



Одночлен. Многочлен. Формули скороченого множення. Тотожні перетворення

Одночлен VS Многочлен

Одночлен

$$3ab$$

$$4x^2$$

$$-nm^2$$

Певний вираз, який містить букви

Многочлен

$$3a^3 + bc^2 - ab$$

$$3x + 5$$

$$2a^3b - 5ab^3 - 7a^3b + ab^3$$

Сума кількох одночленів

Дужки в многочленах

Плюс перед дужками

+

Якщо перед дужками стоїть знак плюс, то дужки можна просто прибрати

$$4x^2 + (x - 4) = 4x^2 + x - 4$$

Мінус перед дужками

—

Якщо перед дужками стоїть знак мінус, то дужки можна прибрати, АЛЕ змінити всі знаки в дужках на протилежні!

$$x^2 - (x + a^3) = x^2 - x - a^3$$

Подібні доданки

Доданки називаються подібними, якщо в них однакова буквена частина.

$$4x^2 \text{ і } x^2$$

$$8b^5 \text{ і } -7b^5$$

$$-ab^4 \text{ і } -7ab^4$$

Подібні доданки

$$8b^5c \text{ і } -7b^2$$

$$-b^5 \text{ і } 6b^2$$

$$2ab^5 \text{ і } 6ab^4$$

НЕ подібні доданки

Як зводити подібні доданки?

Щоб звести подібні доданки достатньо просто виконати дії з числами (коефіцієнтами, які стоять перед буквеною частиною), а буквену частину просто дописати.

Наприклад

$$4x^2 - 2x^2 = (4 - 2)x^2 = 2x^2$$

ВАЖЛИВО!

Якщо перед буквеною частиною не стоїть ніякого числа, то значить перед ним стоїть коефіцієнт 1.

Наприклад

$$4x^2 + x^2 = (4 + 1)x^2 = 5x^2$$

Розбір завдань ЗНО

Спростіть вираз $2a - (3b - 2a)$.

А	Б	В	Г	Д
$-3b$	$4a - 3b$	$-6ab - 4a$	$-6ab + 4a$	$-6ab - 4a^2$

Розв'язання

Розкриваємо дужки перед якими стоїть знак $-$. Не забуваємо всі знаки в дужках змінити на протилежні.

$$2a - 3b + 2a$$

Зводимо подібні доданки

$$\underline{2a} - 3b + \underline{2a}$$

$$4a - 3b$$

Відповідь: Б

Множення одночлена на многочлен

Щоб помножити одночлен на многочлен треба кожен член в дужках помножити на цей одночлен.

$$x(x^2 + x - 4)$$



$$x \cdot x^2 + x \cdot x - x \cdot 4 = x^3 + x^2 - 4x$$

$$2(x - 6)$$



$$2 \cdot x - 2 \cdot 6 = 2x - 12$$

Розбір завдань ЗНО

$$2(5x + 6) =$$

А	Б	В	Г	Д
$10x + 12$	$10x + 6$	$7x + 8$	$7x + 12$	$5x + 8$

Розв'язання

Маємо справу з множенням одночлена на многочлена.

За правилом будемо множити одночлен на кожен член многочлена

$$2 \cdot 5x + 2 \cdot 6 = 10x + 12$$

Відповідь: А

Розбір завдань ЗНО

Спростіть вираз $2(x + 5y) - (4y - 7x)$.

- А $9x + y$
- Б $9x + 14y$
- В $-5x + 6y$
- Г $9x + 6y$
- Д $16x + 2y$

Розв'язання

Розкриємо перші дужки. Множимо 2 на многочлен.

$$2 \cdot x + 2 \cdot 5y - (4y - 7x) = 2x + 10y - (4y - 7x)$$

Розкриваємо другі дужки. Це дужки, перед якими стоїть знак мінус, тому усі знаки в дужках треба змінити на протилежні.

$$\underline{2x} + 10y - \underline{4y} + \underline{7x}$$

Зводимо подібні доданки

$$9x + 6y$$

Відповідь: Г

Множення многочлена на многочлен

Щоб помножити многочлен на многочлен треба кожен член в дужках першого многочлена помножити на кожен член в дужках другого многочлена.

$$(a - b)(k + p)$$



$$a \cdot k + a \cdot p - b \cdot k - b \cdot p = ak + ap - bk - bp$$

$$(2x - 3)(x^2 + 7)$$



$$2x \cdot x^2 + 2x \cdot 7 - 3 \cdot x^2 - 3 \cdot 7 = 2x^3 + 14x - 3x^2 - 21$$

Розбір завдань ЗНО

Укажіть вираз, тотожно рівний виразу $(2x + 5) \cdot (3 - x)$.

А	Б	В	Г	Д
$15 + x - 2x^2$	$15 + x + 2x^2$	$15 + 6x - 2x^2$	$15 + 11x - 2x^2$	$15 + 11x + 2x^2$

Розв'язання

Маємо справу з множенням многочлена на многочлена.

За правилом будемо множити кожен члена першого многочлена на кожен член другого многочлена.

$$2x \cdot 3 - 2x \cdot x + 5 \cdot 3 - 5 \cdot x = 6x - 2x^2 + 15 - 5x$$

Тепер зводимо подібні доданки:

$$\underline{6x} - 2x^2 + 15 - \underline{5x} = 15 + x - 2x^2$$

Відповідь: А

Розкладання на множники

Розкласти многочлен на множники - це означає замінити його добутком кількох многочленів.

