

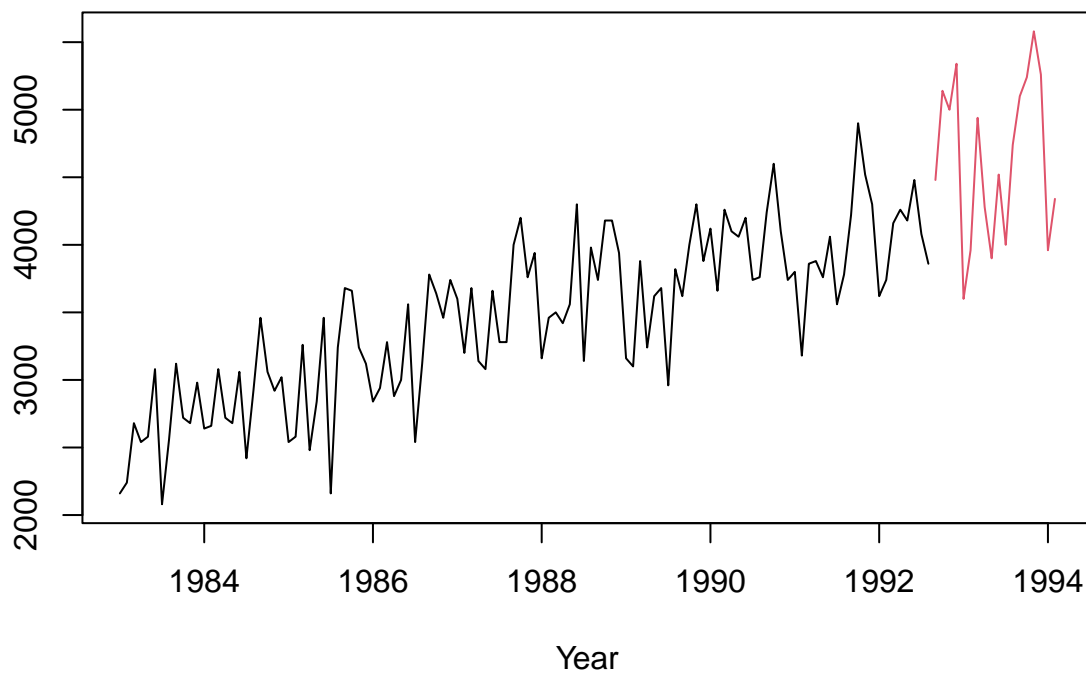
Universidade de Brasilia
Análise de Séries Temporais

Competição de Previsão M3 - Série 2049

Matheus Martinez

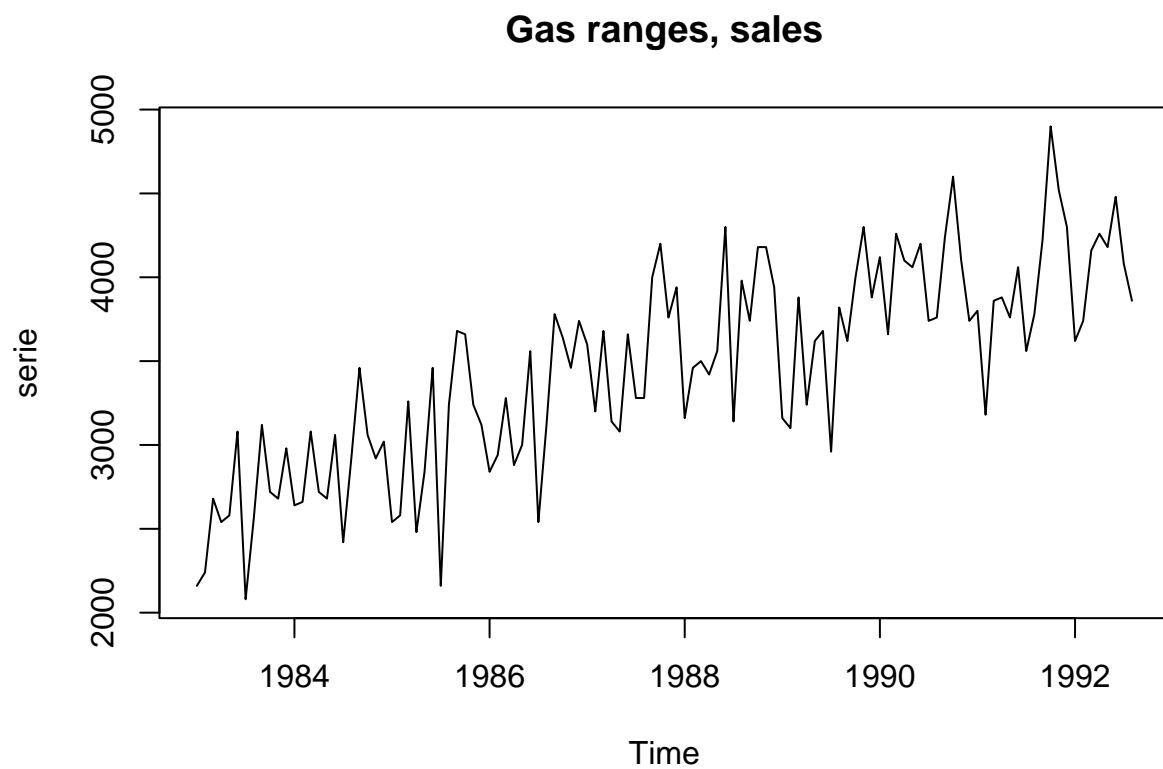
Brasília
Junho de 2024

N2208

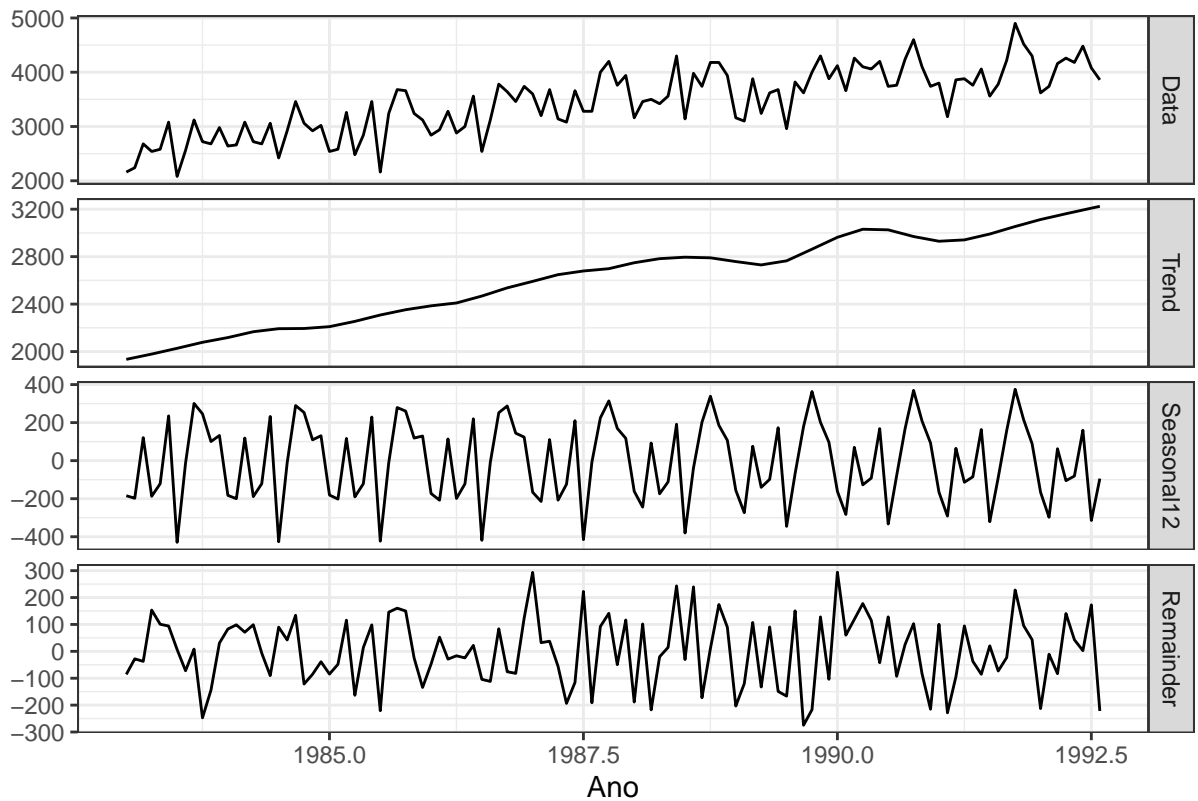


Introdução

O presente trabalho foi realizado com base na série temporal de ID 2049, presente no banco de dados da competição de previsão M3, disponibilizada no pacote Mcomp do R.



Para melhor visualização da série, foi feita sua decomposição utilizando a função `mstl()`. Os resultados obtidos são observados na figura a seguir.



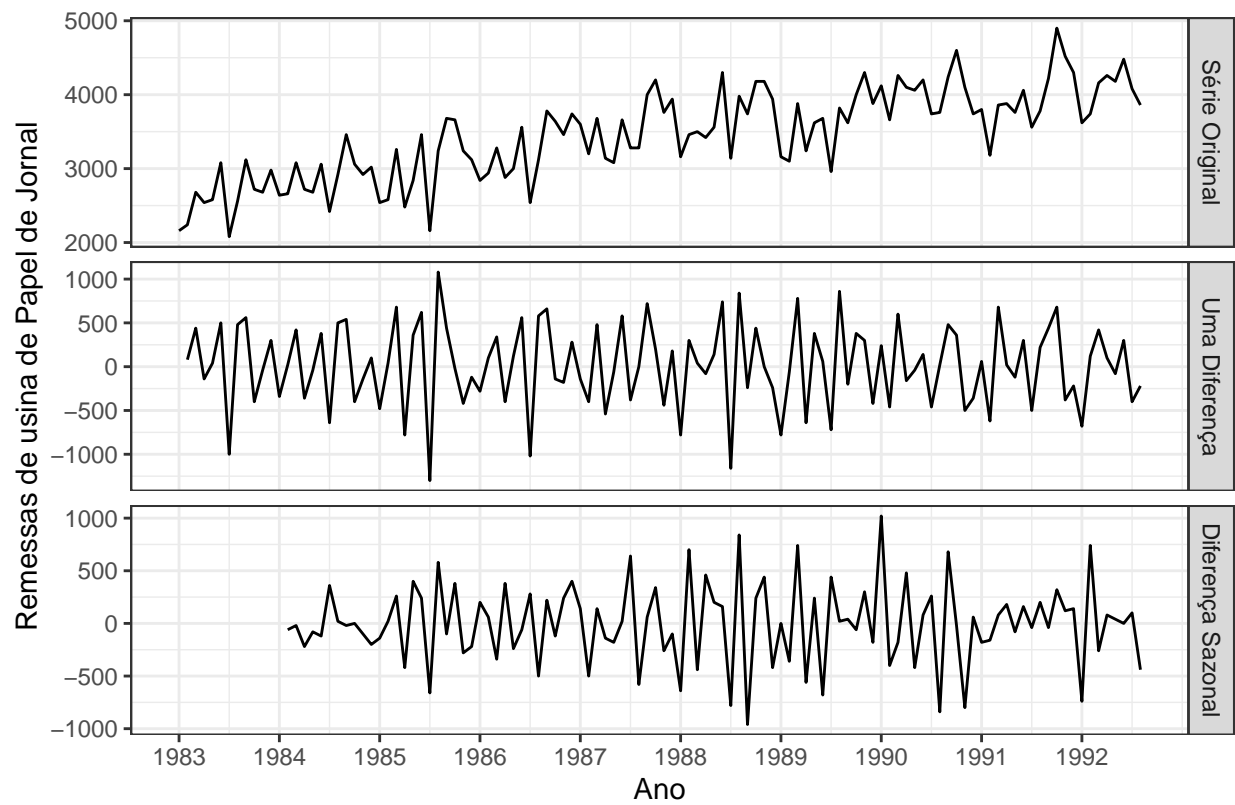
Nota-se que a série escolhida tem tendência de crescimento de forma linear. Em relação a componente de sazonalidade, a série é mensal, ou seja, apresenta ciclo sazonal $m = 12$. Já em relação aos resíduos, parece que ainda há sazonalidade presente, afastando os mesmos de um comportamento completamente aleatório, não sendo próxima de um ruído branco.

