

Zad 5.

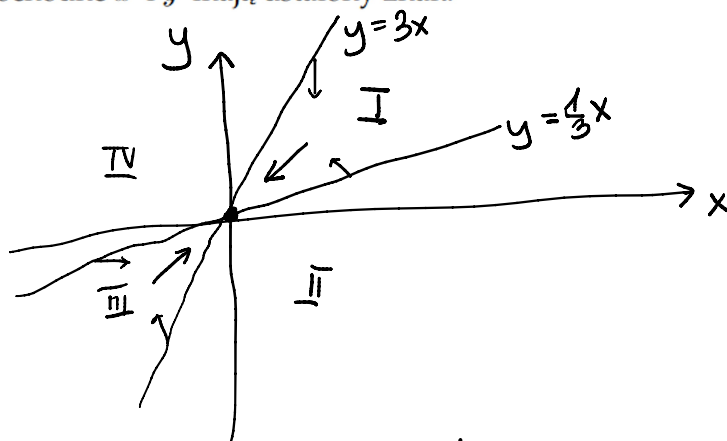
sobota, 17 czerwca 2023 20:52

Zadanie 5. Nie obliczając wartości własnych poniższej macierzy udowodnij, że każde rozwiązanie układu

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} x' = -3x + y \\ y' = x - 3y \end{cases}$$

zbiega do zera gdy $t \rightarrow \infty$.

WSKAZÓWKA: Udowodnij, że proste $y = 3x$ oraz $x = 3y$ dzielą płaszczyznę fazową na cztery obszary, w których pochodne x' i y' mają ustalony znak.



I $y > 0, x > 0, y < 3x, y > \frac{1}{3}x$
 $x' = -3x + y < -3x + 3x = 0$
 $y' = x - 3y < x - 3 \cdot \frac{1}{3}x = 0$

II $y < 3x, x > \frac{1}{3}y$
 $x' = -3x + y < -3x + 3x = 0$
 więc wpadnie do
I albo III

III $y < 0, x < 0, y < \frac{1}{3}x, y > 3x$
 $x' = -3x + y > -3x + 3x = 0$
 $y' = x - 3y > x - 3 \cdot \frac{1}{3}x = 0$

IV
 x'