Relativität elektrischer und magnetischer Felder

Lie.

Elektrische und magnetische Felder haben wir bis jetzt als grundsätzlich verschiedene Phänomene erfahren. Wir wollen nun zeigen, dass dieser Unterschied teilweise vom Bezugssystem abhängt. Wir wollen auch die Zusammenhänge zwischen den Feldern in verschiedenen Bezugssystemen untersuchen.

1. Ein B-Feld kann durch Wechsel des Bezugssystems als E-Feld erscheinen.

a) Für einen Beobachter bewege sich ein Teilchen der Ladung q mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ durch ein reines $\vec{B}$- Feld. Auf das Teilchen wirkt die Lorentzkraft $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$.

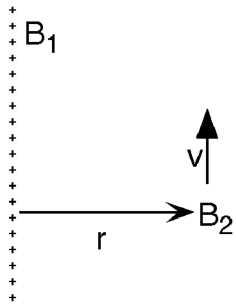
b) Ein zweiter Beobachter, der mit $\vec{v}$ neben dem Teilchen fliegt, stellt eine Beschleunigung des Teilchens fest. Da für ihn das Teilchen keine Anfangsgeschwindigkeit hat, folgert er, dass eine elektrische Kraft wirken muss: $\vec{F} = q\vec{E}$.

c) Da es sich um dieselbe Kraft handelt, muss eine Messung in beiden Bezugssystemen denselben Wert ergeben: $q\vec{E} = q\vec{v} \times \vec{B}$. Aus dieser Gleichung kann man q entfernen. Man erhält für den Zusammenhang zwischen den Feldern in zwei Bezugssystemen, die sich mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ gegeneinander bewegen, die Beziehung $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$.

2. Ein E-Feld kann durch Wechsel des Bezugssystems als B-Feld erscheinen.

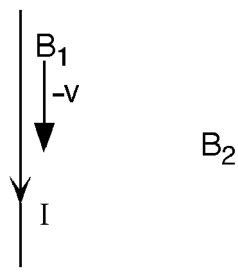
Wie man schon durch Kontrolle der Einheiten feststellen kann, lautet die Beziehung nicht einfach $\vec{B} = \vec{v} \times \vec{E}$. Hier sind detailliertere Überlegungen notwendig:

Ein unendlich langer, dünner Draht sei gleichmässig mit Ladung belegt. Die Ladung ruhe auf dem Draht. Die Ladungsdichte auf dem Draht sei $\lambda = dQ/dl$.
Der Beobachter B_1 sitze auf dem Draht, der Beobachter B_2 bewege sich im Abstand r mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ parallel zum Draht (Figur 1 und 2).



Figur 1: Beobachter B_1 folgert, dass am Ort von B_2 ein elektrisches Feld vorhanden sein muss. Die Stärke dieses Feldes ist, wie wir an früherer Stelle berechnet haben,

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$



Figur 2: Für den zweiten Beobachter bewegt sich die Ladung auf dem Draht, d.h. er beobachtet einen Strom der Stärke

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dl}\cdot\frac{dl}{dt} = \lambda v.$$

Mit diesem Strom ist ein B-Feld verbunden: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Wir wollen nun eine Beziehung zwischen den Erkenntnissen aus Fig. 1 und 2 finden:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \lambda v}{2\pi r} = \mu_0 v \frac{1}{2\pi}\frac{\lambda}{r} = \mu_0 v \frac{\varepsilon_0}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r} = \mu_0\varepsilon_0 v \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r} = \mu_0\varepsilon_0 v E$$

Wir haben nun eine Beziehung zwischen den Stärken der Felder, betrachten wir nun die Richtungen. Für Beobachter B_1 zeigt $\vec{E}$ in radialer Richtung vom Draht weg. Für Beobachter B_2 steht $\vec{B}$ senkrecht zur Drahtrichtung, in Figur 2 am Ort von B_2 aus der Zeichenebene heraus. Man kann sich überlegen, dass $\vec{B}$ parallel zu $-\vec{v}\times\vec{E}$ ist. Wir erhalten somit für den Zusammenhang der zwei Felder: $\vec{B} = -\mu_0\varepsilon_0 \vec{v}\times\vec{E}$

Die Konstante $\mu_0\varepsilon_0$ lässt sich noch eindrücklicher schreiben:

$$\mu_0\varepsilon_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\cdot 8.854\cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}} = 1.113\cdot 10^{-17}\ \frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^2} = \left(3.00\cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^{-2} = \frac{1}{c^2}$$

also: $\vec{B} = -\frac{1}{c^2}\vec{v}\times\vec{E}$

Hinweis: Die Formeln gelten nur für Geschwindigkeiten, die klein gegen die Lichtgeschwindigkeit sind, und sie beschreiben lediglich einen Teilaspekt. Die vollständigen Transformationsgleichungen findet man in der speziellen Relativitätstheorie Albert Einsteins (1905).

3. Folgerungen.

Die Beziehung $\vec{E} = \vec{v}\times\vec{B}$ besagt, dass aus einem Magnetfeld ein elektrisches Feld herauswachsen kann. Dies führt zum Induktionsgesetz von Faraday.

Die Beziehung $\vec{B} = -\mu_0\varepsilon_0 \vec{v}\times\vec{E}$ besagt, dass aus einem elektrischen Feld ein magnetisches Feld herauswachsen kann. Dies führt zum Gesetz von Maxwell.

Es hängt vom Bezugssystem ab, wie gross die Anteile elektrischer und magnetischer Feldstärken sind. Eine umfassende Theorie elektrischer und magnetischer Phänomene hat dies zu berücksichtigen. Die Elektrodynamik vom engl. Physiker James Clerk Maxwell (1831-1879) tut das. Seine Theorie (1864) ist heute noch die Grundlage fast der gesamten Elektrotechnik. Die spezielle Relativitätstheorie Albert Einsteins ist aus ihr herausgewachsen. Die Maxwellschen Gleichungen beschreiben aber keine Quantenphänomene (Supraleitung, Elementarladung, ...).

Die Formel $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ stammt von Weber (1846), der Wert wurde von Weber und Kohlrausch 1856 gemessen. Die Formel legte nahe, dass Licht ein elektromagnetisches Phänomen ist. Damit wurde die Optik ein Teil der Elektrodynamik. Licht ist eine elektromagnetische Welle. Ein sich zeitlich änderndes elektrisches Feld erzeugt ein zeitlich änderndes Magnetfeld, dieses wieder ein elektrisches Feld, dieses wieder ein magnetisches und so fort. Auf diese Weise können sich elektromagnetische Felder im Raum ausbreiten.