UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EIE Escuela de Ingeniería Eléctrica

IE0527 – Ingeniería de Comunicaciones
II-2018

Taller de simulación: Señales y sistemas

Dominio del tiempo

Descripción

Este taller busca desarrollar destrezas de simulación de señales y sistemas en el domino del tiempo (discreto) y ejemplificar algunos conceptos relacionados. Así, el taller consiste en utilizar herramientas de software para generar señales, calcular su potencia y energía, y estudiar su interacción con sistemas (lineales).

1. Señales de potencia

Considere la señal $x(t) = A_1 \cdot \cos(2\pi \cdot f_1 \cdot t) + A_2 \cdot \sin(2\pi \cdot f_2 \cdot t) + A_3 \cdot \cos(2\pi \cdot f_3 \cdot t)$.

Trabajo previo

1. Elija valores para A_i y f_i. Utilice una frecuencia base f_b como divisor común para f_1, f_2 y f_3, es decir, $f_i = k_i \cdot f_\mathrm{b}$, con $k_i \in \mathbb{N}$.

> **COMENTARIO:** Para obtener resultados agradables, utilice valores de frecuencias alrededor del centro geométrico del espectro audible y valores de amplitud menores que 1.

2. Escriba la expresión para $x(t)$ utilizando los valores escogidos para A_i y f_i.

3. Grafique $x(t)$ (en función del tiempo).

4. Calcule la potencia promedio de $x(t)$, P_x.

5. Calcule la potencia promedio de $x(t)$ en el intervalo $[0, T_\mathrm{b}]$, con $T_\mathrm{b} = \frac{1}{f_\mathrm{b}}$, P_{x,T_b}.

> **RECUERDO** #TBT
>
> La potencia promedio de una señal $x(t)$ se define como:
>
> $$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_{<T>} |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$
>
> $$P_{x,T} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$

6. Calcule la energía total de $x(t)$, E_x.

7. Calcule la energía de $x(t)$ en el intervalo $[0, T_\mathrm{b}]$, E_{x,T_b}.

RECUERDO #TBT

La energía de una señal $x(t)$ se define como:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$

$$E_{x,T} = \int_{0}^{T} |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$

8. Elija una frecuencia de muestreo F_S y una longitud de vector N apropiadas.

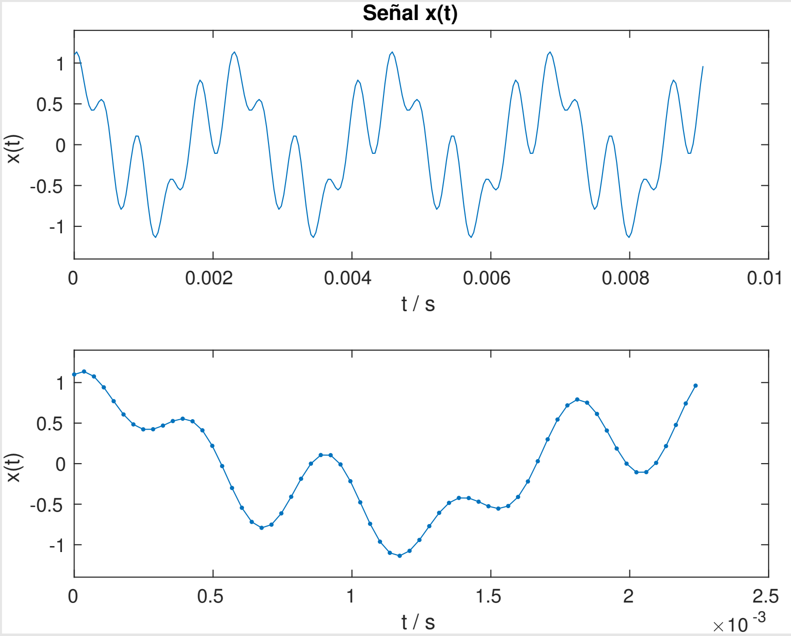
COMENTARIO: Para obtener resultados agradables, se recomienda que N sea una potencia de 2 y F_S esté relacionada con f_b de la forma $F_\mathrm{S} = k_\mathrm{b} \cdot f_\mathrm{b}$ con $k_\mathrm{b} > 4 \cdot k_{i,\mathrm{max}}$.

