

# Der Druck: Teil 2

## 2 Der Schweredruck

Welche Kraft spürt man am Trommelfell im Schwimmbad? Woher kommt der Luftdruck? Welche Gesetzmässigkeiten gelten für den Druck im Wasser? Woher kommt diesmal der Druck? Anders als bisher übt ja kein Kolben eine Kraft auf das Wasser aus.



### 2.1 Lernziele

Nachdem Sie dieses Kapitel bearbeitet haben:

- Sie können die Druckzunahme und Gesamtdruck in einer Flüssigkeit berechnen;
- Sie kennen die Faustregel für den Schweredruck im Wasser auswendig;
- Sie können die Funktionsweise eines Quecksilberbarometers beschreiben und erklären;
- Sie kennen auswendig den typischen Wert für den Luftdruck (1 bar);
- Sie kennen Beispiele mit kommunizierenden Gefässen und verstehen das Prinzip vom Druckgleichgewicht (Beispiele: Teekanne, Schlauchwasserwaage...);
- Sie können Aufgaben mit U-Rohr systematisch lösen.

### 2.2 Theorie

Bearbeiten und studieren Sie im Physik-Buch die folgenden Abschnitte 2.6.1 (Seiten 134 bis 137):

- Schweredruck in Flüssigkeiten
- Schweredruck in Gasen (Luftdruck)
- Messen des Drucks

### 2.3 Virtuelle Versuche

#### Verbundene Gefässe

Studieren Sie online die Internet-Seite:

[http://www.leifiphysik.de/web\\_ph08\\_g8/versuche/11verb\\_gef/verb\\_gef.htm](http://www.leifiphysik.de/web_ph08_g8/versuche/11verb_gef/verb_gef.htm) und  
[http://www.leifiphysik.de/web\\_ph08\\_g8/versuche/11paradoxon/paradoxon.htm](http://www.leifiphysik.de/web_ph08_g8/versuche/11paradoxon/paradoxon.htm)

## Luftdruck

Studieren Sie online die Internet-Seite:

[http://www.leifiphysik.de/web\\_ph08\\_g8/versuche/11torricelli/torricelli.htm](http://www.leifiphysik.de/web_ph08_g8/versuche/11torricelli/torricelli.htm) und  
[http://www.leifiphysik.de/web\\_ph08\\_g8/umwelt\\_technik/11barometer/](http://www.leifiphysik.de/web_ph08_g8/umwelt_technik/11barometer/)

## 2.4 Zusammenfassung

**Schweredruck** Sinkt man in einem Fluid der Dichte  $\rho$  um die Höhe  $h$  nach unten, so steigt der Druck um den Schweredruck  $p$  an:  $p = \rho \cdot g \cdot h$ .

Der Gesamtdruck am Grund eines Sees ist:  $p = p_{Luft} + \rho \cdot g \cdot h$

**Merksatz** Pro Meter Tiefe steigt der Druck im Wasser um ca. 0.1 bar.

**Kommunizierende Gefässe** In kommunizierenden, oben offenen Gefässen ist der Flüssigkeitsspiegel gleich hoch.

Hydrostatisches Paradoxon Der Schweredruck hängt nur von der Tiefe ab, nicht von der Form oder dem Volumen des Gefässes.

**Luftdruck** Der Luftdruck ist der Schweredruck der Luft. Er wird durch das Gewicht der Luft in der Atmosphäre verursacht. Der Luftdruck auf der Erdoberfläche beträgt ungefähr 1 bar. Der Luftdruck ist höhenabhängig. Mit zunehmender Höhe nimmt er ab. Dieser Umstand wird bei Höhenmessern angewendet. Der genaue Wert heisst Normdruck (Luftdruck auf Meereshöhe): 101'325 Pa.

## 2.5 Anwendungen (Musterbeispiele)

**Wie baut man einen Staudamm?** In einem Stausee nimmt der Schweredruck von oben nach unten zu, hängt also nur von der Höhe der Staumauer, nicht aber von der Länge des Stausees ab. Die Staumauer wird nach unten hin dicker gebaut.