ARIMA

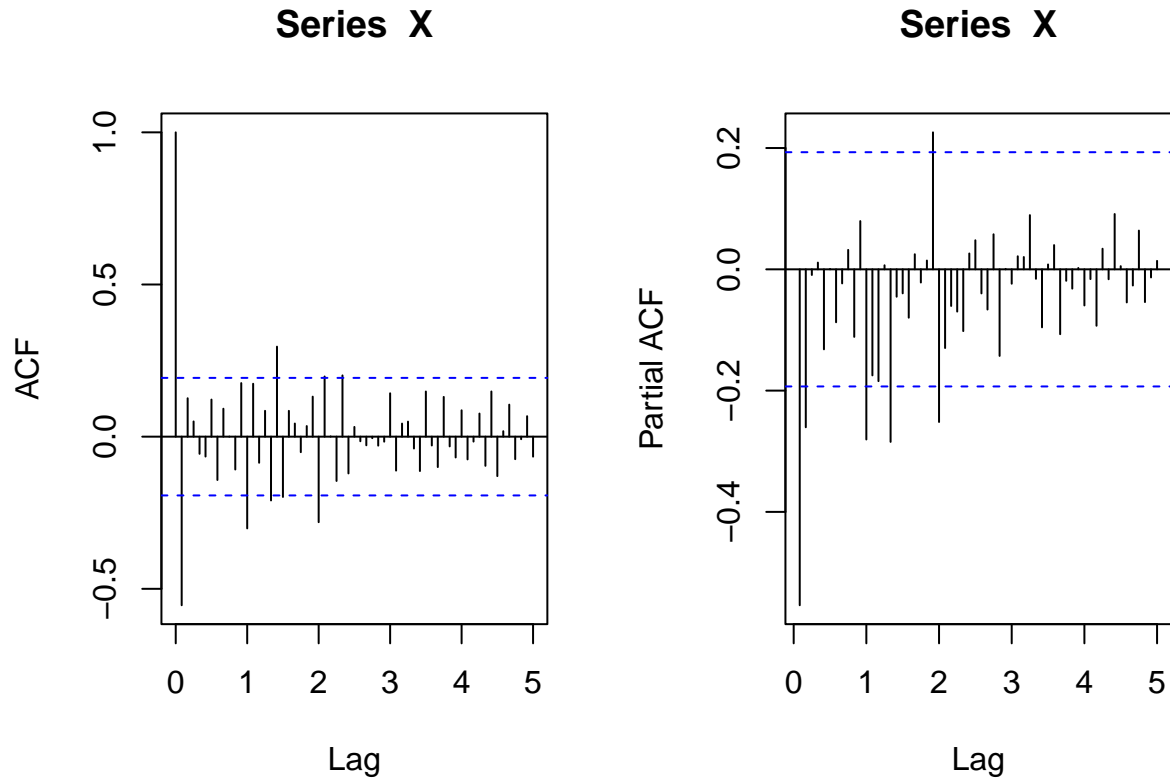
Série sem transformação

Primeiro foi verificado pela função `ndiffs()` do R que para que série se tornar estacionária seria necessário aplicar apenas 1 diferenciação, e para retirar a raiz unitária sazonal precisaria também de uma diferença a partir da função `nsdiffs()`, também do R. Com isso, aplicou-se as diferenças e a estacionariedade da série diferenciada não foi rejeitada através do teste KPSS (`kpss.test()`), que teve p-valor maior que 0.05, dessa maneira, à um nível de 5% de significância, não rejeitamos a hipótese de estacionariedade.

	Estatística	p_valor
KPSS Level	0.0284686	0.1



Com os resultados à cima, partimos para os gráficos de ACF e PACF, com o objetivo de escolher o melhor modelo ARIMA para a série sem transformação de Box-Cox:



No gráfico ACF, nota-se uma queda amortizada olhando o gráfico como um todo e, quanto à parte sazonal, observa-se um corte no $lag=1$. E no PACF, há um corte no $lag=1$ olhando para o gráfico em geral e ao analisar a parte sazonal, observa-se uma queda amortizada. Tais análises nos permitem concluir que os modelos mais adequados para a série são **Auto Regressivo**, com $p = 1$ e **Médias Móveis Sazonal**, com $Q = 1$.

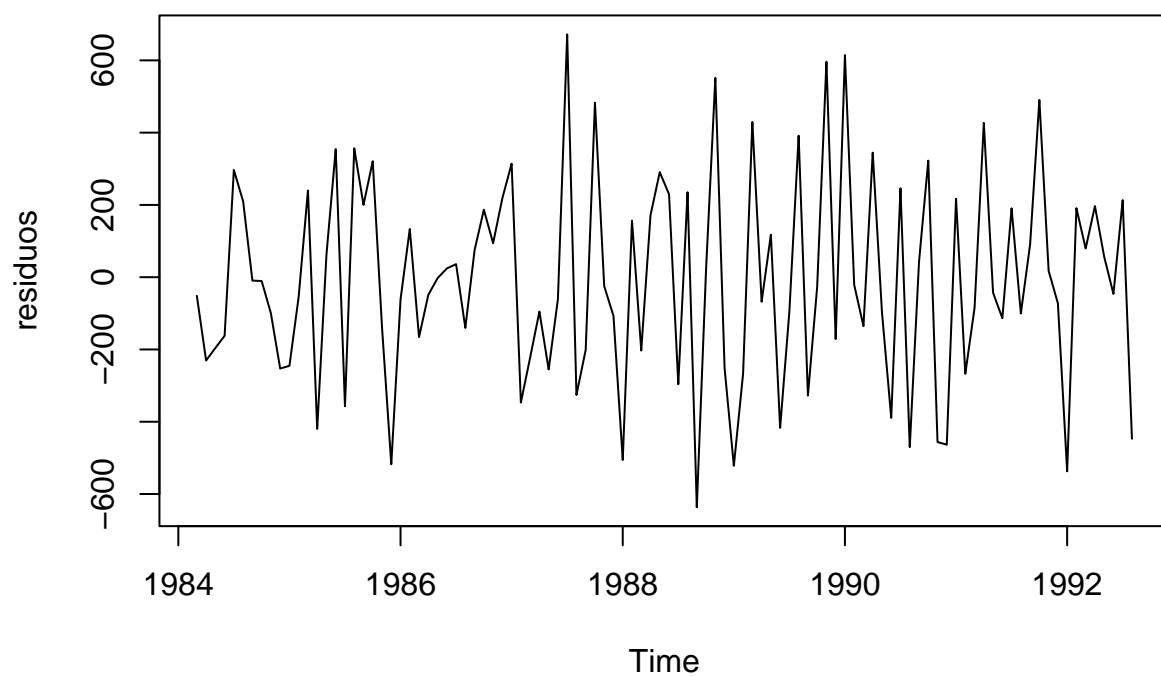
Além disso, ajustamos o modelo e verificamos, pelos coeficientes, que as raízes do modelo **ARIMA(1,1,0)x(0,1,1)₁₂** estão fora do círculo unitário, tornando o modelo inversível. O modelo candidato, seus coeficientes e raízes são mostrados abaixo:

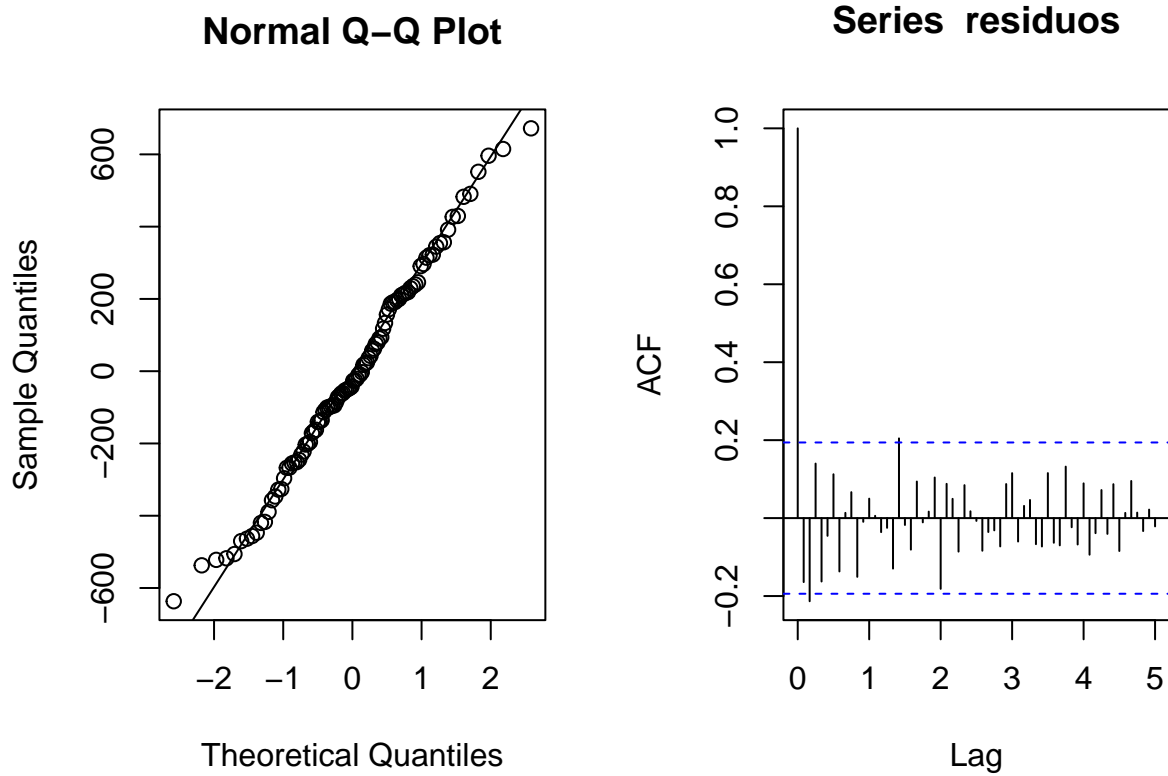
Coeficientes	
ar1	-0.5271226
sma1	-0.5942563

Modelo
Arima(y = serie, order = c(1, 1, 0), seasonal = c(0, 1, 1), include.mean = F, method = "CSS")

Agora, parte-se para a análise de resíduos para verificar se o modelo selecionado foi adequado.

