Zrównoleglone całkowanie metodą Monte Carlo

21 listopada 2024

1 Wstęp

Obliczanie całek jest kluczowym zagadnieniem w matematyce, wykorzystywanym w wielu dziedzinach nauki, inżynierii i finansów. Tradycyjne metody numeryczne, takie jak reguła trapezów czy metoda Simpsona, są skuteczne w wielu przypadkach, ale nie zawsze są w stanie sprostać złożonym problemom, szczególnie w przestrzeniach o wyższych wymiarach. W takich przypadkach przydatne stają się metody probabilistyczne, a jedną z najbardziej popularnych technik jest metoda Monte Carlo.

Metoda Monte Carlo opiera się na wykorzystywaniu losowych prób do przybliżania wartości całek. Chociaż jest to technika prosta w implementacji, jej efektywność obliczeniowa w dużych zbiorach danych może być problematyczna. Aby poprawić wydajność obliczeń, można wykorzystać równoległe przetwarzanie danych, co jest szczególnie efektywne w przypadku dużych problemów numerycznych. W tym kontekście język Java oferuje narzędzia takie jak Stream oraz ParallelStream, które umożliwiają efektywne i równoległe przetwarzanie danych na wielu rdzeniach procesora.

Celem niniejszego raportu jest przedstawienie procesu implementacji metody Monte Carlo do obliczania całek w języku Java z wykorzystaniem Stream oraz ParallelStream. W szczególności raport skupi się na porównaniu wydajności obu podejść, badając, w jakim stopniu równoległe przetwarzanie może przyspieszyć obliczenia w porównaniu do tradycyjnych metod sekwencyjnych. Przedstawione będą również przykłady implementacyjne oraz wyniki eksperymentów, które ilustrują zalety i wady każdej z metod.

2 Opis Programu

W celu realizacji projektu utworzono programy `MonteCarloIntegralEstimator` i `MonteCarloParallelIntegralEstimato`
Oba programy przyjmują cztery parametry: ścieżkę do badanej funkcji, początek i koniec zakresu całkowania (dla uproszczenia przyjęto ten sam przedział dla każdej zmiennej), oraz liczbę iteracji metody. Przykładowe wywołanie:

```
java .\MonteCarloIntegralEstimator.java .\Examples\ComplexFunction.java 0 1 100000
```

3 Obliczanie Całek

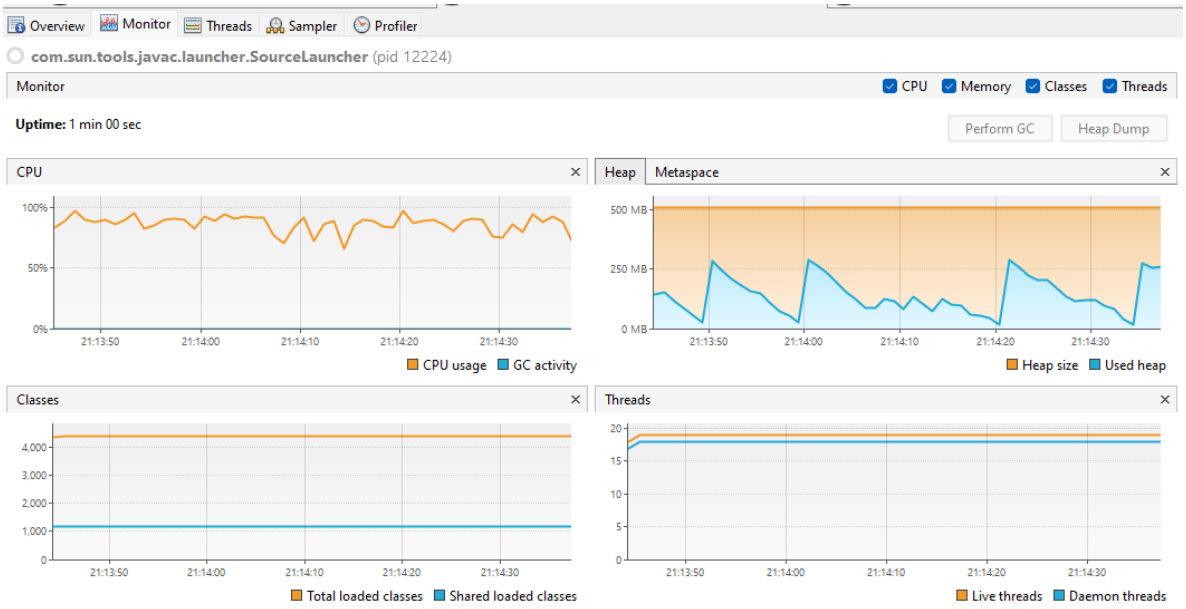
Całki są przybliżane za pomocą wzoru:

