Zad 5.

niedziela, 18 czerwca 2023 13:49

Zadanie 5. Znajdź rozwiązania równań spełniające dodatkowe warunki:

a) $u_x + u_y + 2u_z = 0$, $u = yz$ dla $x = 1$;

b) $y^2 u_x + xyu_y = x$, $u = y^2$ dla $x = 0$;

c) $xu_x - 2yu_y = x^2 + y^2$, $z = x^2$ dla $y = 1$;

d) $xu_x - yu_y = 0$, $u = 1$ dla $y = \frac{1}{x}$.

b) $xu_x - 2yu_y = x^2 + y^2$, $u = x^2$ dla $y = 1$

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -2y \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} x = c_1 e^t \\ y = c_2 e^{-2t} \end{cases} \qquad x^2 y = c_1^2 c_2 = c$$

$$\frac{d}{dt} u(x,y) = x^2 + y^2 = c_1^2 e^{2t} + c_2^2 e^{-4t}$$

$$u(x,y) = \frac{c_1^2}{2} e^{2t} - \frac{c_2^2}{4} e^{-4t} = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$$

$$xu_x - 2yu_y = 0$$

$$u(x,y) = F(c) = F(x^2 y)$$

$$u(x,1) = F(x^2) = x^2 \qquad F(a) = a$$

ost.

$$u(x,y) = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} + x^2$$