

Zad 3.

poniedziałek, 12 grudnia 2022 19:15

M8.3. 1 punkt Jakim wzorem wyraża się n -ty wielomian optymalny dla funkcji f w sensie normy

$$\sqrt{\langle f, f \rangle} = \|f\|_2 := \sqrt{\int_{-1}^1 (1-x^2)^{-1/2} f^2(x) dx}$$

Twierdzenie

Jeśli ciąg $\{P_k\} \subset C_p[a, b]$ jest ortogonalny, to n -ty wielomian optymalny w_n^* określony w zadaniu 1 istnieje, jest określony jednoznacznie i wyraża się wzorem

$$w_n^* = \sum_{k=0}^n \frac{\langle f, P_k \rangle}{\langle P_k, P_k \rangle} P_k, \quad (12)$$

↑
mamy zatem ten
wzór na n -ty
wielomian optymalny

$$w_n^* = \sum_{k=0}^n \frac{\langle f, T_k \rangle}{\langle T_k, T_k \rangle} T_k$$

dla iloczynu skalarnego
 $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} f(x)g(x) dx$
 wiemy, że $\{T_k\}_{k=0}^{\infty}$ jest
 ciągiem wielomianów
 ortogonalnych na $[-1, 1]$