$$I = \frac{(b-a)^z}{N} \sum_{i}^{N} f(x_1, x_2, \ldots, x_z) \tag{1}$$

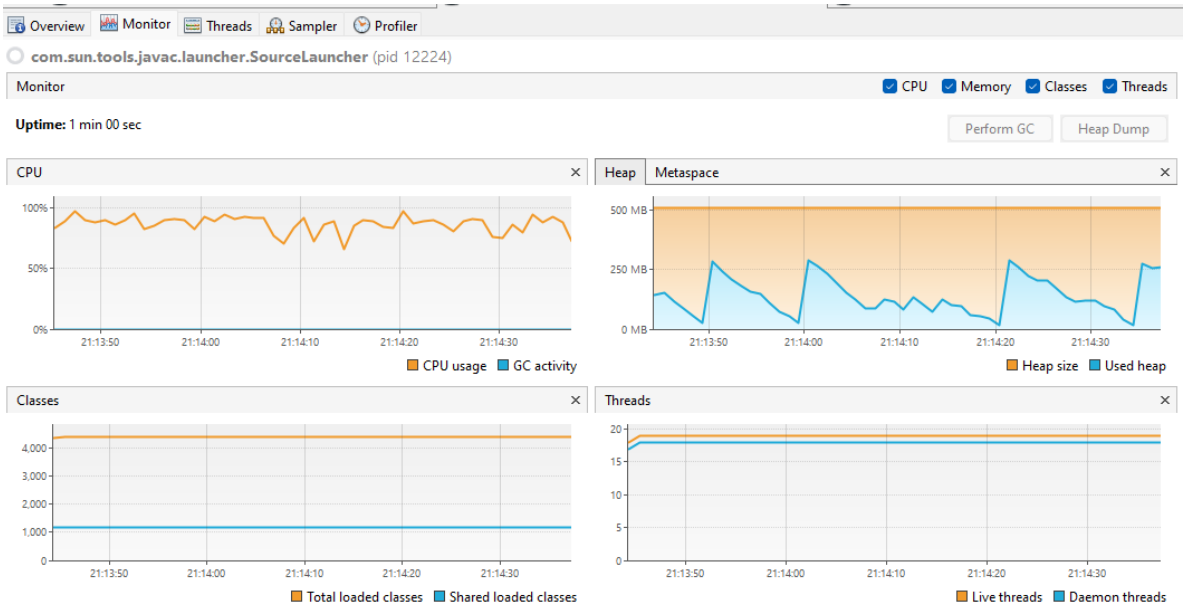
4 Testy rozwiązania

W pierwszej wersji programu postanowiliśmy wykorzystać refleksję do wyliczania wartości funkcji, co okazało się problematyczne przy wykorzystaniu ParallelStream. Okazało się, że przy przyjętej architekturze (wykorzystaniu statycznych funkcji wczytywanych przez refleksję) zrównoleglone wątki blokują się nawzajem, spowalniając działanie programu.

Badania profilera wykazały ponad czterokrotną przewagę `Stream` nad `ParallelStream`. Jest to spowodowane niemożliwością zrównoleglenia wywołań statycznych metod, co po czasie wydaje się być dość oczywiste.



Rysunek 1: Wyniki testów bez zrównoleglenia



Rysunek 2: Wyniki testów ze zrównolegleniem

5 Wnioski

Przy przyjętej architekturze zrównoleglenie nie wpłynęło pozytywnie na czas wykonywania programu. Przeprowadzona analiza wskazuje, że próba wykorzystania ParallelStream do zrównoleglania obliczeń w tym przypadku nie przyniosła oczekiwanych korzyści, a wręcz spowodowała pewne spowolnienia w porównaniu z podejściem sekwencyjnym. Zasadniczym powodem tego zjawiska było wykorzystanie refleksji do wywoływania statycznych metod, co jest procesem kosztownym i trudnym do zrównoleglenia w sposób efektywny.

Po przeanalizowaniu wyników z profilerem, stało się jasne, że w kontekście naszej architektury programowej, zrównoleglone wątki blokują się nawzajem, oczekując na dostęp do statycznych metod. Takie blokady, szczególnie w przypadku obliczeń, które są wykonywane na dużych zbiorach danych, mogą prowadzić do spadku wydajności. W praktyce oznacza to, że wątki nie mogą równocześnie wykonywać

obliczeń, ponieważ każda próba wywołania statycznej metody wymaga synchronizacji, co zmniejsza efektywność równoległości.

Z kolei w przypadku standardowego Stream, bez równoległego przetwarzania, obliczenia wykonywane są sekwencyjnie, co zapewnia lepszą kontrolę nad kolejnością i synchronizacją, a także unika problemów związanych z blokowaniem wątków. Choć w przypadku dużych danych równoległe przetwarzanie powinno przynieść korzyści, to jednak w naszej konkretnej implementacji, gdzie dominował koszt refleksji, tradycyjny Stream okazał się bardziej wydajny.

Wnioski płynące z tego eksperymentu sugerują, że nie każda aplikacja, nawet jeżeli wykorzystuje równoległe przetwarzanie danych, będzie zyskiwała na wydajności. W szczególności, zastosowanie refleksji w kontekście równoległych wątków może prowadzić do nieoczekiwanych problemów z wydajnością. Z tego powodu, w przyszłych projektach, warto unikać takich podejść lub przynajmniej przeprowadzić dokładną analizę wydajnościową przed zdecydowaniem się na zrównoleglenie.

Podsumowując, nasze doświadczenia pokazują, że równoleglenie obliczeń może być skuteczne tylko wtedy, gdy odpowiednia architektura programu wspiera efektywne zarządzanie wątkami i minimalizowanie problemów związanych z synchronizacją. W przypadku bardziej zaawansowanych aplikacji numerycznych, zaleca się ostrożność przy stosowaniu refleksji i zwrócenie uwagi na aspekty takie jak współbieżność i zarządzanie zasobami w systemie wielordzeniowym.