FisStat

**UU No 28 tahun 2014 tentang Hak Cipta**

**Fungsi dan sifat hak cipta Pasal 4**

Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 3 huruf a merupakan hak eksklusif yang terdiri atas hak moral dan hak ekonomi.

**Pembatasan Pelindungan Pasal 26**

Ketentuan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 23, Pasal 24, dan Pasal 25 tidak berlaku terhadap:

* + 1. penggunaan kutipan singkat Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait untuk pelaporan peristiwa aktual yang ditujukan hanya untuk keperluan penyediaan informasi aktual;
    2. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk kepentingan penelitian ilmu pengetahuan;
    3. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk keperluan pengajaran, kecuali pertunjukan dan Fonogram yang telah dilakukan Pengumuman sebagai bahan ajar; dan
    4. penggunaan untuk kepentingan pendidikan dan pengembangan ilmu pengetahuan yang memungkinkan suatu Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait dapat digunakan tanpa izin Pelaku Pertunjukan, Produser Fonogram, atau Lembaga Penyiaran.

**Sanksi Pelanggaran Pasal 113**

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

Fisika Statistik

Mohammad Malik Hidayatulloh



**JUDUL**

**Nama Penulis**

Desain Cover :

**Nama**

Sumber :

Link

Tata Letak :

**Nama**

Proofreader :

**Nama**

Ukuran :

**Jml hal judul, Jml hal isi naskah, Uk: 15.5x23 cm**

ISBN :

**No ISBN**

Cetakan Pertama :

**Bulan** **2019**

Hak Cipta 2019, Pada Penulis

Isi diluar tanggung jawab percetakan

**Copyright © 2019 by Deepublish Publisher**

All Right Reserved

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau

memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini

tanpa izin tertulis dari Penerbit.

**PENERBIT DEEPUBLISH**

**(Grup Penerbitan CV BUDI UTAMA)**

Anggota IKAPI (076/DIY/2012)

Jl.Rajawali, G. Elang 6, No 3, Drono, Sardonoharjo, Ngaglik, Sleman

Jl.Kaliurang Km.9,3 – Yogyakarta 55581

Telp/Faks: (0274) 4533427

Website: www.deepublish.co.id

www.penerbitdeepublish.com

E-mail: cs@deepublish.co.id

* + ***Memahamkan anak tentang simbol-simbol jalur evakuasi***

**Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan (FTSP)**

**UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA**

Jl. Kaliurang Km 14,5 Yogyakarta

Telf. : (0274)895042, 086440 : Fax. : (0274)895330

Email : [dekanat@ftsp.uii.ac.id](mailto:dekanat@ftsp.uii.ac.id)

Homepage : www.uii.ac.id

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*



*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

KATA PENGANTAR / UCAPAN TERIMAKASIH

Isi kata pengantar pada paragraph pertama disini (jenis font bisa disesuaikan menurut keinginan anda)

Pada paragraph selanjutnya sebenarnya anda tinggal tekan enter saja agar format pada paragraph selanjutnya sama dengan paragraph pertama

Penulis / Nama

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR / UCAPAN TERIMAKASIH v

DAFTAR ISI vii

BAB I JUDUL BAB 1

BAB II JUDUL BAB KEDUA 3

BAB I PENDAHULUAN

# Ruang Lingkup Fisika Statistik

Ada banyak kasus dalam studi fisika di mana perlakuan yang tepat dari sifat-sifat sistem fisik yang diberikan menjadi tidak praktis karena banyaknya komponen yang terlibat. Sebagai contoh kasus, perhatikan perilaku molekul dalam gas. Pada suhu dan tekanan standar satu sentimeter kubik gas akan mengandung sekitar 2x1019 molekul. Secara teoritis mungkin untuk menuliskan semua persamaan klasik gerak molekul-molekul ini asalkan posisi dan kecepatannya pada suatu saat tertentu, dan faktor-faktor yang menentukan energinya diketahui. Akan tetapi, persamaan-persamaan ini dan perhitungan gerak berikutnya dari molekul-molekul gas tidak akan sangat bermanfaat bahkan jika persamaan-persamaan itu dapat ditafsirkan dari volume kertas yang akan ditempati mereka.

Karena itu, tujuan fisika statistika adalah untuk memungkinkan sifat-sifat makroskopik gas semacam itu dijelaskan dalam bentuk sifat-sifat mikroskopis molekul-molekul tanpa melibatkan perhitungan rinci gerakan molekul-molekul individu. mikroskopis artinya skala kecil. atau skala atom, sebagai lawan dari skala makroskopik atau besar dan tidak menyiratkan hubungan apa pun dengan mikroskop ·optik atau elektron. Dalam setiap pengukuran eksperimental yang dapat dilakukan pada gas, hasil yang diperoleh secara umum akan menjadi nilai rata-rata sifat mekanik atau termodinamika gas seperti tekanan atau suhu. (Rata-rata dalam kasus ini akan melibatkan kelancaran fluktuasi selama periode pengukuran dan di berbagai wilayah gas.) Pengukuran paling rinci yang mungkin dilakukan pada molekul gas, dalam praktiknya, adalah satu yang akan melibatkan distribusi kecepatan molekul pada rentang nilai dari nol hingga tak terhingga. Oleh karena itu, baik dari pertimbangan teoretis maupun eksperimental bahwa setiap studi yang berguna tentang perilaku gas harus dilakukan dengan bantuan metode statistik.

