

# **Operations Research and Graphs**

**Spring 2019**

**Professeur :** Pr. Christian PRINS

**Groupe de projet :** LEPICIER Matthieu  
MILON Charles

## INTRODUCTION

---

Dans le cadre de l'UE CL03 nous étudions la logistique de distribution et du transport. Cette discipline est au cœur des problématiques des entreprises et de la Supply Chain. Le but premier étant l'optimisation de la partie externe de la logistique (flux, localisation, transport etc.), il est ainsi nécessaire de maîtriser la modélisation mathématique en vue d'une optimisation par la programmation linéaire ou les heuristiques. Nous allons dans le cadre de cette UE nous intéresser à un pays fictif, le Celadesh, pour lequel nous optimiserons différents aspects, afin de se rapprocher au plus de problématiques réelles et de percevoir les diverses applications possibles. Le présent rapport tient compte de notre démarche de résolution pour chacun d'entre eux et de notre analyse des résultats en fonction de la situation.

---

# Table des matières

<b>TABLE DES FIGURES .....</b>	<b>4</b>
<b>1 – INTRODUCTION.....</b>	<b>5</b>
<b>2 – PLACEMENT DE RELAIS DE TELEVISION .....</b>	<b>6</b>
2.A - CAHIER DES CHARGES .....	6
2.A - DECLARATION VARIABLE.....	6
2.A MODELE .....	6
2.B - CAHIER DES CHARGES .....	8
2.B - MODELE .....	8
2.B - RESULTATS .....	9
2.C - CAHIER DES CHARGES .....	9
2.C - MODELE .....	9
2.C - RESULTATS .....	10
2.C - ANALYSE DE RESULTATS.....	10
<b>3 – CALCUL DES DISTANCIERS.....</b>	<b>11</b>
3.A - DECLARATION DES VARIABLES .....	11
3.B - COLLECTE DES DONNEES .....	11
3.C - APPEL DE LA PROCEDURE DE DIJKSTRA.....	12
3.D - LES PROCEDURES DE DIJKSTRA .....	12
<b>4 – CONSTRUCTION D’UNIVERSITES.....</b>	<b>14</b>
4.A - CAHIER DES CHARGES .....	14
4.A - DECLARATION VARIABLE.....	14
4.A - MODELE.....	14
4.A - RESULTATS .....	15
4.A - ANALYSE DE RESULTATS.....	16
4.B - DECLARATION VARIABLE SUPPLEMENTAIRE .....	17
4.B - MODELE.....	17
4.B - RESULTATS .....	18
4.B - ANALYSE DE RESULTATS.....	19
<b>5 – PLACEMENT D’ENTREPOTS.....</b>	<b>20</b>
5.A - CAHIER DES CHARGES .....	20
5.A - DECLARATION VARIABLE.....	20
5.A - MODELE.....	20
5.B - CAHIER DES CHARGES .....	22
5.B – MODELE .....	22
5.B - RESULTATS .....	23
5.B - ANALYSE RESULTATS.....	24
<b>6 – TRANSPORT DE CONTENEURS.....</b>	<b>26</b>
6.A - CAHIER DES CHARGES .....	26
6.A - DECLARATION VARIABLES .....	26
6.A - RESULTATS .....	28
6.A - ANALYSE DE RESULTATS.....	30
6.B - CAHIER DES CHARGES .....	32
6.B – MODELE .....	32
6.B - RESULTATS .....	33
6.B - ANALYSE DE RESULTATS.....	34
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>36</b>

## Table des figures

---

Figure 1. Carte routière du Celadesh .....	5
Figure 2. Résultats du PL d'ouverture des relais de télévision .....	7
Figure 3. Résultats du PL d'ouverture de relais de télévision (deux relais minimum couvrent chaque ville) .....	9
Figure 4. Nombre d'ouverture de relais en fonction de la distance $D_c$ en Km.....	10
Figure 5. Résultats du PL d'ouverture d'université et nombre d'étudiants affectés à l'université .....	15
Figure 6. Représentation des zones de couverture des universités ouvertes .....	16
Figure 7. Représentation graphique de la répartition du nombre d'étudiants par université .....	16
Figure 8. Représentation graphique de l'ouverture d'une université dans chaque ville .....	17
Figure 9. Résultat du PL p-centre .....	18
Figure 10. Résultats du PL d'ouverture d'entrepôts dans les capitales régionales .....	21
Figure 11. Résultats du PL d'ouverture d'entrepôts dans les capitales régionales avec budget limité.....	23
Figure 12. Carte Emplacement entrepôts et affectations.....	24
Figure 13. Carte emplacement entrepôts et affectations avec budget limité.....	24
Figure 14. Représentation graphique de l'évolution des coûts fixes et des coûts de transports .....	25
Figure 15. Résultats du PL de problème de tournées de véhicules .....	28
Figure 16. Représentation des différentes tournées .....	30
Figure 17. Représentation des différentes tournées .....	30
Figure 18. Représentation des différentes tournées .....	31
Figure 19. Résultats du PL de problème de tournées de véhicules .....	33
Figure 20. Représentation des différentes tournées .....	34
Figure 21. Représentation des différentes tournées .....	34

## 1 – Introduction

**Pourquoi :** Le pays Céladesh souhaite développer son activité économique. En tant que consultants et au travers des 4 problèmes suivants, nous allons les aider dans la localisation des relais de télévision, des universités, des entrepôts et des tournées de véhicule.

**Mise en contexte :** Le Céladesh compte 25 villes, dont la capitale Mirapolis et des capitales régionales. Les villes sont reliées entre elles par des autoroutes (en rouge) ou des routes normales (en noir).

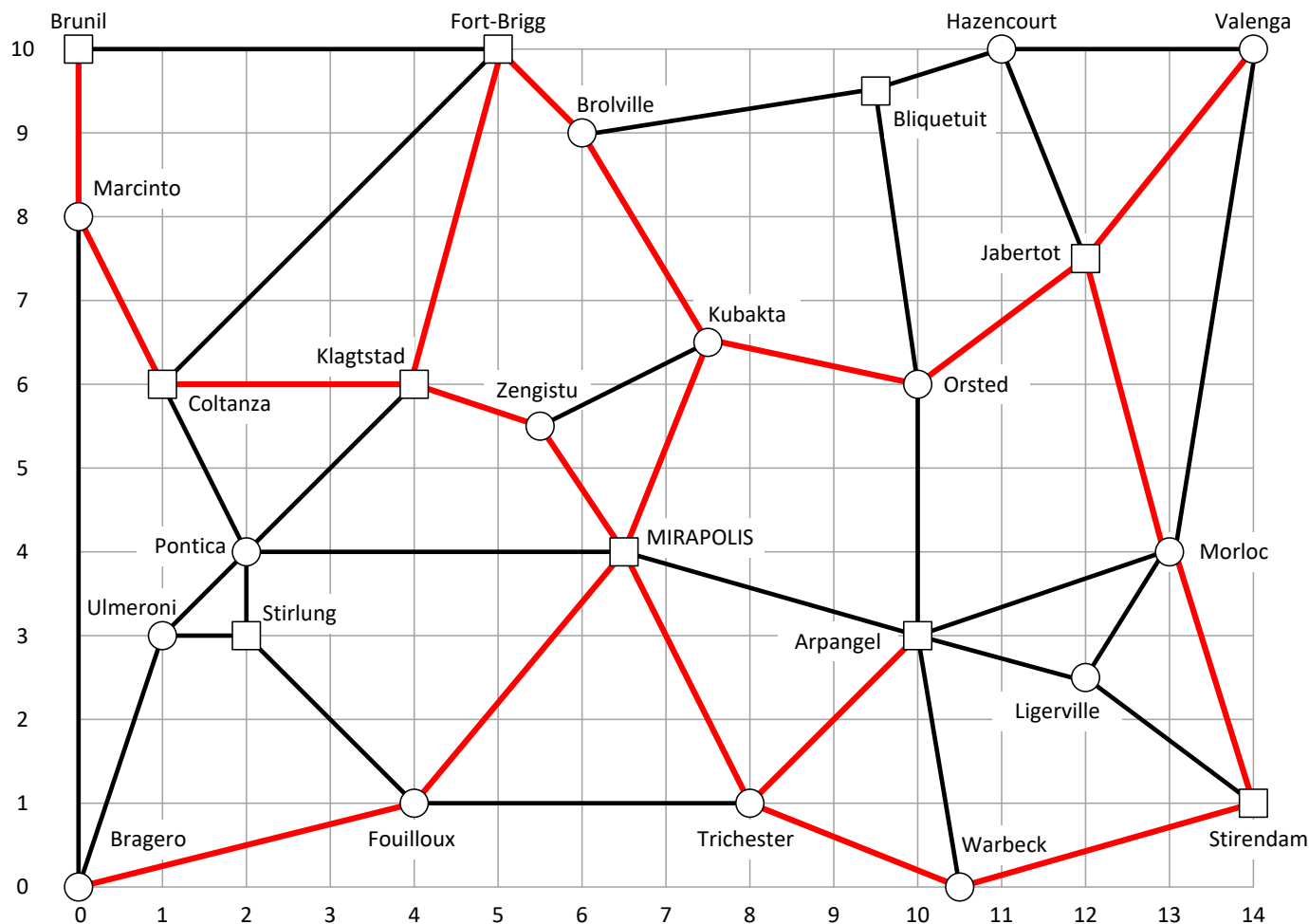


Figure 1. Carte routière du Céladesh

**Ligne directrice :** Afin de résoudre ce projet, nous établissons le modèle mathématique, puis nous résolvons avec le logiciel Gusek, ou Excel (pour l'exercice des distanciers). Les résultats sont ensuite retransmis dans notre rapport, puis une analyse, de ces derniers, est effectuée.

Les modèles mathématiques génériques utilisés pour la programmation Gusek sont tous donnés dans le dossier.