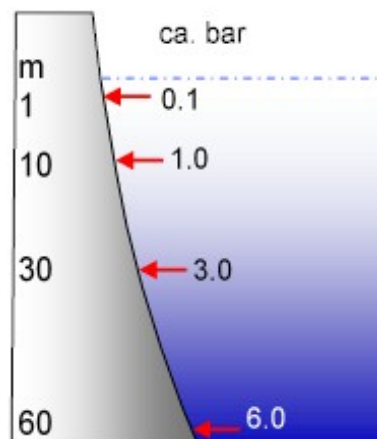


Abbildung 1: Staumauer.

**Frage** Ein Stausee, der bis zum Rand gefüllt ist, wird von einer 45 m hohen Staumauer abgeschlossen. Die Oberfläche des Sees hat einen Flächeninhalt von  $0.8 \text{ km}^2$ . Wie gross ist der Wasserdruck am Fuss der Staumauer? Wie ändert sich der Druck, wenn die Fläche des Sees durch Baggararbeiten an den Ufern auf  $1 \text{ km}^2$  vergrößert wird und durch zufließendes Wasser der Füllstand erhalten bleibt? (Quelle: <http://physikaufgaben.de/> )

**Lösung** Der Schweredruck entsteht durch das Gewicht des Wassers über dem unteren Teil der Staumauer, das darüberliegende Wasser drückt darauf. Der Druck hängt nur noch von der Tiefe und der Dichte der Flüssigkeit ab.

$$p = \rho \cdot g \cdot h + p_{Luft} = 1000 \text{ g/cm}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 45 \text{ m} + 101'325 \text{ Pa} = 543 \text{ kPa} \quad (1)$$

In 45 m Tiefe herrscht ein Druck von 543 kPa. Bei der Vergrößerung des Stausees bleibt die Höhe des Wasserspiegels gleich. Damit ändert sich der Schweredruck auf die Staumauer nicht.

### 2.5.1 Barometer

Für Wettervorhersagen misst man an vielen Orten laufen den Luftdruck. Früher wurde zur Luftdruckmessung meistens ein Quecksilberbarometer verwendet. Ein U-förmiges Glasrohr ist teilweise mit Quecksilber gefüllt. Über der Quecksilbersäule im linken Teil hat es ein Vakuum, der Druck im linken Teil des Rohrs rührt also nur vom Schweredruck des Quecksilbers her. Der rechte Teil ist offen; der Luftdruck wirkt also auf den rechten Teil des Rohrs.

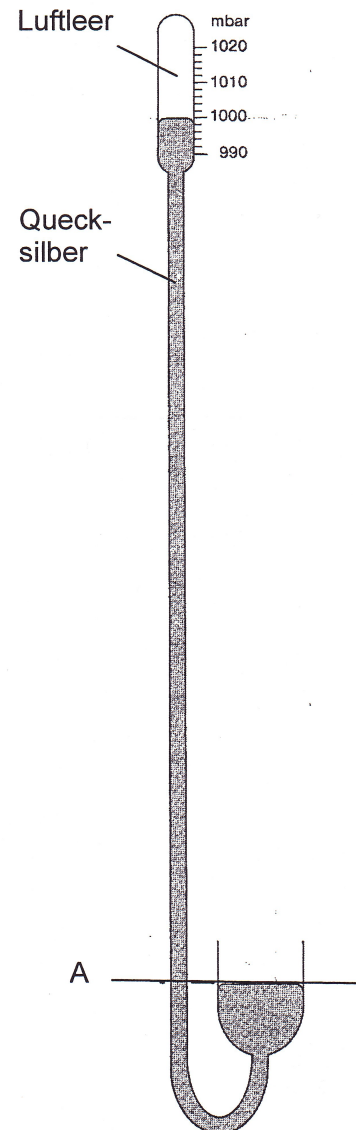
Die Quecksilbersäule stellt sich so ein, dass im offenen Gefäß unten (bei A) der Druck im rechten und im linken Teil des Rohrs gleich gross sind (Druckgleichgewicht im kommunizierenden Gefässen).

