

Zad 2.

wtorek, 24 stycznia 2023 17:38

M12.2. 1 punkt Wyprowadzić wzór na jednopunktową kwadraturę liniową, która jest dokładna dla wszystkich funkcji stałych i liniowych.

$$f(x) \in \Pi_1$$

$$\text{chcemy, żeby} \quad \int_a^b f(x) dx = A \cdot f(x_0)$$

$$\int_a^b 1 dx = b-a = A \cdot 1 \Rightarrow A = b-a$$

$$\int_a^b x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_a^b = \frac{b^2 - a^2}{2} = \frac{(b-a)(b+a)}{2} = A x_0$$

$$(b-a)x_0 = \frac{(b-a)(b+a)}{2} \Rightarrow x_0 = \frac{b+a}{2}$$

↑ środek przedziału

stąd dostajemy wzór

$$\int_a^b f(x) dx = (b-a) f\left(\frac{b+a}{2}\right) \quad \text{gdzie } f \in \Pi_1$$