

FLUCHTGESCHWINDIGKEIT

Bei Reisen zum Mond oder anderen Planeten besteht ein grosses Problem darin, aus dem Anziehungsbereich der Erde zu entkommen. Dazu genügt es grundsätzlich, die Rakete beim Start auf eine so hohe Geschwindigkeit zu beschleunigen, dass sie anschliessend ohne weiteren Antrieb entweichen kann.

Wir stellen uns also die folgende Frage:

Wie gross muss die Startgeschwindigkeit einer Rakete mindestens sein, damit sie aus dem Anziehungsbereich der Erde entweichen kann?

Man nennt diese Geschwindigkeit auch *Fluchtgeschwindigkeit*.

ZIELE

- Sie können sich den Verlauf der verschiedenen Energieformen während des Raketenflugs vorstellen.
- Sie können die Energiebilanz für Anfangs- und Endpunkt des Flugs aufstellen und mit Hilfe der Energieerhaltung die Fluchtgeschwindigkeit bestimmen.
- Der sorgfältige Umgang mit grossen Zahlen bereitet Ihnen kein Kopfzerbrechen.

ZEIT: Sie können die Aufgabe in 20 Minuten bearbeiten.

AUFGABE

Eine Rakete startet von der Erdoberfläche aus. In der Startphase wird sie auf die Anfangsgeschwindigkeit v_0 beschleunigt und steigt dann ohne Antrieb weiter.

Wie gross muss die Anfangsgeschwindigkeit mindestens sein, dass sich die Rakete "unendlich" weit von der Erde entfernen kann?

ANLEITUNG

1. Zeichnen Sie in einem Diagramm mit verschiedenen Farben den Verlauf der kinetischen Energie, der Gravitationsenergie, sowie der Gesamtenergie während des Flugs ein.
2. Stellen Sie für den Anfangspunkt unmittelbar nach der Startphase und den Endpunkt des Flugs je die Energiebilanz auf. Leiten Sie aus der Energieerhaltung einen algebraischen Ausdruck für die Fluchtgeschwindigkeit v_0 her.
3. Für Perfektionisten: Drücken Sie die Gravitationskonstante durch die Fallbeschleunigung auf der Erdoberfläche aus (vgl. Aufgabe „Erdmasse“), und setzen Sie das Ergebnis in den Ausdruck für v_0 ein. Vereinfachen Sie den Ausdruck so weit wie möglich.
4. Berechnen Sie mit der Formel von 2. oder 3. die Fluchtgeschwindigkeit von der Erde numerisch.
5. Überprüfen Sie die Gültigkeit Ihrer Formel, indem Sie die Fluchtgeschwindigkeiten von Mond (2.3 km/s), Merkur (4.3 km/s) und Jupiter (60.0 km/s) berechnen.
6. Um die erforderliche Anfangsgeschwindigkeit für eine Marsmission zu reduzieren, wird die Eigenbewegung der Erde (Rotation) ausgenutzt. Diskutieren Sie diese Idee kurz.

ZUSATZAUFGABE

Ein verwandtes Problem stellt sich in der Astrophysik: Ein *Schwarzes Loch* trägt seinen Namen aufgrund der Tatsache, dass nicht einmal die Geschwindigkeit des Lichts ausreicht, um von diesem "Stern" zu entkommen.

Ein Stern mit 3.5 Sonnenmassen ist zu einem Schwarzen Loch kollabiert. Wie gross ist der Radius des lichtlosen Bereichs (*Schwarzschildradius*)?

7. Starten Sie erneut bei der Energieerhaltung. Lösen Sie die Gleichung nach der gesuchten Grösse auf und berechnen Sie den Schwarzschildradius numerisch.
8. Wie gross sind die Schwarzschildradien von Sonne und Erde?
9. Wie viel würden Sie auf der "Oberfläche" des Schwarzen Lochs wiegen?