5.3 Linsen und optischen Instrumente

Linsen

40

a) $\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}$; da die Bildweite b verkleinert wird und die Brennweite f konstant ist, muss die Gegenstandsweite g vergrössert werden. Die Linse wird ein kleines Stück vom Diapositiv weggeschoben.

b) $V=\frac{b}{g}$; das Bild wird kleiner.

41

$f=\frac{1}{D}$ $\quad b=\frac{gf}{g-f}$ $\quad V=\frac{f}{g-f}$; –8.0 cm; –0.40

42

a) $\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g}$; wenn $g = 2f$ ist, muss auch $b = 2f$ sein.

b) Von der Linse weg.

c) Von der Linse weg.

43

a) $A=\frac{B}{G}=\frac{b}{g}=\frac{f}{g-f}$

$A > 0$ für $g > f$ (reelle Bilder, Diaprojektion)

$A < 0$ für $g < f$ (virtuelle Bilder, Lupe)

b) $g=f\cdot\frac{A+1}{A}$ Projektion: $1.33f$ Lupe: $0.67f$

44

Sei B die Bildgrösse des Mondes. Dieses befindet sich im Abstand f hinter der Linse, weil der Mond sehr weit weg ist: $\frac{1}{\infty}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$

$$V=\frac{\frac{B}{s_0}}{\frac{B}{f}}=\frac{f}{s_0};\quad 8$$

45

a) $g = \dfrac{d \pm \sqrt{d^2 - 4df}}{2}$; (5.41 m); 34.0 cm

b) $v = \dfrac{f}{d-g-f} = \dfrac{g}{b}$ $\dfrac{I_b}{I_g} = v^2$; 3.34 m × 4.77 m, 253

46

$g \geq \dfrac{f \cdot (G+B)}{B}$; $g \geq$ 3.6 m bei 4.8 mm Brennweite

($g \geq$ 19 m bei 25 mm Brennweite)

47

a) $b = \dfrac{gf}{g-f}$ $d = b_{50\,\mathrm{cm}} - b_{1.2\,\mathrm{m}}$; 11 mm

b) $b = d + f$ $g = \dfrac{bf}{b-f}$; 75 cm

c) $G = B \cdot \dfrac{g-f}{f}$; 31 cm × 47 cm; 12 cm × 18 cm; 19 cm × 28 cm

48

a) $g = \dfrac{1}{\dfrac{1}{f} - \dfrac{1}{b}}$; 55 cm

b) $b = \dfrac{1}{\dfrac{1}{f} - \dfrac{1}{g}}$; 66.7 mm , davon benötigt das Objektiv 50 – 55 mm.

Die Zwischenringlänge darf also minimal 11.7 mm und maximal 16.7 mm betragen.

49

Während der Belichtungszeit bewegt sich ein Gegenstandspunkt über die Strecke
$G = v_{\mathrm{Skifahrer}} \cdot t$; 14 cm

Diese Strecke G ergibt als Bild die Unschärfe:

$B = G \cdot \dfrac{b}{g} = G \cdot \dfrac{f}{g-f}$; 0.32 mm

50

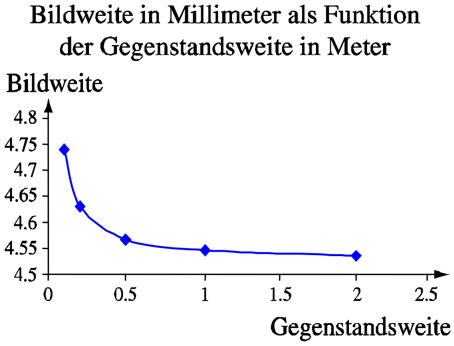
a) $f = \sqrt{2} \cdot l$; 4.5 mm

b) $b = \frac{fg}{g-f} = f \cdot \frac{1}{1-\frac{f}{g}} \Rightarrow \Delta b = \frac{f^2}{g_{10} - f}$; 0.26 mm bzw. 2.0 µm zum Film bzw. zum Chip.