Resíduos após inicialização do modelo





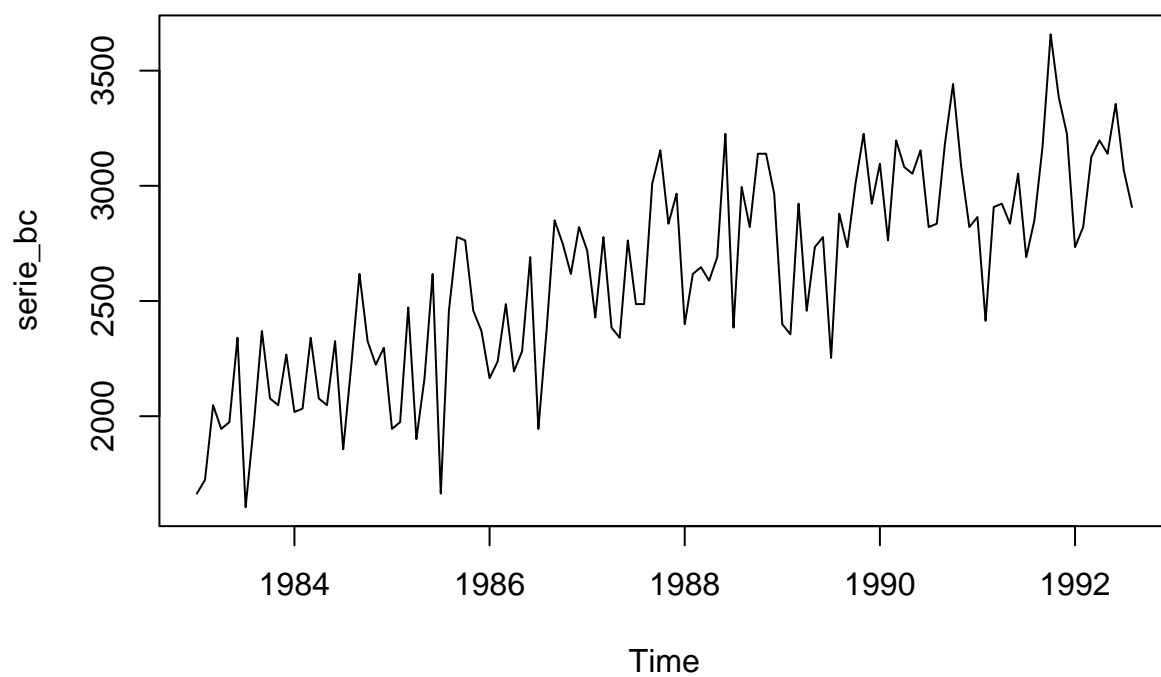
	Estatística	p_valor
W	0.9902596	0.6726265
KPSS Level	0.0402852	0.1000000
X-squared	20.0193849	0.1711903

Percebe-se pelos gráficos acima que os resíduos estão aleatorizados, são normais pelo Teste de Shapiro-Wilk, estacionários pelo teste KPSS e independentes pelo teste de Ljung-Box. Além de não sobrar nenhuma correlação significativa para os resíduos no gráfico ACF. As suposições dos resíduos são seguidas.

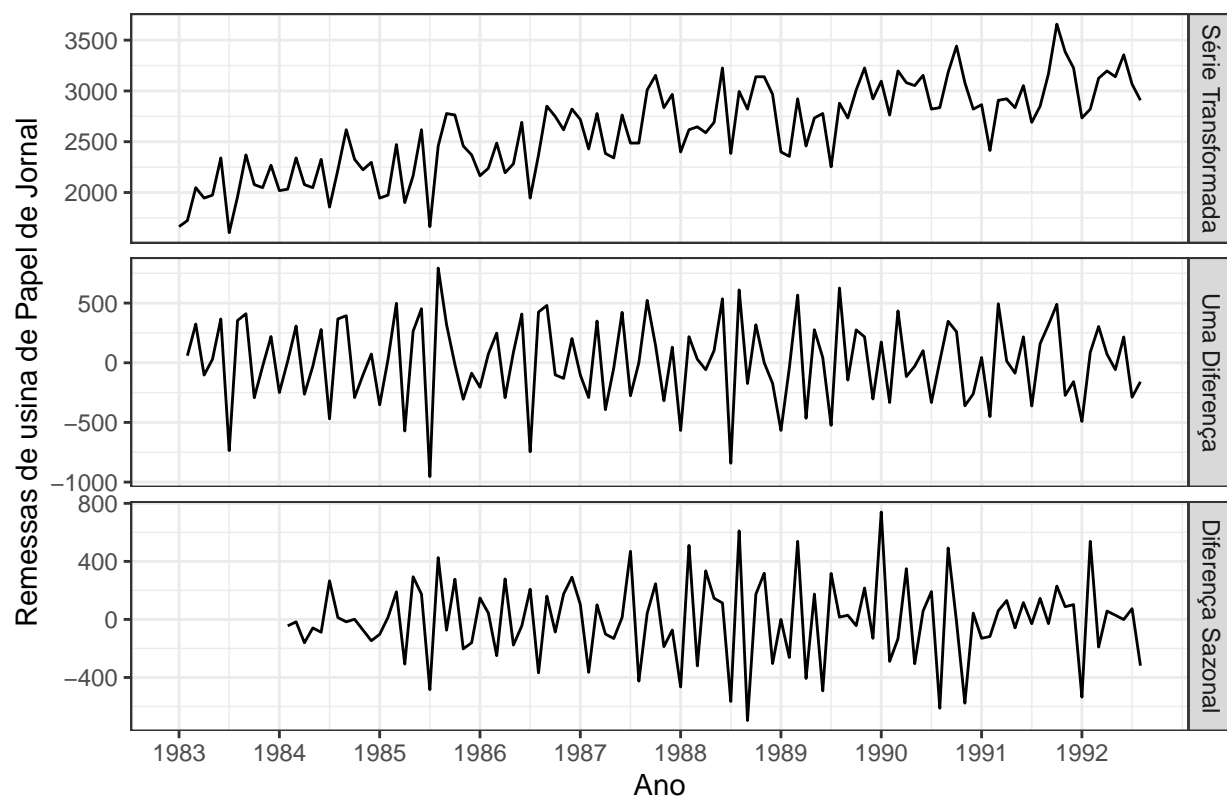
Série com transformação de Box-Cox

Primeiramente, para a série com transformação de Box-Cox (parâmetro $\lambda = 0,837$), leu-se pela função `ndiffs()` do R que para que série se tornar estacionária seria necessário aplicar 1 diferenciação, e para excluir a raiz unitária sazonal precisaria também de uma diferença a partir da função `nsdiffs()`. Com isso, aplicou-se as diferenças e a estacionariedade da série diferenciada não foi rejeitada através do teste KPSS (`kpss.test()`), que teve p-valor maior que 0.05, dessa maneira, à um nível de 5% de significância, não foi rejeitada a hipótese de estacionariedade.

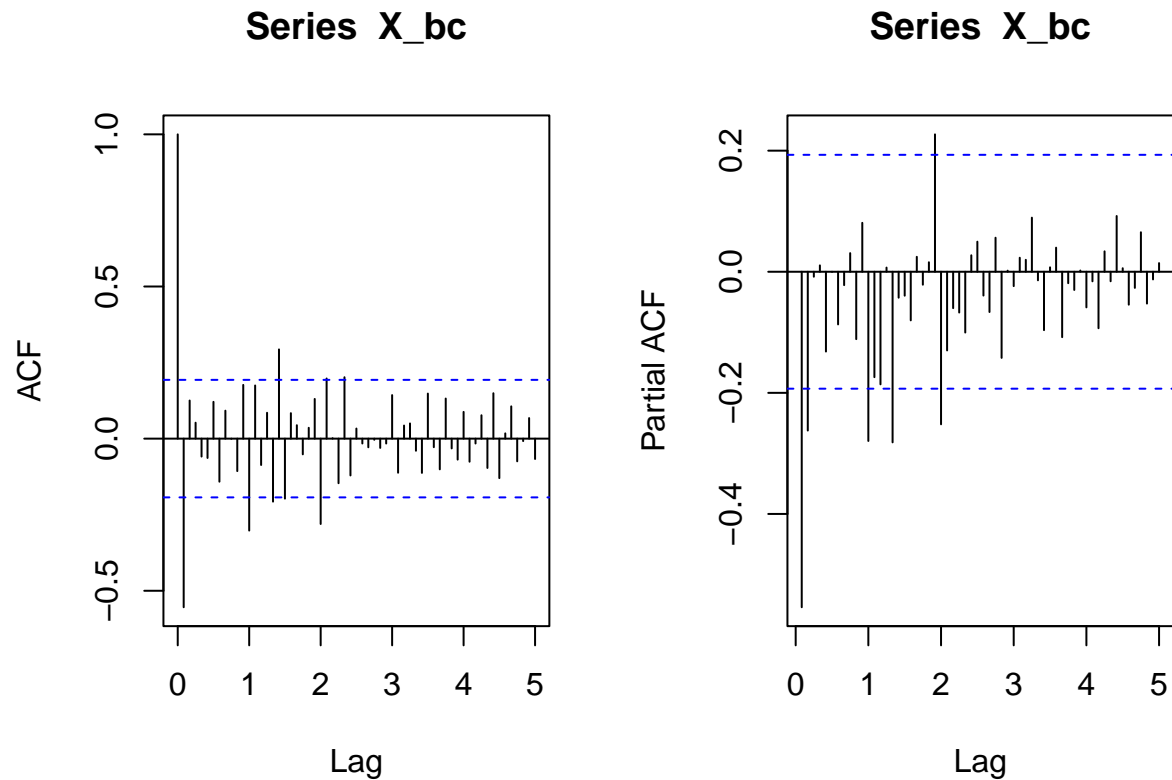
Série Transformada



	Estatística	p_valor
KPSS Level	0.028686	0.1



Com os resultados à cima, partimos para os gráficos de ACF e PACF, com o objetivo de escolher o melhor modelo ARIMA para a série com transformação de Box-Cox:



A partir da interpretação dos gráficos, percebe-se, do ponto de vista sazonal, um claro corte da série no gráfico ACF no *Lag* 1, como também uma amortização no gráfico PACF, sendo então um modelo **MA Sazonal**, onde $Q = 1$. Já do ponto de vista da série sem a sazonalidade, percebe-se uma amortização tanto no gráfico ACF e também um corte no PACF, o que indica um modelo **AR**, onde adotaremos $p = 1$.

