Inhaltsverzeichnis

Physikalische Trainingsaufgaben

Martin Lieberherr

8. Juli 2015

Die aktuellste Version ist zu finden unter
http://lie.perihel.ch

Vorwort und Gebrauchsanleitung

Dies soll eine Sammlung physikalischer Trainingsaufgaben auf gymnasialem Niveau werden. Die Aufgaben sind nicht nach Schwierigkeit sortiert (die einfachen Aufgaben stehen eher am Schluss) und sie decken noch nicht alle Themen ab (oder mit genügend einfachen Aufgaben ab).

Am Ende jeder Aufgabe erscheint ein farbiger Hyperlink. Wird dieser angeklickt, so wird man zur vollständigen Lösung dieser Aufgabe geführt. Bei der Lösung führt ein Hyperlink zurück zur Aufgabe.

Einige Aufgaben enthalten nicht alle benötigten Angaben. Bei diesen muss ein Tabellenwerk (die "FoTa"[1]) zu Hilfe genommen werden. Man darf auch nicht davor zurückschrecken, Informationen aus dem Internet zu beschaffen. Aufgaben können überflüssige Angaben enthalten, die zu ignorieren sind. Gelegentlich müssen Angaben geschätzt werden.

Die Aufgaben sollen – sofern möglich – nach folgendem Schema gelöst werden:
1. Formale Lösung herleiten. Die Schlussformel enthält nur Variable für gegebene Grössen.
2. Gegebene Grössen inklusive Einheiten einsetzen.
3. Resultat ausrechnen, runden, mit der üblichen Einheit versehen und doppelt unterstreichen.

Die Genauigkeit kann mit folgender Faustregel abgeschätzt werden: Das Resultat hat ebenso viele signifikante Stellen wie die ungenaueste Ausgangsgrösse.

Beispiele:

1. Die Schnecke Sidney gewann 2011 die traditionelle Flachbahn-Weltmeisterschaft in Congham, GB. Sie benötigte 3 min 41 s für 33 cm (13 inch). Berechnen Sie die mittlere Bahngeschwindigkeit. 1

2. Wie lange benötigt der Schall einer Vulkanexplosion um ein Mal die Erde zu umrunden? 2

Lösungen der Beispiele:

1. Lösung von Aufgabe 1

   $$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0.33\,\mathrm{m}}{(3 \cdot 60 + 41)\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{1.5\,\mathrm{mm/s}}} \qquad \text{Schnelligkeit oder Bahngeschwindigkeit}$$

   Der Weltrekord wurde übrigens von 'Archie' im Jahr 1995 aufgestellt (2 min für 13 inch).

2. Lösung von Aufgabe 2

   $$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{c} = \frac{2\pi r}{c} = \frac{2\pi \cdot 6.371 \cdot 10^6\,\mathrm{m}}{344\,\mathrm{m/s}} = 116367\,\mathrm{s} = \underline{\underline{1.16 \cdot 10^5\,\mathrm{s}}} = 32.3\,\mathrm{h}$$

Teil I

Mechanik

Kapitel 1

Physikalisches Rechnen

Weiterführende Methoden sind im Teil ‘Physikalische Methoden’ VI zu finden.

1.1 Zehnerpotenzen und Dezimalvorsätze

1. Wie wird der Ausdruck $\frac{1}{3\cdot 10^{-7}}$ optimal zum Berechnen in den Taschenrechner getippt? 1

2. Welche Kantenlänge hat ein Würfel mit 1.0 pL Volumen? 2

3. Schreiben Sie die Grösse mit passendem Dezimalvorsatz.
   a) $1.5\cdot 10^{7}$ W b) $0.55\cdot 10^{10}$ W c) 0.0003 m d) $17\cdot 10^{-11}$ s 3

4. Wandeln Sie die Grösse in die wissenschaftliche Schreibweise um.
   a) 37 fW b) 0.88 µm c) 52 TW d) 460 MΩ 4

5. Schreiben Sie es als Fixkommazahl mit SI-Basiseinheit.
   a) 37 mm b) $5.3\cdot 10^{2}$ kg c) $1.38\cdot 10^{7}$ ns 5

6. Warum sind folgende Grössen nicht in wissenschaftlicher Schreibweise?
   a) $23.8\cdot 10^{5}$ m b) $5.5\cdot 10^{4}$ km c) $0.47\cdot 10^{6}$ Ω 6

1.2 Einheiten umwandeln

1. Wie viel sind 10^{9} s, 10^{7} min, 10^{5} h, 10^{4} d, 10^{3} Wochen und 10^{2} Monate in Jahren?
   Runden Sie auf Zehnteljahre. 1

2. Rechnen Sie die englische Grösse 1.00 inch^{3} in Deziliter um. 2

3. Welches Volumen hat eine Unze reines Gold?
   a) in Kubikmetern mit wissenschaftlicher Zahlenschreibweise?
   b) in Kubikmetern mit passendem Dezimalvorsatz? 3

4. Wie lang ist ein Haar, das Durchmesser 80 µm und Volumen 1.0 µL hat? 4

5. “Am Ende des Winters gibt es in den Ozeanen insgesamt drei Billiarden Liter weniger Wasser als im Herbst – weil auf der Nordhalbkugel viel Wasser in Form von Eis und Schnee gebunden ist.”
   Wie viel tiefer ist der Meeresspiegel wegen dieses Effekts? 5

6. Aus einem Kalenderblatt: "1 Mio. l Wasser [..] verbraucht der Durchschnittsdeutsche in seinem Leben. [..] Das deutsche Durchschnittsleben endet nach genau 2 504 411 136 Sekunden." (im Jahr 2008)
a) Wie gross ist die Kantenlänge eines Würfels von einer Million Liter Volumen?
b) Wie lange dauert das 'Durchschnittsleben' in Jahren? 6

7. Schreiben Sie die Zahl Eins in einem Dutzend Varianten.
Beispiel: $1\,\text{m} = 100\,\text{cm} \Rightarrow 1 = 100\,\text{cm/m}$ (exakt!) 7

8. Eine sogenannte Transfer-Pipette hat ein Volumen von 0.1 Mikroliter. Wie viel ist das in Kubikmillimetern? 8

9. Auf einem Bio-Chip wird 100 pL Flüssigkeit deponiert. Wie viele Kubikmikrometer sind das? 2

10. Wie viel ist $237\,\text{cm}^2$ in Quadratmetern und Quadratdezimetern? 10

11. Weltweit regnet es täglich $1400\,\text{km}^3$ Wasser. Das soll durchschnittlich 57 Tropfen pro Quadratmeter und Minute entsprechen. Welches Volumen hat ein 'durchschnittlicher Tropfen' danach? 11

12. Von Starkregen spricht man ab 1 mm/min Niederschlag. Die gemessene Rekord-Regenminute war 38 mm/min in Guadeloupe, 1970, der Rekord-Regentag 1870 mm/d auf La Réunion, 1952.
a) Wie viel ist 1870 mm/d in Millimeter pro Minute?
b) Drücken Sie 38 mm/min in Liter pro Quadratmeter und Minute aus. 12

13. Für ein amerikanisches Rezept werden '122 cubic inches' Milch und '20 ounces' Zucker benötigt. Rechnen Sie das in Liter und Kilogramm um. 13

14. Die Geschwindigkeit auf kalifornischen Freeways ist auf 70 mph (miles per hour) beschränkt. Wie viel ist das in km/h? 14

15. Setzen Sie den ersten, passenden Vergleichsoperator aus der Reihe =, <, >, ≠. 15

a)	$1\,\text{cm}^2$	$10^{-2}\,\text{m}^2$	b)	7.2 km/h	1.8 m/s	c)	1 nL	$10^{-12}\,\text{m}^3$
d)	17 W/s	17 J	e)	4.4 a	4.4 A	f)	1 bar	101325 Pa

1.3 Genauigkeit

1. "Nach dem Weltbevölkerungsbericht des United Nations Population Fund wurde die Sieben-Milliarden-Menschen-Marke am 31. Oktober 2011 überschritten." (wikipedia) Wie genau muss man die Geburtszeit bestimmen können, damit man sagen kann, dieser oder jener Mensch sei der Siebenmilliardste? Pro Tag werden etwa 380'000 Menschen geboren. 1

2. Wie viele wesentliche Ziffern haben folgende Grössen?
a) 37.0 b) 15 km c) 0.03 km d) 1200 s e) 1302 s f) 0.280 m 2

3. Runden Sie auf zwei signifikante Stellen.
a) 12.81 m b) 12.48 m c) $3.66{\cdot}10^4$ m d) 99.834 W 3

4. Runden Sie das Resultat vernünftig.
a) 236.1 m / (14 s) b) $10^5\,\text{s} \cdot 15\,\text{m/s}$ d) $56\,\text{mm} \cdot 2738\,\text{m}^2$ e) 18.8-19.2 f) 25 km+25 mm 4

5. Ein Stück Haushalt-Aluminiumfolie ist 30 cm breit, 81 cm lang und 7.88 g schwer. Eine Dickenmessung ergibt 0.01 mm. Passen diese Angaben zusammen? 5

6. Warum ist es nicht genauer, sondern falscher, wenn beim Resultat zu viele Stellen notiert werden? 6

7. Warum drücken wir die Genauigkeit mit 'wesentlichen Ziffern' und nicht mit 'Nachkommastellen' aus? 7

8. Warum soll ein Zahlenresultat nicht mit zuwenig signifikanten Stellen angegeben werden. 8

1.4 Formalisieren

1. "Wissen Sie, mit welcher Geschwindigkeit ein Regentropfen auf ihren Kopf prallt? Öffnet der Himmel seine Schleusen, machen sich Regentropfen zum Teil mit der beachtlichen Geschwindigkeit von über 30 Stundenkilometer auf den Weg Richtung Erde. Allerdings hängt die Höchstgeschwindigkeit die ein Regentropfen entwickeln kann entscheidend von seiner Grösse ab. Diese beträgt zumeist zwischen 0,1 und 4,5 Millimeter. Je grösser und damit schwerer ein Tropfen ist, desto schneller ist er auch unterwegs. Die Fallgeschwindigkeit eines Tropfens in Metern pro Sekunde (m/s) errechnet sich aus dem verdoppelten Tropfendurchmesser in Millimetern. Ein grosser Tropfen mit einem Durchmesser von vier Millimetern erreicht so eine Geschwindigkeit von acht m/s, was fast 29 km/h entspricht. Ein zwei Millimeter grosser Tropfen ist mit gut 14 km/h nur noch etwa halb so schnell." (www.bluewin.ch, 5. März 2012)
   Schreiben Sie den Zusammenhang von Fallgeschwindigkeit und Tropfendurchmesser als physikalisch korrekte, reine Formel. Nennen Sie die Werte und Bedeutungen allfällig vorhandener Parameter. 1

2. Ein HP Photoret III Tintenstrahldrucker erzeugt Tröpfchen von 5 pL Volumen. Welchen Durchmesser hat ein Tintentröpfchen? 2

3. Der Weltrekordhalter kann 3850 Wörter pro Minute lesen (und verstehen). In diesem Tempo würde er für die Bibel nur gut drei Stunden benötigen, wenn er diese Lesegeschwindigkeit so lange durchhalten könnte. Wie viele Worte hat die Bibel? 3

4. Im 'Pschyrembel Klinisches Wörterbuch' (256. Auflage, de Gruyter Verlag) findet sich folgender Eintrag: "**Dubois-Formel** (Delafield D., Naturwissenschaftler, New York, 1882-1959): Formel zur Berechnung der Körperoberfläche (O = Körperoberfläche in cm^2, P = Körpergewicht in kg, L = Körpergrösse in cm): $\boxed{\mathrm{O} = \sqrt{P \cdot L} \cdot 167,2}$"
   Was ist unschön an dieser Formel? Schreiben Sie diese Formel physikalisch richtig, d.h. einheitenmässig korrekt, Variablen und Einheiten getrennt sowie Grössen in SI-Basiseinheiten. 4

5. Schimmelpilzsporen kommen natürlicherweise in der Luft vor mit Konzentrationen von z.B. 3000 m^{-3}. Wie viele Sporen saugen Sie bei einem tiefen Atemzug von z.B. 2.5 L Volumen ein? 5

6. Im Jahr 2010 wurden europaweit 46.4 Megatonnen Plastik verbraucht, der grösste Teil (38 %) für Verpackungen. Plastik enthält ähnlich viel Energie wie Erdöl oder Benzin. Weltweit hatte es im gleichen Jahr 1.015 Milliarden Automobile. Rechnen Sie mit einem Verbrauch von 10 kg pro 100 km (inkl. Lastwagen etc). Wie weit kann jedes dieser Autos im Durchschnitt mit der Energie im Plastik fahren? 6

7. Aus einer Champagnerflasche sollen 5 Liter Kohlendioxid entweichen, die 100 Millionen Bläschen mit einer Gesamtoberfläche von 80 m^2 bilden. Stimmt die Flächenangabe? 7

8. Ein typischer Regenwurm (Lumbricus terrestris) hat 3.7 g Masse, ist 12 cm lang und hat 0.64 cm Durchmesser. Er absorbiert 0.24 µmol Sauerstoff pro Quadratzentimeter Haut und Stunde und er verbraucht 0.98 µmol Sauerstoff pro Gramm und pro Stunde. Modellieren Sie den Wurm als Zylinder. Die Endflächen dürfen Sie ignorieren.
   a) Kann der oben genannte Wurm genügend Sauerstoff aufnehmen?

b) Welche Länge könnte der Wurm maximal haben?
c) Welchen Durchmesser könnte ein langer Wurm maximal haben? 8

9. Die flächenbezogene Verdunstungsrate von Quecksilber beträgt 0.056 mg/(cm^2 · h) bei Zimmertemperatur. Wie viel mal mehr Quecksilber verdunstet pro Zeit, wenn ein Kügelchen in tausend kleinere Kügelchen gleicher Grösse zerschellt? 9

1.5 Darstellung Lösungsweg

1. Was ist richtig und was ist falsch an folgendem Lösungsweg? Wie lautet die zugehörige Aufgabe?
$v^2 = v_0^2 + 2gh = 2 \cdot 9.81 \cdot 2 = 39.24 \Rightarrow v = \underline{\underline{6\,\mathrm{m/s}}}$ 1

2. Was ist falsch oder unschön an folgender Lösung, wie könnte man es besser machen und wie könnte die zugehörige Aufgabe lauten? 2
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{5.3\,\mathrm{m}^3} = 1886.79 = \underline{\underline{1.9 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m}^3}}$$

3. Korrigieren Sie folgenden Lösungsweg: s = v · 8 s = 344 · 8 s = 2752 m 3

4. Verbessern Sie alle Fehler sowie Unsauberkeiten in folgendem Lösungsweg: 4
$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 \Rightarrow m = \frac{E}{\frac{1}{2}v^2} = \frac{E}{\frac{1}{2}\cdot 4\,\mathrm{m/s}^2} = \underline{\underline{0.625}}$$

5. a) Nennen Sie drei Gründe, weshalb man eine formale Lösung erstellen soll.
b) Warum soll man ein Zahlenresultat nicht mit zu vielen Stellen angeben? 5

6. Was ist falsch oder unschön an folgendem Lösungsweg?
$s = v \cdot t = v \cdot 12 = 23.8793\,\mathrm{m} = 24$ 6

7. Warum sind folgende Schlussformeln ungünstig? 7

a) $v = g \cdot \sqrt{\dfrac{h}{\frac{1}{2}g}}$ b) $a = \dfrac{\mu_G m g}{m}$ c) $T^2 = \dfrac{(2\pi)^2 l}{g}$

8. Verbessern Sie folgende Darstellung einer Rechnung. 8
$$t = \frac{s}{155\,\mathrm{m/s}} = \frac{608\,\mathrm{m}}{155} = 3.922580645 = 4\,\mathrm{m/s}$$

9. Warum soll eine Schlussformel immer vereinfacht werden? 9

Kapitel 2

Kinematik

2.1 Mittlere Geschwindigkeit

1. Am Do. 13. Okt. 2011 unterbot der britisch-indische Läufer Fauja Singh mit 23.14 s den bestehenden Weltrekord für 100-jährige über 100 m Sprint. An So. 16. Okt. 2011 beendete er als erster Hundertjähriger einen Marathon. Er lief die 42 195 m in 8 h 11 min 06 s (plus 14 min bis er in der Läufermasse die Startlinie erreicht hatte). Berechnen Sie für beide Rennen die mittlere Geschwindigkeit in m/s und km/h. 1

2. Ein Kind wächst während der ersten 10 Lebensjahre circa 1.0 m. Berechnen Sie die durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit in m/s. 2

3. Die bis zu 10 m grossen Gipskristalle (Marienglas) in der Mine von Naica (Mexico) wachsen jedes Jahr 0.3 bis 3 Mikrometer (NZZ 28.9.2011). Wandeln Sie die grössere Angabe in m/s um. 3

4. Das Elektromobil " La Jamais Contente" durchbrach im Jahr 1899 als erstes Strassenfahrzeug mit 105.882 km/h die 100 km/h Marke. Wie lange benötigte es für die einen Kilometer lange Messstrecke? 4

5. Das Schiff "Titanic" ist im Jahr 1912 mit einer Geschwindigkeit von 22 Knoten mit einem Eisberg kollidiert. Wie viel ist das in Kilometer pro Stunde? 5

6. Rechnen Sie die folgenden im Strassenverkehr bedeutsamen Schnelligkeiten in m/s um:
   a) 30 km/h b) 50 km/h c) 80 km/h d) 120 km/h 6

7. Drücken Sie die Lichtgeschwindigkeit aus in den Einheiten
   a) km/h.
   b) cm/ns. 7

8. Ein Elektron und ein Proton machen ein Wettrennen um die Erde. Das Elektron bewegt sich mit 99.985% der Lichtgeschwindigkeit, das Proton mit 99.983%.
   a) Wie lange dauert ein Lauf des Elektrons um die Erde?
   b) Wie viel Rückstand (Länge) hat das Proton dann? 8

9. Die Küstenseeschwalbe *Sterna paradisaea* hält einen Rekord: Sie legt pro Jahr bis zu 80 000 km zurück, weil sie zwischen Arktis und Antarktis pendelt. An manchen Tagen legt sie 520 km zurück.
   a) Berechnen Sie die durchschnittliche Schnelligkeit pro Jahr.
   b) Wie gross ist die mittlere Schnelligkeit 'an manchen Tagen'? 9

10. Nathan Adrian gewann die 100 m Crawl in 47.52 s eine Hundertstelsekunde vor James Magnusson (Olymiade 2012 in London). Wie gross war der Vorsprung in Zentimetern? 10

11. Riesenbambus kann bis zu 120 cm pro Tag wachsen. Rechnen Sie das in Meter pro Sekunde um. Stellen Sie das Resultat einmal in wissenschaftlicher Schreibweise und einmal mit Dezimalvorsatz dar. 11

12. Hansli kann mit 5.3 m/s rennen und Betli mit 4.8 m/s. Wie viel zeitlichen Vorsprung braucht Betli, wenn Sie gleichzeitig mit Hansli die Ziellinie beim 100 m Lauf überqueren soll? 12

13. Während eines Intervalltrainings rennt eine Sportlerin 10 s mit 8.5 m/s, 20 s mit 5.9 m/s und 40 s mit 4.8 m/s. Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit über die ganze Zeit. 13

14. Der Hockenheimring ist 4.573 km lang. Der Streckenrekord (2004, Formel-1) beträgt 1 min 13.780 s. Berechnen Sie die durchschnittliche Schnelligkeit in m/s und km/h. 14

15. Ein Auto fährt die erste Hälfte der Strecke mit 60 km/h, die zweite mit 80 km/h. Berechnen Sie die durchschnittliche Geschwindigkeit. 15

16. Die Felswand ist 170 m entfernt. Wie lange dauert es, bis Sie das Echo hören können? 16

17. Der Astronom R. C. Carrington beobachtete 1859 eine heftige Eruption auf der Sonne. Nur 17 Stunden später traten starke Polarlichter auf. Mit welcher Geschwindigkeit haben sich die Teilchen von der Sonne zur Erde bewegt? 17

18. Eine Fahrerin legt die erste Teilstrecke von 25 km mit 38 km/h zurück, für die zweite Teilstrecke benötigt sie 43 min mit 31 km/h. Berechnen Sie a) die Zeit und b) die mittlere Geschwindigkeit für die ganze Strecke. 18

19. Die erste Teilstrecke von 48 km Länge fährt er mit 50 km/h, das zweite Teilstück mit 80 km/h. Über die ganze Strecke ist er durchschnittlich mit 63 km/h gefahren. Berechnen Sie die Länge des zweiten Teilstücks. 19

20. Ein Windhund gewinnt ein Rennen über 280.0 Meter in 16,19 Sekunden. Berechnen Sie die Geschwindigkeit in Kilometer pro Stunde. 20

2.2 Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit

1. Die allgemeine Bahngleichung für die gleichmässige Bewegung entlang der Koordinatenachse s lautet $s = v \cdot (t - t_1) + s_1$. Ein Ballon startet 07 Uhr 35 auf einer Höhe von 456 m über Meer und steigt mit 60 cm/s.
   a) Wie gross sind v, t_1 und s_1?
   b) Auf welcher Höhe befindet sich der Ballon um 07 Uhr 38 min?
   c) In der FoTa steht eine Bahngleichung mit s_0. Drücken Sie s_0 formal durch v, t_1 und s_1 aus und berechnen Sie den Zahlenwert.
   d) Wann erreicht der Ballon die Höhe 600 m über Meer? 1

2. Ein Auto fährt mit 120 km/h von Zürich (0 km) nach Bern. Um 13 Uhr 51 wird es bei 35 km (Lenzburg) beobachtet und um 14 Uhr 35 in Bern.
   a) Wann erfolgte der Start in Zürich?
   b) Wie weit ist die Fahrt von Zürich nach Bern? 2

3. Ein berühmtes Beispiel aus der Antike behandelt ein Rennen von Achill (griechischer Held) gegen eine Schildkröte. Die Schildkröte habe 150 m Vorsprung und renne mit 4.8 km/h. Der schnellfüssige Achill renne ihr mit 8.3 m/s nach.
   a) Zeichnen Sie das Ort-Zeit-Diagramm.

b) Wie lange ist Achill unterwegs bis er die Schildkröte eingeholt hat?
c) Wie weit muss Achilles bis zum Treffpunkt rennen? 3

4. Ein Gepard jagt mit 110 km/h eine Thomsongazelle, die 50 m Vorsprung hat und mit 80 km/h flieht. Der Gepard hält sein Tempo maximal 400 m oder 13 s lang durch. Kann er sie erreichen? 4

5. Ein Mann läuft mit 4.6 km/h auf sein Haus zu, das noch 480 m entfernt ist. Sein Pudel rennt mit 9 km/h los bis zum Haus und kehrt dann um.
a) Skizzieren Sie das Ort-Zeit-Diagramm dieses Vorgangs (ohne Zahlen).
b) Wie lange und wie weit läuft der Mann bis zum Treffpunkt?
c) Angenommen, dieser Vorgang wiederhole sich, bis der Mann zuhause angekommen ist. Wie weit ist der Pudel dann gelaufen? 5

6. Zwei Autos treffen sich um 10:13 Uhr auf der gleichen Autobahn. Das erste ist um 9:57 Uhr bei Kilometer 87 gestartet und fuhr mit konstant +121 km/h. Das Zweite startete um 9:42 Uhr fuhr mit +115 km/h. Wo ist das zweite Auto gestartet? 6

7. Ein Autofahrer sieht 500 m vor sich einen Lastwagen. Das Auto fährt mit 120 km/h, der Lastwagen mit 100 km/h. Wie lange dauert es, bis der Lastwagen eingeholt ist, und wie weit fährt der Lastwagen in dieser Zeit? Zeichnen Sie zuerst das $s(t)$-Diagramm. 7

8. Zu Beginn ist das Velo bei 380 m und fährt mit +5.6 m/s. 15 Minuten später fährt das Auto beim Nullpunkt vorbei und verfolgt das Velo mit +14 m/s.
a) Zeichnen Sie ein $s(t)$-Diagramm (ohne Zahlen, aber sonst vollständig beschriftet).
b) Wann und wo wird das Velo eingeholt? 8

9. Ein Bergsteiger steigt mit konstanter Geschwindigkeit in die Höhe. Um 05:00 h ist er 2830 m (über Meer), um 06:30 h auf 3580 m.
a) Berechnen Sie die Steiggeschwindigkeit in m/s. (Zahlenresultat in b verwenden)
b) Wann erreicht er den Gipfel auf 4164 m? 9

10. Anna und Beat machen ein Wettrennen über 100 m. Anna rennt mit 7.1 m/s, Beat mit 7.0 m/s. Um welche Distanz liegt Beat zurück, wenn Anna die Ziellinie überquert? 10

11. Hans rennt Adelheid nach. Adelheid hat 18 m Vorsprung und rennt mit 5.8 m/s. Wie schnell muss Hans rennen, damit er sie nach 130 Metern einholt? 11

12. Anna und Beat rennen um die Wette: Anna rennt mit 6.3 m/s, Beat mit 5.4 m/s. Anna gibt Beat 15 m Vorsprung.
a) Zeichnen Sie das $s(t)$-Diagramm inklusive Bahngleichungen.
b) Zu welchem Zeitpunkt wird sie ihn einholen?
c) Wie viel Vorsprung hätte sie geben müssen, damit Anna ihn nach 120 m einholt? 12

13. Ich laufe mit 5.3 km/h. 50 m vor mir sehe ich einen Spaziergänger. Nach 63 s habe ich ihn eingeholt. Mit welcher Geschwindigkeit ist er gelaufen? 13

2.3 Gleichmässig beschleunigte Bewegung

1. Ein Auto beschleunigt in 4.8 s von Null auf 100 km/h. Berechnen Sie die Beschleunigung. 1

2. Ein Tram beschleunigt mit 1.0 m/s^2 aus dem Stand.
a) Wie weit kommt es in 2.5 s?
b) Welche Geschwindigkeit hat es nach 5.4 s?

c) Welche Geschwindigkeit hat es nach 73 m Weg?
d) Wie lange benötigt es, um auf 60 km/h zu kommen? 2

3. In der Kinematik der geradlinigen Bewegung wird negative Beschleunigung salopp mit Bremsen gleichgestellt. Das trifft zwar in einigen Situationen zu, aber nicht in allen.
a) Nennen Sie ein Beispiel, wo die Beschleunigung negativ ist aber trotzdem nicht gebremst wird.
b) Nennen Sie ein Beispiel, wo die Beschleunigung positiv ist und der Körper langsamer wird.
c) Formulieren Sie die Beziehung mit dem Bremsen und dem Vorzeichen der Beschleunigung korrekt. 3

4. Der Lauf des Sturmgewehr 90 der Schweizer Armee ist 528 mm lang. Das Geschoss hat 905 m/s an der Mündung.
a) Berechnen Sie die mittlere Beschleunigung im Lauf.
b) Berechnen Sie die Dauer der Beschleunigungsphase. 4

5. Zwei Geissböcke stehen sich 2.0 m gegenüber und beschleunigen gleichzeitig mit 1.0 m/s^2 auf einander zu.
a) Nach welcher Zeit prallen sie aufeinander?
b) Mit welcher Geschwindigkeit prallen die Köpfe aufeinander?
c) Wie lauten die formalen Ausgangsgleichungen, wenn der zweite Geissbock 0.20 s später startet? (Sie müssen die Gleichungen nicht lösen.)
d) Wie lauten die formalen Ausgangsgleichungen, wenn die Böcke verschieden stark beschleunigen? 5

