

Zad 8.

niedziela, 2 kwietnia 2023 20:33

Zadanie 8. W zadaniu rozważymy ogólną metodę binaryzacji, dla więzów, które są zdefiniowane za pomocą wyrażeń arytmetycznych i symboli relacyjnych (przykładowo $2A + 4B > 7C + D^2 + EF + G^3$). Pokaż, jak zamieniać takie więzy na więzy o arności 2 lub 3 (być może dodając nowe zmienne, pamiętaj o tym, że nowe zmienne muszą mieć dziedziny). A następnie pokaż, jak eliminować więzy o arności 3 (zamieniając je na binarne).

● \rightarrow placeholder na operatory ze zbioru
 $\{+, -, \cdot, /\}$

● \rightarrow placeholder na symbole relacyjne
 $\{<, >, \leq, \geq, =, \neq\}$

mamy n -arny więz postaci

$$(1) \quad \alpha_1 X_1 \cdot \alpha_2 X_2 \cdot \dots \cdot \alpha_k X_k \cdot \alpha_{k+1} X_{k+1} \cdot \dots \cdot \alpha_n X_n$$

chcemy go zamienić na więzy 2 lub 3 argumentowe

Wprowadzamy nową zmienną A , której dziedziną jest zbiór krotek (x_1, x_2, \dots, x_n) , gdzie $x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$ oraz wartości x_1, \dots, x_n spełniają więz (1), tzn. przykładowo dla zmiennych $X, Y, Z \in \{0, 1\}$ i więzu

$X + Y = Z$ dziedzina A wynosi

$\{(0, 0, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$. Wprowadzamy również nowe więzy opisujące relacje pomiędzy zmiennymi X_i i zmienną A następującej postaci:

$$\begin{aligned} X_1 &= A_1 \\ X_2 &= A_2 \\ &\vdots \\ X_n &= A_n \end{aligned}, \quad \text{gdzie } A_i \text{ oznacza element na } i\text{-tej pozycji krotki z } A$$

taka redukcja wymaga co prawda lokalnego rozwiązania takiego więzu, natomiast,

taka redukcja wymaga co prawda lokalnego rozwiązania takiego więzu, natomiast, plusem jest to, że nie trzeba się martwić pozostałymi więzami (w trakcie tego lokalnego rozwiązywania)

alternatywnie

wprowadzamy dwie nowe zmienne:
 A i B , których dziedzinami są
odpowiednio wszystkie możliwe wartości
generowane przez lewą i prawą stronę
rownania/nierówności, tj. przykładowo

$$A = \{ a \mid a = \alpha_1 x_1 \cdot \dots \cdot \alpha_k x_k, x_1 \in X_1, \dots, x_k \in X_k \}$$

wprowadzamy wtedy nowy binarny
więz:

$$A \cdot B$$