## 2 – Placement de relais de télévision

---

### MODELISATION :

#### 2.A - Cahier des charges (Assumptions)

*Ce problème consiste à déterminer l'emplacement des relais de télévision, ainsi que le nombre nécessaire pour couvrir toutes les villes. Nous créons un seul relais dans chaque ville : il couvre alors cette ville et les villes à 5 km au maximum. Nous partons du principe qu'il n'y a pas de perte d'émission. La matrice des distances euclidiennes entre les villes a été calculée avec Gusek dans les paramètres et est exprimé en kilomètre.*

#### 2.A - Déclaration variable

- $n$  nombre de site potentiel indicé par  $j$
- $m$  nombre de client indicé par  $i$
- $D_c$  distance de couverture en km
- $D_{ij}$  distance euclidienne en km entre le site  $j$  et le client  $i$
- $y_j$  variable de décision à 1 si antenne construite dans la ville  $j$

#### 2.A Modèle

**Objectif :** Déterminer les emplacements de construction d'antennes afin de couvrir la totalité des habitants avec un nombre minimal d'antenne.

$$(1) \quad \text{Min} \sum_{j=1}^n y_j$$

$$(2) \quad \forall i = 1 \dots m : \sum_{j=1}^n y_j D_{ij} \leq D_c$$

$$(3) \quad \forall j = 1 \dots n : y_j \in \{0,1\}$$

#### Contraintes de Z :

- (1) Fonction-objectif qui minimise le nombre de site ouvert
- (2) Contrainte où tout client  $i$  est couvert par au moins un site  $j$  si la distance entre  $i$  et  $j$  est inférieure ou égale à la distance de couverture  $D_c$
- (3)  $y_j$  variable de décision binaire (1 si site  $j$  est ouvert)

## 2.A - Résultats

Comme nous pouvons le voir, la résolution nous donne une ouverture des antennes dans les villes de Valenga, Pontica, Fort-Brigg, Arpangel ainsi que les villes couvertes par chaque antenne :

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Valenga

Valenga couvre les villes :

- Valenga
- Hazencourt
- Bliquetuit
- Jabertot

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Pontica

Pontica couvre les villes :

- Fouilloux
- Klagstad
- Ulmeroni
- Pontica
- Stirlung
- Coltanza
- Marcinto
- Mirapolis
- Bragero
- Zengistu

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Fort-Brigg

Fort-Brigg couvre les villes :

- Brunil
- Klagstad
- Broilville
- Fort-Brigg
- Kubakta
- Bliquetuit
- Zengistu

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Arpangel

Arpangel couvre les villes :

- Orsted
- Morloc
- Mirapolis
- Warbeck
- Kubakta
- Stirendam
- Arpangel
- Jabertot
- Ligerville
- Trichester

Figure 2. Résultats du PL d'ouverture des relais de télévision

## 2.B - Cahier des charges (Assumptions)

*Ce problème reprend la problématique précédente. Cette fois ci, nous créons un réseau redondant permettant d'avoir chaque ville couverte même si un relais tombe en panne. La matrice des distances euclidiennes entre les villes a été calculée avec Gusek et est exprimée en kilomètre.*

## 2.B - Modèle

**Objectif :** Déterminer les emplacements de construction d'antennes afin de couvrir la totalité des habitants avec au moins deux antennes et toujours avec un nombre minimal d'antenne.

$$(1) \text{ Min } \sum_{j=1}^n y_j$$

$$(2) \forall i = 1 \dots m : \sum_{j=1}^n y_j A_{ij} \geq 2$$

$$(3) \forall j = 1 \dots n : y_j \in \{0,1\}$$

### Contraintes de Z :

- (1) Fonction-objectif qui minimise le nombre de site ouvert
- (2) Contrainte où tout client i est couvert par au moins deux sites j
- (3)  $y_j$  variable de décision binaire (1 si site j est ouvert)



## 2.B - Résultats

Comme nous pouvons le voir, la résolution nous donne une ouverture des antennes dans les villes de Valenga, Fouilloux, Pontica, Coltanza, Warbeck, Fort-Brigg, Bliquetuit, Arpangel ainsi que les villes couvertes par chaque antenne.

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Valenga

Valenga couvre les villes :

- Valenga
- Hazencourt
- Bliquetuit
- Jabertot

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Fouilloux

Fouilloux couvre les villes :

- Fouilloux
- Klagstad
- Ulmeroni
- Pontica
- Stirlung
- Mirapolis
- Bragero
- Zengistu
- Trichester

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Pontica

Pontica couvre les villes :

- Fouilloux
- Klagstad
- Ulmeroni
- Pontica
- Stirlung
- Coltanza
- Marcinto
- Mirapolis
- Bragero
- Zengistu

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Coltanza

Coltanza couvre les villes :

- Brunil
- Klagstad
- Ulmeroni
- Pontica
- Stirlung
- Coltanza
- Marcinto
- Zengistu

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Warbeck

Warbeck couvre les villes :

- Morloc
- Warbeck
- Stirendam
- Arpangel
- Ligerville
- Trichester

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Fort-Brigg

Fort-Brigg couvre les villes :

- Brunil
- Klagstad
- Brolville
- Fort-Brigg
- Kubakta
- Bliquetuit
- Zengistu

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Bliquetuit

Bliquetuit couvre les villes :

- Orsted
- Valenga
- Brolville
- Hazencourt
- Fort-Brigg
- Kubakta
- Bliquetuit
- Jabertot

### Ouverture d'un relais de télévision dans la ville Arpangel

Arpangel couvre les villes :

- Orsted
- Morloc
- Mirapolis
- Warbeck
- Kubakta
- Stirendam
- Arpangel
- Jabertot
- Ligerville
- Trichester

Figure 3. Résultats du PL d'ouverture de relais de télévision (deux relais minimum couvrent chaque ville)

## 2.C - Cahier des charges (Assumptions)

Ce problème consiste à garder le réseau redondant précédent, mais en diminuant la distance de couverture à 3km.

### 2.C - Modèle

$$(1) \quad \text{Min} \sum_{j=1}^n y_j$$

$$(2) \quad \forall i = 1 \dots m : \sum_{j=1}^n y_j A_{ij} \geq 2$$

$$(3) \quad \forall i = 1 \dots m : \sum_{j=1}^n y_j D_{ij} \leq 3$$

$$(4) \quad \forall j = 1 \dots n : y_j \in \{0,1\}$$

## Contraintes de Z :

- (1) Fonction-objectif qui minimise le nombre de site ouvert
- (2) Contrainte où tout client  $i$  est couvert par au moins deux sites  $j$
- (3) Contrainte où tout client  $i$  est couvert par au moins un site  $j$  si la distance entre  $i$  et  $j$  est inférieure ou égale à la distance de couverture (ici 3km)
- (4)  $y_j$  variable de décision binaire (1 si site  $j$  est ouvert)

## 2.C - Résultats

Le modèle ne trouve pas de solution réalisable. En utilisant la distance de couverture de 5 km mais en affichant cette fois ci la matrice de la distance entre  $i$  et  $j$ , on remarque que pour la ville 22 aucune autre ville à part elle-même est à moins de 3 km.

## 2.C - Analyse de résultats

Le graphique montre l'évolution du nombre de relais ouverts nécessaires pour couvrir le réseau non redondant et le réseau redondant en fonction de la distance de couverture. Pour le réseau non redondant, à partir d'une distance de couverture de 11, il ne faut qu'un relais ouvert dans la ville de Ostred.

Pour le réseau redondant, à partir d'une distance de couverture de 10, il ne faut que deux relais ouverts. Le nom des villes concernées change à chaque incrémentation de  $D_c$ .

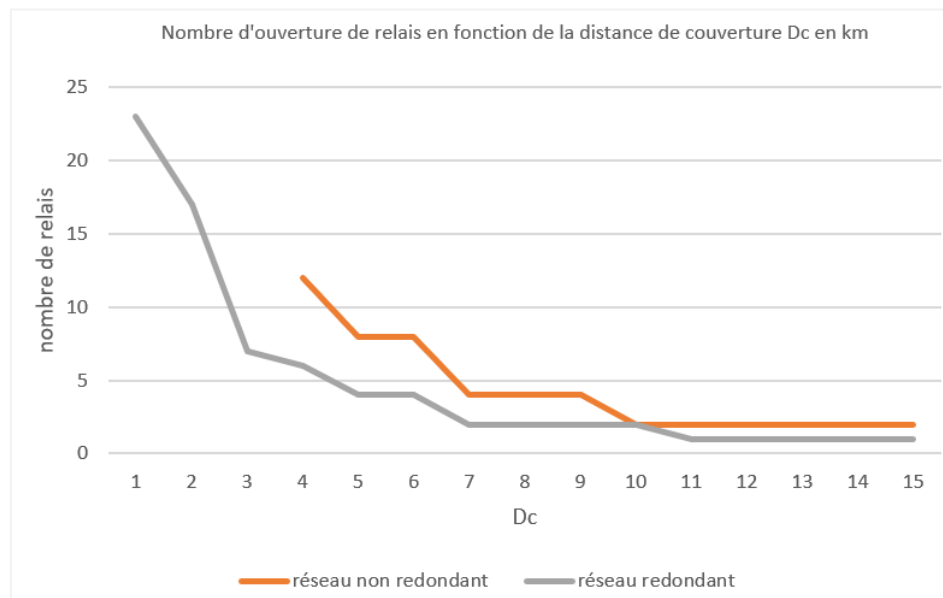


Figure 4. Nombre d'ouverture de relais en fonction de la distance  $D_c$  en Km

### 3 – Calcul des distanciers

---

*L'algorithme de Dijkstra est connu pour calculer des plus courts chemins, où des chemins optimaux selon des critères donnés en corrélation avec les coûts qui pondèrent les arcs du graphe valué. Les données du graphe du Celadesh nous ont été fournies sur un document Excel, nous avons donc choisi de calculer les distanciers du Celadesh directement sur Excel via une macro VBA. Bien que loin d'être le plus rapide, ce langage simplifie le travail de lecture des données sur Excel.*

*Nous avons calculé les distanciers selon des distances minimales et selon des temps minimaux. En effet le graphe du Celadesh comprenant routes et autoroutes, dont les vitesses de circulation diffèrent, cela implique que les chemins optimaux pour aller d'une ville à une autre selon un critère ou l'autre ne seront pas nécessairement les mêmes.*

Le langage VBA est un langage dit de haut niveau il est ainsi proche du langage de l'Homme, nous avons de plus choisi des noms de variables à mi-chemin entre langage de l'homme et langage informatique, à cela s'ajoute de nombreux commentaires, notre code est donc assez simple à comprendre à sa lecture. Le code de Dijkstra sera joint au présent rapport. Nous souhaitons dans cette partie proposer une explication plus personnelle de la méthode, une argumentation de nos choix et un rapport des difficultés rencontrées. Nous passerons si besoin par des étapes de Pseudo-Langage pour nous faire comprendre.

Nous disposons des données suivantes :

- Noms et numéro des villes
- Position X et Y de chaque ville sur le graphe
- Ensemble des arcs et leurs états (autoroute ou route normale)

#### 3.A - Déclaration des variables

Chaque donnée a son format, il faut donc déclarer toutes les variables dont nous aurons besoin en nombre suffisant et aux formats adéquats. Lors de cette étape il y a deux points cruciaux. Tout d'abord il faut noter que l'ensemble des tableaux sur VBA commencent à être indicé à 0, ainsi notre ensemble de 25 villes sera donc correspondant à un indice de 0 à 24 que nous retrouverons dans l'ensemble de nos tableaux. Deuxièmement, nous savons par avance que nous allons définir des fonctions annexes que nous appellerons depuis le programme principal. Afin que les informations circulent bien, il est nécessaire de faire la différence entre les variables locales (Dim) et les variables globales (Global).