Siswa sudah akan berkenalan dengan satu kemungkinan pengobatan sifat rata-rata gas melalui penerapan termodinamika klasik. Namun, sifat umum dari hukum pertama dan kedua termodinamika membatasi informasi yang dapat diperoleh dari penerapannya. Dengan demikian akan terlihat perlu untuk membuat gas menjadi analisis statistik yang lebih rinci jika informasi lebih lanjut tentang sifat gas, dan tentang sifat termodinamika secara umum, diperlukan. Pertimbangan-pertimbangan yang telah diterapkan dalam pembahasan di atas untuk kasus gas juga akan berlaku dalam berbagai kasus lainnya. Contoh nyata adalah 'gas' foton yang ada dalam radiasi elektromagnetik di dalam selungkup suhu konstan, 'gas' elektron di dalam konduktor logam dan juga atom yang bergetar dalam kisi kristal karena, dalam setiap kasus, ada jumlah komponen individu yang harus dipertimbangkan. Akan terlihat bahwa, karena jumlah komponen yang besar ini, perhitungan statistik sifat-sifat sistem akan memberikan nilai yang sangat dekat dengan nilai yang diperoleh secara eksperimental. Juga akan terlihat bahwa, meskipun sejumlah besar komponen yang terlibat tidak dapat diperlakukan dengan tepat, kompleksitas ini menyebabkan keteraturan penting dalam sifat termodinamika, misalnya suhu dan entropi sistem.

Karena sifat makroskopik yang diprediksi oleh penerapan fisika statistik sering kali melibatkan besaran termodinamika ini, seluruh subjek sering disebut sebagai termodinamika statistik. Namun, untuk tujuan pekerjaan ini, istilah termodinamika statistik akan digunakan untuk kasus-kasus di mana sifat termodinamika makroskopik secara khusus dipertimbangkan. Untuk memperoleh hasil statistik untuk sifat mekanik dan termodinamika sistem yang dipertimbangkan, tentu saja, perlu untuk memperkenalkan asumsi tertentu sebagai dasar teori. Namun, sementara asumsi dapat disajikan sebagai masuk akal dan mendasar, siswa harus menyadari bahwa satu-satunya pembenaran yang tepat terletak pada kesepakatan yang ada antara prediksi teoretis yang dihasilkan dan eksperimen. Akhirnya, dicatat bahwa, selain memprediksi sifat kesetimbangan suatu benda yang terdiri dari sejumlah besar komponen, perlakuan statistik juga memungkinkan untuk memberikan wawasan tentang kinetika, yaitu laju perubahan sifat, sebagai benda perubahan dari satu keadaan ke keadaan lain. Subjek yang terakhir ini, meskipun penting, masih dalam proses pengembangan dan berada di luar cakupan karya ini.

## Deskripsi assembli-ruang fase

Benda-benda yang dapat diperlakukan dengan metode fisika statistik umumnya akan terdiri dari sejumlah besar komponen independen, atau hampir independen. Dalam banyak kasus komponen ini akan menjadi partikel individu seperti elektron atau foton atau, dalam kasus gas, atom atau molekul individu. Namun, dalam beberapa kasus, komponen mungkin merupakan sistem yang cukup kompleks dan, seperti yang akan terlihat, berguna untuk aplikasi tertentu untuk mempertimbangkan assembli partikel yang lengkap sebagai diri mereka sendiri yang membentuk komponen benda fisik yang lebih besar.

Agar diskusi yang diberikan di sini seumum mungkin, dan juga mengikuti penggunaan umum dalam subjek ini, komponen individu dari benda fisik apa pun akan .disebut sebagai sistem·. Benda fisik yang bersangkutan kemudian akan dianggap sebagai kumpulan sistem ini, yang mungkin sendiri kompleks.

Dalam bab pendahuluan hanya assembli yang terdiri dari tanpa struktur (yaitu partikel tunggal), sistem yang tidak berinteraksi akan dipertimbangkan sedangkan kasus yang lebih umum dari sistem yang memiliki struktur internal dan yang dapat berinteraksi dengan sistem lain akan dibahas dalam bab-bab selanjutnya.

Keadaan assembli pada waktu tertentu dapat ditentukan dengan menentukan posisi dan momentum atau kecepatan masing-masing sistem komponen. (Nanti akan terlihat bahwa, secara matematis, definisi momentum adalah yang paling sesuai.) Posisi dan momentum dapat ditentukan dalam koordinat kartesius dengan mengambil posisi sebagai (*x, y, z*) dalam ruang Euclidean sementara komponen momentum (*px, py, pz*) yang sesuai menentukan 'posisi' sistem dalam ruang momentum. Keadaan sistem dengan demikian secara tepat ditentukan oleh enam koordinat (*x, y, z*) dan (*px, py, pz*) oleh karena itu, nyaman untuk menganggap sistem bergerak dalam ruang enam dimensi yang disebut ruang fase atau ruang-Γ. Jika posisi sistem ditentukan· oleh koordinat polar bola (r, θ, φ) maka yang sesuai. atau konjugat, komponen momentum adalah (*pr, pθ, pφ*) di mana dan *m* adalah massa sistem. Ruang fase yang sesuai atau ruang-r kemudian didefinisikan oleh enam koordinat (r, θ, φ, *pr, pθ, pφ*)

Karena lebih mudah untuk mendefinisikan elemen volume dalam ruang Euclidean sehingga sistem dengan koordinat dalam rentang *x* hingga *x +* d*x*, *y* hingga *y+*d*y* dan *z* hingga *z+*d*z* terletak di dalam volume

juga mudah untuk mendefinisikan elemen volume dalam ruang fase sehingga sistem dengan posisi dan momentumnya berkoordinasi dalam rentang *x* hingga *x +* d*x*, *y* hingga *y+*d*y* dan *z* hingga *z+*d*z*, *px* hingga *px+*d*px*, *py* hingga *py+*d*py*, *pz* hingga *pz+*d*pz*, terletak di dalam volume

Energi kinetik suatu sistem yang koordinatnya terletak di dalam volume ini adalah

dimana m adalah massa dari sistem dan kecepatannya diasumsikan non-relativistic. Karena keadaan sistem tunggal didefinisikan dalam enam koordinat, maka dimungkinkan untuk menentukan keadaan assembli sistem N dalam koordinat 6N koordinat posisi 3N dan koordinat momentum 3N. Terkadang nyaman untuk mengizinkan koordinat 6N ini untuk mendefinisikan secara matematis ruang fase dimensi 6N sebuah ruang . Koordinat dari sistem *i* mungkin dituliskan sebagai dan koordinat assembli kemudian dibuat dari semua set tersebut dengan akhiran *i* berjalan dari 1 sampai N. Jika koordinat diambil berada di kisaran hingga , hingga dan seterusnya untuk masing-masing koordinat 6N maka 'titik' yang mewakili himpunan di ryang akan berada di dalam elemen volume

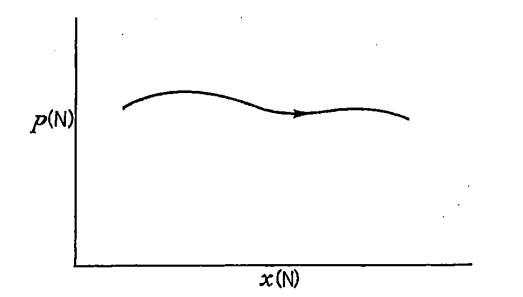
dimana adalah elemen volume ruang fase enam dimensi untuk sistem ke-*i*.

