Zad 1.

poniedziałek, 28 listopada 2022 18:30

1. Rozważając liczbę sposobów wybrania spośród n osób delegacji z jej przewodniczącym zinterpretuj wzór

$$\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} = n2^{n-1}.$$

$n \cdot 2^{n-1}$

przewodniczącego możemy wybrać na n sposobów

dla reszty osób określamy czy dana osoba jest członkiem delegacji (1) albo nie jest (0) otrzymujemy zatem ciąg zer i jedynek długości $n-1$. Takich ciągów jest 2^{n-1}.

z drugiej strony mamy

$\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$ rozważamy k-osobowe delegacje ($k = 1, \ldots, n$).

z n osób możemy wybrać k członków delegacji na $\binom{n}{k}$ sposobów. Pozostaje zatem wybrać przewodniczącego - można to zrobić na k sposobów, stąd $k\binom{n}{k}$. Aby otrzymać wszystkie możliwości sumujemy po możliwych rozmiarach delegacji: $\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$.

dostajemy zatem równość $\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} = n2^{n-1}$