Trabajo de simulación

1. Defina los valores elegidos para los parámetros `A1`, `A2`, `A3` y `f1`, `f2`, `f3`.
2. Defina la frecuencia de muestreo `Fs` y la longitud de vector `N` elegidas anteriormente.
3. Defina un vector para el tiempo t, `t`, que comprenda desde 0 hasta $\frac{(N-1)}{F_\mathrm{S}}$ en intervalos de $\frac{1}{F_\mathrm{S}}$.
4. Genere el vector de muestras de $x(t)$, `x`.
5. Grafique el vector `x` contra el vector de tiempo `t`.

EJEMPLO

La gráfica podría verse algo así:



6. Determine la potencia promedio de `x`, `Px`.

7. Compare el valor obtenido para `Px` con el calculado para P_x.

> **COMENTARIO:** Considere que la potencia promedio P_x de una señal en tiempo discreto $x(k)$ para un conjunto de muestras N se puede calcular como:
>
> $$P_x = \frac{1}{N} \sum_{k \in N} |x(k)|^2$$

8. Determine la energía total de `x`, `Ex`.

9. Compare el valor obtenido para `Ex` con el calculado para E_x.

> **COMENTARIO:** Considere que la energía total E_x de una señal en tiempo discreto $x(k)$ para un conjunto de muestras N se puede calcular como:
>
> $$E_x = \sum_{k \in N} |x(k)|^2$$

10. Defina el valor del parámetro T_b, `Tb`.

11. Determine la cantidad de muestras correspondiente al intervalo de tiempo $[0, T_\mathrm{b}[$, `NTb`.

> **COMENTARIO:** Considere que la cantidad de muestras N_T correspondiente a un intervalo de tiempo $[0, T[$ cuando se utiliza una frecuencia de muestreo F_S se puede calcular como:
>
> $$N_T = T \cdot F_\mathrm{S}$$

12. Determine la potencia promedio de `x` en el intervalo $[0, T_\mathrm{b}[$, `PxTb`.

13. Compare el valor obtenido para `PxTb` con el calculado para P_{x,T_b}.

14. Compare los valores obtenidos para `Px` y `PxTb`.

15. Determine la energía de `x` en el intervalo $[0, T_\mathrm{b}[$, `ExTb`.

16. Compare el valor obtenido para `ExTb` con el calculado para E_{x,T_b}.

17. Verifique que el valor obtenido para `ExTb` coincide con `PxTb*NTb`.

2. Señales de energía

Considere la señal $z(t) = A \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{T}\right)$.

Trabajo previo

1. Elija valores para A y T.

COMENTARIO: Para obtener resultados agradables, se recomienda que $0 < T < \frac{1}{f_\mathrm{b}}$.

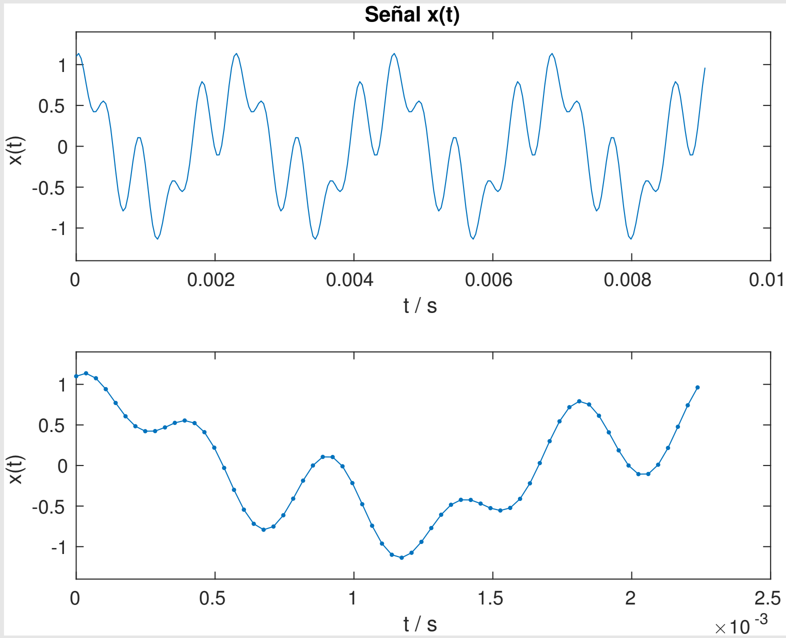
2. Escriba la expresión para $z(t)$ utilizando los valores escogidos para A y T.
3. Grafique $z(t)$ (en función del tiempo).
4. Calcule la energía total de $z(t)$, E_z.
5. Calcule la energía de $z(t)$ en el intervalo $[0, T]$, $E_{z,T}$.
6. Calcule la potencia promedio de $z(t)$, P_z.
7. Calcule la potencia promedio de $z(t)$ en el intervalo $[0, T]$, P_z.

