# WAIF III, Projekt 2

#### Model

Rozważ przestrzeń probabilistyczną  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ , gdzie  $\Omega$  składa się z T - elementowych ciągów -1 i 1. Dla  $\omega \in \Omega$  będziemy używać oznaczenia  $\omega_i$  na i-tą współrzędną  $\omega$ , tj.  $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_T)$ ,  $\omega_i \in \{-1, 1\}$ ,  $i = 1, \dots, T$ .

Definiujemy procesy cen dwóch instrumentów (pierwszy to numeraire):

$$S_n^0(\omega) = S_0^0(\omega) exp(r \cdot n)$$

$$S_n^1(\omega) = S_0^1(\omega) exp\left(s \cdot n + m \cdot \sum_{i=1}^n \omega_i\right)$$

gdzie r, s i m są pewnymi stałymi charakterystycznymi dla instrumentów, zaś $n=1,\ldots,T$ .

Zakładamy, że  $S_0^0(\omega)$  i  $S_0^1(\omega)$  są stałymi. Niech  $(\mathcal{F}_t)_{t=0,1,\dots,T}$  oznacza filtrację generowaną przez proces S. Filtracja ta będzie reprezentować ogólnie dostępną inwestorom wiedzę w danej chwili.

### Polecenia

Załóżmy, że ceny wszystkich akcji i obligacji mają dynamikę zgodną z powyższym modelem.

Poniższe zadanie wykonaj osobno dla następujących dwóch spółek: MSFT i GOOG notowanych na giełdzie NASDAQ.

Wykonaj analizę kosztu strategii zabezpieczającej opcje obejmującą następujące punkty:

- 1. Zmodyfikuj powyższy model, tak by uwzględnić dywidendy i skalibruj go używając danych historycznych.
  - a. Uzasadnij zasadność wybranej modyfikacji modelu.
  - b. Opisz implementację tego modelu w wybranym przez ciebie narzędziu (typu C++, R, Excel).
  - c. Uzasadnij, że kalibracja jest poprawna, używając do tego modelu wyceny z poprzedniego projektu.
  - d. Porównaj graficznie rozkład faktycznych, historycznych zysków badanych przez Ciebie cen akcji z zyskami w rozważanym modelu teoretycznym.
- 2. Wyceń notowane na NASDAQ opcje amerykańskie na dzień 2010-05-14. Jeżeli jest ich wiele, wybierz takie, które poddadzą się ciekawej analizie.
- 3. Zwizualizuj:
  - a. otoczkę Snella,
  - b. rozkład Dooba otoczki Snella,
  - c. optymalny czas wykonania dla kupującego,
  - d. wrażliwość optymalnego czasu zatrzymania na zmiany parametrów.

We wszystkich powyższych punktach skomentuj przedstawioną prezentacje graficzną.

4. Przeanalizuj i oceń przydatność metod Monte-Carlo zastosowanych dla rozważanego w niniejszym projekcie modelu.

- 5. W sytuacji, gdy posiadacz opcji przeoczy optymalny czas zatrzymania, wystawca opcji będzie miał nadwyżkę pieniędzy w swoim portfelu zabezpieczającym. Zwizualizuj i skomentuj proces nadwyżki (i jego charakterystykę) w zależności od parametrów modelu. Powołaj się na odpowiednie twierdzenie z wykładu.
- 6. Zwizualizuj strategię zabezpieczającą, tak by można było wyrobić sobie intuicje. Skomentuj to, co przedstawisz. Sprawdź jej wrażliwość na zmiany parametrów.
- 7. W sytuacji, gdy masz dobrze skalibrowany model rynku, to strategia replikująca powinna idealnie wystarczyć na pokrycie zobowiązań z opcji zysk to zero. Zbadaj ryzyko, że będziesz zabezpieczać opcję przy użyciu nieprawidłowego modelu (tj. nieodpowiadającego rzeczywistości). W szczególności zbadaj rozkład zysku/straty z zabezpieczania. Rozważ różne możliwości strategii posiadacza opcji w szczególności optymalną strategię, ale opartą o źle skalibrowany model.

## Wyniki

Opracuj raport (w formie PDF) zawierający wszystkie powyższe punkty oraz krótką prezentację z przeprowadzonych prac. Pamiętaj o przejrzystości rozumowań oraz używaniu ścisłego języka matematycznego, z powołaniem się na odpowiednie twierdzenia. Wszelkie czynione dodatkowo założenia modelu (jak np. takie a nie inne modelowanie przyszłych dywidend) powinny być wyraźnie odnotowane. Oceniana będzie m.in. poprawność, spójność, czytelność oraz graficzna strona raportu.

### Uwagi

Przygotowanie projektu składać się będzie z sześciu etapów:

zapoznanie: omówienie treści projektu z prowadzącym, wyjaśnienie ewentualnych niejasności w sformułowaniach, ustalenie harmonogramu cotygodniowych konsultacji [tydzień: 25-29 IV, bez punktów],

planowanie: podejście "w słowie i na papierze" do prostszego modelu bez dywidend (w kontekście punktów 1a-1d oraz 2), a następnie jego modyfikacja do modelu z dywidendami; w dalszej części już w modelu z dywidendami wstępne podejście "w słowie i na papierze" do wizualizacji z punktów 3a-3c, analizy wrażliwości z punktu 3d oraz wizualizacji z punktów 5 i 6; dla jasności: oczywiście nie chodzi tu tylko o wskazanie typu wizualizacji (np. histogram, wykres taki a taki w kolorze takim a takim), ale także wstępne omówienie metodologii i (omówienie) roboczej implementacji w narzędziach komputerowych tych zagadnień tak, aby było jasne, co należy robić w dalszych etapach projektu [tydzień: 4-6 V, punkty: 12,5%],

doprecyzowanie: doprecyzowanie metodologii i zauważonych problemów, które zapewne pojawią się do tego czasu; podział prac na poszczególnych uczestników grupy projektowej; propozycja analizy metod M-C, o której mowa w punkcie 4.; teoretyczne podejście do punktu 7. wraz z konkretną propozycją implementacji w wybranym narzędziu (komputerowym) [tydzień: 9-13 V, punkty: 12,5%],

wyniki: zaprezentowanie i omówienie wstępnych symulacji komputerowych i wstępnych wyników w kontekście wszystkich kolejnych punktów projektu [tydzień: 16-20 V, punkty: 12,5%],

konkluzje: omówienie ostatecznych wyników dotyczących każdego punktu projektu; zaprezentowanie stosownych wizualizacji; wnioski i konkluzje wynikające z otrzymanych rezultatów[tydzień: 23-27 V, punkty: 12,5%],

prezentacja: przesłanie ostatecznej wersji raportów PDF z projektu [termin: 3 VI]; prezentacja z przeprowadzonych prac [tydzień: 6-10 VI, punkty: 50%]