c) $b = \frac{fg}{g-f}$

Gegenstandsweite	0.10 m	0.20 m	0.50 m	1.0 m	2.0 m	∞
Bildweite	4.74 mm	4.63 mm	4.57 mm	4.55 mm	4.54 mm	4.53 mm

d)



51

a) $g_2 = \frac{(df - dg_1 - fg_1) \cdot f}{df - dg_1 - f^2}$; 16.4 m

b) $B = G \cdot \frac{f}{g-f}$; 2.25 cm

52

$B = 2\ \mu\text{m}$, $f = \frac{B \cdot g}{B+G} \approx \frac{B \cdot g}{G}$; 2.0 m; 4.5 × 4.5 km²

53

δ = Kreisscheibchendurchmesser
Z = Blendenzahl
f = Brennweite

a) $g_1 = \frac{g}{1 + \frac{Z\delta}{f^2}(g-f)}$; 3.53 m und $g_2 = \frac{g}{1 - \frac{Z\delta}{f^2}(g-f)}$; 6.20 m

b) $Z_\infty = \frac{f^2}{\delta(g-f)}$; 20.4

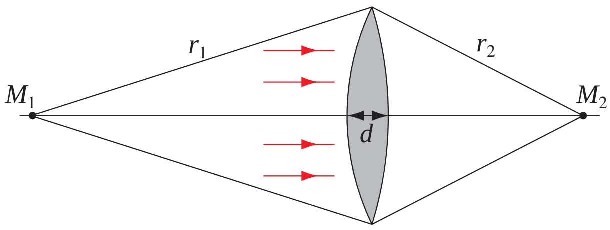
54

Da die Brechung an den Grenzflächen Wasser–Luft geringer ist, ist die Brennweite grösser.

55

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{b}+\frac{1}{g} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f}=\frac{1}{x_2+f}+\frac{1}{x_1+f} \quad \Rightarrow \quad f^2=x_1\cdot x_2$$

56



a) Aus $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$ erhält man $n=1+\frac{r_1 r_2}{f(r_1+r_2)}=1.56$

b) $\frac{1}{r_1}\to 0$; $\quad f=\frac{r_2}{n-1}=90.0\,\text{cm}$

57

Aus $D=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$ erhalten Sie $r_2=\cfrac{1}{\cfrac{D}{n-1}-\cfrac{1}{r_1}}=$ 0.50 m. *Vorzeichen beachten!*

58

Nach der Formel der Brennweite einer Linse folgt für eine symmetrische Linse:

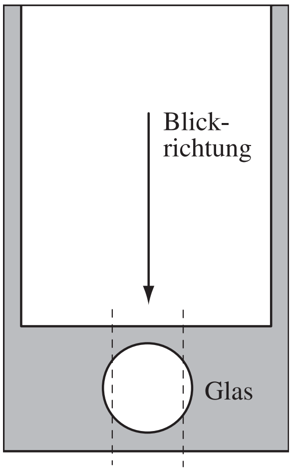
$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{2}{r}\right)$$

Somit ist $f_r=\frac{r}{2(n_r-1)}$ und $f_v=\frac{r}{2(n_v-1)}$. Subtraktion der beiden Gleichung ergibt:

$$\Delta f=\frac{r}{2}\frac{n_v-n_r}{(n_v-1)\cdot(n_r-1)};\quad 8.55\text{ mm}$$

Linsensysteme

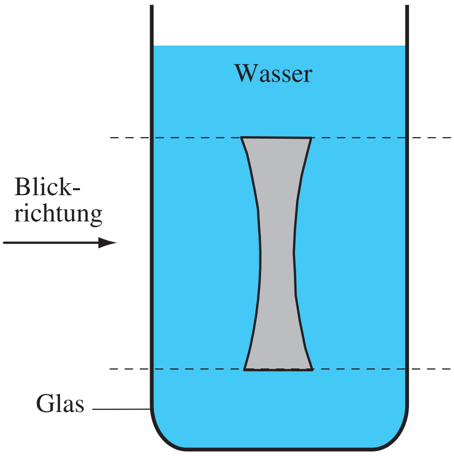
59



Die Skizze (Schnittbild) zeigt, dass die Luftblase mit dem Glas darüber und darunter als Kombination zweier plan-konkaver Linsen angesehen werden kann, die zusammen wie eine Zerstreuungslinse wirken.

