

Atividade 2

Controle de posição de robôs de tração diferencial

Aluno: Mateus Soares Marques
Disciplina: Automação Inteligente
Professor: Antonio Marcus Nogueira Lima

Objetivos

- Implementar o controle de pose do robô de tração diferencial usando o modelo uniciclo
- Definir leis de controle baseadas em controle linear (controlador P e PD) e não-linear (à partir do segundo método de Lyapunov)
- Simular computacionalmente no Simulink e no CoppeliaSim os sistemas, considerando o robô Pioneer3-DX
- Comparar os resultados obtidos entre as diferentes leis de controle implementadas
- Comparar os resultados entre as diferentes plataformas para simulação computacional

Roteiro

- Introdução
- Desenvolvimento
- Resultados
- Análise e conclusão

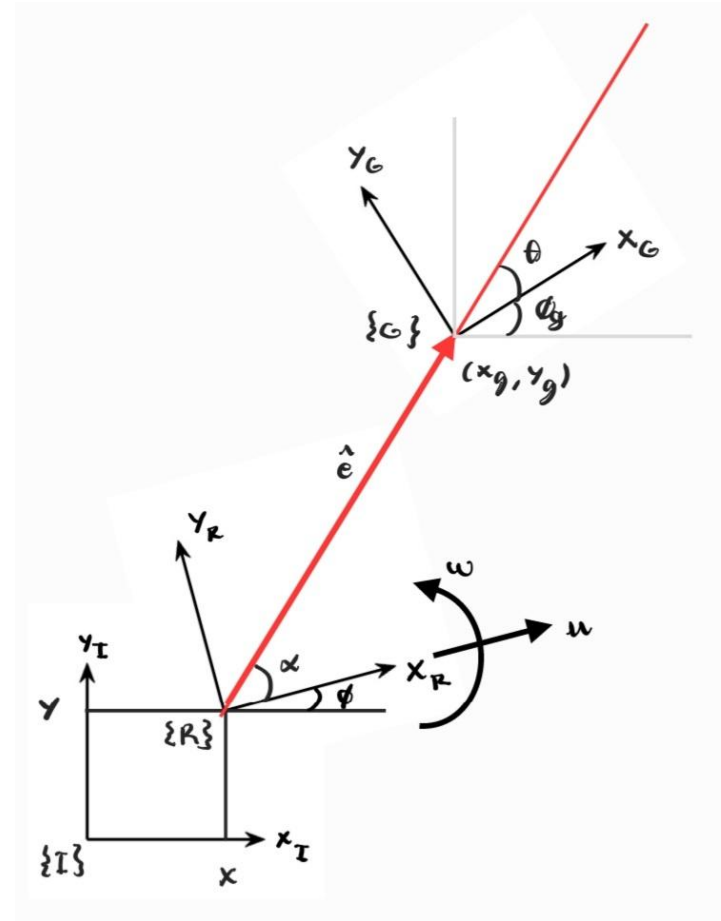
Introdução

Estabilização de pose:

Procura-se uma lei de controle que leve o robô de uma pose inicial $[x_0 \ y_0 \ \phi_0]$ à uma pose alvo $[x_g \ y_g \ \phi_g]$ definidas no plano inercial $\{I\}$ no qual o robô se move.

Sendo $\{R\}$ e $\{G\}$ os referenciais do robô e do alvo, respectivamente; o problema é ilustrado na figura ao lado.

A velocidade linear é desenvolvida na direção x_R , e a velocidade angular é positiva no sentido anti-horário.



Introdução

Estabilização de pose

- Em coordenadas cartesianas

$$\begin{cases} \dot{x} = u \cos \phi \\ \dot{y} = u \sin \phi \\ \dot{\phi} = \omega \end{cases}$$

- Em coordenadas polares

$$\begin{cases} \dot{e} = -u \cos \alpha \\ \dot{\alpha} = \left(\frac{u}{e}\right) \sin \alpha - \omega \\ \dot{\theta} = \left(\frac{u}{e}\right) \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} e = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \alpha = \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) - \phi \\ \theta = \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) - \phi_g \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x = x_g - x \\ \Delta y = y_g - y \end{cases}$$

Introdução

Estabilização de pose

- Em coordenadas cartesianas

O ponto de equilíbrio é dado pela pose alvo e o problema é definido em termos da pose inicial e da pose final.