#### 3.B - Collecte des données

*Pour rappel le graphe du Celadesh est non-orienté, cependant d'un point de vue informatique nous l'avons codé en tant que graphe orienté symétrique, la matrice d'adjacence A est donc symétrique donc si  $A_{ij} = 1$  alors  $A_{ji} = 1$ .*

Pour les 46 arcs :

```
Récupération des noms des villes de l'arc (Feuille 2)
Récupération des numéros correspondants aux villes (Feuille 1)
Remplir la matrice d'adjacence symétriquement
Calcul des distances euclidiennes des arcs depuis les positions X et Y
Remplir le tableau des distances des arcs symétriquement
```

```

Si c'est une route normale :
    Calculer le temps pour une vitesse de 80 Km/h
    Remplir le tableau des temps des arcs symétriquement
Sinon :
    Calculer le temps pour une vitesse de 110 Km/h
    Remplir le tableau des temps des arcs symétriquement
Fin Si
Fin Pour

```

Nous avons à cette étape connaissance de l'ensemble des arcs du graphe du pays, nous avons informatiquement codé le graphe orienté symétrique et valué du Celadesh. Nous avons des valeurs pour les distances ou pour les temps. Toutes les données collectées et traitées ont été enregistrées dans des variables ou tableaux, certaines d'entre elles ont été retranscrites sur la feuille.

### 3.C - Appel de la procédure de Dijkstra

*L'algorithme de Dijkstra tel que nous l'avons vu en cours calcul l'ensemble des labels des sommets d'un graphe pour aller d'une source  $s$  à une destination  $t$ . Cependant pour tout sommet différent de  $s$  et de  $t$  le label qui lui est fixé est aussi le plus court chemin selon Dijkstra pour aller de  $s$  à ce sommet. Dijkstra calcul donc les PCC pour aller d'une source à tout autre sommet du graphe. Inutile donc d'appliquer  $25 \times 25$  fois l'algorithme de Dijkstra, 25 fois suffiront si l'on récupère bien l'ensemble des labels et l'ensemble du tableau des prédécesseurs.*

*Pour  $s$  parmi les 25 villes sources différentes :*

```

Appeler la procédure de Dijkstra en distance (Selon  $s$ )
Appeler la procédure de Dijkstra en temps (Selon  $s$ )

```

*Pour les 25 villes :*

```

    Retranscrire le PCC en distance de la source à cette ville
    Retranscrire le PCC en temps de la source à cette ville
    Retranscrire les Prédécesseurs (distance) de la source à cette ville
    Retranscrire les Prédécesseurs (temps) de la source à cette ville

```

*Fin Pour*

*Fin Pour*

### 3.D - Les procédures de Dijkstra

*Nous avons en effet par simplicité choisi de définir deux fonctions qui correspondent à l'algorithme de Dijkstra. Ces deux fonctions sont appelées ci-dessus et respectent chacune le critère de plus courte distance et plus petit temps.*

Ces fonctions ont une structure semblable à l'algorithme de Dijkstra tel qu'il est présenté dans le cours de CL03 et tel que nous l'avons étudié. Vous trouverez ci-dessous un rappel de cet algorithme en style informatique (Pseudocode). C'est ce modèle que nous avons directement adapté au langage VBA. Les difficultés étaient les suivantes :

- Toujours réinitialiser les données à chaque début de fonction (F, P, V, V[s])
- Toujours adapter nos indices au format VBA (0 à 24)
- Remplacer la valeur  $+\infty$  par une grande valeur : 1 000 000

- Voir l'ensemble F comme un tableau binaire avec  $F[i] = 1$  si le Label du nœud i est fixé, 0 sinon.

```

Mettre V à  $+\infty$ , V[s]=P=0, F= $\emptyset$  // initialisation
for k := 1 to n do // boucle principale (k est un compteur)
  Vmin :=  $+\infty$  // cherche x non fixé de label min
  for y := 1 to n with  $y \notin F$  and  $V[y] < Vmin$  do
    x := y
    Vmin := V[y]
  endfor
  ajouter x à F // on fixe x
  for each y successeur de x do // mise à jour des successeurs y
    if  $Vmin + C[x,y] < V[y]$  then // si le label de y est améliorable
      V[y] :=  $Vmin + C[x,y]$ 
      P[y] := x // mémorise d'où on vient
    endif
  endfor
endfor

```

Par la suite, l'ensemble du tableau F doit avoir la valeur 1, tous les labels des sommets du graphe sont fixés et chaque sommet se voit attribuer un prédécesseur. C'est alors qu'il est nécessaire de bien lire les données. Toujours en s'attardant sur la particularité des indices en VBA il faut maintenant dans la colonne s de notre source du distancier, rentrer tous les labels de tous les sommets du graphe.

Ainsi nous avons calculé les distanciers et tableaux de prédécesseurs selon Dijkstra pour le Celadesh. Nous avons retranscrit ces informations directement dans Excel afin de simplifier leurs utilisations pour la suite de notre étude via le logiciel GUSEK.

## 4 – Construction d'Universités

---

### MODELISATION :

#### 4.A - Cahier des charges (Assumptions)

*Ce problème consiste à déterminer quelles sont les 4 capitales régionales qui accueilleront une université. Nous construisons une seule université dans la capitale régionale choisie. Le but est de minimiser le temps moyen parcouru par les étudiants, représentant 2% de la population dans chaque ville. Nous partirons du principe qu'il faut affecter chaque ville à l'université créée la plus proche, et que le temps de trajet pour un étudiant qui va à une université dans sa ville d'origine est négligeable.*

#### 4.A - Déclaration variable

- $n$  nombre site potentiel pour les universités indicé par  $j$
- $m$  nombre de ville avec des étudiants indicé par  $i$
- $p$  nombre d'université à ouvrir
- $q_i$  nombre d'étudiant dans la ville  $i$
- $t_{ij}$  temps de trajet entre le client  $i$  et le site  $j$
- $x_j$  variable de décision à 1 si université ouverte dans la ville  $j$
- $y_{ij}$  variable de décision à 1 si ville  $i$  affectée à l'université dans la ville  $j$

#### 4.A - Modèle

**Objectif :** Déterminer les emplacements des universités parmi un ensemble de sites potentiels afin de minimiser le temps moyen de trajet d'un étudiant à son université.

$$(1) \quad \text{Min} \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n q_i t_{ij} y_{ij}$$

$$(2) \quad \sum_{j=1}^n x_j = p$$

$$(3) \quad \forall i = 1 \dots m, \forall j = 1 \dots n : y_{ij} \leq x_j$$

$$(4) \quad \forall i = 1 \dots m : \sum_{j=1}^n y_{ij} = 1$$

$$(5) \quad \forall j = 1 \dots n : x_j \in \{0,1\}$$

$$(6) \quad \forall i = 1 \dots m, \forall j = 1 \dots n : y_{ij} \in \{0,1\}$$

## Contraintes de Z :

- (1) Fonction-objectif qui minimise le temps de trajet moyen pondéré par le nombre d'étudiant
- (2) Contrainte où le nombre total d'université à ouvrir est égale à p
- (3) Contrainte qui n'affecte pas d'étudiant à une université fermée
- (4) Contrainte où les étudiants sont affectés à une université
- (5)  $x_j$  variable de décision binaire (1 si université j est ouverte)
- (6)  $y_{ij}$  variable de décision binaire (1 si site étudiant i affecté à l'université j)

## 4.A - Résultats

Comme nous pouvons le voir, la résolution nous donne une ouverture des universités dans les villes de Stirlung, Coltanza, Bliquetuit, Arpangel ainsi que le nombre d'étudiant, les villes affectées à chaque université et le temps maximal de trajet.

```
Temps maximum d'une ville à une université : 364 minutes

Ouverture d'une université dans la ville Stirlung avec 8260 étudiants
Y étudieront les étudiants des villes de :
-Fouilloux
-Ulmeroni
-Pontica
-Stirlung
-Bragero

Ouverture d'une université dans la ville Coltanza avec 13880 étudiants
Y étudieront les étudiants des villes de :
-Brunil
-Klagstad
-Coltanza
-Marcinto
-Zengistu

Ouverture d'une université dans la ville Bliquetuit avec 10940 étudiants
Y étudieront les étudiants des villes de :
-Valenga
-Brolville
-Hazencourt
-Fort-Brigg
-Bliquetuit
-Jabertot

Ouverture d'une université dans la ville Arpangel avec 18720 étudiants
Y étudieront les étudiants des villes de :
-Orsted
-Morloc
-Mirapolis
-Warbeck
-Kubakta
-Stirendam
-Arpangel
-Ligerville
-Trichester
```

Figure 5. Résultats du PL d'ouverture d'université et nombre d'étudiants affectés à l'université

Soit le schéma suivant représentant les zones de couverture de chaque université

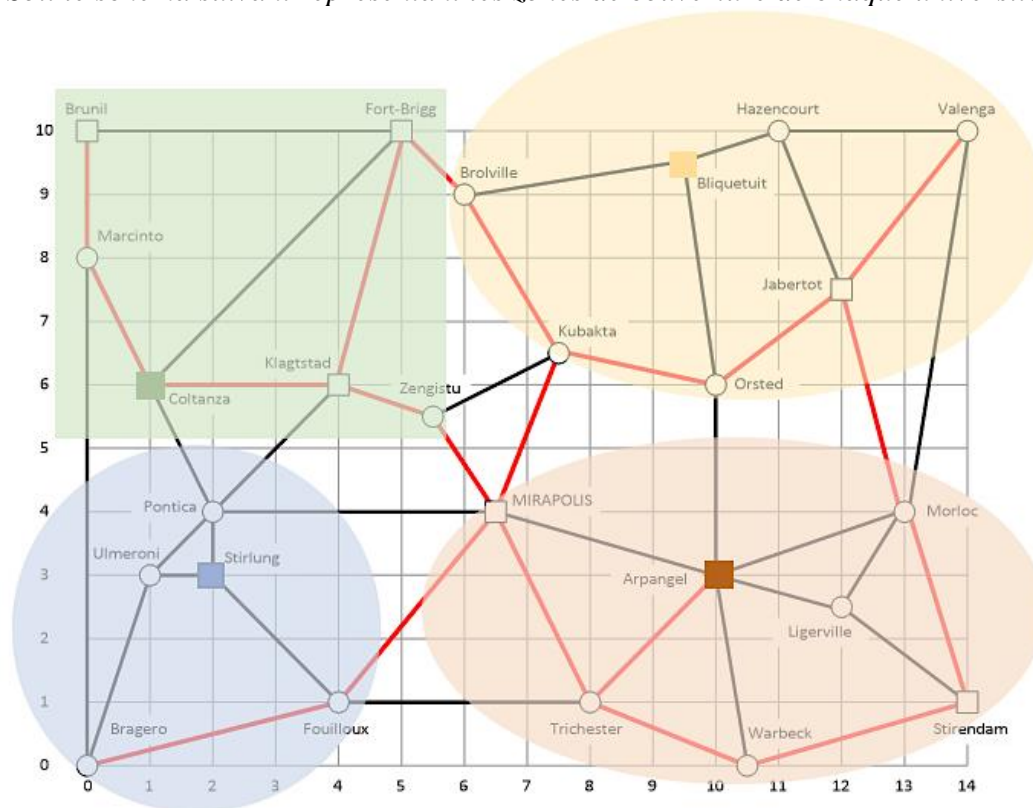


Figure 6. Représentation des zones de couverture des universités ouvertes

#### 4.A - Analyse de résultats

Le graphique met en évidence une surreprésentation du nombre d'étudiants dans la capitale régionale de Arpangel, ce qui représente plus que le double du nombre d'étudiants dans la capitale régionale de Stirlung.