Energi kinetik sebuah assembli yang memiliki koordinat dalam volume akan diberikan oleh

Akan terlihat dalam diskusi selanjutnya bahwa definisi keadaan suatu assembli yang agak kurang rinci daripada yang diberikan di atas dapat menghasilkan hasil statistik yang berguna. Namun, bahkan dalam representasi yang kurang rinci ini, akan berguna untuk menyatakan hasil dalam bentuk koordinat ruang fase.

## Sifat rata-rata dari sebuah assembli

Pertimbangkan assembli sistem N yang memiliki energi total E dan terkandung dalam ·volume V. Karena keadaan assembli ditentukan oleh nilai koordinat 6N, cara keadaan assembli berubah dengan waktu akan dijelaskan oleh gerakan titik yang mewakili koordinat 6N ini di ruang . Meskipun ilustrasi gerakan seperti itu hanya dapat diberikan dalam dua dimensi, upaya dilakukan pada Gambar 1 untuk menunjukkan keadaan perubahan assembli. Dalam gambar ini p(N) diambil untuk mewakili koordinat momentum dan x(N) untuk mewakili koordinat posisi.



Gambar 1 Gerak sebuah titik dalam ruang 6N, tanda panah menunjukkan kenaikan terhadap waktu

Jika sifat-sifat suatu rakitan diketahui sebagai fungsi dari posisi x(N), p(N) di ruang (yaitu dari 6N koordinat sistem) maka sifat rata-rata assembli akan ditemukan dengan merata-ratakan fungsi yang diketahui pada semua posisi yang diizinkan x(N), p(N). Referensi di sini dibuat untuk posisi yang diperbolehkan karena, bahkan jika tidak ada batasan lain, semua koordinat spasial x(N) tentu akan sesuai dengan sistem di dalam volume V assembli dan koordinat momentum harus memenuhi persamaan 1.4 untuk energi total dari assembli.

Pertimbangkan beberapa sifat X dari suatu assembli yang dapat ditulis sebagai fungsi dari koordinat 6N, yaitu sebagai X(x(N), p(N)). Jika peluang titik yang menyatakan himpunan terletak pada elemen volume di (x(N), p(N)) adalah P(x(N), p(N)) maka rata-rata sifat ini, , akan diberikan oleh nilai statistik normal

atau, jika probabilitas total belum dinormalisasi menjadi kesatuan di seluruh ruang

Rata-rata ini juga dapat diambil sebagai penjumlahan atas semua keadaan assembli. Jika sifat memiliki nilai ketika assembli dalam keadaan *Xi* dan probabilitas bahwa assembli dalam keadaan *i* adalah *Pi*, maka nilai rata-rata *X* adalah

atau, jika probabilitas dinormalisasi sehingga

di mana penjumlahannya mencakup semua keadaan yang mungkin. Akan terlihat dalam bab-bab berikut, dan dalam Lampiran 3, bahwa fungsi probabilitas *P(x(N), p(N))* mungkin memiliki bentuk yang berbeda untuk tipe assembli yang berbeda. Juga akan terlihat lebih dari satu metode untuk menentukan bentuk fungsi probabilitas ini.

## Assembli klasik dan. kuantum

Dari sudut pandang fisika statistik, hasil yang diperoleh untuk sifat-sifat assembli akan bergantung pada apakah sistem komponen dianggap mematuhi mekanika klasik atau kuantum. Perbedaan hasil akan timbul dari perbedaan mendasar dalam asumsi yang dibuat mengenai perilaku berbagai jenis sistem.

Jika sistem dalam suatu assembli mematuhi mekanika klasik, maka pembatasan akan dikenakan pada energi sistem hanya jika ada energi total yang pasti untuk assembli tersebut. Juga masing-masing sistem klasik ini akan sepenuhnya dapat dibedakan dari setiap sistem lain dalam assembli bahkan jika semua sistem termasuk dalam spesies partikel yang sama.

Jika, di sisi lain, sistem dalam assembli mematuhi mekanika kuantum, hanya akan ada tingkat energi diskrit tertentu yang tersedia untuk sistem daripada kontinum energi yang tersedia untuk sistem klasik. Jadi, misalnya, dalam kasus osilator harmonik sederhana, satu-satunya nilai energi yang dapat diambil oleh osilator diberikan oleh (*n+½*)*hυ* di mana *n* adalah bilangan bulat, *h* adalah konstanta Planck dan υ adalah frekuensi osilator. Juga, kecuali mereka dianggap terlokalisasi dalam ruang seperti dalam kasus atom di situs tertentu dalam kisi kristal, dua sistem mekanika kuantum identik harus dianggap benar-benar tidak dapat dibedakan.

Ada dua jenis sistem mekanika kuantum. Jika suatu sistem memiliki momentum sudut yang setengah integral dalam satuan *h/2π* atau, yang ekivalen, memiliki fungsi gelombang antisimetris, maka sistem tersebut akan mematuhi prinsip pengecualian Pauli. Sistem seperti itu (misalnya elektron atau proton) dikenal sebagai fermion dan akan dibatasi dalam pendudukannya pada keadaan energi di mana tidak ada keadaan tunggal yang dapat ditempati oleh lebih dari satu sistem tersebut. Di sisi lain, sistem yang memiliki nilai integral dari momentum sudut, dan karenanya fungsi gelombang asimetris, tidak akan mematuhi prinsip pengecualian Pauli. Jenis sistem ini (misalnya foton atau partikel alfa) dikenal sebagai boson dan tidak ada batasan jumlah sistem yang dapat menempati keadaan energi tertentu.

