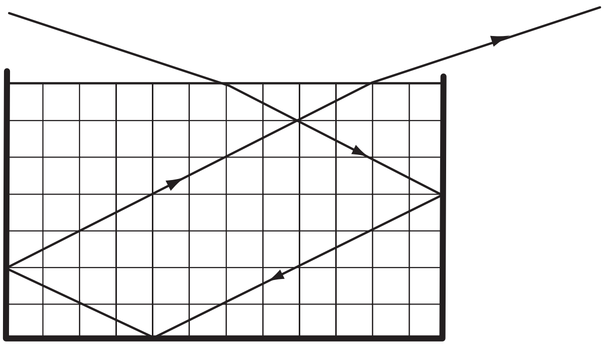
5.2 Brechung und Totalreflexion

21

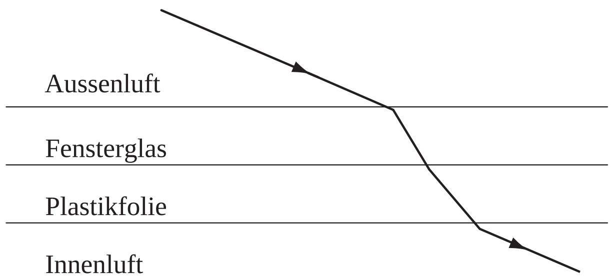
Beim Übergang in ein Medium gilt obige Aussage nicht mehr. Würde das Licht die kürzeste Strecke wählen, müsste es sich stets gerade ausbreiten. Jeder «Knick», wie er bei der Brechung auftritt, würde eine Verlängerung des Weges zur Folge haben. Versucht das Licht jedoch die Zeit zu minimieren, wählt es in einem optisch dünneren Medium die längere Strecke aus als in einem optisch dichteren. Es kommt zur Brechung des Lichts.

22



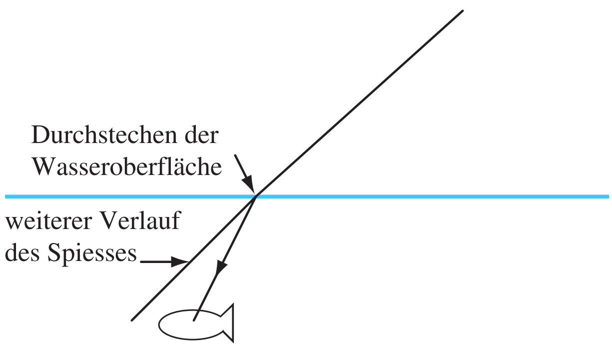
23

a)



b) Der eintretende und der austretende Lichtstrahl sind parallel. Es tritt keine Verzerrung auf.

24



a) Der Fischer trifft den Fisch nicht (siehe Skizze).

b) Der Winkel muss genau dem Brechungswinkel entsprechen:

$$\sin \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_1}{n_{12}}; \quad 32°$$

25

a) Im Glas werden die Strahlen gebrochen, was zu der betrachteten Erscheinung führt.

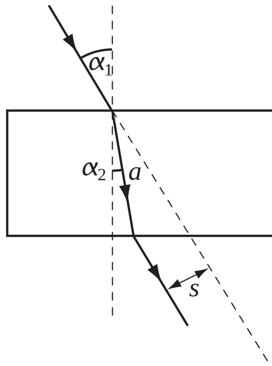
b) Aus der Skizze folgt:

$$a = \frac{d}{\cos \alpha_2} \text{ und } s = a \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_2);$$

a_2 errechnet sich mittels Brechungsgesetz:

$$\sin \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_1}{n_{12}}; \quad 19.5°$$

