

4.4 Wärme

Spezifische Wärmekapazität, Mischtemperatur

61

Für die Wärmeabgabe gilt:

$$Q = cm\Delta\vartheta = c\rho V\Delta\vartheta$$

Da das Volumen V und die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ gleich sind, kommt es nur auf das Produkt aus spezifischer Wärmekapazität c und Dichte ρ an.

Dieses Produkt hat die Werte $2.42 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \cdot \text{K}}$ für Aluminium, $1.46 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \cdot \text{K}}$ für

Blei, $3.54 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \cdot \text{K}}$ für Eisen und $3.42 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \cdot \text{K}}$ für Kupfer.

Eisen ist bei diesen Bedingungen am besten geeignet. Die abgebildeten Platten sind trotzdem meist aus Aluminium, weil auch deren geringes Gewicht vorteilhaft ist.

62

Das warme Wasser gibt Wärme ab, das kalte Wasser nimmt Wärme auf. Unter den genannten Umständen müssen beide Wärmemengen gleich gross sein: $Q_{\text{ab}} = Q_{\text{auf}}$

Daraus folgt mit der Mischtemperatur ϑ_M :

$$m_{\text{warm}}(\vartheta_{\text{warm}} - \vartheta_M) = m_{\text{kalt}}(\vartheta_M - \vartheta_{\text{kalt}})$$

$$\text{Auflösen nach } m_{\text{kalt}} = \frac{m_{\text{warm}}(\vartheta_{\text{warm}} - \vartheta_M)}{(\vartheta_M - \vartheta_{\text{kalt}})}; \quad 4.8 \text{ kg}$$

63

Bedeutung der Indizes:

G = Glas

W = Wasser

Nach einiger Zeit stellt sich eine gemeinsame Temperatur ϑ_M ein.

Der Teller nimmt dabei gleich viel Wärme auf, wie das Wasser abgibt:

$$c_G m_G (\vartheta_M - \vartheta_G) = c_W m_W (\vartheta_W - \vartheta_M)$$

Auflösen nach der Anfangstemperatur des Tellers:

$$\vartheta_G = \vartheta_M - \frac{c_W m_W (\vartheta_W - \vartheta_M)}{c_G m_G}; \quad 49 \text{ }^\circ\text{C}$$

64

Bedeutung der Indizes:

Hg = Quecksilber

G = Glas

W = Wasser

Nach einiger Zeit stellt sich eine gemeinsame Mischtemperatur aller drei Stoffe ein:

$$\vartheta_M = \frac{c_G m_G \vartheta_G + c_{\text{Hg}} m_{\text{Hg}} \vartheta_{\text{Hg}} + c_W m_W \vartheta_W}{c_G m_G + c_{\text{Hg}} m_{\text{Hg}} + c_W m_W}; \quad 59.8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

65

- a) Die spezifische Wärmekapazität gibt an, wie viel Wärme einem Stoff zugeführt werden muss, um die Temperatur eines Kilogramms dieses Stoffes um ein Kelvin zu erhöhen.
- b) Bei konstantem Druck dehnt sich das Gas bei Temperaturerhöhung aus. Dadurch gibt es Energie in Form von Arbeit ab. Das geschieht nicht bei Erwärmung bei konstantem Volumen.
- c) In beiden Fällen muss die innere Energie des Gases (= kinetische Energie der Gasteilchen bei einem idealen Gas) um den gleichen Wert erhöht werden, um eine Temperatursteigerung von einem Kelvin zu erreichen. Da bei konstantem Druck das Gas bei Wärmezufuhr Arbeit abgibt, muss mehr Wärme zugeführt werden als bei konstantem Volumen. Daher ist c_p stets grösser als c_V .
- d) Eigentlich gibt es den Unterschied auch bei Flüssigkeiten und festen Körpern. Aber erstens ist der Unterschied deutlich geringer, weil die Ausdehnung wesentlich kleiner ist als bei Gasen. Zweitens kommen Erwärmungen bei konstantem Volumen für Flüssigkeiten und feste Körper selten vor, weil sie in der Regel im Kontakt mit der Atmosphäre und damit unter konstantem Druck sind. Bei den Tabellenwerten handelt es sich daher immer um c_p , wenn nichts anderes ausdrücklich geschrieben steht.

