FisTum

**UU No 28 tahun 2014 tentang Hak Cipta**

**Fungsi dan sifat hak cipta Pasal 4**

Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 3 huruf a merupakan hak eksklusif yang terdiri atas hak moral dan hak ekonomi.

**Pembatasan Pelindungan Pasal 26**

Ketentuan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 23, Pasal 24, dan Pasal 25 tidak berlaku terhadap:

* + 1. penggunaan kutipan singkat Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait untuk pelaporan peristiwa aktual yang ditujukan hanya untuk keperluan penyediaan informasi aktual;
    2. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk kepentingan penelitian ilmu pengetahuan;
    3. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk keperluan pengajaran, kecuali pertunjukan dan Fonogram yang telah dilakukan Pengumuman sebagai bahan ajar; dan
    4. penggunaan untuk kepentingan pendidikan dan pengembangan ilmu pengetahuan yang memungkinkan suatu Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait dapat digunakan tanpa izin Pelaku Pertunjukan, Produser Fonogram, atau Lembaga Penyiaran.

**Sanksi Pelanggaran Pasal 113**

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

Judul Buku

Isikan Nama Penulis, beserta gelar



**JUDUL**

**Nama Penulis**

Desain Cover :

**Nama**

Sumber :

Link

Tata Letak :

**Nama**

Proofreader :

**Nama**

Ukuran :

**Jml hal judul, Jml hal isi naskah, Uk: 15.5x23 cm**

ISBN :

**No ISBN**

Cetakan Pertama :

**Bulan** **2019**

Hak Cipta 2019, Pada Penulis

Isi diluar tanggung jawab percetakan

**Copyright © 2019 by Deepublish Publisher**

All Right Reserved

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau

memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini

tanpa izin tertulis dari Penerbit.

**PENERBIT DEEPUBLISH**

**(Grup Penerbitan CV BUDI UTAMA)**

Anggota IKAPI (076/DIY/2012)

Jl.Rajawali, G. Elang 6, No 3, Drono, Sardonoharjo, Ngaglik, Sleman

Jl.Kaliurang Km.9,3 – Yogyakarta 55581

Telp/Faks: (0274) 4533427

Website: www.deepublish.co.id

www.penerbitdeepublish.com

E-mail: cs@deepublish.co.id

* + ***Memahamkan anak tentang simbol-simbol jalur evakuasi***

**Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan (FTSP)**

**UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA**

Jl. Kaliurang Km 14,5 Yogyakarta

Telf. : (0274)895042, 086440 : Fax. : (0274)895330

Email : [dekanat@ftsp.uii.ac.id](mailto:dekanat@ftsp.uii.ac.id)

Homepage : www.uii.ac.id

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*



*Buku Siap Siaga Bencana di Lingkungan SekitarPintar*

# KATA PENGANTAR / UCAPAN TERIMAKASIH

Isi kata pengantar pada paragraph pertama disini (jenis font bisa disesuaikan menurut keinginan anda)

Pada paragraph selanjutnya sebenarnya anda tinggal tekan enter saja agar format pada paragraph selanjutnya sama dengan paragraph pertama

Penulis / Nama

# DAFTAR ISI

[KATA PENGANTAR / UCAPAN TERIMAKASIH vi](#_Toc145284687)

[DAFTAR ISI viii](#_Toc259722645)

[BAB 1. PENGANTAR 1](#_Toc292746918)

[1. Mekanika Quantum 2](#_Toc1937854414)

# PENGANTAR

Secara bahasa, quantum diambil dari kata quanta yang berarti paket-paket. Mekanika terbagi menjadi 4 yaitu : mekanika klasik, mekanika quantum, mekanika relativitas, teori medan kuantum. Mekanika klasik membahas pada objek yang makroskopis (objek yang terlihat oleh mata normal) dan dengan kecepatan rendah (maksudnya jauh dari kecepatan cahaya), beberapa contoh dari mekanika klasik seperti mekanika Newton, mekanika Hamiltonian. Ketika objeknya semakin kecil (bukan objek makroskopis lagi) maka mekanika klasik tidak bisa menjelaskan, membuktikan, mendeskripsikan lagi karena hukum-hukum mekanika klasik ketika diterapkan untuk objek yang bukan makroskopis mengalami kegagalan dalam kata lain hukum-hukum mekanika klasik tidak berlaku lagi sehingga fenomena seperti ini kemudian dibahas oleh mekanika quantum yang bisa menjelaskan sampai pada tingkat partikel. Ketika objeknya bergerak dengan kecepatan yang mendekati kecepatan cahaya maka akan dibahas dalam teori relativitas, ada relativitas umum yang melibatkan gravitasi dan ada relativitas khusus yang tidak melibatkan gravitasi. Kemudian jika objeknya kecil dan kecepatannya mendekati cahaya maka akan dibahas oleh teori medan quantum. Yang akan kita diskusikan di sini adalah mekanika quantum artinya kita mengamati benda non-relativistik tetapi ukurannya sangat kecil atau pada tingkat partikel dan atom.

