Zad 14.

środa, 19 kwietnia 2023 13:22

Zadanie 14. W podanych równaniach dobierz stałą a lub funkcję $f(t)$ tak, aby było ono zupełne, a następnie rozwiąż je:

a) $t + ye^{2ty} + ate^{2ty}y' = 0,$ b) $\frac{1}{t^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{(at+1)}{y^3}y' = 0,$ c) $y^2 \sin t + yf(t)y' = 0.$

a) $M = t + ye^{2ty}$

$N = ate^{2ty} = te^{2ty}$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = e^{2ty} + 2ye^{2ty}t$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = ae^{2ty} + 2ate^{2ty}y$$

$$a + 2aty = 1 + 2yt$$

$$a = 1$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = t + ye^{2ty} \quad / \int dt$$

$$\int t + ye^{2ty}\, dt = \frac{t^2}{2} + y\int e^{2ty}\, dt =$$

$$= \frac{t^2}{2} + y \cdot \frac{1}{2y} e^{2ty} + c_1(y)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = te^{2ty} \quad / \int dy$$

$$\varphi(t,y) = c_2(t) + t \cdot \frac{1}{2t} e^{2ty}$$

$$\frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}e^{2ty} + c_1(y) = \frac{1}{2}e^{2ty} + c_2(t)$$

$$\frac{t^2}{2} + c_1(y) = c_2(t)$$

$$\varphi(t,y) = \overset{c}{\tfrac{1}{2}} e^{2ty} + \frac{1}{2}t^2 + c$$

$$\frac{1}{2}e^{2ty} + \frac{1}{2}t^2 = \tilde{c}$$

$$e^{2ty} = -t^2 + \tilde{c}$$

$$2ty = \ln(-t^2 + \tilde{c})$$

$$y = \frac{\ln(-t^2 + \tilde{c})}{2t}$$