66

Es gilt $Q = c_p m \Delta T$ mit $m = \rho V = \rho_n \cdot \frac{T_n p V}{p_n T_2}$, wobei T_2 die tiefere Temperatur ist.

$$Q = c_p \rho_n \cdot \frac{T_n p V}{p_n T_2} (T_1 - T_2); \quad 13.3 \text{ kJ}$$

67

Es gilt $Pt = c_p m(T_2 - T_1)$ mit $m = \rho V = \rho_n \cdot \frac{T_n p V}{p_n T_2}$, also $Pt = c_p \rho_n \cdot \frac{T_n p V}{p_n T_2} (T_2 - T_1)$

Aufgelöst nach der gesuchten Grösse: $T_2 = T_1 \cdot 1 - \frac{P t p_n}{c_p \rho_n T_n p V}^{-1}$

Nach Umrechnung in °C

	•	• •	• • •
9 l/s	35 °C	71 °C	107 °C
14 l/s	40 °C	88 °C	155 °C

68

Es gilt $Q = c_v m \Delta T$ mit $m = \rho V = \rho_n \cdot \frac{T_n p_1 V}{p_n T_1} = \rho_n \cdot \frac{T_n n R}{p_n}$ und $\Delta T = \frac{V}{n R} \Delta p$, also

$$Q = c_v \rho_n \cdot \frac{T_n V}{p_n} \Delta p; \quad 7.4 \text{ kJ}$$

Arbeit, Heizwert

69

a) $\Delta \vartheta \leq \frac{25 g h}{c_{\text{Blei}}}; \quad 2 \text{ °C}$

b) Die Angabe der Masse ist nicht nötig.

70

Die mechanische Arbeit erwärmt das Wasser und den Topf: $N m g h = (c_K m_K + c_w m_w) \Delta T$

$$N = \frac{(c_K m_K + c_w m_w) \Delta T}{m g h}; \quad 13$$

71

Die kinetische Energie des Autos erwärmt die Brems Scheiben:

$$\frac{1}{2} m_{\text{Auto}} v^2 = c_E m_E (\vartheta_f - \vartheta_1)$$

$$v = \sqrt{\frac{2 c_E m_E (\vartheta_f - \vartheta_1)}{m_{\text{Auto}}}}; \quad 1.3 \cdot 10^2 \text{ m/s} = 4.9 \cdot 10^2 \text{ km/h}$$

72

Die zugeführte Energie ist die Arbeit $W = F_R s$

Es gilt $\eta W = c_{\text{Eisen}} \rho_{\text{Eisen}} A s \Delta T_{\text{Eisen}}$

$$F_R = \frac{c_{\text{Eisen}} \rho_{\text{Eisen}} A \Delta T_{\text{Eisen}}}{\eta}; \quad 0.48 \text{ kN}$$

73

a) $H m_s \geq c_W m_W \Delta \vartheta, \quad H \geq \frac{c_W m_W \Delta \vartheta}{m_s}; \quad 4.8 \text{ MJ/kg}$

b) Beim Verbrennen heizt der Spiritus auch eine unbekannte Menge Luft und den Erlenmeyerkolben auf.

c) $P = \frac{Q}{t} \geq \frac{c_W m_W \Delta \vartheta}{t}; \quad 0.16 \text{ kW}$

74

$$3mgh = \eta mH$$

$$\eta = \frac{3gh}{H}; \quad 0.13\%$$

75

a) Der Gesamtwirkungsgrad ist das Produkt aus den Einzelwirkungsgraden

$$\eta = \eta_{\text{Motor}} \cdot \eta_{\text{Generator}} \cdot \eta_{\text{Leitungen}}; \quad 25\%$$

b) $V = \frac{Pt}{\eta H \rho}; \quad 30 \text{ Liter}$

76

a) Der Gesamtwirkungsgrad ist das Produkt aus den Einzelwirkungsgraden

$$\eta = \eta_{\text{Muskel}} \cdot \eta_{\text{Fahrrad}} \cdot \eta_{\text{Generator}}; \quad 17\%$$

b) $m = \frac{c_W m_W \Delta T_W}{\eta H}; \quad 20 \text{ g}$

c) $N = \frac{c_W m_W \Delta T_W}{2\pi r F \eta_{\text{Fahrrad}} \eta_{\text{Generator}}}; \quad 1.9 \cdot 10^3$

77

$s = 100 \text{ km}$, Benzin: $\rho = 744 \text{ kg/m}^3$, $H = 42 \text{ MJ/kg}$

a) $V = \frac{m}{\rho} = \frac{Ps}{\eta H \rho v}$; 14 Liter

b) $\eta = \frac{Ps}{VH\rho v}$; 34 %

Schmelzen, Erstarren

78

Das Wasser kühlt ab und gefriert. In beiden Fällen gibt es Wärme ab. Insbesondere beim Gefrieren gibt es pro Kilogramm $3.338 \cdot 10^5 \text{ J}$ Wärme ab. Diese Wärme wird zum Teil auf die Früchte und Blüten übertragen, deren Temperatur dadurch auf 0°C gehalten wird, obwohl die Luft kälter ist. Es ist wichtig, dass die ganze Nacht über Wasser zum Gefrieren zur Verfügung steht. Eine einmalige Bewässerung würde weniger nützen, weil die entstehende, dünne Eisschicht kein ausreichend guter Isolator wäre. Zu viel Eis könnte aber andererseits durch sein Gewicht Schaden anrichten.

