

4.2 Längen-, Volumen und Dichteänderung

Feste Körper

7

Dehnungsschleifen ermöglichen grössere Längenänderungen in den geraden Leitungsstücken, bedingt durch Temperaturschwankungen.

8

Da sich die Brücke im Sommer ausdehnt, sollte sie nicht fest verankert werden. Ansonsten würden grosse Spannungen entstehen, die die Brücke womöglich zerstören könnten. Fahrleitungen sollten stets gespannt sein. Da sie aber im Sommer länger und im Winter kürzer sind, werden Sie durch ein Gewicht gespannt.

9

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta \vartheta; \quad 7.2 \text{ cm}$$

10

$$\vartheta = \frac{\Delta d}{\alpha d_0} + \vartheta_0; \quad 195 \text{ }^\circ\text{C}$$

11

Annahme: Die Temperatur der Eisenteile schwankt zwischen $-10 \text{ }^\circ\text{C}$ und $+25 \text{ }^\circ\text{C}$.

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta \vartheta; \quad 13 \text{ cm}$$

12

$$\text{Mit } \alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \text{ (Eisen) ergibt sich } l_0 = \frac{\Delta l}{\alpha \Delta \vartheta}; \quad 1500 \text{ m}$$

13

$$\text{a) } \vartheta = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \alpha} + \vartheta_0; \quad 31 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\text{b) } l = l_0 \cdot (1 + \alpha \Delta \vartheta); \quad 163.40 \text{ mm}$$

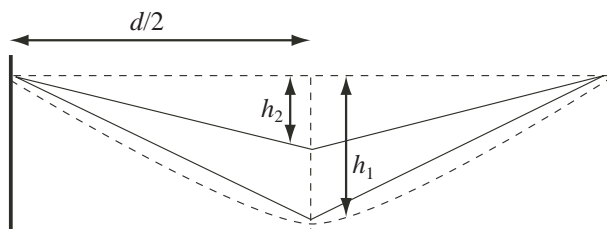
14

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\alpha_2}{2\alpha_1}; \quad 1.10$$

15

Annahme: Zimmertemperatur $\vartheta_0 = 20\text{ °C}$; $\vartheta = \vartheta_0 + \frac{\sqrt{l_0^2 + 4h^2} - l_0}{\alpha l_0}$; 830 °C

16



$$\alpha = \frac{1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \cdot \left(\sqrt{\frac{d^2 + 4h_1^2}{d^2 + 4h_2^2}} - 1 \right); \quad 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

17

a) Da sich die beiden Metallstreifen unterschiedlich stark ausdehnen, krümmt sich bei Erwärmung das Bimetall nach oben und bei einer Abkühlung nach unten. Durch die Krümmung bei einer Abkühlung werden die beiden Kontakte zusammengebracht, so dass der Stromkreis geschlossen wird und die Warnlampe aufleuchtet.

b) Mit der Definition des Winkels:

$\beta = \frac{l}{r}$ erhält man für β folgende zwei Gleichungen:

$$\beta = \frac{l_0(1 + \alpha_{\text{Cu}}\Delta\vartheta)}{r + d} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{l_0(1 + \alpha_{\text{Fe}}\Delta\vartheta)}{r};$$

Die zweite nach r aufgelöst und in die erste eingesetzt, ergibt die gesuchte Gleichung.

$$\text{c) } s = r(1 - \cos \beta) = \frac{l_0(1 + \alpha_{\text{Fe}}\Delta\vartheta)}{\beta}(1 - \cos \beta); \quad 1.9 \text{ mm}$$

Flüssigkeiten

18

Der Benzylalkohol hat bei Zimmertemperatur eine höhere Dichte als Salzwasser. Bei Erwärmung dehnt sich der Benzylalkohol stärker aus als das Salzwasser. Sobald der Benzylalkohol die geringere Dichte als das umgebende Salzwasser aufweist, beginnt er zu steigen. Auf seiner Reise im Salzwasser gibt er ständig Wärme ab, wodurch er sich abkühlt und dichter wird. Sobald seine Dichte grösser wird als diejenige des Salzwassers, sinkt er.

19

1. Wasser hat keine lineare Ausdehnung. Je heisser das Wasser ist, desto grösser ist sein Ausdehnungskoeffizient.
2. Wasser weist bei 4 °C eine Anomalie auf. Bei Temperaturen etwas unter 4 °C würde die Wassersäule wieder ansteigen, womit Temperaturen unter 4 °C als höhere Temperaturen angezeigt würden.
3. Es ist keine Temperaturmessung unter 0 °C möglich, da das Wasser gefriert.

20

Beim Eintauchen in heisses Wasser wird vorerst das Glas des Thermometers ausgedehnt. Die Flüssigkeit findet mehr Platz und sinkt ab. Erst wenn sich die Flüssigkeit zu erwärmen beginnt, steigt die Flüssigkeitssäule, wie erwartet, an.