Beberapa teori tentang atom telah dijelaskan dalam fisika modern seperti teori atom yang dikemukakan oleh Rutherford, kemudian disempurnakan oleh Bohr. Meskipun teori atom Bohr yang dikembangkan lebih jauh mampu menjelaskan banyak aspek fenomena atom, tetapi teori atom Bohr memiliki sejumlah keterbatasan juga. Pertama, teori ini hanya berlaku untuk hidrogen dan ion satu elektron seperti He+ dan Li2+ bahkan untuk helium biasa teori ini sudah tidak berlaku. Teori Bohr tidak dapat menjelaskan mengapa garis spektral tertentu lebih intens daripada yang lain (mengapa transisi tertentu antara tingkat energi memiliki probabilitas kemunculan yang lebih besar daripada yang lain). Teori ini tidak dapat menjelaskan pengamatan bahwa banyak garis spektral sebenarnya terdiri dari beberapa garis terpisah yang panjang gelombangnya sedikit berbeda. Dan mungkin yang paling penting, itu tidak memungkinkan kita untuk mendapatkan apa yang seharusnya dimungkinkan oleh teori atom yang benar-benar sukses: pemahaman tentang bagaimana atom-atom individu berinteraksi satu sama lain untuk memberikan agregat makroskopik materi dengan sifat fisik dan kimia yang kita amati. Kelemahan-kelemahan sebelumnya terhadap teori Bohr tidak diajukan dengan cara yang tidak bersahabat, karena teori itu adalah salah satu pencapaian penting yang mengubah pemikiran ilmiah, tetapi lebih untuk menekankan bahwa diperlukan pendekatan yang lebih umum terhadap fenomena atom.

Pendekatan semacam itu dikembangkan pada tahun 1925 dan 1926 oleh Erwin Schrödinger, Werner Heisenberg, Max Born, Paul Dirac, dan lainnya dengan nama mekanika kuantum yang tepat. “Penemuan mekanika kuantum hampir merupakan kejutan total. Ini menggambarkan dunia fisik dengan cara yang pada dasarnya baru. Bagi banyak dari kita, itu tampak seperti keajaiban,” kata Eugene Wigner, salah satu pekerja awal di lapangan. Pada awal 1930-an penerapan mekanika kuantum untuk masalah yang melibatkan inti, atom, molekul, dan materi dalam keadaan padat memungkinkan untuk memahami kumpulan data yang luas (“sebagian besar fisika dan keseluruhan kimia,” menurut Dirac) dan penting untuk teori apa pun menghasilkan prediksi dengan akurasi yang luar biasa. Mekanika kuantum telah bertahan dari setiap uji eksperimental sejauh ini bahkan dari kesimpulan yang paling tidak terduga.

## Mekanika Quantum

Perbedaan mendasar antara mekanika klasik (atau Newtonian) dan mekanika kuantum terletak pada apa yang mereka bahas. Dalam mekanika klasik, sejarah masa depan sebuah partikel sepenuhnya ditentukan oleh posisi awal dan momentumnya bersama dengan gaya-gaya yang bekerja padanya. Dalam dunia sehari-hari, besaran-besaran ini semuanya dapat ditentukan dengan cukup baik agar prediksi mekanika Newton sesuai dengan apa yang kita temukan.

Mekanika kuantum juga sampai pada hubungan antara besaran yang dapat diamati, tetapi sifat dari besaran yang dapat diamati berbeda ketika di alam atom, seperti ditunjukkan oleh prinsip ketidakpastian. Sebab dan akibat masih terkait dalam mekanika kuantum, tetapi apa yang menjadi perhatiannya membutuhkan interpretasi yang cermat. Dalam mekanika kuantum, jenis kepastian tentang karakteristik masa depan mekanika klasik tidak mungkin karena dalam mekanika quantum keadaan awal partikel tidak dapat ditentukan dengan akurasi yang memadai. Semakin banyak yang kita ketahui tentang posisi partikel sekarang, maka semakin sedikit yang kita ketahui tentang momentumnya dan karenanya tentang posisinya nanti.

Kuantitas yang hubungannya dieksplorasi mekanika kuantum adalah probabilitas. Misalnya, bahwa jari-jari orbit elektron dalam atom hidrogen saat keadaan normal selalu tepat 5.3x10-11 m, seperti yang dilakukan teori Bohr, mekanika kuantum menyatakan bahwa ini adalah jari-jari yang paling mungkin. Dalam percobaan yang sesuai, sebagian besar percobaan akan menghasilkan nilai yang berbeda, baik lebih besar atau lebih kecil, tetapi nilai yang paling mungkin ditemukan adalah 5.3x10-11 m.