Der Schweredruck der Quecksilber befindet sich also im Gleichgewicht mit dem Schweredruck der Luft (Luftdruck):

$$p_{links} = p_{rechts} \quad (2)$$

$$\rho \cdot g \cdot h = p_{Luft} \quad (3)$$

Wenn der Luftdruck  $p_{Luft}$  steigt, steigt auch die Höhe  $h$  der Quecksilbersäule.



### Fragen

1. Berechnen Sie die Höhe der Quecksilbersäule bei einem Luftdruck von 1'013 hPa.

$$h = \frac{p_{Luft}}{\rho_{Hg} \cdot g} = \frac{101300 \text{ Pa}}{13'546 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} = 0.762 \text{ m} \quad (4)$$

2. Wie hoch müsste eine Wassersäule sein, um als Wasserbarometer zu dienen?

$$h = \frac{p_{Luft}}{\rho_{Wasser} \cdot g} = \frac{101300 \text{ Pa}}{998 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} = 10.34 \text{ m} \quad (5)$$

### 2.5.2 Steighöhe in einem U-Rohr

Wie hoch steht das Wasser im rechten Schenkel eines U-Rohres über einem Quecksilberspiegel im linken Schenkel, wenn die Wassersäule die Länge  $h_1 = 20 \text{ cm}$  hat?

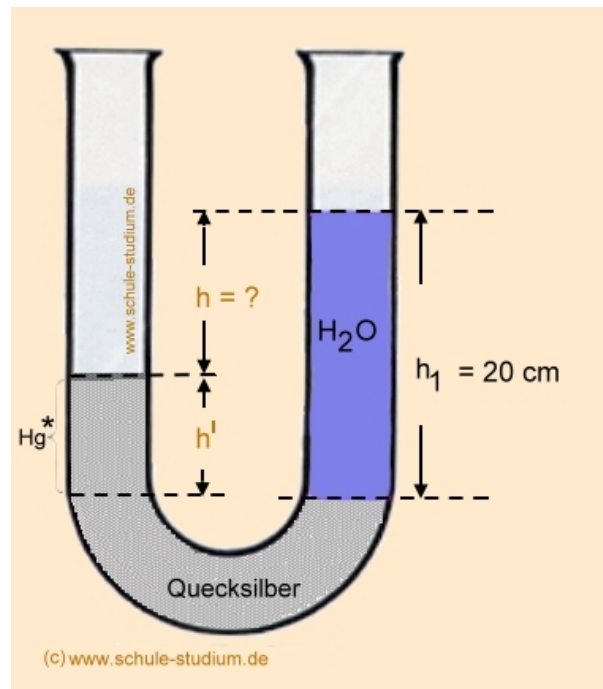


Abbildung 2: Ein U-Rohr ist zum Teil mit Quecksilber, zum Teil mit Wasser gefüllt. Die Höhendifferenz  $h$  der beiden Fluidsäulen im U-Rohr ist eine Folge des Dichteunterschieds zwischen Quecksilber und Wasser (Faktor ca. 13).

**Lösung** Die Wassersäule über dem Quecksilber auf der rechten Seite des U-Rohrs drückt auf der linken Seite die Quecksilbersäule hoch. Der Druck der Wassersäule mit der Höhe  $h_1$  muss dem Gewicht der Quecksilbersäule mit der Höhe  $h'$  entsprechen (wichtig: Höhe über Trennschicht zwischen beiden Flüssigkeiten). Der Druck auf dieselbe Höhe links und rechts im U-Rohr muss gleich gross sein. Bei der Trennschicht gilt:

$$p_{\text{links}} = p_{\text{rechts}} \quad (6)$$

$$p_{\text{Hg}} + p_{\text{Luft}} = p_{\text{Wasser}} + p_{\text{Luft}} \quad (7)$$

