

# GLEICHGEWICHT STARRER KÖRPER

## DREHMOMENT

Beim Hebelgesetz haben wir gesehen, dass die „Drehwirkung“ der einen Kraft durch die „Drehwirkung“ der anderen Kraft ausgeglichen wird. Für sich alleine würde die eine Kraft nämlich den Hebel im Uhrzeigersinn und die andere Kraft im Gegenuhrzeigersinn drehen. Um die Einschränkungen des einfachen Hebelgesetzes zu überwinden, macht es Sinn, den Begriff des *Drehmoments* einzuführen (vgl. Abbildung 1):

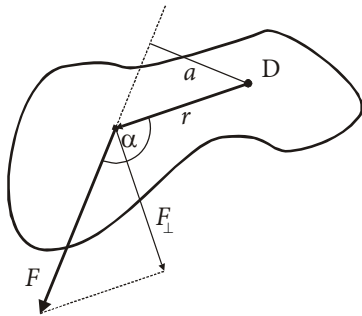


ABBILDUNG 1: zur Definition des Drehmoments

Das Drehmoment der Kraft  $\vec{F}$  bezüglich des Drehpunkts D ist

$$M_D = r \cdot F_{\perp}.$$

Die Einheit des Drehmoments ist  $[M] = 1 \text{ Nm}$  (Newtonmeter).

Aus der Definition kann man leicht die folgenden Beziehungen für das Drehmoment ableiten:

$$M_D = r \cdot F_{\perp} = r \cdot F \cdot \sin \alpha = a \cdot F.$$

Das Drehmoment ist also das Produkt der Kraft mit dem Abstand des Drehpunkts von ihrer Wirkungslinie.

Drehmomente, die für sich allein eine Drehung im Gegenuhrzeigersinn verursachen würden, werden als *linksdrehend*, andernfalls als *rechtsdrehend* bezeichnet.

Beispiel: Beim Turmspringen bestimmt die Lage des Körperschwerpunkts (Drehpunkt D) bezüglich der Wirkungslinie der Kraft vom Brett auf die Füße die Rotationsrichtung (vgl. Abbildung 2)

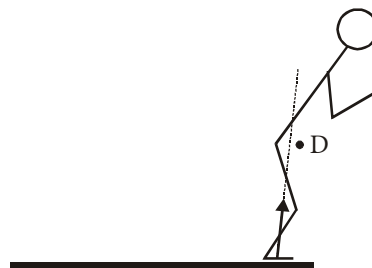
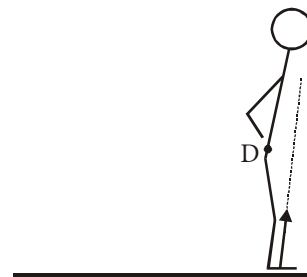


ABBILDUNG 2: Vorwärtssalto (rechtsdrehendes Drehmoment)



Rückwärtssalto (linksdrehendes Drehmoment)

## DREHMOMENTENGLEICHGEWICHT

Ein starrer Körper ist im Gleichgewicht bezüglich Rotation, wenn sich die links- und rechtsdrehenden Drehmomente kompensieren (*Drehmomentengleichgewicht*).

Zum Drehmomentengleichgewicht tragen alle Kräfte bei, die nicht im Drehpunkt des Körpers angreifen. Dazu gehört auch die Gewichtskraft bei einem nicht im Schwerpunkt aufgehängten Körper.

## GLEICHGEWICHTSBEDINGUNGEN

Damit sich ein Körper auch im Gleichgewicht bezüglich Verschiebung (*Translation*) befindet, muss ausser dem Drehmomentengleichgewicht auch das bekannte Kräftegleichgewicht gelten.

Die Gleichgewichtsbedingungen für einen starren Körper lauten also zusammengefasst:

1. Die resultierende Kraft auf den Körper muss null sein.
2. Die am Körper wirkenden Drehmomente kompensieren sich.

Die *Statik* befasst sich mit der Untersuchung von Gleichgewichtssituationen bei Häusern, Brücken, etc.

Beispiel: Eine 4.8 t schwere Zugbrücke wird mit einer unter einem Winkel von  $30^\circ$  angreifenden Kette in horizontaler Lage gehalten (vgl. Abbildung 3 a). Wie gross ist die Kraft, die an der Kette zieht?

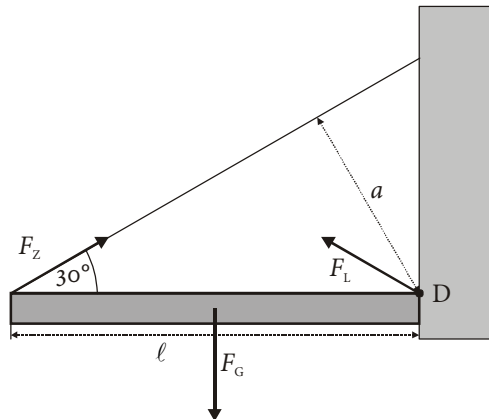
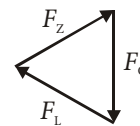


ABBILDUNG 3: a) Zugbrücke



b) Kräftegleichgewicht mit Lagerkraft  $F_L$

Die Gewichtskraft  $F_G$  erzeugt ein linksdrehendes Drehmoment  $M_1 = \frac{l}{2} \cdot F_G = \frac{l}{2} \cdot m \cdot g$ . Dieses wird durch das Drehmoment  $M_2 = a \cdot F_Z = l \cdot \sin \alpha \cdot F_Z$  kompensiert. Die Kraft auf die Kette ist also

$$F_Z' = F_Z = \frac{M_1}{a} = \frac{l/2 \cdot m \cdot g}{l \cdot \sin \alpha} = \frac{m \cdot g}{2 \cdot \sin \alpha}.$$

Numerisch ergibt sich für die gesuchte Kraft ein Wert von 47 kN.

Es ist offensichtlich, dass das Kräftegleichgewicht mit den Kräften  $F_G$  und  $F_Z$  allein nicht erfüllt sein kann. Die notwendige dritte Kraft muss im Drehpunkt angreifen, da sie nur in diesem Fall kein zusätzliches Drehmoment erzeugt. Es handelt sich dabei um die *Lagerkraft*  $F_L$ , welche der Summe der andern beiden Kräfte entgegengesetzt gleich ist (vgl. Abbildung 3 b):  $\vec{F}_L = -(\vec{F}_G + \vec{F}_Z)$