

## HOMEWORK4

Chứng minh công thức:

Theo công thức Markov inequality

Và tính chất  $E[c_{j,h(i)_j}] \leq F[i] + \frac{\epsilon}{e} * (t - F[i])$

Ta có:  $P_j = \Pr[c_{j,h(i)_j} - F[i] \geq \epsilon t] \leq \frac{E[c_{j,h(i)_j} - F[i]]}{\epsilon t} \leq \frac{\frac{\epsilon}{e} * (t - F[i])}{\epsilon t}$

Hay:  $P_j = \Pr[c_{j,h(i)_j} \geq F[i] + \epsilon t] \leq \frac{t - F[i]}{et} \leq \frac{1}{e}$

Xác suất để tất cả  $c_{j,h(i)_j} \geq F[i] + \epsilon t$  với  $\forall j$  là:

$$P = \prod_{j=1}^{\log(\frac{1}{\delta})} P_j \leq \left(\frac{1}{e}\right)^{\log(\frac{1}{\delta})} = \delta$$

Do  $\tilde{F}_i = \min(c_{j,h(i)_j}) \forall j$

$$\Rightarrow \Pr[\tilde{F}_i \geq F[i] + \epsilon t] = P \leq \delta$$

$$\Rightarrow \Pr[\tilde{F}_i \leq F[i] + \epsilon t] \geq 1 - \delta (.)$$