Univerzitet u Beogradu -Elektrotehnički fakultet
Katedra za Signale i sisteme

Obrada i prepoznavanje govora

- Projektni zadatak -

STUDENT

Marko Macura 2018/0261

Jul 2022.

0.1 Zadatak 1

[1]:
```
import pyaudio
import wave
import time
# ova tri modula su potrebna ako se snima sekvenca
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# za ucitavanje wav fajla
from scipy.io import wavfile
import scipy.io
# za bandpass filtriranje
from scipy import signal
# za otsu-ovu granicu
from skimage import filters
# za peakove
from scipy.signal import find_peaks
import math
import random
```

Za početak treba učitati govornu sekvencu. To se radi na sledeći način. Radi jednostavnosti izvođenja ovog domaćeg, ja ću prvi put da izvršim ovaj kod i napraviti fajl koji se zove myrecording.wav. Kasnije ću uvek učitavati taj isti fajl (da ne moram svaki put da generišem novu govornu sekvencu).

[2]:
```
"""audio = pyaudio.PyAudio()
stream = audio.open(format=pyaudio.paInt16, channels=1, rate=8000, input=True,␣
 ↪frames_per_buffer=1024)
frames = []

t_end = time.time() + 20
print('Krece')
while time.time() < t_end:
    data = stream.read(1024)
    frames.append(data)
print('Kraj')
stream.stop_stream()
stream.close()
audio.terminate()

sound_file = wave.open("myrecording.wav", "wb")
sound_file.setnchannels(1)
sound_file.setsampwidth(audio.get_sample_size(pyaudio.paInt16))
sound_file.setframerate(8000)
sound_file.writeframes(b''.join(frames))
sound_file.close()
"""
```

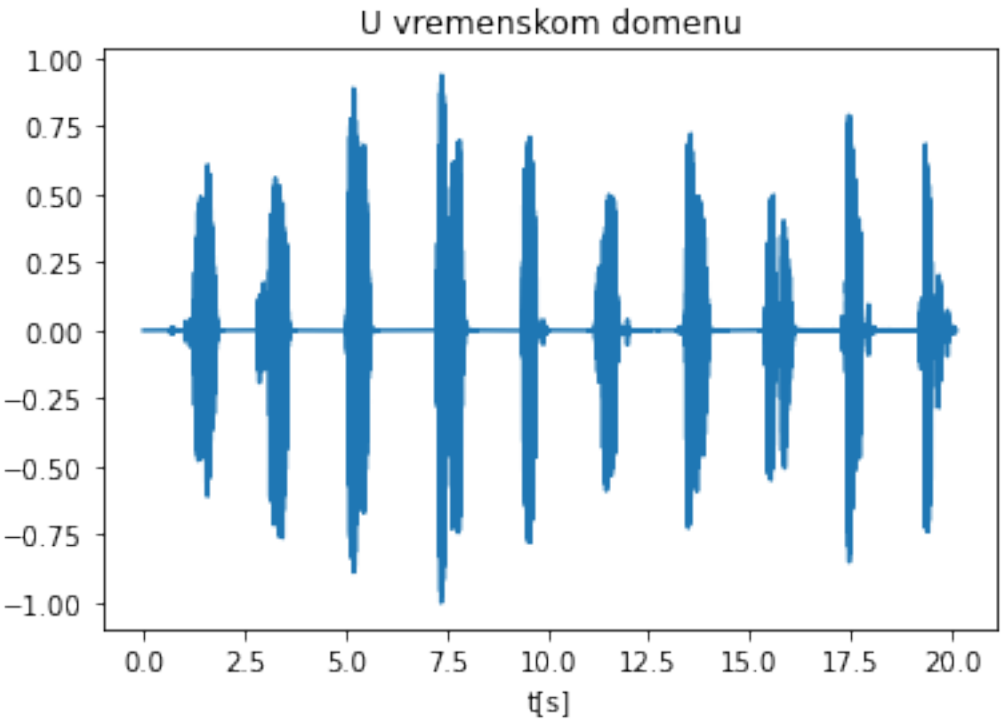
[2]:
```
'audio = pyaudio.PyAudio()\nstream = audio.open(format=pyaudio.paInt16,
channels=1, rate=8000, input=True, frames_per_buffer=1024)\nframes = []\n\nt_end
= time.time() + 20\nprint(\'Krece\')\nwhile time.time() < t_end:\n    data =
stream.read(1024)\n    frames.append(data)\nprint(\'Kraj\')\nstream.stop_stream(
)\nstream.close()\naudio.terminate()\n\nsound_file =
wave.open("myrecording.wav", "wb")\nsound_file.setnchannels(1)\nsound_file.setsa
mpwidth(audio.get_sample_size(pyaudio.paInt16))\nsound_file.setframerate(8000)\n
sound_file.writeframes(b\'\'.join(frames))\nsound_file.close()\n'
```

Učitavanje govorne sekvence. Promenljiva *samplerate* vraca frekvenciju odabiranja, a *data* je govorni signal.

[3]:
```
samplerate, data = wavfile.read("myrecording.wav")
# normalizacija
data = data/np.max(abs(data))
```

[4]:
```
t = np.arange(data.size)/8000
plt.plot(t, data)
plt.xlabel('t[s]')
plt.title('U vremenskom domenu')
```

[4]:
```
Text(0.5, 1.0, 'U vremenskom domenu')
```

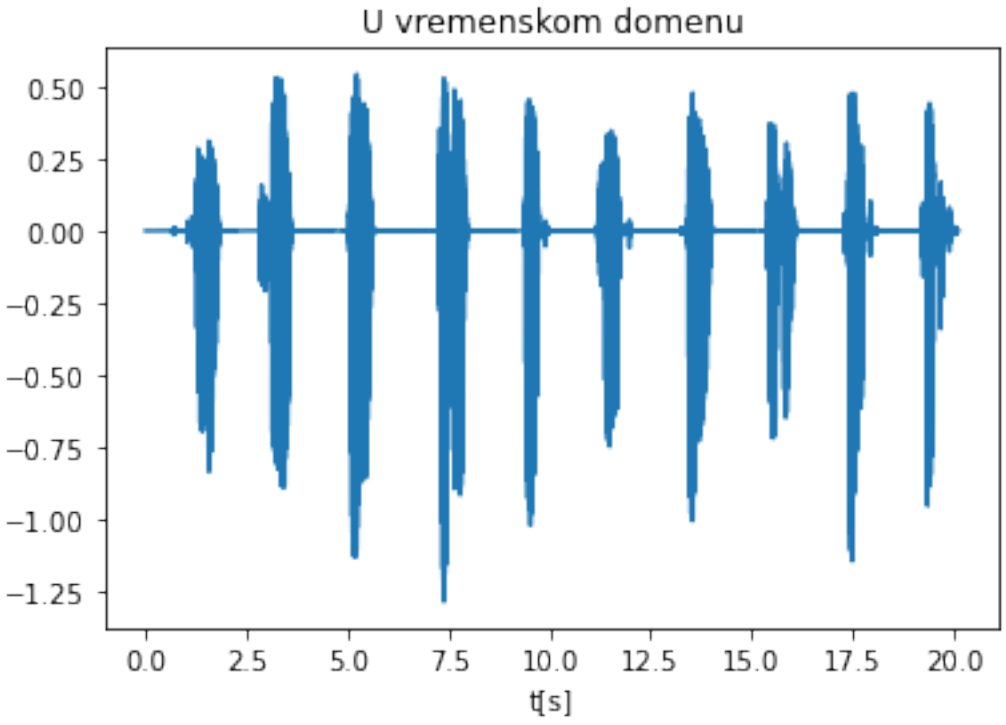


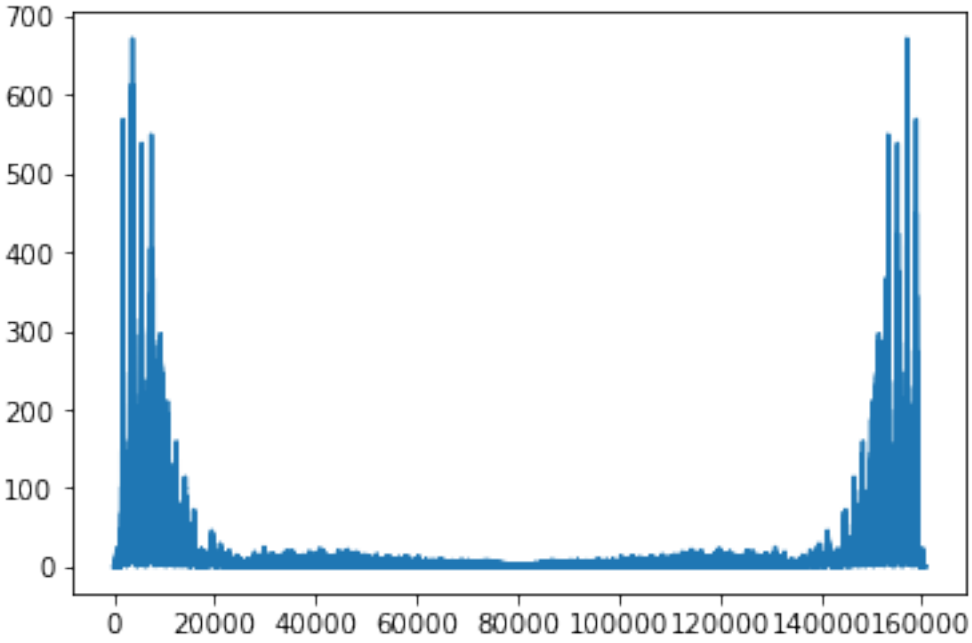
Ovako izgleda govorna sekvenca u vremenskom domenu. Odabiranje je rađeno na 8000Hz, a govor sadrži 10 reči (brojeve od 1 do 10).

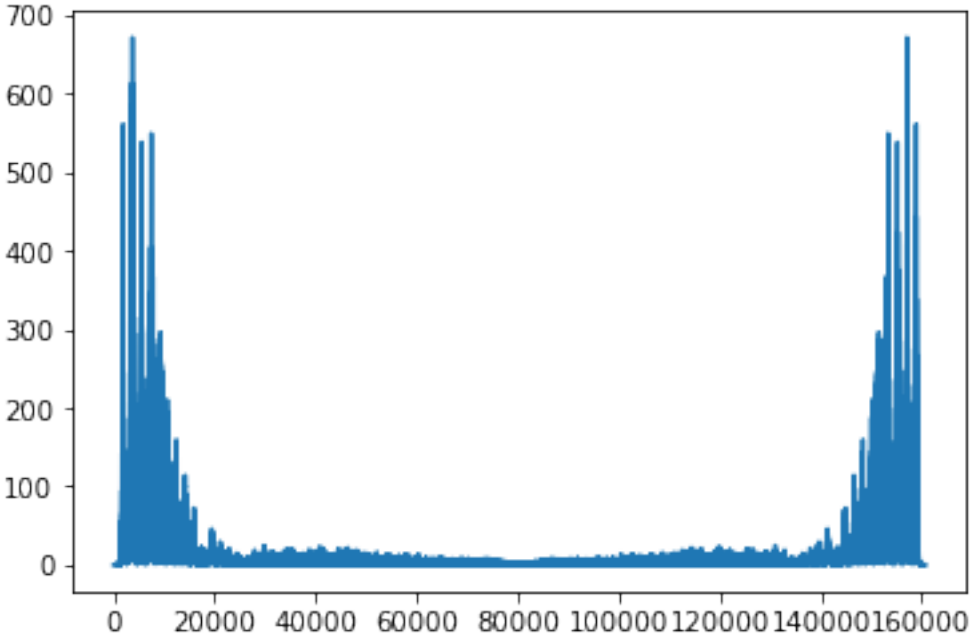
Pre bilo kakve analize potrebno je filtrirati signal highpass filtrom od 60Hz da bi se DC komponenta otklonila.

[5]:
```
sos = signal.butter(4, 60, btype='highpass', analog=False, fs=8000, output='sos')
filtered = signal.sosfilt(sos, data)
plt.plot(t, filtered)
plt.xlabel('t[s]')
plt.title('U vremenskom domenu')

sp1 = np.fft.fft(data)
sp2 = np.fft.fft(filtered)
plt.figure()
plt.plot(abs(sp1))

plt.figure()
plt.plot(abs(sp2))
```

