Zad 7.

poniedziałek, 12 grudnia 2022 20:46

M8.7. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Niech f będzie funkcją ciągłą w przedziale $[a, b]$. Wykazać, że dla dowolnego podprzedziału $[c, d]$ tego przedziału zachodzi nierówność $E_n(f; [c, d]) \leqslant E_n(f; [a, b])$.

$$E_n(f; [c,d]) = \inf_{w \in \Pi_n} \|f-w\|_\infty^{[c,d]}$$

$$\|f-w\|_\infty^{[a,b]} = \max_{x\in[a,b]} |f(x)-w(x)|$$, podobnie

$$\|f-w\|_\infty^{[c,d]} = \max_{x\in[c,d]} |f(x)-w(x)|$$

skoro patrzymy na maximum w przedziale $[c,d]$ zawartym w $[a,b]$, to

$\forall w\in\Pi_n \; \|f-w\|_\infty^{[c,d]} \leq \|f-w\|_\infty^{[a,b]}$, dlatego też

$$\inf_{w\in\Pi_n}\left(\max_{x\in[c,d]} |f(x)-w(x)|\right) \leq \inf_{w\in\Pi_n}\left(\max_{x\in[a,b]} |f(x)-w(x)|\right)$$

$\square$