Fiskom

**UU No 28 tahun 2014 tentang Hak Cipta**

**Fungsi dan sifat hak cipta Pasal 4**

Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 3 huruf a merupakan hak eksklusif yang terdiri atas hak moral dan hak ekonomi.

**Pembatasan Pelindungan Pasal 26**

Ketentuan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 23, Pasal 24, dan Pasal 25 tidak berlaku terhadap:

* + 1. penggunaan kutipan singkat Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait untuk pelaporan peristiwa aktual yang ditujukan hanya untuk keperluan penyediaan informasi aktual;
    2. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk kepentingan penelitian ilmu pengetahuan;
    3. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk keperluan pengajaran, kecuali pertunjukan dan Fonogram yang telah dilakukan Pengumuman sebagai bahan ajar; dan
    4. penggunaan untuk kepentingan pendidikan dan pengembangan ilmu pengetahuan yang memungkinkan suatu Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait dapat digunakan tanpa izin Pelaku Pertunjukan, Produser Fonogram, atau Lembaga Penyiaran.

**Sanksi Pelanggaran Pasal 113**

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

Judul Buku

Mohammad Malik Hidayatulloh



**Fisika Komputasi**

**Mohammad Malik Hidayatulloh**

Desain Cover :

**Nama**

Sumber :

Link

Tata Letak :

**Nama**

Proofreader :

**Nama**

Ukuran :

**Jml hal judul, Jml hal isi naskah, Uk: 15.5x23 cm**

ISBN :

**No ISBN**

Cetakan Pertama :

**Bulan** **2019**

Hak Cipta 2019, Pada Penulis

Isi diluar tanggung jawab percetakan

**Copyright © 2019 by Deepublish Publisher**

All Right Reserved

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau

memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini

tanpa izin tertulis dari Penerbit.

**PENERBIT DEEPUBLISH**

**(Grup Penerbitan CV BUDI UTAMA)**

Anggota IKAPI (076/DIY/2012)

Jl.Rajawali, G. Elang 6, No 3, Drono, Sardonoharjo, Ngaglik, Sleman

Jl.Kaliurang Km.9,3 – Yogyakarta 55581

Telp/Faks: (0274) 4533427

Website: www.deepublish.co.id

www.penerbitdeepublish.com

E-mail: cs@deepublish.co.id

* + ***Memahamkan anak tentang simbol-simbol jalur evakuasi***

**Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan (FTSP)**

**UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA**

Jl. Kaliurang Km 14,5 Yogyakarta

Telf. : (0274)895042, 086440 : Fax. : (0274)895330

Email : [dekanat@ftsp.uii.ac.id](mailto:dekanat@ftsp.uii.ac.id)

Homepage : www.uii.ac.id

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*



*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

KATA PENGANTAR / UCAPAN TERIMAKASIH

Isi kata pengantar pada paragraph pertama disini (jenis font bisa disesuaikan menurut keinginan anda)

Pada paragraph selanjutnya sebenarnya anda tinggal tekan enter saja agar format pada paragraph selanjutnya sama dengan paragraph pertama

Penulis / Nama

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR / UCAPAN TERIMAKASIH v

DAFTAR ISI vii

BAB I JUDUL BAB 1

BAB II JUDUL BAB KEDUA 3

BAB I

Pemodelan Matematika, Metode Numerik, dan Pemecahan Masalah

Metode numerik adalah teknik dimana masalah matematika dirumuskan sehingga dapat diselesaikan dengan operasi aritmatika dan logika. Karena komputer digital unggul dalam melakukan operasi seperti itu, metode numerik kadang-kadang disebut sebagai matematika komputer. Di era pra-komputer, waktu dan kerepotan dalam menerapkan perhitungan semacam itu sangat membatasi penggunaan praktisnya. Namun, dengan munculnya komputer digital yang cepat dan murah, peran metode numerik dalam rekayasa dan pemecahan masalah ilmiah telah meledak. Karena mereka sangat menonjol dalam banyak pekerjaan kami, saya percaya bahwa metode numerik harus menjadi bagian dari pendidikan dasar setiap insinyur dan ilmuwan. Sama seperti kita semua harus memiliki dasar yang kuat di bidang matematika dan sains lainnya, kita juga harus memiliki pemahaman mendasar tentang metode numerik. Secara khusus, kita harus memiliki apresiasi yang kuat terhadap kemampuan dan keterbatasan mereka. Selain berkontribusi pada pendidikan Anda secara keseluruhan, ada beberapa alasan tambahan mengapa Anda harus mempelajari metode numerik:

1. Metode numerik sangat memperluas jenis masalah yang dapat Anda atasi. Mereka mampu menangani sistem besar persamaan, nonlinier, dan geometri rumit yang tidak biasa dalam teknik dan sains dan yang seringkali tidak mungkin diselesaikan secara analitik dengan kalkulus standar. Dengan demikian, mereka sangat meningkatkan keterampilan pemecahan masalah Anda.
2. Metode numerik memungkinkan Anda menggunakan perangkat lunak "kalengan" dengan wawasan. Selama karir Anda, Anda akan selalu memiliki kesempatan untuk menggunakan program komputer kemasan yang tersedia secara komersial yang melibatkan metode numerik. Penggunaan cerdas dari program ini sangat ditingkatkan dengan pemahaman tentang teori dasar yang mendasari metode. Dengan tidak adanya pemahaman seperti itu, Anda akan dibiarkan memperlakukan paket-paket seperti itu sebagai "kotak hitam" dengan sedikit wawasan kritis tentang cara kerja mereka atau validitas hasil yang mereka hasilkan.
3. Banyak masalah tidak dapat didekati dengan menggunakan program kalengan. Jika Anda fasih dengan metode numerik, dan mahir dalam pemrograman komputer, Anda dapat merancang program Anda sendiri untuk memecahkan masalah tanpa harus membeli atau memesan perangkat lunak yang mahal.
4. Metode numerik adalah sarana yang efisien untuk belajar menggunakan komputer. Karena metode numerik secara tegas dirancang untuk implementasi komputer, metode ini ideal untuk menggambarkan kekuatan dan keterbatasan komputer. Ketika Anda berhasil menerapkan metode numerik pada komputer, dan kemudian menerapkannya untuk memecahkan masalah yang sulit diselesaikan, Anda akan diberikan demonstrasi dramatis tentang bagaimana komputer dapat melayani pengembangan profesional Anda. Pada saat yang sama, Anda juga akan belajar untuk mengenali dan mengontrol kesalahan aproksimasi yang merupakan bagian tak terpisahkan dari perhitungan numerik skala besar.
5. Metode numerik menyediakan sarana bagi Anda untuk memperkuat pemahaman Anda tentang matematika. Karena salah satu fungsi metode numerik adalah untuk mereduksi matematika yang lebih tinggi menjadi operasi aritmatika dasar, mereka mendapatkan "mur dan baut" dari beberapa topik yang tidak jelas. Peningkatan pemahaman dan wawasan dapat dihasilkan dari perspektif alternatif ini. Dengan alasan-alasan ini sebagai motivasi, sekarang kita dapat mulai memahami bagaimana metode numerik dan komputer digital bekerja bersama-sama untuk menghasilkan solusi yang andal untuk masalah matematika. Sisa dari buku ini dikhususkan untuk tugas ini.

Misalkan sebuah perusahaan bungee-jumping mempekerjakan Anda. Anda diberi tugas untuk memprediksi kecepatan seorang pelompat (Gbr. 1.1) sebagai fungsi waktu selama bagian jatuh bebas dari lompatan. Informasi ini akan digunakan sebagai bagian dari analisis yang lebih besar untuk menentukan panjang dan kekuatan tali bungee yang diperlukan untuk jumper dengan massa yang berbeda.

Anda tahu dari studi fisika Anda bahwa percepatan harus sama dengan rasio gaya terhadap massa (hukum kedua Newton). Berdasarkan wawasan ini dan pengetahuan Anda tentang fisika dan mekanika fluida, Anda mengembangkan model matematika berikut untuk laju perubahan kecepatan terhadap waktu,

di mana v = kecepatan vertikal ke bawah (m/s), t = waktu (s), g = percepatan gravitasi (≅9,81 m/s2 ), cd = koefisien gaya hambat (kg/m), dan m = massa pelompat (kg). Koefisien tarikan disebut “kesatuan” karena besarnya tergantung pada faktor-faktor seperti area jumper dan densitas fluida (lihat Bagian 1.4).