[5]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x2060e006b00>]
```







Potrebno je segmentisati reči pomoću kratkovremenske energije. Formula za kratkovremensku energiju je:

$$E_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x^2[m] \cdot w[n-m]$$

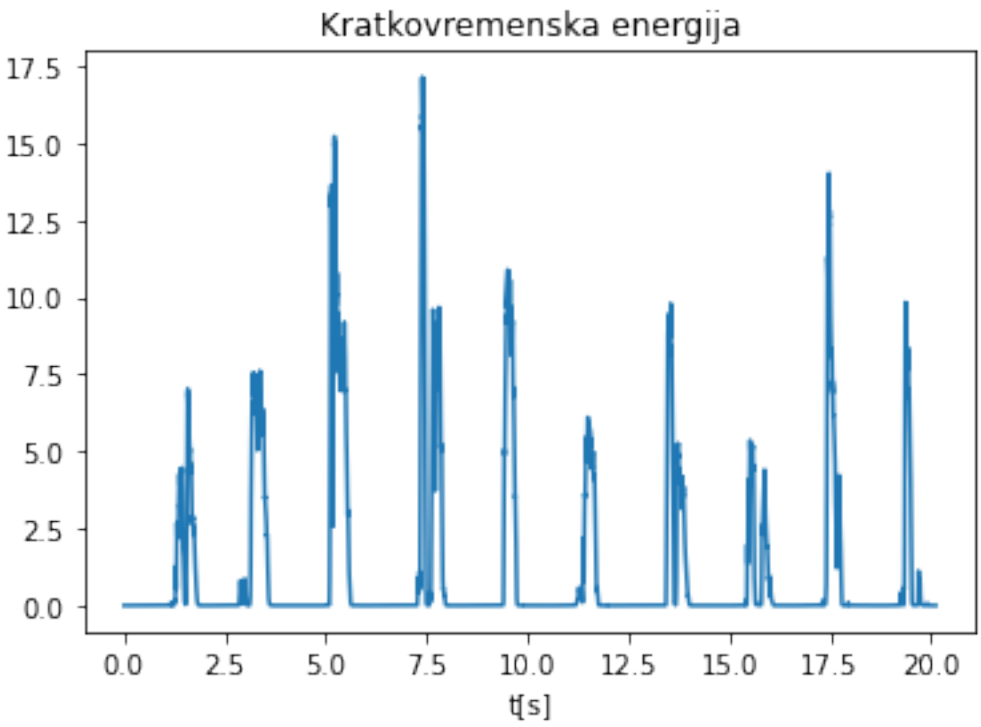
Za prozorsku funkciju koristim Hamming-ovu funkciju. Za dužinu prozorske funkcije ću staviti $20ms$. Pošto je frekvencija $8000Hz$, to znači da je $Ts = 0.000125s$, to znači da prozorska funkcija ima 200 odbiraka.

[6]:
```
wind = np.hamming(200)
plt.plot(wind)
plt.title('Hamming-ova prozorska funkcija')
```

[6]:
```
Text(0.5, 1.0, 'Hamming-ova prozorska funkcija')
```

[7]:
```
short_time_energy = np.convolve(filtered**2, wind)
time1 = np.arange(short_time_energy.size)/8000
plt.plot(time1, short_time_energy)
plt.xlabel('t[s]')
plt.title('Kratkovremenska energija')
```

[7]:
```
Text(0.5, 1.0, 'Kratkovremenska energija')
```



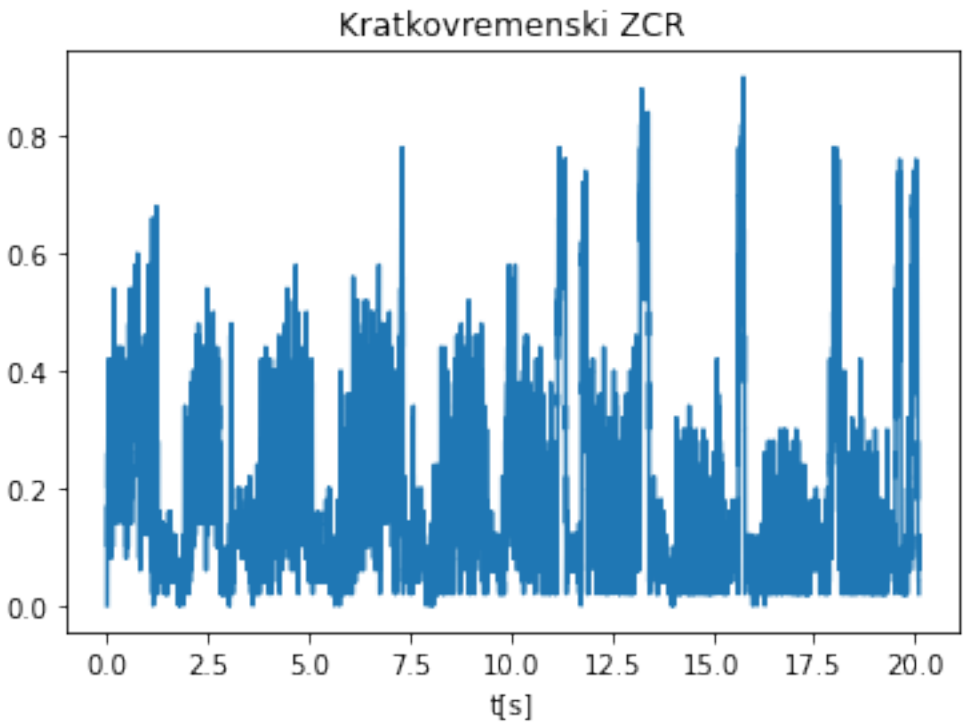
Sada treba napraviti kratkovremenski zero-cross-rate. Formula za ZCR:

$$ZCR_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} |sgn(x[n]) - sgn(n-1)| \cdot w[n-m]$$

Za ZCR koristim pravougaoni prozor sa 50 odbiraka.

[8]:
```
sgn = np.sign(filtered)
new_sgn = np.zeros(sgn.size-1)
for i in range(1, sgn.size):
    new_sgn[i-1] = abs(sgn[i]-sgn[i-1])
wind = np.ones(50)/100

short_time_zcr = np.convolve(new_sgn, wind)
time1 = np.arange(short_time_zcr.size)/8000
plt.plot(time1, short_time_zcr)
plt.xlabel('t[s]')
plt.title('Kratkovremenski ZCR')
```

[8]:
```
Text(0.5, 1.0, 'Kratkovremenski ZCR')
```



Kratkovremenski ZCR bi trebalo da bude velik tamo gde nema reči, što je suprotno od kratkovremenske energije. To i možemo da vidimo na ovim graficima.

Za segmentaciju govornog signala ću koristiti Rabinerov metod. Sa grafika se vidi da je energija reči dosta visoka, pa sam stavio $IMN = 0.25$, a $IMX = max(energija)$. Za određivanje donje i gornje granice koristim:

$$I1 = 0.3 \cdot (IMX - IMN) + IMN$$

$$I2 = 4 \cdot IMN$$

Donja granica:

$$ITL = min(I1, I2)$$

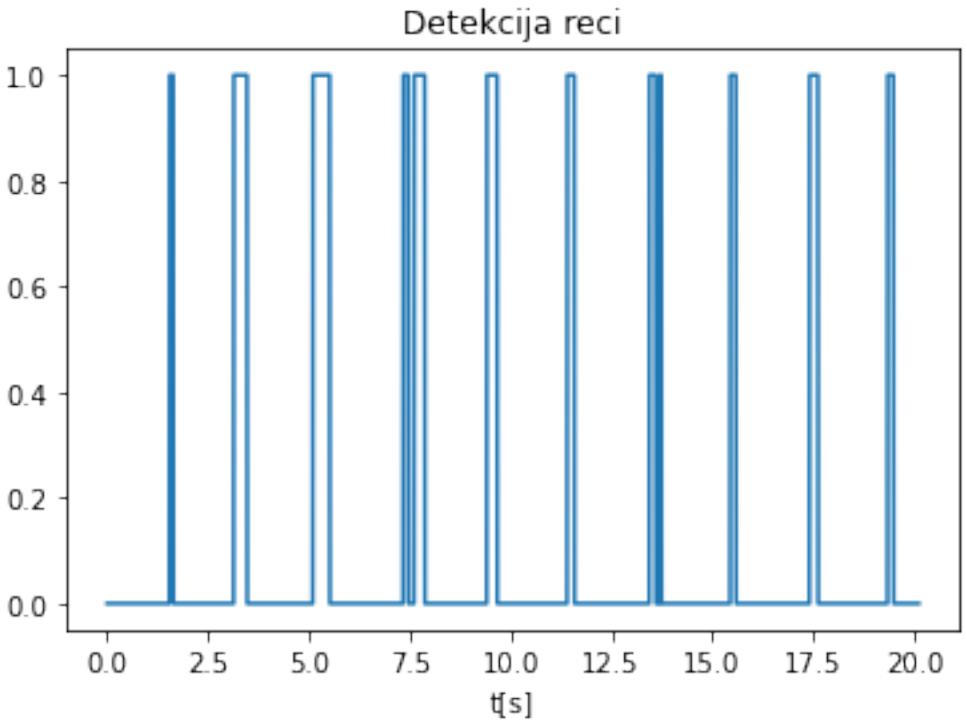
Gornja Granica:

$$ITU = 5 \cdot ITL$$

[9]:
```
imx = np.max(short_time_energy)
imn = 0.25
i1 = 0.3*(imx-imn) + imn
i2 = 4*imn
itl = min(i1, i2)
itu = 5*itl
ok = False
start = []
end = []
```

```
# trazenje preseka sa gornjom granicom
for i in range(short_time_energy.size):
    if not ok and short_time_energy[i]>itu:
        start.append(i)
        ok = True
    if ok and short_time_energy[i]<itu:
        end.append(i)
        ok = False

start1 = []
end1 = []
# trazenje preseka sa donjom granicom pre i posle preseka sa gornjom
for s in start:
    for i in range(s):
        if short_time_energy[s-i]<itl:
            start1.append(s-i)
            break

for e in end:
    for i in range(short_time_energy.size - e):
        if short_time_energy[e+i]<itu:
            end1.append(e+i)
            break

# segmentacija govora
speech = np.zeros(short_time_energy.shape)
for i in range(len(start1)):
    for j in range(start1[i], end1[i]):
        speech[j] = 1

t = np.arange(speech.size)/8000
plt.plot(t, speech)
plt.title('Detekcija reci')
plt.xlabel('t[s]')
print(np.sum(speech))
```

```
18970.0
```



[10]:
```
num = 0
for i in range(speech.size-1):
    if speech[i] == 0 and speech[i+1] == 1:
        num=num+1
print("Ukupno reci: " + str(num))
```

```
Ukupno reci: 12
```

Na grafiku je dato kada je reč segmentisana, a kada nije (1 znači da jeste reč, 0 da nije). I bez popravke je segmentacija solidno dobra. Međutim javljaju se problemi kod nekih reči da se reč podeli na više delova. Ovako smo dobili 12 reči umesto 10. Zbog toga je potrebno uvesti neke popravke. Jedna od tih popravki je uz pomoć ZCR-a govornog signala. Potrebno je prvo naći granicu između zvučnog i bezvučnog glasa kod ZCR-a i za to ću koristiti Otsu-ovu granicu.

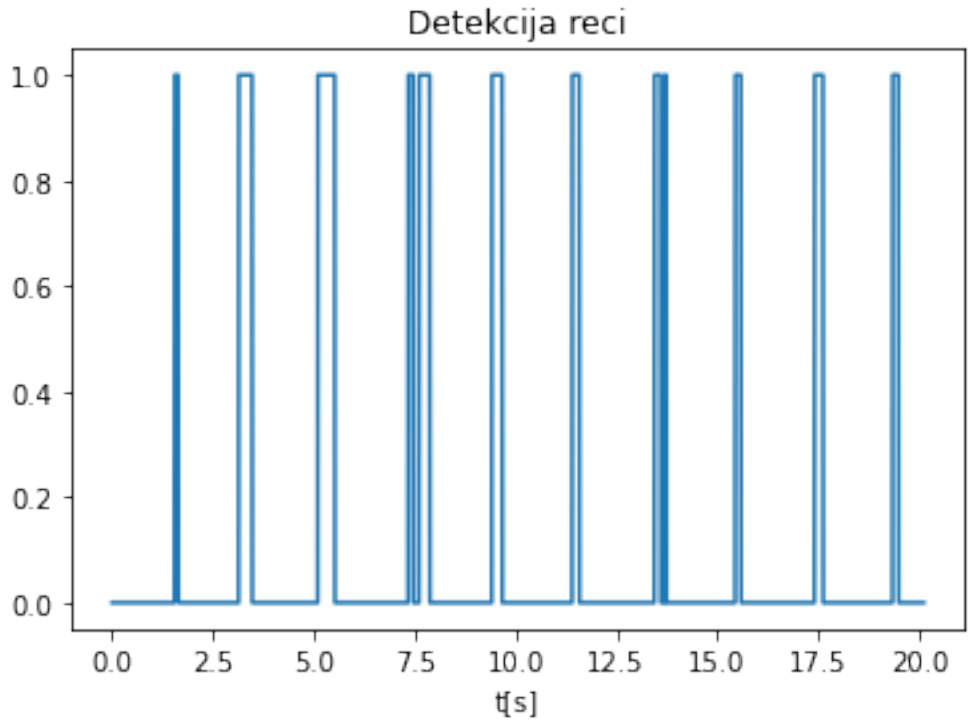
[11]:
```
otsu = filters.threshold_otsu(short_time_zcr)
print(otsu)
```

```
0.2583984375
```

Sada se gleda 25 frejmova levo pocetne segmentacije reči i traži se najbliži ZCR manji od otsu-ove granice. To se isto radi za kraj segmentacije reči samo što se gleda 25 frejmova u desno. Ovo se radi jer ako reč počinje ili se završava sa slabim frikativima (F ili V), bezvučnim plozivima (P, K, T) ili nazalima, jer je tada kratkovremenska energija niska.

[12]:
```
# sirenje uz pomoc ZCR
for i in range(len(start1)):
    for j in range(25):
        if short_time_zcr[start1[i]-j] < otsu:
            start1[i] = start1[i]-j
            break

for i in range(len(end1)):
    for j in range(25):
        if short_time_zcr[end1[i]+j] < otsu:
            end1[i] = end1[i]+j
            break