Mekanika kuantum mungkin tampak pengganti yang buruk untuk mekanika klasik. Namun, mekanika klasik ternyata hanyalah versi perkiraan mekanika kuantum. Kepastian mekanika klasik adalah ilusi, dan kesepakatan nyata mereka dengan eksperimen terjadi karena objek biasa terdiri dari begitu banyak atom individu yang menyimpang dari perilaku rata-rata tidak terlalu mencolok. Keduanya sama-sama merupakan prinsip dalam fisika, yang satu untuk dunia makro dan satunya lagi untuk dunia mikro, hanya ada satu set yang termasuk dalam mekanika kuantum.

### Fungsi Gelombang

Kuantitas yang berkaitan dengan mekanika kuantum adalah fungsi gelombang Ψ suatu benda. Sementara Ψ itu sendiri tidak memiliki interpretasi fisik, kuadrat dari magnitudo absolutnya |Ψ|2 yang dievaluasi di tempat tertentu pada waktu tertentu sebanding dengan kemungkinan menemukan benda di sana pada waktu itu. Momentum linier, momentum sudut, dan energi benda adalah besaran lain yang dapat ditentukan dari Ψ. Masalah mekanika kuantum adalah untuk menentukan Ψ suatu benda ketika kebebasan geraknya dibatasi oleh aksi gaya eksternal.

Fungsi gelombang biasanya berupa fungsi kompleks dengan bagian real dan imajiner. Probabilitas, bagaimanapun, harus menjadi kuantitas nyata positif. Oleh karena itu, kerapatan probabilitas |Ψ|2 untuk suatu kompleks diambil sebagai hasil kali Ψ\*Ψ dari Ψ dan konjugat kompleksnya Ψ\*. Konjugat kompleks dari setiap fungsi diperoleh dengan mengganti i dengan -i dimanapun ia muncul dalam fungsi tersebut. Setiap fungsi kompleks Ψ dapat ditulis dalam bentuk

Dimana A dan B adalah fungsi Real. Konjugat komplek Ψ\* dari Ψ adalah

sehingga

karena i2 = -1. Sehingga selalu bernilai real positif seperti yang diperlukan.

### Normalisasi

Bahkan sebelum kita mempertimbangkan perhitungan sebenarnya dari Ψ, kita dapat menetapkan persyaratan tertentu yang harus selalu dipenuhi. Untuk satu hal, karena |Ψ|2 sebanding dengan kerapatan probabilitas P untuk menemukan benda yang dijelaskan oleh Ψ, integral dari |Ψ|2 di seluruh ruang harus berhingga bagaimanapun juga, benda itu ada di suatu tempat.Jika

partikel itu tidak ada, dan integralnya jelas tidak bisa menjadi ∞ dan masih berarti apapun. Selanjutnya, |Ψ|2 tidak bisa negatif atau kompleks karena hasilnya berupa bilangan real semua seperti yang sudah diperlihatkan sebelumnya. Satu-satunya kemungkinan yang tersisa adalah integral menjadi kuantitas terbatas jika Ψ ingin menggambarkan dengan benar benda real. Biasanya lebih mudah untuk memiliki |Ψ|2 sama dengan kerapatan probabilitas P untuk menemukan partikel yang dijelaskan oleh Ψ, daripada hanya sebanding dengan P. Jika |Ψ|2 sama dengan P, maka pasti benar bahwa

Normalisasi (1.1)

karena jika partikel selalu ada di suatu tempat, maka

Fungsi gelombang yang memenuhi persamaan (1.1) dikatakan ternormalisasi. Setiap fungsi gelombang yang dapat diterima dapat dinormalisasi dengan mengalikannya dengan konstanta yang sesuai; kita akan segera melihat bagaimana hal ini dilakukan.

### Fungsi Gelombang Berperilaku Baik

Selain dapat dinormalisasi, Ψ harus bernilai tunggal, karena P hanya dapat memiliki satu nilai pada tempat dan waktu tertentu, dan kontinu. Pertimbangan momentum mensyaratkan bahwa turunan parsial nilainya berhingga, kontinu, dan bernilai tunggal. Hanya fungsi gelombang dengan semua sifat ini yang dapat menghasilkan hasil yang bermakna secara fisik ketika digunakan dalam perhitungan, jadi hanya fungsi gelombang "berperilaku baik" yang dapat diterima sebagai representasi matematis dari benda nyata. Untuk meringkas:

1. Ψ harus berkelanjutan dan bernilai tunggal dimanapun.
2. harus kontinu dan bernilai tunggal dimanapun.
3. Ψ harus dapat dinormalisasi, yang berarti bahwa Ψ harus menuju ke 0 untuk x → ±∞, y → ±∞, z → ±∞ agar pada semua ruang menjadi konstanta berhingga.

