

## Zad 6.

wtorek, 17 stycznia 2023 16:51

6. (Dualny algorytm chciwości) Udowodnij, że po wykonaniu kroków 1 i 2,  $T$  jest najkrótszym drzewem rozpinającym grafu  $G$ .

Krok 1: Niech  $c(e_1) > c(e_2) > \dots > c(e_m)$ ;

Krok 2:  $T := E(G)$ ;

```
for  $e_1, e_2, \dots, e_m$  do  
  if  $T \setminus e_i$  jest grafem spójnym  
  then  $T := T \setminus e_i$ .
```

1)  $T$  jest drzewem rozpinającym  $G$

w kolejnych obrotach pętli w kroku 2 usuwamy kolejno krawędzie, które nie rozspajają  $T$ . Wynika z tego to, że  $T$  na pewno na koniec jest spójny oraz to, że  $T$  nie posiada cykli (gdyby cykl istniał, to oznaczałoby to, że nie usunęliśmy już krawędzi, która wcale nie rozspaja  $T$ ).  $T$  jest zatem drzewem zawierającym wszystkie  $v \in V(G)$   
 $\Rightarrow$  drzewem rozpinającym  $G$ .

2)  $T$  jest najmniejsze

wiemy już, że  $T$  jest drzewem rozpinającym  $G$ . w kolejnych obrotach pętli w kroku 2 usuwamy krawędzie zaczynając od tych o największych wagach - są one, zatem pierwsze w kolejce do usunięcia i jeśli nie są potrzebne to algorytm się ich pozbedzie.  $T$  jest zatem najmniejszym drzewem rozpinającym  $G$ .  $\square$