# segmentacija govora
speech = np.zeros(short_time_energy.shape)
for i in range(len(start1)):
    for j in range(start1[i], end1[i]):
        speech[j]=1

t = np.arange(speech.size)/8000
plt.plot(t, speech)
plt.title('Detekcija reci')
plt.xlabel('t[s]')
```

[12]:
```
Text(0.5, 0, 't[s]')
```



U ovom slučaju ZCR ne popravlja rezultat. Mislim da je 12 segmentisanih reči dobar rezultat. Možda bi pomogli da se ubaci da ukoliko su dve reči dovoljno blizu da se onda one spoje. Na primer ukoliko je vreme između dve reči manje od $0.05s$.

0.1.1 Estimacija pitch periode

Sada je potrebno odrediti pitch periodu. Za estimaciju pitch periodu ću koristiti dve metode: metodu paralelnog procesiranja i autokorelacionu.

[13]:
```
"""
audio = pyaudio.PyAudio()
stream = audio.open(format=pyaudio.paInt16, channels=1, rate=8000, input=True,␣
↪frames_per_buffer=1024)
frames = []

t_end = time.time() + 4
print('Krece')
while time.time() < t_end:
    data = stream.read(1024)
    frames.append(data)
print('Kraj')
stream.stop_stream()
stream.close()
audio.terminate()

sound_file = wave.open("pitch.wav", "wb")
sound_file.setnchannels(1)
sound_file.setsampwidth(audio.get_sample_size(pyaudio.paInt16))
sound_file.setframerate(8000)
sound_file.writeframes(b''.join(frames))
sound_file.close()
"""
```

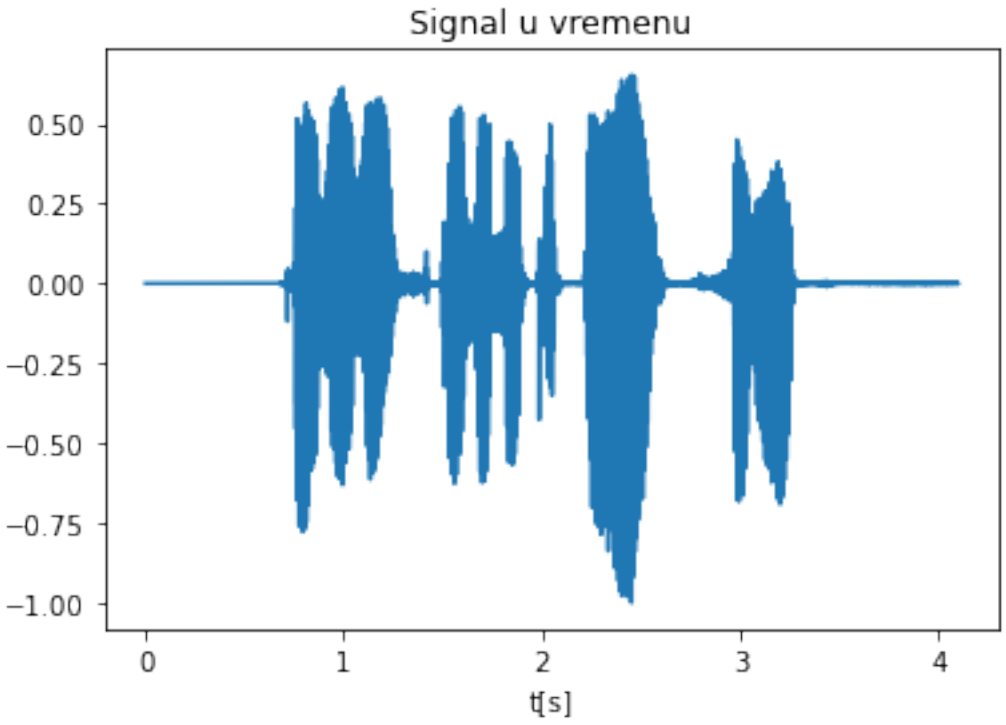
[13]:
```
'\naudio = pyaudio.PyAudio()\nstream = audio.open(format=pyaudio.paInt16,
channels=1, rate=8000, input=True, frames_per_buffer=1024)\nframes = []\n\nt_end
= time.time() + 4\nprint(\'Krece\')\nwhile time.time() < t_end:\n    data =
stream.read(1024)\n    frames.append(data)\nprint(\'Kraj\')\nstream.stop_stream(
)\nstream.close()\naudio.terminate()\n\nsound_file = wave.open("pitch.wav", "wb"
)\nsound_file.setnchannels(1)\nsound_file.setsampwidth(audio.get_sample_size(pya
udio.paInt16))\nsound_file.setframerate(8000)\nsound_file.writeframes(b\'\'.join
(frames))\nsound_file.close()\n'
```

[14]:
```
samplerate, data = wavfile.read("pitch.wav")
# normalizacija
data = data/np.max(abs(data))
```

```
print(data.shape)
t = np.arange(data.size)/8000
plt.plot(t, data)
plt.title('Signal u vremenu')
plt.xlabel('t[s]')
```

```
(32768,)
```

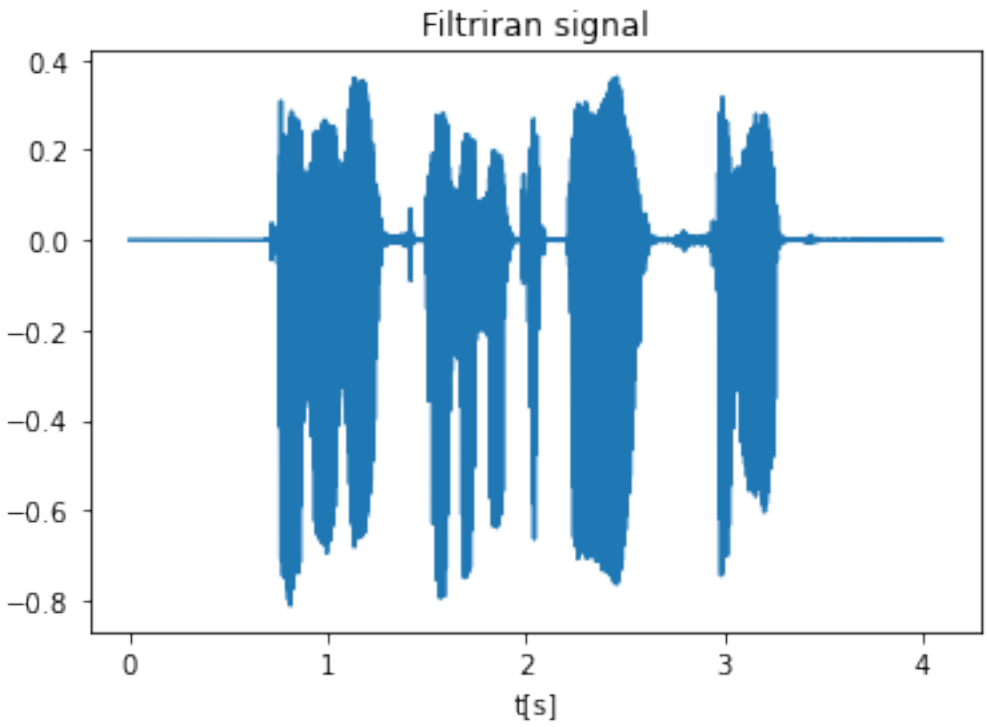
[14]:
```
Text(0.5, 0, 't[s]')
```



Pre bilo kakve obrade potrebno je filtrirati govorni signal. Pošto se pitch frekvencija nalazi između 100Hz i 400Hz možemo da filtriramo bandpass filtrom između 60Hz i 800Hz.

[15]:
```
sos = signal.butter(4, [60, 800], btype='bandpass', analog=False, fs=8000,␣
 ↪output='sos')
data = signal.sosfilt(sos, data)
t = np.arange(data.size)/8000
plt.plot(t, data)
plt.title('Filtriran signal')
plt.xlabel('t[s]')
```

[15]:
```
Text(0.5, 0, 't[s]')
```



0.1.2 Metoda paralelnog procesiranja

[16]:
```
max_peaks, _ = find_peaks(data)
min_peaks, _ = find_peaks(-data)

m1 = np.zeros(data.size)
for i in range(max_peaks.size):
    if data[max_peaks[i]] > 0:
        m1[max_peaks[i]] = data[max_peaks[i]]

m2 = np.zeros(data.size)

m3 = np.zeros(data.size)
m3[max_peaks[0]] = data[max_peaks[0]]

m4 = np.zeros(data.size)
for i in range(min_peaks.size):
    if data[min_peaks[i]] < 0:
        m4[min_peaks[i]] = -data[min_peaks[i]]

m5 = np.zeros(data.size)
m5[min_peaks[0]] = data[min_peaks[0]]
```

```
m6 = np.zeros(data.size)
m6[min_peaks[0]] = max(-data[min_peaks[0]], 0)

for i in range(1, max_peaks.size):
    if i<min_peaks.size:
        m2[max_peaks[i]] = max(data[max_peaks[i]] - data[min_peaks[i-1]], 0)
    m3[max_peaks[i]] = max(data[max_peaks[i]] - data[max_peaks[i-1]], 0)

for i in range(1, min_peaks.size):
    if i<max_peaks.size:
        m5[min_peaks[i]] = max(data[max_peaks[i]] - data[min_peaks[i]], 0)
    m6[min_peaks[i]] = max(data[min_peaks[i-1]] - data[min_peaks[i]], 0)
```

U kodu iznad sam odredio različite funkcije koje procenjuju pitch periodu. Te funkcije su:

$$m1_i = max(M_i, 0)$$

$$m2_i = max(M_i - m_{i-1}, 0)$$

$$m3_i = max(M_i - M_{i-1}, 0)$$

$$m4_i = max(-m_i, 0)$$

$$m5_i = max(-m_i + M_i, 0)$$

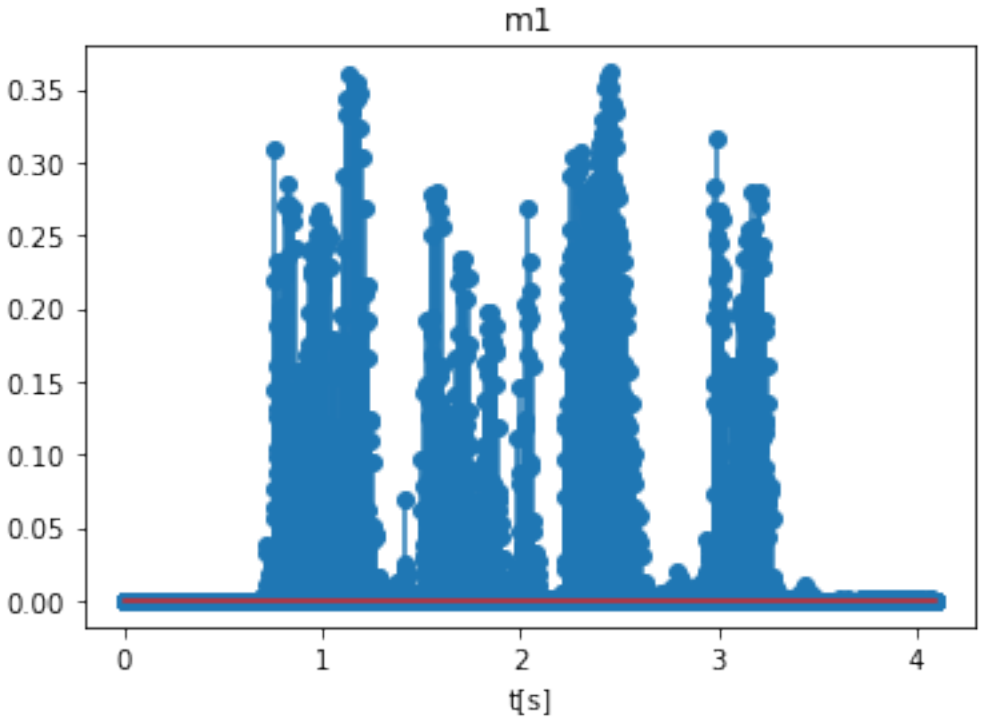
$$m6_i = max(-m_i + m_{i-1}, 0)$$

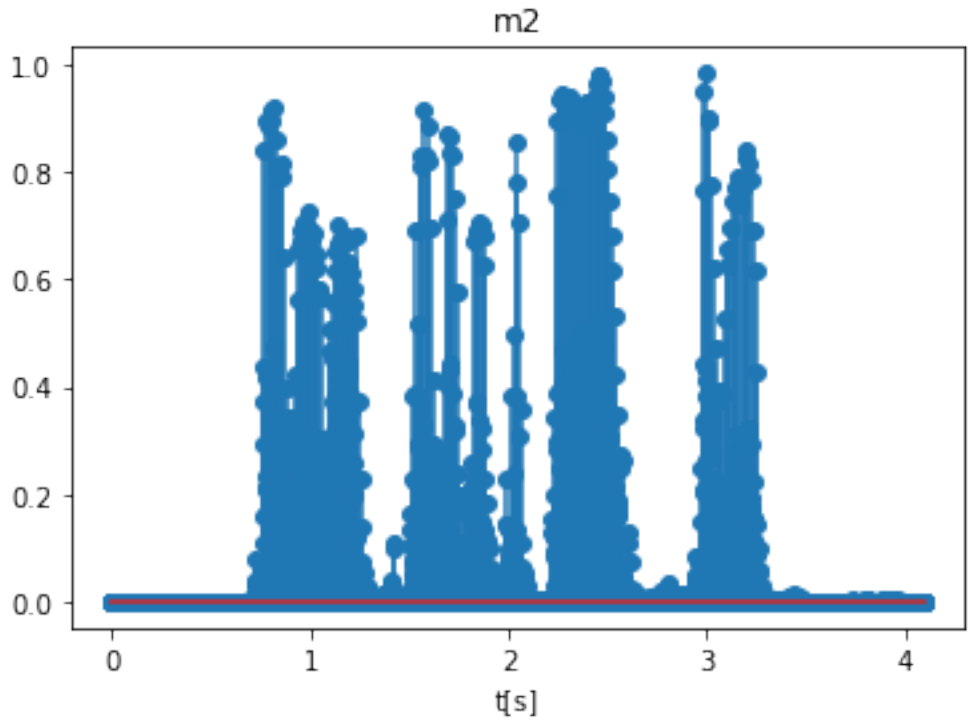
gde je M_i i-ti lokalni maksimum govornog signala, a m_i je i-ti lokalni minimum govornog signala. Potrebno je naći periodu ovih kvazi-periodičnih funkcija i to je njihova estimacija pitch periode.

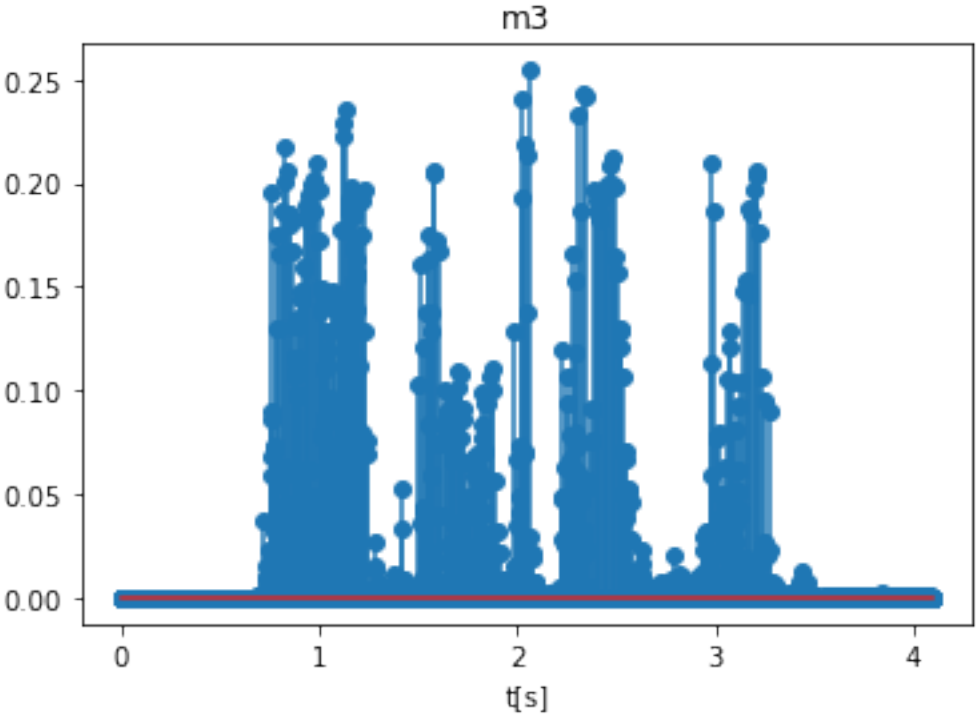
[17]:
```
t = np.arange(m1.size)/8000

