

# Interval index

Marija Mrvar in Jure Jerman  
Projektna naloga

November 2025

## 1 Uvod in definicije

Naj bo  $G = (V, E)$  končen, povezan in neusmerjen graf brez večkratnih povezav in zank.

**Definicija 1.1.** Za poljubni različni vozlišči  $u, v \in V$  definiramo množico:

$$I_G(u, v) = \{w \in V \mid d_G(u, w) + d_G(w, v) = d_G(u, v)\}.$$

Množica  $I_G(u, v)$  vsebuje vsa vozlišča, ki ležijo na vsaj eni najkrajši  $u$ - $v$  poti v grafu  $G$ .

**Definicija 1.2.** Intervalni indeks grafa  $G$  je definiran kot

$$\text{Int}(G) = \sum_{\{u,v\} \subset V} (|I_G(u, v)| - 1).$$

Ekstremna primera sta:

- Pot  $P_n$
- Popoln graf  $K_n$

## 2 Cilji

V okviru naloge se bomo osredotočili na dva glavna cilja:

1. Dokazati, da med vsemi grafi z  $n$  vozlišči intervalni indeks  $\text{Int}(G)$  maksimizira pot  $P_n$ .
2. Med vsemi povezanimi kubičnimi (3-regularnimi) grafi na  $n$  vozliščih poiskati:

- graf z minimalno vrednostjo  $\text{Int}(G)$ ,
- graf z maksimalno vrednostjo  $\text{Int}(G)$ ,

ter opisati strukturne lastnosti teh ekstremalnih grafov (premer, število najkrajših poti, itd.).