79

Nein! $\vartheta_2 = \vartheta_1 + \frac{L_f}{c}$; 198°C (Schmelztemperatur: 327.4°C)

80

a) $L_f \geq \frac{c_W(m_W(\vartheta_2 - \vartheta_1) - m_E \vartheta_1)}{m_E}$; 0.31 MJ/kg

b) Die Temperatur des Gefässes hat sich auch geändert.

c) Wasser ist ein schlechter Wärmeleiter. Mit intensivem Umrühren wird erreicht, dass die Temperatur überall gleich gross ist.

81

a) $Q = c_E m \Delta \vartheta$; 1.8 kJ

b) $P = \frac{Q}{t} = \frac{c_E m \Delta \vartheta + \frac{1}{10} L_f m}{t}$; 0.96 W

c) $t = \frac{c_E m \Delta \vartheta}{P}$; nach 31 min

d) $t = \frac{c_E m \Delta \vartheta + L_f m}{P}$; nach 5.3 h

82

$$\vartheta_M \geq \frac{m_W c_W \vartheta_W - m_E (L_f + c_E |\vartheta_E|)}{(m_W + m_E) c_W}; 7.8^\circ \text{C}$$

83

$$m_E = \frac{m_W c_W \Delta \vartheta_W}{c_E \Delta \vartheta_E + L_f}; \quad 0.57 \text{ kg}$$

84

$$L_f = \frac{(m_G c_G + m_W c_W)(\vartheta_W - \vartheta_M)}{m_E} - c_W \vartheta_M; \quad 308 \text{ kJ/kg}$$

$$\frac{\Delta L_f}{L_{f, \text{Tab}}} \cdot 100 \%; \quad -7.6 \%$$

85

Die höchste Temperatur wird erreicht, wenn das Wasser und das Eis schon zu Beginn so warm wie möglich sind. Für das Eis bedeutet das eine Anfangstemperatur von 0 °C (Schmelzpunkt), für das Wasser 100 °C (Siedepunkt). Wenn das Eis schmilzt, kühlt das restliche Wasser von $\vartheta_1 = 100$ °C auf die Temperatur ϑ_2 ab.

$$\text{Es gilt: } c_{\text{Wasser}} \cdot m \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) = m \cdot L_f$$

$$\text{Daraus folgt: } \vartheta_2 = \vartheta_1 - \frac{L_f}{c_{\text{Wasser}}} = 20 \text{ °C}$$

Das Schmelzwasser (0 °C) vermischt sich mit dem restlichen Wasser (20 °C) zu Wasser mit 10 °C. Das ist die Maximaltemperatur, die Aussage ist also unglaublich.

86

Im Idealfall geht keine Wärme an die Umgebung verloren. Dann nimmt das Eis und der Topf die gesamte Wärme auf, die bei der Verbrennung des Butangases entsteht. Das Eis muss erst auf 0 °C erwärmt werden, dann schmelzen und dann als Wasser weiter auf 80 °C erhitzt werden:

$$c_{\text{Eis}} m_{\text{Eis}} \Delta \vartheta_{\text{Eis}} + m_{\text{Eis}} L_f + c_{\text{Wasser}} m_{\text{Eis}} \Delta \vartheta_{\text{Wasser}} + c_{\text{Alu}} m_{\text{Alu}} \Delta \vartheta_{\text{Alu}} = m_{\text{Gas}} H$$

$$m_{\text{Eis}} = \frac{m_{\text{Gas}} H - c_{\text{Alu}} m_{\text{Alu}} \Delta \vartheta_{\text{Alu}}}{c_{\text{Eis}} \Delta \vartheta_{\text{Eis}} + L_f + c_{\text{Wasser}} \Delta \vartheta_{\text{Wasser}}}; \quad 0.95 \text{ kg}$$

87

Im Idealfall wird keine Wärme an die Umgebung abgegeben und die Wärmeabgabe an das Gefäss wird vernachlässigt. Dann gelangt die gesamte Wärme, die das Blei beim Erstarren und Abkühlen abgibt, ins Wasser:

$$m_{\text{Blei}} L_f + c_{\text{Blei}} m_{\text{Blei}} \Delta \vartheta_{\text{Blei}} = c_{\text{Wasser}} m_{\text{Wasser}} \Delta \vartheta_{\text{Wasser}}$$

$$m_{\text{Blei}} L_f + c_{\text{Blei}} m_{\text{Blei}} (\vartheta_f - \vartheta_2) = c_{\text{Wasser}} m_{\text{Wasser}} (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

$$\vartheta_2 = \frac{m_{\text{Blei}} L_f + c_{\text{Blei}} m_{\text{Blei}} \vartheta_f + c_{\text{Wasser}} m_{\text{Wasser}} \vartheta_1}{c_{\text{Blei}} m_{\text{Blei}} + c_{\text{Wasser}} m_{\text{Wasser}}}; \quad 23.7 \text{ °C}$$

