

Zad 17.

środa, 30 listopada 2022 22:25

17. Oblicz ile jest rozróżnialnych naszyjników złożonych z p kamieni (p -liczba pierwsza). Możemy kamienie te wybrać dysponując nieograniczoną liczbą nierozróżnialnych kamieni białych i czarnych.

X - zbiór naszyjników

$p=2$ osobno \rightarrow 3 naszyjniki

$$|X| = 2^p$$

$\leftarrow p > 2$

działamy na X grupą dihedralną D_p
 $|D_p| = 2p$ (p symetrii i p obrotów)

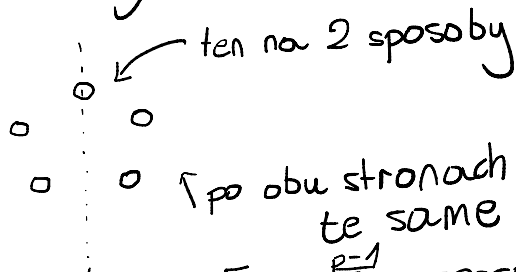
zliczamy punkty stałe elementów D_p

$$\text{id} : 2^p$$

obrot o dowolny kąt : z pierwszościami p są tylko 2 punkty stałe dla każdego $(p-1)$ obrotu

(wszystkie czarne lub białe)

symetrie :



po obu stronach muszą być parami te same

$$[2^{\frac{p-1}{2}} \text{ sposobów}]$$

p symetrii czyli $2p \cdot 2^{\frac{p-1}{2}}$

$$\text{z lematu Burnside'a } N = \frac{1}{2p} (2^p + 2p \cdot 2^{\frac{p-1}{2}} + 2(p-1))$$

koniec