6. Ein Velo und ein Töff machen ein Wettrennen: Das Velo startet fliegend mit 13 m/s. Der Töff startet 3.0 s später und beschleunigt aus dem Stand mit konstant 5.8 m/s^2. Wie lange und wie weit fährt das Velo bis zum Treffpunkt?
a) Skizzieren Sie das $s(t)$-Diagramm.
b) Berechnen Sie den Zeitpunkt.
c) Berechnen Sie die Strecke unter Verwendung des Resultats von b) 6

7. Eine Rakete startet aus der Ruhelage und beschleunigt auf einer Strecke von 3.3 m mit 6060 m/s^2. Berechnen Sie die Endgeschwindigkeit. 7

8. Ein Töffli beschleunige in 5.6 s von 12 auf 36 km/h. Berechnen Sie die mittlere Beschleunigung. 8

9. Bestimmen Sie möglichst genau a) aus Diagramm 2.1 die Geschwindigkeit zur Zeit t = 1.00 s und b) aus dem Diagramm 2.2 den zurückgelegten Weg. 9

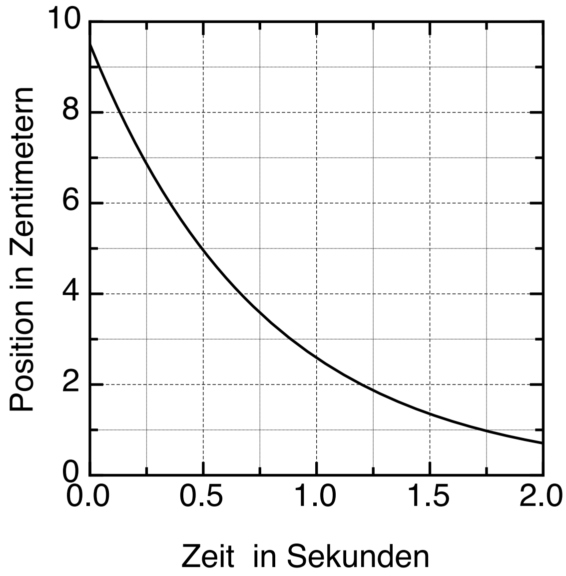


Abbildung 2.1: Ort-Zeit-Diagramm

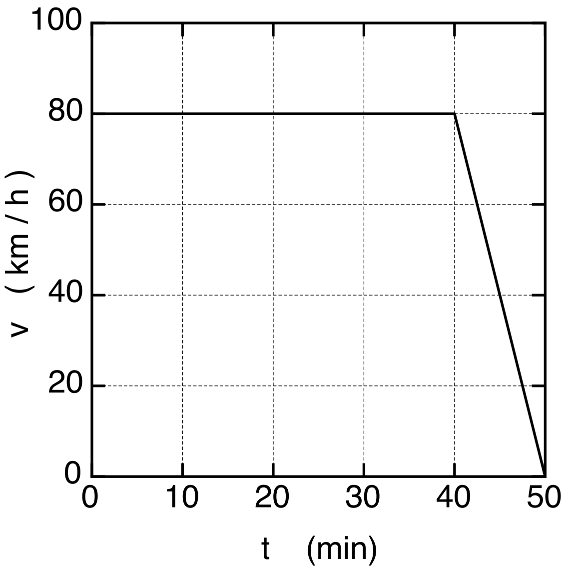


Abbildung 2.2: Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm

10. Der Anhalteweg eines Autos besteht aus dem Reaktionsweg (wo es noch mit konstanter Geschwindigkeit weiterfährt) und dem Bremsweg, wo es gleichmässig langsamer wird. In Abbildung 2.3 können Sie das $s(t)$-Diagramm eines solchen Anhaltevorgangs sehen.
a) Lesen Sie die Anfangsgeschwindigkeit aus dem Diagramm.
b) Bestimmen Sie die Beschleunigung mit Hilfe des Diagramms.
c) Welche Form hat die Kurve zwischen 2 s und 5 s? Und warum?
d) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit zur Zeit t = 4.0 s (Resultat von a und b verwenden).
e) An welchem Ort kommt das Auto zum Stillstand? (Resultat von a und b verwenden)
f) Skizzieren Sie – ohne zu rechnen – das zugehörige $v(s)$-Diagramm. Beschriften und kommentieren Sie die wesentlichen Stellen sowie Verläufe. 10

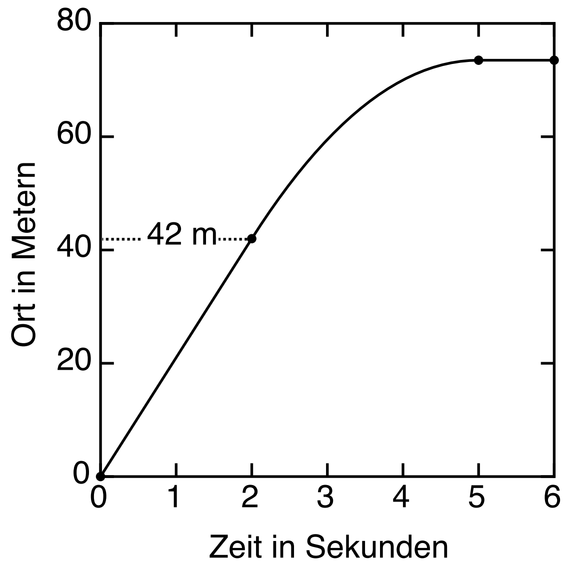


Abbildung 2.3: $s(t)$-Diagramm für den Anhalteweg eines Autos.

11. Stellen Sie den Zusammenhang von Tabelle 2.1 durch eine Formel dar. Welche Werte haben die konstanten Parameter in der Formel? 11

Tabelle 2.1: Zeiten t in Sekunden und dazu gehörende Positionen s in Metern für einen Punkt.

t (s)	s (m)
0.0	0.1
1.0	1.1
2.0	4.1
3.0	9.1
4.0	16.1

12. Ein Körper beschleunigt aus dem Stand während 4.0 s und kommt 32 m weit. Berechnen Sie die mittlere Beschleunigung. 12

13. Ein Rennauto fährt mit 280 km/h und bremst auf einer Strecke von 30 m mit einer Bremsverzögerung

von 10.3 m/s^2. Berechnen Sie die Geschwindigkeit am Ende dieser Strecke. 13

14. Ein Auto bremst mit -1.0 m/s^2 von 50 km/h auf 30 km/h ab.
    a) Wie lange dauert der Vorgang?
    b) Wie weit fährt das Auto während dieses Vorgangs? 14

15. Ein Töffli startet am Nullpunkt und beschleunigt konstant mit 0.80 m/s^2. Ein Velo fährt 3.0 s später am Nullpunkt vorbei und versucht, das Töffli einzuholen. Das Velo fährt gleichmässig mit 7.0 m/s.
    a) Zeichnen Sie das Ort-Zeit-Diagramm dieses Vorgangs (angeschriebene Skizze ohne Zahlen).
    b) Wann wird das Töffli eingeholt? 15

16. Ein Tram fährt mit 14 m/s und bremst dann mit -1.1 m/s^2 gleichmässig bis zum Stillstand ab. Zeichnen Sie die Geschwindigkeit als Funktion des zurückgelegten Weges. 16

17. In einem Dragster-Rennen muss aus dem Stand in möglichst kurzer Zeit eine Viertelmeile zurückgelegt werden. Der Rekord stammt aus dem Jahr 2006: 4.428 s für eine Viertelmeile und Endgeschwindigkeit 527.83 km/h (wikipedia, 2013).
    a) Berechnen Sie aus der Strecke und Zeit die mittlere Beschleunigung.
    b) Berechnen Sie aus der Endgeschwindigkeit und Streckenlänge die mittlere Beschleunigung.
    c) Berechnen Sie die mittlere Beschleunigung aus der Zeit und der Endgeschwindigkeit.
    d) Passen die Angaben zusammen? Falls ja warum, falls nein warum nicht. 17

18. Ein Velo fährt mit konstant 11.3 m/s an einem startenden Auto vorbei. Das Auto beschleunigt gleichmässig und holt das Velo nach 23.5 Sekunden ein. Berechnen Sie die Beschleunigung. 18

19. Ein Rennauto beschleunige aus dem Stand mit 8.2 m/s^2.
    a) Wie lange dauert es, bis es 75 m/s erreicht hat?
    b) Wie weit ist es in dieser Zeit gekommen? 19

20. Fritz startet fliegend und fährt mit konstant 25 m/s. Sabine startet am gleichen Ort aus dem Stillstand und beschleunigt konstant mit 3.8 m/s^2. Wann holt Sabine Fritz ein? 20

21. Sie fahren mit 60 km/h und müssen plötzlich auf einer Strecke von 38 m bis zum Stillstand bremsen, weil dort ein Hindernis auftaucht. Berechnen Sie die notwendige Beschleunigung. 21

22. Eine Dame schwimme mit 1.2 m/s und benötige 0.8 s für das Wenden am Bahnende. Berechnen Sie die mittlere Beschleunigung während des Wendens. 22

23. a) Ein Auto beschleunigt gleichmässig auf 20 m/s und bremst in der halben Zeit wieder ab. In welchem Verhältnis stehen die Beschleunigungen?
    b) Ein Auto beschleunigt gleichmässig auf 20 m/s und bremst auf dem halben Weg wieder ab. In welchem Verhältnis stehen die Beschleunigungen? 23

2.4 Relativbewegung

1. Am 10. Februar 2009 sind zwei erdumkreisende Satelliten (Iridium 33 und Kosmos 2251) in 788.6 km Höhe unter einem Winkel von 102.2° zusammengestossen. Die Satelliten hatten eine Bahngeschwindigkeit von je 7.52 km/s. Berechnen Sie die Relativgeschwindigkeit. 1

2. Am Gigathlon 2012 in Olten benötigte Daniel 1 h 26 min für die 9 km lange Schwimmstrecke in der Aare. Im Schwimmbecken erreicht er 4.2 km/h. Berechnen Sie die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Aare und ob Daniel flussaufwärts oder -abwärts geschwommen ist. 2

Kapitel 3

Fallgesetze

3.1 Freier Fall ohne Anfangsgeschwindigkeit

1. Mit welcher Schnelligkeit schlägt das Ei auf, wenn es vom Kuckuck in 7.0 m Höhe aus dem Nest gekippt wurde? 1

2. Ein Apfel fällt aus 3.8 m Höhe vom Baum. Nach welcher Zeit schlägt er unten auf? 2

3. Der Astronaut David Scott liess am 2. August 1971 auf dem Mond eine Vogelfeder fallen. Die Fallhöhe sei 1.2 m.
   a) Wie lange dauerte der Fall?
   b) Wie gross war die Aufprallgeschwindigkeit? 3

4. Ein Blumentopf kippt vom Fenstersims und zerschellt mit 19 m/s auf der Strasse. Berechnen Sie die Fallhöhe. 4

5. Sie lassen einen Stein in einen tiefen Brunnen fallen. Nach 2.6 s hören Sie das Echo. Wie tief ist der Brunnen? 5

6. Berechnen Sie das Verhältnis von mittlerer Geschwindigkeit zu Endgeschwindigkeit beim freien Fall. Erklären Sie das Resultat. 6

7. Der Kuckuck lässt ein Ei aus dem Nest fallen. Welche Geschwindigkeit hat es 0.50 s nach Beginn es freien Falls? 7

8. Der Österreicher Felix Baumgartner stieg am 14. Oktober 2012 bei Roswell, New Mexico (USA) mit einem Heliumballon in die Stratosphäre auf, um mit Schutzanzug und Fallschirm abzuspringen. Damit stellte er fünf Weltrekorde auf: höchste bemannte Ballonfahrt und Absprung: 39 045 m, größte im freien Fall erreichte Geschwindigkeit: 1342,8 km/h (Mach 1,24), längster freier Fall (Höhenunterschied): 36 529 m, längster freier Fall ohne Stabilisierungsfallschirme: 4 Minuten 20 Sekunden. (wikipedia, 15. Okt. 2012)
   a) Welche Schallgeschwindigkeit in m/s errechnet sich aus der Machzahl?
   b) Angenommen, der freie Fall erfolge im Vakuum, nach welcher Zeit und welcher Fallstrecke wird die Schallgeschwindigkeit erreicht? Rechnen Sie mit 300 m/s und $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$
   c) Wie lange hätte der ganze Fall ohne Luftwiderstand gedauert? 8

9. Wenn 'alles gleich schnell fällt', warum fallen dann Vögel nicht vom Himmel? 9

10. Braucht ein Apfel mehr als eine Sekunde, um vom vier Meter hohen Baum zu fallen? 10

11. Der Blumentopf braucht 1.414 s, um vom Fenstersims auf die Strasse zu fallen. Wie hoch oben ist das Sims? 11

12. Árni Stefánsson hat 1974 den leeren Krater des Vulkans Thrihnukagigur, der 20 km südlich von Reykjavik liegt, entdeckt. Er liess einen Stein in den dunklen Krater fallen. Nach 'genau' 4.5 s soll er das Geräusch des Aufpralls gehört haben. Passt das zu den 120 m Kratertiefe? 12

13. Ein Klippenspringer trifft mit 85 km/h auf das Wasser. Aus welcher Höhe ist er abgesprungen? 13

14. Sie lassen zwei Steine in zeitlich kurzem Abstand Δt fallen. Rechnen Sie aus, ob der räumliche Abstand der zwei Steine während des freien Falls zunimmt, gleich bleibt oder abnimmt. 14

15. Wie viel mal weiter fällt ein Stein, wenn er doppelt so lange fällt? 15

16. Ein Stein fällt aus der Höhe h auf den Boden. Nach welcher Höhe (vom Startort gemessen) ist die Geschwindigkeit genau halb so gross wie die Aufprallgeschwindigkeit? 16

17. Zwei Äpfel fallen aus den Höhen h_1 und h_2 auf den Boden. In welchem Verhältnis stehen die Aufprallgeschwindigkeiten? 17

18. Sie verdoppeln die Fallhöhe. Um welchen Faktor nimmt die Fallzeit zu? 18

3.2 Vertikaler Wurf

1. Ein Handball wird mit 10 m/s vertikal nach oben geworfen. Erreicht er die Turnhallendecke 6.0 m höher oben? 1

2. Ein Schneeball wird mit 8.7 m/s nach oben geworfen.
   a) Auf welcher Höhe über der Abwurfstelle befindet er sich nach 1.7 s?
   b) Wie gross ist seine Geschwindigkeit dann?
   c) Ist der Schneeball dann auf dem Aufstieg oder Abstieg?
   d) Bis zu welcher Höhe steigt er oder ist er gestiegen?
   e) Wie gross ist seine Geschwindigkeit 2.7 m über der Abwurfstelle? 2

3. Ein Ball wird vertikal nach oben geworfen. Welcher zeitliche Anteil der Bahn liegt in der oberen Hälfte? 3

4. Ein Körper wird aus Höhe h ohne Anfangsgeschwindigkeit fallen gelassen. Gleichzeitig wird ein zweiter Körper aus Höhe Null nach oben geworfen. Die Geschwindigkeit des zweiten Körpers ist so, dass er gerade die Höhe h erreicht. Wann und auf welcher Höhe treffen sich die zwei Körper? 4

5. Hansli wirft seiner Mutter den Schlüssel mit 12 m/s nach oben, während die Mutter 5.6 m höher oben ihm gleichzeitig das Pausenbrot mit 12 m/s nach unten wirft.
   a) Zeichnen Sie das Ort-Zeit-Diagramm beider Würfe (ohne Zahlen).
   b) Auf welcher Höhe über Boden kreuzen sich Pausenbrot und Schlüssel? 5

6. Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit müsste ein Medizinball (3.0 kg) nach oben geworfen werden, damit er die Turnhallendecke (7.2 m höher oben) erreicht? 6

7. Mit welcher Geschwindigkeit muss man einen Stein vertikal werfen, damit er innert 0.50 s den Boden 2.0 m weiter unten erreicht? 7

8. Sie werfen einen Stein mit 8.32 m/s vertikal nach oben. Zu welchen Zeitpunkten ist er 3.11 m über der Abwurfstelle? 8

9. Wie gross muss die Anfangsgeschwindigkeit eines vertikalen Wurfs sein, damit sich gegenüber einem freien Fall ohne Anfangsgeschwindigkeit die Flugzeit halbiert? 9

10. Wenn Sie einen Stein in die Luft werfen, so scheint er zuoberst kurz still zu stehen. Wie lange und warum so lange? 10

11. Ein vertikaler Wurf hat Anfangsgeschwindigkeit $v_{y0} = 5.50\,\mathrm{m/s}$ und Anfangshöhe $y_0 = 1.70\,\mathrm{m}$.
a) Zeichnen Sie die Position y des Wurfkörpers als Funktion der Zeit bis er $y = 0$ erreicht.
b) Berechnen Sie die Koordinaten (t_S, y_S) des höchsten Punktes und Zeitpunkt des Aufpralls. 11

12. Ein Stein wird mit 5.50 m/s aufwärts geworfen. Zeichnen Sie die Geschwindigkeit als Funktion der Höhe bis zum höchsten Punkt. 12

13. Wie viel Mal schneller müssen Sie werfen, wenn Sie doppelt so hoch kommen wollen? 13

14. Ein Jongleur wirft einen Ball 98 cm hoch in die Luft. Wie viel Zeit bleibt ihm, bis der Ball auf der Ausgangshöhe zurück ist? 14

15. Sie werfen einen Ball mit 7.8 m/s abwärts. Er prallt mit 8.9 m/s auf den Boden.
Berechnen Sie a) die Fallzeit und b) die Fallhöhe. 15

16. Mit welcher Geschwindigkeit müssen Sie einen Stein aufwärts werfen, damit er 3.1 s in der Luft bleibt? (bis er wieder auf der Ausgangshöhe zurück ist?) 16

3.3 Horizontaler Wurf

1. Ein Schneeball wird mit 9.3 m/s in horizontaler Richtung von der Aussichtsterrasse eines Bergrestaurants geworfen. Die Abwurfstelle sei der Nullpunkt des Koordinatensystems mit der x-Achse in horizontaler und der y-Achse in vertikaler Richtung (aufwärts positiv).
a) Bei welcher Koordinate ist der Ball nach 1.5 s? Berechnen Sie auch die Geschwindigkeit (x- und y-Komponente, Betrag, Winkel zur Horizontalen) zu diesem Zeitpunkt.
b) Der Ball habe sich in horizontaler Richtung 7.3 m bewegt. Zu welchem Zeitpunkt ist er da? Wie lautet die zugehörige y-Koordinate?
c) Der Ball sei 11.3 m gefallen. Wie lange hat das gedauert? Wie lautet die zugehörige x-Koordinate? Berechnen Sie auch den Betrag der Geschwindigkeit. 1

2. Eine Schneefräse schleudert einen Strahl kompakten Schnees auf 2.5 m Höhe horizontal weg. Der Schnee trifft in 4.5 m horizontalem Abstand auf den Boden.
Berechnen Sie a) die Anfangsgeschwindigkeit und b) den Auftreffwinkel. 2

3. Mit welcher Geschwindigkeit muss man einen Stein horizontal werfen, damit er 15 m weiter vorn und 1.5 m tiefer unten aufprallt? 3

4. Babettli wirft den Nuggi horizontal aus dem Kinderwagen. Der Nuggi landet auf der Strasse in 1.8 m (horizontaler) Entfernung und 90 cm tiefer unten.
a) Wie lange hat der Nuggi-Flug gedauert?
b) Mit welcher Geschwindigkeit ist er aufgeprallt? 4

5. Ein Stein wird mit 10 m/s horizontal weggeschleudert und prallt mit 20 m/s auf. Berechnen Sie die Fallhöhe und die horizontale Flugdistanz. 5

6. Sie werfen einen Ball mit 5.88 m/s in horizontaler Richtung. Wo ist der Ball nach 1.07 Sekunden und welche Geschwindigkeit hat er dann? 6

7. Das Nachbarhaus hat Abstand d. Ein Reklameschild daran ist um die Höhe h tiefer als Sie. Mit welcher Geschwindigkeit υ_0 müssen Sie horizontal werfen, damit Sie dieses Schild treffen? (rein formale Aufgabe) 7

8. Sie werfen einen Stein mit 6.3 m/s in horizontaler Richtung von einer Brücke, die 18 m hoch ist.
a) Wie weit von der Brücke entfernt prallt der Stein auf den Boden?
b) Welche Geschwindigkeit (Betrag) hat der Stein 0.87 s nach Abwurf?
c) Welche Bewegungsrichtung hat der Stein 0.87 s nach Abwurf? (Winkel zur Horizontalen) 8

9. Woher weiss man, dass Horizontal- und Vertikalbewegung eines horizontalen Wurfs unabhängig behandelt werden dürfen? 9

3.4 Schiefer Wurf

1. Bei welchem Winkel wird die Wurfweite maximal, wenn
a) Abwurf und Landung auf der gleichen Höhe erfolgen?
b) die Abwurfstelle etwas höher liegt? 1

2. Der Wasserstrahl im Kinderplantschbecken wird unter 60° abgeschossen und kommt 1.1 m weit (auf gleicher Höhe gemessen). Berechnen Sie die Anfangs-Schnelligkeit. 3

3. Kann jede nach unten geöffnete Parabel eine Wurfparabel sein? 3

4. Unter welchem Winkel müssen Sie einen Ball gegen die Wand werfen, damit der Ball möglichst hoch oben gegen die Wand prallt? Die Wand sei 4.5 m entfernt. Sie werfen mit 9.1 m/s. Zeichnen Sie die Auftreffhöhe y als Funktion des Abwurfwinkels α_0. Berechnen Sie den optimalen Abwurfwinkel mit Differentialrechnung, falls Sie diese schon beherrschen. 4

5. Berechnen Sie das Verhältnis von Wurfweite zu Wurfhöhe. Was fällt auf? 5

6. Ein Ball wird mit 8.8 m/s gegen ein Ziel bei $x_z = 4.4$ m und $y_z = 2.1$ m geworfen. Der Abwurf erfolge wie üblich im Nullpunkt eines Koordinatensystems mit horizontaler x- und vertikaler y-Achse.
a) Unter welchem Winkel α_0 zur Horizontalen muss geworfen werden?
b) Mit welcher minimalen Abwurfschnelligkeit υ_0 ist das Ziel noch erreichbar? 6

7. Die Wurfparabel wird üblicherweise so dargestellt, dass der Abschuss im Nullpunkt des Koordinatensystems erfolgt. Schreiben Sie die Gleichung so um, dass der Abschuss bei x_A, y_A stattfindet. 7

8. Die Wurfparabel wird meistens durch die Anfangsgeschwindigkeit υ_0 und den Abschusswinkel α_0 parametrisiert, siehe Gleichung 3.1. Es ist aber möglich, diese Parameter gegen Wurfweite x_w und Wurfhöhe y_{max} auszutauschen, siehe Gleichung 3.2, oder gegen die Koordinaten des Ziels x_z, y_z, siehe Gleichungen 3.3 und 3.4. Prüfen Sie, ob die Gleichungen 3.2 bis 3.4 korrekt sind, ohne sie selber herzuleiten. (Plausibilitätskontrolle) 8

$$y = x \tan\alpha_0 - \frac{gx^2}{2\upsilon_0^2\cos^2\alpha_0} \tag{3.1}$$

$$y = x\cdot(x_w - x)\cdot\frac{4y_{max}}{x_w^2} \tag{3.2}$$

$$y = \left(\frac{\upsilon_0^2}{gx_z} \pm \sqrt{\left(\frac{\upsilon_0^2}{gx_z}\right)^2 - 1 - \frac{2\upsilon_0^2 y_z}{gx_z^2}}\right)\cdot x\cdot\left(1-\frac{x}{x_z}\right) + y_z\cdot\frac{x^2}{x_z^2} \tag{3.3}$$

$$y = x\tan\alpha_0 - (x_z\tan\alpha_0 - y_z)\cdot\left(\frac{x}{x_z}\right)^2 \tag{3.4}$$

9. Am 18. August 2012 gewann der 18-jährige Finne Ere Karjalainen in Savonlinna die inoffizielle Weltmeisterschaft im Handy-Weitwurf. Sein gebrauchtes Mobiltelefon flog 101.46 m weit. Berechnen Sie die Abwurfgeschwindigkeit und die Flugzeit unter der Annahme, dass der Abwurf unter 45° erfolgte sowie dass Abwurf und Landung auf gleicher Höhe waren (und natürlich ohne Luftwiderstand). 9

10. Mit dem Paris-Geschütz wurde im ersten Weltkrieg die Stadt aus einer Entfernung von 120 km beschossen (März-August 1918). Das Geschützrohr war 36 m lang. Die Geschosse wogen 94 kg, hatten eine Mündungsgeschwindigkeit von 1.6 km/s und erreichten mit einer Höhe von 40 km als erste menschengemachte Objekte die Stratosphäre. Die hohe Flugbahn verringerte den Luftwiderstand beträchtlich. Die Geschosse benötigten 170 s von Abschuss bis Einschlag. Die Geschützrohr-Elevation betrug bis zu 55 Grad. Die Kanone wurde beim Rückzug verschrottet, die Daten sind nicht ganz sicher.
    a) Berechnen Sie für einen schiefen Wurf unter 45° und 120 km Wurfweite die Anfangsgeschwindigkeit und die Flugzeit.
    b) Berechnen Sie für einen schiefen Wurf der Höhe 40 km und Weite 120 km den Abschusswinkel und die Anfangsgeschwindigkeit. 10

11. Unter welchem Winkel muss man werfen, damit die Wand möglichst hoch oben getroffen wird? Abwurfschnelligkeit sei 8.5 m/s , die Wand stehe 5.0 m weiter vorn.
    a) Lösen Sie die Aufgabe graphisch.
    b) Bestimmen Sie den Winkel mit Differentialrechnung. 11

12. Sie werfen eine Wurfhantel unter einem Winkel α_0 (zur Horizontalen) nach oben. Die Hantel verlässt Ihre Hand mit Geschwindigkeit v_0. Wie hoch über die Abwurfstelle wird sie steigen? 12

Kapitel 4

Dynamik

4.1 Masse und Dichte

1. Warum tut es weh, wenn man beim Turmspringen mit dem Bauch voran aufs Wasser klatscht? Wasser ist doch flüssig und kann ausweichen! 1

2. Ein Metallwürfel wiegt 500.56 g und hat 4.800 cm Kantenlänge. Berechnen Sie die Dichte. Könnte es sich um Titan handeln? Die Kanten des Würfels sind leicht gebrochen. 2

3. Eine metallische Platte wiegt 153.22 g und hat Länge 70.00 mm, Breite 30.00 mm sowie Höhe 10.00 mm. Berechnen Sie die Dichte. 3

4. Ein Kupferzylinder wiegt 170.56 g, ist 2.0 cm hoch und hat 3.5 cm Durchmesser. Berechnen Sie die Dichte. Stimmt sie mit dem Literaturwert überein? 4

5. Die Stahlkugel eines Kugellagers wiegt 254.52 g und hat 3.965 cm Durchmesser. Berechnen Sie die Dichte des Kugelmaterials. 5

6. Reines Silber hat Dichte $10.5 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, die Legierung aus 720 Gewichts-Promille Silber und 280 Promille Kupfer $10.0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Legiert man die reinen Metalle, so addieren sich die Massen. Gilt das auch für die Volumina? 6

7. Aus der Zeitung: “Das Urkilogramm hat an Gewicht verloren. (..) [Der Verlust] beträgt inzwischen rund 50 Millionstel Gramm (..) Möglicherweise verliert das Urkilo Gase, die beim Schmelzen eingeschlossen wurden (..) Nur weil das Urkilo etwas abgenommen hat, heisst das nicht, dass die dicke Katze nun auch leichter ist.” (20min, 24. April 2012)
   Kommentieren Sie den Textauszug vom Standpunkt einer Physikerin oder eines Physikers. 7