60

Es ist möglich unter der Bedingung, dass die Brechzahl des Linsenmaterials kleiner als die von Wasser ist. In diesem Fall wäre eine bikonkave Linse unter Wasser als Kombination zweier plan-konvexer Linsen aus Wasser aufzufassen, deren Zwischenraum mit einem optisch dünnerem Medium ausgefüllt ist.



61

$$f_Z = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{g} - \frac{1}{f_S}\right)^{-1}; \quad -120\ \text{mm}$$

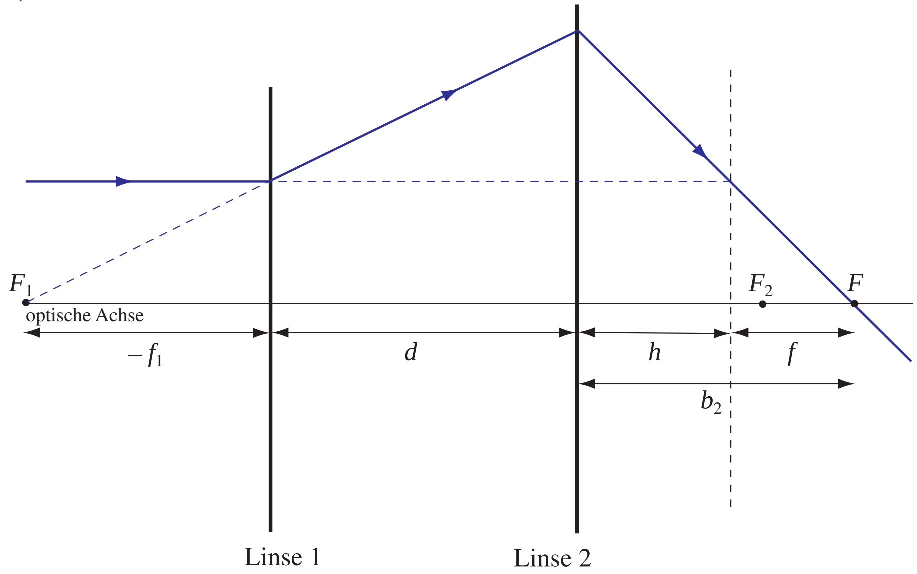
62

a) Mit $r = -100$ mm ist $f = \left(\dfrac{2(n_G - 1)}{r}\right)^{-1}$; -100 mm

b) Die Wasserschicht stellt eine plan-konvexe Linse mit dem Krümmungsradius $R = 100$ mm dar. $f = \left(\dfrac{2(n_G - 1)}{r} + \dfrac{n_W - 1}{R}\right)^{-1}$; -149 mm

63

a), c)



b) Der Brennpunkt F ist das Bild des Punktes F_1 an der Linse 2. Daher gilt:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d - f_1} + \frac{1}{b_2}.$$

$$b_2 = \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{d - f_1}\right)^{-1};\quad 45 \text{ mm}$$

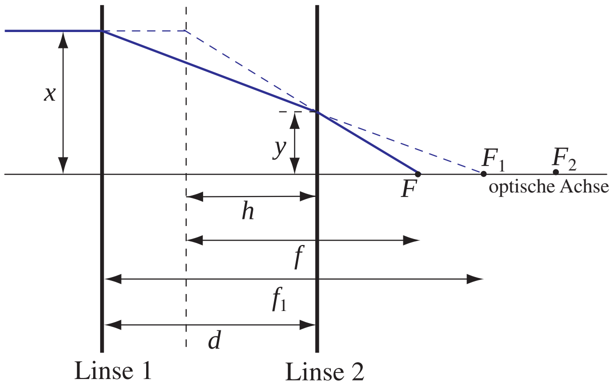
d) Mit $b_2 = f + h$ gilt (siehe b)): $\dfrac{1}{f_2} = \dfrac{1}{d - f_1} + \dfrac{1}{f + h}$

