Los puntos $A = (-2, 4)$, $B = (-3, -2)$ y $C = (6, -1)$ en el plano $\mathbb{R}^2$ definen el $\triangle ABC$. Encuentra la ecuación de la recta que contiene a la *altura* $\overline{AJ}$ que pasa por el vértice A, según se muestra en la figura.

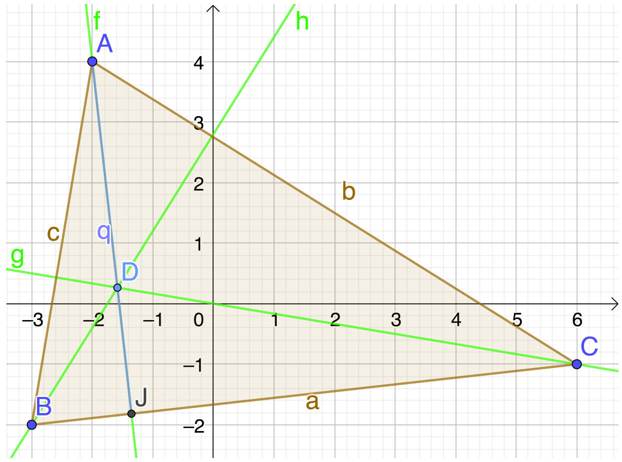

Figura 1 La *altura* (en azul) que pasa por A, es perpendicular al lado a.

Las **alturas** de un triángulo son *segmentos* que van de un vértice a la base de la perpendicular al lado opuesto. Así, la *altura* correspondiente al vértice A es el segmento $\overline{AJ}$, donde J es la base de la perpendicular al lado a, que pasa por A.

Las *tres alturas* se *intersecan* en un punto, llamado **ortocentro** del triángulo.

Como la recta que contiene al lado a pasa por los puntos B y C, entonces tiene pendiente

$$m_1 = \frac{-1-(-2)}{6-(-3)} = \frac{1}{9}.$$

Si una recta L tiene pendiente m_1, cualquier recta perpendicular a L tiene pendiente m_2 tal que $m_1 m_2 = -1$.

La pendiente m_2 de una recta perpendicular a a (con pendiente m_1) cumple que $m_1 m_2 = -1$, luego $m_2 = -9$.

Luego la ecuación de la perpendicular a a es de la forma

$$y = -9x + b,$$

donde b es tal que la recta pase por el vértice A, para hallar b, substituimos en la ecuación anterior las coordenadas de $A = (-2, 4)$,

$$4 = -9(-2) + b, \quad \text{de donde} \quad b = 4 - 18 = -14.$$

Así, la ecuación buscada, de la recta que contiene a la *altura*, en su forma canónica, es

$$y = -9x - 14.$$ ☺

Expresa la ecuación en su forma general.

Para hallar el **ortocentro del triángulo**, encuentra la ecuación de la recta que contenga a *otra altura*, por ejemplo, la que pasa por B. Después calcula la intersección de esas dos rectas. El punto hallado es el *ortocentro*.

Las coordenadas del punto hallado deben satisfacer la ecuación de la recta que contiene a la *tercera altura*.

Solución en `https://www.geogebra.org/classic/mettdtne`