plt.figure()
plt.stem(t, m1)
plt.title('m1')
plt.xlabel('t[s]')

plt.figure()
plt.stem(t, m2)
plt.title('m2')
plt.xlabel('t[s]')

plt.figure()
plt.stem(t, m3)
plt.title('m3')
plt.xlabel('t[s]')

plt.figure()
plt.stem(t, m4)
plt.title('m4')
plt.xlabel('t[s]')
```

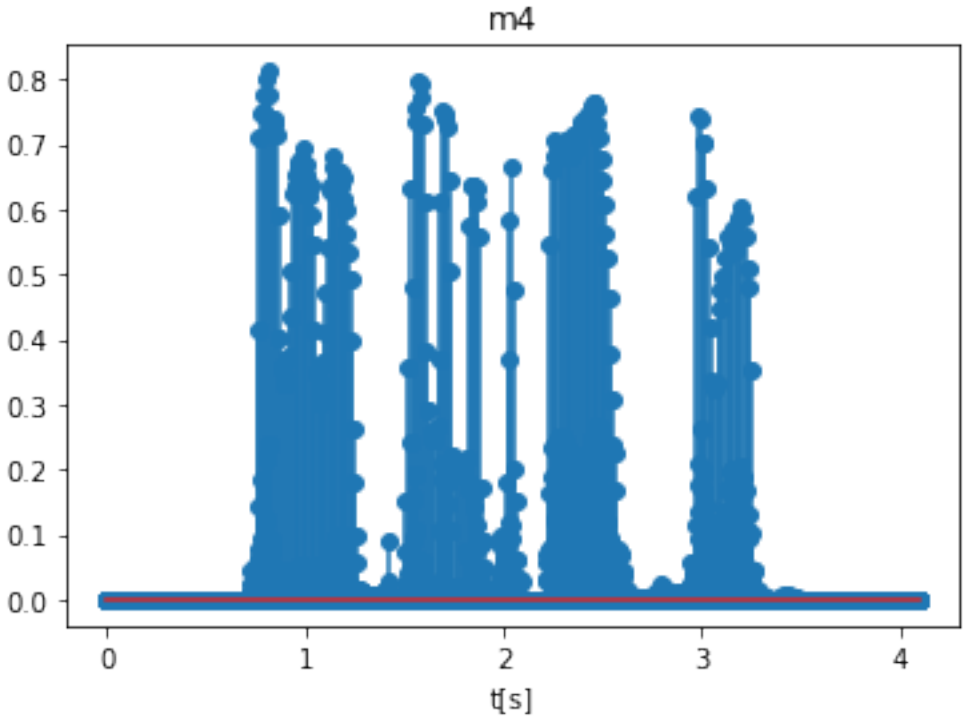
```
plt.figure()
plt.stem(t, m5)
plt.title('m5')
plt.xlabel('t[s]')

plt.figure()
plt.stem(t, m6)
plt.title('m6')
plt.xlabel('t[s]')
```

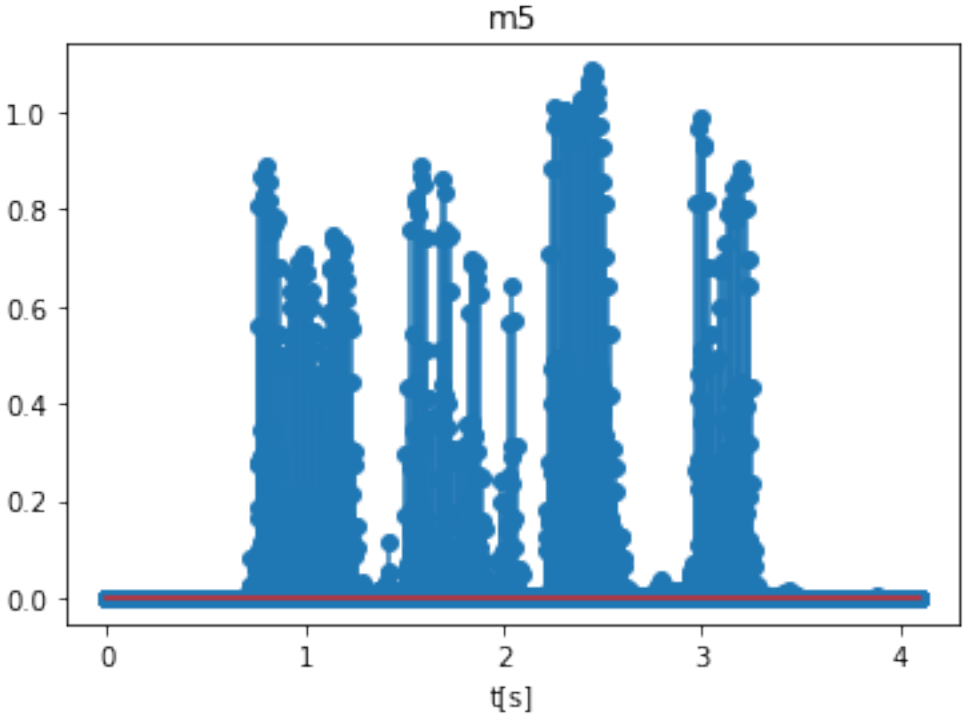
[17]: Text(0.5, 0, 't[s]')

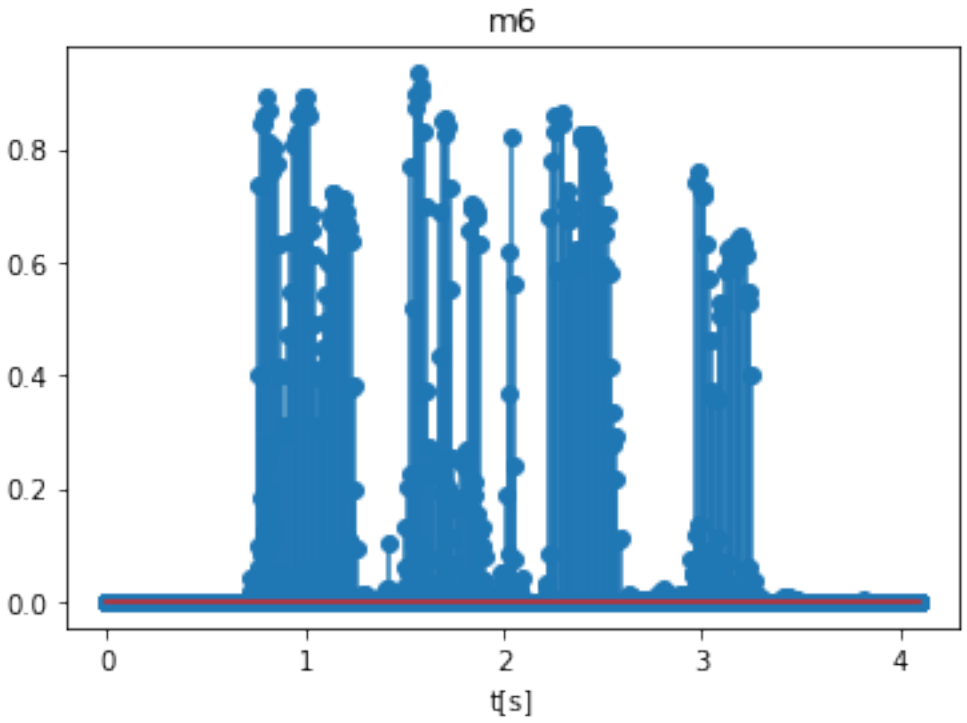



m2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0
1
2
3
4
t[s]


m3
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
0
1
2
3
4
t[s]


m4
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
0
1
2
3
4
t[s]


m5
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0
1
2
3
4
t[s]



Za kraj je potrebno proceniti pitch periodu. Za blanking period koristim $\tau = 4ms$, a za $\lambda = 150s^{-1}$.

[18]:
```
def pp_estimation(m: np.array, tau: int, lam: float) -> float:
    start = 0
    for i in range(m.size):
        if m[i]!=0:
            start = i
            break
    A = m[start]
    start = start+tau
    for i in range(start, m.size):
        if m[i] > A*math.exp(-lam*(i-start)/8000):
            return (i-start+tau)/8000
    return 0
```

[19]:
```
ppe = []
tau = int(4/1000*8000)
lam = 150
wind = int(m1.size/20)
estimator = [0]
for i in range(19):
    ppe = []
    ppe.append(pp_estimation(m1[i*wind:(i+1)*wind], tau, lam))
    ppe.append(pp_estimation(m2[i*wind:(i+1)*wind], tau, lam))
```

```
    ppe.append(pp_estimation(m3[i*wind:(i+1)*wind], tau, lam))
    ppe.append(pp_estimation(m4[i*wind:(i+1)*wind], tau, lam))
    ppe.append(pp_estimation(m5[i*wind:(i+1)*wind], tau, lam))
    ppe.append(pp_estimation(m6[i*wind:(i+1)*wind], tau, lam))
    ppe.append(estimator[i])
    ppe = np.array(ppe)
    estimator.append(np.median(ppe))
```

Podelio sam ceo signal na 20 prozora i na njima radio estimaciju. Neki od tig prozora imaju lošu estimaciju, jer signal nije dovoljno infomrativan (npr. krenuo sam da pričam tek posle 1 sekunde pa je prvih par prozora neinformativno).

[20]:
```
print(estimator)
```

```
[0, 0.006, 0.005, 0.005625, 0.00625, 0.009125, 0.007875, 0.007875, 0.01425,
0.009375, 0.008375, 0.005875, 0.007, 0.008125, 0.008125, 0.005125, 0.005625,
0.010375, 0.011, 0.006875]
```

Konačnu estimaciju bih ja uradio tako što bih uradio srednju vrednost svih estimacija.

[21]:
```
estimator = np.array(estimator)
output = np.mean(estimator)
print(output, 1/output)
```

```
0.00739375 135.2493660185968
```

Ovaj metod vraća pitch frekvenciju od 135Hz, što je moguće. Međutim mislim da ovi neinformativni prozori prave problem s obzirom da je frekvencija kod njih dosta visoko, jer je tu termički šum.

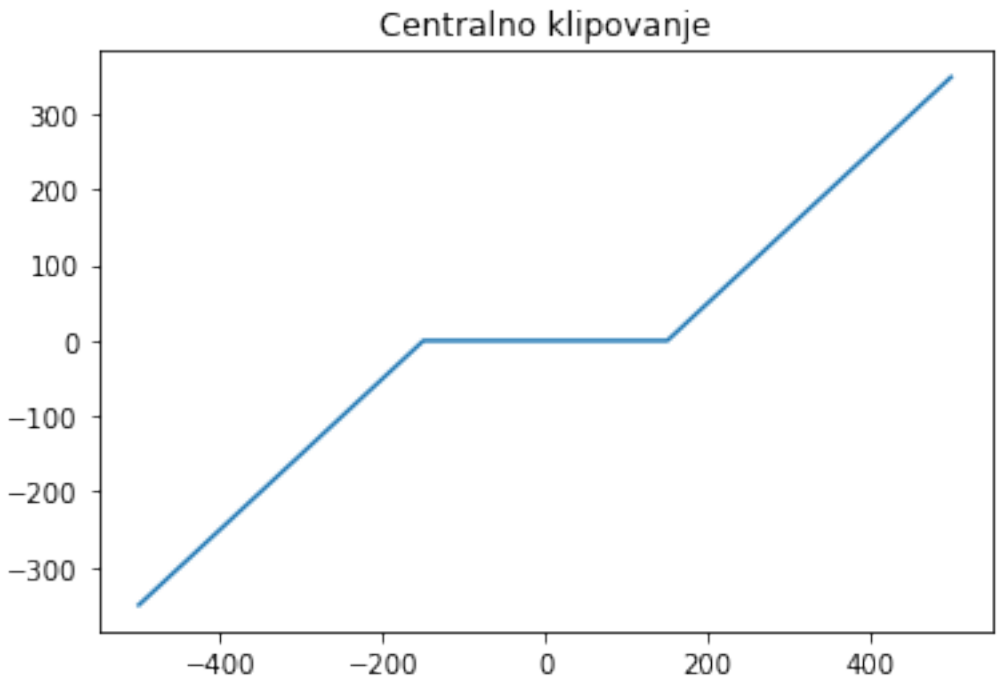
0.1.3 Autokorelaciona metoda

Kod ove metode je potrebno prvo uraditi klipovanje kako bismo dobili mirniju autokorelacionu funkciju. Za te potrebe ću koristiti centralno klipovanje.

[22]:
```
def central_clipping(arr: np.array, Cl: float) -> np.array:
    output = np.zeros(arr.size)
    output[arr<-Cl] = arr[arr<-Cl] + Cl
    output[arr>Cl] = arr[arr>Cl] - Cl
    return output
```

[23]:
```
test = np.arange(1000)-500
out = central_clipping(test, 150)