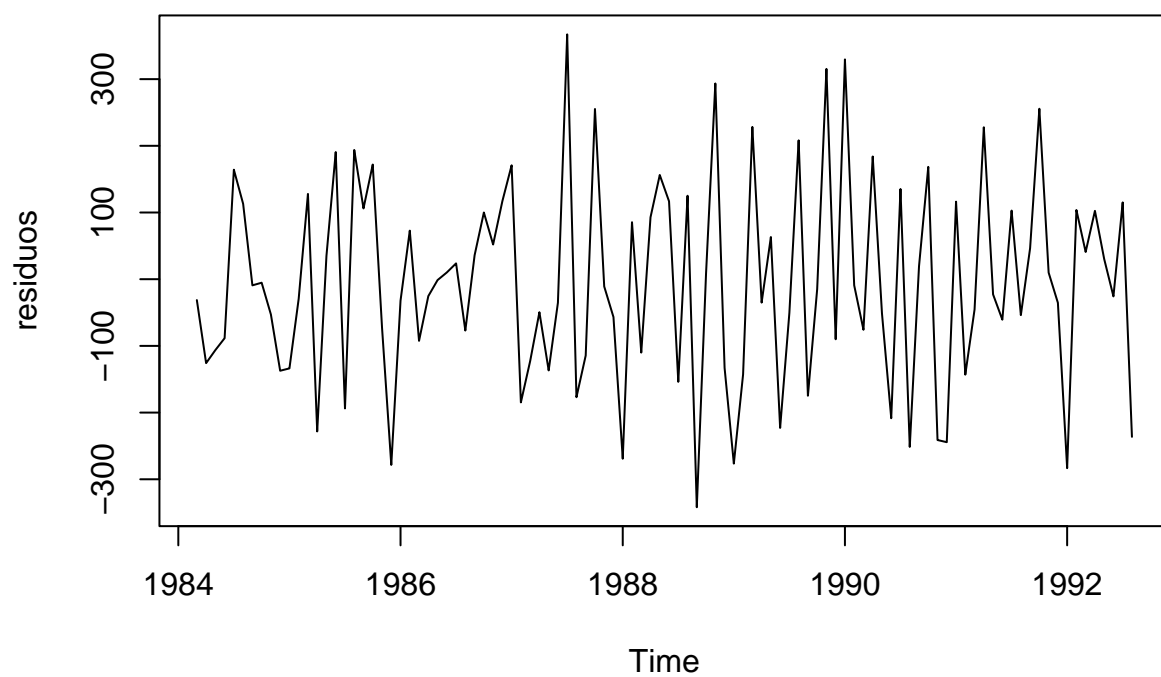
Além disso, ao ajustar e verificar o modelo, vê-se, pelos seus coeficientes, que as raízes do modelo **ARIMA(1,1,0)x(0,1,1)₁₂** estão fora do círculo unitário, tornando o modelo inversível e estacionário. O modelo candidato, seus coeficientes e raízes são mostrados abaixo:

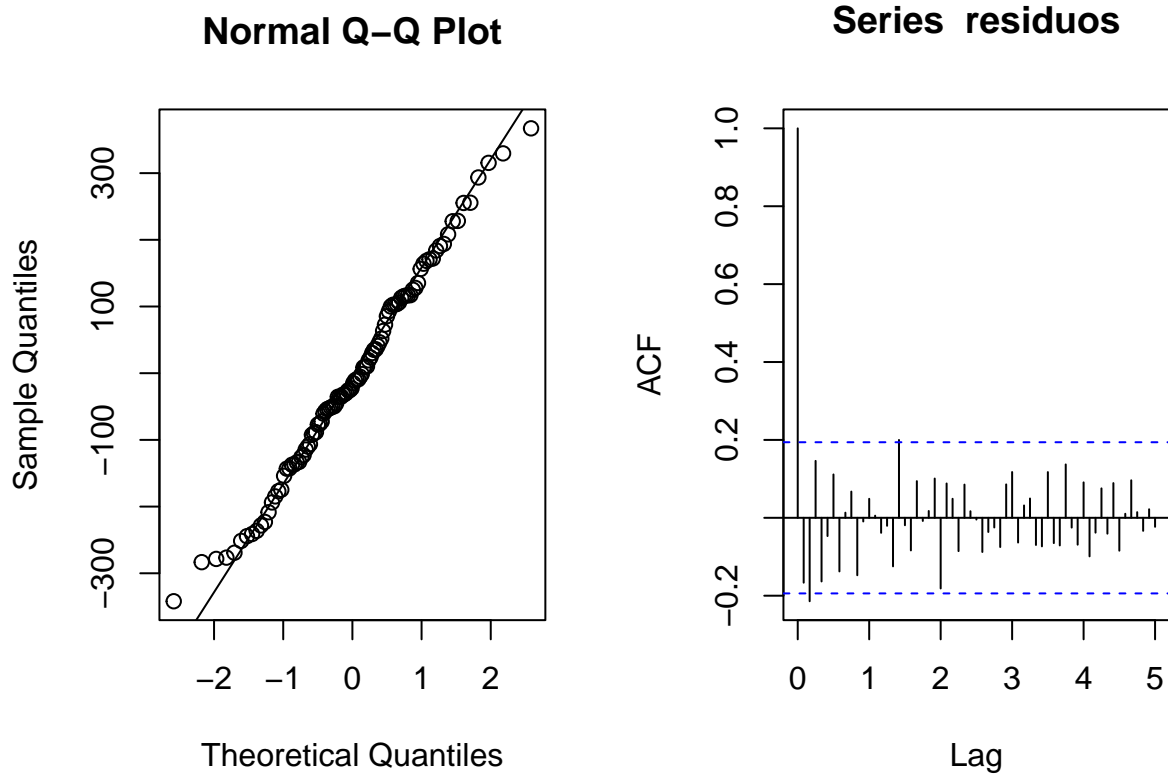
Coeficientes	
ar1	-0.5277957
sma1	-0.5914512

Modelo
Arima(y = serie_bc, order = c(1, 1, 0), seasonal = c(0, 1, 1), include.mean = F, lambda = lambda, method = 'CSS')

Agora, parte-se para a análise de resíduos para verificar se o modelo escolhido foi adequado.

Resíduos após inicialização do modelo





	Estatística	p_valor
W	0.9904084	0.6848725
KPSS Level	0.0419372	0.1000000
X-squared	20.2595293	0.1622013

Percebe-se pelos gráficos acima que os resíduos estão aleatorizados, são normais pelo Teste de Shapiro-Wilk, estacionários pelo teste KPSS e independentes pelo teste de Ljung-Box. Além de não sobrar nenhuma correlação significativa para os resíduos no gráfico ACF. As suposições dos resíduos são seguídas.

ETS

Série sem transformação

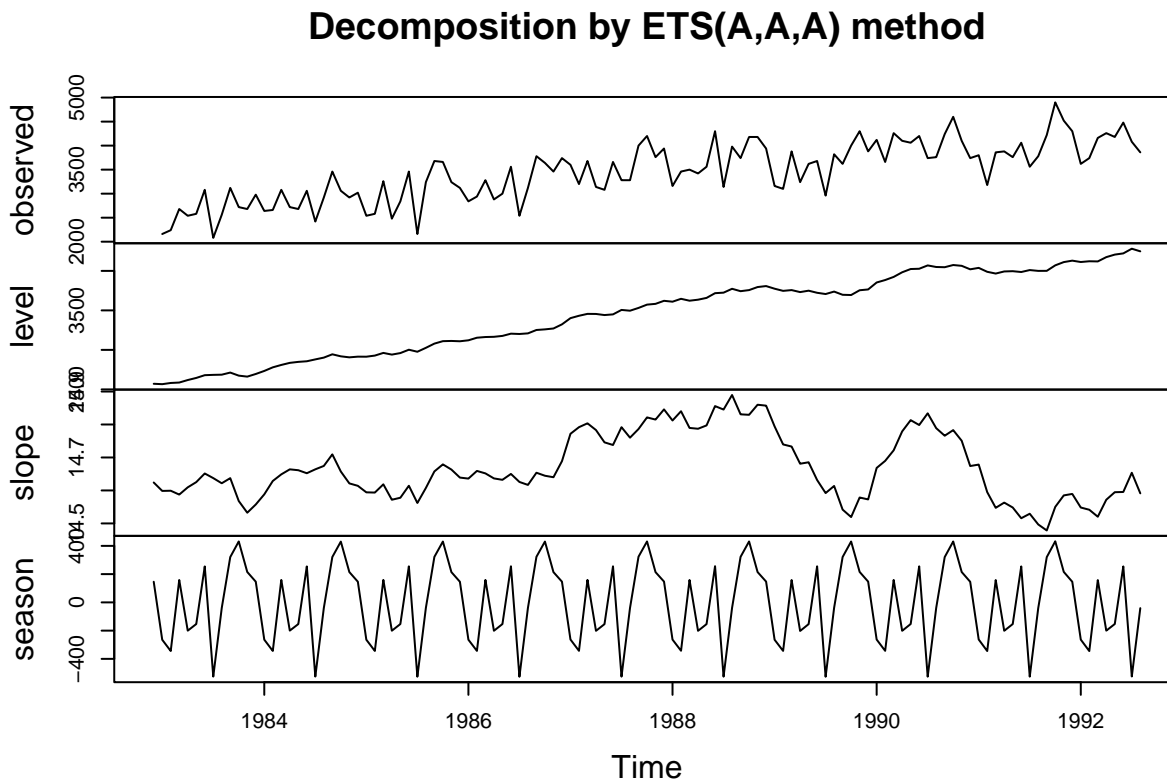
Como foi visto na introdução, sabe-se que a série possui tendência positiva e sazonalidade anual, por isso, para seleção do modelo ETS, será testado todas as combinações de modelos com sazonalidade e tendencia. Além disso, sabe-se que a série é extritamente positiva e por isso serão testados modelos com erros aditivos e multiplicativos, com exceção dos modelos com erros aditivos e sazonalidade multiplicativa pois estes são instáveis.