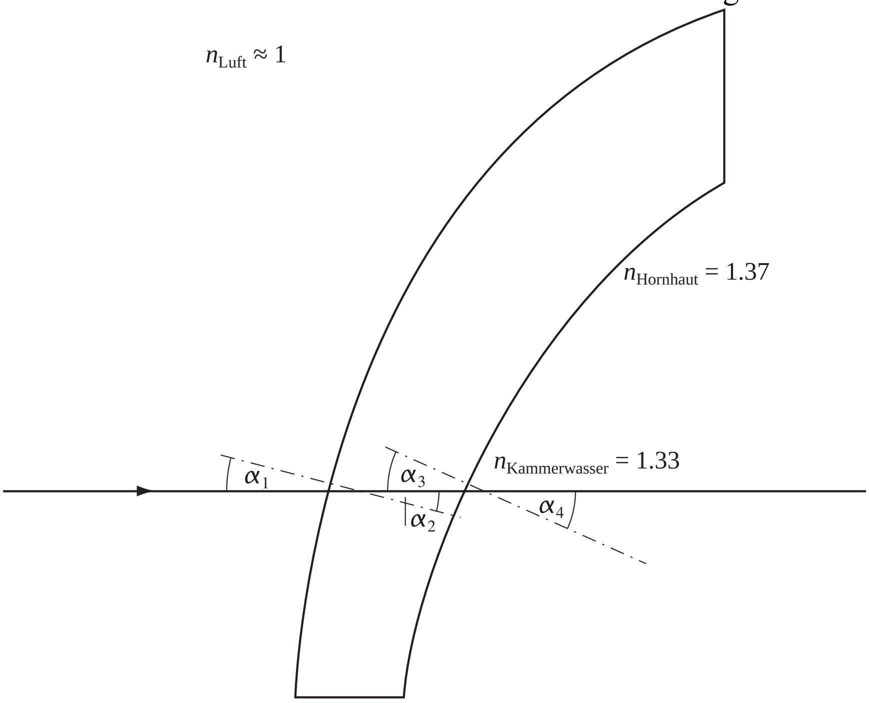
oben eingesetzt:



$$s = a \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_2) = d\,\frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\cos \alpha_2}; \quad 2.9 \text{ mm}$$

26

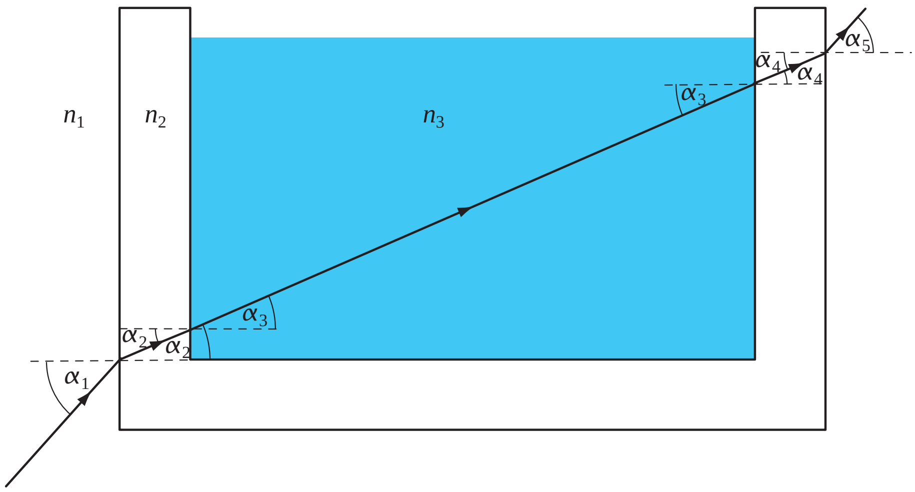
Die Hauptbrechung entsteht beim ersten Übergang in die Hornhaut. Beim Eintritt ins Kammerwasser wird der Strahl wieder leicht nach oben gebrochen.



$\alpha_1 = 15°$ $\quad\quad \alpha_2 = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha_1}{n_{\text{Hornhaut}}}\right); \quad 11°$

$\alpha_3 = 23°$ $\quad\quad \alpha_4 = \arcsin\left(\frac{n_{\text{Hornhaut}} \cdot \sin \alpha_3}{n_{\text{Kammerwasser}}}\right); \quad 24°$

27



Es gilt für den ersten Übergang zwischen den Stoffen 1 und 2:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Für jeden weiteren Übergang kann gezeigt werden, dass Folgendes gilt:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_i} = \frac{n_i}{n_1}$$

Beim letzten Übergang zurück in Luft gilt:

$\dfrac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_i} = \dfrac{n_i}{n_1}$ mit $n_i = n_1$, da wieder Luft: $\dfrac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_i} = 1$ oder $\alpha_i = \alpha_1$, w.z.b.w.