8. In ungefähr sieben Milliarden Jahren verwandelt sich unsere Sonne in einen roten Riesen. Die Sonne wächst, bis sie an die Bahn der Venus heran reicht (die dann verschluckt wird). Berechnen Sie die mittlere Dichte der Sonne in diesem Zustand. 8

9. Ein Körper hat auf der Erde 72 kg. Hat er auf dem Mond a) weniger b) gleichviel c) mehr? 9

10. Eine sogenannte Transfer-Pipette hat ein Volumen von 0.1 Mikroliter. Welche Masse hat die entsprechende Menge wässrige Lösung? 10

11. Eine zerknüllte Aluminiumfolie ist $10\,\mu\mathrm{m}$ dick und wiegt 4.94 g. Berechnen Sie die Fläche in dm^2. 11

12. Ein Wassertropfen hat Radius 1.0 mm. Berechnen Sie seine Masse. 12

13. Auf einem Küchen-Hohlmass befinden sich die Marken '2.7 dL' und '200 g Mehl' auf derselben Höhe. Was folgt daraus für die Dichte von geschüttetem Mehl? 13

14. Beschreiben Sie eine Strategie, wie man einen Gewichtsstein von 500.000 g Masse herstellen kann (besser als auf ein Milligramm genau). Zur Verfügung haben Sie das Urkilogramm, eine extrem präzise Balkenwaage die nur schwerer/leichter anzeigt, sowie beliebig viel Material und Werkzeug. 14

15. Auf einer Badezimmerwaage, die ich am Strassenrand gefunden hatte, sind zwei Skalen eingezeichnet: Eine Skala ist mit kg beschriftet und die andere mit 'st'. 140 kg entspricht ungefähr 22 st. Was für eine Massseinheit könnte es sein? Tipp: Die Waage trägt die englische Inschrift 'Not Legal For Trade'. 15

16. Eine Stahlstange ist 150 mm lang, hat 14.0 mm Durchmesser und wiegt 182 g. Bestimmen Sie die Dichte des Stahls (wie üblich in $\mathrm{kg/m^3}$). 16

17. Der silberne Fünfliber (Jahrgänge1931-1967) hatte eine Masse von 15 g. Berechnen Sie das Volumen in Kubikmetern und Kubikzentimetern. 17

18. Nennen Sie drei alltägliche Situationen, wo Trägheit eine Rolle spielt. 18

19. Das Telefonbuch 2013 der Stadt Zürich hat Format A4, wiegt 1140 g, ist 2.30 cm dick und hat 1060 Seiten.
a) Berechnen Sie die mittlere Dichte des Buchs.
b) Berechnen Sie die Papierstärke in $\mathrm{g/m^2}$. 19

20. König Rudolf der Reiche und sein Nachbar, König Albert der Arme, bestellen Standbilder von sich aus massivem Gold. Rudolfs Bild soll so gross sein wie er selbst, und Alberts so schwer wie er selbst. Beide Könige seien 1.65 cm gross und 95 kg schwer. Welche Masse hat die Statue von Rudolf und welche Grösse die von Albert? 20

21. Ein Messbecher wiegt 126.6 g. Gefüllt mit 1.0 Liter trockenem Sand wiegt er 1651.8 g. Man kann drei bis vier Deziliter Wasser dazu giessen, ohne dass sich das Volumen verändert, weil das Wasser die Luft aus den Zwischenräumen verdrängt. Der Becher mit 1.0 Liter nassem Sand wiegt 2000.2 g. Berechnen Sie a) das Volumen der Hohlräume zwischen den Sandkörnern sowie b) die mittlere Dichte der Sandkörner. 21

22. Eisen oder Stahl wird oft mit einer 25 bis 150 µm dicken Zinkschicht überzogen, um es vor Korrosion zu schützen. Welche flächenspezifische Masse (in $\mathrm{kg/m^2}$) hat eine 40 µm dicke Zinkschicht? 22

23. Ein Zylinder aus Wolfram ist 6.1 m lang und hat 30 cm Durchmesser. Berechnen Sie seine Masse. 23

24. Die Cheops-Pyramide war ursprünglich 147 m hoch und hatte eine quadratische Grundfläche von 230 m Kantenlänge. Sie besteht hauptsächlich aus Kalkstein. Berechnen Sie ihre Masse. 24

25. Ein "20-Fuss-Container" hat die inneren Abmessungen $5,710\,\mathrm{m} \times 2,352\,\mathrm{m} \times 2,385\,\mathrm{m}$ und kann mit maximal 21750 kg beladen werden (wikipedia). Dürfte man ihn ganz mit Sand füllen? Trockener Sand hat die Schütt-Dichte 1.6 Tonnen pro Kubikmeter. 25

26. Ein Astronaut auf der internationalen Raumstation drückt Orangensaft aus dem Behälter. Der Saft bildet eine Kugel von 3.5 cm Durchmesser. Berechnen Sie die Masse. 26

27. Berechnen Sie Ihr eigenes Volumen. 27

28. Eine Energiesparlampe mit weniger als 30 Watt Leistung darf in der Schweiz maximal 2,5 mg Quecksilber enthalten. Welchen Durchmesser hätte ein Quecksilberkügelchen dieser Masse? 28

29. Trockeneis hat eine Dichte von 1,56 g/cm^3. Unsere Atmosphäre enthält 780 Gt Kohlendioxid. Wie dick wäre die Trockeneisschicht mindestens, wenn das CO_2 auf der Erdoberfläche desublimieren würde? 29

4.2 Newton'sche Axiome

1. Sie beobachten, dass sich die Welt ohne sichtbare Ursache um Sie dreht. Was schliessen Sie daraus im Lichte des 1. Newtonschen Axioms? 1

2. Befinden Sie sich jetzt gerade in einem Inertialsystem? 2

3. a) Warum ist der Index in $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$ nötig?
   b) Wozu dienen die Pfeile in $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$. Was ist gemeint, wenn man sie weglässt? 3

4. Ein Körper der Masse 5 kg wird mit 8 m/s^2 beschleunigt. Berechnen Sie die resultierende Kraft. 4

5. Auf einen Körper der Masse 15.7 kg wirkt eine Kraft von 12.9 kN. Berechnen Sie die Beschleunigung. 5

6. Auf einen Körper wirkt eine Kraft von 87 µN, welche ihn mit 76 m/s^2 beschleunigt. Berechnen Sie die Masse des Körpers. 6

7. Die NASA hat bei den 1972 und 1973 gestarteten Pioneer-Sonden eine unerklärliche Beschleunigung von durchschnittlich $8\cdot10^{-10}$ m/s^2 gegen die Sonne festgestellt. Erst 2011 konnte diese Beschleunigung durch Reflexion der Wärmestrahlung aus den Plutoniumbatterien erklärt werden.
   a) Welche maximale Geschwindigkeitsänderung folgt aus dieser Beschleunigung in 30 Jahren?
   b) Welche maximale Abweichung von der berechneten Position ergibt sich in derselben Zeitspanne?
   c) Wie gross ist die Kraft auf die Sonde (m = 260 kg), welche diese Beschleunigung verursacht? 7

8. Ein Computer steht ruhig vor Ihnen auf dem Tisch.
   a) Was für Kräfte wirken auf den Computer?
   b) Was sind die Reaktionskräfte und auf wen wirken diese? 8

9. Auf einen Körper der Masse 73 g wirkt eine Kraft von 235 mN. Berechnen Sie die Beschleunigung. 9

10. In einigen Schulbüchern wird das 3. Newtonsche Axiom wie in Abb. 4.1 mit einem Seil, an dem zwei Personen ziehen, illustriert. Was ist falsch an dieser Darstellung? Tipp: Zeichnen Sie dieselbe Situation qualitativ, wenn das Seilgewicht nicht vernachlässigbar ist und wenn die zwei Personen auf verschiedenen Höhen ziehen. 10

Abbildung 4.1: Was ist falsch an der Aussage 'Nach actio=reactio sind die Kräfte F_1 und F_2 an beiden Enden des Seiles gleich stark und entgegengesetzt gerichtet' ?

11. Wann und wo hat Isaac Newton gelebt? 11

12. Auf einen Körper der Masse 3.0 kg wirken zwei Kräfte: Die eine Kraft hat Stärke 4.0 N, die zweite 5.0 N. In welchem Bereich kann die Beschleunigung liegen? 12

13. Nennen Sie in eigenen Worten den Zweck des 1. Newtonschen Axioms. 13

14. Was ist 237 TN in wissenschaftlicher Schreibweise und SI-Basiseinheiten? 14

15. Die Resultierende habe den Betrag 5.0 N. Sie setzt sich zusammen aus einer Kraft von 6.0 N Stärke und einer zweiten Kraft. Alle Kräfte haben verschiedene Wirkungslinien. Geben Sie ein Beispiel für die Kräfte an, welche diese Bedingungen erfüllen (beschriftete Zeichnung inklusive Betrags- und Richtungsangaben). 15

16. Ergänzen Sie die Formel. Berechnen Sie das Resultat mit der üblichen Einheit. 16

$$= \frac{35\,\text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{7.0\,\text{g}} =$$

17. Auf einen Körper von 1.0 kg Masse wirkt eine Kraft von 3.0 N Stärke, worauf der Körper mit $5.0\,\text{m/s}^2$ beschleunigt. Wie ist das möglich? 17

18. Zerlegen Sie die Kraft F in Abb. 4.2 in die Komponenten F_1 und F_2 parallel zu den gestrichelten Linien. Drücken Sie F_1 und F_2 als Vielfache von F aus.
a) zeichnerisch b) rechnerisch. 18

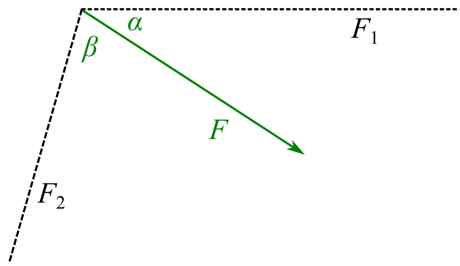


Abbildung 4.2: Eine Kraft F soll in Komponenten parallel zu den zwei angegebenen Richtungen zerlegt werden: $\alpha = 33.0°$ und $\beta = 73.0°$.

19. Ein Maserati wiegt 1955 kg und beschleunigt horizontal mit $5.3\,\text{m/s}^2$
a) Wer beschleunigt das Auto (Aktionskraft)?
b) Was hat das mit dem Reaktionsprinzip zu tun? 19

20. Gelten die Newtonschen Axiome für Zeichentrickfilm-Figuren? 20

21. Auf einen Körper der Masse 583 kg wirkt eine Kraft von 1372 N. Der Körper beschleunigt mit $1.00\,\text{m/s}^2$. Es muss also noch eine zweite Kraft wirken. Bestimmen Sie von dieser Betrag und Richtung. 21

22. Nennen Sie das 3. Newtonsche Axiom (drittes Grundgesetz der Mechanik) und geben Sie einen Grund an, weshalb es gelten soll. 22

4.3 Kraftgesetze

(Gewichtskraft, Federkraft, Normalkraft, Gleit- und Haftreibung)

1. Welches Gewicht hat exakt 2 L Quecksilber? 1

2. Ein Schneeball von 8.0 cm Durchmesser wiegt 97 g (Lie. 20. 12. 11).
a) Berechnen Sie sein Gewicht.
b) Berechnen Sie seine mittlere Dichte.
c) Der Schneeball wird in 0.2 s von Null auf 8.8 m/s beschleunigt. Berechnen Sie die resultierende Kraft auf den Schneeball. 2

3. Sie nehmen ihre Badezimmerwaage auf den Mars mit. Was würde sie anzeigen? 3

4. Um eine Feder 2.8 cm zu dehnen, muss mit 31 N an ihr gezogen werden. Wie gross ist die Federkonstante? 4

5. a) Bestimmen Sie die Federkonstante der Feder aus Abbildung 4.3.
b) Mit welcher Kraft muss an der Feder gezogen werden, um sie 5 cm zu dehnen? 5

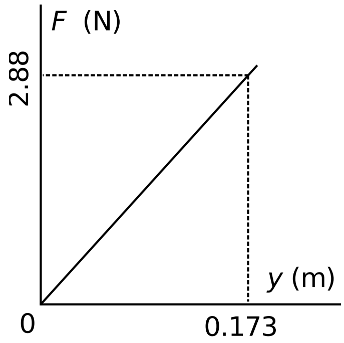


Abbildung 4.3: Kraft-Dehnung Diagramm einer Feder.

6. Sie kennen verschiedene Reibungskräfte, die zwischen festen Oberflächen wirken. Aufgrund welcher Indizien in der Aufgabe entscheiden Sie, welches Gesetz respektive welche Berechnungsmethode auzuwählen ist? 6

7. Eine Lokomotive (84 t) ist mit 110 km/h unterwegs, als der Lokführer eine Vollbremsung einleiten muss. Alle Räder blockieren und rutschen über die Gleise.
a) Berechnen Sie die Gleitreibungskraft.
b) Berechnen Sie den Bremsweg. 7

8. Der Bremsweg eines Zürcher Trams beträgt 30 m bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 40 km/h. Wie gross ist der Reibungskoeffizient unter der Annahme, dass die Räder rutschen? 8

9. Eine Lokomotive (84 t) soll einige antriebslose Anhänger (400 t) mit konstanter Geschwindigkeit eine Rampe hinauf ziehen. Welche Steigung ist maximal möglich, falls man die üblichen Reibungsgesetze voraussetzt? 9

10. An der Pfäffikoner Seegfrörni im Februar 2012 spielten Väter mit ihren Kleinkindern ‘Curling’. Die Kleinen wurden angeschoben und rutschten auf dem Glatteis bäuchlings z.B. 4 m weit bis sie nach 3 s zum Stillstand kamen. Berechnen Sie den Gleitreibungskoeffizienten. 10

11. Ein Brettchen liegt auf einer um 28 Grad geneigten Rampe. Durch eine kleine Erschütterung setzt es sich in Bewegung und wird immer schneller. In welchen Bereichen (grösser/kleiner als) können Haft- und Gleitreibungskoeffizient liegen? 11

12. Ein Schlitten erreicht mit 8.3 m/s den Fuss eines Hangs und kommt auf einer horizontalen Strecke von 22 m zum Stillstand. Berechnen Sie
a) die Reibungskraft und
b) den Reibungskoeffizienten. 12

13. Ein Körper befindet sich auf einer schiefen Ebene. Tragen Sie den Betrag der möglichen Reibungskräfte (Haft- und/oder Gleitreibung) gegen den Neigungswinkel der Ebene (0-90 °) ab. Erwartet wird eine Skizze mit Beschreibung. 13

14. Ein Körper wird entlang einer horizontalen Ebene gezogen. Tragen Sie die möglichen Werte der Haft- und Gleitreibungskraft gegen die Geschwindigkeit ab (Beträge). 14

15. Wenn man mit 2.8 N an einer Feder zieht, so verlängert sie sich um 3.7 cm. Wie viel verlängert sie sich, wenn man mit 4.3 N zieht? 15

16. Ein Körper wiegt in Zürich exakt zwei Newton. Wie viel Masse muss man dazu legen, damit er in Zermatt ebenfalls exakt zwei Newton wiegt? 16

17. An einer Feder mit Federkonstante $D = 400\,\mathrm{N/m}$ wird mit 80 N gezogen. Berechnen Sie die Dehnung. 17

18. Schätzen Sie das Gewicht des Lehrers ab. 18

19. Sie beginnen, an einer ruhenden Kiste horizontal zu ziehen und steigern langsam die Zugkraft, bis die Kiste rutscht. Skizzieren Sie die Reibungskraft als Funktion der Zugkraft und kommentieren Sie das Diagramm. 19

20. Einige Federn werden wie in Abbildung 4.4a-d kombiniert. Bestimmen Sie, welche Federkonstante eine einzelne Feder haben müsste, welche die Kombination gleichwertig ersetzt. 20

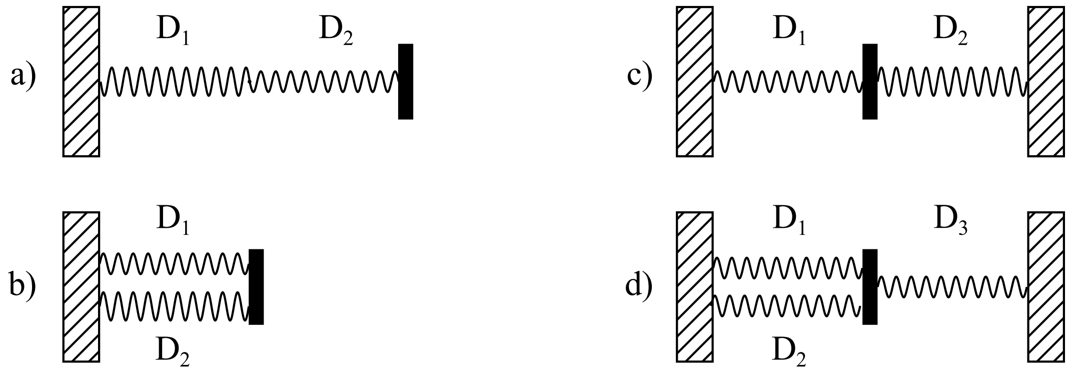


Abbildung 4.4: Federn mit Federkonstanten D_1, D_2 und D_3 werden wie in a) bis d) kombiniert. Was ist die resultierende Federkonstante der Kombination, wenn man am schwarzen Griff z.B. nach rechts zieht?

21. Eine Feder zieht mit 35 N, wenn sie 23.8 mm gedehnt wird. Berechnen Sie die Federkraft, wenn sie 26.93 mm gedehnt ist. 21

22. Der NASA-Marsroboter 'Curiosity' hat eine Masse von 900 kg. Wie stark wird er von Mars angezogen? 22

23. Ein Kraftmesser (Federwaage) hat die Markierungen 0 N, 5 N, 10 N, 15 N, etc. in Abständen von 12.5 mm. Berechnen Sie die Federkonstante. Wie soll das Resultat gerundet werden? 23

24. Eine Feder hat $D = 80\,\mathrm{N/m}$ und ist mit 15 N vorgespannt. Wie weit muss sie gedehnt werden, damit die Federkraft um 20 N steigt? 24

25. Ein Körper bewegt sich mit 3 m/s und erfährt eine Gleitreibungskraft von 12 N. Er wird auf 2 m/s gebremst. Wie gross ist die Gleitreibungskraft dann? 25

26. Stimmt die Gleichung $F_N = mg$ immer? Falls ja, warum, falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel. 26

4.4 Statik und Kinetik

1. Zwei Kräfte mit 3.0 N und 4.0 N Stärke greifen unter rechtem Winkel am gleichen Körper mit 10 kg Masse an. Berechnen Sie den Betrag der Beschleunigung. 1

2. Ein rechtwinkliger Keil mit spitzem Winkel $\alpha = 19°$ wird an der Schmalseite mit einer bestimmten Kraft F_{Fuss} in einen Türspalt geklemmt, siehe Abbildung 4.5. Ignorieren Sie alle Reibungskräfte und das Keilgewicht.
   a) Zeichnen Sie den Lage- und den Kräfteplan.

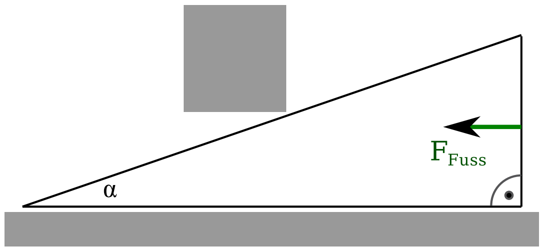


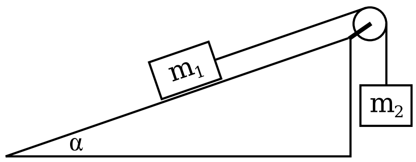
Abbildung 4.5: Ein Keil wird unter die Tür geklemmt.

b) Drücken Sie die anderen Kräfte auf den Keil als Vielfache der Fusskraft aus. 2

3. Eine Skifahrerin (73 kg) rutscht aus dem Stand einen beschneiten Hang mit 17° Neigung hinab. Welche Geschwindigkeit hat sie nach 23 m freier Fahrt (entlang der Schräge gemessen), wenn man die Reibung berücksichtigt? 3

4. Betrachten Sie die Anordnung zweier Körper auf der schiefen Ebene mit Rolle in Abbildung 4.6
a) Zeichnen Sie den Lageplan und den Kräfteplan der Kräfte auf den ersten Körper.
b) Berechnen Sie den Betrag der Normalkraft.
c) Berechnen Sie den Betrag der Reibungskraft. 4

Abbildung 4.6: Ein erster Körper der Masse $m_1 = 4.8\,\text{kg}$ *liegt ruhig auf einer schiefen Ebene, die um* $\alpha = 19°$ *gegen die Horizontale geneigt ist. Über eine reibungsfreie Rolle zieht ein zweiter Körper der Masse* $m_2 = 1.37\,\text{kg}$ *am ersten Körper parallel zur Ebene nach oben.*



5. Auf einen Körper der Masse 37 kg wirkt eine erste Kraft von 120 N und eine zweite von 150 N Stärke. Der Körper beschleunige mit $2.37\,\text{m/s}^2$. Welchen Winkel schliessen die Kräfte ein? 5

6. Ein Auto der Masse 1.38 t ist auf einer Strasse parkiert, die 9.5 ° gegen die Horizontale geneigt ist. Nennen Sie alle Kräfte auf das Auto und berechnen Sie deren Beträge. 6

7. Ein Körper rutsche eine reibungsfreie, schiefe Ebene mit Neigungswinkel α hinab. Der Körper starte aus der Ruhelage.
a) Wie weit kommt er in der Zeit t?
b) Der Körper starte im Nullpunkt eines Koordinatensystems. Was fällt auf, wenn man die Position zur Zeit t als Funktion des Neigungswinkels α darstellt?
c) Der Körper starte wieder im Nullpunkt eines Koordinatensystems, aber diesmal wirke eine Coulomb'sche Gleitreibungskraft. Was ist diesmal der geometrische Ort der Endpunkt? 7

9. Kann es sein, dass zwei Kräfte à je 3 N zusammen nicht 6 N geben? 9

8. Zwei gleiche Massen m sind mit einem Faden verbunden, siehe Abb. 4.7. Dieser Faden ist bei A und B durch die Schlaufen einer Schnur gezogen. Die Schnur ist bei C und D über zwei Nägel in einem Balken gelegt. Der Faden kann reibungsfrei durch die Schlaufen der Schnüre gleiten, die Schnur kann reibungsfrei über die Nägel gleiten. Es wird sich ein Gleichgewicht einstellen. Wie gross ist dann der Winkel ABC? 8

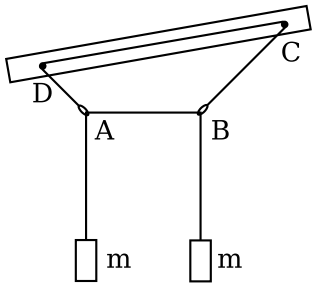


Abbildung 4.7: Zwei mit einem Faden verbundene, gleiche Massen sind reibungsfrei an einer beweglichen Schnur aufgehängt.

10. Eine Last ist mit Schnüren an eine horizontalen Stange geknüpft, siehe Abbildung 4.8. Mit welcher Kraft ziehen die zwei Schnüre an den Stellen A und B? 10

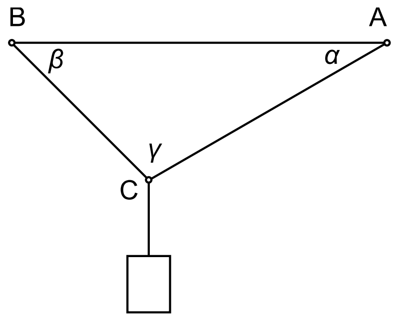


Abbildung 4.8: Ein Körper mit Gewicht $F_C = 100\,\mathrm{N}$ *ist an Schnüren vernachlässigbaren Gewichts aufgehängt. Es sei* $\alpha = 30°$ *und* $\beta = 45°$.

11. Wie kann ein leichtes Zugfahrzeug mit Hilfe einer Umlenkrolle ein schweres Wrack aus dem Strassengraben ziehen? 11

12. Zwei Körper mit Massen m_1 und m_2 hängen an einem Faden, siehe Abbildung 4.9. Berechnen Sie die Fadenkräfte F_1 auf den oberen und F_2 auf den unteren Körper, falls

   a) die Anordnung in Ruhe ist
   b) der obere Fade so zieht, dass beide Massen mit a nach oben beschleunigen. 12

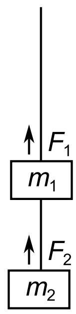
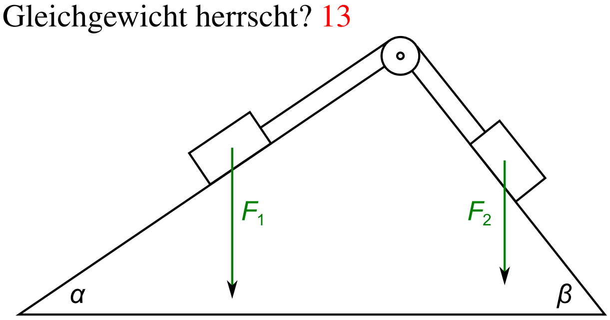


Abbildung 4.9: Ein Körper der Masse m_1 *hängt an einem Faden. Unten an diesem Körper ist ein zweiter Faden befestigt, der einen zweiten Körper mit Masse* m_2 *trägt.*

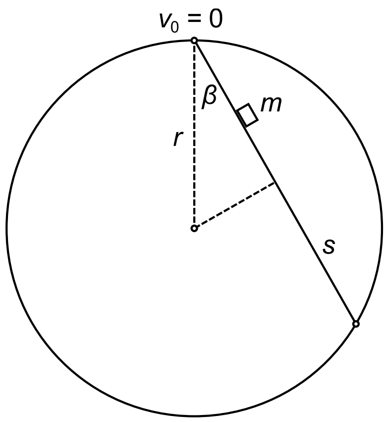
13. Wie müsste der Winkel β in Abbildung 4.10 sein, damit Gleichgewicht herrscht? 13

Abbildung 4.10: Ein Körper mit Gewicht $F_1 = 51\,\mathrm{N}$ *liegt auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel* $\alpha = 31°$. *Er ist mit einem Faden über eine Rolle mit einem zweiten Körper (Gewicht* $F_2 = 22\,\mathrm{N}$*) verbunden, der auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel* β *liegt. Die ganze Anordnung sei reibungsfrei.*



14. Abbildung 4.11 zeigt die berühmte Aufgabe 'freier Fall durch die Sehne'. Wie lange dauert die Bewegung? 14

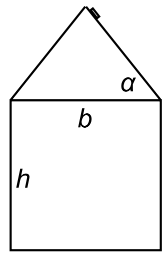
Abbildung 4.11: Ein Körper der Masse m bewegt sich reibungsfrei entlang einer Sehne eines vertikal gestellten Kreises. Die Sehne habe Länge s, der Kreis hat Radius r. Die Anfangsgeschwindigkeit sei $v_0 = 0$. Die Sehne ist um den Winkel β gegen die Vertikale geneigt.



15. In Abbildung 4.12 rutscht ein Ziegel vom Dach mit Neigungswinkel α. 15

    Bei welchem Winkel α erreicht der Ziegel die Dachkante in kürzester Zeit? Die Anfangsgeschwindigkeit am Dachfirst sei Null.

