

Zad 5

poniedziałek, 21 listopada 2022 12:21

M6.5. 1 punkt Wyznaczyć wielomian $H_5 \in \Pi_5$, spełniający warunki $H_5(x_i) = y_i$, $H'_5(x_i) = y'_i$ ($i = 0, 1, 2$), gdzie x_i, y_i, y'_i mają następujące wartości:

i	x_i	y_i	y'_i
0	-1	7	-1
1	0	6	0
2	2	22	56

$$f[x_i, x_i] = f'(x_i), \text{ bo}$$

$$f[x+h, x] = \frac{f(x) - f(x+h)}{x - (x+h)} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} f'(x)$$

liczymy ilorazy różnicowe

x_0	-1	7					
x_0	-1	7	-1				
x_1	0	6	-1	0			
x_1	0	6	0	1	1		
x_2	2	22	8	4	1	0	
x_2	2	22	56	24	10	3	1

$$H_5(x) = \sum_{k=0}^5 f[x_0, \dots, x_k] p_k(x) =$$

$$= 7 - 1(x+1) + (x+1)^2 x + (x+1)^2 x^2 (x-2)$$

$$= 7 - x - 1 + x^3 + 2x^2 + x + (x-2)[x^4 + 2x^3 + x^2] =$$

$$= x^3 + 2x^2 + 6 + x^5 + 2x^4 + x^3 - 2x^4 - 4x^3 - 2x^2 =$$

$$= x^5 - 2x^3 + 6$$

$$H'_5(x) = 5x^4 - 6x^2$$

$$H_5(-1) = -1 + 2 + 6 = 7 \quad \checkmark$$

$$H_5(0) = 6 \quad \checkmark$$

$$\dots \dots \dots \checkmark$$

$$H_5(0) = 6 \quad \checkmark$$

$$H_5(2) = 32 - 10 + 6 = 22 \quad \checkmark$$

$$H'_5(-1) = 5 - 6 = -1 \quad \checkmark$$

$$H'_5(0) = 0 \quad \checkmark$$

$$H'_5(2) = 5 \cdot 15 - 6 \cdot 4 = 80 - 24 = 56 \quad \checkmark$$

git