$$\rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h' + p_{\text{Luft}} = \rho_{\text{Wasser}} \cdot g \cdot h_1 + p_{\text{Luft}} \quad (8)$$

$$\rho_{\text{Hg}} \cdot h' = \rho_{\text{Wasser}} \cdot h_1 \quad (9)$$

$$h' = \frac{\rho_{\text{Wasser}}}{\rho_{\text{Hg}}} \cdot h_1 \quad (10)$$

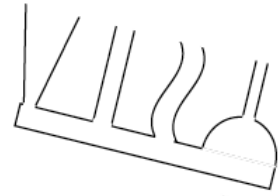
Es folgt für die Höhe  $h$ :

$$h = h_1 - h' = h_1 - \frac{\rho_{\text{Wasser}}}{\rho_{\text{Hg}}} \cdot h_1 = h_1 \cdot \left(1 - \frac{\rho_{\text{Wasser}}}{\rho_{\text{Hg}}}\right) = 20 \text{ cm} \cdot \left(1 - \frac{998 \text{ kg/m}^3}{13'546 \text{ kg/m}^3}\right) = 19 \text{ cm} \quad (11)$$

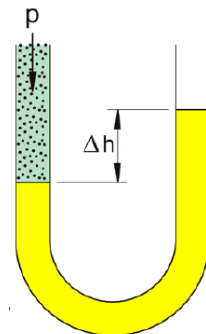
## 2.6 Aufgaben - Schweredruck

1. Zeichnen Sie ein Diagramm, das zeigt, wie sich der Druck  $p$  im Zürichsee in Abhängigkeit von der Tiefe  $h$  (bis 136 m) verhält. Vergessen Sie nicht den Luftdruck.
2. Wie hoch muss eine Wassersäule sein, damit ihr Schweredruck gleich dem Normdruck wird? Warum ist diese Höhe von Interesse?
3. In einer Flüssigkeit nimmt der Druck beim Absinken um 20.0 cm um 270 mbar zu. Berechnen Sie die Dichte der Flüssigkeit. Um welche Flüssigkeit handelt es sich?
4. Am 23. Januar 1960 tauchten der Schweizer Jacques Piccard und der Amerikaner Don Walsh 10'907 m tief in den Marianengraben im Stillen Ozean hinab. Die Fenster der Tauchkugel ihrer "Trieste" hatten aussen eine Fläche von 1260 cm<sup>2</sup>. a) Wie gross ist der Gesamtdruck in dieser Tiefe? b) Welche Kraft wirkte in dieser Tiefe auf die gesamte Fensterfläche?
5. Ein Taucher erfährt beim Tauchen im Meer eine Kraft von 20 N auf sein 0.80 cm<sup>2</sup> grosses Trommelfell. Wie tief ist er abgetaucht? Die Dichte des Meerwassers beträgt 1.03 g/cm<sup>3</sup>.
- 6.

Diese kommunizierenden Gefässe wurden mit Öl gefüllt. Zeichnen Sie eine Flüssigkeitsoberfläche ein! Nenne weitere Beispiele für kommunizierende Gefässe aus deiner Alltags-Erfahrung.



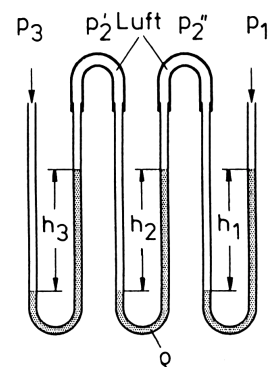
7. Eine Gasleitung wird an das linke Rohr eines mit Ethanol gefüllten U-Rohres angeschlossen. Dadurch wird die Alkoholsäule im rechten Rohr 20 cm höher als im linken (rechte Rohrseite nach oben offen).



- (a) Berechnen Sie den Gasdruck  $p$  in mbar.
- (b) Wie gross wäre der Unterschied der zwei Flüssigkeitssäulen  $\Delta h$ , wenn das U-Rohr mit Quecksilber gefüllt wäre?
- (c) Hängt der Höhenunterschied der beiden Säulen in dem U-Rohr von der Querschnittsfläche der Rohre ab?