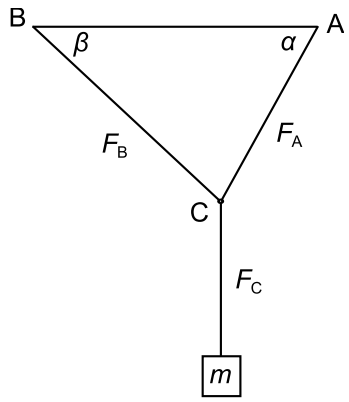
    Abbildung 4.12: Das Dach eines symmetrischen Hauses bilde eine reibungsfreie, schiefe Ebene für den Ziegel. Das Haus hat Höhe h ohne Dach und Breite b.



16. Sie (56 kg) fahren Lift. Berechnen Sie die Normalkraft des Liftes auf Ihre Füsse, wenn
    a) der Lift mit $0.85\,\mathrm{m/s^2}$ nach oben beschleunigt.
    b) der Lift mit konstanter Geschwindigkeit nach oben fährt.
    c) der aufwärts fahrende Lift mit $1.05\,\mathrm{m/s^2}$ bremst. 16

17. Ein Körper ist wie in Abb. 4.13 gezeichnet an Fäden aufgehängt ($\alpha = 61°$, $\beta = 43°$, $F_A = 51.5\,\mathrm{N}$). Bestimmen Sie die Kräfte der zwei anderen Fäden auf den Knoten C. Zeichnen Sie den Lageplan und den Kräfteplan. 17

    Abbildung 4.13: Ein Körper ist an zwei Schnüren aufgehängt. Die Winkel und die Kraft F_A auf den Knoten C sind bekannt. Wie gross sind F_B und F_C?



18. Ein Klotz von 200 g Masse liegt ruhig auf einer um 45 ° geneigten Ebene. Berechnen Sie die Beträge der Normal- und Reibungskraft. 18

19. Oberleitungen von Eisenbahnen müssen gespannt werden. Manchmal wird das mit der in Abbildung 4.14 dargestellten Vorrichtung gemacht. Beantworten Sie in Worten:
    a) Warum nimmt man nicht einfach eine Feder, um das Kabel zu spannen?
    b) Warum ist das Seilstück oben an der beweglichen Rolle stärker geneigt als unter dieser Rolle?
    c) Wie gross ist die Kraft, mit der die Oberleitung gespannt wird, im Vergleich zur angehängten Last? 19

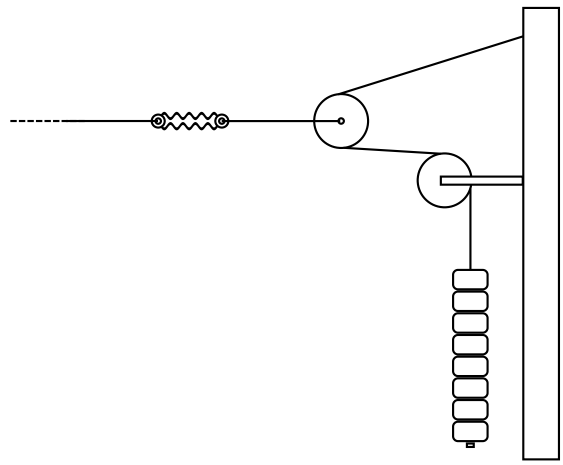


Abbildung 4.14: Vorrichtung zum Spannen von Eisenbahn-Oberleitungen (Schema). Die Oberleitung wird mit Hilfe einer beweglichen und einer fixen Rolle, an die eine Last gehängt wird, gespannt.

20. Eine Kniehebelpresse, siehe Abb. 4.15, besteht aus einem rombusförmigen Gestänge mit Gelenken. Der Winkel α ist klein. Drückt man zwei Gelenke am 'Knie' mit F_K zusammen, so üben die Stangen an den spitzen Enden eine Kraft F auf die Endplatten aus. Berechnen Sie F als Funktion von F_K und α. Vernachlässigen Sie das Eigengewicht. 20

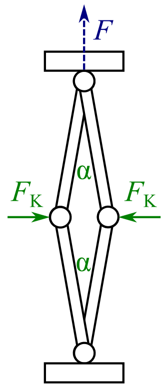


Abbildung 4.15: Kniehebelpresse
Wenn der Winkel α klein ist, wird die Kraft F sehr viel grösser als die Kraft F_K. Die 'Knie'-Gelenke, wo die Kräfte F_K wirken, werden üblicherweise mit einer Schraube zusammen gezogen.

21. Ein Seiltänzer (73 kg) steht auf einer Slackline (siehe Abb. 4.16). Die Leine sei leicht und beidseits auf gleicher Höhe befestigt.
a) Berechnen Sie die Kräfte auf das Seilstück, das sich gerade unter dem Fuss befindet, wenn der Seiltänzer in der Mitte steht.
b) Stellen Sie die Ausgangsgleichungen für das gleiche Problem auf, wenn der Seitänzer bei 2/3 steht. Sie müssen die Kräfte nicht ausrechnen. 21

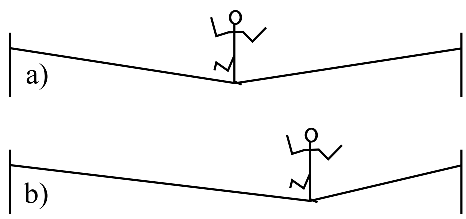


Abbildung 4.16: Eine gespannte Slackline, deren Gewicht vernachlässigbar sei, ist beidseits auf gleicher Höhe befestigt und unbelastet 12.0 m *lang. Das vom Seitänzer belastete Stück gehe* 50 cm *nach unten.*

22. Ein Wagen wird wie in Abb. 4.17 an einer Rampe festgebunden. Drücken Sie die Kraft F_S des Seils auf den Wagen formal durch α, β und das Gewicht F_G des Wagens aus. 22

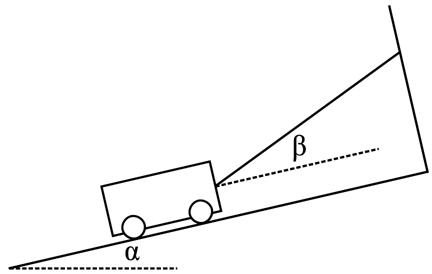


Abbildung 4.17: (rechts) Skizze zu Aufgabe 22

23. Eine Strasse ist 8.3° gegen die Horizontale geneigt. Ein Maserati (1955 kg) beschleunige mit 3.8 m/s^2 diese Strasse aufwärts.
a) Zeichen Sie den Lageplan und Kräfteplan (nicht massstäblich).
b) Berechnen Sie die Normalkraft auf das Auto.
c) Berechnen Sie die resultierende Kraft auf das Auto.
d) Berechnen Sie die Reibungskraft auf das Auto.
e) Welche maximale Beschleunigung wäre möglich? 23

24. Ein Holzklotz (0.88 kg) liegt ruhig auf einem horizontalen Holzbrett. Sie ziehen mit einer Schraubenfeder am Klotz, siehe Abb. 4.18, bis die Federkraft stark genug geworden ist, dass sich der Klotz in Bewegung setzt. Berechnen Sie die Beschleunigung des Klotzes im nächsten Moment. 24

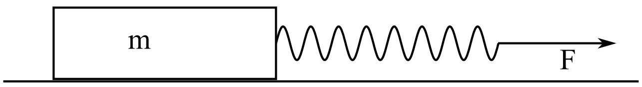


Abbildung 4.18: Eine Feder beginnt an einem ruhenden Klotz zu ziehen.

25. Ein Wagen der Masse 180 g steht wie in Abbildung 4.19 auf einer Schiene, die um $\alpha = 18°$ gegen die Horizontale geneigt ist. Der Wagen wird durch eine Feder im Gleichgewicht gehalten, welche die Federkonstante $D = 270\,\mathrm{N/m}$ hat.
a) Berechnen Sie die Normal- und Federkraft auf den Wagen.
b) Wie stark ist die Feder zusammengedrückt? Verwenden Sie das Resultat von a). 25

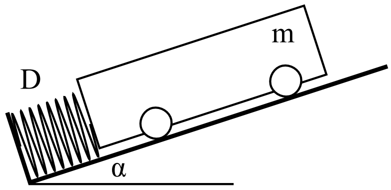


Abbildung 4.19: Wagen wird durch Feder gehalten.

26. Ein Holzbklötzchen rutscht abwärts auf einem geneigten Holzbrett. Es wird nicht langsamer und nicht schneller. Berechnen Sie den Neigungswinkel des Bretts. 26

27. Eine Last ist wie in Abbildung 4.20 gezeichnet aufgehängt. In welchem Verhältnis stehen die zwei Kräfte? (Berechnen Sie $F_2 : F_1$.) 27

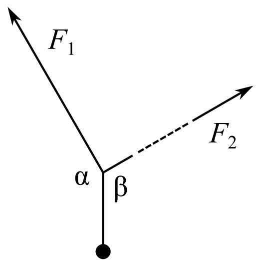


Abbildung 4.20: Eine Last ist an drei Schnüren aufgehängt. Die oberen zwei Schnüre schliessen einen Winkel $\alpha = 150°$ respektive $\beta = 120°$ mit der unteren, vertikalen Schnur ein. Die Zeichnung ist – bis auf die Länge des F_2-Pfeils – massstäblich.

28. gegeben: $F_1 = 50\,\mathrm{N}$, $F_2 = 23\,\mathrm{N}$. Es gilt $\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.
gesucht: der maximale Winkel zwischen $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_{res}$, der mit diesen Angaben verträglich ist. 28

29. Ein Körper mit Gewicht 31 N ist wie in Abb. 4.21 an zwei Fäden aufgehängt. Der linke Faden zieht mit 22 N nach links und schiesst einen Winkel von 42 Grad mit der Vertikalen ein. Bestimmen Sie Betrag und Richtung der Kraft des rechten Fadens auf den Körper. 29

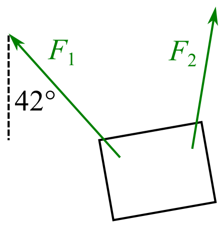


Abbildung 4.21: (rechts) zu Aufgabe 29

30. Wie zerlegt man eine Kraft von 5 N Stärke in zwei Komponenten von 7 N und 8 N Stärke? (beschriftete Konstruktionsskizze) 30

Kapitel 5

Arbeit, Leistung, Energie

5.1 Arbeit

1. Wie kann man auf die Idee kommen, dass die Grösse 'Kraft mal Weg' wichtig sein könnte? Wie heisst diese Grösse heute und wie lautet die vollständige Definition? 1

2. Kann die Haftreibungskraft Arbeit verrichten? Falls ja geben Sie bitte ein Beispiel; falls nein begründen Sie warum. 2

3. Kann die Normalkraft Arbeit verrichten? Falls ja geben Sie bitte ein Beispiel; falls nein begründen Sie warum. 3

4. Eine der weltweit stärksten Strangpressen von SMS Meer kann mit bis zu 150 MN pressen. Berechnen Sie die Arbeit, welche beim Pressen eines 60.0 m langen Aluminiumprofils verrichtet wird. 4

5. Wie viel Arbeit muss mindestens verrichtet werden, um einen Lastwagen (28 Tonnen) von 80 auf 100 km/h zu beschleunigen? 5

6. Ein linearer Positionier-Antrieb kann mit einer Kraft von 9.2 N einen Gegenstand 120 mm weit schieben. Berechnen Sie die verrichtete Arbeit. 6

7. Eine Feder werde gespannt. Für den ersten Zentimeter muss die Arbeit W_1 verrichtet werden. Berechnen Sie formal die Arbeit W_2, um die Feder einen weiteren Zentimeter zu spannen. 7

8. Ein Betonwürfel von 85 cm Kantenlänge muss auf eine 37 m hohe Dachterrasse gehoben werden. Wie viel Arbeit muss der Kran verrichten? 8

9. Vom 22.-24. Mai 2012 wurde das historische Gebäude der ehemaligen Maschinenfabrik Oerlikon an einen neuen Standort versetzt. Der 80 m lange Backsteinbau wurde auf Schienen gesetzt und mit hydraulischen Pressen innert 17 Stunden 59.5 m weit geschoben. Der neue Standort lag 17 cm höher als der alte. Das Gebäude hatte eine Masse von 6200 t und die Pressen schoben 'mit 60 t'. Das Haus rollte auf 500 Vollstahlrollen (Walzen) mit 10 cm Durchmesser.
a) Berechnen Sie die von den Pressen verrichtete Arbeit.
b) Berechnen Sie die Hubarbeit.
c) Mit welcher Kraft müssten die Pressen schieben, wenn die Bewegung reibungsfrei wäre?
d) Berechnen Sie die mittlere Schnelligkeit des Gebäudes.
e) Mit welcher Schnelligkeit bewegten sich die Rollen? 9

10. Willi trinkt eine Stange (330 g Bier). Er hebt das Glas (210 g) 17 mal an seine Lippen (mittlere Hubhöhe 40 cm). Wie viel Arbeit verrichtet er? 10

11. Um die Dehnung einer Feder von y_1 auf y_2 zu vergrössern, muss die Arbeit W hineingesteckt werden. Berechnen Sie aus diesen Angaben formal die Federkonstante. 11

12. Wie hoch kann man 1.0 Tonnen mit 1.0 kWh heben? 12

13. Eine SBB Lokomotive Re 460 zieht mit 100 kN auf einer Strecke von 300 km. Berechnen Sie die verrichtete Arbeit. 13

14. Eine Feder mit $D = 200\,\mathrm{N/m}$ wird 3.0 cm komprimiert. Berechnen Sie die Arbeit. Welche Annahme mussten Sie treffen? 14

15. Ein Schneeball (60 g) werde mit 3.0 m/s geworfen. Welche Beschleunigungsarbeit ist verrichtet worden? 15

5.2 Leistung

1. Das Strassenfahrzeug "La Jamais Contente" fuhr 1899 einen Geschwindigkeitsrekord mit 105.9 km/h. Es hatte die Masse 1450 kg und wurde von zwei Elektromotoren mit zusammen 50 kW angetrieben. Wie lange musste es mindestens beschleunigen, bis die Endgeschwindigkeit erreicht war? 1

2. Ein Auto erbringe eine Leistung von 50 kW und kann damit auf horizontaler Strecke maximal mit 40 m/s fahren. Berechnen Sie den Fahrwiderstand in Newton. 2

3. Das Limmatschiff "Felix" hat 31.5 Tonnen Masse, eine Motorleistung von 2x58 kW (zweimal 79 PS) sowie eine Geschwindigkeit von 22 km/h.
   a) Berechnen Sie den Fahrwiderstand.
   b) Welche Annahmen haben Sie getroffen? 3

4. Die Polybahn vom Central zur ETH Zürich ist eine Doppelpendel-Standseilbahn (der sinkende Wagen zieht den steigenden), die bis zu 50 Personen in 100 s über eine Höhe von 41 m aufwärts transportieren kann. Ist die Polybahn mit 90 kW ausreichend motorisiert? 4

5. Die SGT Slider mit Linearmotor der Firma SwissDrives AG können Gegenstände mit maximal 1120 N und 5 m/s über eine Strecke von 2500 mm verschieben.
   a) Berechnen Sie die verrichtete Arbeit über die ganze Strecke.
   b) Berechnen Sie die erbrachte Leistung. 5

6. Ein Velofahrer (80 kg) bremst innert 2.5 s von 36 km/h auf Null ab.
   a) Wie gross ist die kinetische Energie am Anfang?
   b) Berechnen Sie die mittlere Bremsleistung. 6

7. Ein Förderband transportiere 270 kg Ausbruch pro Minute auf eine 43 m hohe Abraumhalde.
   a) Welche Leistung erbringt das Förderband?
   b) Welche Leistung muss es aufnehmen, wenn der Wirkungsgrad 37% beträgt? 7

8. Marcel isst langsam und braucht für einen Teller Tortelloni (650 kcal) eine halbe Stunde. Berechnen Sie die mittlere Leistungsaufnahme in SI-Einheiten. 8

9. Die Verkehrsbetriebe Zürich benötigten im Jahr 2011 für ihre Fahrzeuge 79.4 GWh elektrische Energie. Berechnen Sie die durchschnittlich benötigte Leistung. 9

10. Die Verkehrsbetriebe Zürich VBZ benötigten 2010 etwa 83 GWh elektrische Energie.
a) Wie gross ist die durchschnittliche bezogene Leistung?
b) Der Zervreila-Stausee bei Vals (GR) fasst 101 Mio m^3 Wasser, das über ein Gefälle von ca. 1.2 km mehrfach in Kraftwerken genutzt wird. Wie viel elektrische Energie kann maximal aus dem Stausee bezogen werden? Geben Sie die Energie in Joule und Gigawattstunden an.
c) Wie lange würde eine Stauseefüllung für die VBZ maximal reichen? 10

11. Eine Pumpe fördert 2.8 m^3 Wasser pro Minute ins 128 m höher gelegene Reservoir. Welche Leistung erbringt sie? 11

12. Das historische Kraftwerk Heimbach (Nordrhein-Westfalen) verwendet Wasser der gestauten Urft 106 m höher oben und speist damit zwei Francis-Turbinen mit zusammen 16 MW elektrischer Leistung. Berechnen Sie den Wasserstrom. 12

13. Stellen Sie folgenden Ausdruck in der passenden, abgeleiteten SI-Einheit sowie SI-Basiseinheiten und wiss. Schreibweise dar: $3.6\,\mathrm{GW} \cdot 1.0\,\mathrm{ns}$ 13

14. Die Luftseilbahn auf den Säntis ist eine Zweiseil-Pendelbahn, bei der die absteigende Gondel hilft, die aufsteigende hochzuziehen. Eine Gondel wiegt max. 15890 kg brutto (Wanderlast), davon sind max. 6800 kg Nutzlast. Die Bahn fährt in 6 min 22 s von der Schwägalp auf den Säntis und legt dabei einen Höhenunterschied von 1122.48 m bei 55.87 % mittlerer Steigung zurück. Der Antrieb hat eine mittlere Leistung von 648 kW. (www.saentisbahn.ch, 18. Feb. 2013)
a) Welche mittlere Hubleistung muss maximal erbracht werden?
b) Wie viel Bewegungsenergie steckt in den Gondeln, wenn sie mit der Maximalgeschwindigkeit von 8 m/s fahren?
c) Warum ist die kinetische Energie in der Bahn etwa doppelt so gross wie nach b) berechnet? 14

15. Ein Motor benötigt 18 min um eine Arbeit von 71.8 kJ zu verrichten. Berechnen Sie die Leistung. 15

16. Drücken Sie 2.8 TW in SI-Basiseinheiten und wissenschaftlicher Schreibweise aus. 16

17. Ein Fitnessgerät zeigt während einer leichten Übung 540 kcal/h an. Um welche Grösse handelt es sich und welchen Wert hätte sie in der üblichen SI-Einheit? 17

18. Eine Kilowattstunde elektrische Energie koste 20 Rappen. Wie viel Energie in Joule können Sie für 5.00 Franken kaufen? 18

19. Was passiert mit der Energie einer Feder, wenn sie mit doppelter Kraft gespannt wird? 19

20. Das Elektroauto Model S von Tesla wiegt 2,1 Tonnen, hat einen 421 PS starken Motor und beschleunigte auf einer Testfahrt in 4,4 s von Null auf 100 km/h. Passen diese Angaben zusammen? 20

21. Setzen Sie die erste passende Relation aus der Reihe $=, <, >, \neq$
a) 2.0 m/s   6.9 km/h   b) 1.0 kWh   3.6 MW   c) 28 μm^2 $2.8{\cdot}10^{-5}\,m^2$ 21

22. Ein starker Laser erzeugt Pulse von 50 fs Dauer und 6 TW Leistung. Wie viel Energie enthält ein Puls? 22

23. Das schwerste Schiffsgeschütz feuerte Granaten von 1.458 Tonnen Masse und 46 cm Durchmesser mit 780 m/s aus einem Rohr von 21 m Länge.
a) Berechnen Sie die an der Granate verrichtete Beschleunigungsarbeit.
b) Berechnen Sie die mittlere Leistung während des Abschusses. (Nehmen Sie eine gleichmässig beschleunigte Bewegung an.) 23

24. Die Elektrizitätswerke des Kantons Zürich nahmen im März 2012 in Dietikon einen Batteriespeicher in Betrieb. Er besteht aus 10'000 Lithium-Ionen-Akkus, die zusammen 500 kWh speichern können. Der maximale Energieausstoss soll 250 kWh in 15 min betragen. Berechnen Sie die mittlere Leistung während diesen 15 Minuten. 24

25. Ein Kühlschrank benötigt 121 kWh pro Jahr. Berechnen Sie die mittlere Leistung in Watt. 25

5.3 Wirkungsgrad

1. Der VW-Motor einer Wasserpumpe für den Zivilschutz benötigt bei Volllast 14 L Benzin pro Stunde und erbringt dabei eine mechanische Dauerleistung von 44 PS. Benzin hat einen Brennwert von z.B. 9.5 kWh/L. Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Motors. 1

2. Im Kleinkraftwerk St. Hilarien bei Chur werden aus den 8500 L Trinkwasser, die pro Minute 160 m in die Tiefe fallen, jährlich 900'000 kWh elektrische Energie generiert (Beilage Tages-Anzeiger, 20. März 2012). Passen diese Angaben zusammen? 2

3. Die Titanic wurde von zwei Kolbendampfmaschinen und einer Dampfturbine mit zusammen 51000 PS angetrieben. Sie benötigte 620 Tonnen Kohle pro Tag (nehmen Sie Steinkohle, Anthrazit). Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Antriebs. 3

4. Ein Kran hat einen Wirkungsgrad von 37%. Er hebt eine Last von 480 kg in 12 s um 22 m nach oben. Wie viel Energie muss er dazu aufnehmen? 4

5. Eine Handbohrmaschine erbringe eine Leistung von 250 W bei einem Wirkungsgrad von 55 %.
a) Wie viel Energie (ohne Wärme) gibt sie ab, wenn Sie 1.5 min läuft?
b) Wie viel Leistung nimmt sie auf? 5

6. "Die Energieeffizienz des Glühwürmchens (..) Das Licht entsteht durch eine chemische Reaktion im Körper: Das Biopigment Luciferin reagiert mit dem energiereichen Molekül ATP (Adenosintriphosphat) und Sauerstoff. Dabei erreichen die Leuchtkäfer eine einzigartige Effizienz: 95 % der frei werdenden Energie wandeln sie in Licht um, der Rest wird als Wärme abgestrahlt. Zum Vergleich: Eine herkömmliche Glühbirne wandelt nur 5 % der Energie in Licht um, der ganze Rest geht als Wärme verloren." (aus dem Kalender 'Einstein für Quanten-Dilettanten 2012', 16. Mai 2012)
Diskutieren Sie die Wirkungsgrade im Textzitat. Ist der Vergleich gerecht? 6

7. Eine AHLSTAR-Pumpe von Sulzer kann mit einem Wirkungsgrad von 93 % 1000 L/s Wasser 25 m hoch fördern. Berechnen Sie die abgegebene und die aufgenommene Leistung. 7

8. Das Kleinkraftwerk Au-Schönenberg (TG) nutzt ein Gefälle der Thur von 5.90 m und einen Durchfluss von maximal 50 m^3/s. Die Turbinen erzeugen maximal 2236 kW. Berechnen Sie den Wirkungsgrad. 8

9. Ein Förderband transportiert 800 Tonnen Abraum pro Stunde auf einen 200 m hohen Abraumhügel. Das Transportband habe einen Wirkungsgrad von 30 %. Wie viel Leistung muss das Förderband aufnehmen? 9

10. Eine Firmenchefin möchte einen Elektromotor mit 22 kW Dauerleistung kaufen. Der erste Motor hat Wirkungsgrad 91,3 %, der zweite, teurere hat 94,11 %. Eine Kilowattstunde Energie koste 13 Rappen. Die Motoren sollen fünf Jahre durchlaufen. In dieser Zeit müssen sich die Mehrkosten des teureren Motors amortisiert haben. Wie viel darf der Aufpreis maximal betragen? 10

11. Ein sog. Synchronreluktanz-Elektromotor der Firma ABB mit 22 kW Leistung bei 3000 U/min erreichte in einem Test 94,11 % Wirkungsgrad. Berechnen Sie die Verlustleistung. 11

12. Der Ritomsee im Tessin speichert 47.5 Millionen Kubikmeter Wasser, das mit 6.4 Kubikmeter pro Sekunde in das 850 m tiefer gelegene Kraftwerk der SBB geleitet werden kann. Das Kraftwerk hat eine Leistung von 44 Megawatt.
a) Wie viel (potentielle) Energie steckt im gefüllten Ritom Stausee?
b) Wie viel mechanische Leistung wird während der Entleerung des Sees frei?
c) Warum stimmt das Resultat von b) nicht mit der genannten Kraftwerksleistung überein? 12

5.4 Energie

1. a) Rechnen Sie 200 kWh in Joule um.
b) Rechnen Sie 1.37 GJ in Kilowattstunden um. 1

2. Das Geschoss des Sturmgewehr 90 der Schweizer Armee hat 905 m/s an der Mündung sowie eine kinetische Energie von 1679 J.
a) Berechnen Sie die Masse des Geschosses.
Laut Geschosstabelle hat es nach 100 m Flug noch eine Energie von 1346 m/s.
b) Berechnen Sie die Bremsarbeit der Luftwidestandskraft.
c) Berechnen Sie die Luftwiderstandskraft und vergleichen Sie diese mit dem Geschossgewicht. 2

3. Die Schweizer Firma Geobrugg AG verkauft Steinschlagnetze. Zum zehnjährigen Firmenjubiläum wurde wurde ein Weltrekord aufgestellt: Ein 20 Tonnen Betonwürfel wurde aus 43.5 m fallen gelassen und von einem Netz sicher aufgehalten. Der freie Fall dauerte 2 s, die Aufprallgeschwindigkeit betrug 105 km/ und die Aufprallenergie 8000 kJ. Wir wollen kontrollieren, ob diese Angaben aus der NZZ (11. 10. 2011) zusammenpassen. Berechnen Sie aus der Höhe
a) die Aufprallgeschwindigkeit in km/h,
b) die Fallzeit und
c) die Aufprallenergie.
d) Welche Kantenlänge hatte der Würfel? 3

4. In der Frühzeit der Eisenbahn wurden Stahlfedern als Puffer eingesetzt.
a) Welche Federkonstante müssen die Federn zusammen haben, um eine kleine Dampflokomotive (15 t) auf einem Weg von 15 cm von 4.5 km/h auf null abzubremsen?
b) Was ist problematisch an der Verwendung von Federn für diesen Zweck? 4

5. Ein Körper der Masse $m = 1.5$ kg, siehe Abb. 5.1, wird aus der Ruhelage in der Höhe $h = 35$ cm über einer entspannten Feder mit Federkonstante $D = 240$ N/m losgelassen. Wie viel (y) wird die Feder zusammengedrückt, bis der Körper zum Stillstand kommt? 5

6. Eine Skifahrerin (73 kg) rutscht aus dem Stand einen beschneiten Hang mit 17° Neigung hinab. Welche Geschwindigkeit hat sie nach 23 m freier Fahrt (entlang der Schräge gemessen), wenn man die Reibung berücksichtigt? Lösen Sie die Aufgabe mit dem Energiesatz. 6

7. Die Feder einer Spielzeugkanone wird doppelt so stark zusammengedrückt. Wie viel Mal höher oder weiter kann man dann schiessen? 7

8. Ein Körper der Masse 45 kg wird auf einer Rampe, die 17° gegen die Horizontale geneigt ist, nach oben gezogen. Der Weg, entlang der Schräge gemessen, ist 2.8 m lang. Die Reibungskraft hat die Stärke 180 N.
a) Berechnen Sie den Reibungskoeffizienten.