Ausserdem gilt (Strahlensatz): $\dfrac{f}{f + h} = \dfrac{-f_1}{d - f_1}$

Aufgelöst: $h = \dfrac{df_2}{d - f_1 - f_2}$; 25 mm und $f = \dfrac{-f_1 f_2}{d - f_1 - f_2}$; 20 mm

64

a)



b) Abgelesen: h = 27 mm und f = 48 mm

c) Durch die Linse 2 wird der Punkt F_1 auf F abgebildet. Dabei ist die (negative) Gegenstandsweite $g = -(f_1 - d)$.

Mit $b = f - h$ gilt $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f-h} - \frac{1}{f_1 - d}$.

Aus den Strahlensätzen $\frac{x}{f_1} = \frac{y}{f_1 - d}$ und $\frac{x}{f} = \frac{y}{f-h}$ folgt $\frac{1}{f-h} = \frac{f_1}{f(f_1 - d)}$.

Oben eingesetzt ergibt das $\frac{1}{f_2} = \frac{f_1}{f(f_1-d)} - \frac{1}{f_1 - d}$.

Auflösen: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$

d), e)

Die Berechnungen werden mit dem Ergebnis von c) durchgeführt:

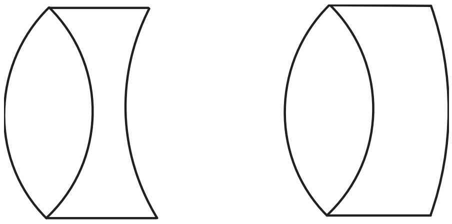
d	50 mm	200 mm
f	58 mm	113 mm
f–h = Abstand vom Film zur Linse 2	48 mm	38 mm

f) Beide Linsen müssen beim Zoomen relativ zum Film verschoben werden.

65

a) $\Delta f \approx \left(\frac{1}{n_{\text{FK3}}^{\text{rot}} - 1} - \frac{1}{n_{\text{FK3}}^{\text{blau}} - 1} \right) \cdot \frac{r}{2}$; 4.5 mm

b) Grundsätzlich kann die Zerstreuungslinse bikonkav, plan-konkav oder konvex-konkav sein.
Beispiele:



Es müssen die beiden folgenden Gleichungen erfüllt sein:

$$(n_{\mathrm{FK3}}^{\mathrm{blau}}-1)\frac{2}{r_1}+(n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{blau}}-1)\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)=\frac{1}{f} \text{ und } (n_{\mathrm{FK3}}^{\mathrm{rot}}-1)\frac{2}{r_1}+(n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{rot}}-1)\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)=\frac{1}{f}$$

$$r_1=2f\cdot\left(\frac{n_{\mathrm{FK3}}^{\mathrm{blau}}-1}{n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{blau}}-1}-\frac{n_{\mathrm{FK3}}^{\mathrm{rot}}-1}{n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{rot}}-1}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{blau}}-1}-\frac{1}{n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{rot}}-1}\right)^{-1} \text{ oder}$$

$$r_1=2f\cdot\frac{\left(n_{\mathrm{FK3}}^{\mathrm{blau}}-1\right)\left(n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{rot}}-1\right)-\left(n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{blau}}-1\right)\left(n_{\mathrm{FK3}}^{\mathrm{rot}}-1\right)}{\left(n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{rot}}-1\right)-\left(n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{blau}}-1\right)};\quad 161.8\text{ mm}$$

$$r_2=\left\{\frac{1}{n_{\mathrm{SF4}}^{\mathrm{blau}}-1}\left(\frac{1}{f}-(n_{\mathrm{FK3}}^{\mathrm{blau}}-1)\frac{2}{r_1}\right)+\frac{1}{r_1}\right\}^{-1};\quad 334.0\text{ mm}$$

Die Zerstreuungslinse muss also konvex-konkav sein.