Aturan-aturan ini tidak selalu dipatuhi oleh fungsi gelombang partikel dalam situasi model yang hanya mendekati yang sebenarnya. Misalnya, fungsi gelombang dari sebuah partikel dalam kotak dengan dinding yang sangat keras tidak memiliki turunan kontinu pada dinding, karena Ψ = 0 di luar kotak. Tetapi di dunia nyata, di mana dinding tidak pernah keras tanpa batas, tidak ada perubahan tajam Ψ pada dinding dan turunannya kontinu. Latihan dibawah ini memberikan contoh lain dari fungsi gelombang yang tidak berperilaku baik.

Mengingat fungsi gelombang Ψ yang dinormalisasi dan dapat diterima, probabilitas bahwa partikel yang dijelaskannya akan ditemukan di wilayah tertentu hanyalah integral dari kerapatan probabilitas |Ψ|2 di wilayah itu. Jadi untuk partikel yang dibatasi geraknya dalam arah x, probabilitas menemukannya antara x1 dan x2 diberikan oleh

Probabilitas (1.2)

Kita akan melihat contoh perhitungan tersebut nantinya.

## PERSAMAAN GELOMBANG

*Ini dapat memiliki berbagai solusi, termasuk yang kompleks*

Persamaan Schrödinger, yang merupakan persamaan dasar mekanika kuantum dalam arti yang sama bahwa hukum kedua tentang gerak adalah persamaan dasar mekanika Newton, adalah persamaan gelombang dalam variabel Ψ.

Sebelum kita membahas persamaan Schrödinger, mari kita tinjau persamaan gelombang

(1.3)

yang mengatur gelombang yang kuantitas variabelnya adalah y yang merambat dalam arah x dengan kecepatan v. Dalam kasus gelombang pada tali yang diregangkan, y adalah perpindahan tali dari sumbu x; dalam kasus gelombang suara, y adalah perbedaan tekanan; dalam kasus gelombang cahaya, y adalah besaran medan listrik atau magnet. Persamaan (1.3) dapat diturunkan dari hukum gerak kedua untuk gelombang mekanik dan dari persamaan Maxwell untuk gelombang elektromagnetik.

Solusi persamaan gelombang dapat bermacam-macam, yang mencerminkan variasi gelombang yang dapat terjadi satu pulsa perjalanan, ada rangkaian gelombang dengan amplitudo dan panjang gelombang konstan, ada rangkaian gelombang superposisi dengan amplitudo dan panjang gelombang yang sama, ada rangkaian superposisi gelombang dengan amplitudo dan panjang gelombang yang berbeda, ada gelombang berdiri pada tali yang diikatkan pada kedua ujungnya, dan seterusnya. Semua solusi harus berbentuk

(1.4)

di mana F adalah sembarang fungsi yang dapat dibedakan. Solusi untuk gelombang yang merambat dalam arah x, dan solusi untuk gelombang yang merambat dalam arah -x.

Mari kita pertimbangkan ekivalen gelombang dari “partikel bebas”, yang merupakan partikel yang tidak berada di bawah pengaruh gaya apa pun dan karena itu menempuh jalur lurus dengan kecepatan konstan. Gelombang ini dijelaskan oleh solusi umum Persamaan. (1.3) untuk gelombang harmonik tak teredam (yaitu, amplitudo konstan A), monokromatik (frekuensi sudut konstan ω) dalam arah +x, yaitu

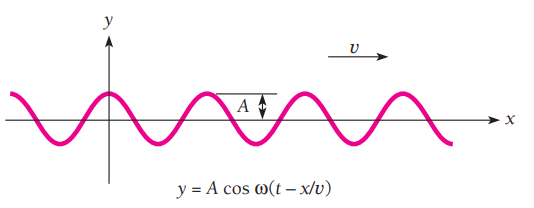
(1.5)

Dalam rumus ini y adalah besaran kompleks, dengan bagian real dan imajiner. Karena

persamaan (1.5) dapat ditulis dalam bentuk

(1.6)

Hanya bagian nyata dari Persamaan. (1.6) yang memiliki arti penting dalam kasus gelombang pada tali yang diregangkan. Di sana y mewakili perpindahan tali dari posisi normalnya (Gbr. 1.1), dan bagian imajiner dari Persamaan. (1.6) dibuang karena tidak relevan.