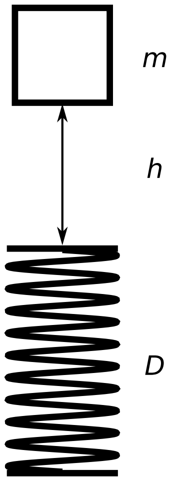


Abbildung 5.1: Ein Körper fällt auf eine Feder.

b) Welche Arbeit verrichtet die Reibungskraft?
c) Welche Arbeit verrichtet die Normalkraft?
d) Wie viel nimmt die potenzielle Energie zu? 8

9. Ein Auto wird mit 400 kg beladen und liegt nachher 5.3 cm tiefer.
   a) Berechnen Sie die Federkonstante der Federung. Das hookesche Gesetz gelte.
   b) Wie viel Energie ist in der Federung gespeichert? 9

10. Ein Lastwagen von 27.6 t Masse fährt mit 81 km/h auf der Autobahn. Berechnen Sie seine kinetische Energie in Joule und kWh. 10

11. a) Warum kommt in der Formel für die Spannarbeit respektive Spannungsenergie einer hookeschen Feder ein Quadrat vor?
    b) Woher kommt der Faktor 1/2 in der Formel für die Spannungsenergie? 11

12. Stabhochspringer laufen auf den letzten Metern mit bis zu 9.5 m/s. Welche Höhe würden die Springer erreichen, wenn sie ausschliesslich kinetische in potentielle Energie umwandeln würden? 12

13. In einem britischen Dokumentarfilm über die Schlacht von Agincourt (1415) wurde behauptet, dass die Pfeile, die mit dem englischen Langbogen abgeschossen wurden, bei einer Geschwindigkeit von 37.9 m/s und einer Masse von 63 g eine Energie von 38 J hätten. Passt das ungefähr zusammen? 13

14. Schwarzpulver setzt bei der Explosion ca. 2.7 MJ/kg Energie (Explosionswärme) frei. Wie viel Schwarzpulver ist mindestens nötig, um einer Vorderladerkugel (5.9 g) eine Schnelligkeit von 280 m/s zu verleihen? Lösen Sie die Aufgabe schön mit dem Energiesatz. 14

15. Eine Kinderpistole verschiesst Pfeile mit Saugnapf. Um sie zu laden, wird eine Feder 3.5 cm komprimiert. Die Feder drückt am Schluss mit 29 N. Der Pfeil hat eine Masse von 3.6 g. Schiesst man den Pfeil vertikal nach oben, so steigt er 4.5 m hoch. Passen diese Messwerte zusammen? 15

16. Beim Erdbeben 2011 vor Fukushima, welches einen Tsunami ausgelöst hat, soll an der Oberfläche Grössenordnung $2 \cdot 10^{18}$ J Energie freigesetzt worden sein. Die stärkste Kernwaffe, die jemals zur Explosion gebracht wurde, hatte ein Äquivalent von etwa 50 Megatonnen TNT. Der Sprengstoff TNT setzt bei einer Detonation ca. 4 MJ/kg Energie frei. Wie vielen dieser Atombomben entspricht also das Erdbeben? 16

17. Sie essen einen 'Big Mac' mit einem Brennwert von 2073 kJ. Wie hoch müssen Sie Treppen steigen, bis Sie energiemässig auf dem Stand vor der Mahlzeit sind? 17

18. Ein Körper, der sich mit 20 m/s bewegt, hat eine kinetische Energie von 800 J. Berechnen Sie seine Masse. 18

19. Was passiert mit der Dehnung (y) einer Feder, wenn man die Spannungsenergie verdreifacht? 19

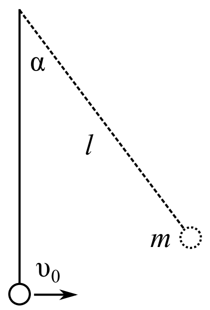
20. Das Auto fährt 10 % schneller. Was passiert mit der kinetischen Energie? 20

21. Die Feder wird um 10 % mehr gedehnt. Wie viel Mal mehr Spannungsenergie steckt dann in der Feder? 21

22. Eine Feder mit Federkonstante 830 N/m und 3.7 g Masse wird wird 1.0 cm komprimiert und losgelassen. Mit welcher Schnelligkeit υ spickt die Feder davon? 22

23. Das Pendel von Abbildung 5.2 erhält im tiefsten Punkt eine kinetische Energie von 0.32 J. Bis zu welchem Winkel α steigt es hoch? Das Pendel hat Masse 63 g und Länge 92 cm. 23

    Abbildung 5.2: (rechts) Wie weit schlägt das Pendel aus?



24. Ein Fadenpendel wird im tiefsten Punkt mit 1.82 m/s angestossen und schlägt bis zu einem Winkel von 37 Grad aus, siehe Abbildung 5.2. Berechnen Sie die Länge des Fadens. 24

25. Wie gross muss eine Kraft (die einzige) mindestens sein, damit sie einem Körper von 1,1 kg Masse auf einer Strecke von 83 cm die kinetische Energie 34 J verleihen kann? Warum 'mindestens'? 25

26. a) Wie viel kinetische Energie hat ein Auto von 1.3 Tonnen, das sich mit 120 km/h bewegt?
    b) Wie viel Bremsarbeit müssen die Bremsbacken verrichten, wenn sie das Auto zum Stillstand bringen sollen? 26

27. Ein Schlitten rutscht 2.8 m einen vereisten Hang hinab, der 45° gegen die Horizontale geneigt ist. Die 2.8 m sind entlang der Schräge gemessen. Bestimmen Sie mit dem Energiesatz die Endgeschwindigkeit. 27

28. Erklären Sie in Worten den Unterschied zwischen $W = mgh$ und $E_{pot} = mgh$. 28

29. Ein Lamborghini Aventador LP 700-4 hat eine maximale Leistung von 515 kW, kann in 2.9 s von Null auf 100 km/h beschleunigen, hat eine Maximalgeschwindigkeit von 350 km/h und eine Masse von rund 1.6 Tonnen. (www.lamborghini.com , 8. April 2014).
    a) Berechnen Sie die kinetische Energie bei der Maximalgeschwindigkeit.
    b) Berechnen Sie den mittleren Wirkungsgrad bei der Beschleunigung von Null auf 100 km/h.
    c) Der Tank fasst 90 Liter Benzin mit einem Energiegehalt von ca. 8.6 kWh/L. Berechnen Sie mit dem Energiesatz, auf welche Höhe man das (leere) Auto damit heben könnte. 29

Kapitel 6

Impuls

1. Das Geschoss aus einer Pistole hat 7.5 g Masse und sei mit 406 m/s unterwegs. Es treffe auf einen Mann (75 kg) mit kugelsicherer Weste. Welche Geschwindigkeit hat der Mann nach dem Aufprall? Welche Annahmen haben Sie getroffen und wie realistisch schätzen sie diese Annahmen ein? 1

2. Der Lehrer wirf eine Baumnuss (13 g) mit 12 m/s gegen eine Fensterscheibe.
a) Warum zerspringt die Nussschale und nicht die Fensterscheibe?
b) Berechnen Sie den Impuls der Nuss vor dem Aufprall.
c) Schätzen Sie die mittlere Kraft auf die Nuss während des Aufpralls ab. 2

3. Der Treibsatz einer Modellrakete wiegt 200 g, brennt während 1.5 s und erzeugt einen konstanten, mittleren Schub von 246 N.
a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der die Brenngase ausgestossen werden.
b) Welche ungefähre Endgeschwindigkeit erhält die Rakete mit einer Masse von 2.3 kg bei vertikalem Start? Ignorieren Sie den Luftwiderstand. 3

4. Laut einem Kalenderblatt werden jährlich 150 Personen durch fallende Kokosnüsse getötet (5-10 durch Haifische). Kokosnüsse sollen eine Geschwindigkeit von 80 km/h erreichen und beim Aufprall "mehr als 1 t Druck ausüben."
a) Welche Höhe hat eine Palme nach diesen Angaben?
b) Was ist am Zitat in den Anführungszeichen zu bemängeln? Was ist wohl gemeint? Und stimmt die Grössenordnung? Informationen: ungeschälte Kokosnüsse wiegen 1-4 kg, Kokospalmen sind 20-35 m hoch (je nach Quelle). 4

5. Hansli wirft seinem (stehenden) Lehrer einen Schneeball (97 g) mit 14 m/s an den Kopf (3.8 kg).
a) Berechnen Sie den Impuls des Schneeballs.
b) Ist der Aufprall elastisch oder unelastisch?
c) Wir gross wäre die Geschwindigkeit des Kopfes nach dem Aufprall, wenn er nicht befestigt wäre?
d) Schätzen Sie die mittlere Kraft während des Aufpralls ab. Der Ball hat 8 cm Durchmesser. 5

6. a) Ändert sich der Impuls, wenn sich die kinetische Energie verändert?
b) Ändert sich die kinetische Energie, wenn sich der Impuls ändert? 6

7. Die Ionentriebwerke des Artemis-Satelliten erzeugten einen Schub von 15 mN, indem Xenon-Ionen elektrisch auf 32 km/s beschleunigt und ausgestossen wurden. Mit welcher Rate wurde Masse ausgestossen? 7

8. Ein grosskalibriger Smith & Wesson 460V Revolver für die Jagd wiegt 1726.5 g und hat eine Mündungsgeschwindigkeit von 2100 Ft/Sec (foot per second, www.smith-wesson.com).
Das Geschoss wiegt 19 g und hat eine Mündungsgeschwindigkeit von 630 m/s (wikipedia).

a) Stimmen die Geschwindigkeits-Angaben überein?
b) Berechnen Sie aus den 630 m/s die Rückstossgeschwindigkeit υ des Revolvers.
c) Der Rückstoss beim Schiessen ist in Wirklichkeit grösser. Was könnte der Grund sein?
d) Berechnen Sie aus den 630 m/s die Geschossenergie. 8

9. Ein Luftballon enthält 5 Liter Luft. Lässt man ihn los, entleert er sich in 2 Sekunden und fliegt durch den Raum. Der Schub beträgt etwa '30 Gramm'. Berechnen Sie, mit welcher Schnelligkeit das Gas aus dem Ballon entweicht. 9

10. Tintenfische bewegen sich fort, indem sie Wasser durch eine Art Düse blasen. Beschreiben Sie den Zusammenhang mit dem 3. Newtonschen Axiom. 10

11. Ein Flugzeug-Düsentriebwerk hat typischerweise eine Effizienz von 2 N/kW. Berechnen Sie aus dieser Angabe, wie schnell die Gase ausgestossen werden. 11

12. Das kleine Wasserkraftwerk Muslen am Walensee hat ein Wasserrohr von 180 m Gefälle, 0.70 m Durchmesser und 300 m Länge, einen maximalen Volumenstrom von 1.0 $\mathrm{m^3/s}$ und eine maximale Generatorleistung von 1.66 MW.
a) Mit welcher Schnelligkeit υ strömt das Wasser im Rohr?
b) Wie viel kinetische Energie hat das Wasser im Rohr?
c) Wie viel potentielle Energie hat das Wasser im Rohr?
d) Welchen Wirkungsgrad hat die Turbinen/Generator-Anlage?
e) Das Wasser wird unten durch eine Düse auf die Turbine geschossen. Das Wasser hat nach der Düse eine Schnelligkeit von etwa $\sqrt{2gh}$ und wird durch die Turbine nahezu auf Null abgebremst. Berechnen Sie die Kraft des Wassers auf die Turbine mit Hilfe des Zusammenhangs zwischen Kraft und Impuls. 12

13. Was ist der Unterschied zwischen einem elastischen und einem unelastischen Stoss zweier Körper? Wie schreibt man in beiden Fällen den Impulserhaltungssatz? 13

14. Ein Meteorit von 500 $\mathrm{km^3}$ Volumen und einer Dichte von 1.6 Tonnen pro Kubikmeter schlage mit 42 km/s in die Erde ein. Wie viel verändert sich die Geschwindigkeit der Erde dadurch? 14

15. Sie werfen einen weichen Lehmklumpen (130 g) mit 8.0 m/s gegen eine Wand. Der Klumpen werde in 13 ms abgebremst.
a) Ist das ein elastischer oder unelastischer Stoss? (Begründung)
b) Berechnen Sie die mittlere Kraft auf die Wand während des Aufpralls. 15

16. Eine konstante, resultierende Kraft von 580 N wirke während 42 ms auf den Körper. Berechnen Sie die Veränderung von dessen Impuls. Welche Art von Impulsveränderung können Sie berechnen und welche nicht? 16

Kapitel 7

Kreisbewegung

1. Stimmen die folgenden Aussagen?
   a) Bewegt sich ein Körper auf einem Kreis, so zeigt die resultierende Kraft stets zum Zentrum der Bahn.
   b) Auf ein Kind in einem gleichmässig drehenden Kettenkarussell wirkt, von aussen gesehen, die Normalkraft des Sitzes, die Gewichtskraft und die Zentripetalkraft ein.
   c) Wenn sich ein Teilchen mit konstanter Schnelligkeit entlang einer Schraubenlinie bewegt, so gibt es keine Zentripetalbeschleunigung, da es keine Kreisbahn ist. 1

2. Die schnellsten Bohrer beim Zahnarzt drehen sich mit bis zu 500'000 U/min. Berechnen Sie die Drehfrequenz, die Winkelgeschwindigkeit und die Umlaufzeit. 2

3. Die Formel für die Zentripetalbeschleunigung lässt sich leicht herleiten, falls sie vergessen wurden:
   a) Bilden Sie zwei Sätze 'Je... desto... ist die Zentripetalbeschleunigung.' mit den Begriffen 'Schnelligkeit' und 'Kurvenradius'.
   b) Drücken Sie diese Aussagen möglichst einfach mathematisch aus.
   c) Kontrollieren Sie die Einheiten und passen Sie die Formeln allenfalls an. 3

4. Ein Velorad hat 36 cm Radius und wird mit 8.8 m/s gefahren.
   a) Welche Beschleunigung erfährt ein Stück Pneu?
   b) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit rotiert es? 4

5. Relativ zur Erde bewegt sich der Mond ungefähr auf einer Kreisbahn.
   a) Berechnen Sie die mittlere Winkelgeschwindigkeit dieser Bewegung.
   b) Berechnen Sie die Beschleunigung des Mondes auf dieser Bahn. 5

6. Tarzan schwingt sich an einer Liane der Länge r über einen Fluss, siehe Abbildung 7.1. Mit welcher Kraft muss er sich am tiefsten Punkt der Bahn – nach Fallhöhe r – festhalten? 6

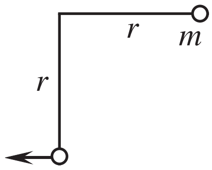
   

   Abbildung 7.1: Tarzan schwingt sich an einer Liane vom Baum.

7. Lesen Sie folgenden Text aus einem Kalenderblatt und beantworten Sie die Fragen im Anschluss daran:
   "Warum fällt uns der Mond nicht auf den Kopf?
   Seit gut 4 Mrd. Jahren verschönert der Mond unseren Nachthimmel. Doch was hält ihn eigentlich dort oben? Anders gefragt: Warum stossen Mond und Erde nicht zusammen, obwohl sie sich gegenseitig anziehen?
   Tatsächlich unterliegen beide dem Gesetz der Gravitation, wonach sich alle Körper im All gegenseitig

anziehen: Je mehr Masse sie haben, desto stärker ist ihre Zugkraft. Und da die Erdmasse die des Mondes um mehr als das 80-fache übertrifft, müsste der Erdtrabant längst mit uns kollidiert sein. Doch der Mond unterliegt durch seine Bewegung um die Erde auch den Gesetzen der Fliehkraft, die ihn von uns wegdrängt, wie bei einem Hammerwerfer, der die Kugel um sich schwingt. Lässt er los, schleudert die Kugel von ihm weg. Dem Mond droht dieses Schicksal nicht, weil sich Gravitation und Fliehkraft die Waage halten."
a) Was ist falsch oder unglücklich formuliert?
b) Wie könnte man es besser sagen? 7

8. Das Auto einer Carrera-Modellrennbahn durchfährt einen Looping von 40 cm Radius mit 3.0 m/s. In welchem Verhältnis stehen Normal- und Gewichtskraft aufs Auto im obersten Punkt des Loopings? 8

9. Ein junges Pferd (350 kg) wird an einer Longierleine (9.5 m) in leichtem Trab (12 km/h) im Kreis herum geführt.
a) Berechnen Sie die Umlaufzeit.
b) Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit.
c) Berechnen Sie die resultierende Kraft auf das Pferd.
d) Aus welchen Kräften setzt sich die Resultierende zusammen? 9

10. Ein Auto fährt mit 60 km/h über den höchsten Punkt einer Bodenwelle mit 50 m Radius.
a) Berechnen Sie die Beschleunigung im höchsten Punkt.
b) Wie viel mal leichter fühlt sich die Fahrerin dort? 10

11. Menschen werden bei 10 g Beschleunigung schnell ohnmächtig. Ein Jet fliege mit 1.5facher Schallgeschwindigkeit. Ab welchem Kurvenradius verliert der Pilot das Bewusstsein? 11

12. Bestimmen Sie mit Hilfe von Abbildung 7.2 die
a) Umlauffrequenz
b) Winkelgeschwindigkeit
c) resultierende Kraft auf den Körper. 12

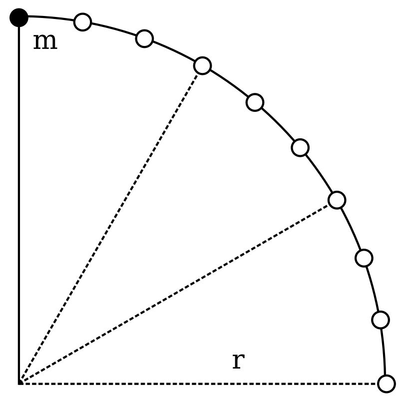


Abbildung 7.2: Ein Körper der Masse 830 kg *bewegt sich auf einem Kreisbogen mit Radius* 58 m. *Die Positionen sind in Abständen von jeweils* 2.73 s *markiert.*

13. Erde und Sonne kreisen um den gemeinsamen Schwerpunkt. Wie gross ist die Bahngeschwindigkeit der Sonne, die von diesem Effekt verursacht wird? 13

14. Ein Punkt bewegt sich mit 2.0 m/s auf einem Kreis. Die Zentripetalbeschleunigung ist 12 m/s. Berechnen Sie den Kreisradius. 14

15. Ein Kettenkarussell bewegt die Gondeln auf einem Kreis mit 30 m Durchmesser in 6.5 s einmal herum. Welchen Winkel mit der Vertikalen schliessen die Ketten, an denen die Gondeln befestigt sind, ein? 15

16. a) Bestimmen Sie T, ω und f für den Stundenzeiger einer Uhr. Nehmen Sie an, T sei auf eine Sekunde genau.
b) Berechnen Sie die Schnelligkeit der Zeigerspitze, wenn der Zeiger 9.0 mm lang ist. 16

17. Stimmen folgende Aussagen?
a) Wenn sich ein Körper auf einem Kreis bewegt, so gilt $\vec{F}_{res} = m\vec{a}_z$.
b) Wenn $\vec{F}_{res} = m\vec{a}_z$ erfüllt ist, bewegt sich der Körper auf einem Kreis. 17

18. Ein Körper wird an einem Faden mit 1.0 m/s auf einem horizontalen Kreis bewegt (sog. Kegelpendel, Fadenlänge > Kreisradius). Zeichnen Sie den Lage- und den Kräfteplan der Kräfte auf den Körper. 18

19. Wasser strömt mit 7.6 m/s durch einen Schlauch. Der unbefestigte Schlauch liegt flach auf dem Boden und formt einen Kreis von 47 cm Radius.
a) Welche Beschleunigung erfährt das Wasser?
b) In Worten: Hat das beobachtbare Konsequenzen? 19

20. Felix sitzt auf der Gigampfi (Wippe) in 3.5 m Abstand von der Drehachse. Auf der anderen Seite setzt sich Papi drauf und knallt seine Seite der Gigampfi gegen den Boden. Beim Aufprall wird Felix 10 cm in die Luft geschleudert. Mit welcher Winkelgeschwindigkeit hat sich der Balken am Schluss ungefähr gedreht? 20

21. Ein Fadenpendel der Masse 150 g wird bis zur Horizontalen ($\varphi = 90°$) ausgelenkt und ohne Anfangsgeschwindigkeit losgelassen, siehe Abbildung 7.3.
a) Berechnen Sie mit dem Energiesatz die momentane Bahngeschwindigkeit υ.
b) Skizzieren Sie den Lage- und den Kräfteplan der Kräfte auf die Pendelmasse. (ohne Rechnung)
c) Berechnen Sie die Anteile der Gewichtskraft parallel und senkrecht zur Bahn.
d) Berechnen Sie die Bahnbeschleunigung (Komponente parallel zu υ).
e) Berechnen Sie die Komponente der resultierenden Kraft in Richtung der Schnur. 21

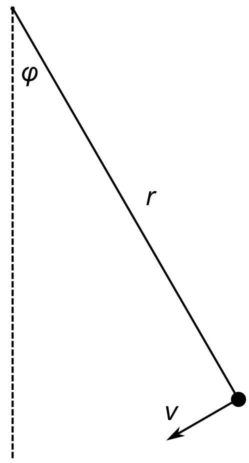


Abbildung 7.3: Ein Fadenpendel hat eine $r = 60\,\text{cm}$ lange Schnur. Zum gezeichneten Zeitpunkt ist die momentane Auslenkung $\varphi = 30°$ und das Pendel bewegt sich abwärts.

22. Ein Punkt bewegt sich mit 6.28 m/s respektive 2.00 rad/s auf einem Kreis. Berechnen Sie den Kreisradius. 22

23. Matthias macht einen zweieinhalbfachen Salto vom 10 m-Sprungturm. Mit welcher mittleren Winkelgeschwindigkeit muss er sich drehen? 23

24. Die Zentripetalbeschleunigung a_z wird üblicherweise durch Bahngeschwindigkeit υ und Kreisradius r ausgedrückt: $a_z(\upsilon, r) = \upsilon^2/r$. Sie lässt sich aber auch mit der Winkelgeschwindigkeit ω, der Frequenz f oder der Umlaufzeit T schreiben.
a) $a_z(r, \omega) =?$ b) $a_z(r, f) =?$ c) $a_z(\upsilon, T) =?$ d) $a_z(\upsilon, \omega) =?$ 24

25. Der Stundenzeiger meiner Wanduhr misst 85 mm von der Drehachse bis zur Spitze. Mit welcher Bahngeschwindigkeit (Schnelligkeit) bewegt sich die Spitze? 25

26. Ein Körper bewegt sich gleichmässig auf einem Kreis mit 2.0 m Radius und wird dabei mit 3.0 m/s^2 beschleunigt. Berechnen Sie die Bahngeschwindigkeit. 26

27. Eine Fräsmaschine hat eine Tourenzahl von 3600/min. Was bedeutet das und was ist die SI-Einheit dieser Grösse? 27

28. Zeigeruhren werden oft 'mit einem lächelnden Gesicht', also ungefähr 10 nach 10 - Stellung, verkauft. Wann sind die Zeiger exakt symmetrisch, wenn Stunden- und Minutenzeiger genau und gleichmässig laufen? 28

29. a) Warum rechnen wir bei der Kreisbewegung in Radiant?
b) Wann muss das Symbol “rad” geschrieben werden und warum manchmal nicht? 29

30. Ein Kettenkarussel besteht – vereinfacht – aus Pendeln, die an einer horizontal rotierenden Scheibe befestigt sind, siehe Abbildung 7.4. Stellen Sie eine Gleichung auf, mit der Sie den Pendelwinkel als Funktion der Winkelgeschwindigkeit berechnen *könnten*. Sie sollen die Gleichung nicht lösen. 30

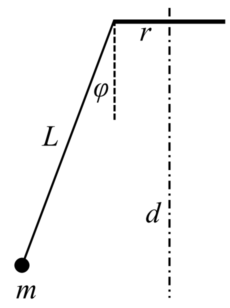


Abbildung 7.4: Ein Pendel der Länge L ist im Abstand r von der Drehachse d befestigt. Wenn sich das Karussell mit Winkelgeschwindigkeit ω dreht, bewegt sich der Sitz auf einem horizontalen Kreis um die Drehachse respektive die Kette schliesst einen Winkel φ mit der Vertikalen ein.