Auge, Lupe, Mikroskop

66

s_0 = 25 cm: deutliche Sehweite
b: Augenlänge
g: Abstand der Zeitung zum Auge
f: Brennweite des Auges

Es gilt:

$$\frac{1}{s_0}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}+D;\quad \frac{1}{g}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \text{ mit } D = 2.5 \text{ dpt und daraus } g=\frac{1}{\frac{1}{s_0}-D};\quad 67\text{ cm}$$

67

g_1 = 50 cm: Gegenstandsweite ohne Brille
g_2 = 30 cm: Gegenstandsweite mit Brille
b: Bildweite des Auges (Augapfel)
f: Brennweite des Auges bei Einstellung auf 50 cm
f_∞: Brennweite des Auges bei Einstellung auf unendlich
g: Gegenstandsweite mit Brille, wenn das Auge auf unendlich eingestellt ist.
f_B: Brennweite der Brille

a) $\frac{1}{g_1}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ und $\frac{1}{g_2}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f_B}$

Daraus: $\frac{1}{g_2}-\frac{1}{g_1}=\frac{1}{f_B}$

Daraus: f_B = 75 cm oder 1.33 dpt

b) $\frac{1}{g}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f_\infty}+\frac{1}{f_B}$ und $\frac{1}{\infty}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f_\infty}$

Daraus: $\frac{1}{g}=\frac{1}{f_B}$

Also g = 75 cm.

68

a) und b)

G: Gegenstandsgrösse des Dornes
g: Abstand des Dornes zur Lupe
f: Brennweite der Lupe

Da das Auge auf unendlich eingestellt ist, werden parallel einfallende Lichtstrahlen scharf auf die Netzhaut abgebildet. Deshalb ist der Dorn im Abstand der Brennweite der Lupe $g = f$, und es spielt auch keine Rolle, wie gross der Abstand von der Lupe zum Auge ist.

$\frac{G}{s_0}=\tan\alpha_0 \qquad \frac{G}{g}=\tan\alpha\,; \qquad V=\frac{\tan\alpha}{\tan\alpha_0}=\frac{s_0}{g}=\frac{s_0}{f}\,,$

c) $V = 9.3$

69

f ist die Brennweite der Lupe, G die Gegenstandsgrösse.

a) Das virtuelle Bild hat eine Bildweite von -25 cm (deutliche Sehweite).
Der Gegenstand ist daher näher an der Lupe als der Brennpunkt.

Es gilt $\frac{1}{-s_0}+\frac{1}{g}=\frac{1}{f}$, also $g=\frac{f\,s_0}{f+s_0}$ und $V=\frac{\frac{G}{g}}{\frac{G}{s_0}}=\frac{s_0}{g}=\frac{f+s_0}{f}=\frac{s_0}{f}+1$

b) Nun ist die Bildweite nur noch $-25\text{ cm}+d$, weil das Auge immer noch auf 25 cm eingestellt ist, aber im Abstand d von der Linse.

Es gilt $\frac{1}{-s_0+d}+\frac{1}{g}=\frac{1}{f}$, also $\frac{1}{g}=\frac{1}{f}+\frac{1}{s_0-d}$

$$V=s_0\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{s_0-d}\right)=\frac{s_0}{f}+\frac{s_0}{s_0-d}$$

c) 6.0 bzw. 6.1

70

α Winkel im Bogenmass = $\frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{60}$ rad

