

Interval index

Marija Mrvar in Jure Jerman

Projektna naloga

November 2025

1 Uvod in definicije

Naj bo $G = (V, E)$ končen, povezan in neusmerjen graf brez večkratnih povezav in zank.

Definicija 1.1. Za poljubni različni vozlišči $u, v \in V$ definiramo množico:

$$I_G(u, v) = \{w \in V \mid d_G(u, w) + d_G(w, v) = d_G(u, v)\}.$$

Množica $I_G(u, v)$ vsebuje vsa vozlišča, ki ležijo na vsaj eni najkrajši u - v poti v grafu G .

Definicija 1.2. Intervalni indeks grafa G je definiran kot

$$\text{Int}(G) = \sum_{\{u,v\} \subset V} (|I_G(u, v)| - 1).$$

Ekstremna primera sta:

- Pot P_n
- Popoln graf K_n

2 Cilji

V okviru naloge se bomo osredotočili na dva glavna cilja:

1. Dokazati, da med vsemi grafi z n vozlišči intervalni indeks $\text{Int}(G)$ maksimizira pot P_n .
2. Med vsemi povezanimi kubičnimi (3-regularnimi) grafi na n vozliščih poiskati:

- graf z minimalno vrednostjo $\text{Int}(G)$,
- graf z maksimalno vrednostjo $\text{Int}(G)$,

ter opisati strukturne lastnosti teh ekstremalnih grafov (premer, število najkrajših poti, itd.).