Trabajo de simulación

1. Defina los valores elegidos para los parámetros `A` y `T`.
2. Genere el vector de muestras de $z(t)$, `z`.
3. Grafique el vector `z` contra el vector de tiempo `t`.

EJEMPLO

La gráfica podría verse algo así:



4. Determine la energía total de `z`, `Ez`.
5. Compare el valor obtenido para `Ez` con el calculado para E_z.
6. Determine la potencia promedio de `z`, `Pz`.
7. Compare el valor obtenido para `Pz` con el calculado para P_z.
8. Determine la energía de `z` en el intervalo $[0, T[$, `EzT`.
9. Compare el valor obtenido para `EzT` con el calculado para $E_{z,T}$.
10. Compare los valores obtenidos para `Ez` y `EzT`.
11. Determine la potencia promedio de `z` en el intervalo $[0, T[$, `PzT`.
12. Compare el valor obtenido para `PzT` con el calculado para $P_{z,T}$.
13. Verifique que el valor obtenido para `EzT` coincide con `PzT*NT`.

3. Señal de audio

Considere una señal de audio $w(t)$ representada mediante un archivo `.wav` (de unos cuantos segundos).

Trabajo de simulación

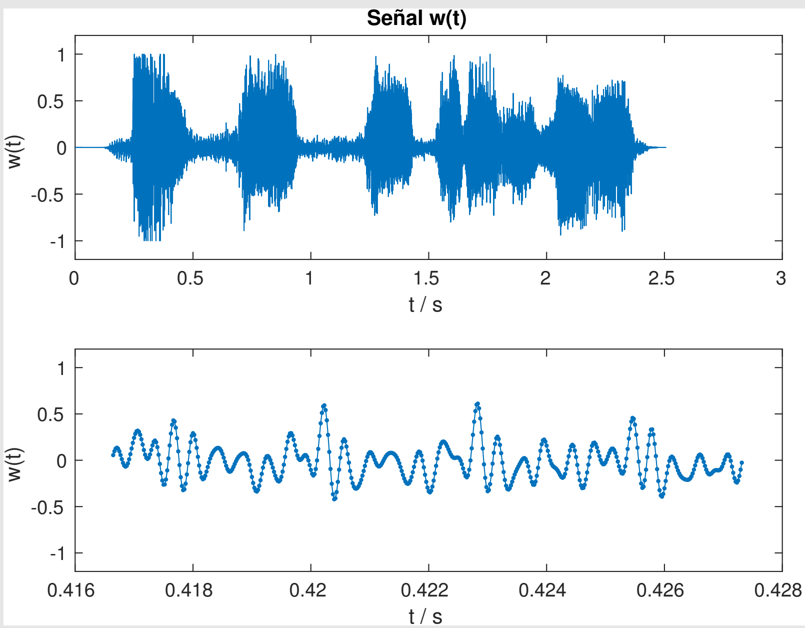
1. Obtenga el vector de muestras *mono* de $w(t)$, `w`, y su frecuencia de muestreo, `Fsw`, así como su longitud `Nw`.

> **COMENTARIO:** En aplicaciones de audio *estéreo* normalmente se utilizan dos canales: izquierdo (L) y derecho (R). Es posible que el vector de muestras `w` presente dos series de muestras, correspondientes a estos canales. Por convención, en procesamiento de audio *mono* normalmente se utiliza el promedio de ambos canales: $\frac{L+R}{2}$.

2. Defina un vector de tiempo `tw` adecuado para el vector de muestras `w`.

3. Grafique el vector `w` en función del vector de tiempo `tw`.

> **EJEMPLO**
>
> La gráfica podría verse algo así:



4. Determine la potencia promedio de `w`, `Pw`.

5. Determine la energía total de `w`, `Ew`.

6. Comente sobre los valores obtenidos para `Pw` y `Ew`.

7. **Opcional:** Determine `Pwi`, la potencia promedio de `w` en distintos intervalos de `tw`, elegidos arbitrariamente. Comente sobre los valores obtenidos.

4. Sistemas lineales

Considere un sistema cuya respuesta al impulso está dada por $h(t) = B \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \cdot u(t)$.

Trabajo previo

1. Elija valores para B y τ.

> **COMENTARIO:** Para obtener resultados agradables, se recomienda que $0 < \tau < \dfrac{1}{f_{i,\max}}$.