Gambar 1.1 Gelombang pada bidang xy yang merambat dalam arah x sepanjang tali yang direntangkan pada sumbu x

### Membuktikan solusi penyelesaian persamaan gelombang

Persamaan gelombang seperti pada persamaan (1.5)

Dapat diselesaikan dengan cara:

Turukan fungsi eu adalah

Turunan parsial pertama dari y terhadap x (artinya kita asumsikan bahwa t bernilai konstan) dari persamaan (1.5) menjadi

Turunan parsial kedua dari y terhadap x adalah

Turunan parsial y terhadap t adalah

Turunan kedua dari y terhadap t adalah

Selesaikan turunan kedua y terhadap x dan y terhadap t

Jadi, persamaan terbukti sebagai solusi dari persamaan

## PERSAMAAN SCHRÖDINGER: BENTUK YANG BERGANTUNG TERHADAP WAKTU

Prinsip fisik dasar yang tidak dapat diturunkan dari hal lain

Dalam mekanika kuantum, fungsi gelombang Ψ sesuai dengan variabel gelombang y dari gerakan gelombang secara umum. Namun, Ψ, tidak seperti y, bukanlah besaran yang dapat diukur dan karena itu mungkin kompleks. Untuk alasan ini kami berasumsi bahwa Ψ untuk partikel yang bergerak bebas dalam arah +x ditentukan oleh

(1.7)

Mengganti ω pada persamaan di atas dengan dan v dengan λv memberikan

(1.8)

Ini nyaman karena kita sudah tahu apa itu v dan λ adalah dalam hal energi total E dan momentum p partikel yang dijelaskan oleh Ψ. Karena

dan

kita punya partikel bebas

(1.9)

Persamaan (1.9) menggambarkan ekuivalen gelombang dari sebuah partikel tak terbatas dengan energi total E dan momentum p yang bergerak dalam arah +x, seperti yang telah dijelaskan oleh Persamaan. (1.5) sebelumnya, misalnya, sebuah gelombang perpindahan harmonik yang bergerak bebas di sepanjang tali yang diregangkan.

Ekspresi untuk fungsi gelombang Ψ diberikan oleh Persamaan. (1.9) adalah benar hanya untuk partikel yang bergerak bebas. Namun, kami paling tertarik pada situasi di mana gerakan partikel tunduk pada berbagai batasan. Perhatian penting, misalnya, adalah elektron yang terikat pada atom oleh medan listrik nukleusnya. Yang harus kita lakukan sekarang adalah memperoleh persamaan diferensial fundamental untuk Ψ, yang kemudian dapat kita selesaikan untuk Ψ dalam situasi tertentu. Persamaan ini, yang merupakan persamaan Schrödinger, dapat diperoleh dengan berbagai cara, tetapi tidak dapat diturunkan secara ketat dari prinsip fisika yang ada: persamaan mewakili sesuatu yang baru. Apa yang akan dilakukan di sini adalah menunjukkan satu langkah menuju persamaan gelombang untuk Ψ dan kemudian mendiskusikan signifikansi hasilnya.

Kita mulai dengan menurunkan dua kali Persamaan. (1.9) untuk Ψ terhadap x, yang memberikan

(1.10)

Turunkan Persamaan. (1.9) sekali terhadap t memberikan

(1.11)

Pada kecepatan yang lebih kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya, energi total E sebuah partikel adalah jumlah energi kinetiknya dan energi potensialnya U, di mana U secara umum merupakan fungsi dari posisi x dan waktu t:

(1.12)

Fungsi U mewakili pengaruh seluruh alam semesta pada partikel. Tentu saja, hanya sebagian kecil dari alam semesta yang berinteraksi dengan partikel sampai batas tertentu; misalnya, dalam kasus elektron dalam atom hidrogen, hanya medan listrik inti yang harus diperhitungkan.

Mengalikan kedua sisi Persamaan. (1.12) dengan fungsi gelombang Ψ memberikan

(1.13)

Sekarang kita substitusikan dan dari Persamaan. (1.10) dan (1.11) untuk mendapatkan bentuk persamaan Schrödinger yang bergantung pada waktu untuk satu dimensi:

kedua ruas dikalikan dengan menghasilkan

(1.14)

Dalam tiga dimensi, bentuk persamaan Schrödinger yang bergantung waktu adalah

(1.15)

di mana energi potensial partikel U adalah beberapa fungsi dari *x, y, z,* dan *t*. Setiap pembatasan yang mungkin ada pada gerakan partikel akan mempengaruhi fungsi energi potensial U. Setelah U diketahui, persamaan Schrödinger dapat diselesaikan untuk fungsi gelombang Ψ dari partikel, dari mana kerapatan probabilitasnya |Ψ|2 dapat ditentukan untuk *x, y, z, t* tertentu.

### Validitas Persamaan Schrödinger

Persamaan Schrödinger diperoleh di sini menggunakan fungsi gelombang dari partikel yang bergerak bebas (energi potensial konstan U). Bagaimana kita bisa yakin itu berlaku untuk kasus umum partikel yang dikenai gaya sembarang yang bervariasi dalam ruang dan waktu [*U=U(x, y, z, t)*]? Substitusikan Persamaan. (1.10) dan (1.11) ke dalam Persamaan. (1.13) benar-benar sebuah lompatan liar tanpa pembenaran formal; ini berlaku untuk semua cara lain di mana persamaan Schrödinger dapat diperoleh, termasuk pendekatan Schrödinger sendiri.