plt.figure()
plt.plot(test, out)
plt.title('Centralno klipovanje')
```

[23]:
```
Text(0.5, 1.0, 'Centralno klipovanje')
```

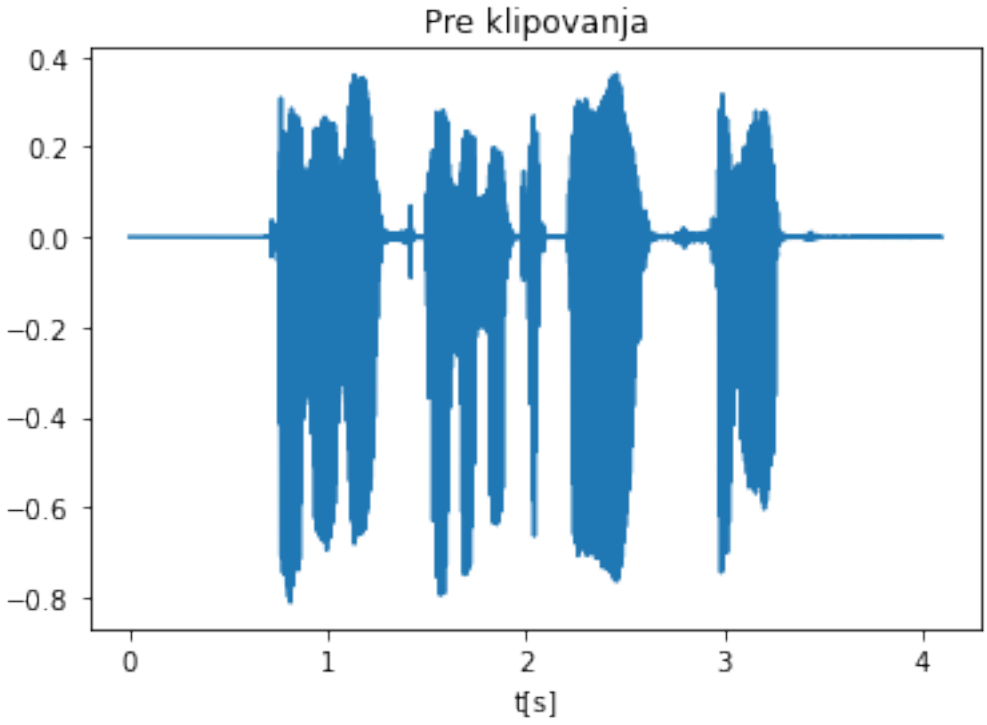


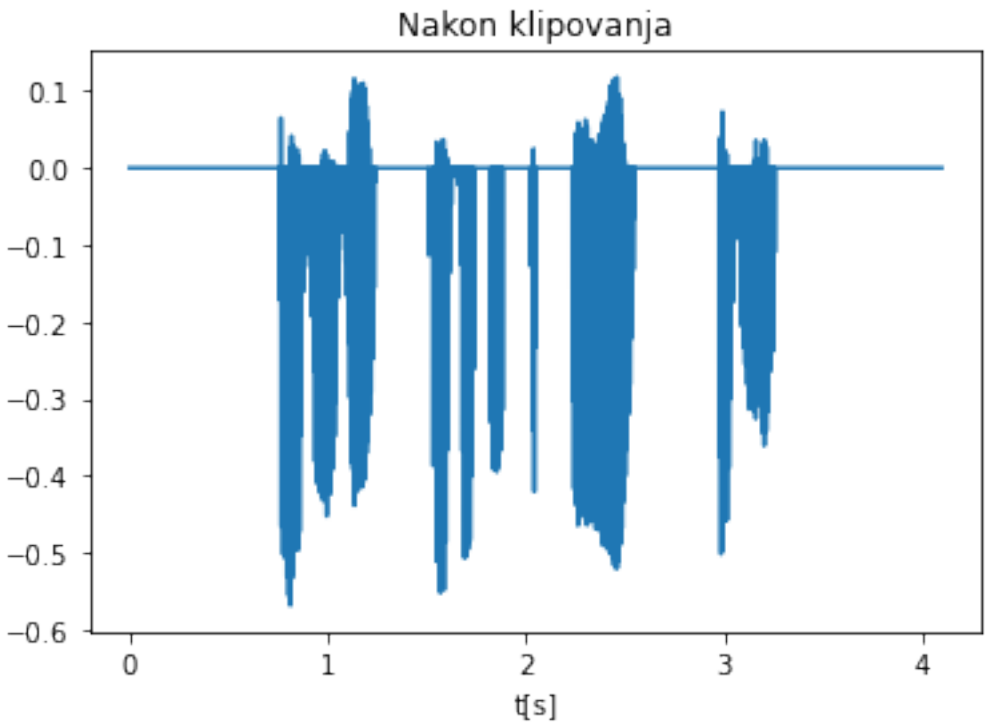
Na ovom grafiku je prikazano kako izgleda centralno klipovanje. Funkcija central_clipping vraća klipovan niz početne funkcije, a granica za klipovanje je C_L koji je drugi argument funkcije. C_L za ovaj problem sam izabrao kao $30\% \cdot X_{max}$.

[24]:
```
samplerate, data = wavfile.read("pitch.wav")
# normalizacija
data = data/np.max(abs(data))

sos = signal.butter(4, [60, 800], btype='bandpass', analog=False, fs=8000,␣
↪output='sos')
data = signal.sosfilt(sos, data)
t = np.arange(data.size)/8000

Xmax = np.max(np.abs(data))
Cl = 0.3*Xmax
out = central_clipping(data, Cl)

t = np.arange(out.size)/8000

plt.figure()
plt.title('Pre klipovanja')
plt.plot(t, data)
plt.xlabel('t[s]')

plt.figure()
```

```
plt.title('Nakon klipovanja')
plt.plot(t, out)
plt.xlabel('t[s]')

print(Cl)
```

```
0.24361890847357393
```



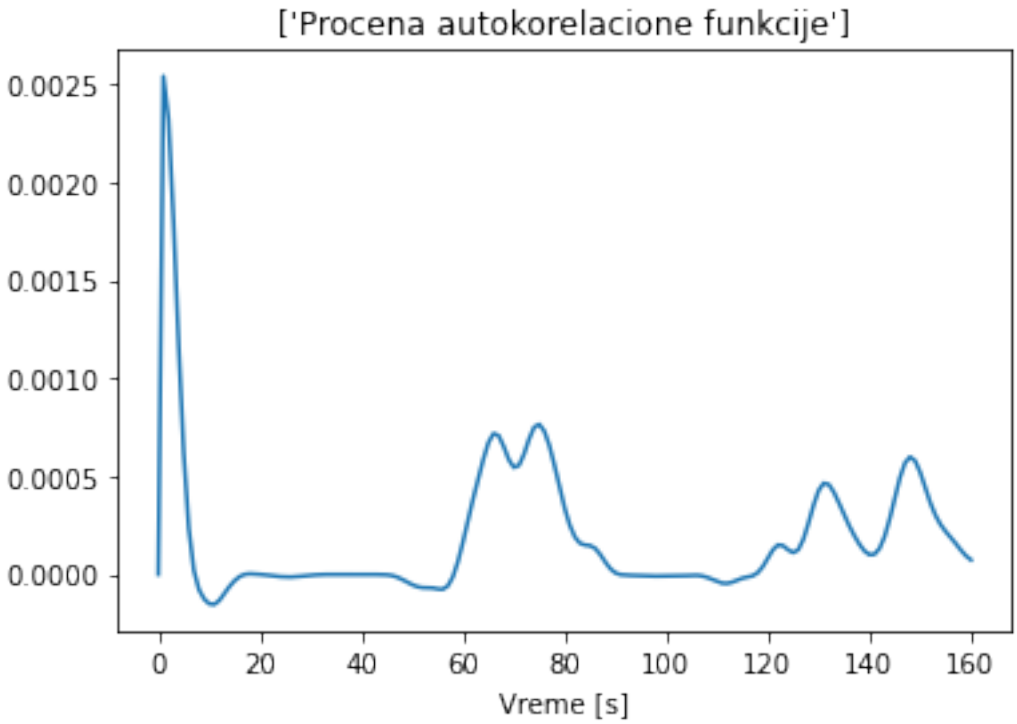


[25]:
```
def autokor(x: np.array) -> np.array:
    p = x.size
    rxx = np.zeros(x.size)
    for k in range(x.size-1):
        y = np.zeros(x.size)
        y[:x.size-k] = x[k:]
        rxx[k+1] = np.sum(x * y)
        rxx[k+1] = rxx[k+1]/(x.size-k)
    return rxx
```

[26]:
```
wl = int(samplerate*20e-3 + 1)
Ry = np.zeros(wl)
cnt = 0
for i in range((wl+1)//2, out.size - wl//2):
    rng = np.arange(wl) + (i-(wl-1)//2)
    Ry = Ry + autokor(out[rng])
    cnt = cnt+1

Ry = Ry/cnt

t1 = np.arange(Ry.size)

plt.figure()
```

```
plt.plot(t1, Ry)
plt.xlabel('Vreme [s]')
plt.title(['Procena autokorelacione funkcije'])
```

[26]: `Text(0.5, 1.0, "['Procena autokorelacione funkcije']")`



Kao što vidimo sa grafika perioda ovih pikova je na oko 65.

[27]:
```
Fp = 1/(65/samplerate)
print(Fp)
```

```
123.07692307692307
```

Autokorelaciona metoda mi vraća periodu od 123Hz. Rekao bih da je tačnija pošto mislim da mi je dosta niska pitch perioda.

0.2 Zadatak 2

0.2.1 μ-kvantizator

U ovom zadatku je potrebno isprojektovati μ-kvatizator. Formula za μ-kvantizator glasi:

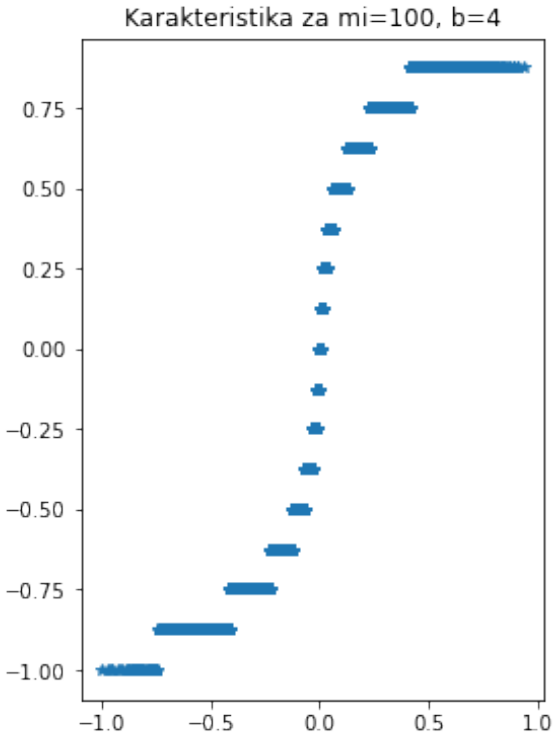
$$F(x) = X_{MAX} \frac{log(1 + \mu \frac{X}{X_{MAX}})}{log(1 + \mu)} sgn(x)$$

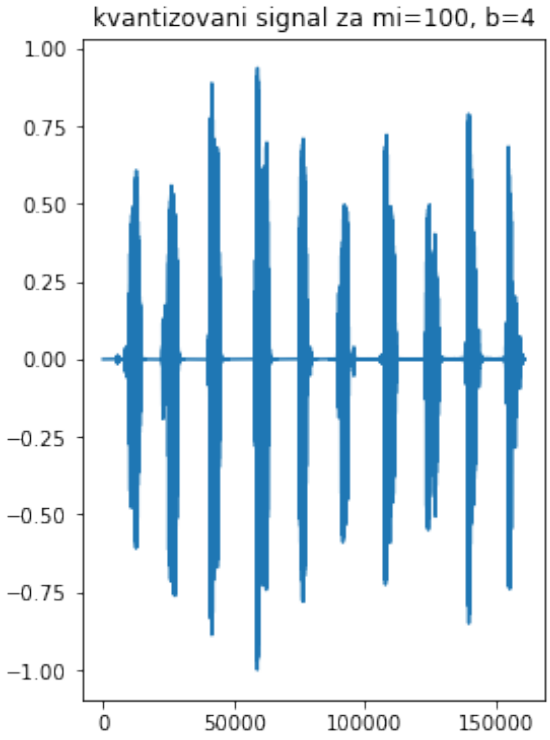
[28]:
```
samplerate, data = wavfile.read("myrecording.wav")
# normalizacija
data = data/np.max(abs(data))
```

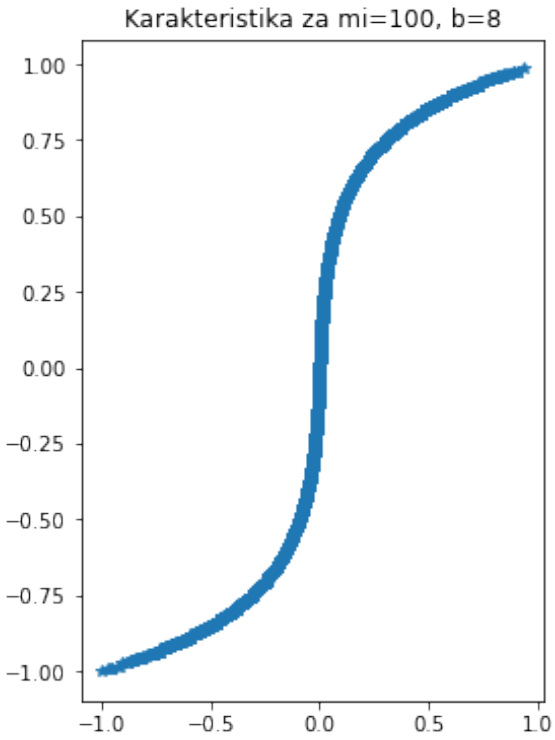
Ovo je funkcija koja radi mi kvantizaciju u zavisnosti od broja bita b i vrednosti μ.

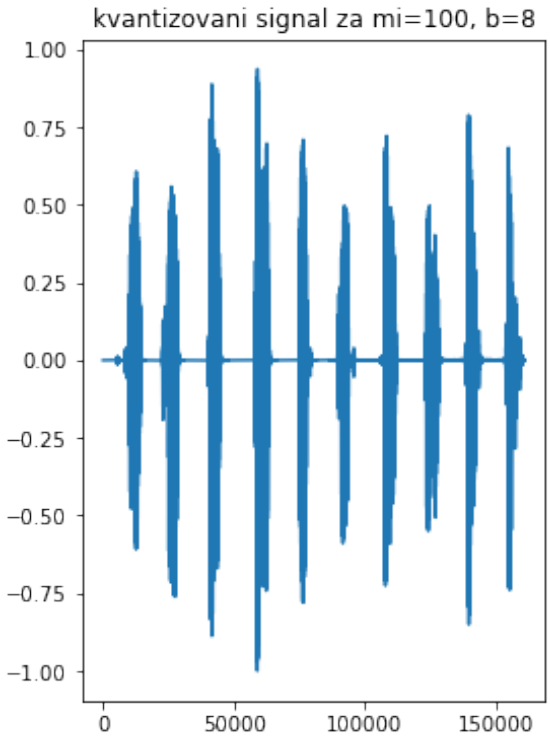
[29]:
```
def mi_kvantizator(x: np.array, mi: float, b: int) -> None:
    N = data.size
    xmax = np.max(np.abs(x))
    M = 2**b
    d = 2*xmax/M
    xq_1 = xmax*np.log10(1 + mi*np.abs(x)/xmax)/(np.log10(1 + mi))*np.sign(x)
    xq_mi = np.round(xq_1/d)*d
    xq_mi[xq_1>(M-1)*d/2] = (M/2-1)*d
    xq_mid = 1/mi*np.sign(xq_mi)*((1+mi)**(np.abs(xq_mi)/xmax)-1)*xmax

