Zad 9.

środa, 19 kwietnia 2023 11:31

Zadanie 9. Równanie postaci $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = f(\frac{y}{t})$, gdzie f jest daną funkcją, nazywamy *równaniem jednorodnym*. Pokaż, że równanie tego typu sprowadza się przez zamianę zmiennych $v(t) = \frac{y(t)}{t}$ do równania $t(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}) + v = f(v)$. Znajdź rozwiązanie ogólne. Rozwiąż równania:

a) $2y + t - ty' = 0$, b) $ty' = y - te^{y/t}$, c) $ty' = y\cos(\log\frac{y}{t})$.

$$y' = f\left(\frac{y}{t}\right) \qquad v(t) = \frac{y(t)}{t}$$

$$y(t) = tv(t)$$

$$y'(t) = v(t) + tv'(t)$$

$$v(t) + tv'(t) = f(v)$$

$\square$

$$tv' + v = f(v) \quad /: t$$

$$v' + \frac{1}{t}\cdot v = \frac{f(v)}{t} \quad / \cdot e^{\int \frac{1}{t}dt} = e^{\ln t} = t \qquad \text{oh}$$

$$(vt)' = f(v) \quad / \int$$

$$vt = \int f(v)\,dt$$

$$v = \frac{\int f(v)\,dt}{t}$$

a) $2y + t - ty' = 0$,