Karena perbedaan sifat dasar dari dua jenis sistem mekanika kuantum, fermion dan boson, maka bentuk statistik kuantum yang berlaku untuk assembli mekanika kuantum tertentu akan tergantung pada sifat khusus dari sistem komponen .

Sementara diskusi di atas menunjukkan bahwa akan ada tiga jenis statistik, satu klasik dan dua mekanika kuantum, dalam praktiknya kasus klasik hanya akan ada sebagai pendekatan untuk salah satu dari dua kasus kuantum karena semua sistem akan secara ketat mematuhi mekanika kuantum. Namun, ada banyak kasus di mana statistik klasik akan memberikan deskripsi yang baik tentang assembli yang sedang dipertimbangkan, terutama di mana sistem dilokalisasi dalam ruang, dan karena itu nyaman untuk memulai studi fisika statistik dengan mempertimbangkan sifat-sifat assembli klasik.

BAB II STATISTIK MAXWELL-BOLZMANN

Agar gambaran yang konsisten dapat disajikan untuk berbagai jenis statistik, konsep keadaan energi telah diperkenalkan bahkan dalam kasus statistik klasik. Pendekatan ini dapat dibenarkan baik dengan mempertimbangkan kasus klasik sebagai representasi batas di mana pemisahan tingkat energi menjadi nol atau dengan mencatat bahwa statistik klasik, secara tegas, hanya kasus pembatas dari salah satu jenis statistik kuantum. Bagaimanapun, hasil yang diperoleh untuk assembli klasik dengan metode ini akan terlihat memiliki bentuk yang sama dengan yang diperoleh dengan asumsi tingkat energi kontinu.

Distribusi statistik yang sekarang diturunkan dengan menentukan keadaan yang paling mungkin dari suatu himpunan klasik dari sistem yang tidak berinteraksi membentuk dasar dari statistik klasik atau Maxwell Boltzmann.

## Distribusi energi

Seperti yang disebutkan dalam pendahuluan, dimungkinkan untuk menggambarkan keadaan assembli pada saat tertentu dengan menentukan posisi dan momentum setiap sistem dalam assembli. Namun, di mana sistem tidak berinteraksi, lebih berguna untuk tujuan analisis statistik untuk menentukan distribusi sistem pada berbagai energi yang tersedia. Distribusi rinci dapat diberikan dengan menentukan energi yang tepat dari masing-masing sistem N assembli sebagai, misalnya,

sistem 1 dengan energi є1

sistem 2 dengan energi є2

sistem *i* dengan energi є*i*

sistem *N* dengan energi є*N*

Energi sistem kemudian akan dikaitkan dengan energi total, dengan kondisi

Sebagai alternatif, distribusi yang kurang rinci dapat diberikan dengan menentukan jumlah sistem yang memiliki energi dalam suatu rentang є hingga є+dє. Jenis distribusi yang terakhir ini jelas lebih cocok untuk tujuan perhitungan statistik dan masih akan memberikan semua informasi yang diperlukan tentang keadaan assembli.

Pertimbangkan bahwa:

energi sistem dapat dibagi menjadi 'lembaran' sehingga lembar *s* akan mencakup semua keadaan energi dalam rentang є hingga є+dє dan energi efektif sistem dalam lembaran itu adalah єs.

Jumlah keadaan energi yang tersedia untuk sistem di lembaran *s, gs*, disebut bobot lembaran.\*

Distribusi sistem pada berbagai energi kemudian diberikan dengan menentukan nomor okupasi *ns* untuk jumlah sistem dengan energi єs dalam lembaran *s*.

Jika energi dari sistem tersebar di total *r* lembar energi, maka distribusinya dapat ditulis dalam bilangan okupasi sebagai berikut:

nomor lembar 1 2 3 ...s ...r

energi lembar єs єs єs *...*єs ...єs

bobot lembar *g1 g2 g3 ...gs ...gr*

nomor okupasi *n1 n2 n3 ...ns ...nr*

di mana total jumlah nomor okupasi, sama dengan jumlah total nomor sistem, *N*.

Energi sistem dalam lembar *s* adalah *nsєs* dan energi total assembli adalah .

Distribusi skema ini akan mewakili salah satu konfigurasi yang mungkin dari assembli dan setiap konfigurasi assembli akan sesuai dengan sejumlah pengaturan berbeda dari sistem di antara lembaran energi.

Jadi, dalam konfigurasi yang diberikan, ternyata memungkinkan untuk menukar dua sistem di antara dua lembar dan mendapatkan pengaturan sistem yang berbeda sambil mempertahankan konfigurasi keseluruhan yang sama.

Demikian pula, pengaturan baru dapat dibuat dengan mentransfer sebuah sistem dari suatu keadaan energi yang diberikan dalam suatu lembar ke keadaan lain dalam lembar yang sama meskipun transfer ini lagi tidak menghasilkan konfigurasi baru.

Beberapa jenis pengaturan berbeda yang sesuai dengan konfigurasi yang sama diilustrasikan pada Gambar. 2. Di sini empat sistem, berlabel *a, b, c* dan *d,* ditampilkan terdistribusi pada dua lembar energi dengan bobot masing-masing *g* = 3 dan *g* = 4.

Lembar 1; *g* = 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | b |  |  | a |  | b |  | c |  | b |  |  | c,a |  |

Lembar 2; *g = 4*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| c | d |  |  |  | c | d |  |  |  |  | a | d |  |  | d |  |  | b |

Akan tetapi, perlu dicatat bahwa susunan baru yang dihasilkan dengan mempertukarkan dua sistem hanya dihitung jika sistem-sistem tersebut dapat dibedakan secara klasik. Ketika sistem dianggap identik, seperti halnya dalam statistik kuantum, akan terlihat bahwa pertukaran dua sistem tersebut tidak menghasilkan susunan baru.

