3.2 Wellen

Ausbreitungsgeschwindigkeit ($c = \lambda f$)

27

$T = \frac{\lambda}{c}$;   0.75 s

28

Die Welle kann in der genannten Zeit t um (n+¼) Wellenlängen nach links oder um (n+¾) Wellenlängen nach rechts gewandert sein, wobei $n \in \mathbb{N}_0$ ist. Daraus folgt:

$c = \frac{2n+1}{4} \cdot \frac{\lambda}{t} = (2n+1) \cdot 0.061$ m/s, $n = \pm 1, \pm 2, ...$

29

$\lambda = \frac{c}{f}$;   18 mm bzw. 7.3 mm

30

Mit f = 15.4 MHz und λ = 19 m: $c = \lambda f$; $2.9 \cdot 10^8$ m/s

31

$c = \frac{\lambda}{T}$;   11 m/s = 39 km/h

32

$c = \lambda f$

Somit wird eine Erhöhung der Schallgeschwindigkeit eine Erhöhung der Frequenz zur Folge haben, weil sich die Wellenlänge nicht ändert: $c_{\text{Helium}} = 2.92 \cdot c_{\text{Luft}}$; 1.00 km/s

33

Der halbe Öffnungswinkel des vorderen Kegels beträgt $\frac{\alpha}{2}$ = 47°.

$v = \frac{c}{\sin(\alpha/2)}$;   0.46 km/s

Wellengleichung

34

Die Ortsvektoren einer nicht rotierenden Schraubenlinie können mit dem Parameter φ so beschrieben werden:

$$\vec{r}(\varphi) = \begin{pmatrix} h\dfrac{\varphi}{2\pi} \\ -R\sin\varphi \\ R\cos\varphi \end{pmatrix}$$

Wenn die Schraubenlinie im Gegenuhrzeigersinn (Blickrichtung entlang der x-Achse) rotiert, gilt:

$$\vec{r}(\varphi) = \begin{pmatrix} h\dfrac{\varphi}{2\pi} \\ -R\sin(\varphi - \omega t) \\ R\cos(\varphi - \omega t) \end{pmatrix}$$

In der Projektion ist $z = 0$, $x = h\dfrac{\varphi}{2\pi}$ und $y = R\sin(\omega t - \varphi)$.

Eliminieren des Parameters φ ergibt: $y(x,t) = R\sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{h}x\right)$

Überlagerung von Wellen (1-dim.), stehende Wellen

35

Der Knotenabstand d ist die halbe Wellenlänge.

$f = \dfrac{c}{2d}$; 31 MHz

36

Zur Zeit $t = 0$ sei die Auslenkung aller Schwinger exakt null. Bei $t = t_{5\%}$ sei die Auslenkung 5% von der Amplitude. Es gilt dann $0.05\cdot\hat{s} = \hat{s}\cdot\sin(\omega t_{5\%})$ oder

$t_{5\%} = \dfrac{T}{2\pi}\arcsin(0.05)$. Während der Schwingungsdauer T hält sich der Schwinger während der Zeit $4t_{5\%}$ im gewünschten Auslenkungsintervall auf. Daher ist die Wahrscheinlichkeit p für ein entsprechendes Foto

$p = \dfrac{4t_{5\%}}{T} = \dfrac{2}{\pi}\arcsin(0.05)$; 3 %

37

a) $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{sT}{t}$; 780 km

b) $N \le \dfrac{2L}{\lambda}$; 3

38 (Diese Lösung gilt ab der 4. Auflage 2010)

a) Es gilt $c=\frac{2l}{t}$ und $\lambda=2l$. Daraus folgt $f=\frac{c}{\lambda}=\frac{1}{t}$; 0.91 Hz

b) Jetzt ist $\lambda=\frac{2l}{n}$ und damit $f=\frac{c}{\lambda}=\frac{n}{t}$.

c) Der Knotenabstand $l/5$ entspricht der halben Wellenlänge. Also ist $\lambda=\frac{2}{5}l$.

d) An bestimmten Orten (= Knoten) ist die Auslenkung für alle Zeiten null. Das ist der Fall, wenn der Faktor $\sin\left(2\pi x/\lambda\right)$ null ist, also für $x=0$, $x=\lambda/2$, $x=\lambda$ usw. An anderen Orten (= Bäuchen) führen Seilstücke Schwingungen mit der Amplitude $2\hat{y}$ aus. Das ist der Fall, wenn der Betrag von $\sin\left(2\pi x/\lambda\right)$ eins ist, also für $x=\lambda/4$, $x=3\lambda/4$ usw.