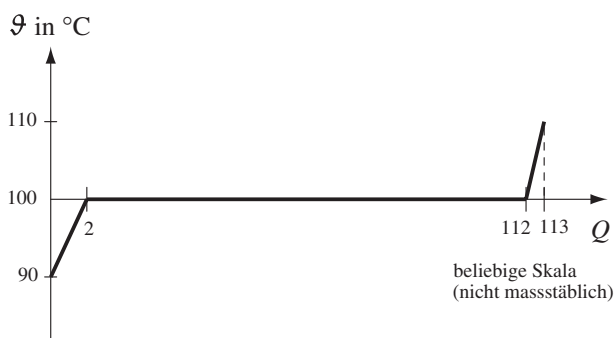
Verdampfen, Kondensieren

88

- Nur die ersten kleineren Blasen sind Luftblasen. Die grösseren sind Wasserdampfblasen.
- Bildung von Dampfblasen im Innern der Flüssigkeit, die aufsteigen und austreten; der Dampfdruck muss gleich der Summe aus atmosphärischem und hydrostatischem Druck sein. Die kleinen Wasserdampfblasen steigen auch auf. Die ersten Blasen kollabieren aber nach dem Loslösen vom Boden (Geräusch). Erst allmählich kommen sie ganz an die Oberfläche.

89

- Erwärmen des Wassers; Verdampfen des Wassers; Erwärmen des Wasserdampfes
- $4.2 \cdot 10^4 : 2.3 \cdot 10^6 : 1.9 \cdot 10^4 \approx 2 : 110 : 1$;
-



90

Glas und Wasser muss die Wärme $Q_{\text{zu}} = (c_W m_W + c_G m_G)(\vartheta_2 - \vartheta_1)$ zugeführt werden. Der Dampf gibt beim Kondensieren und der anschliessenden Abkühlung auf 80 °C die Wärme $Q_{\text{ab}} = m_D L_v + c_W m_D (\vartheta_1 - \vartheta_2)$ ab. Beide Wärmemengen sind gleich, wenn die Wärmeabgabe an die Umgebung vernachlässigt wird. Daraus folgt

$$m_D = \frac{(c_W m_W + c_G m_G)(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{L_v + c_W (\vartheta_1 - \vartheta_2)}; \quad 15 \text{ g}$$

91

Am meisten Wasser verdampft, wenn die Anfangstemperaturen vom Wasser und vom Eisen so hoch wie möglich sind. Für Wasser bedeutet das eine Anfangstemperatur von 100 °C (Siedepunkt) und für Eisen von 1535 °C (Schmelzpunkt). Während das Wasser verdampft, kühlt das Eisen auf 100 °C ab. Der Einfluss des Gefässes wird vernachlässigt. So berechnen Sie die maximal verdampfte Wassermenge:

$$m_{\text{Wasser}} = \frac{c_{\text{Eisen}} m_{\text{Eisen}} \Delta T_{\text{Eisen}}}{L_v}; \quad 34 \text{ g}$$

Das ist viel weniger als 200 g (= 20% von 1000 g). Also ist die Aussage unglaublich.

Luftfeuchtigkeit

92

Wenn 100% relative Feuchtigkeit überschritten ist, kommt es zur Kondensation. Nur die relative Feuchtigkeit ist also für die Beurteilung der Niederschlagswahrscheinlichkeit bzw. für die Wolken- oder Dunstbildung massgebend.

93

$$p_{\text{Wasserdampf}} = f_r \cdot p_s(10^\circ\text{C}); \quad 8.6 \text{ mbar}; \quad 0.89 \%$$

94

$$\Delta m = \varphi_r \rho_s V; \quad 0.85 \text{ g}$$

95

$$\rho_w = \varphi_r \rho_s(20^\circ\text{C}); \quad 6.8 \text{ g/m}^3 \text{ also } 5^\circ\text{C}.$$

96

$$m = \varphi_r \rho_s V; \quad 21 \text{ kg}$$

97

$$\varphi_a = \rho_w = \rho_s(10^\circ\text{C}); \quad 9.41 \text{ g/m}^3, \quad \varphi_r = \frac{\rho_w}{\rho_s(20^\circ\text{C})}; \quad 54 \%$$

98

a) Mit der einströmenden Luft gelangt auch dampfförmiges Wasser, das praktisch immer in der Luft enthalten ist, in den Kühlschrank und gefriert an den Wänden zu Eiskristallen.

