Si la función real de variable real $f(x) = x^2 + 1$ está definida en el intervalo cerrado $[-1,1]$, encuentra la suma de Riemann correspondiente a una partición del intervalo que lo divide en cuatro subintervalos iguales.

La partición que divide a $[-1,1]$ en cuatro subintervalos iguales es

$$\pi = \{x_0 = -1, x_1 = -0.5, x_2 = 0, x_3 = 0.5, x_4 = 1\}.$$

La suma de Riemann se define como

$$\mathcal{S} = \sum_{i=1}^{4} f(x_i)(x_i - x_{i-1}).$$

Es decir, se consideran los rectángulos cuya base es cada subintervalo y su altura el valor de f en el lado derecho del subintervalo.

En este caso los subintervalos tienen la misma longitud, que es 0.5 (¿por qué?), la longitud de la base de los rectángulos. La altura de cada rectángulo es $f(x_i)$, para $i = 1, 2, 3, 4$.

Así,

$$\begin{aligned}
\mathcal{S} &= (f(-0.5) + f(0) + f(0.5) + f(1))\,0.5 \\
&= \Big((-0.5)^2 + 1 + 0^2 + 1 + 0.5^2 + 1 + 1^2 + 1\Big)0.5 \\
&= (1.25 + 1 + 1.25 + 2)0.5 \\
&= (5.5)(0.5) \\
&= 2.75
\end{aligned}$$

☺