Pada titik ini perlu untuk memperkenalkan salah satu asumsi dasar fisika statistik, yaitu bahwa

*probabilitas bahwa suatu assembli berada dalam pengaturan tertentu yang diperbolehkan adalah sama untuk semua pengaturan tersebut.*

(Asumsi ini mungkin terlihat ekuivalen dengan pernyataan yang melibatkan ruang fase dimensi 6N. Jadi, jika keadaan assembli diwakili oleh sebuah titik dalam ruang , probabilitas bahwa titik ini berada dalam volume tertentu dari ruang adalah sama untuk semua volume yang sama.) Kondisi yang tersirat oleh istilah pengaturan yang diperbolehkan muncul dari kondisi yang dapat dikenakan pada assembli, misalnya: volume tetap dan energi tetap. Pembenaran asumsi ini, betapapun masuk akalnya tampaknya, akan jelas terletak pada hasil yang diperoleh dari penerapannya.

Sementara semua pengaturan sistem diasumsikan memiliki kemungkinan yang sama, semua konfigurasi tidak. Jadi konfigurasi di mana semua sistem *N* dari suatu assembli berada dalam keadaan energi yang sama dapat diproduksi hanya dengan satu cara. Di sisi lain, konfigurasi di mana *N* sistem hanya ditentukan sebagai terdistribusi di antara keadaan *g* dari lembar tertentu akan memiliki pengaturan *gN* yang berbeda karena setiap sistem dapat diposisikan dalam lembar dalam *g* dengan cara yang berbeda. Perbandingan dua konfigurasi ini akan menunjukkan bahwa, berdasarkan probabilitas yang sama untuk setiap pengaturan, konfigurasi terakhir adalah *gN* kali lebih mungkin daripada yang pertama.

## Bobot konfigurasi

Karena kemungkinan konfigurasi suatu assembli tidak sama kemungkinannya, maka perlu untuk menentukan bobot, *W*, untuk setiap konfigurasi. Bobot ini diambil sebagai jumlah pengaturan yang berbeda dari sistem-sistem yang semuanya berkorespondensi dengan konfigurasi tertentu. Probabilitas bahwa suatu assembli berada dalam konfigurasi tertentu akan sebanding dengan bobot konfigurasi tersebut.

Jika sistem dalam assembli terdistribusi sehingga terdapat *ns* sistem pada lembar *s*, seperti yang telah dibahas pada bagian sebelumnya, bobot konfigurasi ini akan ditemukan dari banyaknya cara menghasilkan konfigurasi dengan sistem *N* dari assembli. Dengan mengurutkan lembaran-lembaran tersebut, banyaknya cara untuk memilih *n1* sistem dari lembar energi pertama dari total *N* sistem adalah

Sistem *n2* dari lembar kedua kemudian dapat dipilih dari sistem (*N - n1*) yang tersisa di

cara. Banyaknya cara memilih sistem untuk lembar pertama dan kedua adalah hasil kali bilangan-bilangan dalam persamaan 2.1 dan 2.2, yaitu

Jika hanya ada tiga lembar, jumlah sistem di lembar ketiga adalah

dan, karena pemilihan sistem *n1* dan *n2* tentu akan memilih juga sistem *n3* pada lembar ketiga, jumlah total cara memilih konfigurasi dengan angka *n1, n2*, dan *n3* adalah, dari persamaan 2.3,

Perpanjangan argumen ini untuk kasus *r* lembar memberikan jumlah cara memilih sistem untuk berbagai lembar sebagai

Sekarang, di lembar energi *s* ada keadaan energi *gs*. Jadi, tanpa mengubah konfigurasi, masing-masing sistem *ns* dalam lembar ini dapat ditempatkan dalam *gs* cara dan akan ada total cara untuk mengatur sistem *ns* di dalam lembar. Jumlah keseluruhan dari pengaturan sistem dalam konfigurasi yang diberikan, bobot konfigurasi, dengan demikian

Menggunakan simbolisme produk untuk menunjukkan produk dari jumlah untuk semua nilai *s* dari 1 sampai *r* hasil ini menjadi, lebih ringkas,

(Jenis distribusi sistem yang dipertimbangkan di sini tampaknya telah mengabaikan kemungkinan variasi posisi-sistem di atas volume assembli. Sementara efek dari variasi posisi ini akan dibahas nanti, terutama dengan mengacu pada sistem yang berinteraksi, itu cukup untuk tidak(? di sini bahwa pengaturan baru yang dibentuk dengan mengubah posisi sistem yang tidak berinteraksi diperbolehkan dalam nilai bobot lembaran, *gs*.)

\* Hasil yang sama dapat diperoleh dengan mempertimbangkan N sistem yang disusun dalam garis dengan penanda yang ditempatkan pada interval untuk membaginya ke dalam kelompok-kelompok n1,n2,n3,...,ns. dll., yaitu

Akan ada N! cara untuk mengatur sistem dalam garis. Namun, jumlah pengaturan ini termasuk susunan dari *n1* sistem dari lembar 1 di antara mereka sendiri dan demikian pula untuk dst. Banyaknya cara memilih bilangan okupasi , dst., adalah

Ini dikenal sebagai teorema multinomial.

## Konfigurasi yang paling mungkin

Dari bentuk persamaan 2.7 harus jelas bahwa akan ada beberapa nilai tertentu dari bilangan okupasi dimana bobot dari konfigurasi yang sesuai akan menjadi maksimum. Kemudian, karena probabilitas bahwa rakitan berada dalam konfigurasi tertentu berbanding lurus dengan bobot W, maka konfigurasi dengan bobot maksimum ini akan menjadi konfigurasi yang paling mungkin untuk rakitan.

