Semantyka i weryfikacja programów
Praca domowa nr 2

Marcin Malejky mm418410

Składnia:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{Num} \ni n &::= \ldots \mid \mathbf{-1} \mid \mathbf{0} \mid \mathbf{1} \mid \mathbf{2} \mid \ \ldots \\
\mathbf{Var} \ni x &::= \mathbf{x_1} \mid \mathbf{x_2} \mid \ \ldots \\
\mathbf{FName} \ni p &::= \mathbf{f_1} \mid \mathbf{f_2} \mid \ \ldots \\
\mathbf{Exp} \ni e &::= n \mid x \mid e_1 + e_2 \mid e_1 * e_2 \mid e_1 - e_2 \mid f() \\
\mathbf{BExp} \ni b &::= \mathbf{true} \mid \mathbf{false} \mid e_1 < e_2 \mid e_1 = e_2 \mid b_1 \wedge b_2 \mid \mathbf{not}\ b \\
\mathbf{FDecl} \ni d_F &::= \mathbf{fun}\ f\ \mathbf{result}\ e\ \mathbf{do}\ (S) \mid d_{F1}; d_{F2} \\
\mathbf{Stmt} \ni S &::= x := e \mid S_1; S_2 \mid \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ S_1\ \mathbf{else}\ S_2 \\
&\quad \mid \mathbf{while}\ b\ \mathbf{do}\ S \mid \mathbf{begin}\ d_F;\ S\ \mathbf{end} \\
&\quad \mid \mathbf{return}\ e
\end{aligned}
$$

Dziedziny semantyczne:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{State} &= \mathbf{Var} \to \mathbf{Int} \\
\mathbf{Ans} &= \mathbf{State} \\
\mathbf{Cont} &= \mathbf{State} \rightharpoonup \mathbf{Ans} \\
\mathbf{Cont_E} &= \mathbf{Int} \to \mathbf{State} \rightharpoonup \mathbf{Ans} \\
\mathbf{Cont_B} &= \mathbf{Bool} \to \mathbf{State} \rightharpoonup \mathbf{Ans} \\
\mathbf{Cont_{D_F}} &= \mathbf{FEnv} \rightharpoonup \mathbf{Ans} \\
\mathbf{FUN} &= \mathbf{Cont_E} \to \mathbf{Cont} \to \mathbf{Cont} \\
\mathbf{FEnv} &= \mathbf{FName} \rightharpoonup (\mathbf{FUN} \times (\mathbf{Cont_E} \to \mathbf{Cont}))
\end{aligned}
$$

Środowisko funkcji mapuje nazwę funkcji na parę (semantyka ciała funkcji, sematyka wyrażenia domyślnej wartości funkcji)

Funkcje semantyczne:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{N} &: \mathbf{Num} \to \mathbf{Int} \\
\mathcal{E} &: \mathbf{Exp} \to \mathbf{FEnv} \to \mathbf{Cont_E} \to \mathbf{Cont} \\
\mathcal{B} &: \mathbf{BExp} \to \mathbf{FEnv} \to \mathbf{Cont_B} \to \mathbf{Cont} \\
\mathcal{D_F} &: \mathbf{FDecl} \to \mathbf{FEnv} \to \mathbf{Cont_{D_F}} \rightharpoonup \mathbf{Ans} \\
\mathcal{S} &: \mathbf{Stmt} \to \mathbf{FEnv} \to \mathbf{Cont_E} \to \mathbf{Cont} \to \mathbf{Cont}
\end{aligned}
$$