A tabela a seguir apresenta para cada modelo o resultado do critério de informação de Akaike (AIC), o AIC corrigido (AICc) e o critério de informação Bayesiano (BIC).

Modelo	AIC	AICc	BIC
ETS(A,A,A)	1844.609	1850.854	1891.420
ETS(A,Ad,A)	1849.093	1856.144	1898.657
ETS(M,A,A)	1838.679	1844.923	1885.490
ETS(M,Ad,A)	1844.299	1851.350	1893.863
ETS(M,A,M)	1848.224	1854.469	1895.035
ETS(M,M,M)	1851.143	1858.195	1900.708
ETS(M,Ad,M)	1852.601	1859.653	1902.166
ETS(M,Md,M)	1851.143	1858.195	1900.708

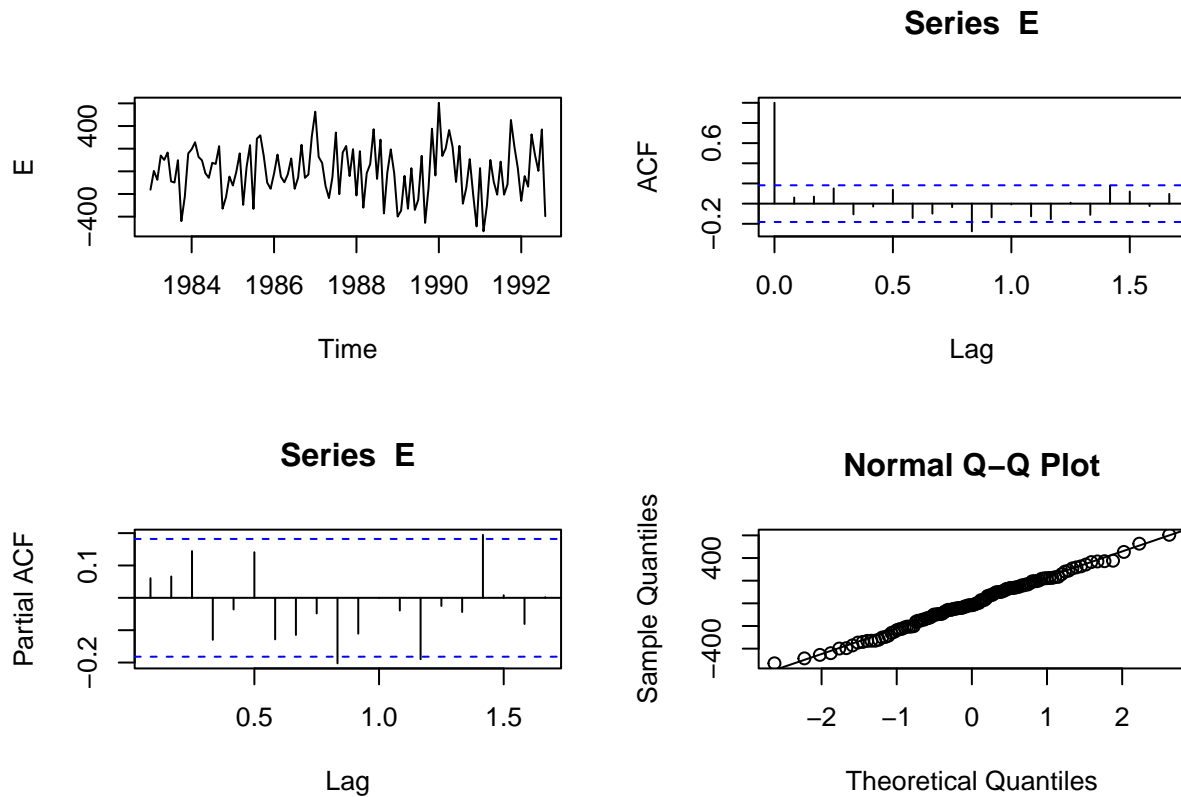
Os resultados apresentados na tabela anterior mostram que o modelo ETS(A,A,A) foi o que apresentou o menor valor para o AIC, AICc e BIC e por isso foi o escolhido. O modelo apresentou os parâmetros: $\alpha = 0.4866$, $\beta = 1e-04$ e $\gamma = 0.0011$.

O gráfico a seguir mostra a decomposição da série.



É interessante notar no gráfico anterior que a componente de crescimento (slope) não varia muito, o que também pode ser verificado pelo valor de β muito próximo de zero.

A seguir será feita a análise de resíduos



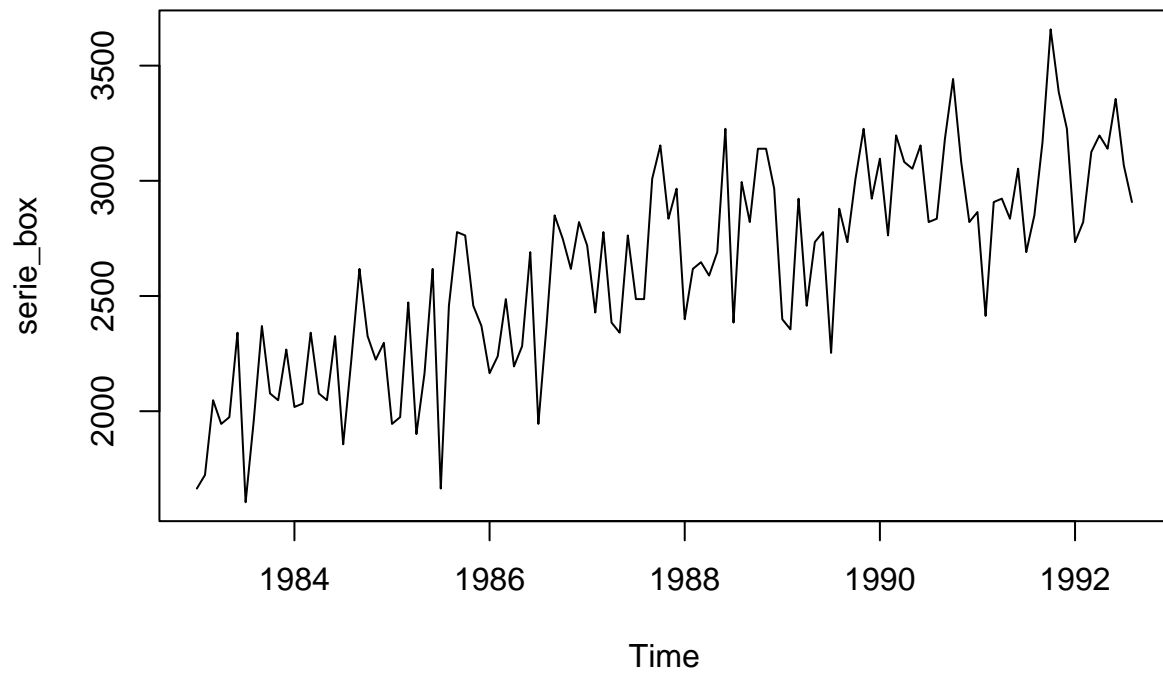
A partir da análise dos gráficos anteriores, percebe-se que não há indicação de autocorrelação dos resíduos e que eles parecem seguir normalidade. Para confirmar o que foi percebido nos gráficos, foram realizados os testes de Shapiro-Wilk, Kpss e Ljung-Box. Os p-valores apresentados na tabela a seguir confirmam que não deve-se rejeitar as hipóteses de normalidade, estacionaridade e independência dos resíduos.

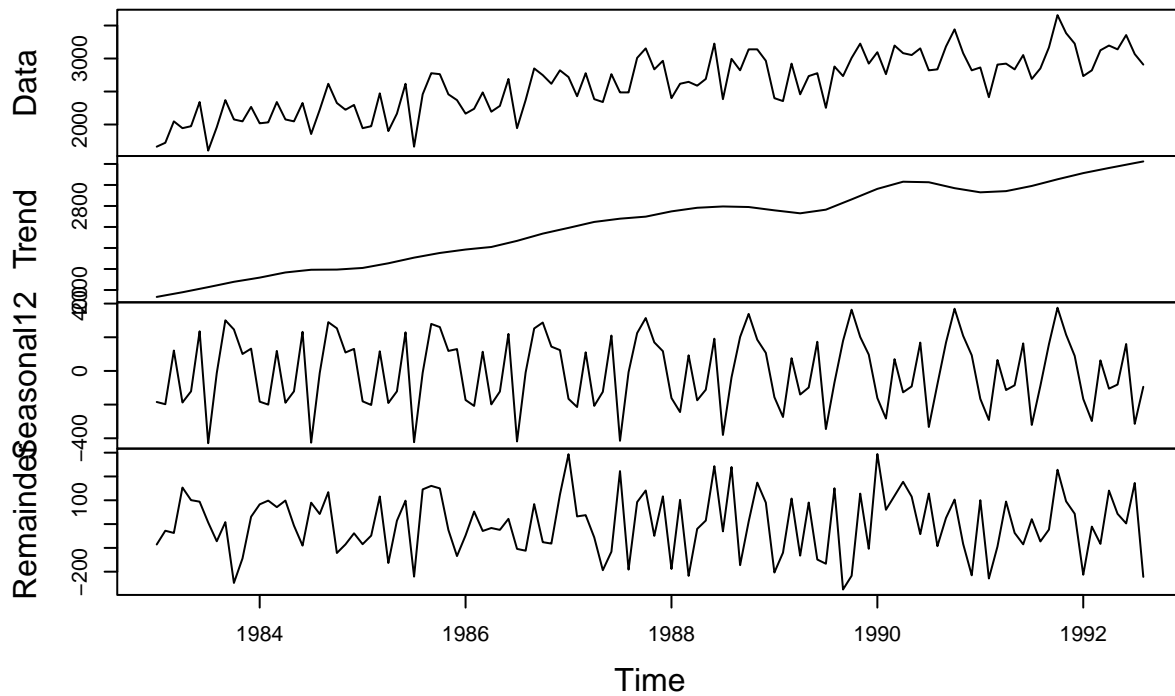
	Estatística	p_valor
W	0.9940054	0.9022379
KPSS Level	0.0729469	0.1000000
X-squared	28.9749967	0.0039738

Série com transformação de Box-Cox

Para realizar a transformação de Box-Cox na série escolhida, foi utilizado $\lambda = 0,837$, obtido através da função `BoxCox.lambda()`. Após a transformação, tem-se a série apresentada a seguir.