$G = \frac{s_0 \cdot \alpha}{V}$; $2.91 \cdot 10^{-4}$ mm = 291 nm

71

g_{Ob}: Gegenstandsweite des Objektes vor dem Objektiv
b_{Ob}: Bildweite im Mikroskop
Dann ist $t = b_{\mathrm{Ob}} - f_{\mathrm{Ob}}$.
G: Gegenstandgrösse
B: Bildgrösse im Mikroskop

a) $t = b_{\mathrm{Ob}} - f_{\mathrm{Ob}}$ und daraus b_{Ob} = 197 mm, $\frac{1}{g_{\mathrm{Ob}}} + \frac{1}{b_{\mathrm{Ob}}} = \frac{1}{f_{\mathrm{Ob}}}$ und daraus g_{Ob} = 5.13 mm

und

$V = \frac{s_0 t}{f_{\mathrm{Ok}} f_{\mathrm{Ob}}}$; 200

b) $\frac{1}{g_{\mathrm{Ob}}} + \frac{1}{b_{\mathrm{Ob}}} = \frac{1}{f_{\mathrm{Ob}}}$ und $b_{\mathrm{Ob}} + g_{\mathrm{Ok}} = f_{\mathrm{Ob}} + t + f_{\mathrm{Ok}}$ und $\frac{1}{-s_0} + \frac{1}{g_{\mathrm{Ok}}} = \frac{1}{f_{\mathrm{Ok}}}$

g_{Ob} = 5.13 mm und b_{Ob} = 204.7mm; $V = \frac{b_{\mathrm{Ob}}}{g_{\mathrm{Ob}}} \left(\frac{s_0}{f_{\mathrm{Ok}}} + 1 \right)$; 248

72

g ist die Gegenstandsweite und G die Gegenstandsgrösse des Objektes vor dem Objektiv.
b ist die Bildweite und B die Bildgrösse für das reelle Bild im Mikroskop.

Es gilt:

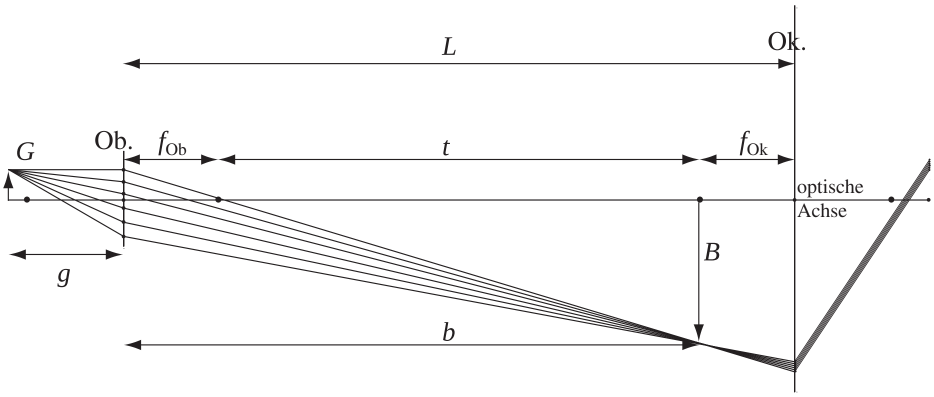
a) $\tan \alpha = \frac{B}{f_{\mathrm{Ok}}} = \frac{Gt}{f_{\mathrm{Ok}} f_{\mathrm{Ob}}}$ und $\tan \alpha_0 = \frac{G}{s_0}$ und daraus V.

b) Mit $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_{\mathrm{Ob}}}$ gilt: $t = b - f_{\mathrm{Ob}} = \frac{g f_{\mathrm{Ob}}}{g - f_{\mathrm{Ob}}} - f_{\mathrm{Ob}}$; 25 cm

$L = t + f_{\mathrm{Ob}} + f_{\mathrm{Ok}}$; 37 cm

$V = \frac{s_0 t}{f_{\mathrm{Ok}} f_{\mathrm{Ob}}}$; 18

c)



Fernrohre

73

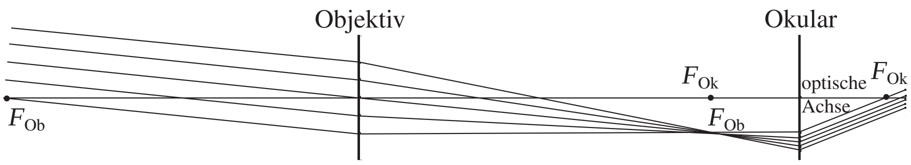
Newton hat einen um 45° geneigten ebenen Fangspiegel, der die Strahlen seitlich aus dem Fernrohr lenkt. Die Position des Okulars ist vor allem bei langen Teleskopen ungünstig. Es ist für astronomische Beobachtung geeignet.