Si on souhaite homogénéiser le nombre d'étudiants affecté à chaque université, il faudrait ouvrir plus d'université.

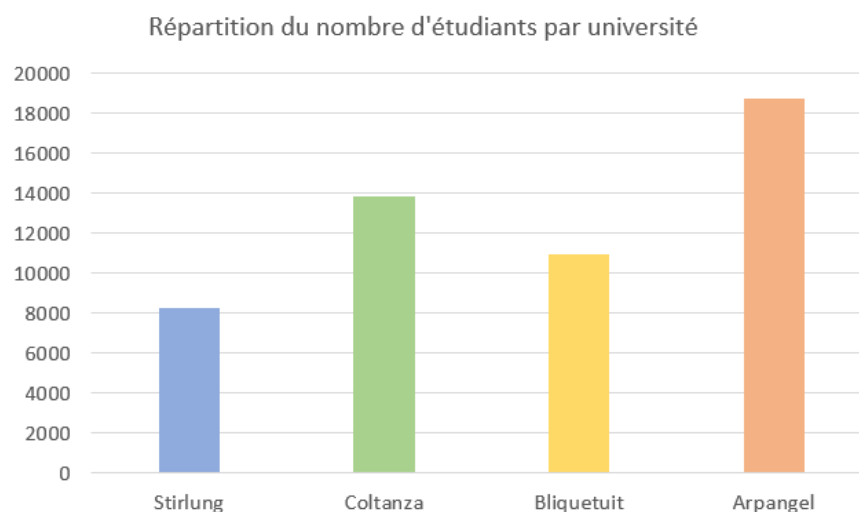


Figure 7. Représentation graphique de la répartition du nombre d'étudiants par université



Cependant même en augmentant le nombre d'université jusqu'au maximum, c'est-à-dire 9, il existe encore de grande disparité dans la population étudiante.

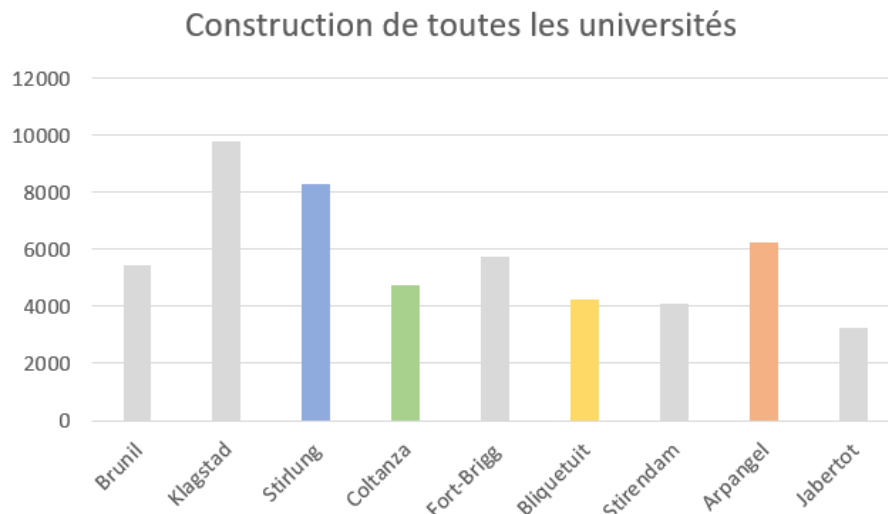


Figure 8. Représentation graphique de l'ouverture d'une université dans chaque ville

Il faudra impérativement que le pays prenne en compte cette disparité et construise des universités adaptées au nombre d'étudiants. Ainsi, le prix de construction de chaque université variera en fonction de son emplacement. Il est aussi possible, selon les emplacements candidats (ici les capitales régionale), de limiter le nombre d'étudiants par site, on peut via la programmation linéaire répartir les affectations moyennant un certain pourcentage d'augmentation d'une solution optimale déjà trouvée.

Dans un modèle comme celui-ci nous tenons compte de la population afin de trouver une solution qui minimise le temps moyen de trajet entre le domicile d'un étudiant et son université. Cela implique que si un seul étudiant est très éloigné de son université il aura peu d'impact sur la solution finale et sera peut-être lésé par rapport à la majorité.

En logistique de secours ce type de résultat n'est pas acceptable, l'ensemble de la population doit être couverte de la même manière. Il existe pour cela le modèle du p-centre très similaire qui consiste à minimiser la distance maximale d'affectation. D'un point de vue politique, éthique, nous pourrions supposer que le Céladesh souhaite lutter contre l'isolement rurale et privilégier un modèle du p-centre pour ne pas léser les petites villes en termes d'accès aux universités.

*Nous avons donc choisi d'appliquer le modèle du p-centre à ce problème afin d'en observer les résultats. Les modèles étant très similaires seules les conditions du problème varient légèrement. Nous ne ferons apparaître ci-dessous que les contraintes nouvelles ou ayant changées, ainsi que les nouvelles variables.*

#### 4.B - Déclaration variable supplémentaire

- $z$  variable du p-centre qui prend la valeur de la distance maximum pour faire un Min-Max

#### 4.B - Modèle

**Objectif :** Déterminer les emplacements des universités parmi un ensemble de site potentiel afin de minimiser le temps maximal de trajet d'un étudiant à son université.

(1)  $\text{Min } z$

$$(2) \quad \forall i = 1 \dots m : z \geq \sum_{j=1}^n t_{ij} y_{ij}$$

(8)  $z \geq 0$

#### Contraintes de Z :

- (1) Fonction-objectif qui minimise le temps de trajet maximal pondéré par le nombre d'étudiant
- (2) Contrainte qui affecte à la variable z le temps maximal de trajet en fonction des affectations
- (3) z variable réelles supérieure ou égale à 0

#### 4.B - Résultats

Comme nous pouvons le voir, la résolution nous donne une ouverture des universités dans les villes de Klagstad, Coltanza, Bliquetuit, Arpangel ainsi que le nombre d'étudiant, les villes affectées à chaque université et le temps maximal de trajet.

Temps maximum d'une ville à une université : 704 minutes

Ouverture d'une université dans la ville Klagstad avec 24060 étudiants  
Y étudieront les étudiants des villes de :

- Orsted
- Valenga
- Fouilloux
- Morloc
- Klagstad
- Ulmeroni
- Pontica
- Brolville
- Marcinto
- Mirapolis
- Warbeck
- Kubakta
- Jabertot
- Bragero
- Zengistu

Ouverture d'une université dans la ville Coltanza avec 15320 étudiants  
Y étudieront les étudiants des villes de :

- Brunil
- Stirlung
- Coltanza
- Fort-Brigg

Ouverture d'une université dans la ville Bliquetuit avec 4220 étudiants  
Y étudieront les étudiants des villes de :

- Hazencourt
- Bliquetuit

Ouverture d'une université dans la ville Arpangel avec 8200 étudiants  
Y étudieront les étudiants des villes de :

- Stirendam
- Arpangel
- Ligerville
- Trichester

Figure 9. Résultat du PL p-centre

#### **4.B - Analyse de résultats**

Il s'agit là d'un résultat très surprenant, le temps maximum d'une ville à l'université à laquelle elle est affectée est exactement le même sur les deux modèles. Il correspond au temps de trajet : Kubakta – Arpangel.

Autrement dit, il est possible de tenir compte des populations de chaque ville pour réduire le temps moyen de trajet d'un étudiant à l'Université à laquelle il est affecté sans défavoriser le moindre étudiant du pays. On peut ainsi bénéficier de tous les avantages du p-médian tout en restant correcte politiquement parlant.

Notons cependant qu'au moindre changement, comme suggéré dans l'analyse de résultats ci-précédent, l'équivalence p-médian p-centre ne serait très probablement plus d'actualité. Si l'on veut tenir compte de composante politique ou éthique en tout genre il est bon de tester les différents modèles à chaque changement.

## 5 – Placement d'entrepôts

---

### MODELISATION :

#### 5.A - Cahier des charges (Assumptions)

*Ce problème consiste à déterminer l'emplacement des entrepôts d'une brasserie dans les capitales régionales. Le but est minimiser le coût total mensuel, comprenant le coûts fixe de l'entrepôts et les coûts de transport, et de satisfaire la demande de la population.*

*Nous partons du principe que la prévision de consommation mensuelle de bière par habitant est correcte et est de 1,8 litres. Le coût de transport d'un mètre-cube de bière est de 0,2 euro par kilomètre.*

#### 5.A - Déclaration variable

- $n$  nombre site potentiel pour les entrepôts indicé par  $j$
- $m$  nombre de ville avec des clients indicé par  $i$
- $dmd_i$  demande dans la ville  $i$
- $capa_j$  capacité du dépôt  $j$
- $co_i$  coût d'exploitation mensuel de l'entrepôt  $i$
- $ct_{ij}$  coût de transport entre le client  $i$  et le site  $j$
- $y_i$  variable de décision à 1 si entrepôt ouverte dans la ville  $i$
- $x_{ij}$  variable de décision à 1 si l'entrepôt  $i$  livre la ville  $j$

#### 5.A - Modèle

**Objectif :** Déterminer dans quelle ville il faut ouvrir les entrepôts afin de satisfaire la demande et de minimiser leurs coûts totaux mensuels comprenant les coûts d'exploitation et les coûts de transport.

$$(1) \quad \text{Min} \quad \sum_{i=1}^m co_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n ct_{ij} x_{ij}$$

$$(2) \quad \forall j = 1 \dots n : \sum_{i=1}^m x_{ij} = dmd_i$$

$$(3) \quad \forall i = 1 \dots m : \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq capa_j y_i$$

$$(4) \quad \forall i = 1 \dots m, \forall j = 1 \dots n : x_{ij} \geq 0$$

$$(5) \quad \forall i = 1 \dots n : y_i \in \{0,1\}$$

## Contraintes de Z :

- (1) Fonction-objectif qui minimise le coût mensuel de l'entrepôt et les coûts de transport
- (2) Contrainte qui satisfait la demande des villes
- (3) Contrainte où le dépôt fermé ne livre rien et le dépôt ouvert pas plus que sa capacité
- (4) Contrainte qui empêche la livraison négative de la fonction-objectif
- (5)  $y_i$  variable de décision binaire (1 si l'entrepôt  $i$  est ouvert)

## 5.A - Résultats

On trouve les coûts suivants : Coûts fixes : 383000  
Coûts de transport : 249511.680000

Il faut ouvrir des entrepôts aux capitales régionales : Brunil, Stirlung, Fort-Brigg, Arpangel.  
Ci-joint la liste détaillée des villes affectées par l'entrepôt et le nombre de litres associés.