Yang harus kita lakukan adalah mendalilkan/mempostulatkan persamaan Schrödinger, menyelesaikannya untuk berbagai situasi fisik, dan membandingkan hasil perhitungan dengan hasil eksperimen. Jika kedua set hasil setuju, postulat yang terkandung dalam persamaan Schrödinger valid. Jika mereka tidak setuju, postulat harus dibuang dan beberapa pendekatan lain kemudian harus dieksplorasi. Dengan kata lain,

Persamaan Schrödinger tidak dapat diturunkan dari prinsip dasar fisika lainnya; itu adalah prinsip dasar itu sendiri.

Yang terjadi adalah persamaan Schrödinger ternyata sangat akurat dalam memprediksi hasil eksperimen. Untuk memastikan, Persamaan. (1.15) hanya dapat digunakan untuk masalah nonrelativistik, dan formulasi yang lebih rumit diperlukan ketika kecepatan partikel mendekati kecepatan cahaya yang terlibat. Tetapi karena sesuai dengan pengalaman dalam jangkauan penerapannya, kita harus mempertimbangkan persamaan Schrödinger sebagai pernyataan yang valid mengenai aspek-aspek tertentu dari dunia fisik.

Perlu dicatat bahwa persamaan Schrödinger tidak menambah jumlah prinsip yang diperlukan untuk menggambarkan cara kerja dunia fisik. Hukum gerak kedua Newton F=ma, prinsip dasar mekanika klasik, dapat diturunkan dari persamaan Schrödinger asalkan besaran yang terkait dipahami sebagai rata-rata daripada nilai presisi. (Hukum gerak Newton juga tidak diturunkan dari prinsip lain. Seperti persamaan Schrödinger, hukum ini dianggap valid dalam jangkauan penerapannya karena sesuai dengan eksperimen.)

## LINEARITAS DAN SUPERPOSISI

Fungsi gelombang penjumlahan, bukan probabilitas

Sifat penting persamaan Schrödinger adalah persamaan tersebut linier dalam fungsi gelombang Ψ. Dengan ini berarti bahwa persamaan memiliki suku yang mengandung Ψ dan turunannya tetapi tidak ada suku yang bebas dari Ψ atau yang melibatkan pangkat lebih tinggi dari Ψ atau turunannya. Akibatnya, kombinasi linear dari solusi persamaan Schrödinger untuk sistem yang diberikan juga merupakan solusi itu sendiri. Jika Ψ1 dan Ψ2 adalah dua solusi (yaitu, dua fungsi gelombang yang memenuhi persamaan), maka

(1.16)

juga merupakan solusi, di mana a1 dan a2 adalah konstanta. Jadi fungsi gelombang Ψ1 dan Ψ2 mematuhi prinsip superposisi yang dilakukan gelombang lain (lihat Bagian 2.1) dan kami menyimpulkan bahwa efek interferensi dapat terjadi untuk fungsi gelombang seperti halnya untuk cahaya, suara, air, dan gelombang elektromagnetik. Bahkan, diasumsikan bahwa gelombang de Broglie tunduk pada prinsip superposisi.

Mari kita terapkan prinsip superposisi pada difraksi berkas elektron. Gambar 5.2a menunjukkan sepasang celah yang dilalui berkas paralel elektron monoenergik menuju layar tampilan. Jika celah 1 saja yang terbuka, hasilnya adalah variasi intensitas yang ditunjukkan pada Gambar 5.2b yang sesuai dengan kerapatan peluang

Jika hanya celah 2 yang terbuka, seperti pada Gambar 5.2c, kerapatan peluang yang sesuai adalah

Kita mungkin mengira bahwa membuka kedua celah akan memberikan variasi intensitas elektron yang dijelaskan oleh P1 + P2, seperti pada Gambar 5.2d. Namun, ini tidak terjadi karena dalam mekanika kuantum fungsi gelombang menambahkan, bukan probabilitas. Sebaliknya, hasil dengan kedua celah terbuka adalah seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5.2e, pola yang sama dari bolak-balik maksima dan minima yang terjadi ketika seberkas cahaya monokromatik melewati celah ganda pada Gambar 2.4.

Pola difraksi pada Gambar 5.2e muncul dari superposisi Ψ fungsi gelombang Ψ1 dan Ψ2 elektron yang melewati celah 1 dan 2:

Oleh karena itu, kerapatan probabilitas di layar adalah

Dua suku di sebelah kanan persamaan ini mewakili perbedaan antara Gambar 5.2d dan e dan bertanggung jawab atas osilasi intensitas elektron pada layar. Dalam Sec. 6.8 perhitungan serupa akan digunakan untuk menyelidiki mengapa atom hidrogen memancarkan radiasi ketika mengalami transisi dari satu keadaan kuantum ke keadaan kuantum lainnya dengan energi yang lebih rendah.