Gregory hat einen konkaven Hilfsspiegel, der die Brennweite des Fernrohres verlängert und damit die Baulänge verkürzt. Der Brennpunkt des Hauptspiegels liegt vor dem Hilfsspiegel. Das Okular ist hinter dem Hauptspiegel angebracht, was für Beobachtungen günstig ist. Die Bilder sind aufrecht und seitenrichtig, daher ist es für terrestrische Beobachtungen geeignet.

Cassegrain hat einen konvexen Hilfsspiegel, der die Brennweite des Fernrohres verlängert und damit die Baulänge verkürzt! Das Okular ist hinter dem Hauptspiegel angebracht, was für Beobachtungen günstig ist. Es ist für astronomische Beobachtung geeignet.
Allgemein gilt, dass durch die Hilfsspiegel nur etwa 7% Lichtverlust eintritt.

74

a)



b) B: Bildgrösse des reellen Bildes im Fernrohr

Dann gilt: $\tan\alpha_0 = \dfrac{B}{f_{Ob}}$ und $\tan\alpha = \dfrac{B}{f_{Ok}}$ und $V = \dfrac{\tan\alpha}{\tan\alpha_0} = \dfrac{f_{Ob}}{f_{Ok}}$

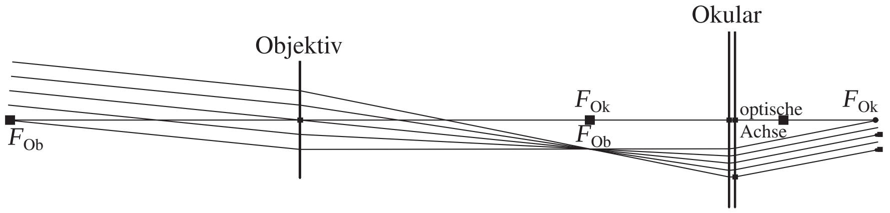
75

a) $d_{\text{Ob}} = 32\text{ cm}$ und $d_{\text{Auge}} = 8.0\text{ mm}$, $\dfrac{I_{\text{Fernrohr}}}{I_{\text{Auge}}} = \left(\dfrac{d_{\text{Ob}}}{d_{\text{Auge}}}\right)^2$; $1.6 \cdot 10^3$

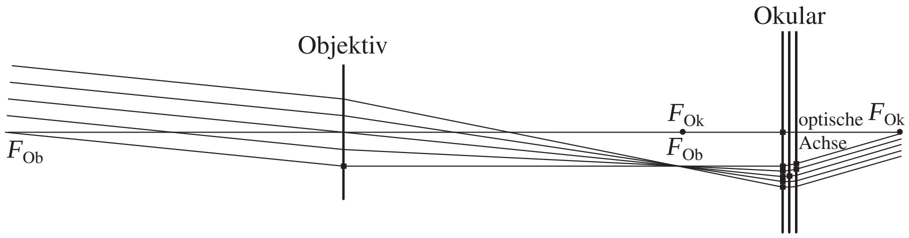
b) $d_{\text{Ok}} = d_{\text{Ob}} \dfrac{f_{\text{Ok}}}{f_{\text{Ob}}}$; 0.37 cm

76

Objektiv: Linse mit f = 50 mm, Okular Doppellinse mit f = 25 mm (eine Linse übrig), V = 2, Baulänge 75 mm