Akan ditunjukkan di bawah ini, karena rakitan yang dipertimbangkan terdiri dari sejumlah besar sistem, puncak bobot W di sekitar nilai maksimumnya, Wmax, sangat tajam. Oleh karena itu, rakitan akan menghabiskan sebagian besar waktunya dalam konfigurasi yang sangat dekat dengan konfigurasi yang paling mungkin dan bahwa sifat rata-rata rakitan oleh karena itu akan sangat sesuai dengan sifat-sifatnya ketika berada dalam konfigurasi yang paling mungkin.

Untuk menemukan nomor okupasi yang sesuai dengan konfigurasi yang paling mungkin, perlu untuk 'memaksimalkan' bobot W dengan kondisi

di mana diferensial parsial diambil untuk menunjukkan bahwa, dalam setiap diferensiasi, semua kecuali salah satu dari angka okupasi dianggap konstan. Penyelesaian persamaan 2.8 harus memperhitungkan batasan yang dikenakan pada nilai ns dan ds oleh kondisi energi total Es, dan jumlah total sistem, N, adalah tetap. Membiarkan kondisi untuk jumlah konstan dari sistem-sistem dinyatakan dengan persamaan

atau

dan kondisi untuk energi total konstan dengan

atau

di mana penjumlahan diambil alih nilai s = 1 sampai s = r.

Metode paling sederhana untuk memasukkan kondisi ini ke dalam persamaan 2.8 adalah dengan menggunakan pengali Lagrange yang tidak ditentukan dimana persamaan untuk maksimum di W menjadi

di sini a dan b adalah pengali yang akan ditentukan kemudian. Pembenaran untuk pengenalan pengali a dan b diberikan secara singkat dalam Lampiran 1. Mengganti dari· persamaan 2.8, 2.9b dan 2.10b dalam persamaan 2.11 memberikan

Karena bentuk yang diberikan untuk W dengan persamaan 2.7, akan lebih mudah untuk memaksimalkan log W daripada W dan untuk menulis ulang persamaan 2.11 dan 2.12 dalam bentuk\*

\* Semua logaritma, tentu saja, dianggap sebagai logaritma natural.

dan

dimana suku α dan β mengganti pengali a dan b dari persamaan 2.11 dan 2.12. Persamaan 2.14 dapat ditulis ulang dengan penjumlahan yang diambil dari ketiga suku sehingga

Jika W, dan karena itu log W, adalah maksimum (atau mungkin minimum), persamaan 2.15 harus berlaku terlepas dari besarnya kenaikan individu Oleh karena itu, untuk semua nilai s, suku dalam persamaan 2.15 harus nol dan

Diferensial dapat dievaluasi dengan bantuan pendekatan Stirling untuk faktorial bilangan besar. Bentuk aproksimasi ini dibahas dalam Lampiran 2 di mana ditunjukkan bahwa, untuk bilangan besar,

Karena sistem dianggap terdistribusi pada lembaran energi daripada keadaan energi individu, bilangan okupasi ns dapat diasumsikan cukup besar untuk pendekatan persamaan 2.17 untuk diterapkan pada kasus ns! untuk semua nilai s. Dari nilai yang diberikan oleh persamaan 2. 7 kita peroleh

Diferensiasi parsial kemudian memberikan

Saat mensubstitusi dari persamaan 2.19, persamaan 2.16 menjadi

dari mana diperoleh

Hasil yang diperoleh dalam persamaan 2.20 memberikan distribusi sistem pada berbagai lembar energi untuk konfigurasi yang paling mungkin dan dikenal sebagai distribusi Maxwell-Boltzmann. Istilah yang muncul dalam distribusi ini sering disebut sebagai faktor Boltzmann. (Hasil dari bentuk yang sama seperti persamaan 2.20 diperoleh dalam persamaan 10.3-7 tetapi dari sudut pandang yang agak berbeda.) .

Jika,alih-alih lembar energi, hanya keadaan energi individu yang dipertimbangkan maka angka pekerjaan rata-rata dapat didefinisikan untuk keadaan i dari energi . Karena keadaan seperti itu memiliki bobot kesatuan, persamaan 2.20 memprediksi sebuah nilai untuk jumlah pekerjaan rata-rata ini

yang mungkin, tentu saja, pecahan.

Sebelum distribusi yang diberikan oleh persamaan 2.20 didefinisikan sepenuhnya, jelas perlu untuk menentukan pengali dan juga perlu untuk menunjukkan bahwa persamaan 2.20 tidak mendefinisikan maksimum W dan ketajaman maksimum ini cukup untuk membenarkan mengambil distribusi ini sebagai mewakili distribusi\_ution rata-rata untuk majelis. Pertanyaan tentang maksimum W wiII ini harus dipertimbangkan terlebih dahulu.

## Ketajaman konfigurasi maksimal

Nilai bilangan okupasi yang diberikan dalam persamaan 2.20 menentukan titik stasioner untuk bobot W. Sifat-sifat Win sekitar titik stasioner ini dapat dianggap paling mudah dengan memperluas nilai log Apakah deret Taylor tentang titik ini. Ekspansi ini akan memiliki bentuk

di mana Wmax diambil sebagai nilai stasioner dan W adalah bobot konfigurasi di mana nomor okupasi berbeda dst. dari Wmax (Akan ada suku tambahan dalam persamaan 2.22 dari bentuk selain suku orde tinggi tetapi karena merupakan fungsi dari saja, seperti yang ditunjukkan oleh persamaan 2.19, suku-suku ini akan identik dengan nol.) Sekarang, menurut definisi, adalah nol pada titik stasioner W. Oleh karena itu, perlu untuk mengevaluasi suku orde kedua saja. Dari persamaan 2.19 sehingga

Menulis untuk nilai pada titik stasioner, substitusi dari persamaan 2.23 ke persamaan 2.22 memberikan

atau

Bahwa besaran Wmax memang merupakan nilai maksimum W dilihat dari persamaan 2.25 karena setiap penyimpangan positif atau negatif, dari ns dari nilai tersebut akan menghasilkan bobot W lebih kecil dari Wmax.