Karena ini adalah persamaan diferensial, Anda tahu bahwa kalkulus dapat digunakan untuk memperoleh solusi analitik atau eksak untuk v sebagai fungsi dari t. Namun, di halaman berikut, kami akan mengilustrasikan pendekatan solusi alternatif. Ini akan melibatkan pengembangan solusi numerik atau perkiraan berorientasi komputer.

Selain menunjukkan kepada Anda bagaimana komputer dapat digunakan untuk memecahkan masalah khusus ini, tujuan kami yang lebih umum adalah untuk mengilustrasikan (a) apa itu metode numerik dan (b) bagaimana metode tersebut digunakan dalam teknik dan pemecahan masalah ilmiah. Dengan demikian, kami juga akan menunjukkan bagaimana model matematika menonjol dalam cara para insinyur dan ilmuwan menggunakan metode numerik dalam pekerjaan mereka.

MODEL MATEMATIKA SEDERHANA

Sebuah model matematika dapat secara luas didefinisikan sebagai formulasi atau persamaan yang mengungkapkan fitur penting dari sistem fisik atau proses dalam istilah matematika. Dalam arti yang sangat umum, itu dapat direpresentasikan sebagai hubungan fungsional dari bentuk

(1.1)

di mana variabel terikat adalah karakteristik yang biasanya mencerminkan perilaku atau keadaan sistem; variabel bebas biasanya berupa dimensi, seperti waktu dan ruang, di mana perilaku sistem yang sedang ditentukan; parameternya mencerminkan sifat-sifat atau komposisi sistem; dan fungsi pemaksaan adalah pengaruh eksternal yang bekerja padanya.

Ekspresi matematika yang sebenarnya dari Persamaan. (1.1) dapat berkisar dari hubungan aljabar sederhana hingga himpunan besar persamaan diferensial yang rumit. Misalnya, berdasarkan pengamatannya, Newton merumuskan hukum gerak kedua, yang menyatakan bahwa laju perubahan momentum suatu benda sama dengan gaya resultan yang bekerja padanya. Ekspresi matematis, atau model, dari hukum kedua adalah persamaan yang terkenal

(1.2)

di mana F adalah gaya total yang bekerja pada benda (N, atau kg m/s2 ), m adalah massa benda (kg), dan a adalah percepatannya (m/s2 ).

Hukum kedua dapat disusun kembali dalam format Persamaan. (1.1) hanya dengan membagi kedua ruas dengan m untuk menghasilkan

(1.3)

di mana a adalah variabel terikat yang mencerminkan perilaku sistem, F adalah fungsi pemaksaan, dan m adalah parameter. Perhatikan bahwa untuk kasus sederhana ini tidak ada variabel bebas karena kita belum memprediksi bagaimana percepatan bervariasi dalam ruang atau waktu.

Persamaan (1.3) memiliki sejumlah karakteristik yang khas dari model matematika dunia fisik.

* Ini menggambarkan proses atau sistem alami dalam istilah matematika.
* Mewakili idealisasi dan penyederhanaan realitas. Artinya, model mengabaikan detail yang dapat diabaikan dari proses alami dan berfokus pada manifestasi esensialnya. Dengan demikian, hukum kedua tidak mencakup efek relativitas yang tidak begitu penting ketika diterapkan pada objek dan gaya yang berinteraksi pada atau di sekitar permukaan bumi pada kecepatan dan skala yang terlihat oleh manusia.
* Akhirnya, ini menghasilkan hasil yang dapat direproduksi dan, akibatnya, dapat digunakan untuk tujuan prediksi. Misalnya, jika gaya pada suatu benda dan massanya diketahui, Persamaan. (1.3) dapat digunakan untuk menghitung percepatan.