    x_osa = np.arange(N)
    fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=[9, 6])
    ax1.plot(x, xq_mi, '*')
    ax1.set_title('Karakteristika za mi='+str(mi)+', b='+str(b))
    ax2.plot(x_osa, x)
    ax2.set_title('kvantizovani signal za mi='+str(mi)+', b='+str(b))
```

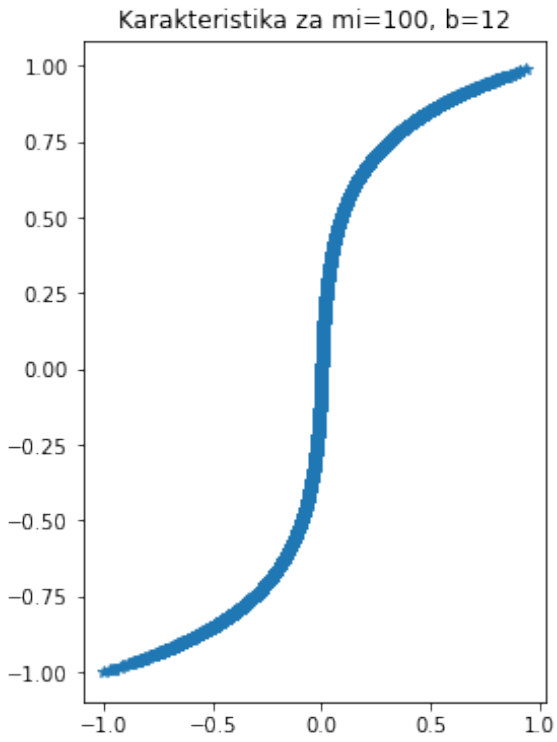
[30]:
```
b = [4, 8, 12]
mi = [100, 500]
for j in range(2):
    for i in range(3):
        mi_kvantizator(data, mi[j], b[i])
```

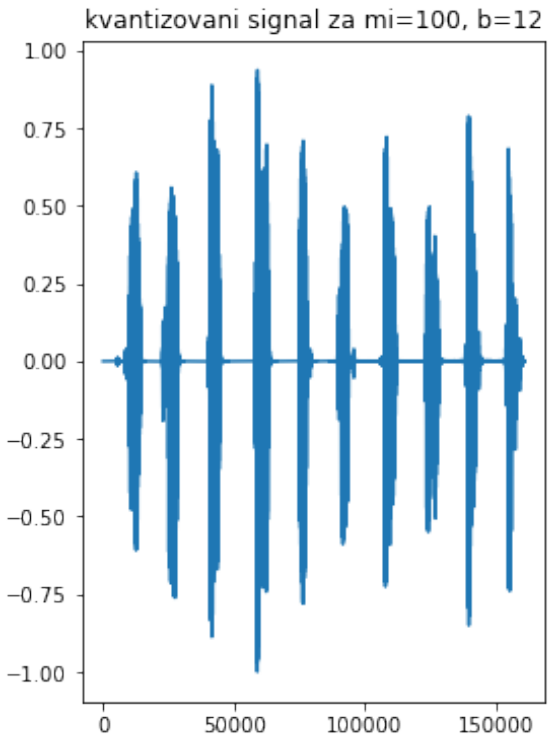

Karakteristika za mi=100, b=4
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0

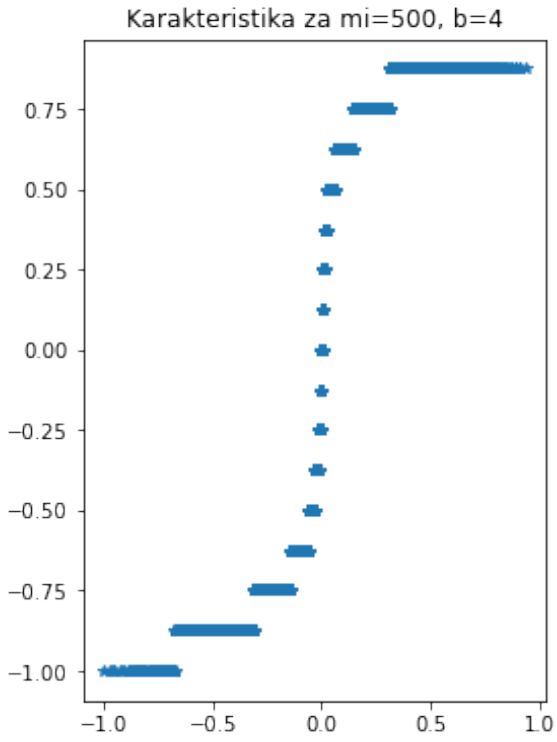

kvantizovani signal za mi=100, b=4
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0
50000
100000
150000

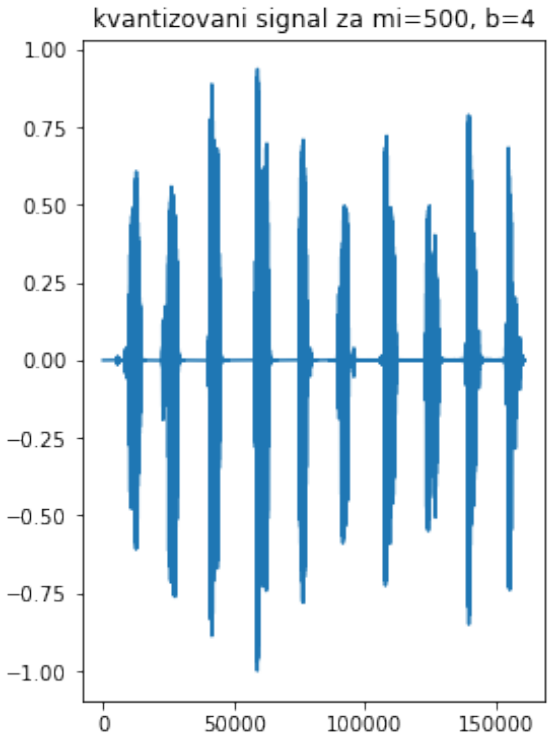

Karakteristika za mi=100, b=8
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0

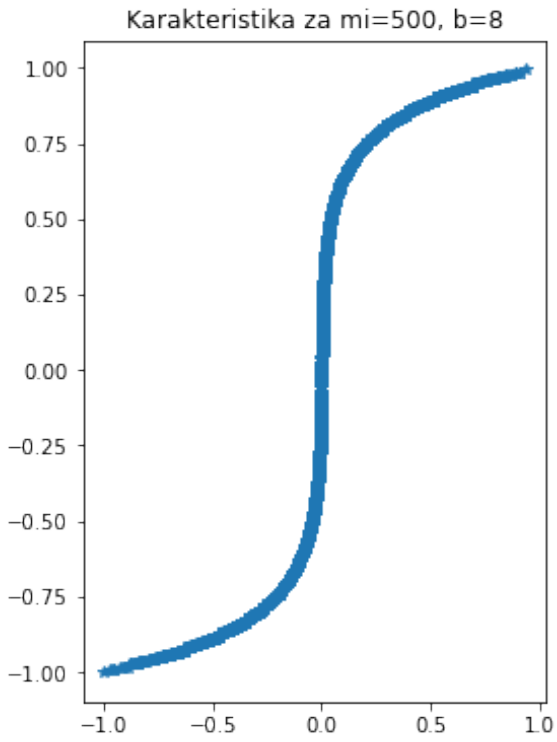

kvantizovani signal za mi=100, b=8
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0
50000
100000
150000

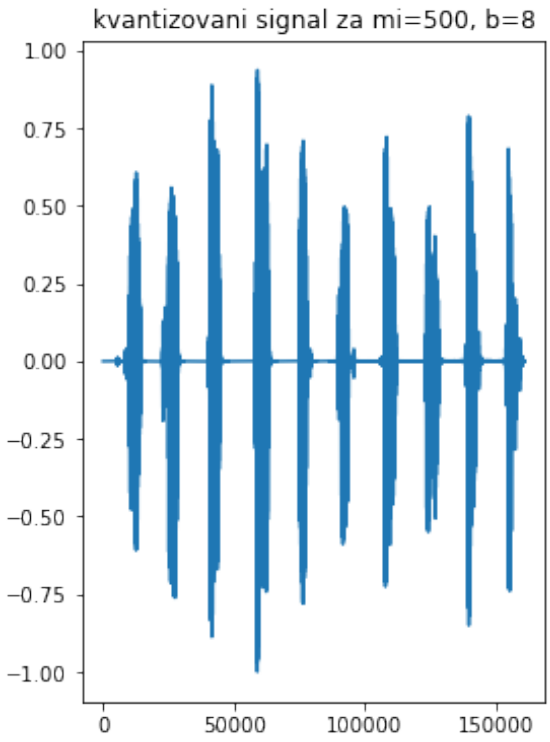

Karakteristika za mi=100, b=12
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0

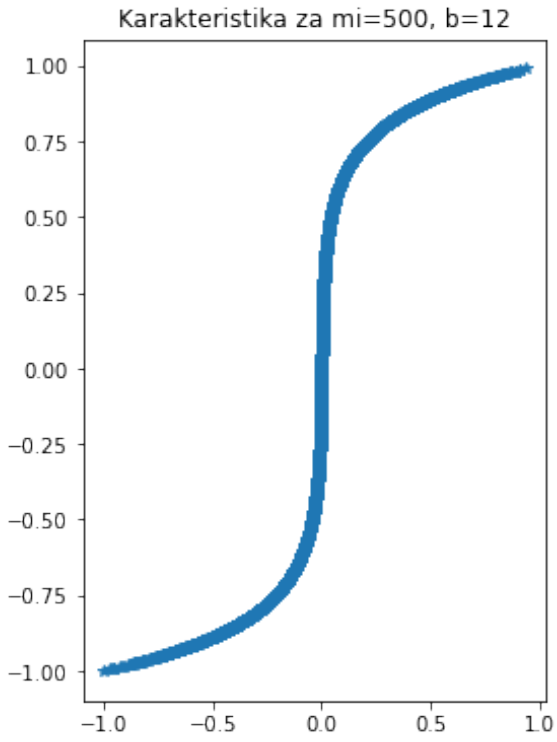

kvantizovani signal za mi=100, b=12
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0
50000
100000
150000

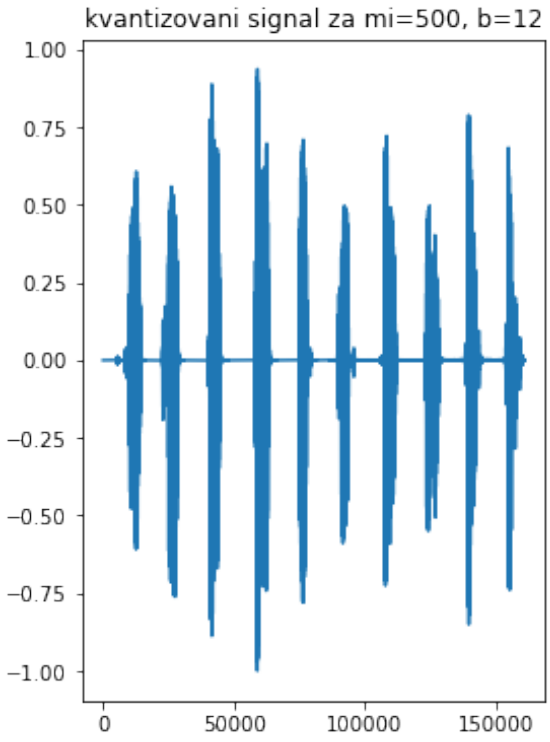

Karakteristika za mi=500, b=4
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0


kvantizovani signal za mi=500, b=4
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0
50000
100000
150000


Karakteristika za mi=500, b=8
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0

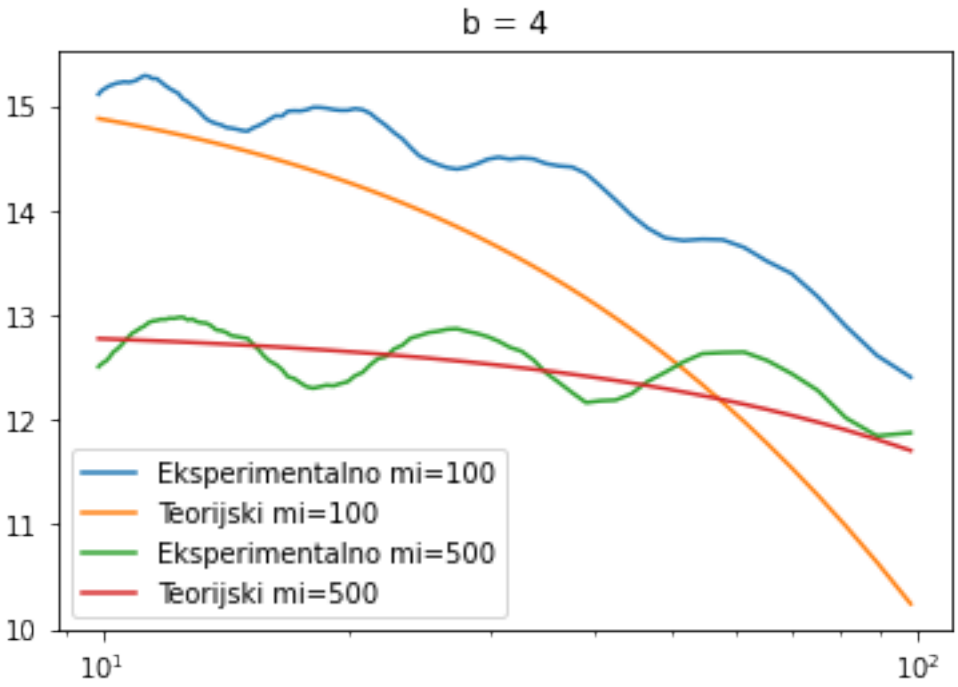

kvantizovani signal za mi=500, b=8
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0
50000
100000
150000

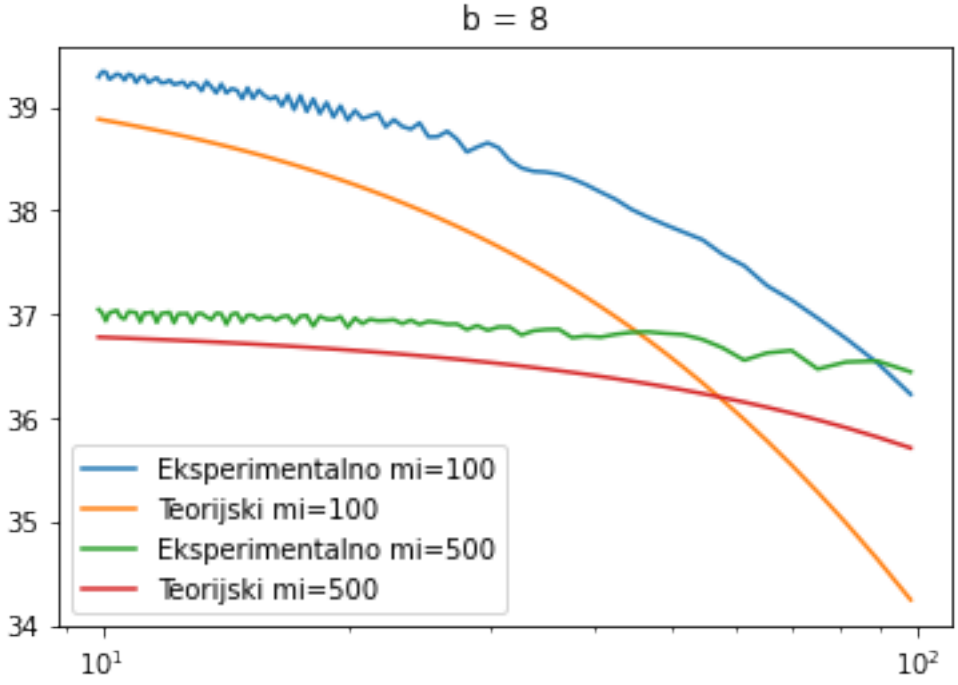

Karakteristika za mi=500, b=12
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0

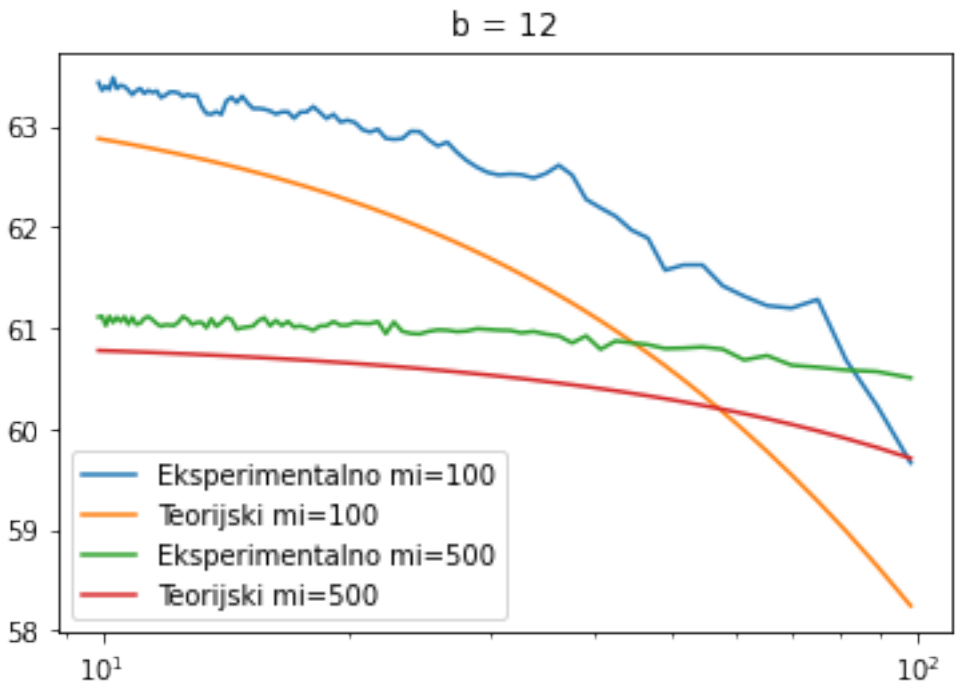

kvantizovani signal za mi=500, b=12
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0
50000
100000
150000

Na ovim slikama je prikazan signal nakon kvantizacije (desne slike) i kvantizator (leve slike).

[31]:
```
pom = 5
xmax = np.max(np.abs(data));
for b in [4, 8, 12]:
    plt.figure()
    for mi in [100, 500]:
        M = 2 ** b
        d = 2 * xmax/M
        aten = np.arange(90)/100 + 0.1
        xvar1 = np.zeros(aten.size)
        SNR_mi = np.zeros(aten.size)
        for i in range(aten.size):
            x1 = data * aten[i]
            xvar1[i] = np.std(x1)**2
            xq_1 = xmax * np.log10(1 + mi*np.abs(x1)/xmax)/(np.log10(1 + mi))*np.
↪sign(x1)
            xq_mi = np.round(xq_1/d) * d
            xq_mi[xq_1 > (M-1)*d/2] = (M/2 - 1)*d;
            x2 = 1/mi * np.sign(xq_mi)*((1+mi)**(np.abs(xq_mi)/xmax)-1) * xmax
            SNR_mi[i] = (np.std(x1)/np.std(x1-x2))**2
        plt.semilogx(xmax/np.sqrt(xvar1), 10*np.log10(SNR_mi))
        plt.semilogx(xmax/np.sqrt(xvar1), 4.77 + 6*b - 20*np.log10(np.
↪log(1+mi))-10*np.log10(1 + (xmax/mi)**2/xvar1 + math.sqrt(2)*xmax/mi/np.
↪sqrt(xvar1)))
    plt.legend(['Eksperimentalno mi=100', 'Teorijski mi=100', 'Eksperimentalno␣
↪mi=500', 'Teorijski mi=500'])
    plt.title('b = '+str(b))
```


b = 4
15
14
13
12
11
10
10^1
10^2
Eksperimentalno mi=100
Teorijski mi=100
Eksperimentalno mi=500
Teorijski mi=500


b = 8
39
38
37
36
35
34
10^1
10^2
Eksperimentalno mi=100
Teorijski mi=100
Eksperimentalno mi=500
Teorijski mi=500



Ovo je SNR za μ-kvantizator. Kao što vidimo početna tačka je niža što je veće μ, ali je promena manja što više raste vrednost signala. Takođe možemo da vidimo i da je SNR niži što je manje b.

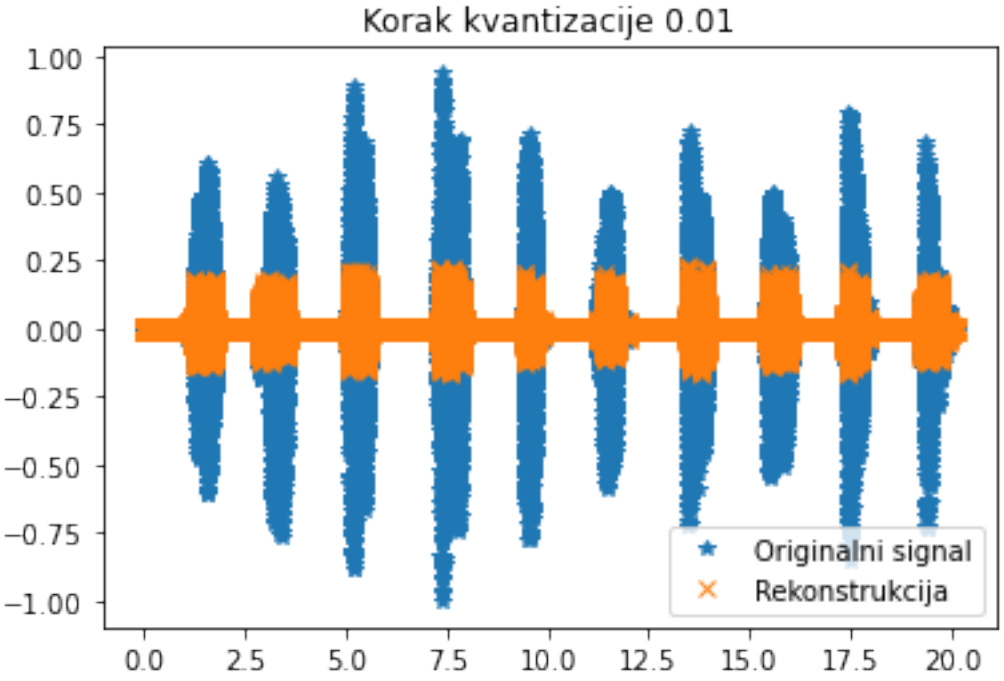
0.2.2 Δ-kvantizator

Δ- kvantizator radi tako što pokušava da prati signal u vremenu. On radi tako što gleda da li je njegova prethodna vrednost manja ili veća od trenutne vrednosti signala i u zavisnosti od toga dodaje ili oduzima vrednost Δ od stare vrednosti. Njegova vrlina je to što je jednostavan, brz i ne zahteva mnogo memorije, samo čuva korak kvantizacije, ali mana mu je da ukoliko je korak kvantizacije mnogo mali onda ne može da isprati nagle promene signala što se može videti na sledećem grafiku.

[32]:
```
samplerate, data = wavfile.read("myrecording.wav")
# normalizacija
data = data/np.max(abs(data))

