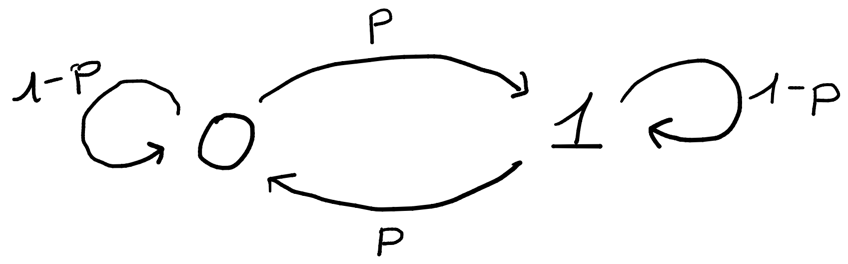
Zad 10.

poniedziałek, 5 grudnia 2022 22:40

10. Przez linię komunikacyjną przesyłamy 0 lub 1. Prawdopodobieństwo, że adresat dostanie oryginalną wiadomość wynosi $1-p$ a prawdopodobieństwo że dostanie jej negację wynosi p. Niech p_n będzie prawdopodobieństwem otrzymania 0 po przesłanu 0 przez n kolejnych linii komunikacyjnych. Znajdź zależność rekurencyjną na p_n i rozwiąż ją za pomocą metody anihilatorów.



p_n - prawdopodobieństwo otrymania 0 po n krokach po początkowym wystaniu 0

$$p_n = (1-p)p_{n-1} + (1-p_{n-1})p$$

po n-1 krokach dostaliśmy 0, znowu otrymamy 0 z prawdop. $(1-p)$

po n-1 krokach otrymaliśmy 1, 0 otrymamy z prawdop. p

$$p_n = p_{n-1} - p \cdot p_{n-1} + p - p \cdot p_{n-1}$$

$$p_n = p_{n-1}(1-2p) + p$$

$$p_n - p_{n-1}(1-2p) = p$$

$$p_{n+1} - p_n(1-2p) = p$$

$$(E-1)\langle p\rangle = \langle 0\rangle$$

$$E\langle p_n\rangle - (1-2p)\langle p_n\rangle = \langle p\rangle$$

$$(E-(1-2p))\langle p_n\rangle = \langle p\rangle$$

$$(E-1)(E-(1-2p))\langle p_n\rangle = \langle 0\rangle$$

czyli $p_n = \alpha + \beta(1-2p)^n$. mamy

$$\begin{cases} p_1 = 1-p = \alpha + \beta(1-2p) \\ p_2 = (1-p)^2 + p^2 = \alpha + \beta(1-2p)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots \\ p_2 = (1-p)^2 + p^2 = \alpha + \beta(1-2p)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - 2p + 2p^2 = \alpha + \beta(1-2p)^2 \\ 1 - p = \alpha + \beta(1-2p) \end{cases}$$

$$-p + 2p^2 = \beta\left[1 - 4p + 4p^2 - 1 + 2p\right]$$

$$-p + 2p^2 = \beta\left[-2p + 4p^2\right]$$

$$\begin{cases} \beta = \frac{1}{2} \\ \alpha = 1 - p - \frac{1}{2}(1-2p) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ostatecznie $p_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1-2p)^n$