Karena bentuk aljabarnya yang sederhana, solusi dari Persamaan. (1.2) diperoleh dengan mudah. Namun, model matematika lain dari fenomena fisik mungkin jauh lebih kompleks, dan tidak dapat diselesaikan dengan tepat atau memerlukan teknik matematika yang lebih canggih daripada aljabar sederhana untuk solusinya. Untuk mengilustrasikan model yang lebih kompleks semacam ini, hukum kedua Newton dapat digunakan untuk menentukan kecepatan terminal benda yang jatuh bebas di dekat permukaan bumi. Tubuh kita yang jatuh akan menjadi bungee jumper (Gbr. 1.1). Untuk kasus ini, sebuah model dapat diturunkan dengan menyatakan percepatan sebagai laju perubahan kecepatan terhadap waktu (dυ/dt) dan mensubstitusikannya ke dalam Persamaan. (1.3) untuk menghasilkan

(1.4)

di mana v adalah kecepatan (dalam meter per detik). Jadi, laju perubahan kecepatan sama dengan gaya total yang bekerja pada benda yang dinormalisasi ke massanya. Jika gaya total positif, benda akan dipercepat. Jika negatif, benda akan melambat. Jika gaya totalnya nol, kecepatan benda akan tetap pada tingkat yang konstan.

Selanjutnya, kami akan menyatakan gaya total dalam variabel dan parameter yang dapat diukur. Untuk benda yang jatuh di sekitar bumi, gaya total terdiri dari dua gaya yang berlawanan: tarikan gravitasi ke bawah FD dan gaya ke atas dari hambatan udara FU (Gbr. 1.1):

(1,5)

Jika gaya dalam arah ke bawah diberi tanda positif, hukum kedua dapat digunakan untuk merumuskan gaya akibat gravitasi sebagai:

(1.6)

di mana g adalah percepatan gravitasi (9,81 m/s2).

Hambatan udara dapat diformulasikan dalam berbagai cara. Pengetahuan dari ilmu mekanika fluida menunjukkan bahwa pendekatan pertama yang baik adalah dengan mengasumsikan bahwa itu sebanding dengan kuadrat kecepatan,

(1.7)

di mana cd adalah konstanta proporsionalitas yang disebut koefisien tarik yang diseragamkan (kg/m). Jadi, semakin besar kecepatan jatuh, semakin besar gaya ke atas karena hambatan udara. Parameter cd menjelaskan sifat benda jatuh, seperti bentuk atau kekasaran permukaan, yang mempengaruhi hambatan udara. Untuk kasus ini, cd mungkin merupakan fungsi dari jenis pakaian atau orientasi yang digunakan oleh pelompat selama jatuh bebas.

Gaya total adalah perbedaan antara gaya ke bawah dan ke atas. Oleh karena itu, Persamaan. (1.4) hingga (1.7) dapat digabungkan untuk menghasilkan

(1.8)

Persamaan (1.8) adalah model yang menghubungkan percepatan benda jatuh dengan gaya yang bekerja padanya. Ini adalah persamaan diferensial karena ditulis dalam bentuk laju perubahan diferensial (dυ/dt) dari variabel yang ingin kita prediksi. Namun, berbeda dengan solusi hukum kedua Newton pada Persamaan. (1.3), solusi eksak dari Persamaan. (1.8) untuk kecepatan pelompat tidak dapat diperoleh dengan menggunakan manipulasi aljabar sederhana. Sebaliknya, teknik yang lebih maju seperti kalkulus harus diterapkan untuk mendapatkan solusi yang tepat atau analitis. Misalnya, jika pelompat awalnya diam (υ = 0 pada t = 0), kalkulus dapat digunakan untuk menyelesaikan Persamaan. (1.8) untuk

(1.9)

di mana tanh adalah tangen hiperbolik yang dapat dihitung secara langsung1 atau melalui fungsi eksponensial yang lebih elementer seperti pada

(1.10)

Perhatikan bahwa Persamaan. (1.9) dilemparkan dalam bentuk umum Persamaan. (1.1) di mana v(t) adalah variabel terikat, t adalah variabel bebas, cd dan m adalah parameter, dan g adalah fungsi pemaksaan.

CONTOH 1.1 Solusi Analitis untuk Masalah Bungee Jumper

Pernyataan masalah: Seorang pelompat bungee dengan massa 68,1 kg melompat dari balon udara panas yang diam. Gunakan Persamaan. (1.9) untuk menghitung kecepatan selama 12 detik pertama jatuh bebas. Tentukan juga kecepatan terminal yang akan dicapai untuk tali yang panjangnya tak terhingga (atau sebagai alternatif, jumpmaster sedang mengalami hari yang sangat buruk!). Gunakan koefisien drag 0,25 kg/m.