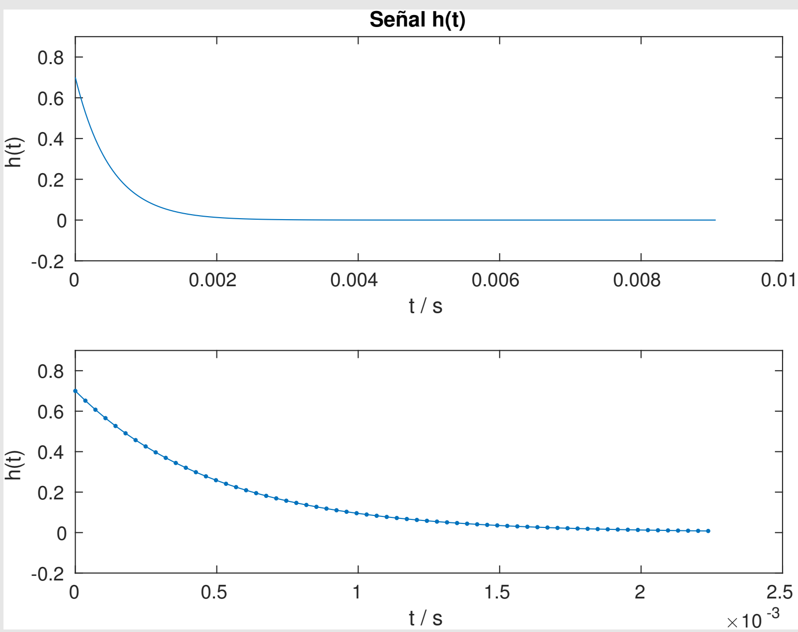
2. Escriba la expresión para $h(t)$ utilizando los valores escogidos para B y τ.
3. Grafique $h(t)$ (en función del tiempo).
4. Calcule la convolución de $x(t)$ con $h(t)$, $y_x(t) = x(t) * h(t)$.
5. Grafique $y_x(t)$ (en función del tiempo).
6. Calcule la convolución de $z(t)$ con $h(t)$, $y_z(t) = z(t) * h(t)$.
7. Grafique $y_z(t)$ (en función del tiempo).

Trabajo de simulación

1. Defina los valores elegidos para los parámetros `B` y `tau`.
2. Genere el vector de muestras de $h(t)$, `h`.
3. Grafique el vector `h` contra el vector de tiempo `t`.

EJEMPLO

La gráfica podría verse algo así:



4. Determine el vector de muestras de la convolución de `x` con `h`, `yx`.

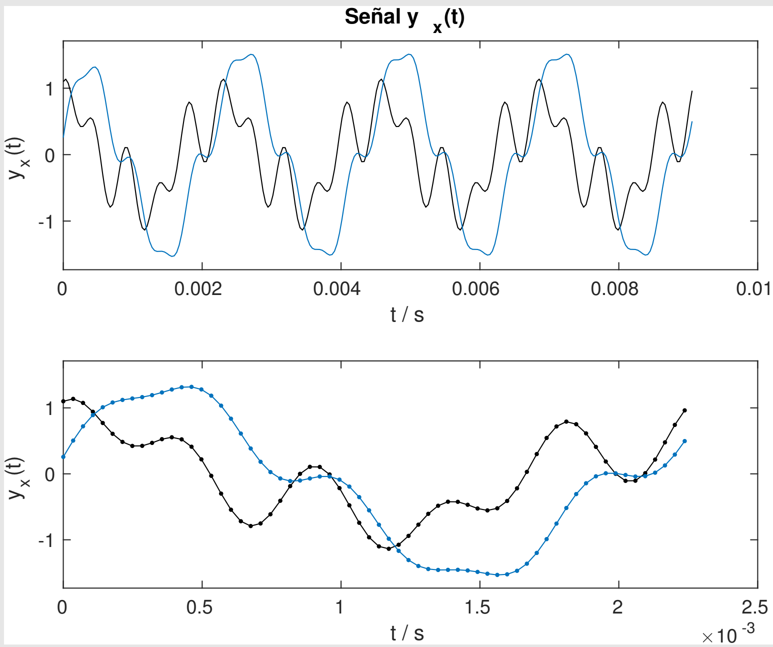
5. Grafique el vector `yx` contra el vector de tiempo `t`. Utilice sólo las primeras `N` muestras del vector `yx`.