Ouverture d'un entrepôt dans la ville Brunil  
Qui livrera les villes de :

- Brunil avec une quantité de 329400 litres
- Coltanza avec une quantité de 70600 litres
- Marcinto avec une quantité de 162000 litres

Ouverture d'un entrepôt dans la ville Stirlung  
Qui livrera les villes de :

- Fouilloux avec une quantité de 145800 litres
- Klagstad avec une quantité de 50600 litres
- Ulmeroni avec une quantité de 70200 litres
- Pontica avec une quantité de 115200 litres
- Stirlung avec une quantité de 369000 litres
- Coltanza avec une quantité de 356000 litres
- Bragero avec une quantité de 43200 litres

Ouverture d'un entrepôt dans la ville Fort-Brigg  
Qui livrera les villes de :

- Klagstad avec une quantité de 134800 litres
- Brolville avec une quantité de 136800 litres
- Hazencourt avec une quantité de 50400 litres
- Fort-Brigg avec une quantité de 253800 litres
- Kubakta avec une quantité de 126000 litres
- Bliquetuit avec une quantité de 329400 litres
- Zengistu avec une quantité de 118800 litres

Ouverture d'un entrepôt dans la ville Arpangel  
Qui livrera les villes de :

- Orsted avec une quantité de 79200 litres
- Valenga avec une quantité de 57600 litres
- Morloc avec une quantité de 102600 litres
- Mirapolis avec une quantité de 550800 litres
- Warbeck avec une quantité de 88200 litres
- Stirendam avec une quantité de 176400 litres
- Arpangel avec une quantité de 298800 litres
- Jabertot avec une quantité de 156600 litres
- Zengistu avec une quantité de 27000 litres
- Ligerville avec une quantité de 124200 litres
- Trichester avec une quantité de 138600 litres

Figure 10. Résultats du PL d'ouverture d'entrepôts dans les capitales régionales

## 5.B - Cahier des charges (Assumptions)

Ce problème consiste à déterminer l'emplacement des entrepôts d'une brasserie dans les capitales régionales. Le but est minimiser le coût total mensuel, comprenant le coût fixe de l'entrepôt et les coûts de transport, et d'assurer la demande de la population.

Nous partons du principe que les coûts fixes sont limités à hauteur de 350 000 euros par mois

### 5.B – Modèle

*CtFixeMax* valeur des coûts fixes maximum mensuels imposé

**Objectif :** Déterminer dans quelle ville il faut ouvrir les entrepôts afin de satisfaire la demande et de minimiser leurs coûts totaux mensuel comprenant les coûts d'exploitation et les coûts de transport avec une limite sur les coûts fixes.

$$(1) \quad \text{Min} \quad \sum_{i=1}^m co_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n ct_{ij} x_{ij}$$

$$(2) \quad \forall j = 1 \dots n : \sum_{i=1}^m x_{ij} = dmd_j$$

$$(3) \quad \forall i = 1 \dots m : \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq capa_i y_i$$

$$(4) \quad \forall i = 1 \dots m, \forall j = 1 \dots n : x_{ij} \geq 0$$

$$(5) \quad \forall i = 1 \dots m : y_i \in \{0,1\}$$

$$(6) \quad \forall i = 1 \dots m : \sum_{j=1}^n co_i y_i \leq CtFixeMax$$

#### Contraintes de Z :

- (1) Fonction-objectif qui minimise le coût mensuel de l'entrepôt et les coûts de transport
- (2) Contrainte qui satisfait la demande des villes
- (3) Contrainte où le dépôt fermé ne livre rien et le dépôt ouvert pas plus que sa capacité
- (4) Contrainte qui empêche la livraison négative de la fonction-objectif
- (5)  $y_i$  variable de décision binaire (1 si l'entrepôt  $i$  est ouvert)
- (6) Budget limité

## 5.B - Résultats

On trouve les coûts suivants :      Coûts fixes : 348000  
   Coûts de transport : 324892.760000

Il faut ouvrir des entrepôts aux capitales régionales : Brunil, Klagstad, Arpangel.

Ouverture d'un entrepôt dans la ville Brunil  
Qui livrera les villes de :

- Brunil avec une quantité de 329400 litres
- Brolville avec une quantité de 136800 litres
- Coltanza avec une quantité de 280000 litres
- Marcinto avec une quantité de 162000 litres
- Fort-Brigg avec une quantité de 253800 litres

Ouverture d'un entrepôt dans la ville Klagstad  
Qui livrera les villes de :

- Klagstad avec une quantité de 185400 litres
- Ulmeroni avec une quantité de 70200 litres
- Pontica avec une quantité de 115200 litres
- Stirlung avec une quantité de 369000 litres
- Coltanza avec une quantité de 146600 litres
- Mirapolis avec une quantité de 498600 litres
- Kubakta avec une quantité de 126000 litres
- Bragero avec une quantité de 43200 litres
- Zengistu avec une quantité de 145800 litres

Ouverture d'un entrepôt dans la ville Arpangel  
Qui livrera les villes de :

- Orsted avec une quantité de 79200 litres
- Valenga avec une quantité de 57600 litres
- Fouilloux avec une quantité de 145800 litres
- Morloc avec une quantité de 102600 litres
- Hazencourt avec une quantité de 50400 litres
- Mirapolis avec une quantité de 52200 litres
- Warbeck avec une quantité de 88200 litres
- Bliquetuit avec une quantité de 329400 litres
- Stirendam avec une quantité de 176400 litres
- Arpangel avec une quantité de 298800 litres
- Jabertot avec une quantité de 156600 litres
- Ligerville avec une quantité de 124200 litres
- Trichester avec une quantité de 138600 litres

Figure 11. Résultats du PL d'ouverture d'entrepôts dans les capitales régionales avec budget limité

5.B - Analyse résultats

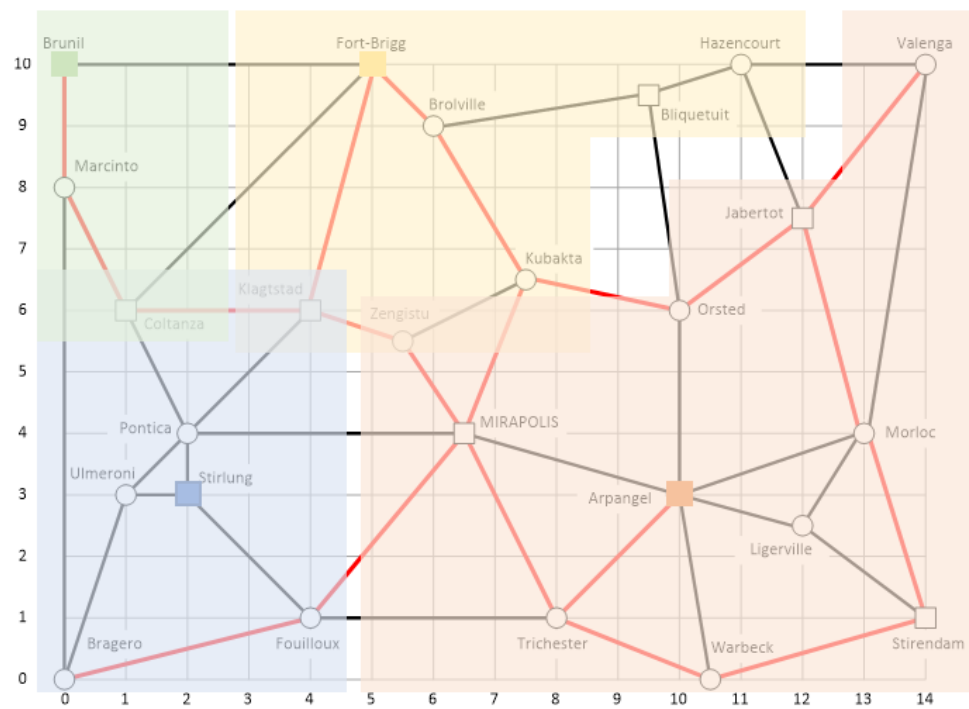


Figure 12. Carte Emplacement entrepôts et affectations

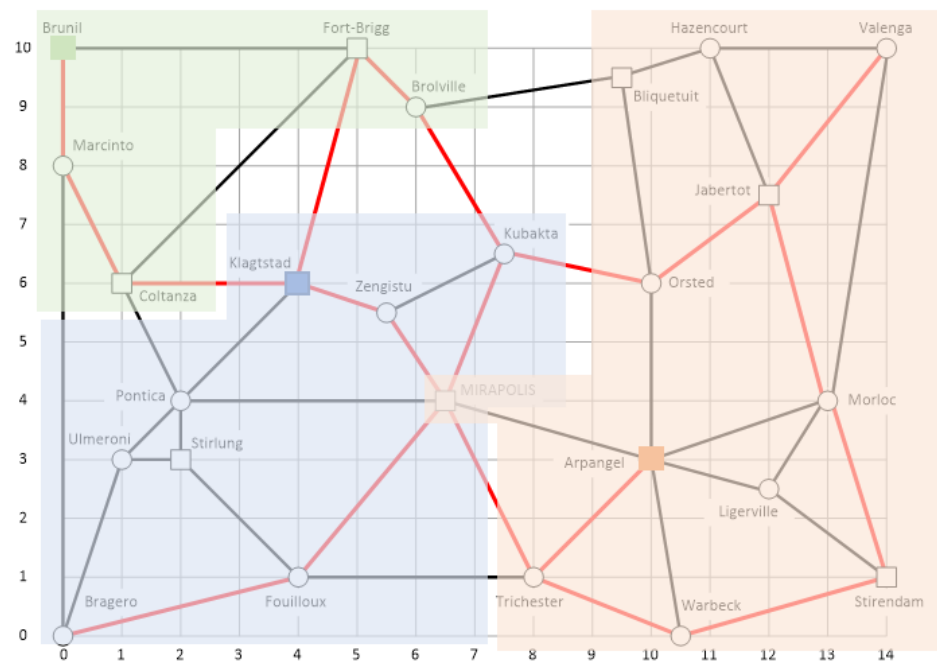


Figure 13. Carte emplacement entrepôts et affectations avec budget limité



Le graphique ci-dessous montre l'évolution des coûts fixes mensuels et les coûts de transports. Lorsque l'on diminue la valeur des coûts fixes mensuels, on remarque que les coûts de transports augmentent.

En ce qui concerne le nombre de dépôts ouverts, on remarque que :

- Coût fixe mensuel supérieur à 383 000€, 4 dépôts sont ouverts.
- Coût fixe mensuel inférieur à 383 000€, 3 entrepôts sont ouverts.
- Coût fixe mensuel inférieur à 343 000€, Gusek ne trouve pas de solution réalisable. Ainsi pour des conditions telles on ne peut espérer de trouver une meilleure solution en termes de coûts fixes mensuels.

