

COMPLETAR CUADRADO

Expresa $x^2 + 5x$ como el *cuadrado de un binomio*.

La forma del cuadrado de un binomio es

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Si tratamos de ajustar los términos de la expresión dada en la forma del cuadrado del binomio, tendremos que $a^2 = x^2$ y que $5x = 2ab$. Vemos de inmediato, que $x = a$. Así, en la forma del cuadrado del binomio tenemos

$$\underbrace{(x+b)^2}_{a^2} = \underbrace{x^2}_{a^2} + \underbrace{5x}_{2ab} + \underbrace{b^2}_{b^2}.$$

Para *completar* el cuadrado en la expresión anterior, falta averiguar quién es b . Sabemos que $2ab = 5x$ y que $x = a$, luego $2ab = 2xb$ y tenemos entonces, que

$$\underbrace{2xb}_{2ab} = 5x.$$

Despejamos b y obtenemos que $b = \frac{5}{2}$.

Substituimos en la forma del cuadrado del binomio,

$$\left(\underbrace{x}_a + \underbrace{\frac{5}{2}}_b\right)^2 = \underbrace{x^2}_{a^2} + \underbrace{5x}_{2ab} + \underbrace{\left(\frac{5}{2}\right)^2}_{b^2}.$$

Ahora despejamos la expresión original,

$$x^2 + 5x = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2.$$

Naturalmente, como $x^2 + 5x$ no es *el cuadrado* de un binomio, tiene que ajustarse.

Es como si pidiera expresar el número entero 19 como el cuadrado de un entero.

Al no ser un cuadrado, para representarlo como tal, ajustamos:

$$19 = 4^2 + 3.$$

Otro ejemplo. Representa $3x^2 + 5x + 7$ como el cuadrado de un binomio.

Comenzamos *sacando* al 3 como factor común, $3x^2 + 5x + 7 = 3(x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{7}{3})$.

Aplicamos el procedimiento a $x^2 + \frac{5}{3}x$. En este caso, $2ab = \frac{5}{3}x$, $a = x$ y $b = \frac{5}{6}$.

Obtenemos

$$x^2 + \frac{5}{3}x = \left(x + \frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2.$$

Luego

$$x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{7}{3} = \left(x + \frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \frac{7}{3},$$

y

$$3x^2 + 5x + 7 = 3 \left[\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \frac{7}{3} \right].$$

Hay que reducir $-\left(\frac{5}{6}\right)^2 + \frac{7}{3} = \frac{7}{3} - \left(\frac{5}{6}\right)^2$, substituirlo y multiplicar por 3, pero faltó espacio!!!