Serie com transformacao de Box-Cox





Após a transformação, percebe-se que a série ainda apresenta tendência e sazonalidade então serão analisados modelos ETS com sazonalidade e tendência. Além disso, a série é estritamente positiva, então serão considerados erros aditivos e multiplicativos. Assim como no caso sem transformação, não serão analisados modelos com erros aditivos e sazonalidade multiplicativa pois estes são instáveis.

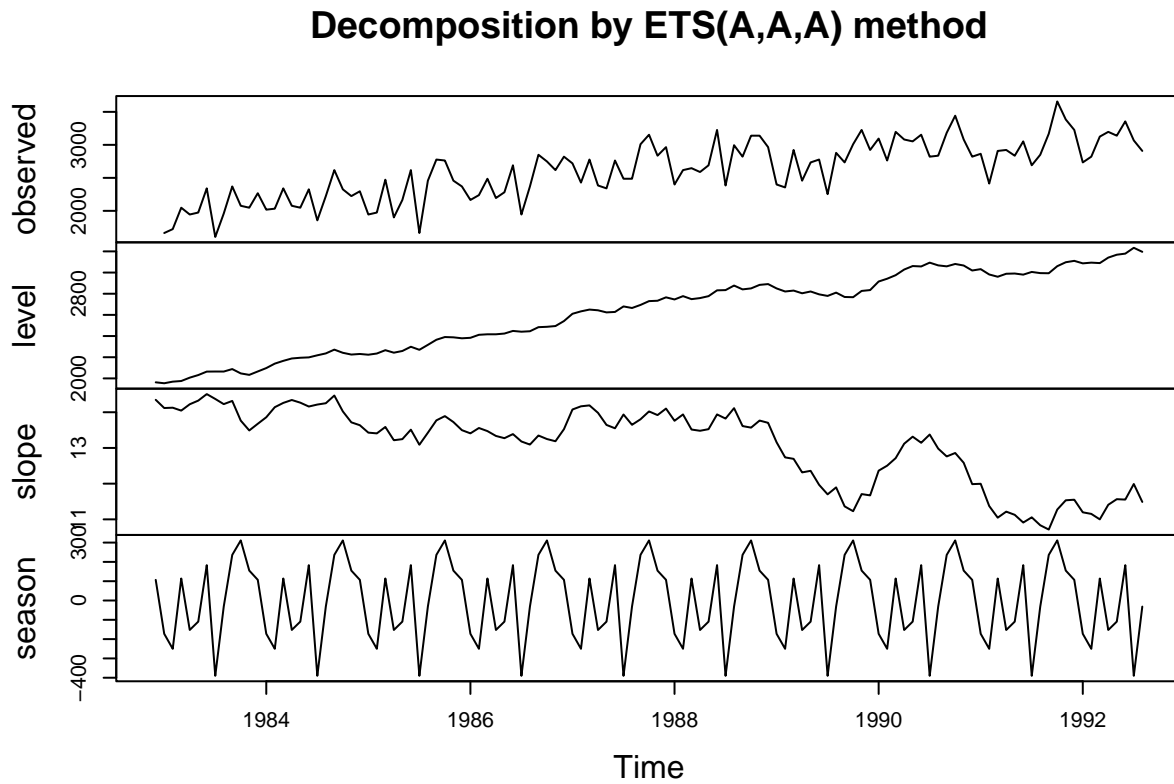
A tabela a seguir apresenta para cada modelo o resultado do critério de informação de Akaike (AIC), o AIC corrigido (AICc) e o critério de informação Bayesiano (BIC).

Modelo	AIC	AICc	BIC
ETS(A,A,A)	1772.481	1778.726	1819.292
ETS(A,Ad,A)	1775.151	1782.203	1824.716
ETS(M,A,A)	1765.180	1771.425	1811.991
ETS(M,Ad,A)	1770.710	1777.762	1820.275
ETS(M,A,M)	1775.091	1781.336	1821.902
ETS(M,M,M)	1777.528	1783.773	1824.339
ETS(M,Ad,M)	1777.638	1784.689	1827.202
ETS(M,Md,M)	1777.879	1784.931	1827.444

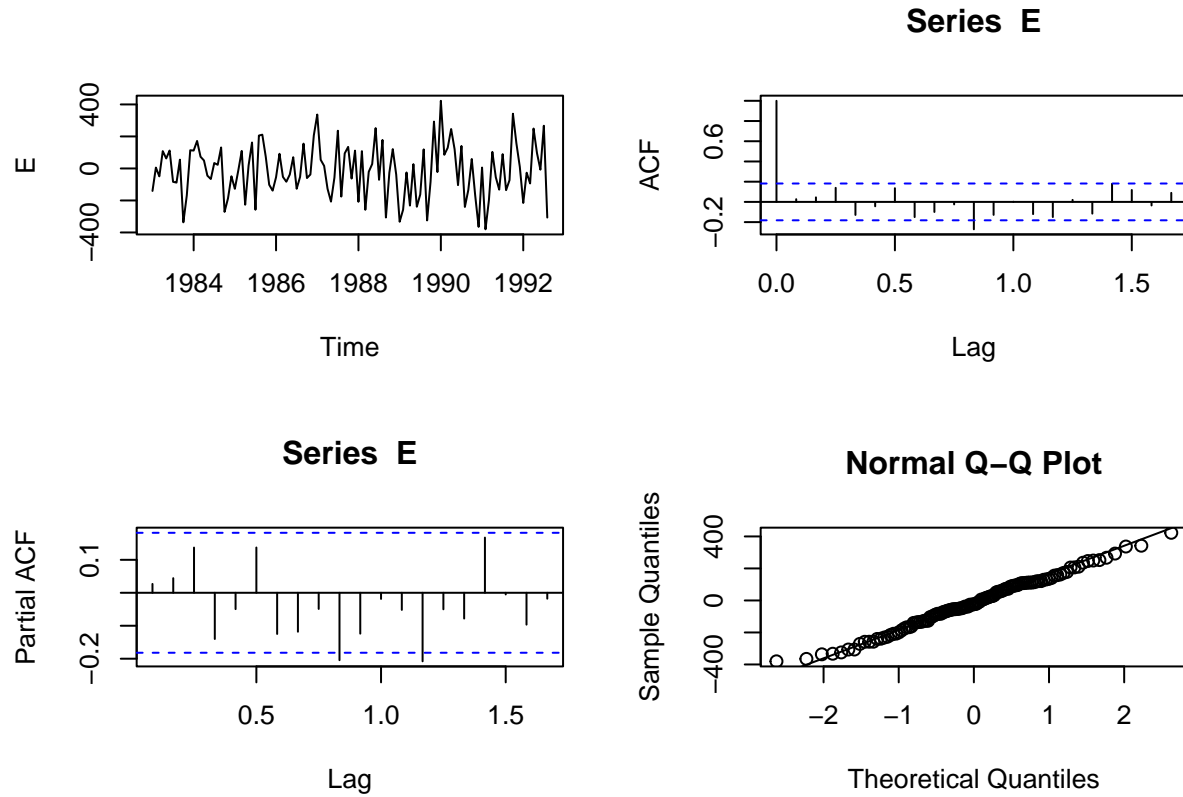
A tabela anterior mostra que o modelo ETS(A,A,A) foi o que apresentou menor valor para todos os critérios mas esses valores foram muito próximos do modelo ETS(M,A,A), como a variação da sazonalidade aparenta ser razoavelmente constante, o erro aditivo é o mais adequado. O modelo

selecionado foi o ETS(A,A,A), ele apresentou os parâmetros $\alpha = 0.4627$, $\beta = 1e-04$ e $\gamma = 1e-04$.

O gráfico a seguir mostra a decomposição da série.



A seguir será feita a análise de resíduos



	Estatística	p_valor
W	0.9923434	0.7725117
KPSS Level	0.0396670	0.1000000
X-squared	28.0455408	0.0054478

A partir da análise dos gráficos anteriores, percebe-se que não há indicação de autocorrelação dos resíduos e que eles aparentam seguir normalidade. Além disso, os testes de Shapiro-Wilk, Kpss e Ljung-Box apresentaram p-valor maior do que 0.5, ou seja, a um nível de significância de 5%, há evidências para afirmar que os resíduos são estacionários, independentes e apresentam distribuição normal.

Estudo de desempenho preditivo

Para elaboração do estudo de desempenho preditivo por janela deslizante, considera-se o estudo de janela em $n - 14$ e o os erros para os horizontes até 5. Considerando os modelos já mencionados anteriormente para constriuir as funções de previsão, os gráficos e a tabela a seguir representa os resultados dos erros absolutos por horizonte de previsão.

	ARIMA	ETS	ARIMA Transformada	ETS Transformada
h=1	195.6022	225.9500	195.5499	229.4330
h=2	218.4461	247.2945	214.6516	246.7769
h=3	300.7062	268.9272	296.4731	254.8693
h=4	247.8780	214.3286	244.1015	206.5733
h=5	216.3145	169.7530	217.3660	187.3254

