Zad 11.

środa, 30 listopada 2022 22:19

11. Udowodnij, że liczba permutacji $\pi \in S_n$ posiadających w rozbiciu na cykle odpowiednio $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ cykli długości $1, 2, 3, \dots$ jest równa

$$\frac{n!}{1^{\lambda_1}2^{\lambda_2}\cdots n^{\lambda_n}\lambda_1!\lambda_2!\cdots\lambda_n!}.$$

$\lambda_1 + 2\lambda_2 + \dots + n\lambda_n = n$

$$\underbrace{(\_)\dots(\_)}_{\lambda_1}\underbrace{(\_\,\_)\dots(\_\,\_)}_{\lambda_2}\dots\overbrace{(\underbrace{\_\dots\_}_{n})(\_\dots\_)}^{\lambda_n} = \pi \in S_n$$

ustawiamy elementy na zaznaczonych miejscach

$n!$ wszystkich $\longrightarrow \dfrac{n!}{\lambda_1!\lambda_2!\dots\lambda_n!} \longrightarrow \dfrac{n!}{1^{\lambda_1}2^{\lambda_2}\dots n^{\lambda_n}\lambda_1!\lambda_2!\dots\lambda_n!}$

↑ bo cykle można permutować i otrzymamy tą samą permutację

↑ bo cykl długości i można zapisać na i różnych sposobów (a cykli długości i jest λ_i)

□