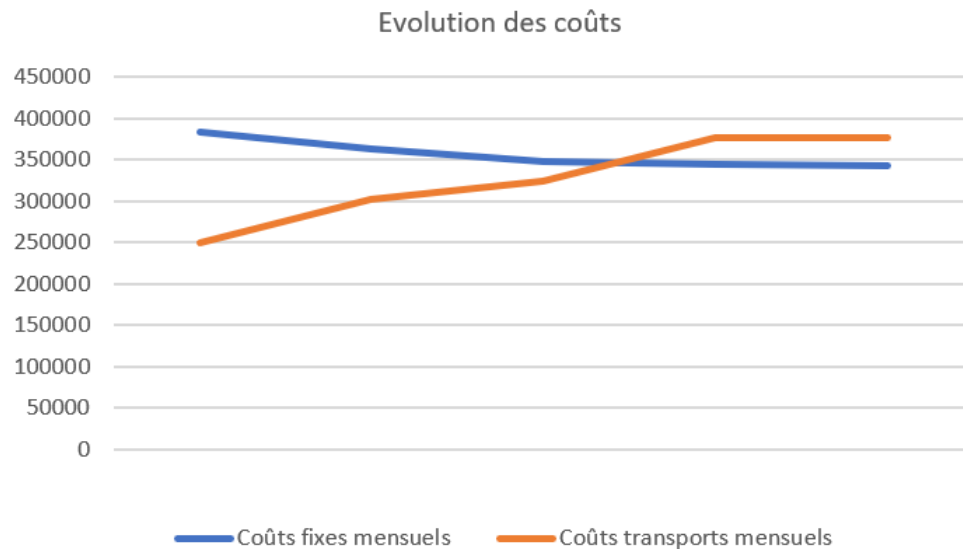


Figure 14. Représentation graphique de l'évolution des coûts fixes et des coûts de transports

## 6 – Transport de conteneurs

---

### MODELISATION :

#### 6.A - Cahier des charges (Assumptions)

*Ce problème consiste à livrer des plantes dans plusieurs villes. Nous partirons du principe que tous les camions sont absolument identiques et de mêmes capacités : un gros conteneur ou deux petits. Le dépôt est unique et la demande en petit conteneur est connue et limitée à 1. Comme pour l'ensemble de ce projet, nous admettrons que nous sommes sur un graphe non orienté, autrement dit les arcs d'une ville A à une ville B peuvent être empruntés dans les deux sens pour une distance parfaitement similaire.*

#### 6.A - Déclaration variables

- $C$  ensemble des clients ayant commandés un petit conteneur
- $N$  ensemble des nœuds comprenant les clients ( $C$ ) et le dépôt
- $d$  position de mon dépôt dans l'ensemble  $N$
- $d_{ij}$  distance entre le nœud (client ou dépôt)  $i$  et le nœud  $j$
- $x_{ij}$  variable de décision binaire égale à 1 si le trajet de  $i$  vers  $j$  est prévue

**Objectif :** Déterminer un plan de tournée de véhicule qui minimise la distance parcourue.

$$(1) \quad \text{Min} \quad \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{ij} \times d_{ij}$$

$$(2) \quad \forall i \in N : x_{ii} = 0$$

$$(3) \quad \forall i \in C, \forall j \in C : x_{ij} \leq x_{di}$$

$$(4) \quad \forall j \in C : \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} x_{ij} = 1$$

$$(5) \quad \forall i \in C : \sum_{\substack{j \in N \\ j \neq i}} x_{ij} = 1$$

$$(6) \quad \forall i \in C : x_{id} + x_{di} \geq 1$$

$$(7) \quad \forall i \in C, \forall j \in C : x_{ij} \in \{0,1\}$$

## Contraintes de Z :

- (1) Fonction-objectif qui minimise la distance totale parcourue pour la visite de l'ensemble des clients sur l'ensemble des tournées.

- (2) Contrainte empêchant de prévoir un trajet d'un client vers lui-même.

*En effet même si nous prenons compte dans la contrainte 4, c'est-à-dire qu'une demande ne peut être satisfaite par un client lui-même, il convient de préciser ceci pour que les valeurs de notre variable de décision demeurent significatives.*

- (3) Contrainte qui implique que si  $x_{ij}$  vaut 1 alors le client  $i$  est le premier visiteur en sortie de dépôt. Implicitement, cela implique qu'après avoir visité  $j$ , le camion rentrera au dépôt.

*Pour ce modèle, cette contrainte n'est pas obligatoire puisque seule la distance est prise en compte, ainsi faire une tournée dans un sens ou dans une autre n'a aucune influence. Cependant, il s'entend de le préciser pour donner du sens à l'affichage de nos résultats. Nous verrons que cette dernière prend alors tout son sens dans la question b.*

- (4) Contrainte forçant chaque client à être visité une seule et unique fois à l'occasion d'un trajet venant ou d'un autre client ou du dépôt.

*C'est cette contrainte qui, au vu de toutes nos simplifications pour certaines expliquées plus bas, nous permet de contraindre la satisfaction de la demande.*

- (5) Contrainte forçant chaque client à être quitté une seule et unique fois à l'occasion d'un trajet venant ou d'un autre client ou du dépôt.

*Contrairement aux modèles généraux de VRP, on ne donne pas d'importance au fait que le camion qui rentre chez un client soit le même camion que celui qui en sort. En effet l'hypothèse d'une flotte de camion totalement identique et en nombre suffisant nous pousse à ne pas différencier les camions d'une tournée à l'autre. L'information pertinente réside simplement dans les regroupements de clients, aussi dit cluster, qui seront fait pour chaque tournée et au nombre de deux au maximum.*

- (6) Contrainte permettant d'éliminer les sous tours, chaque client doit être directement relié au dépôt, en amont ou en aval.

*Les contraintes d'éliminations de sous tours sont bien connues, et bien plus complexe pour des modèles de VRP généraux. Dans un cas comme celui-ci, où le nombre de clients par tournée est de deux maximum, il suffit d'imposer qu'au moins le trajet entrant provienne du dépôt ou au moins le trajet sortant d'un client aille au dépôt, ainsi les clients ne peuvent se lier entre eux et les sous-tours sont éliminés.*

*Cette contrainte est bivalente, en plus d'utiliser les propriétés de la consigne quant à la capacité des camions pour éliminer les sous-tours, elle se charge elle-même de contraindre chaque tournée à maximum deux clients, soit la capacité des camions. En effet c'est à partir de trois clients par tournée qu'il est nécessaire qu'un client  $i$  respecte l'égalité suivante :  $x_{id} + x_{di} = 0$*

- (7)  $x_{ij}$  variable de décision binaire.

Dans ce problème les produits (en l'occurrence des plantes) sont standardisés en petits conteneurs. On se ramène donc à un problème mono-produit. Il n'est pas nécessaire de faire de différence entre le contenu livré à un client et à un autre. Par ailleurs en plus d'être standardisée, la demande est uniforme, chaque client demande un seul petit conteneur. C'est deux assertions nous permettent de nous débarrasser d'une variable de décision concernant la quantité livrée par un camion à un client, on ne gère pas les Truck-Load à proprement parler. Si l'on ajoute à cela le fait que les camions sont identiques, on se débarrasse donc d'une variable d'affectation d'un camion donné à un client donné. Ne pas prendre en compte les différences entre camions et clients nous permet de rendre le problème beaucoup plus concis et beaucoup plus rapide à résoudre.

Dans ce problème, nous avons manuellement trié les villes du Celadesh afin que l'ensemble  $C$  ne contienne que des clients. Nous aurions pu nous baser sur l'ensemble du graphe du pays et ne procéder que par sélection de sous-ensembles de clients parmi un ensemble de villes mais ce sont toutes ces différences faites, misent bout à bout, qui nous ont conduites à écrire un modèle correct mais très long à résoudre du fait du Branch and Bound qui, lorsqu'une solution est trouvée, test toutes les autres possibilités des fois qu'elles soit plus optimales alors que parfois cette différence n'importe pas (exemple : que le client X soit livré par le camion 3 ou le camion 7 n'a pas d'importance si les camions sont identiques).

C'est avec tout ce recul et toute cette analyse de notre problème que nous avons choisi de simplifier manuellement le modèle et de nous tourner vers celui ci-dessus qui, avec notre solveur, est résolu quasiment instantanément.

## 6.A - Résultats

-----  
La solution optimale de VRP trouvée est de 10712 KM  
Cette solution nécessite de réaliser 6 tournées différentes

----- PLANS DES TOURNÉES -----

La tournée consiste à livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)⇒ Orsted (Ville numero 2)⇒ Jabertot (Ville numero 21)⇒ Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 1666km et une durée total minimum de 1031 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)

La tournée consiste à livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)⇒ Klagstad (Ville numero 6)⇒ Stirlung (Ville numero 9)⇒ Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 1740km et une durée total minimum de 1167 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)

La tournée consiste à livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)⇒ Coltanza (Ville numero 12)⇒ Brunil (Ville numero 1)⇒ Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 2795km et une durée total minimum de 1524 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)

La tournée consiste à livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)⇒ Bliquetuit (Ville numero 18)⇒ Fort-Brigg (Ville numero 16)⇒ Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 2469km et une durée total minimum de 1552 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)

La tournée consiste à livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)⇒ Stirendam (Ville numero 19)⇒ Arpangel (Ville numero 20)⇒ Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 1372km et une durée total minimum de 841 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)

La tournée consiste à livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)⇒ Mirapolis (Ville numero 14)⇒ Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 670km et une durée total minimum de 366 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)  
Model has been successfully processed

