

Zad 4.

środa, 16 listopada 2022 22:18

4. (Binarny algorytm gcd) Opisz algorytm obliczający $\gcd(a, b)$ z zależności:

- $\gcd(a, b) = \gcd(a/2, b)$ gdy a parzyste i b nieparzyste,
- $\gcd(a, b) = \gcd(a - b, b)$ gdy $a > b$ i obie nieparzyste.

Co powinien zrobić algorytm, gdy na początku a i b są parzyste? Jaka jest złożoność tego algorytmu?

$$\gcd(a, 1) = a$$

$$\gcd(1, b) = b$$

$$a, b \text{ parzyste} \rightarrow \gcd\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) \cdot 2$$

$$a \text{ parzyste, } b \text{ nieparzyste} \rightarrow \gcd\left(\frac{a}{2}, b\right)$$

$$\text{oba nieparzyste} \rightarrow \gcd(a - b, b)$$

analogicznie gdy
 b parzyste, a nie
oraz dla
 $b > 0$ gdy
oba nieparzyste

złożoność $O(\log_2(\max\{a, b\}))$, bo 2 kroki
algorytmu zapewniają, że co najmniej jedna
z liczb a, b zmniejszy się co najmniej 2-krotnie