

Algorytmy równoległe 2015 (zad. 2)

Michał Liszcz

2015-11-10

Contents

1	Wstęp	2
2	Implementacja z wykorzystaniem Apache Spark	2
2.1	Struktura grafu	2
2.2	Realizacja algorytmu	2

1 Wstęp

Treść zadania została podana przez prowadzącego:

Zaimplementować algorytm obliczania spójnej składowej (*connected components*) zgodnie z modelem *Pregel* [1].
Zasada działania algorytmu:

1. Na początku każdy wierzchołek oznaczamy innym znacznikiem (liczbą).
2. Każdy wierzchołek wysyła swój znacznik do wszystkich sąsiadów.
3. Jeżeli minimum zotrzymanych znaczników jest mniejsze od własnego, wierzchołek zastępuje swój znacznik przez minimum otrzymanych.
4. Powtarzamy krok 2 aż przestaną zachodzić zmiany

2 Implementacja z wykorzystaniem Apache Spark

Implementacja bazuje na strukturze `org.apache.spark.rdd.RDD`.

2.1 Struktura grafu

Graf zadany jest jako lista **skierowanych** krawędzi, łączących wierzchołki o zadanych indeksach, przykładowo:

```
0 1
0 2
0 3
2 4
5 6
6 7
7 4
8 9
```

TODO: rysunek grafu

Struktura taka ma bezpośrednie przełożenie na RDD:

```
type IntMapRDD = RDD[(Int, Int)]
```

Taki graf można łatwo przekształcić w graf nieskierowany:

```
def makeUndirected(edges: IntMapRDD) =  
  (edges ++ edges.map(_._2._1 <-> _._1._2)).distinct
```

2.2 Realizacja algorytmu

Dążymy do zdefiniowania funkcji transformującej graf w zbiór spójnych składowych:

```
def connectedComponents(graph: IntMapRDD): RDD[Iterable[Int]]
```

Definiujemy połączenia w grafie jako mapę: $K \rightarrow \text{zbiór wierzchołki wychodzących z } K$ oraz wprowadzamy wagi wierzchołków (każdy wierzchołek zaczyna z wagą równą jego indeksowi):

```
val connections = graph.groupByKey  
val initWeights = connections map { case (k, _) => (k, k) }
```

W każdym kroku iteracji zmieniamy wagi: każdy z wierzchołków K otrzymuje wagę będącą minimum z wag jego sąsiadów (i jego samego). Taką operację należy wykonać, unikając zagnieżdżonych operacji na RDD. Można to osiągnąć następująco:

1. `join` (względem klucza) zbiorów `connections` i `weights`,
2. pobranie wartości (`values`) powyższego RDD. Otrzymamy pary zawierające wagę wierzchołka K i listę wierzchołków do których ta waga będzie przesłana,
3. każdy element z poprzedniego wyniku mapujemy na pary wierzchołek \rightarrow nowa waga, wynik wypłaszczamy (`flatten`)
4. poprzedni wynik grupujemy po kluczu, otrzymamy pary wierzchołek \rightarrow lista wag które otrzyma od sąsiadów
5. mapujemy wartości w poprzednim wyniku, wybierając minimum z zadanej listy

Punkty 4. i 5. można zastąpić jedną operacją: `combineByKey(weight => weight, Math.min, Math.min)`, lub prościej: `reduceByKey(Math.min)`

Implementacja tych operacji:

```
val newWeights = connections.join(weights).values.flatMap {  
  case (indices, weight) => indices.map { (_, weight) }  
} reduceByKey(Math.min)
```

Wyliczone nowe wartości wag nie uwzględniają poprzedniej wagi (jeżeli jest najmniejsza, wierzchołek nie powinien zmieniać wagi). Należy złączyć oba zbiory wag, dla każdego wierzchołka wybierając mniejszą wagę:

```
val mergedWeights = weights.join(newWeights)  
  .mapValues((Math.min _).tupled)
```

Powyżej zdefiniowane operacje należy powtarzać, dopóki w wagach zachodzą zmiany. Oczywistym rozwiązaniem wydaje się być rekurencja:

```
@tailrec  
def performStep(weights: IntMapRDD): IntMapRDD = {  
  
  val newWeights = connections.join(weights).values.flatMap {  
    case (indices, weight) => indices.map { (_, weight) }  
  } reduceByKey(Math.min)  
  
  val mergedWeights = weights.join(newWeights)  
    .mapValues((Math.min _).tupled)  
  
  if (weights.subtract(mergedWeights).count == 0)  
    mergedWeights else performStep(mergedWeights)  
}
```

UWAGA: we współczesnych wersjach Apache Spark dostępna jest metoda `RDD.isEmpty`. Można jej użyć zamiast przyrównywania rozmiaru do zera.

Wynik otrzymany z powyższej rekurencji można ostatecznie zamienić na zbiory spójnych składowych transformacją:

```
performStep(initWeights).map(_._2.swap).groupByKey.map(_._2)
```

References

- [1] R. Zadeh, *Distributed Algorithms and Optimizations*, <http://stanford.edu/~rezab/dao/notes/lec8.pdf>, 2008.
- [2] Ian Foster, *Designing and Building Parallel Programs*, www.mcs.anl.gov/~itf/dbpp/.