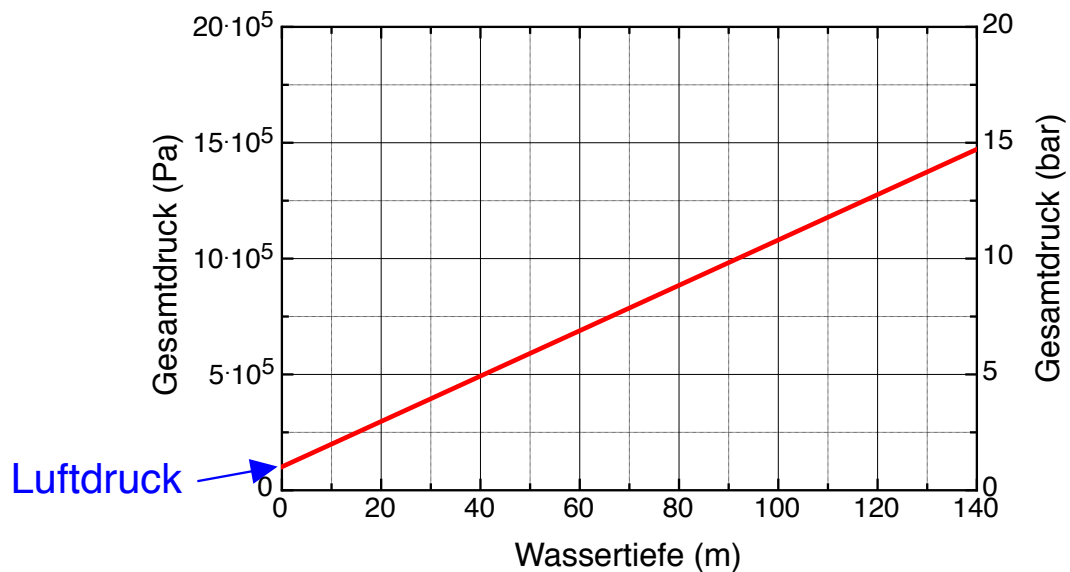
8. \*

Drei gleiche U-Rohre sind hintereinandergeschaltet. In den U-Rohren befindet sich jeweils eine Flüssigkeit mit der Dichte  $\rho$ . Die Flüssigkeitsspiegel weisen die Höhendifferenz  $h_1$ ,  $h_2$  und  $h_3$  auf. Wie gross ist der Druckunterschied  $\Delta p = p_1 - p_3$  zwischen den freien Enden des ersten und dritten Rohres?



## 2.7 Musterlösungen - Schweredruck

1. Gesamtdruck als Funktion der Wassertiefe:



2. Aus dem Schweredruck  $\rho \cdot g \cdot h = p_0$  folgt die Höhe

$$h = \frac{p_0}{\rho \cdot g} = \frac{101325 \text{ Pa}}{998 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} = \underline{\underline{10.3 \text{ m}}} \quad (12)$$

3. Aus dem Schweredruck  $\rho \cdot g \cdot h = \Delta p$  folgt die Dichte

$$\rho = \frac{\Delta p}{g \cdot h} = \frac{270 \text{ mbar}}{9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.20 \text{ m}} = \frac{27000 \text{ Pa}}{9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.20 \text{ m}} = 13'761 \text{ kg/m}^3 = \underline{\underline{13.8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}} \quad (13)$$

Es handelt sich um Quecksilber.