Objektiv: Linse mit f = 50 mm, Okular Tripellinse mit f = 16.7 mm, V = 3, Baulänge 66.7 mm



Objektiv: Linse mit f = 50 mm, Okular Doppellinse mit f = 25 mm und einer Umkehrlinse mit f = 50 mm, V = 2, Baulänge 275 m

77

a) Eine Möglichkeit unter einigen: Sie nimmt eine Kerze und stellt sie so weit vor die Linse, bis das Bild gleich gross ist. (Dies ist im Abstand 4.8 m bei der doppelten Brennweite der Fall.)
b) $f_{\text{Ok}} = +2.4$ cm oder $f_{\text{Ok}} = -2.4$ cm
c) 2.42 m bzw. 2.38 m

78

Sei G die Bildgrösse im Fernrohr und g die Gegenstandsweite (dieses Bildes) gemessen vom Okular. Sei B die Bildgrösse der Sonne auf dem Schirm und b = 60 cm die Bildweite, gemessen vom Okular.

$G = f_{\text{Ob}} \tan \alpha_0$; 1.5 cm

$g = \left(\dfrac{1}{f_{\text{Ok}}} - \dfrac{1}{b}\right)^{-1}$; 2.6 cm $\qquad B = G\dfrac{b}{g}$; 34 cm

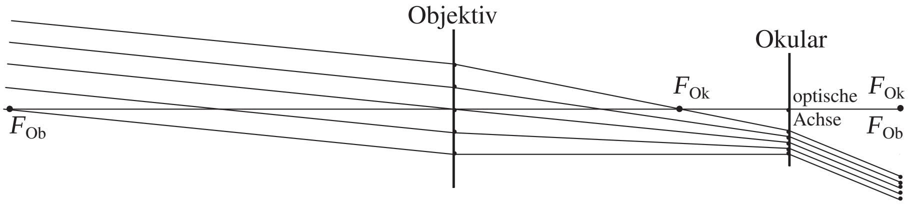
79

a) Folgende Überlegung gilt auch für das Galilei'sche Fernrohr:
Sei d_{Ob} der Durchmesser des eintretenden Lichtstrahles und d_{Ok} der Durchmesser des austretenden Lichtstrahles.
$\frac{d_{\mathrm{Ob}}}{f_{\mathrm{Ob}}} = \frac{d_{\mathrm{Ok}}}{f_{\mathrm{Ok}}}$ und $V = \frac{f_{\mathrm{Ob}}}{f_{\mathrm{Ok}}} = \frac{d_{\mathrm{Ob}}}{d_{\mathrm{Ok}}}$; 16

b) $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta d_{\mathrm{Ob}}}{d_{\mathrm{Ob}}} + \frac{\Delta d_{\mathrm{Ok}}}{d_{\mathrm{Ok}}}$; 10%, also $V = 16 \pm 1.6$

80

a)



b) Sei B die Bildgrösse des reellen Bildes des Objektives bzw. des virtuellen Bildes des Okulars. Dann gilt: $\tan\alpha_0 = \frac{B}{f_{\mathrm{Ob}}}$ und $\tan\alpha = \frac{B}{|f_{\mathrm{Ok}}|}$ und damit $V = \frac{f_{\mathrm{Ob}}}{|f_{\mathrm{Ok}}|}$.

81

a) Für Randstrahlen gibt es grössere Linsenfehler als für Strahlen im mittleren Bereich der Linse. Das Abdecken des Linsenrandes verbessert also die Qualität der Bilder.

b) $t = f_{\mathrm{Ob}} - |f_{\mathrm{Ok}}|$ und $V = \frac{f_{\mathrm{Ob}}}{|f_{\mathrm{Ok}}|}$

$\Rightarrow f_{\mathrm{Ok}} = \frac{t}{1-V}$; -10.7 cm, -7.9 cm; $f_{\mathrm{Ob}} = t \cdot \left(\frac{V}{V-1}\right)$; 1.6 m, 1.58 m