

Zad 5

środa, 23 listopada 2022 21:54

5. Dane są liczby całkowite $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Pokaż, że wtedy istnieją takie i, j , że $a_i + a_{i+1} + \dots + a_j$ jest podzielne przez n .

Niech $b_k = \sum_{i=1}^k a_i$ oznacza ciąg sum prefiksowych ($k=1 \dots n$)

1° $\exists k \quad b_k \bmod n = 0$
wtedy odpowiedzią jest ta suma

2° $\forall k \quad b_k \bmod n \neq 0$

wtedy mamy n sum i $n-1$ reszt, czyli
zawsze dwie sumy (b_x i b_y , b.s.o. $x < y$)
spełniają $b_x \equiv_n b_y$.

różnica $b_y - b_x$ jest sumą elementów a
na ciągłym przedziale i jest
podzielna przez n \square