Один із способів розкладання многочлена на множники - винесення спільного множника за дужки

$$ax + ay = a(x + y)$$

Може бути ситуація, коли спільним є цілий вираз

Тоді за дужки варто винести цей спільний вираз

$$a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$$

Формули скороченого множення

Квадрат суми

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат різниці

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2a + b^2)^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot b^2 + (b^2)^2 = 4a^2 + 4ab^2 + b^4$$

$$(2a - 5)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 5 + 5^2 = 4a^2 - 20a + 25$$

Різниця квадратів

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$16a^2 - 25b^2 = (4a)^2 - (5b)^2 = (4a - 5b)(4a + 5b)$$

Формули скороченого множення

Куб суми

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Куб різниці

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(x \pm 3)^3 = x^3 \pm 3x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 \pm 3^3 = x^3 \pm 9x^2 + 27x \pm 27$$

Сума кубів

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Різниця кубів

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$8a^3 \pm 27 = (2a)^3 \pm 3^3 = (2a \pm 3)(4a^2 \mp 6a + 9)$$

Розбір завдань ЗНО

Укажіть вираз, тотожно рівний виразу $(2x - 3)^2 + 12x$.

№ 9, 2020д

А	Б	В	Г	Д
$4x^2 + 12x - 9$	$4x^2 + 9$	$4x^2 - 9$	$4x^2 + 12x + 9$	$4x^2 + 6x + 9$

Розв'язання

Розкриємо перші дужки за формулою скороченого множення Квадрат різниці

$$(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 + 12x = 4x^2 - 12x + 9 + 12x$$

Шукаємо подібні доданки (ті, у яких однакова буквена частина)

$$(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 + 12x = 4x^2 - 12x + 9 + 12x$$

Дані члени взаємознищуються, бо в сумі дають 0.

Отримаємо $4x^2 + 9$

Відповідь: Б

Розбір завдань ЗНО

Спростіть вираз $3(1-x)(1+x)$.

А $3 - 3x^2$

Б $3 - x^2$

В $3 + 3x^2$

Г $3 + x^2$

Д $3 + 6x - 3x^2$

Розв'язання

Дані дві дужки утворюють формулу скороченого множення різниці квадратів. Згортаємо ці дві дужки за формулою.

$$3(1^2 - x^2) = 3(1 - x^2)$$

Розкриваємо дужки. Множимо 3 на многочлен в дужках

$$3 \cdot 1 - 3 \cdot x^2 = 3 - 3x^2$$

Відповідь: А

Розбір завдань ЗНО

Розкладіть на множники вираз $25x^2 - 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(25x - 1)(x + 1)$	$(5x - 1)^2$	$(5x - 1)(5x + 1)$	$5(x - 1)(x + 1)$	$25(x - 1)(x + 1)$

Розв'язання

Маємо справу з формулою скороченого множення різниця квадратів.

$$25x^2 - 1 = (5x)^2 - 1^2$$

Розкладаємо на множники за формулою

$$(5x - 1)(5x + 1)$$

Відповідь: В

Розбір завдань ЗНО

До кожного виразу (1–4) доберіть тотожно рівний йому вираз (А–Д).

1 $(a-8)(a+8)$

А $a^2 - 16a + 64$

2 $(a-8)^2$

Б $a^2 - 64$

3 $(a-4)(a^2 + 4a + 16)$

В $a^2 - 20a + 64$

4 $(a-4)(a-16)$

Г $a^3 + 64$

Д $a^3 - 64$

Розв'язання

1) Маємо формулу різниці квадратів, згортаємо її

$$a^2 - 8^2 = a^2 - 64$$

Відповідь: Б

2) Маємо формулу квадрат різниці, розкриваємо

$$a^2 - 2 \cdot 8 \cdot a + 8^2 = a^2 - 16a + 64$$

Відповідь: А

3) Маємо формулу різниці кубів, згортаємо

$$a^3 - 4^3 = a^3 - 64$$

Відповідь: Д

4) Тут просто множимо многочлен на многочлен

$$a \cdot a - 16 \cdot a - 4 \cdot a + 4 \cdot 16 = a^2 - 16a - 4a + 64$$

Зводимо подібні доданки

$$a^2 - \underline{16a} - \underline{4a} + 64 = a^2 - 20a + 64$$

Відповідь: В

Розбір завдань ЗНО

Розкладіть на множники вираз $(a - 1)^2 - (b - 1)^2$.

- А $(a - b)(a + b)$
- Б $(a - b)(a + b + 2)$
- В $(a - b)^2$
- Г $(a - b)(a + b - 2)$
- Д $(a + b)(a - b - 2)$

Розв'язання

В даному випадку ми теж маємо справу з формулою скороченого множення різниці квадратів, але тут під квадратом стоїть не одночлен, як ми звикли, а многочлен.

Розкладаємо так само, наче у нас стоять одночлени.

$$((a - 1) + (b - 1)) \cdot ((a - 1) - (b - 1))$$

Розкриваємо усі дужки. Не забуваємо, що при розкритті дужок, перед якими стоїть знак мінус, знак в дужках змінюється на протилежний.

$$(a - 1 + b - 1) \cdot (a - 1 - b + 1) = (a + b - 2)(a - b) = (a - b)(a + b - 2)$$

Відповідь: Г



Я в тебе вірю♥