Untuk menghargai ketajaman maksimum ini, biarkan = sehingga persamaan 2.25 menjadi

Kemudian, jika kasus tersebut dipertimbangkan di mana semua deviasi fraksional memiliki besaran yang sama = tetapi dengan tanda-tanda yang dipilih untuk memberikan o, persamaan 2.26 memberikan

Rakitan rata-rata yang dipertimbangkan akan memiliki jumlah total sistem N lebih besar dari 1020 sehingga, bahkan dengan penyimpangan fraksional dari konfigurasi yang paling mungkin dari satu bagian (yaitu berat konfigurasi akan turun menjadi

Penurunan cepat W untuk nilai deviasi pecahan orde satu bagian dalam 1010 ditunjukkan pada Gambar. 3 untuk N = 1020

Jelas dari perhitungan ini bahwa maksimum W adalah ·· sangat tajam dan bahwa hanya konfigurasi yang sangat dekat dengan konfigurasi yang paling mungkin akan memiliki kemungkinan terjadinya cukup berbeda dari nol. Oleh karena itu tidak akan menimbulkan kesalahan yang dapat dideteksi jika diasumsikan bahwa yang paling pro b- . konfigurasi yang mampu dari rakitan adalah sama dengan konfigurasi kesetimbangan dan bahwa · sifat yang dihitung untuk ini · konfigurasi yang paling mungkin akan sesuai dengan sifat rata-rata rakitan. (Namun, harus jelas bahwa jika jumlah sistem dalam rakitan berkurang secara substansial, ketajaman konfigurasi -maksimum akan menjadi kurang jelas dan fluktuasi dari konfigurasi yang paling mungkin akan menjadi penting.)

pengali B

Ada beberapa kriteria yang dapat diterapkan dalam mempertimbangkan identitas pengali Jelas, karena jumlah sistem yang memiliki energi tak terbatas harus nol, persamaan 2.20 memprediksi bahwa nilai adalah negatif. Juga, nilai mungkin . ditentukan dengan mensubstitusi dalam persamaan 2.20 untuk kondisi awal yang = N dan = E. Namun, sebelum melanjutkan dengan substitusi ini, menarik untuk mempertimbangkan /3 dari sudut pandang termodinamika dan ini sekarang akan dilakukan dengan dua cara. (a) Pertimbangkan· dua rakitan A' dan A" yang masing-masing berisi sistem N' dan N". Biarkan rakitan ini ditempatkan dalam kontak 'termal' sehingga energi, tetapi bukan sistem, dapat dipertukarkan di antara mereka dan biarkan mereka diisolasi dari lingkungan mereka. Dengan pertukaran energi, kedua rakitan pada akhirnya akan mencapai suhu yang sama ketika mereka mencapai kesetimbangan termal \* Energi total E dari dua rakitan sekarang adalah kuantitas tetap dan kondisinya

dikenakan pada majelis. Biarkan energi dalam dua rakitan dibagi menjadi lembaran dan biarkan lembaran memiliki energi dan dan nomor pekerjaan masing-masing dan untuk rakitan A' dan A". Maka energi totalnya adalah·

dan kondisi persamaan 2.28 dapat ditulis sebagai

dan

Jika berat individu dari dua rakitan dalam konfigurasi tertentu adalah W' dan W" masing-masing, maka berat total konfigurasi dari dua rakitan yang diambil bersama-sama adalah

setiap susunan A' diambil bersama-sama dengan setiap susunan A". Kondisi untuk konfigurasi yang paling mungkin dari susunan gabungan diberikan, dengan analogi dengan persamaan 2.13, sebagai

dimana\_ kondisi yang dipaksakan oleh persamaan 2.28 diperkenalkan melalui pengali yang belum ditentukan dan Sekarang, dari persamaan 2.30, log = log W' log W" dan, karena W' hanya akan bergantung pada nomor pekerjaan

dan sama

\* Hukum 'nol' termodinamika,

Persamaan 2.31 karena itu dapat ditulis dengan kondisi yang diambil dari persamaan 2.29 sebagai

atau

Karena persamaan 2.32 diambil sebagai mendefinisikan titik stasioner, persamaan tersebut harus dipenuhi untuk setiap nilai kecil dari dan dan kondisi untuk konfigurasi yang paling mungkin adalah ekivalen dengan dua kondisi

dan

untuk semua nilai s. Persamaan 2.33a dan 2.33b menentukan distribusi yang paling mungkin untuk kedua himpunan dan terlihat bahwa kedua distribusi ini akan bergantung pada nilai pengali /J. Kemudian, karena hanya suhu dari dua rakitan yang tentu memiliki nilai yang sama, maka itu adalah fungsi dari suhu saja, yaitu.

di mana T adalah suhu termodinamika rakitan. Jadi, dengan mempertimbangkan keseimbangan termal antara dua rakitan, dimungkinkan untuk menetapkan bahwa pengali hanya bergantung pada suhu termodinamika ini.. (b) Pengganda juga dapat dipertimbangkan dari sudut pandang hubungannya dengan perubahan energi, dB. Biarkan sejumlah panas dQ disuplai ke rakitan dan biarkan rakitan mengembang sebesar dV. Rakitan kemudian akan melakukan sejumlah pekerjaan p dV di mana p adalah tekanan yang diberikan pada rakitan oleh lingkungannya. Peningkatan energi perakitan kemudian diberikan oleh hukum pertama termodinamika sebagai

Perubahan energi ini juga akan diberikan oleh

Dua istilah dalam ekspresi ini muncul dari dua bentuk energi dalam persamaan 2.35. Perubahan tingkat energi akan disebabkan oleh perubahan dV dalam volume rakitan\* dan dengan demikian suku tersebut akan berhubungan dengan kerja yang dilakukan oleh - . . perakitan. Penataan ulang sistem di antara lembaran energi, yang mengarah ke istilah karena itu harus terkait dengan panas yang disuplai ke rakitan. Perbandingan antara persamaan 2.35 dan 2.36 menunjukkan bahwa masing-masing suku dapat diidentifikasi sebagai

dan

(Perbedaan· antara dua ekspresi ini dapat dianggap sebagai perbedaan antara energi atau kerja 'teratur' dan energi atau panas 'teratur'.) Jika hasil persamaan 2.38 digunakan bersama dengan persamaan 2.13 untuk kasus di mana ada tidak ada perubahan volume rakitan, maka kondisi kesetimbangan rakitan menjadi

karena setiap kenaikan energi di sini harus disebabkan oleh pasokan panas dQ. Dalam kasus di mana panas dQ disuplai ke rakitan dengan jumlah sistem yang konstan (yaitu dN = 0) akan ada perubahan berat rakitan yang diberikan oleh

\* Lihat Lampiran 5, persamaan A5.12.