28

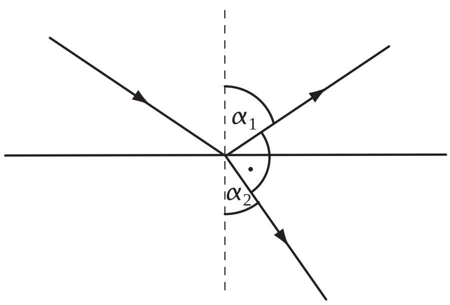
a) Bei parallelen Schichten gilt: $\dfrac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_5} = \dfrac{n_5}{n_1}$ (siehe Lösung zu Aufgabe 27);

$\sin \alpha_5 = \dfrac{n_1}{n_5} \sin \alpha_1$; 86.69°

b) 0.31°; Das ist gut der halbe Sonnendurchmesser.
(Wichtiger Zusatzeffekt: Da das Licht gut 8 min braucht, um die Erde zu erreichen, ist die Sonne in dieser Zeit bereits 2° tiefer gesunken.)

29

Da $\alpha_1 + \alpha_2 = 90°$ gilt, folgt:



$$n = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin(90° - \alpha_1)} = \frac{\sin\alpha_1}{\cos\alpha_2} = \tan\alpha_1$$

Die Höhe über dem Horizont beträgt: $90° - \arctan n$; $36.9°$

30

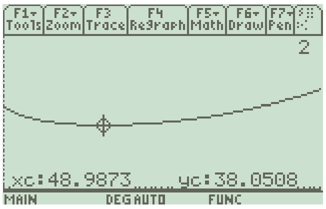
a) Aus $\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha'} = 1.51 = \frac{\sin\beta}{\sin\beta'}$ und $\beta' = \varphi - \alpha'$ folgt $\beta = 79.7°$ (rot).
Analog $\beta = 83.3°$ (grün)

b) $\gamma = \alpha + \beta - \varphi = 49.7$ (rot); $53.3°$ (grün)

c) $\alpha_{\min} = 28.7°$
Wenn $\alpha < \alpha_{\min}$ tritt an der Fläche B **Totalreflexion** auf.

d) Wenn $\alpha = \beta$, so auch $\alpha' = \beta' = \frac{\varphi}{2} = 30°$ und $\alpha_s = \arcsin(n \cdot \sin\frac{\varphi}{2}) = 49.0°$.
Diesen Spezialfall nennt man **symmetrischen Strahlengang**.

e) $\gamma = \alpha + \beta - \varphi = \alpha - \varphi + \arcsin\left(n \cdot \sin(\varphi - \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)\right)$



Etwa bei $\alpha = 50°$ wird der Winkel γ minimal**. Der symmetrische Strahlengang ist auch derjenige, bei dem der Ablenkungswinkel γ minimal wird**! Diese Vermutung lässt sich mit Hilfe der Differentialrechnung auch streng beweisen.

31

$\alpha = \alpha' = 0 \Rightarrow \beta' = \varphi$; $n = \frac{\sin\beta}{\sin\beta'} = \frac{\sin\beta}{\sin\varphi}$

32

Der erste Brechungswinkel β_1 lässt sich mit dem Brechungsgesetz ausdrücken:

$\beta_1 = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha_1}{n}\right)$. Aus der Geometrie des Prismas folgt: $\alpha_2 = \varphi - \beta_1$

Somit ist $\beta_2 = \arcsin\left(n\sin\alpha_2\right) = \arcsin\left(n\sin\left(\varphi - \arcsin\left(\frac{\sin\alpha_1}{n}\right)\right)\right)$ und der gesamte Ablenkungswinkel ist:

$$\gamma = \alpha_1 - \varphi + \beta_2 = \alpha_1 - \varphi + \arcsin\left(n \cdot \sin\left(\varphi - \arcsin\left(\frac{\sin\alpha_1}{n}\right)\right)\right)$$

