

Zad 9.

sobota, 17 grudnia 2022 00:23

$$G(V, E) \downarrow \downarrow \bar{G}(V, \bar{E})$$

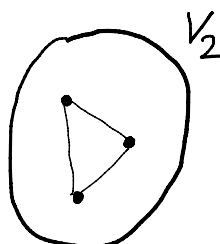
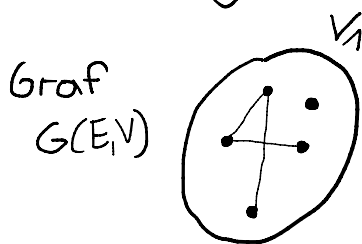
9. Udowodnij, że przynajmniej jeden z grafów G, \bar{G} jest spójny (\bar{G} to dopełnienie G).

Graf spójny – to taki, który nie jest niespójny.

Graf niespójny – $(\exists V_1, V_2) V_1 \cap V_2 = \emptyset, V_1 \cup V_2 \subseteq V, ((\forall e = \{u, v\}) u, v \in V_1 \vee u, v \in V_2)$ tj. nie ma krawędzi łączących V_1 z V_2 .

1) \uparrow
założymy, że $G(V, E)$ niespójny

rozbijmy go na składowe V_1 oraz V_2 t.j. $V_1 \cup V_2 = V$ i nie ma krawędzi pomiędzy wierzchołkami z V_1 i V_2 . wtedy.



$$\forall v \in V_1, \forall u \in V_2 \{v, u\} \notin E$$

\Downarrow

$$\forall v \in V_1, \forall u \in V_2 \{v, u\} \in \bar{E}$$

mamy zatem, że dla dowolnego wierzchołka $u \in V_1$ (dla $v \in V_2$) istnieje droga do dowolnego wierzchołka $v \in V_2$ (do $u \in V_1$). Dodatkowo, dla dowolnych dwóch wierzchołków $u, v \in V_1$ droga pomiędzy nimi to $(u, \{u, x\}, x, \{x, v\}, v)$, gdzie x to dowolny wierzchołek z V_2 ($\{u, x\} \in \bar{E}, \{x, v\} \in \bar{E}$). Analogicznie dla $u, v \in V_2$. Graf \bar{G} jest zatem drogowo spójny \Rightarrow spójny

2) G -spójny to teza zachodzi

□