e) $y_s\left(x,t\right)=\hat{y}\sin\left(2\pi x/\lambda-\omega t\right)+\hat{y}\sin\left(2\pi x/\lambda+\omega t\right)$

$$=\hat{y}\sin\left(2\pi x/\lambda\right)\cdot\cos\left(\omega t\right)-\hat{y}\cos\left(2\pi x/\lambda\right)\cdot\sin\left(\omega t\right)$$
$$+\hat{y}\sin\left(2\pi x/\lambda\right)\cdot\cos\left(\omega t\right)+\hat{y}\cos\left(2\pi x/\lambda\right)\cdot\sin\left(\omega t\right)$$
$$=2\hat{y}\sin\left(2\pi x/\lambda\right)\cdot\cos\left(\omega t\right)$$

38 (Diese Lösung gilt bis zur 3. Auflage)

a) Es gilt $c=\frac{2l}{t}$ und $\lambda=2l$. Daraus folgt $f=\frac{c}{\lambda}=\frac{1}{t}$; 0.91 Hz

b) Jetzt ist $\lambda=\frac{2l}{n}$ und damit $f=\frac{c}{\lambda}=\frac{n}{t}$.

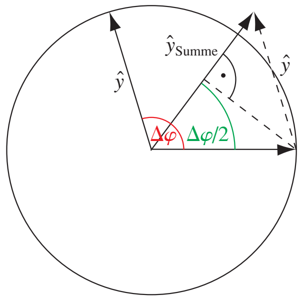
c) Der Knotenabstand $l/5$ entspricht der halben Wellenlänge. Also ist $\lambda=\frac{2}{5}l$.

d) An bestimmten Orten (= Knoten) ist die Auslenkung für alle Zeiten null. Das ist der Fall, wenn der Faktor $\cos(2\pi x/\lambda)$ null ist, also für $x=\lambda/4$, $x=3\lambda/4$, usw. An anderen Orten (= Bäuchen) führen Seilstücke Schwingungen mit der Amplitude $2\hat{y}$ aus. Das ist der Fall, wenn der Betrag von $\cos(2\pi x/\lambda)$ eins ist, also für $x = 0$, $x=\lambda/2$, $x=\lambda$ usw.

e) $y_s(x,t)=\hat{y}\sin(\omega t-2\pi x/\lambda)+\hat{y}\sin(\omega t+2\pi x/\lambda)$

$$=\hat{y}\sin(\omega t)\cdot\cos(2\pi x/\lambda)-\hat{y}\cos(\omega t)\cdot\sin(2\pi x/\lambda)+$$
$$\hat{y}\sin(\omega t)\cdot\cos(2\pi x/\lambda)+\hat{y}\cos(\omega t)\cdot\sin(2\pi x/\lambda)$$
$$=2\hat{y}\sin(\omega t)\cdot\cos(2\pi x/\lambda)$$

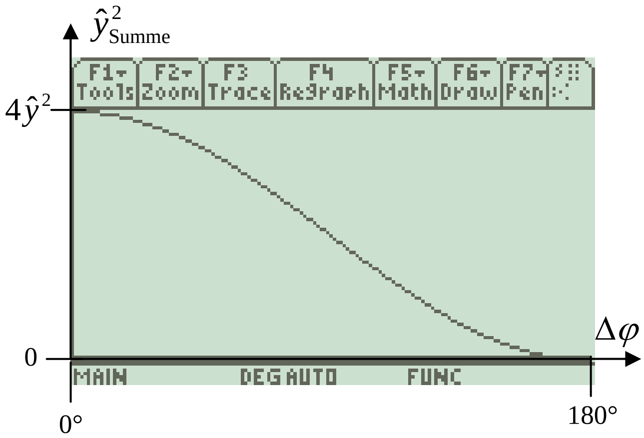
39



a) In der Zeigerdarstellung (siehe Skizze) ist abzulesen:

$$\hat{y}_{Summe} = 2\hat{y}\cos(\Delta\varphi/2)$$

$$\hat{y}_{\text{Summe}}^2 = 4\hat{y}^2\cos^2(\Delta\varphi/2)$$



b) Es ist am empfindlichsten bei $\Delta\varphi$ = 90°, weil dort die Kurve am steilsten verläuft.

c) $\Delta s = \dfrac{\lambda}{2\pi}(\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1)$ mit $\Delta\varphi$ in der Winkeleinheit rad.

$$\Delta s = \frac{\lambda}{2\pi}\cdot\left(2\arccos\left(\sqrt{\frac{0.99}{2}}\right) - \frac{\pi}{2}\right);\quad 0.85\text{ nm}$$