31. Ein Körper (0.353 kg) bewegt sich mit kinetischer Energie 2.57 J auf einem Kreis mit Radius 1.77 m. Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit. 31

32. Die Haftreibungszahl für Gummi auf nassem Eis ist 0.10 (etwa). Ein Auto gerät nach einem Eisregen mit 40 km/h in eine Linkskurve mit 13 m Radius. Kommt das Auto noch um die Kurve? 32

33. Beim Talerschwingen wird eine Münze (13.3 g) in einem Becken, dessen Seitenwand 45° geneigt ist, auf einem horizontalen Kreis herumgerollt. Die Umlauffrequenz betrage 1.8 Hz.
a) Zeichnen Sie den Kräfteplan der Kräfte auf die Münze massstäblich korrekt.
b) Berechnen Sie den Radius der Kreisbahn. 33

34. Eine Steinschleuder sei 53 cm lang und werde vom Schleuderer auf einem vertikalen Kreis bewegt. Das Geschoss wiege 180 g und bewege sich in der Schlaufe der Schleuder mit 30 m/s. Berechnen Sie die Kraft der Schleuder auf den Stein im tiefsten Punkt der Bahn. 34

35. Ein Vespa-Motorroller kann max. mit 91 km/h fahren und hat Räder von ca. 19 cm äusserem Radius.
a) Mit welcher Frequenz drehen sich dann die Räder?
b) Welche Beschleunigung erfährt ein Stück des Reifenprofils? 35

36. Ein Auto durchfährt eine Kurve mit 60 m Radius auf horizontaler, trockener Asphaltstrasse mit 70 km/h. Welche Bremsverzögerung wäre noch möglich, ohne dass das Auto zu rutschen beginnt? 36

37. Ein Kind treibt die Schaukel bis zur Horizontalen hoch. Berechnen Sie die resultierende Kraft auf das Kind im tiefsten und höchsten Punkt der Bahn. Die Schaukel sei 2.5 m lang (Aufhängepunkt-Schwerpunkt Kind) und das Kind habe eine Masse von 28 kg. 37

38. Eine Waschmaschine schleudert mit 1600 U/min und hat einen Trommeldurchmesser von 54 cm.
a) Berechnen Sie die Drehfrequenz in SI-Einheiten.
b) Mit welcher Bahngeschwindigkeit bewegt sich die Trommel-Aussenwand?
c) Welche Beschleunigung erfährt ein Wäschestück an der Trommelwand?
d) Mit welcher Frequenz muss sich die Trommel mindestens drehen, damit die Wäsche nicht ins Trommelinnere fällt? 38

39. Wann nach Mitternacht überholt der Minutenzeiger den Stundenzeiger zum zweiten Mal? 39

Kapitel 8

Beschleunigte Bezugssysteme

1. Unser Sonnensystem ist etwa 26 000 Lichtjahre vom galaktischen Zentrum entfernt und umkreist es in etwa 230 Millionen Jahren. Berechnen Sie die Zentrifugalbeschleunigung im mitrotierenden Bezugssystem. 1

2. Ein Flugzeug setzt im tiefsten Punkt mit 170 km/h zu einem Looping an. Das Körpergewicht steigt auf etwa das Dreieinhalbfache. Berechnen Sie den Radius des Loopings. 2

Kapitel 9

Astronomie

9.1 Keplersche Gesetze

1. Der Asteroid 2012 BX34 ist am 27. Januar 2012 in einem Abstand von 65390 km am Erdmittelpunkt vorbei geflogen. Er war uns also viel näher als der Mond. Da der Asteroid nur die Grösse eines Busses hatte (etwa 8 m Durchmesser), hätte auch im Falle einer Kollision mit der Erde keine Gefahr bestanden. Die Bahndaten von 2012 BX34 – berechnet für 14. März 2012 – sind Apheldistanz $r_A = 1.0336$ AE, Periheldistanz $r_P = 0.49019$ AE, grosse Halbachse $a = 0.76190$ AE, numerische Exzentrizität $\varepsilon = 0.35661$, Umlaufzeit $T = 242.91$ d (0.67 a) und Bahnneigung 10.535°. Prüfen Sie, ob diese Angaben zusammenpassen, indem Sie
   a) aus der grossen Halbachse a die Umlaufzeit T berechnen sowie
   b) aus a und ε die Grössen r_P und r_A bestimmen. 1

2. Ein geostationärer Satellit hat immer dieselbe Position relativ zur Erdoberfläche. Berechnen Sie mit Hilfe der keplerschen Gesetze die Grösse der Bahn. 2

3. Ein Satellit wird in 7000 km Entfernung vom Erdmittelpunkt parallel zur Erdoberfläche in eine Umlaufbahn gebracht. Die Startgeschwindigkeit ist so klein, dass der Satellit die Erde im nächsten Punkt gerade nicht berührt. Betrachten Sie die Erde als Kugel und vernachlässigen Sie die Atmosphäre.
   a) Wie gross ist die numerische Exzentrizität der Satellitenbahn?
   b) Berechnen Sie die Umlaufzeit. 3

4. "Gut zehn Jahre nach dessen Start und nach rund 52000 Erdumrundungen ist der Kontakt zum europäischen Umweltsatelliten Envisat (..) abgebrochen." (NZZ, 14. April 2012, S. 24)
   Berechnen Sie die Höhe der Umlaufbahn über der Erdoberfläche. 4

5. Ein Himmelsköper bewege sich gleichmässig entlang einer Geraden. Zeigen Sie, dass die Bewegung den Keplerschen Flächensatz bezüglich eines beliebigen Punktes neben der Geraden erfüllt. 5

6. Die internationale Raumstation hat einen Bahnradius (grosse Halbachse) von 6720 Kilometern.
   a) Nimmt die Umlaufzeit zu oder ab, wenn sich der Bahnradius wegen der Luftreibung auf 6700 km senkt?
   b) Berechnen Sie die prozentuale Änderung der Umlaufzeit. 6

7. Berechnen Sie den grössten Abstand des Merkur von der Sonne. 7

8. Welche beobachtbaren Konsequenzen hat das erste keplersche Gesetz? 8

9. Welche beobachtbaren Konsequenzen hat das zweite keplersche Gesetz? 9

9.2 Gravitationskraft

1. a) Wie stark werden Sie vom Mond angezogen, wenn dieser direkt über Ihnen steht?
b) Wie viel 'spüren' Sie davon effektiv? 1

2. Warum ist der Gravitationsparameter (Produkt GM aus Gravitationskonstante G und Masse M des Zentralkörpers) wesentlich genauer als die Gravitationskonstante und Masse einzeln? 2

3. Die Satelliten des Global Positioning Systems (GPS) umrunden die Erde in einem halben Sterntag (11 h 28 min). Berechnen Sie den Bahnradius. 3

4. Ein Satellit umkreist die Erde mit 7.2 km/s. Berechnen Sie den Bahnradius. 4

5. Ein Testsatellit des GALILEO-Navigationssystems umkreist die Erde auf einer Bahn mit $30{\cdot}10^6$ m Radius und hat 523 kg Masse.
a) Berechnen Sie die Gravitationskraft der Erde auf den Satelliten.
b) Berechnen Sie die Gravitationsfeldstärke (Fallbeschleunigung) der Erde beim Satelliten.
c) Berechnen Sie die Umlaufzeit des Satelliten. 5

6. Mars hat weniger Masse als Jupiter, dafür kann er uns näher kommen. Gibt es einen Fall, wo die Gravitationskraft des Mars auf die Erde stärker als die von Jupiter ist? Nähern Sie die Planetenbahnen als Kreise an. 6

7. Romulus ist ein Mond des Planetoiden Sylvia. Er hat eine Umlaufzeit von 3.6450 Tagen und einen Bahnradius von 1356 km. Sylvia hat eine grosse Halbachse von 3.486 AE und eine Exzentrizität von 0.082.
a) Berechnen Sie die Masse von Sylvia.
b) Berechnen Sie die Umlaufzeit von Sylvia. 7

8. Die NASA-Sonde 'Dawn' schwenkte am 27. September 2011 in eine Bahn um den Planetoiden Vesta ein, die 680 km über der Oberfläche des Planetoiden verlief und 12.3 h Umlaufzeit hatte. Am 8. Dezember 2011 hatte Dawn in eine tiefere Bahn mit 210 km Höhe und 4.3 h Umlaufzeit gewechselt. Berechnen Sie aus diesen Angaben a) den mittleren Radius und b) die Masse von Vesta. 8

9. Marsmond Phobos hat einen Bahnradius von 9378 km und eine Umlaufzeit von 0.3189 Tagen. Berechnen Sie aus diesen Angaben die Masse des Mars. 9

10. Der Abstand Erde-Mond variiert zwischen Minimum und Maximum um ungefähr 10 %. Bestimmen Sie die prozentuale Veränderung der Gravitationskraft. 10

11. Jupitermond Leda hat eine grosse Bahnhalbachse von 11.165 Millionen Kilometern. Berechnen Sie die Umlaufzeit. Stimmen die 240.9 Tage aus wikipedia? 11

12. Der Zürichsee hat ein Volumen von 3.9 km^3. Mit welcher Kraft wird er vom Mond im Durchschnitt angezogen? 12

13. Der Mond Nereide hat eine grosse Halbachse von 5,513 Mio. Kilometer, eine Exzentrizität von 0,7507 sowie eine Umlaufzeit von 360,13619 Tagen. (wikipedia)
a) Welche Masse hat der Zentralkörper? Um welchen Planeten handelt es sich?
b) Berechnen Sie den grössten Abstand vom Zentralkörper.
c) Der Mond Thalassa desselben Planeten hat eine grosse Halbachse von 50 075 km. Berechnen Sie dessen Umlaufzeit aus den Angaben in dieser Aufgabe. 13

14. Unser Mond wird von der Erde und der Sonne angezogen. Berechnen Sie das Verhältnis $F_{Erde} : F_{Sonne}$ der beiden Gravitationskräfte auf den Mond. 14

15. Wie viel schwankt Ihr Gewicht, weil die Erde rotiert und sich deshalb die Richtung der Gravitationskraft des Mondes ändert? Berechnen Sie $F_{max} - F_{min}$. 15

9.3 Gravitationsfeld

1. In welchem Abstand vom Erdmittelpunkt hat sich die Gravitationsfeldstärke (bezogen auf den Wert an der Erdoberfläche) halbiert? 1

2. Der Radius des Mars beträgt 53.2 % des Erdradius, die Masse 10,7 % der Erdmasse. Wie viele Prozent der irdischen Fallbeschleunigung wird auf dem Mars gemessen? 2

3. Berechnen Sie die Gravitationsfeldstärke des Mondes am Erdmittelpunkt (mittlerer Abstand). 3

4. Wie viel verändert sich die Fallbeschleunigung am irdischen Äquator, wenn der Mond vom Zenit zum Nadir wechselt? 4

5. Im Innern einer Hohlkugel verschwindet das Gravitationsfeld, das diese Hohlkugel verursacht. Wie verhält sich also die Gravitationsfeldstärke im Innern einer homogenen Vollkugel als Funktion des Abstandes zum Zentrum? 5

6. In welcher Höhe hat die Gravitationsfeldstärke um ein Promille gegenüber dem Wert auf der Erdoberfläche abgenommen? Nehmen Sie an, die Erde sei kugelsymmetrisch. 6

7. Wie viel nimmt die Fallbeschleunigung ab, wenn man einen Meter nach oben geht? Nehmen Sie an, die Erde sei kugelsymmetrisch und man starte an der Erdoberfläche. 7

8. Der Radius einer homogenen Kugel werde bei konstanter Dichte verdoppelt. Was passiert mit der Gravitationsfeldstärke der Kugel an der Oberfläche? 8

9. Ein Mond umkreist seinen Planeten einmal in 5,876854 Tagen mit Bahnradius 354 759 km.
   a) Welche Masse hat der Planet? Um welchen Planeten könnte es sich handeln?
   b) Der Planet hat einen Durchmesser von $49{\cdot}10^6$ m. Berechnen Sie die Fallbeschleunigung an seiner Oberfläche.
   c) Geben Sie in Worten zwei Methoden an, wie man die Beschleunigung des Planeten auf seiner Bahn um die Sonne berechnen könnte. 9

10. Ein Satellit umkreist einen Zentralkörper. Drücken Sie die Bahngeschwindigkeit υ durch den Bahnradius r und die Gravitationsfeldstärke g auf der Bahn aus. 10

11. Ein Ballon steige von der Erdoberfläche auf eine Höhe von 40 km. Wie viele Prozent nimmt die Gravitationsfeldstärke ab? 11

9.4 Gravitationsenergie

1. Der Asteroid Pulcova war der dritte, bei dem ein Mond entdeckt wurde (2000). Das Möndchen hat 800 km Bahnradius. Pulcova hat $1.40{\cdot}10^{18}$ kg Masse.
   a) Berechnen Sie die Umlaufzeit des Mondes.
   b) Pulcova hat 137 km Durchmesser. Berechnen Sie die Gravitationsfeldstärke an seiner Oberfläche. Nehmen Sie an, Pulcova sei kugelförmig.
   c) Berechnen Sie die Fluchtgeschwindigkeit an der Oberfläche von Pulcova.

d) Pulcova hat eine grosse Halbachse von 3.1543 astronomischen Einheiten (AE) sowie eine Exzentrizität von 0.10146. Berechnen Sie den kleinsten Abstand von der Sonne in AE und Meter. Wie heisst diese Stelle auf der Bahn? 1

2. In der Science Fiction Geschichte “Men of Good Will” (Ben Bova, 1964) wird ein Artilleriegefecht zwischen Russen und Amerikanern auf dem Mond beschrieben. Beschreiben Sie qualitativ die Geschossbahnen abhängig von der Abschussschnelligkeit der Granaten und der Abschussrichtung der Kanonen. Die höchsten Mündungsgeschwindigkeiten in den 1960-er Jahren betrugen 3.6 km/s. 2

3. Im Jahr 2013 verglühte der Gravitations-Satellit Goce am Ende seiner Mission in der Atmosphäre. Aus einer kreisförmigen Umlaufbahn von zuletzt 224 km Höhe sank er täglich rund 1,5 km ab, weil auf ihn eine Lufwiderstandskraft von 10 bis 11 mN wirkte. Der Erdbeobachtungssatellit hatte rund eine Tonne Masse. Passen die Angaben zusammen? 3

4. Ein Satellit umkreist einen Zentralkörper. In welchem Verhältnis stehen potentielle und kinetische Energie? 4

5. Warum wird ein erdumkreisender Satellit schneller, wenn er durch die äussere Atmosphäre gebremst wird? Warum wird der Satellit langsamer, wenn er durch ein Triebwerk in Flugrichtung beschleunigt wird? (Satellitenparadoxon). 5

Kapitel 10

Starrer Körper

10.1 Hebelgesetz und Drehmoment

1. Leander (24 kg) und Vital (12 kg) sitzen erwartungsvoll an beiden Enden der 'Gigampfi' (Wippe). Beide haben 2.5 m Abstand von der Drehachse. Wo muss sich Papi (72 kg) hinsetzen, damit Gleichgewicht herrscht? 1

2. Unten (Abb. 10.1) sehen Sie ein Bild meiner Schere. Sie ist 18.2 cm lang (von ganz links nach ganz rechts gemessen). Um die Schere zu schliessen, muss ich am obersten Punkt im Bild mit 4.1 N vertikal nach unten drücken. Berechnen Sie das Drehmoment. Beschreiben Sie Vorgehen. 2

Abbildung 10.1: Verkleinertes Bild meiner Schere.

3. a) Warum soll man die Einheit des Drehmoments nicht mit Joule abkürzen?
   b) Was ist der Hebelarm einer Kraft? 3

4. Eine Kraft $F = 53\,\text{N}$ greift im Abstand $r = 34\,\text{cm}$ von der Drehachse an. Bestimmen Sie mit Hife der massstäblich korrekten Abb. 10.2 das Drehmoment. 4

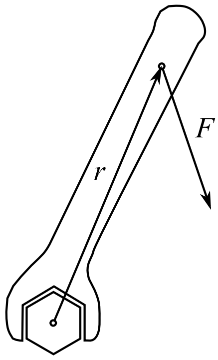


Abbildung 10.2: Schraubenschlüssel mit angreifender Kraft

5. In Abbildung 10.3 sehen Sie ein Brett der Länge 98 cm und Masse 1.4 kg, das links bei einem Viertel seiner Länge gestützt wird. Ganz am linken Rand liegt ein Körper der Masse 2.7 kg auf. Wo und in welcher Richtung muss eine Kraft der Stärke 28 N angreifen, damit das Brett im Gleichgewicht ist? 5

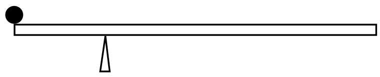


Abbildung 10.3: Unterstütztes Brett mit Last

10.2 Schwerpunkt

1. Welchen Abstand vom Erdmittelpunkt hat der gemeinsame Schwerpunkt von Ihnen und der Erde? 1

2. Liegt der gemeinsame Schwerpunkt von Sonne und Jupiter innerhalb oder ausserhalb der Sonne? 2

3. Eine volle Getränkedose hat den Schwerpunkt in der Mitte. Beginnt man zu trinken, so sinkt der Schwerpunkt. Ist sie ausgetrunken, so liegt der Schwerpunkt wieder in der Mitte. Wo ist das Minimum?
   a) Zeigen Sie, dass der Schwerpunkt am tiefsten ist, wenn er gerade auf der Flüssigkeitsoberfläche liegt.
   b) Berechnen Sie mit Hilfe der Information aus der vorangehenden Teilaufgabe die Höhe des Schwerpunkts. Nehmen Sie an, die Dose sei ein mathematischer Zylinder. 3

4. Unten (Abb. 10.4) sehen Sie eine Koordinatenachse mit zwei Punktmassen bei A und B. Der Nullpunkt ist eingezeichnet, Punkt C habe Koordinate $x_C = 135$ mm. Die Massen seien $m_A = 583$ g und $m_B = 333$ g. Die Koordinaten von A und B müssen Sie durch abmessen gewinnen. Bestimmen Sie die Koordinate des gemeinsamen Schwerpunkts. 4

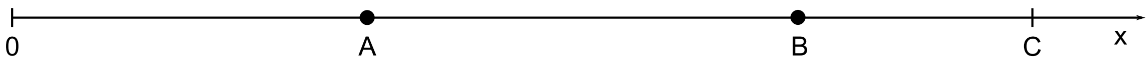


Abbildung 10.4: Koordinatenachse (x) mit zwei Punktmassen bei A und B.

5. Eine Hantel bestehe aus zwei Punktmassen m_1 und m_2, die durch eine masselose Stange der Länge d verbunden sind. Die Hantel ist im Gleichgewicht, wenn man sie im Schwerpunkt unterstützt. Berechnen Sie aus dieser Bedingung die Position des Schwerpunkts auf der Verbindungslinie. 5

10.3 Statik

1. Ein Transportwagen, siehe Abb. 10.5, steht auf zwei kleinen, arretierten Rädern A und B auf einer Rampe. Die Rampe ist um den Winkel α gegen die Horizontale geneigt. Das Gewicht des Wagens ist F_G und greift im Schwerpunkt S an. Der Schwerpunkt hat Abstand a vom vorderen (unteren) Rad A und Höhe b über dem Wagenboden (parallel resp. senkrecht zum Wagenboden gemessen). Der Wagen hat Länge c und Höhe d. Man berechne die Normalkräfte F_A und F_B sowie die Haftreibungskraft F_R auf die Räder und drücke sie als Bruchteil von F_G aus. 1

10.4 Arbeit und Leistung

1. Ein bürstenloser Flachmotor erzeugt bei 16 000 U/min ein Drehmoment von 0.60 mNm. Berechnen Sie die erbrachte Leistung. 1

2. Der Generator des Kernkraftwerks Leibstadt gibt 1245 MW Leistung ab. Der Generator-Rotor dreht sich mit 3000 U/min. Mit welchem Drehmoment muss der Rotor angetrieben werden? 2

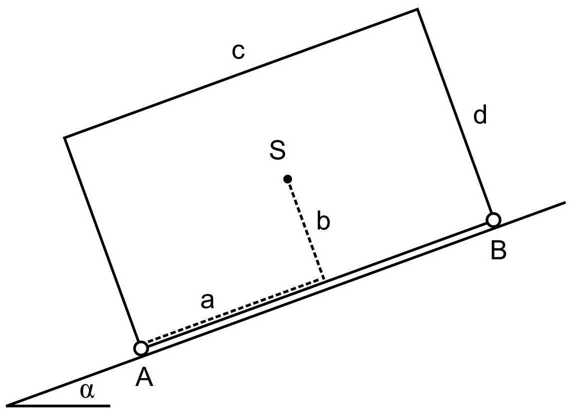


Abbildung 10.5: Ein Transportwagen mit Gewicht F_G steht auf einer schiefen Ebene. Wie gross sind Normal- und Reibungskräfte?

3. Die kompakten Torquemotoren von A-Drive Technology GmbH sind Direktantriebe in Hohlwellenausführung (..) mit einer Leistung von bis zu 50 kW, Drehmoment 50'000 Nm und Durchmesser 2.8 m (Aktuelle Technik 12/09). Berechnen Sie die Drehfrequenz in Hertz und Umdrehungen pro Minute. 3

4. Eine Bohrmaschine von Metabo hat folgende Kennzahlen: Drehmoment 5 Nm, Nennleistungsaufnahme 560 W, Abgabeleistung 320 W, Drehzahl bei Nennlast 1700 min^{-1}. Berechnen Sie
   a) den Wirkungsgrad aus den Leistungsangaben und
   b) das Drehmoment. (Schauen Sie, ob es 5 Nm gibt.) 4

5. Ein 'Synchronreluktanzmotor' der Firma ABB hat die Nennwerte 20 kW, 1500 min^{-1} und 127 Nm. Der Wirkungsgrad dieses Elektromotors wurde zu 92.2 % gemessen. Sind die 20 kW die aufgenommene oder abgegebene Leistung? 5

6. Ein Velo-Ergometer zeigt eine Leistung von 196 W bei einer Drehzahl von 95 rpm an. Berechnen Sie das Drehmoment. 6

7. Der Bohrkopf der Tunnelbohrmaschine "Sissi", die am 15. Okt. 2010 den Durchbruch in der Oströhre im Gotthard-Basistunnel schaffte, hat 9.43 m Durchmesser, dreht sich mit 6 U/min und wird mit über 6 000 kNm angetrieben.
   a) Wie gross ist die Kraft, welche die Drehung des Bohrkopfs bremst, mindestens?
   b) Rechnen Sie die Drehzahl in Hertz um.
   c) Wie gross ist die Antriebsleistung mit den genannten Zahlen? 7

8. Betrachten Sie die Kennlinie des Asynchron-Servomotors in Abbildung 10.6.
   a) Passen die 36 kW zu den anderen Angaben?
   b) Zeichnen Sie die Leistung als Funktion der Drehzahl. 8

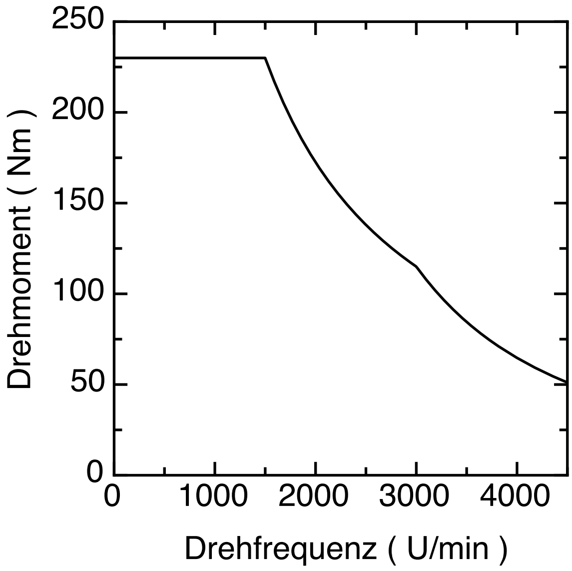


Abbildung 10.6: Drehmoment versus Drehfrequenz für einen Asynchron-Servomotor

Konstantes Drehmoment von 230 Nm bis zur Nenndrehzahl 1500 min^{-1}, Nennleistung 36 kW, Drehmoment umgekehrt proportional zur Drehzahl bis 3000 min^{-1}, Drehmoment umgekehrt proportional zu f^{-2} bis zur maximalen Drehzahl 4500 min^{-1}.
(nach at 3/2012)

Kapitel 11

Elastizität

11.1 Elastitzität und Zugfestigkeit

1. Eine Nylon-Gitarrensaite hat 65 cm Länge, 0.70 mm Durchmesser und werde ‘mit 6.9 kg’ gespannt.
   a) Wie viel verlängert sie sich?
   b) Bei welcher Spannkraft würde die Saite reissen? Kommentar! 1

2. Ein Stahldraht sei 2.8 m lang, habe 1.3 mm^2 Querschnittsfläche und sei 2.33 mm gedehnt.
   a) Mit welcher Kraft wurde der Draht gespannt?
   b) Wie viel Spannungsenergie steckt dann im Draht? Tipp: Stellen Sie eine Analogie zum Federgesetz und zur Federenergie her. 2

3. Eine Virginal-Messingsaite hat einen Durchmesser von 0.45 mm und soll bis fast zur Zerreissschwelle gespannt werden. Unterhalb welcher Spannkraft muss man bleiben? 3

4. Wie dick darf ein Stahldraht maximal sein, damit Sie ihn noch ohne Hilfsmittel mit den Händen zerreissen können? 4

5. Begründen Sie in Worten, weshalb beim hookeschen Gesetz für die Dehnung von Drähten die Querschnittfläche vorkommt und nicht der Durchmesser. 5

6. An zwei Drähten aus gleichem Material wird mit gleicher Kraft gezogen. Der zweite Draht ist doppelt so lang und hat den doppelten Durchmesser. Wie verhalten sich die Dehnungen? 6

11.2 Druck- und Zugspannung

1. In der Talstation der Gondelbahn in Scuol, einem profanen Betonbau, steht auf einer Tafel “max. Bodenbelastung 500 $\mathrm{kg/m^2}$, max. Einzellast 4 t”.
   a) Rechnen Sie die Bodenbelastung in einen Druck um und vergleichen Sie mit dem Luftdruck.
   b) Wie gross wäre der Druck in bar, wenn die 4 t auf einem Quadratmeter stünden? 1

2. Eine Turnerin von 50 kg Körpermasse macht den Handstand einhändig. Welchen Druck erzeugt sie? Die effektive Handfläche sei 100 cm^2. 2

Kapitel 12

Hydrostatik

12.1 Druckarbeit

1. Eine Wasserspritze verrichtet Pumparbeit, die nachher als kinetische Energie des Strahls erscheint. Wie hängen Pumpen(über)druck und Schnelligkeit des Strahls zusammen? 1

2. Eine Feuerwehrpumpe liefert 3200 Liter pro Minute bei einem Druck von 8 bar.
   a) Berechnen Sie die erbrachte Leistung.
   b) Wie schnell (m/s) spritzt das Wasser aus dem Schlauch?
   c) Wie weit kann man maximal spritzen? 2

3. Der Wasserstrahl beim Kinderplantschbecken wird unter 50° abgeschossen und kommt 1.0 m weit (auf gleicher Höhe gemessen). Berechnen Sie den Druck in der (dicken) Zuleitung. 3

4. Wie viel Arbeit wird bei einem Öldruck von 230 bar verrichtet, wenn der Kolben in einem Hydraulikzylinder von 87 cm^2 Querschnitt 66 cm ausfährt? 4

5. Die Pumpe einer offshore-Erdölpipeline ist für 1674 m^3/s Volumenstrom und 1000 m Förderhöhe ausgelegt. Berechnen Sie die erbrachte Pumpleistung in Watt. Nehmen Sie ersatzweise die Dichte von Heizöl. 5

6. Zuoberst im Treppenhaus eines fünfstöckigen Hauses kann sich im Winter ein Druckunterschied von 5 Pa aufbauen, weil der Schweredruck aussen und innen verschieden mit der Höhe abnimmt. Mit welcher Schnelligkeit strömt oben die Luft, wenn das Fenster geöffnet wird? 6

7. Eine Wasserpistole wiegt leer 25 g. Bei einem Schuss werden durchschnittlich 0.48 g Wasser ausgestossen. Schiesst man horizontal in 85 cm Höhe, so kommt das Wasser (4 ± 1) m weit. Die Pistole fasst 35 g Wasser.
   a) Mit welcher mittleren Geschwindigkeit wird das Wasser ausgestossen?
   b) Welcher Überdruck herrschte in der Pistole während der Schussabgabe? 7

8. Wie viel Energie ist mindestens nötig, um einen Liter Vakuum herzustellen? 8

12.2 Schweredruck

1. Wie viel sinkt der Luftdruck etwa, wenn Sie vom Meeresniveau 1.0 km nach oben steigen? 1

2. Das Reservoir befindet sich 80 m über Ihnen.
   a) Wie gross ist der Schweredruck in der Wasserleitung?
   b) Wie schnell (m/s) kann das Wasser maximal aus dem Hahn strömen? 2

3. Die Staumauer der Grande Dixence (VS) ist 285 m hoch. Der Stausee ist 5.3 km lang, maximal 227 m tief und hat ein Volumen von 400 Millionen m^3.
   a) Wie hoch ist der Staudruck 1.0 km weiter unten im Kraftwerk?
   b) Wie viel Energie könnte bei vollkommener Entleerung des Sees maximal gewonnen werden? Geben Sie das Resultat in Joule und kWh an.
   c) Wie nennt man das Faktum, dass die Grösse des Sees für den Druck keine Rolle spielt? 3

4. Ein Heissluftballon habe 20 m Höhe. Da er unten offen ist, herrscht dort Luftdruck. Die Dichte der heissen Luft im Innern betrage 0.95 $\mathrm{kg/m^3}$, die umgebende Luft habe 1.20 $\mathrm{kg/m^3}$. Berechnen Sie die Druckdifferenz $p_{innen} - p_{aussen}$ am obersten Punkt des Ballons. 4

5. Die mittlere Dichte der Luft auf Meereshöhe betrage 1.225 $\mathrm{kg/m^3}$. Nehmen Sie an, Luft sei eine inkompressible Flüssigkeit. Wie nimmt der Druck mit steigender Höhe ab und auf welcher Höhe verschwindet der Luftdruck? 5

6. Auf wie viel Prozent genau stimmt die Regel, nach der pro zehn Meter Wassertiefe der Druck 1 bar zunimmt? 6

7. Die zwei Schenkel eines oben offenen U-Rohrs konstanten Querschnitts sind zu Beginn gleich hoch (Höhe h) mit zwei unmischbaren Flüssigkeiten der Dichten $\rho_1 > \rho_2$ gefüllt, siehe Abb. 12.1. Dann wird unten der Hahn, der die zwei Schenkel trennt, geöffnet.
   a) Beschreiben Sie in Worten, was passiert.
   b) Berechnen Sie die neue Höhe h_1 der dichteren Flüssigkeit. 7

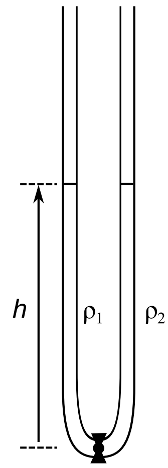


Abbildung 12.1: U-Rohr mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten, die bei anfangs geschlossenem Hahn gleich hoch stehen.