Gráfico dos horizontes e seus erros de previsão

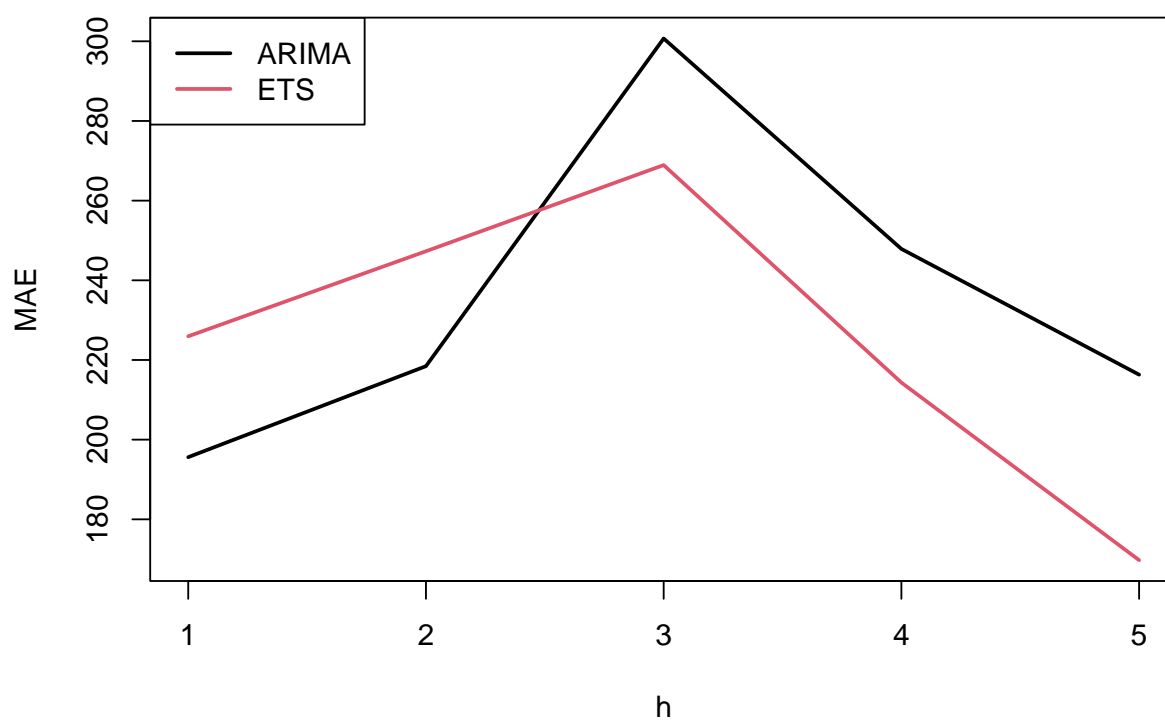
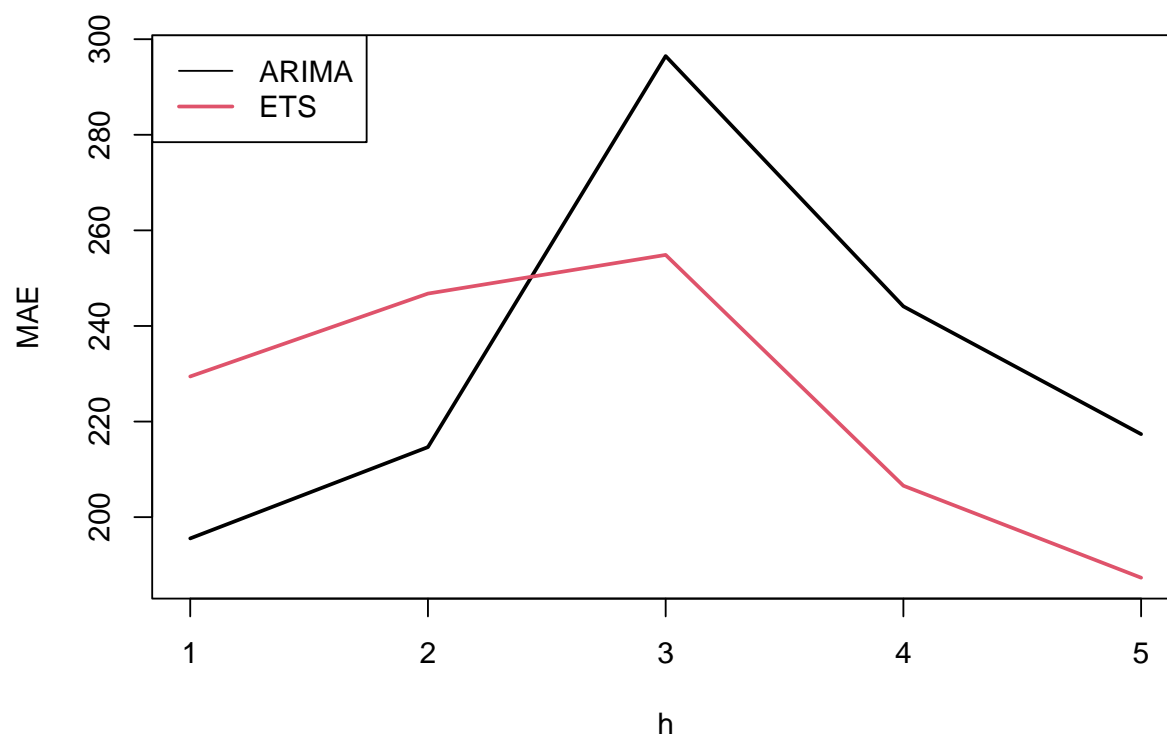


Gráfico dos horizontes e seus erros de previsão – Box–Cox



Analisando os gráficos obtidos, percebe-se que tanto para a série original quanto para a série transformada, o modelo que obteve os menores erros médios para previsão em todos os 5 horizontes foi o modelo $ARIMA(1, 1, 0)x(0, 1, 1)_{12}$. Portanto, esse foi o modelo que obteve o melhor comportamento para o caso original e transformado.

Resultados

A tabela a seguir apresenta a acurácia dos modelos selecionados e dos benchmarks.

	MAE
Arima	387.7815
ETS	356.9285
Arima BoxCox	383.7009
ETS Box Cox	363.0714
Auto arima	381.0764
Ses	356.9285
Holt	562.5790
Ets	356.9285
Stlf	350.1757

	MAE
Bats	391.1141
Tbats	451.7350

Com auxílio dos resultados obtidos na tabela de acurácia, quando comparado os quatro modelos, sem e com transformação, percebe-se que o valor do erro absoluto médio (MAE) é menor apenas para o ETS com transformação. Portanto, a utilização da transformação no caso do ARIMA não traz uma melhor acurácia para o modelo. Em relação a comparação de todos os modelos dispostos, sugere-se a utilização do modelo com o menor valor do MAE, nesse caso, o modelo Bats é o que possui o menor valor do MAE.

Conclusão

O modelo ARIMA obteve os menores erros médios para previsão em todos os cinco horizontes. Porém, percebe-se pela tabela de acurácia, que os dois modelos ARIMA, tanto sem e com transformação, foram os que apresentaram os maiores valores do MAE em relação a todos os modelos dispostos.

Logo, deve-se considerar um estudo mais aprofundado para decidir qual modelo utilizar, visto que o ARIMA foi o que obteve o melhor comportamento em relação ao desempenho preditivo, mas ao analisar com outros modelos, o modelo que possui a melhor acurácia, ou seja, apresenta o menor valor do erro absoluto médio (MAE), foi o de Bats.

Anexo

```
# Biblioteca
library(Mcomp)
library(tseries)
library(tidyverse)
library(forecast)

# Escolha da série
data(M3)
id=2049
serie <- M3[[id]]$x

# Visualização da série escolhida
plot(serie)

# Decomposição da série

mstl(serie, lambda = 'auto') %>%
  autoplot() +
```

```

labs(x = "Ano") +
theme_bw()

# ARIMA
# estacionariedade
serie %>% ndiffs()

serie %>% diff() %>% nsdiffs()

X <- serie %>% diff() %>% diff(lag=12)

p_valor <- c(kpss.test(X)$p.value)
Estatística <- c(kpss.test(X)$statistic)
Teste <- c("Estacionariedade")
d <- data.frame(Estatística,p_valor)
knitr::kable(d)

cbind('Série Original' = serie, 'Uma Diferença' = diff(serie),
      'Diferença Sazonal' = X) %>%
  autoplot(facets = T) +
  labs(x = "Ano", y = "Remessas de usina de Papel de Jornal") +
  scale_x_continuous(breaks = seq(1982,1992,1)) +
  theme_bw()

# GRAFICOS ACF E PACF
par(mfrow=c(1,2))      # NORMAL E SAZONAL
acf(X,lag.max = 5*12) # AMORTIZADO E CORTE NO 1
pacf(X,lag.max = 5*12) # CORTE NO 1 E AMORTIZADO
# AR 1 e MAs 1

# ARIMA(1,1,0)x(0,1,1)_{12}

fit = Arima(serie, order=c(1,1,0), seasonal = c(0,1,1),
            method = "CSS",include.mean = F)

dfit= data.frame(fit$coef)
names(dfit)= "Coeficientes"
knitr::kable(dfit, align = "c")
knitr::kable(data.frame(
  Modelo='Arima(y = serie, order = c(1, 1, 0), seasonal = c(0, 1, 1),
    include.mean = F, method = "CSS")',align = "c") #call do modelo

# analise de residuos
par(mfrow=c(1,1))
residuos <- fit$residuals %>% window(start=c(1984,3))
#par(mfrow=c(1,3))

```

```

plot(residuos,main="Resíduos após inicialização do modelo");
par(mfrow=c(1,2))
qqnorm(residuos); qqline(residuos);
acf(residuos, lag.max=12*5)

p_valor <- c(shapiro.test(residuos)$p.value,kpss.test(residuos)$p.value,
             Box.test(residuos, lag=15, type = "Ljung-Box")$p.value)
Estatística <- c(shapiro.test(residuos)$statistic,kpss.test(residuos)$statistic,
                 Box.test(residuos, lag=15, type = "Ljung-Box")$statistic)
Teste <- c("Normalidade","Estacionariedade","Independencia")
d <- data.frame(Estatística,p_valor)
knitr::kable(d)

# Serie com transformação

## USANDO BOXCOX
lambda <-BoxCox.lambda(serie)

serie_bc <- BoxCox(serie, lambda = lambda)
plot.ts(serie_bc,main="Série Transformada")

serie_bc %>% ndiffs()

serie_bc %>% diff() %>% nsdiffs()

X_bc <- serie_bc %>% diff() %>% diff(lag=12)

p_valor <- c(kpss.test(X_bc)$p.value)
Estatística <- c(kpss.test(X_bc)$statistic)
Teste <- c("Estacionariedade")
d <- data.frame(Estatística,p_valor)
knitr::kable(d)

cbind('Série Transformada' = serie_bc, 'Uma Diferença' = diff(serie_bc),
      'Diferença Sazonal' = X_bc) %>%
  autoplot(facets = T) +
  labs(x = "Ano", y = "Remessas de usina de Papel de Jornal") +
  scale_x_continuous(breaks = seq(1982,1992,1)) +
  theme_bw()

##GRAFICOS ACF E PACF
par(mfrow=c(1,2))          # NORMAL E SAZONAL
acf(X_bc,lag.max = 5*12) # AMORTIZADO E CORTE NO 1
pacf(X_bc,lag.max = 5*12) # CORTE NO 1 E AMORTIZADO
#AR 1 E MAs 1