Równania semantyczne:

$$\mathcal{D}_{\mathcal{F}}[\![\textbf{fun}\ f\ \textbf{result}\ e\ \textbf{do}\ (S)]\!]\,\rho_F\,\kappa_F = \kappa_F\rho_F[f \mapsto \langle F, \mathcal{E}[\![e]\!]\,\rho_F\rangle]$$

$$\text{gdzie: } F = \mathcal{S}[\![S]\!]\,\rho_F[f \mapsto F]$$

Definicja stałopunktowa:

$$F = \mathit{fix}(\Phi)$$

$$\Phi(G) = \mathcal{S}[\![S]\!]\,\rho_F[f \mapsto G]$$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{F}}[\![d_{F1};d_{F2}]\!]\,\rho_F\,\kappa_F = \mathcal{D}_{\mathcal{F}}[\![d_{F1}]\!]\,\rho_F\,(\lambda\rho'_F.\mathcal{D}_{\mathcal{F}}[\![d_{F2}]\!]\,\rho'_F\,\kappa_F)$$

$$\mathcal{E}[\![n]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,s = (\kappa_E\,\mathcal{N}[\![n]\!])(s)$$

$$\mathcal{E}[\![x]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,s = (\kappa_E(s\,x))(s)$$

$$\mathcal{E}[\![f()]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,s = b\,(\lambda n.a\kappa_E\,(\kappa_E\,n)\,s)\,s$$

$$\text{gdzie: } a = \mathit{first}(\rho_F\,f)$$

$$b = \mathit{second}(\rho_F\,f)$$

$$\mathcal{E}[\![e_1 + e_2]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,s = \mathcal{E}[\![e_1]\!]\,\rho_F\,(\lambda n_1.\lambda s'.\mathcal{E}[\![e_2]\!]\rho_F\,(\lambda n_2.\kappa_E(n_1 + n_2)\,s')\,)\,s$$

$$\mathcal{E}[\![e_1 - e_2]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,s = \mathcal{E}[\![e_1]\!]\,\rho_F\,(\lambda n_1.\lambda s'.\mathcal{E}[\![e_2]\!]\rho_F\,(\lambda n_2.\kappa_E(n_1 - n_2)\,s')\,)\,s$$

$$\mathcal{E}[\![e_1 * e_2]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,s = \mathcal{E}[\![e_1]\!]\,\rho_F\,(\lambda n_1.\lambda s'.\mathcal{E}[\![e_2]\!]\rho_F\,(\lambda n_2.\kappa_E(n_1 * n_2)\,s')\,)\,s$$

$$\mathcal{S}[\![x := e]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,\kappa\,s = \mathcal{E}[\![e]\!]\rho_F\,(\lambda n.\lambda s'.\kappa_E\,n\,(s'[x \mapsto n]))s$$

$$\mathcal{S}[\![\textbf{return}\ e]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,\kappa\,s = \mathcal{E}[\![e]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,s$$

$$\mathcal{S}[\![\textbf{begin}\ d_F;\ S\ \textbf{end}]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,\kappa\,s = \mathcal{D}_{\mathcal{F}}[\![d_F]\!]\,\rho_F\,(\lambda\rho'_F.\mathcal{S}[\![S]\!]\,\rho'_F\,\kappa_E\,\kappa\,s)$$

$$\mathcal{S}[\![S_1;S_2]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,\kappa\,s = \mathcal{S}[\![S_1]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,(\lambda s'.\mathcal{S}[\![S_2]\!]\,\rho_F\,\kappa_E\,\kappa\,s')\,s$$

Równania dla wyrażeń boolowskich są analogiczne do równań dla zwykłych wyrażeń. Wszystkie pozostałe równania są bardzo podobne do tych ze standardowej semantyki denotacyjnej w stylu kontynuacyjnym w której:

- Stan pamięci nie jest rozdzielony na środowisko zmiennych i wartościowanie lokacji.
- Wyrażenia mogą zmieniać stan, przez co ich kontynuacje przyjmują stan.

. Takowe równania były omawiane na wykładzie. Dodatkowa kontynuacja w semantyce instrukcji **Stmt** dla wyrażenia domyślnej wartości funkcji jest w nich tylko przekazywana dalej. W moim rozwiązaniu wyrażenie domyślnej wartości funkcji korzysta ze środowiska funkcji właściwego dla miejsca deklaracji funkcji. W tym wyrażeniu deklarowana funkcja nie może wystąpić (nie może być rekurencji w wyrażeniach domyślnych).