



Exercice 1.

Notes

On suppose que les notes d'étudiants suivent une loi normale $\mathcal{N}(\mu = 12, \sigma = 4)$. On considère un échantillon de n notes.

- Quelle est la loi de la moyenne m_n des notes de l'échantillon.
- Calculez $\mathbb{P}(m_n \geq 14)$ et $\mathbb{P}(m_n \leq 10)$
- Calculez $\mathbb{P}(10 \leq m_n \leq 14)$
- Donnez un intervalle de confiance $E \pm a_n$ à 95%
- Après avoir donné les réponses aux questions précédentes en fonction de n , donnez les valeurs numériques pour $n = 1$, $n = 10$ et $n = 100$.

Exercice 2.

Vivement le ski !

La société Omlet© a fabriqué un téléphérique qui s'effondre à coup sûr dès que le poids des passages dépasse 3 tonnes. L'ingénieur sécurité sait que le poids moyen d'un passager est de 70kg. Il décide alors de limiter la capacité du téléphérique à 40 personnes. Un groupe aléatoire de 40 personnes prend le téléphérique. Quel est le risque que celui-ci se casse ?

Exercice 3. *Quand vais je recevoir la facture ?*

Une entreprise a constaté que la proportion de factures en retard (impayées à 10 jours) est de 10%. On tire un échantillon aléatoire de 900 factures.

- Quelle est la loi de la proportion f_{900} de factures en retard de l'échantillon ?
- Calculez $\mathbb{P}(0.08 \leq f_{900} \leq 0.12)$
- Donner un intervalle de confiance à 95% et à 99%.

Exercice 4.

Plus grand, plus petit

On suppose que la taille de la population française suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu = 175.6; \sigma = 6.6)$ (en cm) pour les hommes et $\mathcal{N}(\mu = 162.5; \sigma = 4.6)$ pour les femmes.

- Soit deux français (homme ou femme) pris au hasard dans la population (Il y a 48.46% d'hommes dans la population française). Quelle est la probabilité que l'un soit au moins 10cm plus grand que l'autre ?
- On considère les couples homme-femme. Donnez un intervalle de confiance à 95% de la différence de taille (taille de l'homme moins taille de la femme).

Exercice 5.

Élections

Lors d'une élection à 2 candidats, chaque électeur de la population vote pour A avec une probabilité de 56% (sinon il vote pour le candidat B). On considère un échantillon aléatoire de 50 personnes.

- Quelle est la probabilité d'avoir au moins 30 personnes votant pour A dans l'échantillon ?

- Comparer les valeurs numériques en faisant le calcul exact et en utilisant la loi normale.

Exercice 6.

2 sur 3

On considère une population à 3 éléments de valeurs respectives 1, 2, 3.

- Quelle est la loi de la v.a. X correspondant au tirage d'un élément ? Calculez $E(X)$ et $V(X)$.
- Soit $S = X_1 + X_2$ ainsi que $E(S)$ et $V(S)$ pour
 - un tirage avec remise
 - un tirage sans remise

Exercice 7.

Où est passée ma tablette

On considère une population de 4000 personnes et l'on cherche à estimer la proportion p de personnes possédant une tablette numérique. On tire un échantillon aléatoire sans remise de 400 personnes et on constate que 40 d'entre elles possèdent une tablette.

- Donnez un intervalle de confiance à 95% de p .
- Rejetez-vous avec un risque de 5% l'hypothèse que 500 personnes dans la population possède une tablette ?

Exercice 8.

Présidentielles

Juste avant le second tour de l'élection présidentielle où vont s'affronter François et Nicolas, 4 instituts de sondages donnent les résultats suivants pour la proportion d'électeurs votant pour François :

LH2	Harris	Ipsos	Ifop
54%	55%	53%	54%

Sachant que chaque sondage a été effectué sur un échantillon aléatoire différent de 1000 personnes et que l'on a 35 millions d'électeurs qui voteront pour l'un ou l'autre des candidats, quelle est la probabilité pour François d'obtenir moins de 51.8% des suffrages ?

Les valeurs de cet exercice sont des données réelles de l'élection présidentielle 2012.

Résultat final : 51.64% pour François.

Exercice 9.

Ampoules à changer

Une ampoule a une durée de vie selon une loi exponentielle de moyenne 10000 heures. Un bâtiment utilise n ampoules. Soit T le temps écoulé avant de devoir changer une ampoule.

- Donnez un intervalle de confiance à 95% pour T selon n .
- Pour quelles valeurs de n l'hypothèse « $T = 24$ » ne peut être rejetée avec un risque de 5% ?