- A generalização do problema é complexa
- O resultado de Brockett é aplicável

- Em coordenadas polares

O ponto de equilíbrio é dado pela origem, ou seja, quando todos os erros são nulos. Resolve-se indiretamente a estabilização de pose nos termos cartesianos levando o robô de um erro inicial ao erro nulo.

- A generalização do problema é simples (ponto de equilíbrio na origem do plano de fase)
- O resultado de Brockett não é aplicável

Introdução

Estabilização de pose

Reescreve-se o problema:

Seja um veículo uniciclo $\{R\}$ inicialmente posicionado à uma distância não nula de uma pose alvo $\{G\}$ e que os erros de distância, orientação e alinhamento $[e \ \alpha \ \theta]^T$ possam ser diretamente medidos para qualquer $e > 0$. Procura-se portanto uma lei de controle em malha fechada $[u \ \omega]^T = g(e, \alpha, \theta)$ que garanta que os erros serão assintoticamente levados ao ponto limite $[0 \ 0 \ 0]^T$.

Desenvolvimento

Controle Linear

Controlador Proporcional (P):

$$\begin{cases} u = k_e e \\ \omega = k_\alpha \alpha + k_\theta \theta \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_e e \cos \alpha \\ k_e \sin \alpha - k_\alpha \alpha - k_\theta \theta \\ k_e \sin \alpha \end{bmatrix}$$
$$\implies \dot{\chi} = \mathbf{f}(\chi)$$

O sistema em malha fechada obtido é não-linear. Para analisar a estabilidade, o primeiro método de Lyapunov diz que, linearizado o sistema, se suas raízes são estáveis, o sistema não-linear original é assintoticamente estável.

$$\delta \dot{\chi} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} \delta \chi \quad \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} = \begin{bmatrix} -k_e & 0 & 0 \\ 0 & k_e - k_\alpha & -k_\theta \\ 0 & k_e \cos \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{poly} \left(\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} \right) = \det \left(s\mathbf{I} - \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} \right) =$$
$$= s^3 + k_\alpha s^2 + k_e(-k_e + k_\alpha + k_\theta)s + k_e^2 k_\theta$$

Critério de Ruth-Hurwitz:

$$k_\alpha > 0; \quad k_\theta > 0; \quad k_e < k_\alpha$$

Desenvolvimento

Controle Linear

Controlador Proporcional Derivativo (PD):

$$\begin{cases} U(s) = k_e E(s) \\ \Omega(s) = k_\alpha A(s) + \left(k_p^\theta + \frac{k_d^\theta c s}{s+c} \right) \Theta(s) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_e e \cos \alpha \\ k_e \sin \alpha - k_\alpha \alpha - (k_p^\theta + k_d^\theta c) \theta + c^2 k_d^\theta z \\ k_e \sin \alpha \\ \theta - c z \end{bmatrix}$$
$$\implies \dot{\chi} = \mathbf{f}(\chi)$$

Linearizando

$$\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} = \begin{bmatrix} -k_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_e - k_\alpha & (-k_p^\theta + k_d^\theta c) & c^2 k_d^\theta \\ 0 & k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -c \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{poly} \left(\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} \right) &= \det \left(s\mathbf{I} - \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} \right) = \\ &= (s + k_e)[s^3 + (-k_e + k_\alpha + c)s^2 + \\ &\quad + (k_e(k_p^\theta + k_d^\theta c) + c(-k_e + k_\alpha))s + ck_e k_p^\theta] = \\ &= (s + k_e)(s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \end{aligned}$$

Ruth-Hurwitz:

$$\begin{cases} k_e > 0 \\ -k_e + k_\alpha + c > 0 \\ -\frac{ck_e k_p^\theta}{-k_e + k_\alpha + c} + k_e(k_p^\theta + k_d^\theta c) + c(-k_e + k_\alpha) > 0 \\ ck_e k_p^\theta > 0 \end{cases}$$

Desenvolvimento

Controle Não-linear

Dada uma função candidata de Lyapunov, procura-se uma lei de controle que faça tal função ser positiva definida e com derivada no tempo negativa semi-definida, o que, pelo segundo método de Lyapunov, torna o sistema localmente assintoticamente estável.