t = np.arange(data.size)/samplerate

xmean = np.mean(data)
Q = 0.01

d = np.zeros(t.size)
d[0] = data[0]
xx = np.zeros(t.size)
xx[0] = xmean + Q
```

```
for i in range(1, t.size):
    d[i] = data[i] - xx[i-1]
    if d[i] > 0:
        xx[i] = xx[i-1] + Q
    else:
        xx[i] = xx[i-1] - Q

plt.figure()
plt.plot(t, data, '*')
plt.plot(t, xx, 'x')
plt.legend(['Originalni signal', 'Rekonstrukcija'])
plt.title('Korak kvantizacije 0.01')
```

[32]: `Text(0.5, 1.0, 'Korak kvantizacije 0.01')`

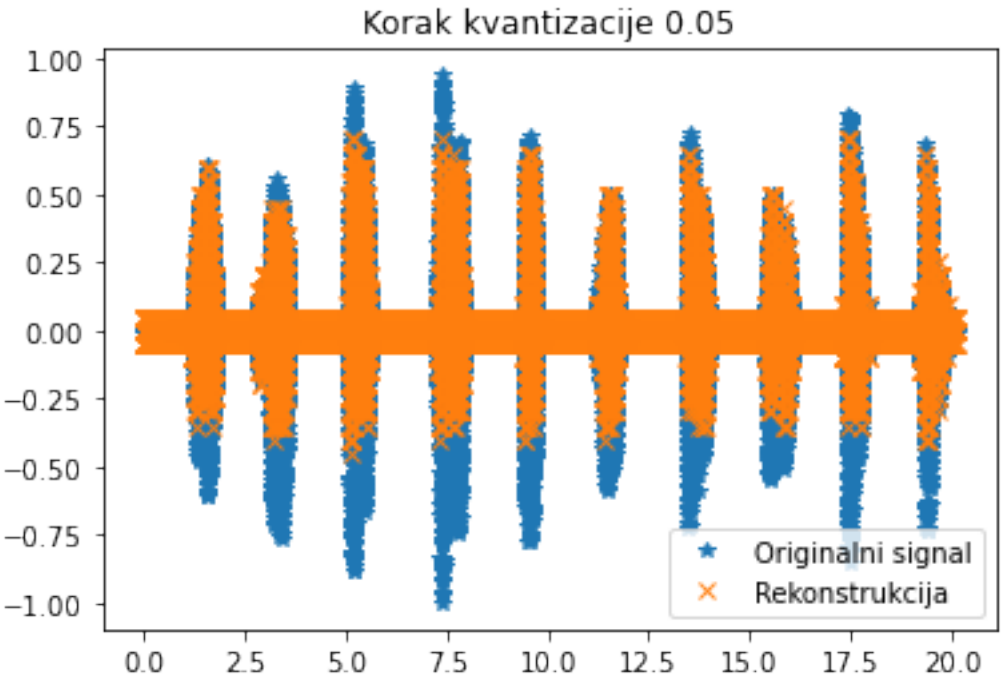


Ovo je možda i najbolji korak kvantizacije. Dovoljno je mali da mu ne smeta kada je signal miran, ali i dovoljno velik da isprati signal kod velikih promena. Naravno ovo nije idealno, ali je mnogo bolje od prvog i poslednjeg slučaja.

[33]:
```
samplerate, data = wavfile.read("myrecording.wav")
# normalizacija
data = data/np.max(abs(data))

t = np.arange(data.size)/samplerate
```

```
xmean = np.mean(data)
Q = 0.05

d = np.zeros(t.size)
d[0] = data[0]
xx = np.zeros(t.size)
xx[0] = xmean + Q

for i in range(1, t.size):
    d[i] = data[i] - xx[i-1]
    if d[i] > 0:
        xx[i] = xx[i-1] + Q
    else:
        xx[i] = xx[i-1] - Q