Dalam ungkapan ini suku d log W adalah diferensial sempurna dan oleh karena itu suku dQ juga harus diferensial sempurna. Sekarang, diketahui dalam termodinamika bahwa pengali 1/T mengubah besaran dQ menjadi diferensial sempurna

di mana S adalah entropi rakitan dan T adalah suhu pada skala Kelvin. Oleh karena itu, sebagai ganti era generasi! hubungan yang diberikan oleh persamaan 2.34, sekarang mungkin untuk menulis

di mana k adalah konstanta dan penggunaan di sini dibuat dari fakta bahwa harus negatif. Bahwa k adalah konstanta Boltzmann terkenal yang terjadi dalam teori kinetik dasar sekarang akan ditunjukkan dengan mempertimbangkan energi rata-rata dari sistem dalam perakitan. (c) Akhirnya, dalam pembahasan ini kondisi yang dikenakan pada distribusi energi total dan jumlah sistem dalam rakitan digunakan untuk menentukan energi rata-rata sistem. Dari teori kinetik dasar diketahui bahwa energi rata-rata ini memiliki nilai yang diturunkan dari ideal. persamaan gas sebagai . . .. -

di mana k = adalah konstanta Boltzmann, R adalah konstanta gas universal dan merupakan bilangan Avogadro. Mengambil energi perakitan sebagai dan jumlah sistem yang diberikan s, dengan substitusi dari persamaan 2.20,

dan

Faktor tersebut dapat dihilangkan antara dua persamaan ini untuk memberikan energi rata-rata per sistem sebagai

Sebelum ekspresi ini dapat dievaluasi, perlu untuk menyatakan gs sebagai fungsi energi lembaran, dan dEs rentang energi yang termasuk dalam lembaran. Untuk tujuan ini, diasumsikan bahwa volume yang sama dari ruang fase mengandung jumlah yang sama dari keadaan yang diizinkan-asumsi yang terlihat pada Lampiran 5 dibenarkan dalam kasus mekanika kuantum. Misalkan ada keadaan B per satuan volume ruang fase sehingga elemen ruang fase akan berisi keadaan B. Berat lembaran s akan menjadi

di mana adalah volume ruang fase enam dimensi yang terletak dalam kisaran energi ke dan di dalam volume V rakitan. . Hal ini ditunjukkan pada Lampiran 4, persamaan A4. 7, itu

di mana m adalah massa sistem komponen rakitan. (Volume ruang fase ini diperoleh dengan mengintegrasikan elemen

atas semua nilai x, y dan z dan terhadap semua arah momentum karena energi dianggap tidak tergantung pada posisi sistem dan arah geraknya.) Substitusi dari persamaan 2.46 dalam persamaan 2.45 memberikan

Substitusi untuk gs dalam persamaan 2.44 sekarang memungkinkan penjumlahan overs digantikan oleh integrasi atas semua energi yang mungkin sehingga, dengan menghilangkan suku-suku konstanta dalam gs dari pembilang dan penyebut dan menghilangkan subskrip s,

Jika diingat bahwa merupakan besaran negatif, integrasi parsial 1 · tion pembilang persamaan 2.48 memberikan

Persamaan 2.48 sehingga berkurang menjadi

dan perbandingan dengan persamaan 2.42 menghasilkan identitas seperti pada persamaan 2.41.

Alfa pengganda

Dalam menentukan pengali, lebih mudah untuk membuat substitusi

Distribusi persamaan 2.20 kemudian menjadi

sehingga jumlah sistemnya adalah

dan

Mengambil nilai gs ​​seperti yang diberikan oleh persamaan 2.47 memberikan

di mana lagi integrasi atas semua nilai telah menggantikan penjumlahan atas s. Menulis - = dan menggunakan persamaan A6.9 dari Lampiran 6 integral pada penyebut persamaan.2.53 menjadi

Persamaan 2.54 kemudian memberikan

atau, dengan

Pengganda yang diambil dari persamaan 2.50 adalah

Distribusi Maxwell-Boltzmann

Sekali dan diketahui dalam parameter rakitan, distribusi energi juga dapat ditulis, seperti yang diberikan oleh persamaan 2.20, dalam parameter ini. Namun, agar distribusi ini berguna, distribusi tersebut harus dinyatakan sebagai distribusi diferensial. Misalnya, jika dn diambil sebagai jumlah sistem yang memiliki koordinat dalam volume ruang fase maka distribusi diferensial ini dapat ditulis dengan mengganti jumlah keadaan gs dalam persamaan 2.20 dengan B menjadi

Atau, jika adalah jumlah keadaan dengan energi dalam kisaran persamaan 2.20 memberikan

untuk jumlah sistem yang memiliki energi dalam rentang ke + Nilai g(E) akan diberikan untuk bobot gs oleh persamaan 2.47 dengan diganti dengan Jadi, dengan mensubstitusi untuk dan dari persamaan 2.56 dan 2.41 berturut-turut, persamaan 2.58 menjadi

\* Seperti yang akan disebutkan nanti, besaran g(r) sering disebut sebagai kerapatan keadaan.

Ini adalah distribusi Maxwell-Boltzmann dalam bentuk diferensial.

Sangat menarik untuk dicatat di sini bahwa distribusi dalam persamaan 2.59 tidak tergantung pada konstanta B. Dari sini dapat disimpulkan bahwa, dalam batas klasik sepenuhnya di mana pemisahan tingkat energi menghilang, distribusi yang sama akan diperoleh.