Solusi. Memasukkan parameter ke dalam Persamaan. (1.9) hasil

yang dapat digunakan untuk menghitung

|  |  |
| --- | --- |
| t,s | v, m/s |
| 0 | 0 |
| 2 | 18.7292 |
| 4 | 33.1118 |
| 6 | 42.0762 |
| 8 | 46.9575 |
| 10 | 49.4214 |
| 12 | 50.6175 |

Menurut model, pelompat berakselerasi dengan cepat (Gbr. 1.2). Kecepatan 49,4214 m/s (sekitar 110 mi/jam) dicapai setelah 10 s. Perhatikan juga bahwa setelah waktu yang cukup lama, tercapai kecepatan konstan, yang disebut kecepatan terminal, sebesar 51,6983 m/s (115,6 mi/jam). Kecepatan ini konstan karena, pada akhirnya, gaya gravitasi akan seimbang dengan hambatan udara. Jadi, gaya total adalah nol dan percepatan telah berhenti.

Persamaan (1.9) disebut solusi analitik atau solusi bentuk tertutup karena memenuhi persamaan diferensial aslinya. Sayangnya, ada banyak model matematika yang tidak dapat diselesaikan dengan tepat. Dalam banyak kasus ini, satu-satunya alternatif adalah mengembangkan solusi numerik yang mendekati solusi eksak.

Metode numerik adalah metode di mana masalah matematika dirumuskan ulang sehingga dapat diselesaikan dengan operasi aritmatika. Hal ini dapat diilustrasikan untuk Persamaan. (1.8) dengan menyadari bahwa laju perubahan kecepatan terhadap waktu dapat didekati dengan (Gbr. 1.3):

(1.11)

di mana Δv dan Δt adalah perbedaan kecepatan dan waktu yang dihitung selama interval berhingga, v(ti) adalah kecepatan pada waktu awal ti, dan (ti+1) adalah kecepatan pada waktu berikutnya ti+1. Perhatikan bahwa dυ/dt ≈ Δv/Δt adalah perkiraan karena t berhingga. Ingat dari kalkulus bahwa

Persamaan (1.11) mewakili proses sebaliknya.

Persamaan (1.11) disebut aproksimasi beda berhingga dari turunan pada waktu ti . Dapat disubstitusikan ke Persamaan. (1.8) untuk memberi

Persamaan ini kemudian dapat disusun kembali untuk menghasilkan

Perhatikan bahwa suku dalam kurung adalah ruas kanan dari persamaan diferensial itu sendiri [Persamaan. (1.8)]. Artinya, ia menyediakan sarana untuk menghitung laju perubahan atau kemiringan v. Dengan demikian, persamaan dapat ditulis ulang lebih ringkas sebagai

(1.13)

dimana nomenklatur vi menyatakan kecepatan pada waktu ti, dan .

Sekarang kita dapat melihat bahwa persamaan diferensial telah diubah menjadi persamaan yang dapat digunakan untuk menentukan kecepatan secara aljabar pada ti+1 menggunakan kemiringan dan nilai v dan t sebelumnya. Jika Anda diberi nilai awal untuk kecepatan pada suatu waktu ti, Anda dapat dengan mudah menghitung kecepatan di lain waktu ti+1. Nilai baru kecepatan pada ti+1 ini selanjutnya dapat digunakan untuk memperluas komputasi ke kecepatan pada ti+2 dan seterusnya. Jadi setiap saat di sepanjang jalan,

Pendekatan ini secara resmi disebut metode Euler. Kita akan membahasnya secara lebih rinci ketika kita beralih ke persamaan diferensial nantinya.

CONTOH 1.2 Solusi Numerik untuk Masalah Bungee Jumper

Pernyataan masalah. Lakukan perhitungan yang sama seperti pada Contoh 1.1 tetapi gunakan Persamaan. (1.12) untuk menghitung kecepatan dengan metode Euler. Gunakan ukuran langkah 2 detik untuk perhitungan.