4. a) Gesamtdruck:  $p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h = 101325 \text{ Pa} + 998 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 10907 \text{ m} = \underline{\underline{1.07 \cdot 10^8 \text{ Pa}}}$

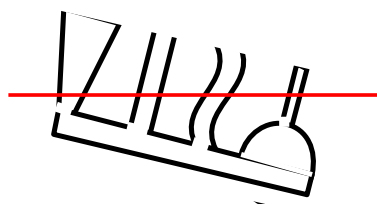
- b) Kraft auf die gesamte Fensterfläche:

$$F = p \cdot A = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot A = 1.06885 \cdot 10^8 \text{ Pa} \cdot 1260 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1.359 \cdot 10^7 \text{ N} = \underline{\underline{13.6 \text{ MN}}} \quad (14)$$

5. Aus der Kraft  $F = p \cdot A = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot A$  folgt für die Tiefe im Meerwasser:

$$h = \frac{F/A - p_0}{\rho \cdot g} = \frac{20 \text{ N}/0.80 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 - 101325 \text{ Pa}}{1030 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} = \underline{\underline{15 \text{ m}}} \quad (15)$$

6. .



Weitere Beispiele:

- Lavabo: Der U-förmige Teil des Ablaufs ist immer mit Wasser gefüllt, so ist er verschlossen und unangenehme Gerüche aus der Kanalisation können nicht in die Wohnung gelangen.
- Teekanne: Einschenken wird vereinfacht; die Flüssigkeitsoberfläche im Ausguss liegt auf gleicher Höhe wie im Innern der Kanne.

7. a) Der Druck auf dieselbe Höhe links und rechts im U-Rohr muss gleich gross sein. Bei der Trennschicht gilt:

$$p_{links} = p_{rechts} \quad (16)$$

$$p = p_{Ethanol} + p_{Luft} \quad (17)$$

$$p = \rho_{Ethanol} \cdot g \cdot \Delta h + p_{Luft} \quad (18)$$

$$= 789 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.20 \text{ m} + 101325 \text{ Pa} \quad (19)$$

$$= \underline{102873 \text{ Pa}} \quad (20)$$

Also 1548 Pa über dem Luftdruck (Überdruck).

b) Es gilt (aus a):  $p = \rho_{Ethanol} \cdot g \cdot \Delta h + p_{Luft} = \rho_{Quecksilber} \cdot g \cdot \Delta h + p_{Luft}$ .  
Es folgt für die Quecksilberhöhe:

$$\Delta h = \frac{p - p_{Luft}}{\rho_{Quecksilber} \cdot g} = \frac{\rho_{Ethanol} \cdot g \cdot \Delta h}{\rho_{Quecksilber} \cdot g} = \frac{\rho_{Ethanol}}{\rho_{Quecksilber}} \cdot \Delta h = \frac{789 \text{ kg/m}^3}{13546 \text{ kg/m}^3} \cdot 0.20 \text{ m} = \underline{0.012 \text{ m}} \quad (21)$$

Natürlich viel kleiner als mit Ethanol.

c) Nein. Der Höhenunterschied  $\Delta h$  der beiden Säulen in dem U-Rohr hängt nicht von der Querschnittsfläche der Rohre ab.

8. Zur Lösung der Aufgabe führen wir die Drücke  $p'_2$  und  $p''_2$  ein (siehe Abbildung). Zunächst betrachten wir das linke U-Rohr. Unmittelbar auf der Flüssigkeitsoberfläche im linken Schenkel des genannten U-Rohres herrscht der Druck  $p_3$ . Der gleiche Druck existiert in der Flüssigkeit in dem rechten Schenkel auf der gleichen Niveauhöhe, so dass nach der Formel für Schweredruck folgender Zusammenhang gilt:

$$p_3 = p'_2 + \rho \cdot g \cdot h_3 \quad (22)$$

Analoge Überlegungen gelten für die Drücke in dem mittleren und rechten U-Rohr, so dass gilt:

$$p'_2 = p''_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 \quad (23)$$

$$p''_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 \quad (24)$$

Einsetzen von  $p''_2$  gemäss 24 in Gleichung 23 ergibt:

$$p'_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot g \cdot h_2 \quad (25)$$

Gleichung 25 wiederum in Gleichung 22 eingesetzt, ergibt nach einer Umformung das gesuchte Ergebnis:

$$\Delta p = p_3 - p_1 = \underline{\rho \cdot g \cdot (h_1 + h_2 + h_3)} \quad (26)$$