```



```

# ajustando o modelo
fit2 = Arima(serie_bc, order=c(1,1,0), seasonal = c(0,1,1),
             method = "CSS",include.mean = F,lambda = lambda)
dfit2= data.frame(fit2$coef)
names(dfit2)= "Coeficientes"
knitr::kable(dfit2, align = "c")
knitr::kable(data.frame(Modelo="Arima(y = serie_bc,
                             order = c(1, 1, 0), seasonal = c(0, 1, 1),
                             include.mean = F, lambda = lambda, method = 'CSS')"),
              align = "c") #call do modelo

# analise de residuos
par(mfrow=c(1,1))
residuos <- fit2$residuals %>% window(start=c(1984,3))
#par(mfrow=c(1,3))
plot(residuos,main="Resíduos após inicialização do modelo");
par(mfrow=c(1,2))
qqnorm(residuos); qqline(residuos);
acf(residuos, lag.max=12*5)

p_valor <- c(shapiro.test(residuos)$p.value,kpss.test(residuos)$p.value,
             Box.test(residuos, lag=15, type = "Ljung-Box")$p.value)
Estatística <- c(shapiro.test(residuos)$statistic,kpss.test(residuos)$statistic,
                Box.test(residuos, lag=15, type = "Ljung-Box")$statistic)
Teste <- c("Normalidade","Estacionariedade","Independencia")
d <- data.frame(Estatística,p_valor)
knitr::kable(d)

# ETS

# Resultado de critério de informação ETS sem transformação
fit1<- ets(serie,model = "AAA")
fit2<- ets(serie,model = "AAA",damped = TRUE)
fit3<- ets(serie,model = "MAA")
fit4<- ets(serie,model = "MAA",damped = TRUE)
fit5<- ets(serie,model = "MAM")
fit6<- ets(serie,model = "MMM")
fit7<- ets(serie,model = "MAM",damped = TRUE)
fit8<- ets(serie,model = "MMM", damped = TRUE)

AIC <- rbind(fit1$aic,fit2$aic,fit3$aic,fit4$aic,
             fit5$aic,fit6$aic,fit7$aic,fit8$aic)
AICc <- rbind(fit1$aicc,fit2$aicc,fit3$aicc,fit4$aicc,
              fit5$aicc,fit6$aicc,fit7$aicc,fit8$aicc)
BIC <- rbind(fit1$bic,fit2$bic,fit3$bic,fit4$bic,
             fit5$bic,fit6$bic,fit7$bic,fit8$bic)

```

```

Modelo <- cbind(c("ETS(A,A,A)", "ETS(A,Ad,A)", "ETS(M,A,A)", "ETS(M,Ad,A)",
                  "ETS(M,A,M)", "ETS(M,M,M)", "ETS(M,Ad,M)", "ETS(M,Md,M)"))

d <- data.frame(Modelo,AIC,AICc,BIC)
knitr::kable(d)

# Decomposição ETS sem transformação
plot(fit1)

# Análise de resíduos ETS sem transformação
E <- fit1$residuals

par(mfrow=c(2,2))
plot(E)
acf(E)
pacf(E)
qqnorm(E)
qqline(E)

# Testes para ETS sem transformação
p_valor <- c(shapiro.test(E)$p.value, kpss.test(E)$p.value,
             Box.test(E, lag=15, type="Ljung-Box", fitdf=3)$p.value)
Estatistica <- c(shapiro.test(E)$statistic, kpss.test(E)$statistic,
                Box.test(E, lag=15, type="Ljung-Box", fitdf=3)$statistic)
Teste <- c("Normalidade", "Estacionariedade", "Independencia")
d <- data.frame(Estatistica, p_valor)
knitr::kable(d)

# ETS com transformação
lambda <- serie %>% BoxCox.lambda()
serie_box <- serie %>% BoxCox(lambda)

# Visualização e decomposição da ETS com transformação
plot(serie_box, main="Serie com\nttransformacao de Box-Cox")
mstl(serie_box) %>% plot()

# Resultado de critério de informação ETS com transformação
fit1<- ets(serie_box, model = "AAA")
fit2<- ets(serie_box, model = "AAA", damped = TRUE)
fit3<- ets(serie_box, model = "MAA")
fit4<- ets(serie_box, model = "MAA", damped = TRUE)
fit5<- ets(serie_box, model = "MAM")
fit6<- ets(serie_box, model = "MMM")
fit7<- ets(serie_box, model = "MAM", damped = TRUE)
fit8<- ets(serie_box, model = "MMM", damped = TRUE)

```

```

AIC <- rbind(fit1$aic,fit2$aic,fit3$aic,fit4$aic,
             fit5$aic,fit6$aic,fit7$aic,fit8$aic)
AICc <- rbind(fit1$aicc,fit2$aicc,fit3$aicc,fit4$aicc,
              fit5$aicc,fit6$aicc,fit7$aicc,fit8$aicc)
BIC <- rbind(fit1$bic,fit2$bic,fit3$bic,fit4$bic,
             fit5$bic,fit6$bic,fit7$bic,fit8$bic)

Modelo <- cbind(c("ETS(A,A,A)","ETS(A,Ad,A)","ETS(M,A,A)",
                  "ETS(M,Ad,A)","ETS(M,A,M)","ETS(M,M,M)",
                  "ETS(M,Ad,M)","ETS(M,Md,M)"))

d <- data.frame(Modelo,AIC,AICc,BIC)
knitr::kable(d)

# Decomposição ETS com transformação
plot(fit1)

# Análise de resíduos ETS com transformação
E <- fit1$residuals

par(mfrow=c(2,2))
plot(E)
acf(E)
pacf(E)
qqnorm(E)
qqline(E)

# Testes para ETS com transformação
p_valor <- c(shapiro.test(E)$p.value,kpss.test(E)$p.value,
             Box.test(E,lag=15,type="Ljung-Box",fitdf=3)$p.value)
Estatística <- c(shapiro.test(E)$statistic,kpss.test(E)$statistic,
                 Box.test(E,lag=15,type="Ljung-Box",fitdf=3)$statistic)
Teste <- c("Normalidade","Estacionariedade","Independência")
d <- data.frame(Estatística,p_valor)
knitr::kable(d)

#Funções de previsão

# Sarima
f_arima <- function(y, h){
  fit = Arima(y, order=c(1,1,0), seasonal=c(0,1,1))
  forecast(fit, h)
}

# Sarima com transformação
f_arima_boxcox <- function(y, h){
  fit = Arima(y, order=c(1,1,0), seasonal=c(0,1,1), lambda = 0.837)
  forecast(fit, h)
}

```

```

}
# ETS
f_ets <- function(y, h){
  fit = ets(y, model="AAA")
  forecast(fit, h)
}
# ETS com transformação
f_ets_boxcox <- function(y, h){
  fit = ets(y, model="AAA", lambda = 0.837)
  forecast(fit, h)
}

# Tamanho da série
n = length(serie)

# Erros de previsão

CV_arima = tsCV(y=serie, forecastfunction=f_arima, h=5, initial=n-14)
CV_arima_boxcox = tsCV(y=serie, forecastfunction=f_arima_boxcox,
                      h=5, initial=n-14)
CV_ets = tsCV(y=serie, forecastfunction=f_ets, h=5, initial=n-14)
CV_ets_boxcox = tsCV(y=serie, forecastfunction=f_ets_boxcox,
                    h=5, initial=n-14)

# Cálculo do erro absoluto médio (MAE) para cada horizonte de previsão

MAE_arima = CV_arima %>% abs() %>% colMeans(na.rm=T)
MAE_arima_boxcox = CV_arima_boxcox %>% abs() %>% colMeans(na.rm=T)
MAE_ets = CV_ets %>% abs() %>% colMeans(na.rm=T)
MAE_ets_boxcox = CV_ets_boxcox %>% abs() %>% colMeans(na.rm=T)

tab = cbind(as.numeric(MAE_arima), as.numeric(MAE_ets))
tab_boxcox = cbind(MAE_arima_boxcox, MAE_ets_boxcox)

tabela_erros = data.frame(MAE_arima, MAE_ets, MAE_arima_boxcox, MAE_ets_boxcox)
colnames(tabela_erros) <- c('ARIMA', 'ETS',
                          'ARIMA Transformada', 'ETS Transformada')
knitr::kable(tabela_erros)

# Gráfico das médias dos resultados dos erros

# Sem transformação <- as.numeric(tab)
par(mfrow=c(1,1))
plot.ts(tab, plot.type='s', col=c(1,2), lwd=2, xlab="h", ylab="MAE",
        main=bquote('Gráfico dos horizontes e seus erros de previsão'))
legend('topleft', legend=c("ARIMA", "ETS"), col=c(1,2), lwd=2)

```

```

# Com transformação
plot.ts(tab_boxcox, plot.type='s', col=c(1,2), lwd=c(2,2), xlab="h", ylab="MAE",
        main=bquote('Gráfico dos horizontes e seus erros de previsão - Box-Cox'))
legend('topleft', legend=c("ARIMA", "ETS"), col=c(1,2), lwd=c(1,2))

# Acurácia
## ajuste e previsão do modelo

#arima
xx.forec_arima <- f_arima(serie, M3[[id]]$h)

#ets
xx.forec_ets <- f_ets(serie, M3[[id]]$h)

#arima_boxcox
xx.forec_arima_boxcox <- f_arima_boxcox(serie, M3[[id]]$h)

#ets_boxcox
xx.forec_ets_boxcox <- f_ets_boxcox(serie, M3[[id]]$h)

#auto.arima
xx.forec_auto <- auto.arima(M3[[id]]$x, allowdrift=FALSE) %>% forecast(M3[[id]]$h)

#ses
xx.forec_ses <- ses(M3[[id]]$x, allowdrift=FALSE) %>% forecast(M3[[id]]$h)

#holt
xx.forec_holt <- holt(M3[[id]]$x, allowdrift=FALSE) %>% forecast(M3[[id]]$h)

#ets
xx.forec_ets <- ets(M3[[id]]$x) %>% forecast(M3[[id]]$h)

#stlf
xx.forec_stlf <- stlf(M3[[id]]$x) %>% forecast(M3[[id]]$h)

#bats
xx.forec_bats <- bats(M3[[id]]$x, allowdrift=FALSE) %>% forecast(M3[[id]]$h)

#tbats
xx.forec_tbats <- tbats(M3[[id]]$x, allowdrift=FALSE) %>% forecast(M3[[id]]$h)

## calculo do erro absoluto médio da previsão

MAE_arima2 <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_arima$mean))
MAE_ets2 <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_ets$mean))
MAE_arima_boxcox2 <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_arima_boxcox$mean))
MAE_ets_boxcox2 <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_ets_boxcox$mean))

```

```

MAE_auto <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_auto$mean))
MAE_ses <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_ses$mean))
MAE_holt <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_holt$mean))
MAE_ets <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_ets$mean))
MAE_stlf <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_stlf$mean))
MAE_bats <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_bats$mean))
MAE_tbats <- mean(abs(M3[[id]]$xx - xx.forec_tbats$mean))

data_mae <- rbind(MAE_arima2,MAE_ets2,MAE_arima_boxcox2, MAE_ets_boxcox2,
                  MAE_auto,MAE_ets,MAE_holt,MAE_ets,MAE_stlf,MAE_bats,MAE_tbats)

data_mae <- as.data.frame(data_mae)
colnames(data_mae) <- "MAE"
rownames(data_mae) <- c('Arima', 'ETS', 'Arima BoxCox', 'ETS Box Cox',
                        'Auto arima', 'Ses', 'Holt', 'Ets',
                        'Stlf', 'Bats', 'Tbats')
knitr::kable(data_mae)

```