21

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta \vartheta; \quad \Delta h = \Delta h_0 \gamma \Delta \vartheta; \quad h = h_0 \gamma \Delta \vartheta; \quad 13 \text{ cm}$$

22

Massenerhaltung:

$$\begin{aligned} \rho_2 \cdot V_2 &= \rho_1 \cdot V_1 \\ \rho_2 \cdot V_1 (1 + \gamma \Delta \vartheta) &= \rho_1 \cdot V_1 \\ \rho_2 &= \frac{\rho_1}{(1 + \gamma \Delta \vartheta)} \\ \rho_2 &= 999 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

Wichtig: Unter 4 Grad nimmt die Dichte jedoch wieder ab, und dieses sehr kalte Wasser bleibt an der Oberfläche, wo es gefriert. (Anomalie des Wassers!)

23

- a) $\Delta V(10^\circ\text{C}) = \frac{V(10^\circ\text{C}) \gamma \Delta \vartheta}{(1 + \gamma \Delta \vartheta)}; \quad 0.35 \text{ Liter}$
- b) Der Volumenausdehnungskoeffizient von Wasser ist stark temperaturabhängig. Er nimmt im fraglichen Temperaturbereich mit steigender Temperatur zu. Aus tabellierten Dichtewerten für Wasser (999.7 kg/m^3 bei 10°C und 973.0 kg/m^3 bei 78°C) berechnet sich ein übergelaufenes Volumen von 0.67 Litern.

24

- a) Beim Erwärmen dehnen sich das Wasser und der Speicher aus. Da das Volumen des Speichers aber viel weniger stark zunimmt, fliesst Wasser «tropfend» ab.
- b) Bei geschlossenem Rohr würde das Wasser nicht mehr abfliessen können. Es würde sich ein grosser Überdruck im Speicher aufbauen, der den Speicher womöglich zerstören könnte.

c) Die gesuchte Dichte bei 57 °C kann linear interpoliert werden:

$$\rho_{57\text{ °C}} = \rho_{50\text{ °C}} + 7\text{ °C} \frac{\rho_{60\text{ °C}} - \rho_{50\text{ °C}}}{10\text{ °C}} = 984.65\text{ kg/m}^3$$

$$\Delta m = V(\rho_{20\text{ °C}} - \rho_{57\text{ °C}}); \quad 0.203\text{ kg}$$

d) Da sich der Speicher selber auch ausdehnt, fasst er ein grösseres Volumen. Es fliesst daher etwas weniger Wasser ab.

25

In beiden Schenkeln befindet sich die gleiche Masse Toluol. Bezeichnen wir die Steighöhe im Eiswassergemisch als h_0 und diejenige in siedendem Wasser mit h , so gilt:

$$h = h_0 + h_0 \gamma \Delta \vartheta \Rightarrow \gamma = \frac{h - h_0}{h_0 \Delta \vartheta}; \quad 1.09 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$$

Systematischer Fehler: Im Toluol finden Wärmeleitung und eventuell sogar Konvektion statt, die das Resultat verfälschen.

26

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1 + \gamma \Delta \vartheta)}; \quad m = \rho V; \quad 14.9\text{ kg (im Sommer)}; \quad 15.0\text{ kg (im Winter)}$$

27

$$\text{Es gilt: } \gamma = \frac{\Delta V}{V \Delta T}$$

Für ΔT wird 11 K abgelesen und eingesetzt.

Für V könnte der Wert 3.290 m^3 eingesetzt werden.

Fälschlicherweise wird für ΔV häufig die Differenz der beiden Volumenangaben der unabhängigen Lieferungen eingesetzt. ΔV muss aber auf die gleiche Heizölmenge (hier die erste Lieferung) bezogen werden. Die Frage ist, welches Volumen die erste Heizölmenge bei Temperatur der zweiten Lieferung hätte. Es gilt:

$$\Delta V = V_2 - V_2 = \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2} - V_1 = \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} \right) V_1$$

$$\text{Daraus folgt: } \gamma = \frac{\Delta \rho}{\rho_2 \Delta T}; \quad 0.0012\text{ K}^{-1}$$

28

a) Mit steigender Temperatur nimmt die Dichte der Flüssigkeit ab. Nacheinander sinken deshalb immer mehr Kugeln ab. Zuletzt sinkt die oberste, die also das Schild mit der höchsten Temperatur trägt.

$$\text{b) } \gamma = -\frac{\Delta \rho}{\Delta \vartheta \rho_2}; \quad 1.0 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$$

c) Nein, da der Volumenausdehnungskoeffizient von Wasser zu klein ist.

29

a) $h_0 = \frac{V_0}{l_0 b_0}; \quad 127.4 \text{ cm}$

b) Es gilt:

$$V_0 = l_0 b_0 h_0 \text{ und } V = lbh$$

mit $l = l_0(1 + \alpha \Delta \vartheta)$, $b = b_0(1 + \alpha \Delta \vartheta)$, $h = h_0 + \Delta h$ und $V = V_0(1 + \gamma \Delta \vartheta)$ folgt:

$$V_0(1 + \gamma \Delta \vartheta) = l_0(1 + \alpha \Delta \vartheta) \cdot b_0(1 + \alpha \Delta \vartheta) \cdot (h_0 + \Delta h)$$

$$h_0(1 + \gamma \Delta \vartheta) = (1 + \alpha \Delta \vartheta)^2 (h_0 + \Delta h)$$

mit $\Delta h = -9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ und dem Taschenrechner folgt:

$$\Delta \vartheta = -8 \text{ } ^\circ\text{C}$$