plt.figure()
plt.plot(t, data, '*')
plt.plot(t, xx, 'x')
plt.legend(['Originalni signal', 'Rekonstrukcija'])
plt.title('Korak kvantizacije 0.05')
```

[33]: `Text(0.5, 1.0, 'Korak kvantizacije 0.05')`

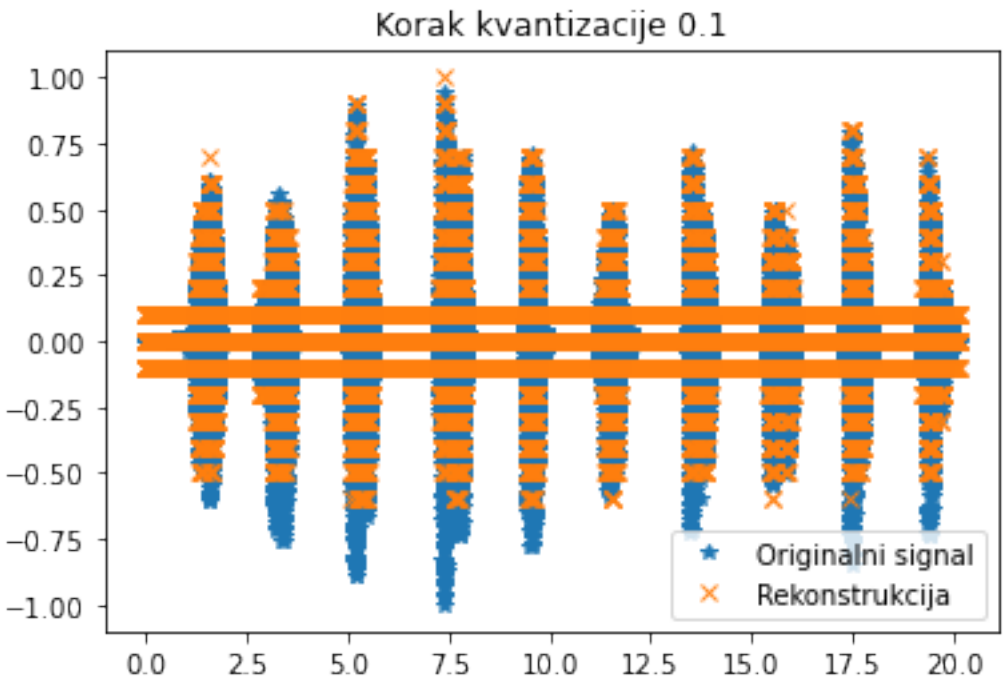


Kao što je i premalo Q problem tako je i preveliko Q problematično. U ovom slučaju ovaj kvantizator isprati nagle promene signala, ali mnogo šeta kada je signal miran. Zato dobijamo ove tri linije na

0.1, 0 i -0.1.

[34]:
```
samplerate, data = wavfile.read("myrecording.wav")
# normalizacija
data = data/np.max(abs(data))

t = np.arange(data.size)/samplerate

xmean = np.mean(data)
Q = 0.1

d = np.zeros(t.size)
d[0] = data[0]
xx = np.zeros(t.size)
xx[0] = xmean + Q

for i in range(1, t.size):
    d[i] = data[i] - xx[i-1]
    if d[i] > 0:
        xx[i] = xx[i-1] + Q
    else:
        xx[i] = xx[i-1] - Q

plt.figure()
plt.plot(t, data, '*')
plt.plot(t, xx, 'x')
plt.legend(['Originalni signal', 'Rekonstrukcija'])
plt.title('Korak kvantizacije 0.1')
```

[34]:
```
Text(0.5, 1.0, 'Korak kvantizacije 0.1')
```



0.3 Zadatak 3

Da bismo definisali skriveni Markovljev model moramo da definišemo matricu verovatnoća prelaza iz jednog stanja u drugo A, matricu B koja govori o verovatnoći izvlačenja određenih kuglica u određenom stanju, i matricu verovatoća početnog stanja Π.

$$A = \begin{bmatrix} 13 & & 2 \\ b & 1-2b & b \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.625 & 0.25 & 0.125 \\ \frac{2}{13} & \frac{7}{13} & \frac{4}{13} \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

[35]:
```
def first_problem(a: float, b: float, O: np.array) -> float:
    A = np.array([[1-3*a, a, 2*a],[b, 1-2*b, b], [0.1, 0.1, 0.8]])
    B = np.array([[0.625, 0.25, 0.125], [2/13, 7/13, 4/13], [0.1, 0.3, 0.6]])
    Pi = np.array([1/3, 1/3, 1/3])
    # inicijalizacija
    alpha = np.zeros(3)
    alpha = Pi*B[:, O[0]]
```

```
    #incukcija
    for i in range(1, O.size):
        a1 = np.copy(alpha)
        alpha[0] = (a1[0]*A[0, 0] + a1[1]*A[1, 0] + a1[2]*A[2, 0])*B[0, O[i]]
        alpha[1] = (a1[0]*A[0, 1] + a1[1]*A[1, 1] + a1[2]*A[2, 1])*B[1, O[i]]
        alpha[2] = (a1[0]*A[0, 2] + a1[1]*A[1, 2] + a1[2]*A[2, 2])*B[2, O[i]]

    # terminacija
    return np.sum(alpha)
```

[36]:
```
def argmax(a: float, b: float, c:float) -> int:
    if a >= b and a >= c:
        return 0
    if b >= c:
        return 1
    return 2

def second_problem(a: float, b: float, O: np.array) -> np.array:
    A = np.array([[1-3*a, a, 2*a],[b, 1-2*b, b], [0.1, 0.1, 0.8]])
    B = np.array([[0.625, 0.25, 0.125], [2/13, 7/13, 4/13], [0.1, 0.3, 0.6]])
    Pi = np.array([1/3, 1/3, 1/3])

    # inicijalizacija
    delta = np.zeros([100, 3])
    delta[0, :] = Pi*B[:, O[0]]
    states = np.zeros([100, 3])

    # rekurzija
    for i in range(1, O.size):
        d1 = np.copy(delta[i-1, :])
        delta[i, 0] = max(d1[0]*A[0, 0], d1[1]*A[1, 0], d1[2]*A[2, 0]) * B[0,␣
 ↪O[i]]
        delta[i, 1] = max(d1[0]*A[0, 1], d1[1]*A[1, 1], d1[2]*A[2, 1]) * B[1,␣
 ↪O[i]]
        delta[i, 2] = max(d1[0]*A[0, 2], d1[1]*A[1, 2], d1[2]*A[2, 2]) * B[2,␣
 ↪O[i]]
        delta[i, :] = delta[i, :]/np.sum(delta[i,:])

        states[i, 0] = argmax(d1[0]*A[0, 0], d1[1]*A[1, 0], d1[2]*A[2, 0])
        states[i, 1] = argmax(d1[0]*A[0, 1], d1[1]*A[1, 1], d1[2]*A[2, 1])
        states[i, 2] = argmax(d1[0]*A[0, 2], d1[1]*A[1, 2], d1[2]*A[2, 2])

    # terminacija
    states = states.astype('int32')
    q = np.zeros(O.size, dtype = 'int32')
    for i in range(O.size):
        q[i] = argmax(delta[i, 0], delta[i, 1], delta[i, 2])
```

```
    # path-tracking
    i = int(O.size-2)
    while i>=0:
        q[i] = states[i+1, q[i+1]]
        i = i-1
    return q
```

Ovo su dve funkcije koje vraćaju rešenje prvog i drugog problema. Prvi problem je koja je verovatnoća da će se desiti ovakve opservacije. On se rešava forward procedurom, odnosno:

1) inicijalizacija: $\alpha_1(j) = \Pi_j \cdot b_j(O_1)$
2) indukcija: $\alpha_{t+1}(j) = [\sum_{i=1}^{N} \alpha_t(i) * a_{ij}]b_j(O_{t+1})$
3) terminacija: $P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_T(i)$

Drugi problem je vraćanje najverovatnije sekvence, a to se radi Viterby-jevim algoritmom, odnosno:

1) Inicijalizacija: $\delta_1 = \Pi_1 \cdot B_j(O_1)$; $\psi_1(j) = 0$
2) Rekurzija: $\delta_t(j) = max(\delta_{t-1} \cdot a_{ij})b_j(O_t)$; $\psi_t(j) = argmax(\delta_{t-1} \cdot a_{ij})$
3) Terminacija: $P^* = max(\delta_T(i))$; $q_T^* = argmax(\delta_T(i))$
4) path-backtracking: $q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*)$

[37]:
```
def sledeceStanje(trenutni: int, A: np.array) -> int:
    prom = random.random()
    if A[trenutni, 0] > prom:
        return 0
    if A[trenutni, 0] + A[trenutni, 1] > prom:
        return 1
    return 2
```

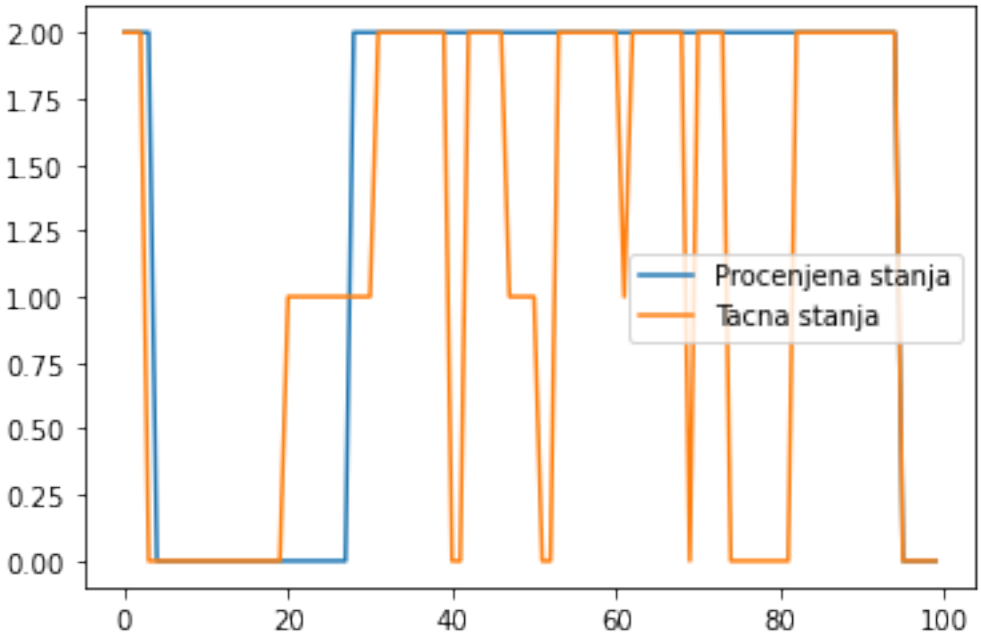
[38]:
```
def sledecaOpservacija(stanje: int, B: np.array) -> int:
    prom =random.random()
    if B[stanje, 0] > prom:
        return 0
    if B[stanje, 1] + B[stanje, 0] > prom:
        return 1
    return 2
```

[39]:
```
a = 0.05
b = 0.1
pocetni = int(random.random()*3)
if pocetni == 3:
    pocetni = 2
stanja = np.zeros(100, dtype='uint32')
stanja[0] = pocetni
O = np.zeros(100, dtype='uint32')
```

```
A = np.array([[1-3*a, a, 2*a], [b, 1-2*b, b], [0.1, 0.1, 0.8]])
B = np.array([[0.625, 0.25, 0.125], [2/13, 7/13, 4/13], [0.1, 0.3, 0.6]])
O[0] = sledecaOpservacija(stanja[0], B)
for i in range(99):
    stanja[i+1] = sledeceStanje(stanja[i], A)
    O[i+1] = sledecaOpservacija(stanja[i+1], B)

q = second_problem(a, b, O)
print("Verovatnoca: ", first_problem(a, b, O))
print("Opservacije: ", O)
print("Stanja: ", q)
print("Tacna stanja: ", stanja)

plt.figure()
plt.plot(np.arange(q.size), q)
plt.plot(np.arange(stanja.size), stanja)
plt.legend(["Procenjena stanja", "Tacna stanja"])
```

```
Verovatnoca:  1.644979677637894e-46
Opservacije:  [2 2 2 2 0 1 0 0 0 1 0 2 0 2 0 0 0 0 2 0 1 1 1 2 2 0 0 0 1 1 1 2 1
1 2 2 1
 1 0 2 2 1 2 2 2 2 1 2 0 1 2 1 0 2 2 2 0 2 1 2 2 1 2 1 1 2 2 1 1 0 2 2 2 1
 1 2 0 0 2 0 1 1 1 2 2 2 2 2 1 2 2 2 2 1 2 0 0 0 1 0]
Stanja:  [2 2 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 2 2 2 2 2 2
2 2
 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 0 0 0 0 0]
Tacna stanja:  [2 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2
2 2 2 2 2
 2 2 2 0 0 2 2 2 2 2 1 1 1 1 0 0 2 2 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 0 2 2 2 2
 0 0 0 0 0 0 0 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 0 0 0 0]
```

[39]: <matplotlib.legend.Legend at 0x2063769b670>



[40]:
```
a = 0.2
b = 0.33
O = np.zeros(100, dtype='uint32')
A = np.array([[1-3*a, a, 2*a], [b, 1-2*b, b], [0.1, 0.1, 0.8]])
B = np.array([[0.625, 0.25, 0.125], [2/13, 7/13, 4/13], [0.1, 0.3, 0.6]])
O[0] = sledecaOpservacija(stanja[0], B)
for i in range(99):
    stanja[i+1] = sledeceStanje(stanja[i], A)
    O[i+1] = sledecaOpservacija(stanja[i+1], B)

q = second_problem(a, b, O)
print("Verovatnoca: ", first_problem(a, b, O))
print("Opservacije: ", O)
print("Stanja: ", q)
print("Tacna stanja: ", stanja)

plt.figure()
plt.plot(np.arange(q.size), q)
plt.plot(np.arange(stanja.size), stanja)
plt.legend(["Procenjena stanja", "Tacna stanja"])
```

```
Verovatnoca:  8.33409869096567e-46
Opservacije:  [1 2 2 1 1 2 1 2 0 2 2 2 1 1 0 0 2 1 2 2 1 2 1 2 2 0 1 1 0 0 0 2 1
2 1 1 1
 2 2 0 0 2 1 1 2 1 1 2 2 2 2 1 0 2 2 2 1 1 2 1 1 1 2 0 0 2 2 1 2 1 1 1 2 1
 2 1 0 2 1 2 1 1 2 1 1 1 0 2 1 1 2 2 1 0 2 2 2 2 2 0]
```

```
Stanja:  [2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 0 0 2 2 2 2
2 2
 2 2 0 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2
 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2]
Tacna stanja:  [2 2 2 0 1 1 2 2 0 2 2 2 2 1 0 0 1 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 0 0 2
2 0 1 0 1
 1 1 1 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 0 2 2 2 2 1 2 2 2 2
 2 0 0 2 2 2 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 2 2]
```

[40]: <matplotlib.legend.Legend at 0x206374f3130>