6. Compare la gráfica obtenida para `yx` con la calculada para $y_x(t)$.

7. Compare las gráficas obtenidas para `x` y `yx`.

EJEMPLO

La gráfica podría verse algo así:



8. Determine el vector de muestras de la convolución de `z` con `h`, `yz`.

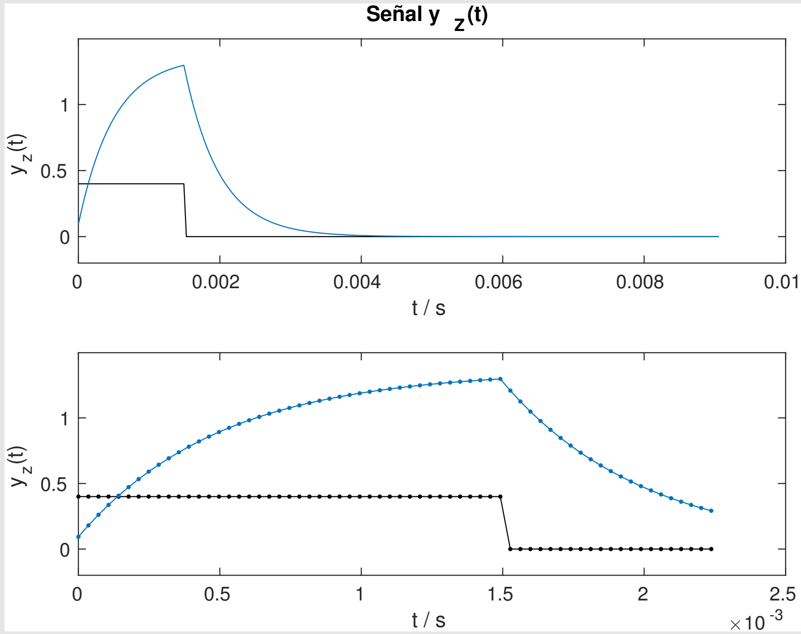
9. Grafique el vector `yz` contra el vector de tiempo `t`. Utilice sólo las primeras `N` muestras del vector `yz`.

10. Compare la gráfica obtenida para `yz` con la calculada para $y_z(t)$.

11. Compare las gráficas obtenidas para `z` y `yz`.

EJEMPLO

La gráfica podría verse algo así:



12. Genere el vector de muestras de $h(t)$ ajustado al vector de tiempo `tw`, `hw`.

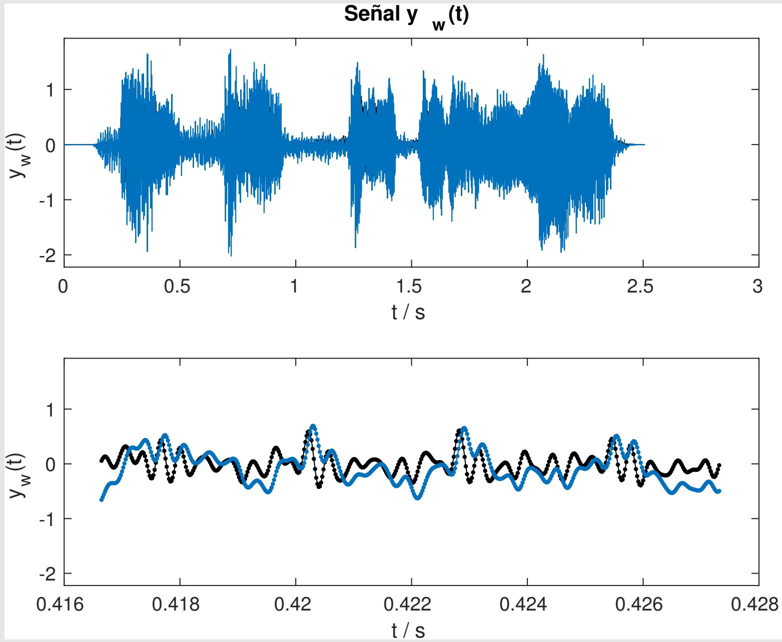
13. Determine el vector de muestras de la convolución de `w` con `hw`, `yw`.

14. Grafique el vector `yw` contra el vector de tiempo `tw`. Utilice sólo las primeras `Nw` muestras del vector `yw`.

15. Compare las gráficas obtenidas para `w` y `yw`.

EJEMPLO

La gráfica podría verse algo así:



16. Escriba un nuevo archivo `.wav` con el vector de muestras `yw`.

17. Escuche el archivo generado y comente sobre el efecto audible de la convolución de $w(t)$ con $h(t)$.