Função candidata:
$$V(\chi) = \frac{1}{2}\lambda e^2 + \frac{1}{2}(\alpha^2 + h\theta^2)$$

Lei de controle:
$$\begin{cases} u = \gamma e \cos \alpha \\ \omega = k\alpha + \gamma \left(\frac{\alpha + h\theta}{\alpha} \right) \cos \alpha \sin \alpha \end{cases}$$

Resultados

Requisitos

- A arena onde o robô se move tem dimensão 7mx7m;
- As velocidades linear e angular máxima que podem ser desenvolvidas pelo robô são 1,2m/s e 300°/s, respectivamente;
- O orientação da pose alvo não forma ângulo com o vetor distância inicial maior que 90°;
- O robô para quando a raiz da soma dos quadrados dos erros é menor ou igual a 0,05.

Cenários

O robô parte de uma distância inicial do alvo de 3 m, com orientação inicial de 90° com o eixo X do referencial inercial. O alvo se localiza na origem com orientação nula e os pontos de partida simulados para o robô são, em coordenadas polares: (3,135°), (3,180°) e (3,225°).

Resultados

Ganhos

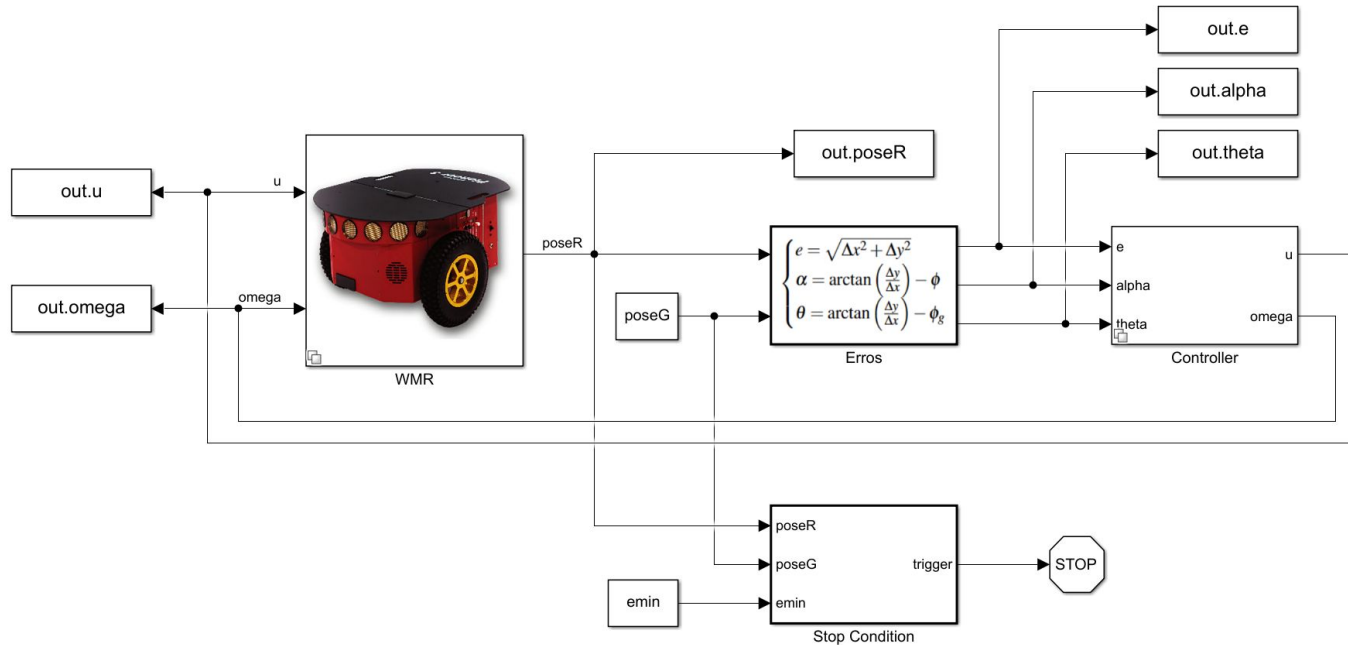
$$\begin{aligned}k_e &= 0,3; & k_\alpha &= 0,9 \\k_\theta &= 0,8 = k_p^\theta; & k_d^\theta &= 1 \\ \gamma &= 0,3; & k &= 0,5; & h &= 2,5\end{aligned}$$