b) Bei -10°C kann die Luft 2.36 g/m^3 aufnehmen, bei $+20^\circ\text{C}$ $0.7 \cdot 17.32 \text{ g/m}^3$. Bei jedem Öffnen gelangen also 3.91 g Wasser in den Kühlschrank.

$$\frac{1.00 \text{ kg}}{2 \cdot 3.91 \text{ g}}; \quad 128 \text{ Tage}$$

Wärme-Arbeits-Maschinen, Kreisprozesse

99

- a) Bei jedem Durchlaufen des Kreisprozesses der genannten Maschinen muss das Gas im Zylinder komprimiert werden. Beim Dieselmotor ist das die Kompression der Luft vor dem Einspritzen des Kraftstoffs. Diese Kompressionsarbeit wird vom Schwungrad verrichtet, das dabei Bewegungsenergie verliert. Das Schwungrad nimmt also in jedem Zyklus der Maschine Energie auf und gibt einen Teil davon an den Motor zurück. Nur die Differenz kann für andere Zwecke genutzt werden.
- b) Es handelt sich in der Regel um Motoren mit vier oder mehr Zylindern. Die Kompressionsarbeit in einem Zylinder wird dann von einem anderen Zylinder verrichtet, der sich gerade im Arbeitstakt befindet. Wenn das Fahrzeug fährt und die Antriebsräder mit dem Motor gekoppelt sind, kann auch das Fahrzeug selbst die Rolle des Schwungrades übernehmen.

100

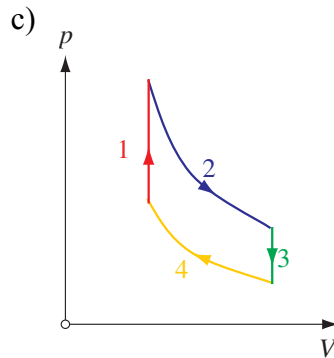
- a) $\eta = \frac{Pt}{mH_u}$; 0.018 (1.8%)
- b) $\eta_{\max} = 1 - \frac{T_{\text{kalt}}}{T_{\text{warm}}}$; 0.44 (44%)

101

- a) Der Teil mit konstantem Druck, also ein Viertel des Zylinders, wird mit Dampf gefüllt.
- b) Durch Auszählen der Kästchen oder Ausschneiden und Wägen der Flächen:
 $W_{\text{Ex}} \approx 1.35 \cdot W$
- c) $4 \cdot W$
- d) Aus der gleichen Dampfmenge wird mit Expansion des Dampfes etwa 2.35-mal mehr Arbeit gewonnen. Allerdings ist die Arbeit pro Kolbenhub nur etwas mehr als halb so gross.
- e) Der Ursprung des p - V -Koordinatensystems liegt in der linken unteren Ecke des Kästchenfeldes. Von dort aus gezählt hat der oberste Punkt auf der Kurve die Koordinaten (5|10). Das Produkt ist 50. Andere Punkte nahe an der Kurve sind (7|7), (10|5) und (16|3). In allen Fällen ist das Produkt etwa 50 oder grösser. Bei adiabatischer Expansion müsste es deutlich kleiner werden. Daher ist Watt wohl eher von einer isothermen Expansion ausgegangen.

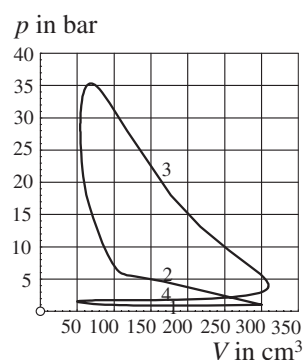
102

- a) Das Gas steht mit dem kalten Reservoir in Kontakt und hat sein maximales Volumen. Der Motor befindet sich am Übergang von der isochoren Abkühlung zur isothermen Kompression.
- b) Während der Kompression bzw. Expansion bewegt sich der Verdrängerkolben fast nicht, so dass das Gas in dieser Zeit in Kontakt mit dem kalten bzw. heissen Wärmereservoir steht.