EXPECTATION VALUES

How to extract information from a wave function Once Schrödinger’s equation has been solved for a particle in a given physical situation, the resulting wave function \_x0005\_(x, y, z, t) contains all the information about the particle that is permitted by the uncertainty principle. Except for those variables that are quantized this information is in the form of probabilities and not specific numbers. As an example, let us calculate the expectation value x  
 of the position of a particle confined to the x axis that is described by the wave function \_x0005\_(x, t). This is the value of x we would obtain if we measured the positions of a great many particles described by the same wave function at some instant t and then averaged the results. To make the procedure clear, we first answer a slightly different question: What is the average position x of a number of identical particles distributed along the x axis in such a way that there are N1 particles at x1, N2 particles at x2, and so on? The average position in this case is the same as the center of mass of the distribution, and so

When we are dealing with a single particle, we must replace the number Ni of particles at xi by the probability Pi that the particle be found in an interval dx at xi . This probability is

where \_x0005\_i is the particle wave function evaluated at x xi . Making this substitution and changing the summations to integrals, we see that the expectation value of the position of the single particle is

If \_x0005\_ is a normalized wave function, the denominator of Eq. (5.18) equals the probability that the particle exists somewhere between x and x and therefore has the value 1. In this case

Example

A particle limited to the x axis has the wave function \_x0005\_ ax between x 0 and x 1; \_x0005\_ 0 elsewhere. (a) Find the probability that the particle can be found between x 0.45 and x 0.55. (b) Find the expectation value x of the particle’s position.

The same procedure as that followed above can be used to obtain the expectation value G(x) of any quantity—for instance, potential energy U(x)—that is a function of the position x of a particle described by a wave function \_x0005\_. The result is

The expectation value p for momentum cannot be calculated this way because, according to the uncertainty principles, no such function as p(x) can exist. If we specify x, so that x 0, we cannot specify a corresponding p since x p 2. The same problem occurs for the expectation value E for energy because E t 2 means that, if we specify t, the function E(t) is impossible. In Sec. 5.6 we will see how p and E can be determined. In classical physics no such limitation occurs, because the uncertainty principle can be neglected in the macroworld. When we apply the second law of motion to the motion of a body subject to various forces, we expect to get p(x, t) and E(x, t) from the solution as well as x(t). Solving a problem in classical mechanics gives us the entire future course of the body’s motion. In quantum physics, on the other hand, all we get directly by applying Schrödinger’s equation to the motion of a particle is the wave function \_x0005\_, and the future course of the particle’s motion—like its initial state—is a matter of probabilities instead of certainties.

OPERATORS

Another way to find expectation values A hint as to the proper way to evaluate p and E comes from differentiating the freeparticle wave function \_x0005\_ Ae(i)(Etpx) with respect to x and to t. We find that

which can be written in the suggestive forms

Evidently the dynamical quantity p in some sense corresponds to the differential operator (i) x and the dynamical quantity E similarly corresponds to the differential operator i t. An operator tells us what operation to carry out on the quantity that follows it. Thus the operator i t instructs us to take the partial derivative of what comes after it with respect to t and multiply the result by i. Equation (5.22) was on the postmark used to cancel the Austrian postage stamp issued to commemorate the 100th anniversary of Schrödinger’s birth. It is customary to denote operators by using a caret, so that pˆ is the operator that corresponds to momentum p and Eˆ is the operator that corresponds to total energy E. From Eqs. (5.21) and (5.22) these operators are

Though we have only shown that the correspondences expressed in Eqs. (5.23) and (5.24) hold for free particles, they are entirely general results whose validity is the same as that of Schrödinger’s equation. To support this statement, we can replace the equation E KE U for the total energy of a particle with the operator equation

The operator Uˆ is just U(). The kinetic energy KE is given in terms of momentum p by

and so we have

Equation (5.25) therefore reads

Now we multiply the identity \_x0005\_\_x0005\_ by Eq. (5.27) and obtain

which is Schrödinger’s equation. Postulating Eqs. (5.23) and (5.24) is equivalent to postulating Schrödinger’s equation.

Operators and Expectation Values

Because p and E can be replaced by their corresponding operators in an equation, we can use these operators to obtain expectation values for p and E. Thus the expectation value for p is

and the expectation value for E is

Both Eqs. (5.28) and (5.29) can be evaluated for any acceptable wave function \_x0005\_ (x, t). Let us see why expectation values involving operators have to be expressed in the form

The other alternatives are

since \_x0005\_\* and \_x0005\_ must be 0 at x , and

which makes no sense. In the case of algebraic quantities such as x and V(x), the order of factors in the integrand is unimportant, but when differential operators are involved, the correct order of factors must be observed.