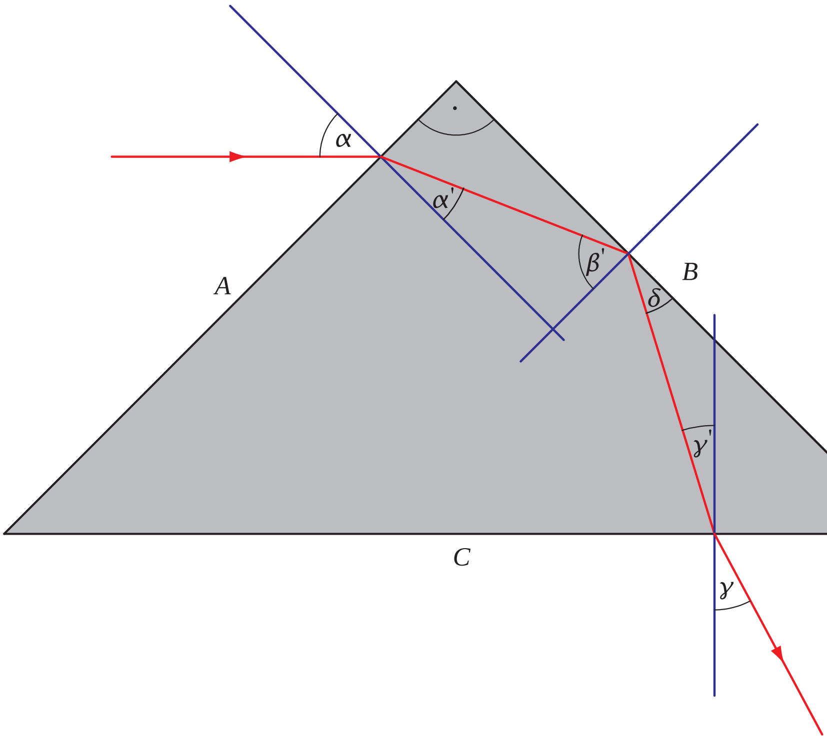
$\gamma_{\text{rot}} = 41.2°$ und $\gamma_{\text{violett}} = 42.2°$

Der Winkel zwischen den beiden Strahlen ist 1.0°.

33

$\sin\beta \geq 1 \qquad \beta' \geq \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 36° \qquad \alpha' \leq \varphi - \beta' = 24° \qquad \alpha \leq \arcsin(n \cdot \sin\alpha') = 44°$

34



$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha'} = n \Rightarrow \alpha' = \arcsin\left(\frac{\sin 45°}{1.54}\right) = 27.3°\,; \quad \beta' = \varphi - \alpha' = 62.7°$

$\frac{\sin\beta}{\sin\beta'} = n \Rightarrow \sin\beta > 1$

An der Fläche B wird der Lichtstrahl ins Prismeninnere reflektiert.
Der Winkel δ ist auf Grund des Reflexionsgesetzes: $\delta = 90° - \beta' = 27.3°$

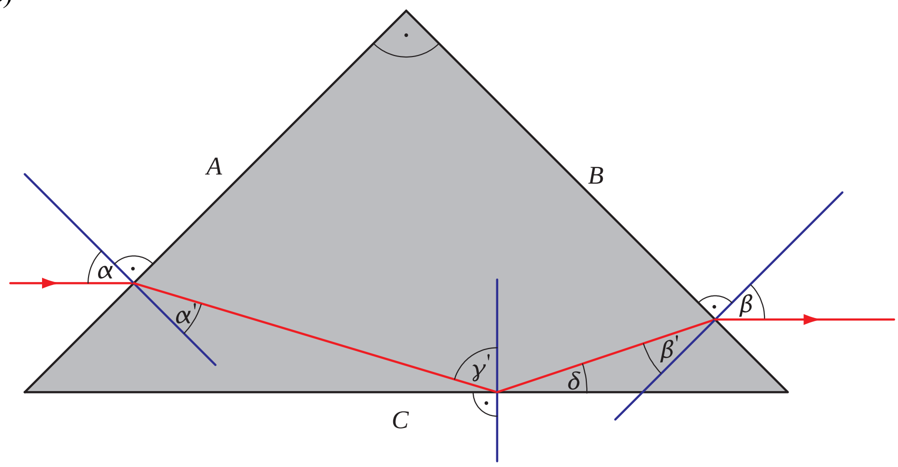
$\gamma' = 45° - \delta = 17.7°$

$\frac{\sin\gamma}{\sin\gamma'} = n \Rightarrow \gamma = 27.9°$

Der Lichtstrahl verlässt also die Fläche C unter dem Winkel 27.9° gegenüber der Flächennormalen.

35

a)



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha'} = n \Rightarrow \alpha' = \arcsin\left(\frac{\sin 45°}{1.54}\right) = 27.3°\,;$$

$$90^\circ + \gamma' = 135° + \alpha' \Rightarrow \gamma' = 45° + \alpha' = 72.3°$$

$\dfrac{\sin\gamma}{\sin\gamma'} = n \Rightarrow \sin\gamma > 1$: an der Fläche C wird der Lichtstrahl ins Prismeninnere reflektiert.