Solusi. Pada awal perhitungan (t0 = 0), kecepatan pelompat adalah nol. Menggunakan informasi ini dan nilai parameter dari Contoh 1.1, Persamaan. (1.12) dapat digunakan untuk menghitung kecepatan pada t1 = 2 s:

Untuk interval berikutnya (dari t = 2 hingga 4 s), perhitungan diulangi, dengan hasil

Perhitungan dilanjutkan dengan cara yang sama untuk mendapatkan nilai tambahan:

|  |  |
| --- | --- |
| t, s | υ, m/s |
| 0 | 0 |
| 2 | 19.6200 |
| 4 | 36.4137 |
| 6 | 46.2983 |
| 8 | 50.1802 |
| 10 | 51.3123 |
| 12 | 51.6008 |
| ∞ | 51.6938 |

Hasilnya diplot pada Gambar. 1.4 bersama dengan solusi yang tepat. Kita dapat melihat bahwa metode numerik menangkap fitur-fitur penting dari solusi eksak. Namun, karena kami telah menggunakan segmen garis lurus untuk mendekati fungsi kurva kontinu, ada beberapa perbedaan antara kedua hasil tersebut. Salah satu cara untuk meminimalkan perbedaan tersebut adalah dengan menggunakan ukuran langkah yang lebih kecil. Misalnya, menerapkan Persamaan. (1.12) pada interval 1-s menghasilkan kesalahan yang lebih kecil, karena segmen garis lurus lebih dekat ke solusi sebenarnya. Menggunakan perhitungan tangan, upaya yang terkait dengan penggunaan ukuran langkah yang lebih kecil dan lebih kecil akan membuat solusi numerik seperti itu tidak praktis. Namun, dengan bantuan komputer, sejumlah besar perhitungan dapat dilakukan dengan mudah. Dengan demikian, Anda dapat secara akurat memodelkan kecepatan pelompat tanpa harus menyelesaikan persamaan diferensial dengan tepat

Seperti pada Contoh 1.2, harga komputasi harus dibayar untuk hasil numerik yang lebih akurat. Setiap setengah dari ukuran langkah untuk mencapai akurasi lebih mengarah ke penggandaan jumlah perhitungan. Jadi, kita melihat bahwa ada trade-off antara akurasi dan upaya komputasi. Pertukaran seperti itu menonjol dalam metode numerik dan merupakan tema penting dari buku ini.

1.2 HUKUM KONSERVASI DALAM TEKNIK DAN ILMU ILMU

Selain hukum kedua Newton, ada prinsip pengorganisasian utama lainnya dalam sains dan teknik. Di antara yang paling penting adalah hukum konservasi. Meskipun mereka membentuk dasar untuk berbagai model matematika yang rumit dan kuat, hukum konservasi besar sains dan teknik secara konseptual mudah dipahami. Mereka semua mendidih menjadi

(1,14)

Ini persis format yang kami gunakan ketika menggunakan hukum Newton untuk mengembangkan keseimbangan gaya untuk bungee jumper [Persamaan. (1.8)].

Meskipun sederhana, Persamaan. (1.14) mewujudkan salah satu cara paling mendasar di mana hukum konservasi digunakan dalam teknik dan sains yaitu, untuk memprediksi perubahan sehubungan dengan waktu. Kami akan memberinya nama khusus—komputasi variabel waktu (atau sementara).

Selain memprediksi perubahan, cara lain di mana hukum konservasi diterapkan adalah untuk kasus di mana perubahan tidak ada. Jika perubahannya nol, Persamaan. (1.14) menjadi

atau

(1,15)

Jadi, jika tidak ada perubahan yang terjadi, kenaikan dan penurunan harus seimbang. Kasus ini, yang juga diberi nama khusus perhitungan kondisi tunak—memiliki banyak aplikasi dalam bidang teknik dan sains. Sebagai contoh, untuk aliran fluida tak termampatkan dalam keadaan tunak dalam pipa, aliran yang masuk ke suatu junction harus diseimbangkan dengan aliran yang keluar, seperti pada

Untuk sambungan pada Gambar 1.5, neraca yang dapat digunakan untuk menghitung bahwa aliran yang keluar dari pipa keempat harus 60.

