

Zad 2.

niedziela, 18 czerwca 2023 12:42

Zadanie 2. Znajdź funkcję $u = u(x, y)$ spełniającą podane równanie różniczkowe cząstkowe i warunki dodatkowe:

a) $u_{xx} = 6x; u(0, y) = y, \quad u(1, y) = y^2 + 1$ b) $yu_{yy} + u_y = 0; u(x, 1) = x^2, \quad u(x, e) = 1.$

a) $u_{xx} = 6x$
 $u_x(x, y) = \int 6x \, dx = 3x^2 + f(y)$
 $u(x, y) = \int 3x^2 + f(y) \, dx = x^3 + x f(y) + g(y)$
 $u(0, y) = g(y) = y$
 $u(1, y) = 1 + f(y) + g(y) = 1 + f(y) + y = y^2 + 1$
 $f(y) = y^2 - y$
 $u(x, y) = x^3 + x(y^2 - y) + y$

b) $yu_{yy} + u_y = 0 \quad u(x, 1) = x^2 \quad u(x, e) = 1$
 $(yu_y)_y = 0 \quad yu_y = \int 0 \, dy = f(x)$
 $u_y = \frac{f(x)}{y} \quad u(x, y) = f(x) \ln|y| + g(x)$
 $u(x, 1) = g(x) = x^2$
 $u(x, e) = f(x) + x^2 = 1 \Rightarrow f(x) = 1 - x^2$
 $u(x, y) = (1 - x^2) \ln|y| + x^2$