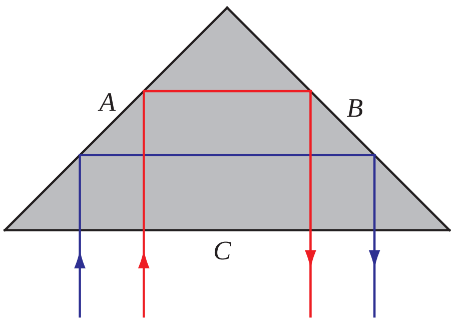
Der Winkel δ ist auf Grund des Reflexionsgesetzes: $\delta = 90° - \gamma' = 17.7°$

$$\beta' = 45° - \delta = 27.3° = \alpha'$$

$$\frac{\sin\beta}{\sin\beta'} = n \Rightarrow \beta = 45.0° = \alpha$$

Der Lichtstrahl verlässt die Fläche B parallel zum einfallenden Lichtstrahl. Der austretende Lichtstrahl ist umso stärker nach oben versetzt, je weiter unten der einfallende Strahl auf die Fläche A trifft. Es kommt zu einer Bildumkehr. Man könnte also Prismen auch zur Bildumkehr verwenden.

b) Eine Bildumkehr erhält man auch, wenn das Licht senkrecht auf die Fläche C fällt. Damit Totalreflexion an den Flächen A und B auftritt, muss die Brechzahl grösser als $\sqrt{2} = 1.414$ sein.

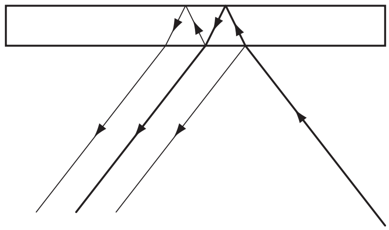


c) Prismen, die wie in b) als Spiegel verwendet werden, befinden sich in Feldstechern. Dort wird auf diese Weise der Weg des Lichtes zweimal «gefaltet», damit die Baulänge im Vergleich zu einem Fernrohr kürzer wird. Auch bei «Katzenaugen» am Fahrrad kommt der Strahlengang aus b) vor.

36

a) Nach der Reflexion an der verspiegelten Rückseite können die Strahlen an der Glasoberfläche noch einmal reflektiert werden. Diese gelangen wieder auf die Rückseite, wo sie erneut gespiegelt werde und den Spiegel durch erneute Brechung an der Oberfläche verlassen. Da diese Strahlen parallel zu den anderen reflektierten Strahlen verlaufen, ist dieses Spiegelbild ebenfalls scharf.

b) Die Skizze zeigt, weshalb die schwächeren Spiegelbilder denselben Abstand vom Hauptspiegelbild haben:



37

Bei der Beobachtung eines Regenbogens schliessen die von der Sonne her kommenden Lichtstrahlen mit der Blickrichtung des Beobachters einen Winkel von 42° ein. Da um die Mittagszeit im Sommer die Sonne in der Schweiz deutlich höher als 42° über dem Horizont steht, müsste die entsprechende Blickrichtung nach unten, d.h. gegen den Boden, verlaufen.

38

a) Durch die Wasseroberfläche treten nur die Strahlen in mein Auge, deren Brechungswinkel kleiner ist als der Grenzwinkel. All diese Strahlen bilden einen Lichtkegel mit meinem Auge als Spitze und der besagten Kreisfläche als Grundfläche.

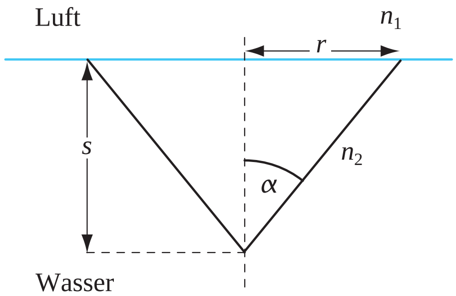
b) Der Grenzwinkel beträgt: $\sin\alpha = \frac{n_1}{n_2}$; 48.6°

Der Kreisradius ergibt sich aus der Trigonometrie (siehe Skizze):

$$\tan\alpha = \frac{r}{s} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{1}{\cos\alpha}$$

mit: $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$

folgt: $r = \frac{n_1}{n_2}\frac{s}{\sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2}}$; 1.1 m



39

a) Totalreflexion kann nur an einem Übergang von einem optisch dichteren zu einem optisch dünneren Medium auftreten. Die Luftschicht unmittelbar über dem Asphalt muss also optisch dünner sein.

b) Der Grenzwinkel ist anscheinend sehr gross. Grund: der Grenzwinkel ist von den Brechzahlen abhängig. Je näher das Verhältnis der Brechzahlen bei 1 liegt, desto grösser wird dieser. Die beteiligten Luftschichten haben demnach nur geringfügig unterschiedliche Brechzahlen.