1	Isochore Erwärmung	Wärmeaufnahme
2	Isotherme Expansion	Wärmeaufnahme Arbeitsabgabe
3	Isochore Abkühlung	Wärmeabgabe
4	Isotherme Kompression	Wärmeabgabe Arbeitsaufnahme

103

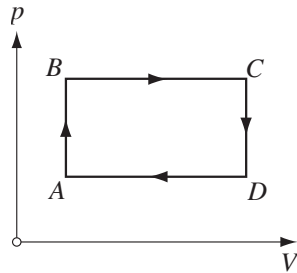


- Es könnte ein Benzinmotor sein, wegen des Knickes nach der Zündung und weil der maximale Druck für einen Dieselmotor zu gering ist.
- 1 Ansaugen
 - 2 Komprimieren (mit Zündung)
 - 3 Arbeitstakt
 - 4 Ausschieben
- Die abgegebene Arbeit entspricht der eingeschlossenen Fläche im p - V -Diagramm. Ein Kästchen entspricht 25 J. Das ergibt 0.33 kJ.
- Pro Arbeitszyklus (2 Umdrehungen) wird eine Arbeit von etwa 0.33 kJ abgegeben. Dies entspricht bei 4000 U/min einer Leistung von 11 kW.

e) $m = \frac{Pt}{\eta H}$; 2.7 kg

104

a)



b) $T_B = 1.5T_A$; 560 K
 $T_C = 2T_B$; $1.12 \cdot 10^3$ K
 $T_D = \frac{T_C}{1.5}$; 746 K

c) $W = \Delta V \cdot \Delta p$; 188 J

d) Stoffmenge: $n = \frac{p_A V_A}{RT_A}$. Aufgenommene Wärme:

$$Q_{\text{auf}} = C_V n (T_B - T_A) + C_p n (T_C - T_B).$$

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{W}{Q_{\text{auf}}}$; 0.0769 = 7.69 %

e) $\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_A}{T_C}$; 0.667 = 66.7 %

105

$$W_a = p_s \cdot \Delta V_s = m \cdot p_s \left(\frac{1}{\rho_s} - \frac{1}{\rho_{\text{Fl}}} \right) \approx m \cdot p_s \frac{1}{\rho_s}; \quad 1.69 \cdot 10^5 \text{ J}$$

106

a) $Q_K = (\varepsilon - 1)W_A$; 0.5 kJ bzw. $P_K = 0.5$ kW

b) $t \geq \frac{L_f m}{P_K}$; 2 h

c) Beahlt wird W_A : 0.2 kW · 2 h · 17 Rappen/kWh; 7 Rappen

107

- a) Numerisch: $\eta_1 = 1/3$, $\eta_2 = 1/2$, $\eta = 2/3$ mit den Temperaturen aus der Grafik und dem Carnot-Wirkungsgrad.

$$Q_1 = Q_{11} = 3 \text{ J aus der Grafik. } W_1 = \eta_1 Q_{11}; \quad 1 \text{ J, } Q_{21} = Q_{11} - W_1; \quad 2 \text{ J, } W_2 = \eta_2 Q_{12}; \quad 1 \text{ J, } W = \eta Q_1; \quad 2 \text{ J}$$

Die beiden Maschinen links geben zusammen dieselbe Arbeit ab, wie die Maschine rechts bei gleicher Primärenergie. Also haben sie denselben Wirkungsgrad!

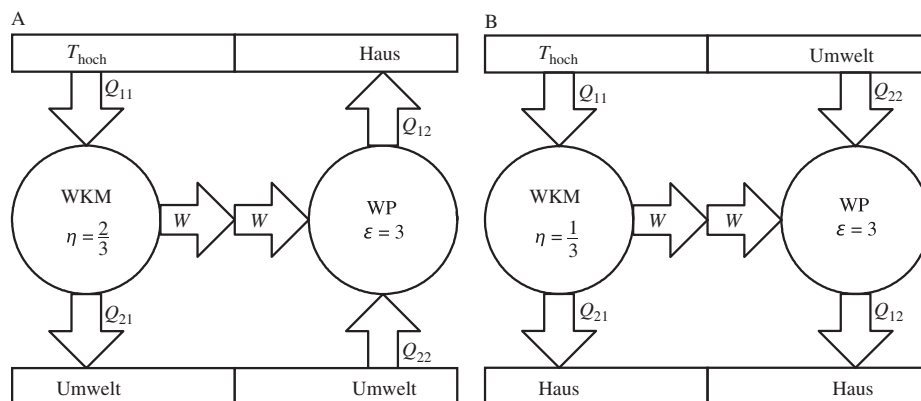
- b) Formal: Aus $\eta_1 = 1 - \frac{T_{\text{medium}}}{T_{\text{hoch}}}$, $\eta_2 = 1 - \frac{T_{\text{tief}}}{T_{\text{medium}}}$ und $\eta = 1 - \frac{T_{\text{tief}}}{T_{\text{hoch}}}$ folgt:

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2$$

$$\text{numerischer Test: } \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

108

- a)



- b) Primärenergie = Q_{11}

$$A: W = \eta_A Q_{11}, \text{ Heizwärme} = Q_{12} = \varepsilon W = \varepsilon \eta_A Q_{11}$$

$$\frac{\text{Heizwärme}}{\text{Primärenergie}} = \varepsilon \eta_A = 2$$

$$B: W = \eta_B Q_{11}, \text{ Heizwärme} = Q_{21} + Q_{12} = (1 - \eta_B) Q_{11} + \varepsilon \eta_B Q_{11}$$

$$\frac{\text{Heizwärme}}{\text{Primärenergie}} = (1 - \eta_B) + \varepsilon \eta_B = \frac{5}{3}, \text{ also geringer als bei A.}$$

System A ist besser.