Untuk bungee jumper, kondisi tunak akan sesuai dengan kasus di mana gaya total adalah nol atau [Persamaan. (1.8) dengan dυ/dt = 0]

(1,16)

Jadi, pada keadaan tunak, gaya ke bawah dan ke atas berada dalam keseimbangan dan Persamaan. (1.16) dapat diselesaikan untuk kecepatan terminal

Meskipun Persamaan. (1.14) dan (1.15) mungkin tampak sepele sederhana, mereka mewujudkan dua cara mendasar bahwa hukum konservasi digunakan dalam teknik dan sains. Dengan demikian, mereka akan membentuk bagian penting dari upaya kami dalam bab-bab berikutnya untuk menggambarkan hubungan antara metode numerik dan teknik dan sains.

Tabel 1.1 merangkum beberapa model dan hukum konservasi terkait yang menonjol dalam bidang teknik. Banyak masalah teknik kimia melibatkan neraca massa untuk reaktor. Neraca massa diturunkan dari kekekalan massa. Ini menetapkan bahwa perubahan massa bahan kimia dalam reaktor tergantung pada jumlah massa yang mengalir dikurangi massa yang mengalir keluar.

Insinyur sipil dan mekanik sering fokus pada model yang dikembangkan dari kekekalan momentum. Untuk teknik sipil, keseimbangan gaya digunakan untuk menganalisis struktur seperti rangka batang sederhana pada Tabel 1.1. Prinsip yang sama digunakan untuk studi kasus teknik mesin untuk menganalisis gerakan naik-turun sementara atau getaran mobil.

Akhirnya, studi teknik elektro menggunakan keseimbangan arus dan energi untuk memodelkan rangkaian listrik. Keseimbangan arus, yang dihasilkan dari kekekalan muatan, mirip dengan keseimbangan aliran yang digambarkan pada Gambar 1.5. Sama seperti aliran harus seimbang di persimpangan pipa, arus listrik harus seimbang di persimpangan kabel listrik. Neraca energi menentukan bahwa perubahan tegangan di sekitar loop mana pun dari rangkaian harus berjumlah nol.

Perlu dicatat bahwa ada banyak cabang teknik lain di luar kimia, sipil, listrik, dan mekanik. Banyak dari ini terkait dengan Empat Besar. Misalnya, keterampilan teknik kimia digunakan secara luas di berbagai bidang seperti teknik lingkungan, perminyakan, dan biomedis. Demikian pula, teknik kedirgantaraan memiliki banyak kesamaan dengan teknik mesin. Saya akan berusaha untuk memasukkan contoh-contoh dari area ini di halaman-halaman mendatang.

1.4 STUDI KASUS ITU ADALAH SEBUAH TARIK NYATA

Latar belakang. Dalam model bungee jumper yang jatuh bebas, diasumsikan bahwa gaya hambat bergantung pada kuadrat kecepatan (Persamaan 1.7). Representasi yang lebih rinci, yang awalnya dirumuskan oleh Lord Rayleigh, dapat ditulis sebagai

Fd = \_\_1 2 2 ACd \_› (1.17)

dimana Fd = gaya hambat (N), = densitas fluida (kg/m3 ), A = luas frontal benda pada bidang yang tegak lurus arah gerak (m2 ), Cd = koefisien gaya hambat tak berdimensi, dan \_ = vektor satuan yang menunjukkan arah kecepatan.

Hubungan ini, yang mengasumsikan kondisi turbulen (yaitu, bilangan Reynolds yang tinggi), memungkinkan kita untuk mengekspresikan koefisien drag yang disamakan dari Persamaan. (1.7) dalam istilah yang lebih mendasar sebagai

cd = \_\_1 2 ACd (1.18)

Dengan demikian, koefisien drag yang disamakan tergantung pada area objek, densitas fluida, dan koefisien drag tanpa dimensi. Yang terakhir menjelaskan semua faktor lain yang berkontribusi terhadap hambatan udara seperti "kekasaran" objek. Misalnya, pelompat yang mengenakan pakaian longgar akan memiliki Cd lebih tinggi daripada pelompat yang mengenakan jumpsuit ramping.

Perhatikan bahwa untuk kasus di mana kecepatan sangat rendah, rezim aliran di sekitar objek akan laminar dan hubungan antara gaya hambat dan kecepatan menjadi linier. Ini disebut sebagai hambatan Stokes.