Os ganhos foram escolhidos de forma a atender os requisitos e permitir a realização de um movimento suave em direção a pose alvo; buscando minimizar os erros de ângulo com antecedência suficiente para que a singularidade $e=0$ não fosse atingida antes do critério de parada ser atendido.

Resultados

Modelos

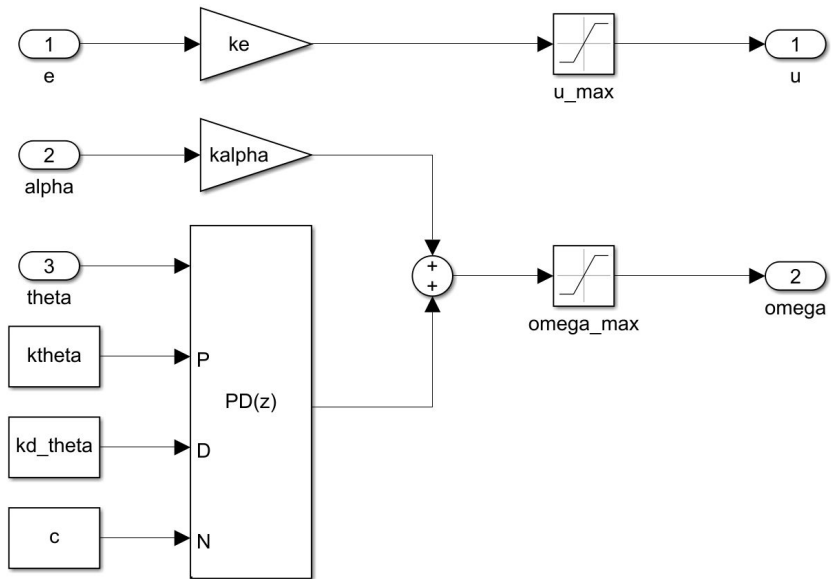
Sistema



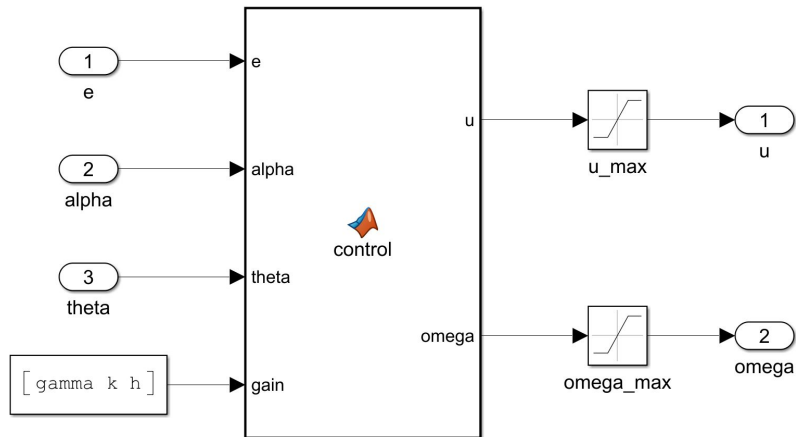
Resultados

Modelos

Controlador Linear

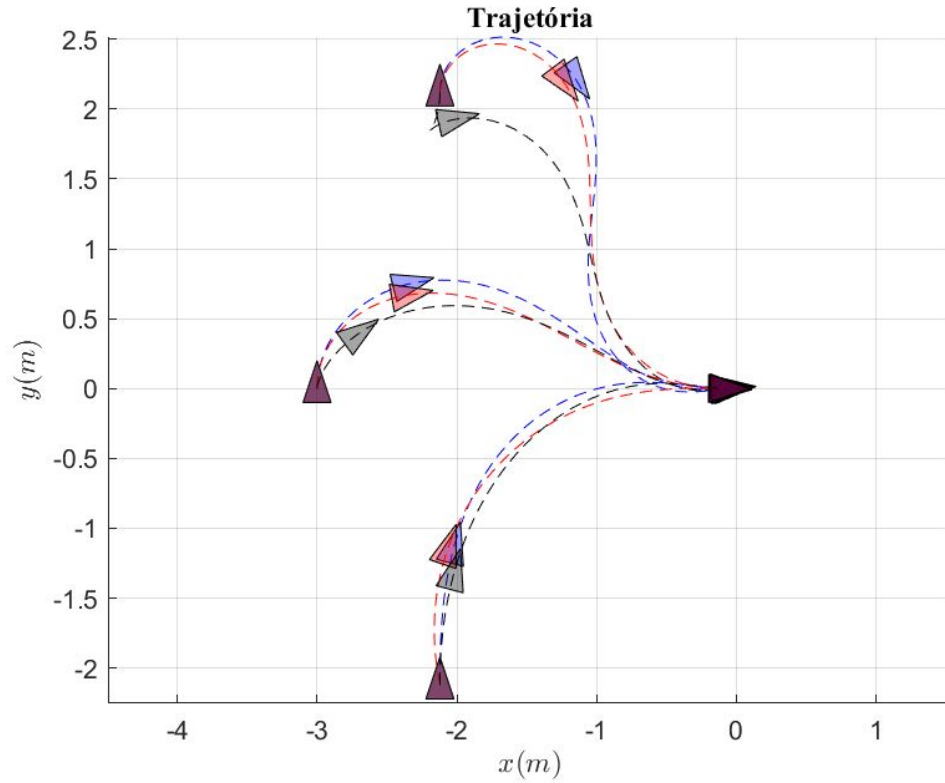


Controlador Não-linear



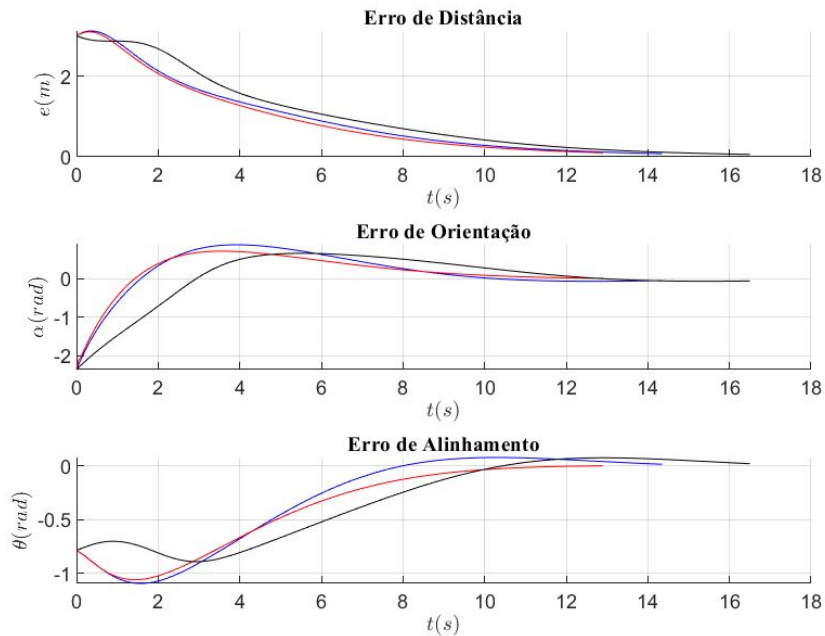
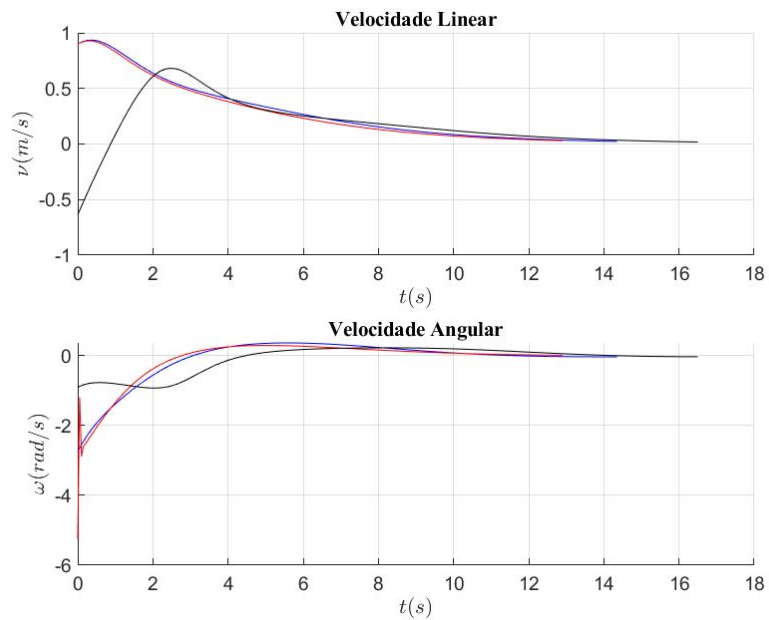
Resultados