Figure 15. Résultats du PL de problème de tournées de véhicules

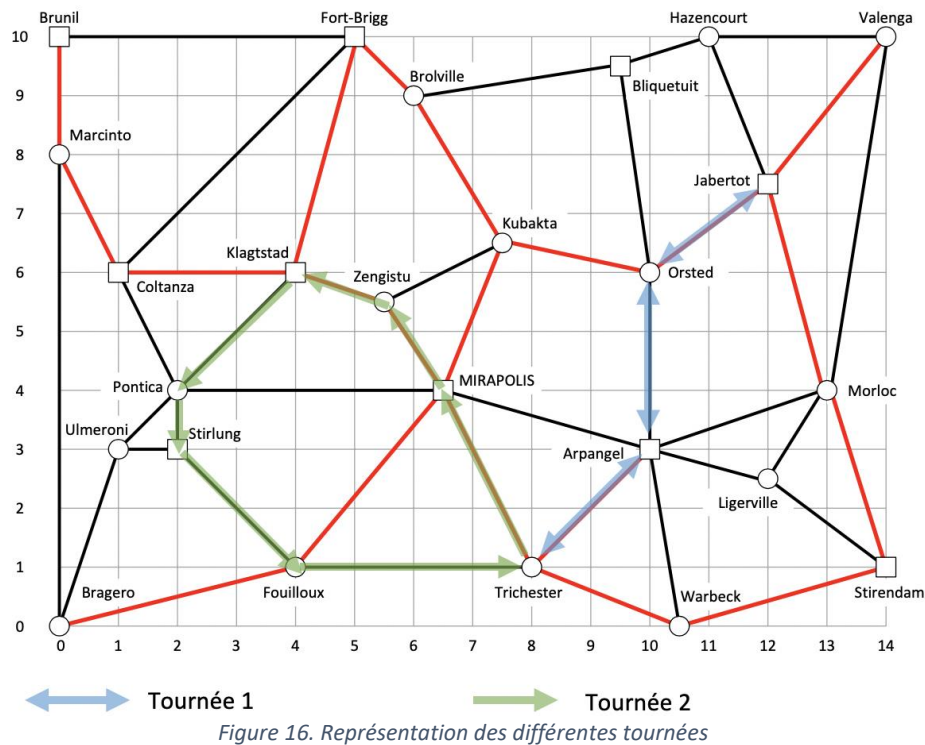
Comme nous pouvons le voir, nous affichons pour chaque tournée : les clients qu'elle visite, sa distance et son temps minimal. En effet l'algorithme de Dijkstra calcul les plus courts chemins selon un critère donné. Cependant au Celadesh il existe des routes où l'on peut rouler à 80 Km/h et des autoroutes où l'on peut rouler à 110 Km/h. Ceci implique que le chemin le plus rapide en temps n'est pas forcément le plus court en distance. Il serait donc absurde d'affirmer que le temps d'une tournée est celui basé sur les trajets effectués selon notre variable de décision pondérée par des temps trouvés selon la procédure de Dijkstra. Cependant lorsque l'on fait tourner ce modèle avec la fonction objectif suivante :

$$(1) \quad \text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{ij} \times t_{ij}$$

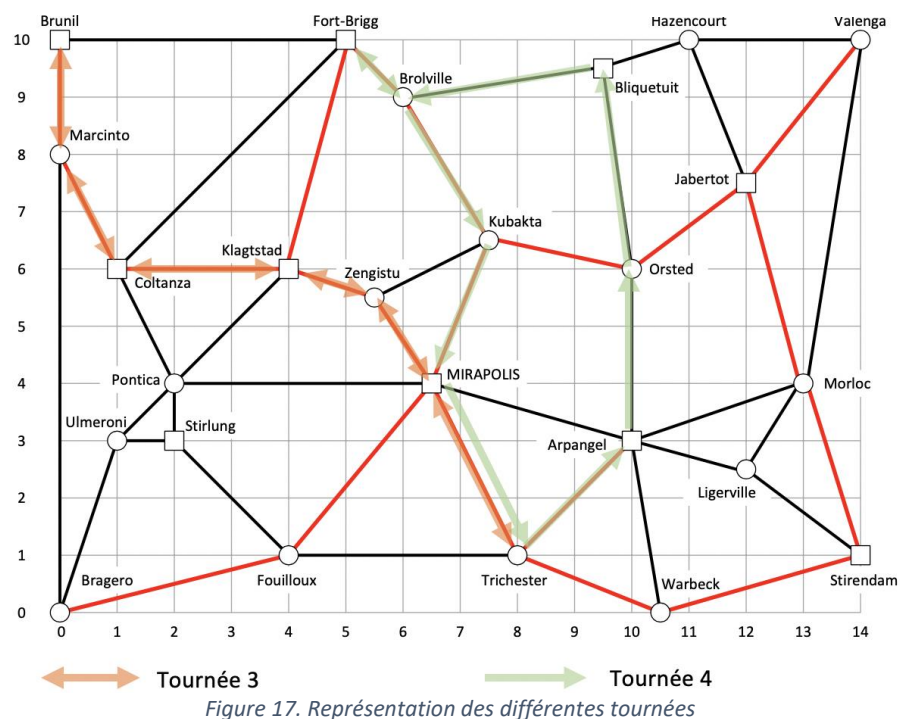
Nous trouvons exactement les mêmes résultats, le même nombre de tournées, les mêmes clients dans chaque tournée tous visités dans le même ordre, mais surtout une distance totale identique. Écartant délibérément la thèse du hasard pur, notamment du fait que sur la colonne Trichester des tableaux de prédécesseurs en temps et en distance les seuls changements n'affectent pas les clients, nous conjecturons avec quasi-certitude que, par chance, les chemins empruntés lorsque l'on souhaite réduire la durée des tournées sont exactement les mêmes.

Ainsi toutes les valeurs de durées minimales que l'on a affichées pour chaque tournée sont en réalité les durées exactes. Dans le cas contraire, il aurait été nécessaire de se référer au tableau des prédécesseurs de la procédure de Dijkstra, ainsi qu'aux tableaux permettant de différencier les arcs normaux des arcs d'autoroutes, et nous aurions ainsi pu calculer les durées exactes.

## 6.A - Analyse de résultats



- **Tournée 1 :**
  - Clients 1 : Orsted
  - Clients 2 : Jabertot
- **Tournée 2 :**
  - Clients 1 : Klagstad
  - Clients 2 : Stirlung



- **Tournée 3 :**
  - Clients 1 : Coltanza
  - Clients 2 : Brunil
- **Tournée 4 :**
  - Clients 1 : Bliquetuit
  - Clients 2 : Fort-Brigg

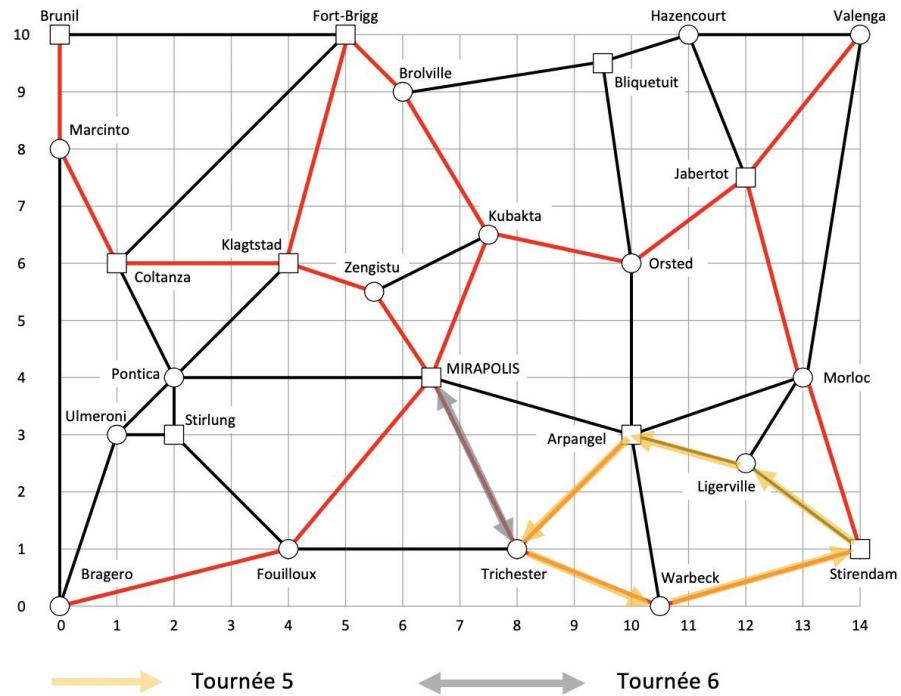


Figure 18. Représentation des différentes tournées

• **Tournée 5 :**

- Clients 1 : Stirendam
- Clients 2 : Arpangel

• **Tournée 6 :**

- Clients : Mirapolis

On remarque que le modèle mathématique renvoi une tournée où le premier client visité n'est pas le plus proche, c'est le cas pour la tournée : 5. On remarque aussi que pour les tournées 3 et 4 le premier client visité est très éloigné du dépôt. Nous le verrons par la suite mais si l'on suppose que la consommation d'un camion est corrélée à son poids le choix n'est pas optimal de ce point de vue.

Par ailleurs on remarque sur la tournée numéro 2 qu'après avoir livré Klagtstad nous n'empruntons que des routes. Au vu de la carte du Celadesh nous souhaitons souligner qu'il faut espérer que le trio Pontica – Ulmeroni – Stirlung soit une zone peu active sur le plan industrielle car elle est très mal desservie par les autoroutes. Si tel n'est pas le cas il peut être intéressant de prioriser la construction de nouvelles autoroutes dans cette zone.

Enfin nous remarquons pour la tournée numéro 4 que l'on emprunte d'abord des routes normales et que nous faisons le retour sur autoroute. Il est impératif de s'intéresser à l'impact qu'ont le type de route sur la consommation corrélée au poids. Si la consommation d'un camion chargée est plus faible sur autoroute il faut songer à le prendre en compte dans une étude de consommation telle que la question b du présent problème.

## 6.B - Cahier des charges (Assumptions)

Les hypothèses faites dans le problème précédent sont toutes conservées. Ainsi à la lumière des choix expliqués ci-haut nous allons poursuivre sur un modèle très similaire à celui-ci. Cependant on remarque grâce à la contrainte (3) que pour deux clients donnés, le premier client visité n'est pas forcément le plus proche des deux du dépôt. D'un point de vue écologique, lorsque l'on sait que la consommation d'un véhicule est liée à son poids, il paraît aberrant de laisser les lourdes charges sur les longs trajets. En tant que logisticien dépourvu de connaissances solides en consommation de véhicule et toute unité correspondante, nous partirons du principe que la consommation est sans unité et proportionnelle à la charge totale : camion + chargement. Nous notons cependant que la relation de proportionnalité, elle, est cohérente.

### 6.B – Modèle

Les données réutilisées elles sont toutes identiques à celles du modèle précédent, on ajoute cependant deux données supplémentaires que voici :

- $Pcam$  poids du camion à vide.
- $Pcont$  poids d'un petit conteneur.

**Objectif :** Déterminer un plan de tournée de véhicule qui minimise la distance parcourue pondérée par le poids total des camions lors du trajet.

Dans ce problème, on distingue pour les mêmes raisons qu'au problème précédent deux cas possibles :

- La tournée comprend la livraison de deux clients, il existe donc un trajet entre deux clients hors dépôt ( $x_{ij} = 1, i \in C, j \in C$ ) et chacun des deux clients est relié au dépôt une seule fois, en entrée ou en sortie. Soit  $A$  l'expression ci-dessous, cette double somme calcul au vu de nos hypothèses la consommation des camions sur chaque tournée comprenant deux clients.

