьшение норм весов (**регуляризация**);
- Процедура кросс-валидации;
- Ранняя остановка обучения.

Рассмотрим принцип максимума апостериорной вероятности, или **MAP** (Maximum A Posteriori Probability).

Дано:

- Параметрическая модель плотности распределения $p(x, y|w)$
- Априорная информация о плотности распределения параметров модели $p(w)$
Например, параметрическое семейство априорных распределений $p(w; h)$, где h — неизвестная и неслучайная величина (гиперпараметр).



Рассмотрим принцип максимума апостериорной вероятности, или **MAP** (Maximum A Posteriori Probability).

Дано:

- Параметрическая модель плотности распределения $p(x, y|w)$
- Априорная информация о плотности распределения параметров модели $p(w)$
Например, параметрическое семейство априорных распределений $p(w; h)$, где h — неизвестная и неслучайная величина (гиперпараметр).

Тогда:

- Вероятность по формуле Байеса $p(w|X^m) = \frac{p(X^m|w)p(w;h)}{p(X^m)} \propto p(X^m|w)p(w;h)$
- Максимизируем логарифм

$$-L(w, X^m) = \ln p(w|X^m) = \sum_{i=1}^m \ln p(x_i, y_i|w) + \ln p(w; h) \rightarrow \max_{w, h}$$



Вероятностный смысл простой регуляризации

$$-L(w, X^m) = \sum_{i=1}^m \ln p(x_i, y_i | w) + \ln p(w; h) \rightarrow \max_{w, h}$$

Т.о., если вероятностное семейство распределения весов — нормальное, т.е.

$p(w; h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\|w-\mu\|^2}{2\sigma^2}}$ с зафиксированными $\mu = 0$ и σ , то

$$\sum_{i=1}^m \ln p(x_i, y_i | w) + \ln p(w) \rightarrow \max_w \Leftrightarrow - \sum_{i=1}^m \ln p(x_i, y_i | w) + \frac{\tau}{2} \|w\|^2 \rightarrow \min_w$$



Рассмотрим введение квадратичного штрафа за увеличение нормы весов в функционал Э.Р.:

$$R_\tau(w, X^m) = R(w, X^m) + \frac{\tau}{2} \|w\|^2 \rightarrow \min_w$$

Тогда градиент Э.Р.: $\nabla R_\tau(w, X^m) = \nabla R(w, X^m) + \tau w$,



Рассмотрим введение квадратичного штрафа за увеличение нормы весов в функционал Э.Р.:

$$R_\tau(w, X^m) = R(w, X^m) + \frac{\tau}{2} \|w\|^2 \rightarrow \min_w$$

Тогда градиент Э.Р.: $\nabla R_\tau(w, X^m) = \nabla R(w, X^m) + \tau w$,
А градиентный шаг: $w^{(t+1)} = (1 - \tau\eta)w^{(t)} - \eta \nabla R(w^{(t)}, X^m)$.



Рассмотрим введение квадратичного штрафа за увеличение нормы весов в функционал Э.Р.:

$$R_\tau(w, X^m) = R(w, X^m) + \frac{\tau}{2} \|w\|^2 \rightarrow \min_w$$

Тогда градиент Э.Р.: $\nabla R_\tau(w, X^m) = \nabla R(w, X^m) + \tau w$,
А градиентный шаг: $w^{(t+1)} = (1 - \tau\eta)w^{(t)} - \eta \nabla R(w^{(t)}, X^m)$.

Подбор параметра регуляризации τ

- Больше значение τ - больше штрафа за переобучение (но сходимость медленнее!)
- Методом скользящего контроля (cross-validation);



Рассмотрим введение квадратичного штрафа за увеличение нормы весов в функционал Э.Р.:

$$R_\tau(w, X^m) = R(w, X^m) + \frac{\tau}{2} \|w\|^2 \rightarrow \min_w$$

Тогда градиент Э.Р.: $\nabla R_\tau(w, X^m) = \nabla R(w, X^m) + \tau w$,
А градиентный шаг: $w^{(t+1)} = (1 - \tau\eta)w^{(t)} - \eta \nabla R(w^{(t)}, X^m)$.

Подбор параметра регуляризации τ

- Больше значение τ - больше штрафа за переобучение (но сходимость медленнее!)
- Методом скользящего контроля (cross-validation);

Замечание. В англоязычной литературе зачастую данная техника называется “Weight Decay” (из-за того, что веса линейно уменьшаются каждый шаг), а сам коэффициент WD обычно задается явно (и равен в обозначениях выше $\tau\eta$).



Плюсы

- Легко реализуется на практике;
- Легко обобщается на любые алгоритмы и функции потерь;
- Возможно онлайн до-обучение (для нового x_i);
- Необязательно использовать все объекты x_i .

Плюсы и минусы SGD

Плюсы

- Легко реализуется на практике;
- Легко обобщается на любые алгоритмы и функции потерь;
- Возможно онлайн до-обучение (для нового x_i);
- Не обязательно использовать все объекты x_i .

Минусы

- На практике возможны расходимость / медленная сходимость;
- Локальные минимумы!!!
- Подбор шага градиента, условия остановки неочевидны.



- 1 Эмпирическим риском измеряем качество классификатора

Takeaway notes

- 1 Эмпирическим риском измеряем качество классификатора
- 2 На практике используется аппроксимационный эмпирический риск

Takeaway notes

- 1 Эмпирическим риском измеряем качество классификатора
- 2 На практике используется аппроксимационный эмпирический риск
- 3 Градиентный спуск – алгоритм оптимизации первого порядка

- 1 Эмпирическим риском измеряем качество классификатора
- 2 На практике используется аппроксимационный эмпирический риск
- 3 Градиентный спуск – алгоритм оптимизации первого порядка
- 4 SGD – практическая версия GD

- 1 Эмпирическим риском измеряем качество классификатора
- 2 На практике используется аппроксимационный эмпирический риск
- 3 Градиентный спуск – алгоритм оптимизации первого порядка
- 4 SGD – практическая версия GD
- 5 L_2 -Регуляризация возникает из-за принципа MAP и изменяет коэффициенты для SGD

