

Zad 3.

poniedziałek, 30 stycznia 2023

19:48

M13.3. 1 punkt Jak ocenimy uwarunkowanie układu $Ax = b$, o macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1+\varepsilon \\ 1-\varepsilon & 1 \end{bmatrix},$$

dla $0 < \varepsilon \leq 0.01$?

$$\det A = 1 - (1+\varepsilon)(1-\varepsilon) = \varepsilon^2$$

$$\|A\|_{\infty} = 1 + 1 + \varepsilon = 2 + \varepsilon$$

$$\varepsilon^2 \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} = |1| + |-(\varepsilon+1)| = \varepsilon + 2$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -(1+\varepsilon) \\ -(1-\varepsilon) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -(\varepsilon+1) \\ \varepsilon-1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\varepsilon^2}$$

$$\|A^{-1}\|_{\infty} = \frac{\varepsilon+2}{\varepsilon^2}$$

$$\text{cond}_{\infty}(A) = \frac{(\varepsilon+2)^2}{\varepsilon^2} > 1 \quad \text{oraz}$$

$$\text{cond}_{\infty}(A) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \infty$$

więc układ jest źle uwarunkowany