Every observable quantity G characteristic of a physical system may be represented by a suitable quantum-mechanical operator Gˆ. To obtain this operator, we express G in terms of x and p and then replace p by (i) x. If the wave function \_x0005\_ of the system is known, the expectation value of G(x, p) is

In this way all the information about a system that is permitted by the uncertainty principle can be obtained from its wave function \_x0005\_.

SCHRÖDINGER’S EQUATION: STEADY-STATE FORM

Eigenvalues and eigenfunctions

In a great many situations the potential energy of a particle does not depend on time explicitly; the forces that act on it, and hence U, vary with the position of the particle only. When this is true, Schrödinger’s equation may be simplified by removing all reference to t. We begin by noting that the one-dimensional wave function \_x0005\_ of an unrestricted particle may be written

Evidently \_x0005\_ is the product of a time-dependent function e (iE)t and a positiondependent function . As it happens, the time variations of all wave functions of particles acted on by forces independent of time have the same form as that of an unrestricted particle. Substituting the \_x0005\_ of Eq. (5.31) into the time-dependent form of Schrödinger’s equation, we find that

Dividing through by the common exponential factor gives

Equation (5.32) is the steady-state form of Schrödinger’s equation. In three dimensions it is

An important property of Schrödinger’s steady-state equation is that, if it has one or more solutions for a given system, each of these wave functions corresponds to a specific value of the energy E. Thus energy quantization appears in wave mechanics as a natural element of the theory, and energy quantization in the physical world is revealed as a universal phenomenon characteristic of all stable systems.

A familiar and quite close analogy to the manner in which energy quantization occurs in solutions of Schrödinger’s equation is with standing waves in a stretched string of length L that is fixed at both ends. Here, instead of a single wave propagating indefinitely in one direction, waves are traveling in both the x and x directions simultaneously. These waves are subject to the condition (called a boundary condition) that the displacement y always be zero at both ends of the string. An acceptable function y(x, t) for the displacement must, with its derivatives (except at the ends), be as wellbehaved as and its derivatives—that is, be continuous, finite, and single-valued. In this case y must be real, not complex, as it represents a directly measurable quantity. The only solutions of the wave equation, Eq. (5.3), that are in accord with these various limitations are those in which the wavelengths are given by

as shown in Fig. 5.3. It is the combination of the wave equation and the restrictions placed on the nature of its solution that leads us to conclude that y(x, t) can exist only for certain wavelengths n.

Eigenvalues and Eigenfunctions

The values of energy En for which Schrödinger’s steady-state equation can be solved are called eigenvalues and the corresponding wave functions n are called eigenfunctions. (These terms come from the German Eigenwert, meaning “proper or characteristic value,” and Eigenfunktion, “proper or characteristic function.”) The discrete energy levels of the hydrogen atom

are an example of a set of eigenvalues. We shall see in Chap. 6 why these particular values of E are the only ones that yield acceptable wave functions for the electron in the hydrogen atom. An important example of a dynamical variable other than total energy that is found to be quantized in stable systems is angular momentum L. In the case of the hydrogen atom, we shall find that the eigenvalues of the magnitude of the total angular momentum are specified by

Of course, a dynamical variable G may not be quantized. In this case measurements of G made on a number of identical systems will not yield a unique result but instead a spread of values whose average is the expectation value

In the hydrogen atom, the electron’s position is not quantized, for instance, so that we must think of the electron as being present in the vicinity of the nucleus with a certain probability 2 per unit volume but with no predictable position or even orbit in the classical sense. This probabilistic statement does not conflict with the fact that experiments performed on hydrogen atoms always show that each one contains a whole electron, not 27 percent of an electron in a certain region and 73 percent elsewhere. The probability is one of finding the electron, and although this probability is smeared out in space, the electron itself is not.

Operators and Eigenvalues

The condition that a certain dynamical variable G be restricted to the discrete values Gn—in other words, that G be quantized—is that the wave functions n of the system be such that

where Gˆ is the operator that corresponds to G and each Gn is a real number. When Eq. (5.34) holds for the wave functions of a system, it is a fundamental postulate of quantum mechanics that any measurement of G can only yield one of the values Gn. If measurements of G are made on a number of identical systems all in states described by the particular eigenfunction k, each measurement will yield the single value Gk.

Example

An eigenfunction of the operator d2 dx2 is e 2x . Find the corresponding eigenvalue.

In view of Eqs. (5.25) and (5.26) the total-energy operator ˆ E of Eq. (5.24) can also be written as

and is called the Hamiltonian operator because it is reminiscent of the Hamiltonian function in advanced classical mechanics, which is an expression for the total energy of a system in terms of coordinates and momenta only. Evidently the steady-state Schrödinger equation can be written simply as

so we can say that the various En are the eigenvalues of the Hamiltonian operator Hˆ . This kind of association between eigenvalues and quantum-mechanical operators is quite general. Table 5.1 lists the operators that correspond to various observable quantities.