Wärmeleitung

109

- a) Alle Gegenstände am gleichen Ort haben nach einer gewissen Zeit die gleiche Temperatur.
- b) Die schlechten Wärmeleiter im Kühlschrank (z.B. Butter) fühlen sich wärmer an als die guten Wärmeleiter (z.B. metallische Gitterroste), weil schlechte Wärmeleiter die Wärme der Hand kaum aufnehmen.

110

Die Luft zwischen den Wänden bzw. der Schaumstoffmantel sind sehr schlechte Wärmeleiter. Der Sekt muss vorgekühlt sein.

111

Geringe Wärmeleitung von Holz und der Luft im Zwischenraum, Verminderung der Konvektion im Zwischenraum durch die Glaswolle.

112

- a) $\vartheta_Y = -195.8\text{ °C}$
- b) Leitung: Glas guter Isolator, Vakuum zwischen den beiden Wänden bester Isolator.
Strömung: Dichteabnahme der Luft über dem Stickstoff nach oben, keine Strömung.
Strahlung: Reflexion der von aussen einfallenden Strahlung an der verspiegelten Wand.

113

Es bildet sich sehr schnell eine Dampfhaut (zischendes Geräusch beim ersten Berühren der heissen Platte), die schlecht wärmeleitend ist, und die den Flüssigkeitstropfen vor der raschen Verdampfung schützt.

114

- a) $\Delta Q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} A \Delta t$; Kork 7.2 kJ
- b) $d_{\text{Holz}} = d_{\text{Kork}} \cdot \frac{\lambda_{\text{Holz}}}{\lambda_{\text{Kork}}}$; 5.0 cm
- c) Stein leitet die Wärme viel zu gut.

115

$$\frac{P}{A} = \frac{\Delta Q}{\Delta t A} = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}; \text{ Holzwand: } 17 \text{ W/m}^2; \text{ Fenster: } 250 \text{ W/m}^2$$

Neue Fenster einbauen (mindestens Doppelverglasung).

116

- a) Mit d_a = Aussendurchmesser und Δr = Wandstärke gilt für die Querschnittsfläche beider Stützrohre: $A = 2\pi(d_a - \Delta r)\Delta r$.

Damit ist die gesuchte Leistung: $P = A\lambda \frac{\Delta T}{h} = 2\pi(d_a - \Delta r)\Delta r\lambda \frac{\Delta T}{h}$; 18 W

b) $m = \frac{Pt}{L_f}$; 4.6 kg

c) $1.3 \cdot 10^5$ t

Wärmestrahlung

117

$$P = \varepsilon \sigma A (T_{\text{Körper}}^4 - T_{\text{Luft}}^4) \Rightarrow T_{\text{Luft}} = \sqrt[4]{T_{\text{Körper}}^4 - \frac{P}{\varepsilon \sigma A}}; \quad 25^\circ \text{C}$$

118

a) $P = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \pi d l$; 8.8 kW;

Diese Leistung ist grösser als die Heizleistung für ein gut isoliertes Einfamilienhaus.

b) $d' \approx 64$ mm, $\Delta x' = 10$ mm, $\lambda = 0.04 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ (siehe Fundamentum); 11 W

c) $P = \sigma A_a (T^4 - T_{\text{Luft}}^4) = \sigma \pi (d + \Delta x) l (T^4 - T_{\text{Luft}}^4)$; 34 W

- d) Das Wasserrohr gibt sicher etwas mehr Energie ab als in c), aber viel weniger als in a) berechnet. Kurze Rohrstücke mit nicht allzu hoher Oberflächentemperatur müssen nicht unbedingt isoliert werden.

Die viel zu grosse (falsche) Wärmeleistung in a) folgt aus falschen Voraussetzungen für die Temperaturen. Die Differenz von Innen- und Aussenwandtemperatur ist viel kleiner als 4°C . Die Einstellung des Thermostaten darf nicht gleich der (präzisen) Innenwandtemperatur gesetzt werden. Die Messung von Oberflächentemperaturen ist sehr schwierig. Deshalb ist das Messergebnis von Karin ebenfalls nicht sehr genau.