Dalam mengembangkan model bungee jumper kami, kami berasumsi bahwa arah ke bawah adalah positif. Jadi, Persamaan. (1.7) adalah representasi akurat dari Persamaan. (1.17), karena \_› = +1 dan gaya hambatnya negatif. Oleh karena itu, drag mengurangi kecepatan.

Tetapi apa yang terjadi jika pelompat memiliki kecepatan ke atas (yaitu, negatif)? Dalam hal ini, \_› = 1 dan Persamaan. (1.17) menghasilkan gaya hambat positif. Sekali lagi, ini secara fisik benar karena gaya hambat positif bekerja ke bawah melawan kecepatan negatif ke atas.

Sayangnya, untuk kasus ini, Persamaan. (1.7) menghasilkan gaya hambat negatif karena tidak termasuk vektor arah satuan. Dengan kata lain, dengan mengkuadratkan kecepatan, tandanya dan karenanya arahnya hilang. Akibatnya, model menghasilkan hasil fisik yang tidak realistis bahwa hambatan udara bertindak untuk mempercepat kecepatan ke atas!

Dalam studi kasus ini, kami akan memodifikasi model kami sehingga bekerja dengan baik untuk kecepatan ke bawah dan ke atas. Kami akan menguji model yang dimodifikasi untuk kasus yang sama seperti Contoh 1.2, tetapi dengan nilai awal (0) = 40 m/s. Selain itu, kami juga akan menggambarkan bagaimana kami dapat memperluas analisis numerik untuk menentukan posisi jumper.

Larutan. Modifikasi sederhana berikut memungkinkan tanda untuk dimasukkan ke dalam gaya seret:

Fd = \_\_1 2 ACd (1.19)

atau dalam hal drag yang disatukan:

Fd = cd (1,20)

Dengan demikian, persamaan diferensial yang akan diselesaikan adalah

\_\_\_ dυ dt = g c \_\_d m (1.21)

Untuk menentukan posisi pelompat, kita mengetahui bahwa jarak yang ditempuh, x (m), berhubungan dengan kecepatan dengan

\_\_\_ dx dt = (1.22)

Berbeda dengan kecepatan, formulasi ini mengasumsikan bahwa jarak ke atas adalah positif. Dengan cara yang sama seperti Persamaan. (1.12), persamaan ini dapat diintegrasikan secara numerik dengan metode Euler:

xi+1 = xi (ti)Δt (1.23)

Dengan asumsi bahwa posisi awal pelompat didefinisikan sebagai x(0) = 0, dan menggunakan nilai parameter dari Contoh 1.1 dan 1.2, kecepatan dan jarak pada t = 2 s dapat dihitung sebagai

(2) = 40 + [9,81 \_\_\_\_ 0,25 68,1 (−40)(40) ] 2 = 8.6326 m/s x(2) = 0 (−40)2 = 80 m

Perhatikan bahwa jika kita menggunakan formulasi drag yang salah, hasilnya adalah 32,1274 m/s dan 80 m.

Perhitungan dapat diulang untuk interval berikutnya (t = 2 sampai 4 s):

(4) = 8.6326 + [9,81 \_\_\_\_ 0,25 68,1 (−8.6326)(8.6326) ] 2 = 11,5346 m/s x(4) = 80 (−8.6326)2 = 97,2651 m

Formulasi drag yang salah menghasilkan –20,0858 m/s dan 144,2549 m.

Perhitungan dilanjutkan dan hasil yang ditunjukkan pada Gambar 1.7 bersama dengan yang diperoleh dengan model drag yang salah. Perhatikan bahwa formulasi yang benar melambat lebih cepat karena drag selalu mengurangi kecepatan.

Dengan waktu, kedua solusi kecepatan bertemu pada kecepatan terminal yang sama karena akhirnya keduanya diarahkan ke bawah dalam hal ini, Persamaan. (1.7) benar. Namun, dampak pada prediksi ketinggian cukup dramatis dengan kasus drag yang salah sehingga menghasilkan lintasan yang jauh lebih tinggi.

Studi kasus ini menunjukkan betapa pentingnya memiliki model fisik yang benar. Dalam beberapa kasus, solusinya akan menghasilkan hasil yang jelas tidak realistis. Contoh saat ini lebih berbahaya karena tidak ada bukti visual bahwa solusi yang salah adalah salah. Artinya, solusi yang salah "terlihat" masuk akal.