8. Das U-Boot 'Deepsea Challenge' von J. Cameron erreichte am 26. März 2012 eine Tiefe von 10908 m und war dabei einem Druck von 1104 bar ausgesetzt. (NZZaS, 9. Juni 2013). Welche mittlere Dichte ergibt sich aus der Formel für den Schweredruck? 8

9. Wie gross muss eine Fläche sein, damit der Luftdruck mit einer Kraft von 500 N darauf wirkt? 9

10. Am 31. August 2013 wurde um 11:30 an der Wetterstation Mythenquai ein Luftdruck von 975.5 hPa gemessen. Die Lufttemperatur betrug 22.7 °C. Die Station liegt 406 m über Meer. Herrscht Hoch- oder Tiefdruck? 10

11. Ein Treppenhaus ist 30 m hoch. Es weist eine Lufttemperatur von 20 °C auf, während draussen die Temperatur am Gefrierpunkt liegt. Wird unten die Tür geöffnet, so ist dort der Druck ausgeglichen. Oben herrscht wegen unterschiedlicher Luftdichten ein Druckunterschied zwischen drinnen und draussen. Wie gross ist dieser? Die Luftdichte ist umgekehrt proportional zur absoluten Temperatur (in Kelvin). 11

12. Der mittlere Luftdruck auf dem Jungfraujoch (3580 m über Meer) beträgt 653.6 hPa. Berechnen Sie den Luftdruck aus der Höhenangabe. 12

13. Der mittlere Luftdruck in Zürich Fluntern (555 m über Meer) beträgt 950.4 hPa. Berechnen Sie den Luftdruck aus der Höhenangabe. 13

14. Welche Kraft übt die Luft auf die Aussenfläche (2.5 m^2) einer Fensterscheibe aus? 14

15. Um die Auflösung eines Flüssigkeitsmanometers zu steigern, kann man eines der Steigrohre schrägstellen. Nehmen wir an, ein Manometer werde mit Öl (Dichte 0.90 kg/L) betrieben und der eine Schenkel sei 85 ° gegen die Vertikale geneigt. Wie viel bewegt sich die Flüssigkeit entlang der Schräge, wenn der Druck 1.0 mbar steigt? 15

16. Ein Flüssigkeitsmanometer ist mit Petrol gefüllt. Die zwei Flüssigkeitsspiegel im U-Rohr haben 38 mm Höhenunterschied. Berechnen Sie den Druckunterschied in den zwei Schenkeln des Manometers. 16

12.3 Auftrieb

1. Eine Magnumflasche enthält 150 cL Champagner. Ausgetrunken wiegt sie noch 1.74 kg. Wird die Flasche schwimmen, wenn man die Flasche geleert und verschlossen ins Wasser wirft? 1

2. Eine verschlossene Flasche 'Jägermeister' wiegt leer 0.57 kg und ganz mit Wasser gefüllt 1.29 kg. Wie viel Wasser muss man einfüllen, damit die Flasche im Wasser schwebt? Sie müssen das Eigenvolumen des Glases berücksichtigen. 2

3. Sebastian schenkt seinem Bruder Leander eine "Silberkette". Wird die Kette mit einem Faden an eine Waage gehängt, so zeigt diese in Luft 26.38 g an. Wird die Kette bei Zimmertemperatur in Wasser getaucht, so zeigt die Waage die scheinbare Masse 23.25 g an. Berechnen Sie aus diesen Angaben die Dichte des Kettenmaterials und beurteilen Sie, ob es Silberschmuck sein könnte. 3

4. Ein grosses Containerschiff wiegt 180'000 Tonnen. Es hat einen Dieselmotor von 80 MW Leistung und fährt mit 50 km/h Höchstgeschwindigkeit.
   a) Wie gross ist die Auftriebskraft des Wassers auf das Schiff?
   b) Wie gross ist der Fahrwiderstand in Newton maximal? 4

5. Ein Flösser steht auf einem Baumstamm aus Eichenholz (840 kg) im Wasser ohne nasse Füsse zu bekommen. Welche Masse kann der Flösser maximal haben? 5

6. Eine dickwandige Hohlkugel aus Stahl soll als besonders robuste Boje dienen. Welches Verhältnis von innerem zu äusserem Radius darf nicht unterschritten werden, damit die Boje noch schwimmt? 6

7. Das Team vom Mathematisch Naturwissenschaftlichen Gymnasium Rämibühl hat beim "International Young Physicists' Tournament" 2012 eine Silbermedaille gewonnen. Eine der Medaillen wurde ausgemessen. Bestimmen Sie aus den drei Messungen auf drei Arten die Dichte des Materials und entscheiden Sie, ob es Silber sein könnte.
   a) Die Medaille wird an eine Federwaage gehängt, welche daraufhin (2.00 ± 0.02) N anzeigt. Wird die Medaille an einem Faden ganz unter Wasser getaucht, misst die Waage noch (1.78 ± 0.02) N.
   b) Die Medaille wiegt (204.41 ± 0.02) g. Sie verdrängt (23.9 ± 0.1) g Wasser (23.3 °C).
   c) Sie hat die Form eines sechseckigen Prismas von 60.0 mm Durchmesser (Abstand gegenüber liegender Seiten) und 7.9 mm Höhe. Die Kanten sind gebrochen und es hat einen Schlitz für das Halsband. 7

8. Ein 6.0 m^3-Tank gerate während einer Überschwemmung komplett unter Wasser. Es dringe kein Wasser in den Tank, der je zur Hälfte mit Heizöl und Luft gefüllt sei. Berechnen Sie die Gewichts- und die Auftriebskraft auf den Tank. 8

9. Für ein Strömungsexperiment wurden Helium-gefüllte Seifenblasen hergestellt, die in der Luft weder stiegen noch sanken. Nehmen Sie an, die Seifenhaut habe eine Dicke von 1.0 µm gehabt. Wir gross musste der Radius der Blasen sein? 9

10. Ein Luftballon von 5 Liter Volumen wird unter Wasser gedrückt. Berechnen Sie die Auftriebskraft. 10

11. Für ein Projekt wurden Flaschen mit so viel Wasser gefüllt, dass sie im Wasser schwebten. Die Flaschen wogen leer mit Verschluss 0.87 kg. Das äussere Volumen (Flaschenmaterial + Innenraum) mass 1.1 Liter. Wie viel Wasser (in kg) wurde hineingegossen? 11

12. Eine Ente (3.5 kg) schläft schwimmend auf dem See. Wie gross ist die Auftriebskraft des Wassers? 12

13. Was ist falsch am Lösungsweg zu folgender Aufgabe: Eine Ente (3.5 kg) schläft schwimmend auf dem See. Wie gross ist die Auftriebskraft des Wassers?
    $F_A = \rho_F g V_K = \rho_F g m_E/\rho_E = 1.0 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 3.5\,\text{kg}/1.0 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3 = 34\,\text{N}$ 13

14. Warum können grosse Schiffe schwimmen? Sie sind doch aus Stahl! 14

Kapitel 13

Oberflächenspannung

1. Eine Seifenblase berührt eine nasse Oberfläche und bleibt dort als Halbkugel gleichen Volumens hängen.
   a) Wie viel Prozent der Oberflächenenergie wird frei?
   b) Warum gibt es gerade eine Halbkugel und nicht einen anderes Kugelsegment? 1

2. Zwei Wassertropfen von 0.34 mm Radius verschmelzen zu einem grösseren Tropfen.
   a) Wie viel Oberflächenenergie wird frei?
   b) Ist das viel? Stellen Sie einen Vergleich an. 2

Kapitel 14

Hydrodynamik

14.1 Kontinuitätsgleichung

1. Im Kleinwasserkraftwerk Etzli transportiert ein Rohr von 140 mm Durchmesser 15 L/s Wasser zur 75 m tiefer gelegenen Turbine. Der Generator erzeugt 7.5 kW elektrische Leistung.
   a) Wie schnell strömt das Wasser?
   b) Welchen Wirkungsgrad hat der Generator? 1

2. In der Stadt Zürich wird Trinkwasser durch einen Druckstollen von (über) 2.0 m Durchmesser von den Werken zu den wichtigsten Reservoiren transportiert. Im Jahr 2011 wurden $55.1 \cdot 10^6$ m^3 Wasser geliefert. Mit welcher mittleren Geschwindigkeit strömte das Wasser im Stollen? 2

3. "Der Pegelstand des Greifensees liegt seit Heiligabend nur wenige Zentimeter unter dem Wert für Hochwasseralarm. [..] Wie die Stadt Uster mitgeteilt hat, sind am Freitag rund 7000 Liter Wasser pro Sekunde mehr aus dem See als in den See geflossen. Um den Pegelstand um einen Zentimeter zu senken, müssten diese Abflussverhältnisse vier Stunden anhalten, .." (NZZ, 29. Dez. 2012)
   Welche Fläche hat der Greifensee? 3

4. Ein BM-Strahlrohr mit einem Mundstück von 16 mm Durchmesser liefert bei einem Wasserdruck von 5 bar einen Volumenstrom von 400 Liter Löschwasser pro Minute. Der dazu gehörende Feuerwehrschlauch hat einen Durchmesser von 75 mm.
   a) Mit welcher Schnelligkeit schiesst das Wasser aus der Düse?
   b) Welchen Wasserdruck erhält man aus dem Gesetz von Torricelli?
   c) Wie schnell strömt das Wasser im Schlauch?
   d) Warum ist der Schlauch nicht auch 16 mm dick? 4

5. Ein Schlauch hat eine Querschnittsfläche von 2.0 cm^2 und das Wasser spritzt mit 6.0 m/s heraus. Berechnen Sie den Volumenstrom in Liter pro Sekunde. 5

6. Ein Schlauch hat einen Durchmesser von 12 mm und liefert in 2.3 Sekunden einen Liter Wasser. Berechnen Sie die mittlere Strömungsgeschwindigkeit. 6

14.2 Luftwiderstand

1. Ein Softball hat einen Durchmesser von 11.5 cm und werde mit 19 m/s geworfen. Berechnen Sie den Luftwiderstand. ($\rho_L = 1.2\,\mathrm{kg/m^3}$) 1

2. Aus der Zeitung: "Bahnen droht Beschränkung auf Tempo 200 (...) Denn der Stromverbrauch nimmt wegen des Luftwiderstands mit steigendem Tempo exponentiell zu."
Was ist falsch im Zitat und wie könnte man es besser sagen? 2

3. Eine Schneeflocke (flacher Schneekristall) von ca. 5 mm Durchmesser wiegt 0.004 g und fällt mit etwa 1 m/s. Berechnen Sie den c_W-Wert. 3

4. Der Motorradfahrer beschleunigt auf der Autobahn, wo die Luftwiderstandskraft dominant ist, von 120 km/h auf 128 km/h. Um welchen Faktor steigt der Benzinverbrauch bei der höheren Schnelligkeit, wenn alle anderen Grössen konstant bleiben? 4

5. Auf ein Rennvelo mit Fahrer wirkt der Rollwiderstand $F_R = \mu_R F_N$ mit $\mu_R \approx 0.005$ sowie der Luftwiderstand mit $c_w A = 0.25\,\mathrm{m}^2$. Der Fahrer ($m = 75$ kg inkl. Velo) beginnt eine Strasse mit 3.7° Neigung hinab zu rollen.
a) Bis zu welcher Grenzgeschwindigkeit wird er beschleunigen ohne zu treten?
b) Was wäre die Grenzgeschwindigkeit ohne Rollreibung?
c) Was wäre die Grenzgeschwindigkeit ohne Luftwiderstand?
d) Ab welchem Neigungswinkel ist konstantes Rollen überhaupt möglich? 5

6. Die Luftdichte in 400 km Höhe beträgt ungefähr $7 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{kg/m^3}$. Mit welcher Leistung wird ein Satellit gebremst? Nehmen Sie 1.0 m^2 als Projektionsfläche und 1.0 als c_W-Wert des Satelliten an. 6

7. Das Auto erhöht die Geschwindigkeit um 10 %. Wie verändert sich der Luftwiderstand? 7

8. Zwei Körper gleicher Form erfahren im Windkanal denselben Luftwiderstand, aber der zweite bei 14 % höherer Windgeschwindigkeit. Wie verhalten sich die Querschnittsflächen? 8

9. Eine Musketenkugel hat 1.0 cm Durchmesser und fliegt mit 210 m/s. Berechnen Sie den Luftwiderstand. 9

10. Ein Autorennfahrer fährt dieselbe Strecke beim zweiten Mal mit 10 % höherer Geschwindigkeit. In welchem Verhältnis steht der Benzinverbrauch? Nehmen Sie an, der Verbrauch sei proportional zur Luftwiderstandskraft. 10

11. Eine Stahlkugel von 2.00 cm Durchmesser fällt frei 1.333 m hinunter. In welchem Verhältnis steht die Luftwiderstandskraft zur Gewichtskraft im tiefsten Punkt? 11

12. Das Elektro-Motorrad E1pc der Firma MotoCzysz hat folgende Kennzahlen:
Geschwindigkeit 320 km/h, Leistung 150 kW, Akku-Kapazität 12.5 kWh.
a) Schätzen Sie $c_w A$ im Luftwiderstandsgesetz ab; nehmen Sie 1.2 kg/m^3 für die Dichte von Luft.
b) Berechnen Sie die Reichweite in Kilometer bei maximaler Leistung. 12

13. Ein Tischtennis-Ball hat 2.35 g Masse und 37 mm Durchmesser.
a) Bei welcher Schnelligkeit ist die Luftwiderstandskraft betragsmässig gleich gross wie die Gewichtskraft? Rechnen Sie mit einer Luftdichte von 1.14 kg/m^3.
b) Der Ball werde mit 180 km/h geschlagen. Berechnen Sie die Bremsleistung des Luftwiderstands. 13

14. Erklären Sie in Worten, wie die Luftwiderstandskraft entsteht. 14

15. Eine Schwimmerin krault 5 % schneller durchs Wasser. Wie viel mal höher ist die Leistung, die sie erbringt? 15

16. Ein Velofahrer fährt mit 30 km/h geradeaus. Er hat einen $c_W A$-Wert von 0.3 m^2.
a) Wie gross ist die Luftwiderstandskraft?
b) Welche Leistung muss der Fahrer erbringen? 16

14.3 Bernoulli

1. Die höchste Windgeschwindigkeit wurde 1996 beim Wirbelsturm 'Olivia' vor der australischen Küste gemessen und betrug 408 km/h. Schätzen Sie den Druckunterschied zwischen Hoch- und Tiefdruckzone ab. 1

14.4 Impulsstrom

1. Die Rega fliegt u.a. mit AgustaWestland Da Vinci Helikoptern. Diese verfügen über zwei Pratt & Whitney Turbinen (2 mal 815 PS), haben einen Rotordurchmesser von 10.83 m und fliegen mit einer Reisegeschwindigkeit von 260 km/h. Das maximale Abflugmasse beträgt 3175 kg.
   a) Schätzen Sie die Geschwindigkeit ab, mit welcher der Rotor Luft nach unten drücken muss, damit der voll beladene Helikopter schweben kann.
   b) Welche Leistung wird dann in den Luftstrom gesteckt? 1

Teil II

Wärmelehre

Kapitel 15

Wärmelehre

15.1 Temperatur und Wärmeausdehnung

1. Zeichnen Sie ein Thermometer (Funktionsschema). Beschreiben Sie, wie es funktioniert und wie es geeicht wird. 1

2. Ein Massstab von 1000.0 mm Länge aus Eisenblech ist bei 20.0 °C geeicht worden.
   a) Wie viel ist er bei 5.0 °C geschrumpft?
   b) Welche Länge hat er bei 0.0 °C? 2

3. Wie viel nimmt das Volumen eines Eiswürfels (35 cm^3) aus dem Tiefkühler (-18 °C) zu, wenn er sich auf die Schmelzemperatur erwärmt? 3

15.2 Wärmekapazität

1. Meine Dusche liefert in acht Sekunden ein Kilogramm Wasser. Das Wasser wird von 4 °C auf 30 °C erhitzt. Welche Leistung müsste ein Durchlauferhitzer haben, der das liefern kann? 1

2. Um ein Ei (55 g) hart zu kochen, muss es ausgehend von z.B. 5 °C auf durchschnittlich 68 °C erhitzt werden. Die mittlere spez. Wärmekapazität eines Eis beträgt etwa 3.0 kJ/kgK.
   a) Wie viel Wärmeenergie ist mindestens nötig?
   b) Wie viel Energie wird eingesetzt, wenn dazu ein halber Liter Wasser zum Sieden gebracht wird? 2

3. Ein Ristretto (25 g) laufe mit 82 °C aus der Kaffeemaschine in eine leicht angewärmte Porzellantasse (40 °C, 80 g mit $c_T = 0.80\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$). Welche Mischtemperatur (Kaffee+Tasse) stellt sich ein, wenn alle anderen Verluste ignoriert werden? 3

4. Ein unbekanntes Stück Metall von 469 g Masse und 98 °C Anfangstemperatur wird in 383 g Wasser von 21 °C gestellt, worauf sich eine Mischtemperatur von 32 °C einstellt. Berechnen Sie aus diesen Angaben die spezifische Wärmekapazität des Metalles. 4

5. Sie giessen kaltes Wasser (0.853 kg, 4.82 °C) in eine Zinnkanne (0.750 kg, 23.0 °C). Berechnen Sie die Mischtemperatur. 5

6. Wie viel Wärme muss einem Tropfen Wasser (10 mg) entzogen werden, um ihn 10 °C abzukühlen? 6

7. Eine heisse Eisenkugel von 890 g Masse wird in kaltes Wasser geworfen. Die Kugel kühlt 83 °C ab, das Wasser erwärmt sich um 9.4 °C. Wie viel Wasser war vorhanden? 7

8. Ein Motor erzeugt eine Abwärme von 87 kW. Das Kühlwasser soll sich nicht mehr als um 48 °C erhitzen. Wie viel Wasser wird mindestens benötigt? 8

9. Ein Stoff von 1.5 kg Masse wird bei Zufuhr von 4.5 kJ Energie um 3.0 °C erhitzt. Berechnen Sie die spezifische Wärmekapazität des Stoffes. 9

10. Ein Aluminiumkörper der Masse 150 g mit Anfangstemperatur 5.0 °C wird in Wasser von 28.0 °C geschüttet, worauf sich eine Mischtemperatur von 24.0 °C einstellt. Ignorieren Sie alle Verluste. Berechnen Sie die Masse des Wassers. 10

11. Was kann mehr Wärme speichern:
a) eine Tonne Eisen oder eine Tonne Wasser?
b) ein Liter Eisen oder ein Liter Wasser? 11

12. Ein Sportler (60 kg) produziert 1.0 kW Abwärme. Wie stark würde seine Körpertemperatur in 1.0 min steigen, wenn er die Wärme nicht loswerden könnte? 12

13. Wie viel Energie ist nötig, um einen Menschen (70 kg) um 2.0 °C zu erhitzen? 13

14. Kaltes Wasser (400 g, 12 °C) wird in eine Eisenpfanne (3.1 kg mit Deckel, 22 °C) gefüllt. Dazu wird Milchschokolade (500 g, 18 °C, 1.46 kJ/(kgK)) gegeben. Welche Mischtemperatur stellt sich ein? 14

15. Schätzen Sie ab, wie viel Wärme an einem Tag im Schulhaus das WC hinab gespült wird. 15

16. Andrea macht Pipi (0.08 kg, 36 °C) ins Plantschbecken (23 °C, 3.6 t). Wie viel steigt die Temperatur im Becken? 16

15.3 Schmelzen und Verdampfen

1. Ein Motor führt einer Laserschweissanlage Lötdraht von 0.75 mm^2 Querschnitt mit 150 mm/s zu. Berechnen Sie die minimale Laserleistung, die zum Aufschmelzen des Lots (reines Zinn) nötig ist. 1

2. Um das 7 Tesla MRI Gerät des Instituts für biomedizinische Technik Uni/ETH vorzukühlen, waren 25'000 L flüssiger Stickstoff nötig. Im Betrieb muss etwa 100 L flüssiges Helium pro Monat für die Kühlung der supraleitenden Magnetspulen nachgefüllt werden. Daten am Siedepunkt (1013 mbar):
flüssiger Stickstoff: $L_{VN} = 198.7\,\mathrm{kJ/kg}$, $\rho_N = 809\,\mathrm{g/L}$, $T_S = 77.4\,\mathrm{K}$
flüssiges Helium: $L_{VHe} = 20.3\,\mathrm{kJ/kg}$, $\rho_{He} = 125\,\mathrm{g/L}$, $T_S = 4.2\,\mathrm{K}$
a) Wie viel Energie wurde dem Gerät durch Verdampfung des Stickstoffs entzogen?
b) Welche Kühlleistung wird durch das verdampfende Helium generiert? 2

3. Brasilien produzierte im Jahr 2011 1.44 Mio. t Orangensaftkonzentrat. Der Saft wird unter vermindertem Druck bei z.B. 45 °C eingedampft und so auf z.B. 15 % der Ausgangsmasse konzentriert.
a) Wie viel Energie benötigen die Verdampfer 2011 mindestens?
b) Ein Verdampfer produziere 30 t Konzentrat pro Stunde. Wie viel Öl benötigt er pro Tag? 3

4. 180 g Milch (5 °C) wird durch Einleitung von Wasserdampf (100 °C) auf 40 °C erhitzt. Stellen Sie die formale Wärmebilanzgleichung ('Mischungsrechnung') auf, mit der man die Masse des kondensierten Dampfes berechnen kann. Nennen Sie die getroffenen Näherungen. Lösen Sie die Bilanzgleichung nach der Masse des kondensierten Dampfes auf. 4

5. Familie Neureich reklamiert, dass der Pool (200 t Wasser) zu warm sei (32 °C). Der Butler wirft den Inhalt der Eismaschine der Hausbar (6.0 kg Eis am Schmelzpunkt) in den Pool und rührt gut um. Um welchen Wert sinkt die Temperatur des Wassers? 5

6. Ein Becher warmes Wasser (48 °C, 180 g) wird über 2.9 kg Eis von -46 °C geschüttet. Was ist der Endzustand, wenn das System perfekt isoliert ist? 6

7. Der Barista möchte 200 g Milch, die versehentlich zur Hälfte gefroren ist, mit Dampf wieder ganz verflüssigen. Wie viel Dampf von 100 °C muss er einleiten? 7

8. In einer Brauerei wird Dampf von 138 °C in Druckrohren durch einen Sudkessel mit 22 t Maische (≈ Wasser) geleitet. Wie viel Dampf muss in den Rohren kondensieren, um die Maische von 62 °C auf 75 °C zu erhitzen? 8

9. Ein durchschnittlicher Hurrikan produziert pro Tag etwa 1.5 cm Regen innerhalb eines Radius von 665 km. Berechnen Sie die mittlere Leistung, die durch die Kondensation des Wasserdampfs freigesetzt wird und den Hurrikan antreibt. 9

10. In den Rohren eines Destillationsapparats, die durch 110 kg Wasser von 17 °C führen, kondensieren 12.3 kg Ethanoldampf. Welche Mischtemperatur stellt sich ein? 10

11. Wie viel Energie ist nötig, um 55 g Eis von −18 °C auf +37 °C zu erhitzen? Beachten Sie, was mit dem Eis passiert! 11

12. In Abbildung 15.1 sehen Sie, wie die Temperatur von 35 g einer Substanz steigt, wenn ihr Wärme zuführt wird und sie dabei schmilzt. Bestimmen Sie die spezifische Wärmekapazität der festen Substanz und die spezifische Schmelzwärme mit den Angaben in der Abbildung. 12

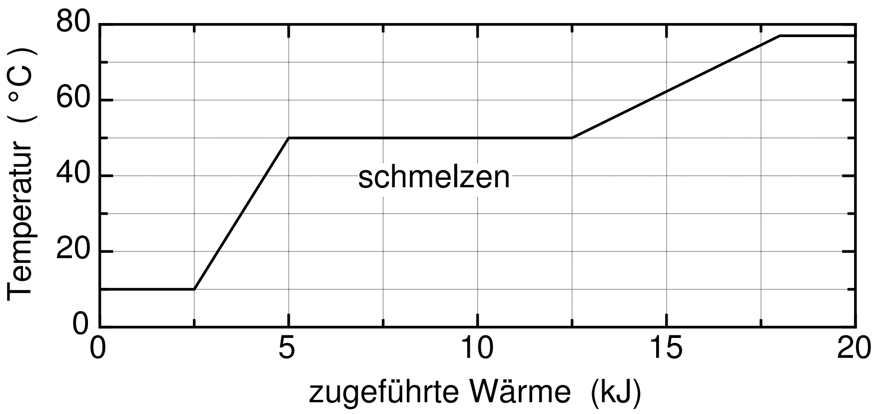


Abbildung 15.1: Temperatur einer fiktiven Substanz als Funktion der zugeführten Wärme.

13. Sie giessen 12.8 g flüssiges Paraffin am Schmelzpunkt (60 °C) in 100 g Wasser mit 17 °C. Die spez. Schmelzwärme von Paraffin ist circa 220 kJ/kg, die spezifische Wärmekapazität des festen Paraffins etwa 2.89 kJ/(kgK). Berechnen Sie die Mischtemperatur. 13

14. Wie viele Kilowattstunden sind nötig, um 10 Tonnen Schnee zu schmelzen? 14

15. Wie viel Wasser kann mit einer Kilowattstunde am Siedepunkt verdampft werden? 15

16. Eis aus dem Tiefkühler (-18 °C) wird zu 280 g Wasser von 23 °C gegeben, worauf sich ein Mischtemperatur von 4.7 °C einstellt. Wie viel Eis wurde hineingegeben? 16

17. Geben Sie ein Beispiel für eine latente Wärme und ein Beispiel für eine Wärme, die nicht latent ist (Begriffe und Formeln). 17

18. Wie viel Dampf von 100 °C muss in 2.5 kg Wasser von 25 °C kondensieren, damit das Wasser auch 100 °C heiss wird? 18

19. Wie viel vom Tee muss verdunsten, damit der Tee (190 g bei 93 °C) auf 48 °C abkühlt? 19

20. Sie nehmen einen Eiswürfel (-18 °C) aus dem Tiefkühler und werfen ihn in ein Glas mit etwas Wasser (12 °C) in der Küche (20 °C). Zeichnen Sie die Temperatur im Glas als Funktion der Zeit (mit Kommentar). 20

21. 0.83 kg Wasser von 75 °C werden zu 22 kg Eis von 0 °C geschüttet. Stellen Sie die *formale* Wärmebilanzgleichung auf, mit der man berechnen *könnte*, wie viel Schmelzwasser entsteht. 21

22. Ein Läufer schwitze 500 g pro Stunde. Berechnen Sie die dadurch verursachte Wärmeabgabe. 22

23. Bei der Verbrennung von einem Liter Benzin werden 31 Megajoule Wärme frei. Damit kann man a) 55 kg Keramik in einem Nachtspeicherofen von Raumtemperatur auf 650 °C erhitzen, b) 78 kg Aluminium bei 660 °C schmelzen und c) 54 kg wasserhaltiges Zeolith bei 150 °C in 45 kg trockenes Zeolith und 9 kg Wasserdampf umwandeln. (Physik Journal 14 (2015) Nr. 2, Seite 34).