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} x_{ij} \times ((Pcam + 2 \times Pcont) \times d_{di} + (Pcam + Pcont) \times d_{ij} + Pcam \times d_{jd})$$

- La tournée comprend la livraison d'un seul client  $i$ , auquel cas ce dernier est relié au dépôt en entrée et en sortie ce qui implique que ( $x_{id} + x_{di} = 2$ ), ce client ne peut aucunement être lié à un autre client par le biais d'un trajet dans ce modèle. Dans la tournée de deux clients :  $x_{id} + x_{di} = 1$ , nous souhaitons donc différencier ces deux cas afin de ne pas calculer deux fois la consommation. L'expression ci-dessous a donc le mérite de prendre la valeur 0 si la tournée comprend deux clients, 1 sinon.

$$(-1) \times (1 - (x_{id} + x_{di}))$$

Soit donc  $B$  l'expression ci-dessous, cette somme calcul au vu de nos hypothèses la consommation des camions sur chaque tournée comprenant un seul client.

$$\sum_{i \in C} ((-1) \times (1 - (x_{id} + x_{di}))) \times ((Pcam + Pcont) \times d_{di} + Pcam \times d_{id})$$



Ainsi considérons la fonction  $Z = A + B$ . Nous avons donc pour ce modèle pour nouvelle fonction objectif :

(1)  $\text{Min } Z$

Les contraintes (2), (3), (4), (5), (6), (7) restent absolument identiques au problème précédent.

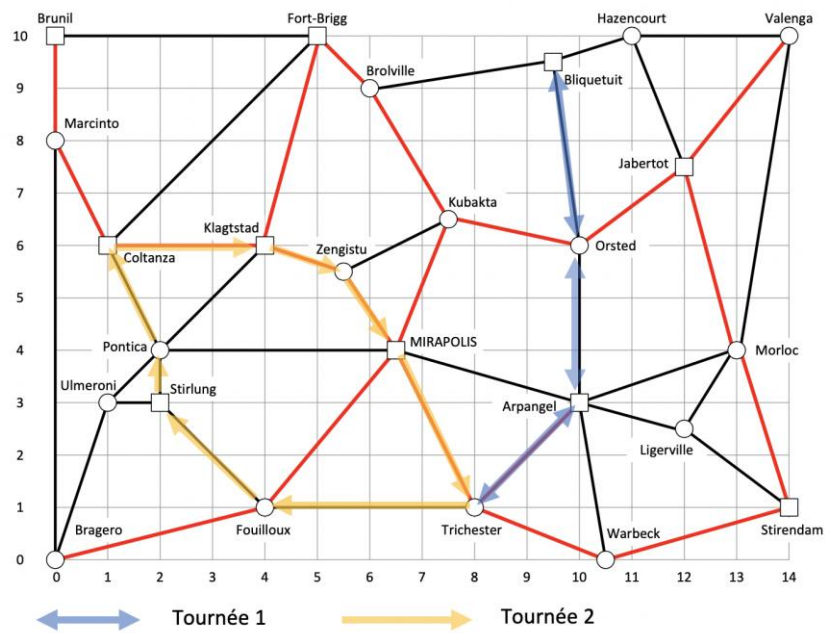
## 6.B - Résultats

```
-----  
La solution optimale de VRP trouvee est de 11068 KM  
La solution optimale de VRP trouvee est d'une consommation de 162906  
Cette solution necessite de realiser 6 tournées differentes  
----- PLANS DES TOURNÉES -----  
  
La tournée consiste a livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)=> Orsted (Ville numero 2)=> Bliquetuit (Ville numero 18)=> Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 1873Km et une duree total minimum de 1288 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)  
  
La tournée consiste a livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)=> Stirlung (Ville numero 9)=> Coltanza (Ville numero 12)=> Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 1981Km et une duree total minimum de 1286 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)  
  
La tournée consiste a livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)=> Mirapolis (Ville numero 14)=> Klagstad (Ville numero 6)=> Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 1347Km et une duree total minimum de 736 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)  
  
La tournée consiste a livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)=> Fort-Brigg (Ville numero 16)=> Brunil (Ville numero 1)=> Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 2935Km et une duree total minimum de 1703 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)  
  
La tournée consiste a livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)=> Arpangel (Ville numero 20)=> Jabertot (Ville numero 21)=> Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 1666Km et une duree total minimum de 1031 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)  
  
La tournée consiste a livrer les clients dans l'ordre suivant :  
Trichester (Depart Depot)=> Stirendam (Ville numero 19)=> Trichester (Retour Depot)  
Tournée d'une distance totale de 1266Km et une duree total minimum de 690 minutes  
(Attention : les PCC en temps et en distance ne sont pas forcément les mêmes)  
Model has been successfully processed
```

Figure 19. Résultats du PL de problème de tournées de véhicules

On remarque que pour ce modèle la distance totale est légèrement plus grande que pour le modèle précédent, ce qui était prévisible. On note cependant une consommation de 162 906 pour ce problème de tournée de véhicule. Afin de vérifier le réel impact de ce modèle nous avons calculer selon les même critères la consommation du modèle précédent. Elle s'élève à 174 414 soit environ 7% de plus. En supposant que la consommation soit majoritaire dans le coût au kilomètre d'un camion on remarque que ce modèle est clairement avantageux.

## 6.B - Analyse de résultats

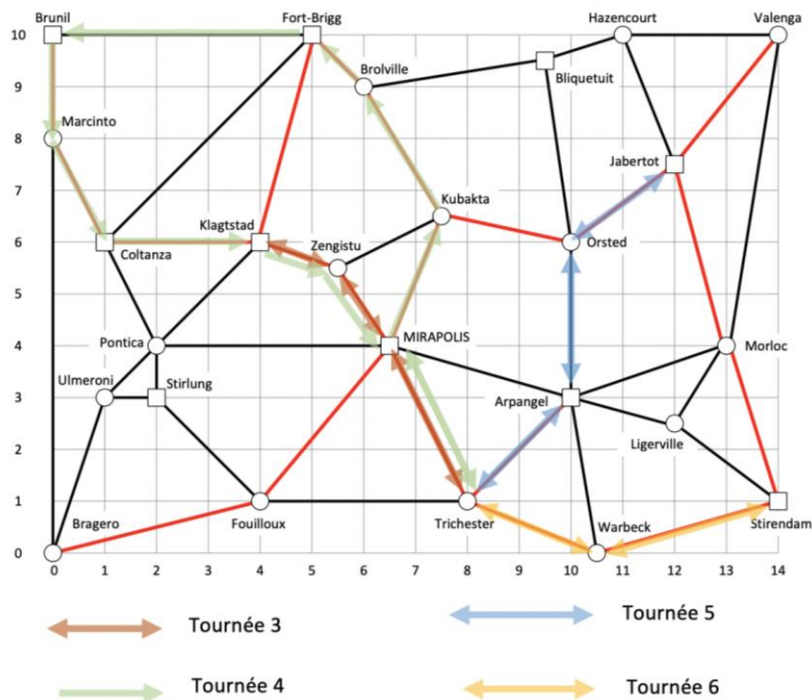


- **Tournée 1 :**

- Clients 1 : Orsted
- Clients 2 : Bliquetuit

- **Tournée 2 :**

- Clients 1 : Stirlung
- Clients 2 : Coltanza



- **Tournée 3 :**

- Clients 1 : Mirapolis
- Clients 2 : Klagtstad

- **Tournée 5 :**

- Clients 1 : Arpangel
- Clients 2 : Jabertot

- **Tournée 4 :**

- Clients 1 : Fort-Brigg
- Clients 2 : Brunil

- **Tournée 6 :**

- Clients 1 : Stirendam

L'ordre de visite des clients nous indique clairement que le paramètre de consommation lié au poids du camion a bel et bien été pris en compte. Il est en effet très difficile pour ce genre de problème de se porter garant de l'optimalité d'une solution. Cependant le fait qu'à chaque tournée, le client visité est le plus près du dépôt se porte messenger de la cohérence de notre solution.

Au regard de la tournée numéro 4 nous sommes forcés de constater que notre horticulteur commercialise ses plantes jusqu'à l'autre bout du pays à Brunil et Fort-Brigg. On note aussi que les clients comme Coltanza et Bliquetuit sont très éloignés. Nous souhaitons ainsi soulever le point suivant : s'il ne s'agit pas d'un impératif quel qu'il soit, le choix de la localisation n'est-il pas sérieusement à remettre en question ?

En effet si l'activité de notre horticulteur avec ces villes éloignées ne se résume pas qu'à cette opération commerciale et/ou que le transport représente une majeure partie des charges de son entreprise, il est très souhaitable d'étudier la possibilité de revoir la décision stratégique de localisation. Le modèle de score charge-distance est assez simple à mettre en place et pourrait apporter beaucoup d'informations quant à l'économie faite sur le plan de transport en réappliquant le modèle ci-haut depuis le nouveau dépôt potentiel.

On remarque au travers de la résolution de ces deux modèles que Gusek nous renvoi une solution optimale pour un critère donné. Or seul l'expertise humaine peut permettre de changer les décisions, de s'assurer que l'on sélectionne les bonnes. Cet exercice est un parfait exemple de la capacité que nous aurions à intégrer une dimension écologique dans beaucoup de prises de décisions en entreprise, dans la mesure où nous pouvons dans un cas comme celui-ci économiser 7% de consommation de carburant pour ne faire que 1% de kilomètre en plus sur l'ensemble des tournées. Cela nous invite à réfléchir à la manière dont il faut considérer les aspects secondaires tels que l'écologie ou le confort des employés en parallèle d'une optimisation orientée « cost-killing ».

## Conclusion

---

Notre but principal était d'aider le pays Céladesh à développer son activité économique : localisation des relais de télévision, des universités, entrepôts de bières pour les brasseries ; tournées de véhicules pour les approvisionnements en plantes. Nous avons trouvé plusieurs solutions optimales grâce à la construction de programmes linéaires sous Gusek. Ces résultats pourront ainsi permettre à ce pays de prendre des décisions notamment en termes de localisations stratégiques pour les universités et les relais de télévisions et de moindre coût pour les entrepôts et les tournées.

La mise en situation réelle d'un problème d'optimisation fut très intéressante pour développer des compétences pratiques qui se rapprochent des cas concrets de stage. Nous avons pu nous confronter à des problèmes sur Gusek et sur la modélisation que nous avons dû résoudre par nous-même, comme ce serait le cas en entreprise.

Nous avons pu remarquer au long de ce projet que la recherche opérationnelle n'est pas une fin en soi. Elle permet de prendre une décision optimale pour un problème donné. On remarque cependant qu'un regard pragmatique, l'esprit critique et l'expertise des initiés peuvent nous amener à remettre en question d'autres décisions, tester d'autres modèles ou encore essayer d'optimiser les données ou les critères d'entrées. Lorsque les décisions optimales sont prises sur un niveau de décisions, il est intéressant de changer d'échelle et de mesurer l'impact qu'aurait l'optimisation des décisions stratégiques, tactiques ou opérationnelles que l'on n'a pas traitées, c'est ainsi que l'on arrive à optimiser encore et encore.

Nous avons donc opté pour un rapport se rapprochant d'un rapport professionnel, afin de nous entraîner à apporter des démarches utiles et intéressantes pour des futures stages dans ce domaine.