

Zad 14.

środa, 9 listopada 2022 23:27

14. Pokaż, że dla każdego n istnieje dokładnie jedna potęga 2, która w układzie dziesiętnym ma n cyfr z najbardziej znaczącą cyfrą 1.

istnienie można zapisać tak

$$\exists k \quad 10^{n-1} \leq 2^k < 10^{n-1} \cdot 2$$

$$\log_2 10^{n-1} \leq k < \log_2(10^{n-1} \cdot 2) = \log_2 10^{n-1} + \log_2 2 = \log_2 10^{n-1} + 1$$

$$x := \log_2 10^{n-1}$$

$$x \leq k < x+1$$

a taka nierówność ma dokładnie jedno rozwiązanie w \mathbb{Z} (co dowodzi istnienia i jednoznaczności) \square