Simulink



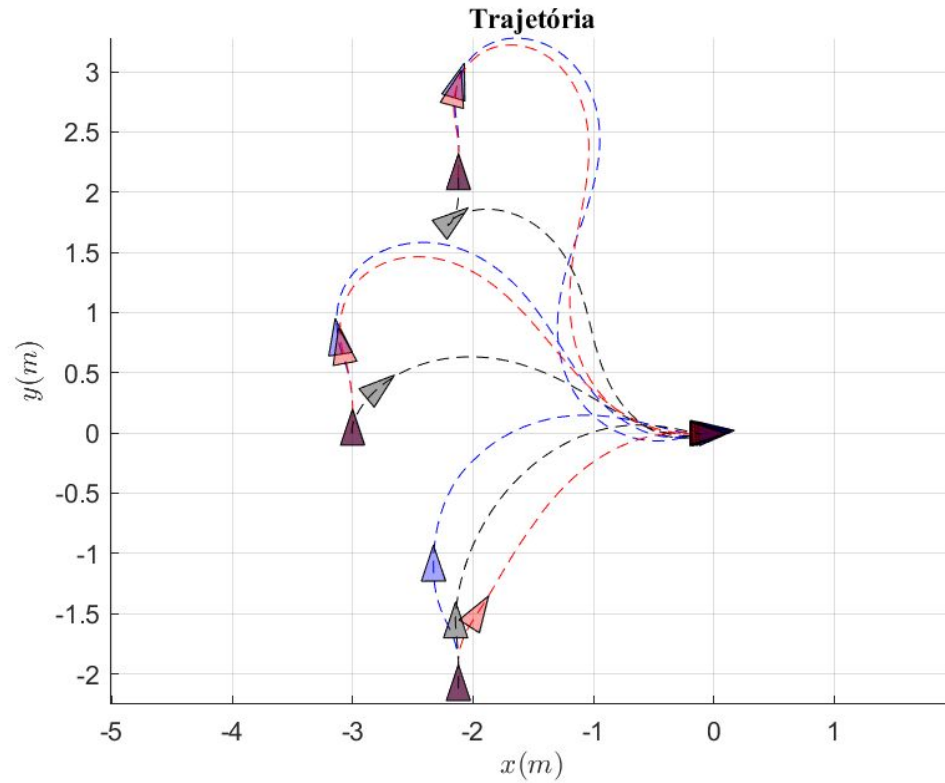
Resultados

Simulink



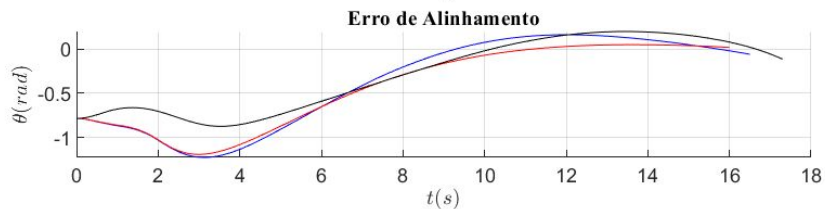
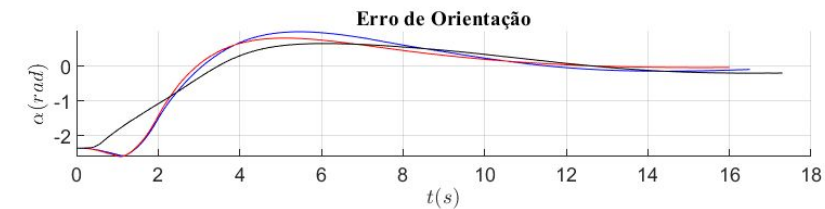
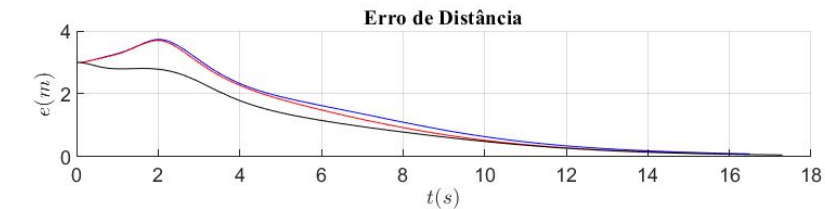
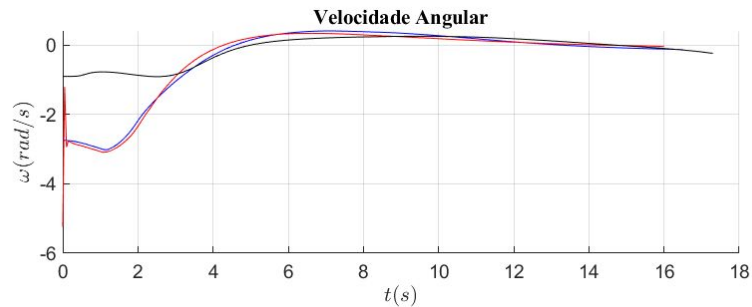
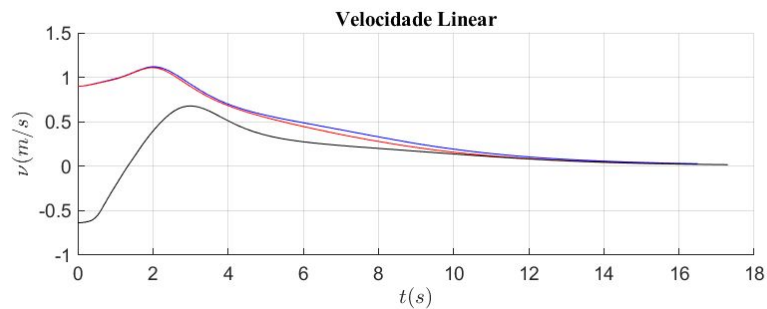
Resultados

Coppelia



Resultados

Coppelia



Análise e Conclusão

Entre as leis de controle

- O controle não-linear permite a realização de manobras mais “humanas” e que não são possíveis com o controle linear
- A ação derivativa diminui o sobressinal do alinhamento quando em comparação com o controle proporcional, porém ambos os controles P e PD não oferecem um movimento tão suave quanto o controle não-linear.

Entre as simulações

- O modelo do robô considerado no Simulink é o modelo uniclo, que é puramente cinemático e abstrai até mesmo o tipo de robô móvel com rodas
- O CoppeliaSim simula a dinâmica de corpos rígidos do Pioneer3DX, considerando atritos, torques e as inércias de todas as partes móveis do robô
- A diferença dos modelos é o maior motivo para a diferença entre os resultados.

Análise e Conclusão

Conclui-se que o controle não-linear é preferível na solução do problema de estabilização de pose, e pode ser facilmente empregado no seguimento de caminho; como apresentado pelo artigo de Aicardi.

O uso de uma modelagem cinemática considerando o modelo uniciclo facilita o projeto de controle em todos os casos tratados neste trabalho, porém não permite observar o impacto da dinâmica de corpos rígidos específica do robô utilizado. Portanto, faz-se necessário estender a compreensão do problema para a dinâmica do robô, de forma a buscar soluções de controle mais robustas.

Obrigado!