119

$$\pi r_E^2 j_{\text{Sonne}} = 4\pi r_E^2 \sigma T_E^4$$

$$T_E = \sqrt[4]{\frac{j_{\text{Sonne}}}{4\sigma}}; \quad 279 \text{ K} = 6^\circ \text{C}$$

120

a) $q = 1.7 \text{ W/kg}$

b) Für die Masse gilt: $m = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho$, für die Oberfläche $A = 4\pi \cdot r^2$

Energieerhaltung (Leistung):

$$A\sigma(T_K^4 - T_U^4) = qm \text{ und daraus } r = \frac{3}{\rho q} \sigma(T_K^4 - T_U^4); \quad 16 \text{ cm}$$

Höhe: 32 cm; Oberfläche: 0.32 m^2 ; Masse: 17 kg (Fuchs!)

c) $r = 37 \text{ cm}$

Höhe: 73 cm; Oberfläche: 1.7 m^2 ; Masse: 0.21 t (Hirsch, Bär)

d) Die Ohren vergrössern die Oberfläche (Kühlrippen!) und ermöglichen dem Tier mehr Wärme abzugeben. Dadurch lässt sich eine Überhitzung des Körpers vermeiden. In kalten Regionen sind die Ohren dagegen klein, damit möglichst wenig Wärme abgegeben wird.

121

Wegen des Vakuums und der dünnen Zuleitungsdrähte kann Wärmeleitung vernachlässigt werden. Die zugeführte, elektrische Leistung und die empfangene Wärmestrahlung der Umgebung muss also bei konstanter Temperatur durch Wärmestrahlung vollständig wieder abgegeben werden:

$$P + \sigma AT_U^4 = \sigma AT^4$$

$$P = \sigma(2\pi r^2 + 2\pi rh)(T^4 - T_U^4); \quad 9.9 \text{ W}$$

122

a) Der Wärmestrom von der Drahtoberfläche (Enden vernachlässigt) ist gleich der elektrischen Leistung: $2\pi r l \sigma(T^4 - T_U^4) = P$

$$\text{Für die Leistung gilt aber auch: } P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2 A}{\rho_{2000} \cdot l} = \frac{\pi r^2 U^2}{\rho_{2000} \cdot l}$$

$$\text{Eliminieren von } l \text{ und Auflösen nach } r \text{ liefert: } r = \sqrt[3]{\frac{P^2 \rho_{2000}}{2\pi^2 U^2 \sigma(T^4 - T_U^4)}}; \quad 0.012 \text{ mm}$$

$$\text{Die Länge ist } l = \frac{U^2 \pi r^2}{\rho_{2000} \cdot P}; \quad 0.54 \text{ m}$$

(Der feine Draht ist zu einer Wendel aufgewickelt.)

b) Die Abkühlzeit für einen Schritt berechnet sich aus dem Quotienten der abgegebenen Wärme und des Wärmestroms von der Oberfläche des Drahtes:

$$\Delta t \approx \frac{Q}{P} = \frac{cm\Delta T}{A\sigma(\bar{T}^4 - T_U^4)} = \frac{cr\rho\Delta T}{2\sigma(\bar{T}^4 - T_U^4)}$$

Eine Berechnung (z.B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm) liefert die Ergebnisse. Die gesuchte Zeit ist $t = 0.18$ s.

ϑ in °C	Δt in s
2000	0.0011
1900	0.0013
1800	0.0016
1700	0.0019
1600	0.0024
1500	0.0030
1400	0.0038
1300	0.0050
1200	0.0065
1100	0.0087
1000	0.0119
900	0.0168
800	0.0245
700	0.0371
600	0.0590
500	
Summe:	0.1848

123

- a) 3000 K: σT^4 ; 459 W/cm², farbige Fläche 50 W/cm², 11 %
 5700 K: σT^4 ; 5.99 kW/cm², farbige Fläche 2.3 kW/cm², 38 %
 20000 K: σT^4 ; 0.91 MW/cm², farbige Fläche 0.11 MW/cm², 12 %
 Bemerkung: Ablesegenauigkeit sollte zu einer Genauigkeit von etwa 5% führen.
 Die schraffierten Flächen können durch Dreiecke, Rechtecke oder Trapeze angenähert werden.
- b) Für eine möglichst hohe Lichtausbeute ist eine Drahttemperatur von 5700 K wünschenswert, eine höhere Temperatur führt zu einem höheren Ultraviolett-Anteil und damit zu weniger (sichtbarem) Licht.
 Die Schmelztemperatur begrenzt die Temperatur nach oben.
- c) Aus einem leitenden Material mit hoher Schmelztemperatur.
 Wolfram: 3695 K
 Kohlenstoff: 4098 K (Sublimation)
 Osmium: 3306 K
 Tantal: 3290 K
 Rhenium: 3459 K
 Der Name Osram ist übrigens abgeleitet von Osmium und Wolfram.
 Der Erfinder der Glühlampe T. A. Edison verwendete unter anderem Kohlefäden.