    Berechnen Sie
    a) die spezifische Wärmekapazität der Keramik im Speicherofen,
    b) die spezifische Schmelzwärme des Aluminiums und
    c) die spezifische Verdampfungswärme von Wasser bei 150 °C. 23

15.4 Dampfdruck und Feuchte

1. Ein Zimmer hat 53 m^3 Volumen und 47 % relative Luftfeuchtigkeit bei 20 °C. Wie viel (Gramm, Kilogramm, ...) Wasserdampf enthält das Zimmer? 1

2. In der historischen Brauerei Uster steht eine Dampfmaschine des Jahrgangs 1897 mit folgenden Daten: 107 PS = 79 kW, 90 U/min, 12 bar Dampf, doppelwirkender Zylinder mit 300 mm Durchmesser und 700 mm Hub.
    a) Wie hoch ist die Temperatur im Dampfkessel mindestens?
    b) Welche Leistung erbringt der Dampf im Zylinder? 2

3. Mit jedem Atemzug verdunstet Wasser aus der Lunge.
    a) Schätzen Sie ab, wie viel Wasser Sie pro Tag dadurch verlieren.
    b) Schätzen Sie ab, wie viel Energie Sie dadurch pro Tag verlieren.
    Nehmen Sie 0.5 L Luft pro Atemzug und 20 Züge pro Minute an. 3

4. Die ersten Dampfkochtöpfe, erfunden von Denis Papin um 1681, arbeiteten mit Überdrücken von bis zu 12 bar und sind deswegen auch gelegentlich explodiert. Bestimmen Sie die Wassertemperatur im Topf. 4

5. Die relative Luftfeuchtigkeit betrage 37 % bei 24 °C Lufttemperatur. Bestimmen Sie den Taupunkt
    a) zwischen ... und ... durch Betrachtung der Tabellenwerte
    b) mit linearer Interpolation aus den Tabellenwerten. 5

6. Wie viel Wasserdampf (Masse) enthält ein Schulzimmer von 180 m^3 Volumen bei einer Temperatur von 26 °C und einer relativen Feuchte von 73 %? 6

7. Im Reaktor des Kernkraftwerks Gösgen wird Wasser unter Druck auf 325 °C erhitzt, ohne dass es siedet. Wie hoch muss der Druck mindestens sein? Passt das zum Betriebsdruck von 154 bar, der auf der Homepage des KKG genannt wird? 7

8. Zeichnen Sie mit allen Informationen, die Sie in der FoTa finden, ein $p(T)-$ Phasendiagramm von Propan. 8

9. Schätzen Sie den Dampfdruck von Wasser bei 101 °C mit linearer Interpolation ab. 9

10. Ein Zimmer sei 2.5 m hoch und es herrsche 100 % Luftfeuchtigkeit bei 28 °C. Angenommen, die ganze Feuchtigkeit würde kondensieren, wie viele Millimeter Regen würden dann fallen? 10

11. Ein Raum habe 37 m^3 Volumen und sei vollkommen trocken. Welche Temperatur muss der Raum mindestens haben, damit darin 2.8 kg Wasser ganz verdunsten können. (mit Interpolation) 11

12. Ein Hallenbad habe eine mittlere Wassertemperatur von 28 °C und ein Luftvolumen von 6000 m^3. Wie viel Wasser enthält die Luft? Welche relative Feuchte nehmen Sie sinnvollerweise an? 12

13. Der Luftdruck in der Region Ladakh beträgt noch 513 mbar. Bestimmen Sie die Siedetemperatur des Wassers mit Hilfe der Dampfdrucktabelle.
    a) zwischen . . . und . . .
    b) mit linearer Interpolation. 13

14. Ein Gefäss enthält eine Pfütze Wasser und darüber viel Dampf. Was passiert mit dem Dampfdruck, wenn ein Kolben das Volumen bei konstanter Temperatur halbiert?
    Und was, wenn die Temperatur bei gleichem Volumen erhöht wird? (Lösung in Worten) 14

15. Wie hoch ist der Luftdruck, wenn das Wasser bei 98.8 °C siedet?
    a) zwischen . . . und . . .
    b) etwas genauer mit linearer Interpolation 15

16. Am 8. July 2003 wurde in Dhahran (Saudiarabien) am persischen Golf der rekordhohe Taupunkt von 35 °C gemessen. Die Lufttemperatur betrug 43 °C. Berechnen Sie die relative Luftfeuchtigkeit. 16

17. Eine Bierdose heizt sich vor allem auf, weil Wasserdampf auf ihr kondensiert. (500 g Bier, Bier ≈ Wasser)
    a) Wie stark steigt die Temperatur des Biers, wenn 1.3 g Dampf auf der Dose kondensiert?
    b) Der Prozess hört auf, wenn die Dose die Taupunkt-Temperatur erreicht hat. Wo liegt der Taupunkt bei 28 °C Lufttemperatur und 60 % relativer Feuchte? (Zwischen . . . und . . .) 17

18. Bei welchem Luftdruck beginnt unser Blut zu sieden? Behandeln Sie Blut wie Wasser bei 35 °C, d.h. ignorieren Sie die im Blut gelösten Stoffe. Für wen ist diese Rechnung relevant? 18

19. Am 16. August 2013 um 16 Uhr betrug der Luftdruck auf dem Hörnli (1132 m. ü. M.) 892.3 hPa, die relative Feuchte 52 % und die Lufttemperatur 21.5 °C.
    Bestimmen Sie a) die Siedetemperatur des Wassers und b) die Taupunkt-Temperatur. 19

20. Ein kaltes Bier erwärmt sich vor allem, weil die Dose beschlägt.
    a) Um wie viel erwärmt sich ein Bier (≈ 500 g Wasser bei 0 °C), wenn 1.3 g Wasserdampf auf der Dose kondensieren?
    b) Dieser Prozess hört auf, wenn das Bier die Taupunkt-Temperatur erreicht hat. Wo liegt der Taupunkt bei 28 °C Lufttemperatur und 63.5 % relativer Feuchte? 20

21. Der Luftdruck an der Wetterstation Mythenquai schwankt etwa zwischen 940 und 990 hPa. Wie viel schwankt die Siedetemperatur des Wassers? 21

Kapitel 16

Wärmetransport

16.1 Wärmemitführung

1. Der Golfstrom transportiert auf dem 38sten Breitengrad 90 Millionen Kubikmeter Wasser pro Sekunde nordwärts. Er ist dort etwa 100 km breit und 800 m tief. Der Wärmestrom erreicht im Atlantik sein Maximum von etwa 1.3 PW und führt zu einer Klimaerwärmung im Nordatlantik um lokal bis zu 10 °C.
   a) Berechnen Sie die mittlere Strömungsgeschwindigkeit.
   b) Wie gross müsste beim genannten Volumen- und Wärmestrom der Temperaturunterschied zur Umgebung sein? 1

2. In kalter Luft haben viele Mühe mit Atmen. Welche Heizleistung müssen Ihre Atmungsorgane erbringen, wenn Luft von -20 °C eingeatmet wird? Nehmen Sie an, dass pro Minute 30 Atemzüge à 3 L gemacht werden. 2

3. Die heisseste Thermalquelle der Schweiz – im waadtländischen Lavey-les Bains – liefert jede Minute 1200 L Wasser zu 68 °C. Berechnen Sie den Wärmestrom zur 20-grädigen Umgebung. 3

4. Nach intensivem Sport bin ich (72 kg) jeweils sehr erhitzt (39 °C). Wie lange muss ich unter der kalten Dusche (18 °C, 0.10 kg/s) stehen, bis ich auf 36 °C abgekühlt bin? Treffen Sie geeignete Näherungen. 4

5. Der Hochleistungsrechner Aquasar wird mit Wasser gekühlt (ETHZ Mai 2010). Das Wasser strömt typisch mit 30 L/min und 60 °C zu den Computerchips und mit z.B. 83 °C wieder heraus. Berechnen Sie die Kühlleistung in Watt. 5

6. Eine Heissluftpistole der Firma Einhell nimmt 2000 W elektrische Leistung auf und liefert Luft mit maximal 550 °C. Berechnen Sie den maximalen Volumenstrom. 6

16.2 Wärmeleitung

1. Wie viel steigt der Ölverbrauch der Heizung, wenn Sie im Winter die Temperatur 2 °C höher stellen? 1

2. Warum transportiert die Luft zwischen den Haaren die Wärme schlechter als die Luft über einer Glatze? Nennen Sie die relevanten Prozesse. 2

3. Heisses Apfelmus kühlt langsamer ab als heisser Tee. Warum? 3

16.3 Wärmestrahlung

1. Aus welcher Entfernung wirkt eine Taschenlampe gleich hell wie ein Stern? Die Lampe sende 1 W sichtbares Licht aus. Für den Stern nehmen Sie die Sonne in 10 Lichtjahren Entfernung. Welche weiteren Annahmen müssen Sie treffen, um zu einer Abschätzung zu kommen? 1

2. Jemand möchte die Terrasse durch Bespritzen mit Wasser kühl halten. Wie viel Wasser (pro Fläche und Zeit) muss ausgebracht werden, wenn alleine durch Verdunstung die Temperatur im prallen Sonnenlicht nicht steigen soll? Welche Annahmen haben Sie für die Abschätzung getroffen? 2

3. Weltweit regnet es täglich 1400 km^3 Wasser.
   a) Berechnen Sie die Kondensationswärme, die in einem Tag freigesetzt wird.
   b) Wie viel Prozent der eingestrahlten Sonnenenergie ist das? 3

4. Ein 'grauer Strahler' absorbiert und emittiert weniger als ein schwarzer Körper. Der Absortions- respektive Emissionskoeffizient ε eines grauen Strahlers ist für alle Wellenlänge gleich. Welche Temperatur kann eine graue Oberfläche mit $\varepsilon = 0.5$ im Sonnenlicht maximal erreichen? Die Fläche sei nach hinten isoliert und habe 1 AE Abstand von der Sonne. 4

5. Die Solarpanel eines defekten Erdbeobachtungssatelliten seien schwarz. Strahlungsverluste auf der Schattenseite seien vernachlässigbar. Auf der Sonnenseite werden die Panels aufgeheizt. Zeichnen Sie die Temperatur als Funktion des Einfallswinkels. 5

6. Wie lange muss die Sonne mindestens scheinen, um eine Schneedecke von 30 cm Höhe (Dichte 400 kg/m^3, am Schmelzpunkt) zu schmelzen? Nennen Sie Ihre Annahmen. 6

7. Eine graue Betonwand nehme 50 % des Sonnenlichtes auf, strahle aber Wärme wie ein schwarzer Körper ab. Die Wand sei gegen Luftzug und auf der Hinterseite isoliert. Wie heiss (in °C) kann sie im Sonnenlicht maximal werden? 7

8. Ein neuer Sonnenkollektor besteht aus geschwärztem Kupferblech in einem evakuierten Glaskasten. Das Blech absorbiert 90 % des Sonnenlichtes und emittiert nur 7 % im Infraroten. Welche Temperatur kann das Blech im Sonnenlicht maximal erreichen? Ignorieren Sie Verluste der Rückseite. 8

9. Eine Oberfläche strahlt bei 4.38 µm Wellenlänge am meisten Wärme ab. Berechnen Sie den Wärmestrom durch Strahlung in Watt pro Quadratmeter. Welche Annahme müssen Sie treffen? 9

Kapitel 17

Gasgesetze

17.1 Stoffmenge und Teilchenzahl

1. Das Hormon Melatonin wirkt schlaffördernd. Die höchste Konzentration im Blutplasma wird morgens um sechs erreicht und beträgt ca. 60 pg/mL. Melatonin hat molare Masse 232.28 g/mol.
   a) Drücken Sie die Konzentrationsangabe in SI-Grundeinheiten aus.
   b) Wie gross ist die molare Konzentration in Mol pro Liter? 1

2. Die Sonne besteht zu 25 % aus Helium und etwa 75 % aus Wasserstoff (gerundete Massenanteile in der Photosphäre). Berechnen Sie die entsprechenden Stoffmengen-Anteile. 2

3. Was ist der Unterschied zwischen ^2H und H_2 ? 3

4. In welchen 'Masse'-Tabellen muss man nachschlagen, wenn die Angabe Zinn (Sn) lautet respektive Sn-112? Warum gibt es überhaupt verschiedene Tabellen dafür? Welche Grössen haben wir für den jeweiligen Zweck eingesetzt? 4

5. Welche Masse hat 2.888 888 mol Blei? 5

6. Kochsalz (Natriumchlorid, NaCl) hat eine Dichte von 2.17 g/cm^3. Ein grosses Salzkorn habe ein Volumen von 1.0 mm^3. Wie viele Natriumatome enthält es? 6

7. Wie ist '1 mol' definiert? Wie heisst die Grösse mit dieser Einheit? 7

8. Sie haben exakt einen Liter Benzol bei 20 °C. Berechnen Sie
   a) die Stoffmenge und
   b) die Anzahl Moleküle. 8

9. Graphen besteht aus einer einzigen Lage Kohlenstoff, in der die Atome in einem regulären Sechseck-Wabenmuster angeordnet sind, siehe Abb. 17.1. Die Bindungslänge C-C beträgt $s = 142$ pm. Welche Masse hat ein Quadratmeter Graphen? 9

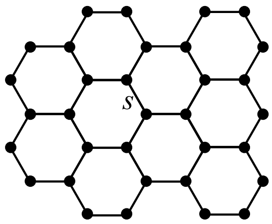
   

   Abbildung 17.1: Graphen besteht aus einer Schicht Kohlenstoffatome, die in einem Wabenmuster angeordnet sind.

10. Was ist der Unterschied zwischen molarer Masse und atomarer Masse? Warum sind die Zahlenwerte so "ähnlich"? Warum steht "ähnlich" in Anführungszeichen? 10

17.2 Zustandsgleichung des idealen Gases

1. Wie viele Gasteilchen enthält Ihre Lunge etwa? 1

2. Im Jahr 2010 wurden weltweit 32 Gigatonnen CO_2 aus fossilen Brennstoffen ausgestossen. Wie hoch wäre dieses Gasvolumen als Schicht über der Erdoberfläche bei Normalbedingungen? 2

3. Ein Feuerlöscher von 3.35 L Volumen enthält 2.5 kg CO_2 bei 20 °C.
   a) Wie gross ist der Druck im Feuerlöscher unter der Annahme, CO_2 sei immer noch gasförmig?
   b) Kontrollieren Sie, ob das Gas kondensiert sein könnte.
   c) Wie gross wäre das Gasvolumen bei Normalbedingungen? 3

4. Eine leere, trockene Weinflasche wird beim Luftdruck 0.983 bar und Temperatur 21 °C verschlossen. Im Sonnenlicht erhitzt sie sich auf 48 °C. Wie gross ist dann der Luftdruck in der Flasche? 4

5. 1.00 mol Propan befindet sich in einem Gefäss mit 22.4 L Volumeninhalt und 500 K Temperatur. In diesem Zustand ist Propan gasförmig. Zeichnen Sie den Gasdruck als Funktion der Temperatur, wenn das Gefäss langsam auf 0 K gekühlt wird. Das Gefässvolumen bleibe konstant. 5

6. Quecksilber soll laut internet bei 40 °C einen Dampfdruck von 0.00822 mbar haben. Bei der gleichen Temperatur könne die Luft bis zu 62.7 mg/m^3 Quecksilber enthalten. Berechnen Sie aus dem Dampfdruck die Dampfdichte und entscheiden Sie, ob der Dampf aus ein-, zwei- oder dreiatomigen Teilchen besteht. 6

7. Erdgas Zürich baute 2012 einen Röhrenspeicher in Urdorf: Die Rohre haben 1.4 m Durchmesser, eine Gesamtlänge von 4140 m und ein geometrisches Volumen von 6112 m^3. Das nutzbare Speichervolumen beträgt 720 000 Normkubikmeter Erdgas. Berechnen Sie den Druck im Speicher, wenn er voll ist. 7

8. 1986 hat der Kratersee Nyos in Kamerun innerhalb weniger Minuten 1.6 Millionen Tonnen Kohlendioxid freigesetzt und dadurch 1700 Menschen erstickt. Welches Fläche näme diese Gasblase ein, wenn man 30 m Höhe, 20 °C und Normaldruck annimmt? 8

9. Der Druck in einer Gasflasche beträgt 50 bar bei 27 °C. Bei welcher Temperatur beträgt er 100 bar? 9

10. Wie gross muss der Druck in einer Methangasflasche (50 L) sein, wenn sie 100 mol Gas enthält? Die Temperatur betrage 300 K. 10

11. Ein Ballon enthalte 5.6 Liter Gas bei Normalbedingungen. Wie viele Gasteilchen sind das? 11

12. Der mittlere Luftdruck in Zürich Kloten (426 m über Meer) beträgt 966.5 hPa und die mittlere Temperatur 8.5 °C. Berechnen Sie die mittlere Dichte der Luft. 12

13. In der Heliopause trifft der Sonnenwind auf das interstellare Gas. Die Temperatur fällt von 1 Million Grad auf 6000 Grad Celsius und die Teilchendichte steigt mindestens um den Faktor 80 (auf etwa ein Teilchen pro 10 cm^3). Der Sonnenwind besteht aus Protonen und Elektronen. Er wird in der Heliopause von rund 400 km/s auf 150 km/s gebremst. Auf beiden Seiten der Heliopause muss der gleiche Druck herrschen. Stimmt die Angabe mit der Teilchendichte? 13

14. Eine 15-Liter-Flasche Stickstoff weist einen Druck von 137 bar bei 26 °C auf. Sie lassen 23 mol Gas ab. Dabei kühlt die Flasche auf 19 °C ab. Wie gross ist der neue Druck in der Flasche? 14

15. Was passiert mit dem Gasdruck in einem geschlossenen Behälter, wenn die Temperatur von 0 auf 27 °C steigt? 15

16. Ein Kinderballon enthalte 5 Liter Helium bei 20 °C und 947.8 hPa Druck. Berechnen Sie die Stoffmenge des Heliums. 16

17.3 Kinetische Gastheorie

1. Welche mittlere Geschwindigkeit haben Wasserdampfmoleküle bei 100 °C? 1

2. Eine Druckflasche enthalte 18.7 mol einatomiges Gas bei 23 °C. Berechnen Sie die innere Energie (‘Wärmeenergie’) des Gases. 2

3. Wie viel ‘Wärmeenergie’ steckt ungefähr in der Schulzimmer-Luft? 3

4. Auf welchen Wert müsste man die Temperatur, ausgehend von 20 Grad Celsius, erhöhen, damit sich die mittlere Teilchengeschwindigkeit verdoppelt? 4

5. In einem Gas bewegen sich die Teilchen durchschnittlich mit 388 m/s. Die Teilchenmasse betrage 17 units. Berechnen Sie die Temperatur. 5

6. Die Temperatur eines Gases nimmt von 293 K auf 312 K zu. Wie viel Mal grösser wird die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen? 6

7. Die Hertz-Knudsen Gleichung für Verdampfungsrate (Flussdichte J) lautet

$$J = \frac{\alpha \cdot (p_s - p_a)}{\sqrt{2\pi MRT}}$$

   wobei α eine Zahl zwischen Null und Eins, p_s der Sättigungsdampfdruck, p_a der tatsächliche Druck des vorhandenen Dampfs, M die molare Masse, R die universelle Gaskonstante und T die absolute Temperatur ist. Falls die auf die Oberfläche treffenden Dampfmoleküle alle kondensieren, ist $\alpha = 1$; prallt ein Teil zurück, so ist $\alpha < 1$. Im Maximum ist $\alpha = 1$ und $p_a = 0$ (Verdampfung ins Vakuum).
   a) Welche Einheit hat J?
   b) Wie muss man die Formel anpassen, wenn J in Masse pro Fläche und pro Zeit ausgedrückt werden soll? 7

8. Wasserdampf und Stickstoff in der Luft haben dieselbe Temperatur. In welchem Verhältnis stehen die mittleren Teilchengeschwindigkeiten? 8

Kapitel 18

Thermodynamik

18.1 Verbrennungswärme

1. Während eines Trinkspiels kippt ein Teenager einen Tequila-Shot (111 kcal) in 0.8 s. Berechnen Sie die Leistungsaufnahme in Watt. 1

2. Der Weltrekord im Bier Ex-Trinken ist eine Mass (1.0 L) in 1.3 s. Eine Mass enthält ca. 40 g Alkohol. Schätzen Sie den Energiefluss in Watt ab. 2

3. a) Der Flug einer Swiss A319 am 22. Juli 2011 von Zürich nach Oslo dauerte 135 min und benötigte 5.4 t Kerosin (Auskunft Flugkapitän). Berechnen Sie die mittlere Heizleistung in den Turbinen. Der spezifische Heizwert von Kerosin (Flugpetrol) liegt zwischen Benzin und Heizöl.
   b) Laut www.swiss.com erzeugen die zwei Triebwerke zusammen einen Schub von '20 000 kg' und ermöglichen eine Höchstgeschwindigkeit von 850 km/h. Welche mechanische Leistung ergibt sich aus diesen Angaben?
   c) Ist da nicht ein Widerspruch zwischen den Resultaten? 3

4. Meine Frau verwendet Gefrierbeutel aus Plastik, die sie nach Gebrauch auswäscht und nochmals verwendet. Die Beutel (4.69 g Polyäthylen, ca. 20 cm x 20 cm, Heizwert wie Heizöl) fassen ca. 0.5 kg Gefriergut. Ist das Auswaschen energetisch sinnvoll? Schätzen Sie ab, wie viel Wasser man mit der Verbrennungswärme zum Sieden bringen könnte, und diskutieren Sie das Resultat. 4

5. Das Bier 'Feldschlösschen Original' hat laut Hersteller 38 kcal/dL sowie 4.8 % vol Alkohol. Kann der Brennwert durch den Alkohol alleine erklärt werden? 5

6. Für ein Grillfeuer, das etwa drei Stunden brennt, benötige ich ein Kilogramm Holzkohlebriketts. Berechnen Sie die mittlere Heizleistung. Der Heizwert ist ca. dreissig Megajoule pro Kilogramm. 6

7. Eine Gasflasche enthält 10.5 kg flüssiges Propan. Die Hauptbrenner des 'Napoleon Gasgrill LE 485 Black' haben eine Gesamtleistung von maximal 14.4 kW. Wie lange reicht die Flasche mindestens? 7

8. Berechnen Sie aus dem (unteren) Heizwert von Propan – C_3H_8, 46.33 MJ/kg – den spezifischen Brennwert von 50.40 MJ/kg. Beim unteren Heizwert entweicht der Wasserdampf mit den Abgasen, beim Brennwert (oberer Heizwert) wird die Kondensationswärme des Dampfs zurückgewonnen. 8

9. Wie viel Öl müssen Sie mindestens verbrennen, um das Wasser für ein warmes Bad zu erhitzen? (250 kg Wasser um 25 Grad Celsius erwärmen). 9

10. Der pasteurisierte Sauser vom lokalen Grossverteiler enthält 1.5 %vol Alkohol sowie 290 kJ Energie, 1 g Eiweiss und 14 g Kohlenhydrate pro 100 g. Kommt die Energie mehrheitlich vom Zucker oder vom Alkohol? 10

11. Wie vielen Gramm Schokolade entspricht der Energiegehalt von einem Liter Bier? Gehen Sie von fünf Volumenprozent Alkohol aus. 11

12. Die Firma Biorender AG erzeugt pro Jahr 41'000 MWh Energie in Form von Biogas aus 30'000 t Fleischabfällen (25.9.2012, www.biorender.ch). Berechnen Sie den genutzten Energiegehalt der Abfälle in J/kg. 12

13. Ein Entrecôte vom Rind enthält 560 kJ pro 100 g bei einem Wassergehalt von 71%. Wird Energie benötigt oder frei, wenn man das Entrecôte verbrennt? 13

14. Ein Kohlekraftwerk erzeugt 500 MW elektrische Energie bei einem Wirkungsgrad von 30%. Wie viel Steinkohle (Anthrazit) muss es pro Zeit verbrennen? 14

15. In der Zeitung (NZZ, 8. Juni 2013) stand, bei der Explosion einer 100 kg Bombe würden kurzzeitig 1000 GW frei. Sprengstoffe sind relativ energiearm (TNT hat eine Explosionswärme von 4 MJ/kg), setzen diese Energie aber in sehr kurzer Zeit frei. Wie lange dauert demnach die Explosion der Bombe? 15

16. Stellen Sie die Wärmebilanzgleichung (Energiesatz) für folgendes Problem auf: Wie viel Öl muss verbrannt werden, um 3 Tonnen Wasser zum Siedepunkt zu erhitzen und dann zu verdampfen? Sie sollen die Gleichung nicht lösen. Welche Bedeutung haben die Variablen? 16

17. Eine äthiopische Familie benötigt bis zu 40 kg Holz pro Tag zum kochen. In einem Pilotprojekt soll ein Biogas-Rucksack vertrieben werden, der einen Kubikmeter Biogas (Methan) fasst.
    a) Wie viele Kilogramm Methan sind das? (Normbedingungen)
    b) Enthält das Gas mehr oder weniger Energie als das Holz? 17

18.2 Erster Hauptsatz

1. Was ist grösser: die molare Wärmekapazität von Wasser oder Ethanol? Gegeben sei die spezifische Wärmekapazität. 1

2. Das Wasser der Krimmler Fälle in Österreich stürzt 380 m in die Tiefe, an einem bestimmten Tag 12 000 Liter pro Sekunde. Beim Aufprall wird 'Energie in Wärme verwandelt'. Berechnen Sie den Temperaturanstieg. Warum ist der Anstieg schwierig zu beobachten? 2

3. Wenn man ein Gas sehr schnell komprimiert, wird es heiss. Warum? 3

18.3 Wirkungsgrad und Leistungszahlen

1. Ein 'Dometic RF 60' Campingkühlschrank wird mit Propangas betrieben (265 g pro Tag) oder elektrisch (110 W respektive 1.9 kWh pro Tag) bei 25 °C. Er kann bis zu 30 °C unter die Umgebungstemperatur kühlen.
   a) Stimmen die zwei elektrischen Verbrauchsangaben überein?
   b) Welche Leistung errechnet sich aus dem Gasverbrauch?
   c) Berechnen Sie die Leistungszahl aus den angegebenen Temperaturen.
   d) Wie gross kann die Kühlleistung (in Watt) maximal sein?
   e) Wie gross ist das Volumen der CO_2-Abgase eines Tages? (bei 25 °C und Normdruck) 1

2. "Windenergie in Gas speichern (..) Vor kurzem hat der Hersteller in der Nordsee sechs Windräder erworben mit einer Gesamtleistung von 6,3 Megawatt. (..) Im 3. Quartal 2013 sollen daraus 3900 Kubikmeter Methan pro Tag hergestellt werden." (NZZ 6. 6. 2012, Seite 58)
   Berechnen Sie aus diese Angaben den Umwandlungswirkungsgrad von Windenergie in 'Methanenergie'. Kommentieren Sie die Rechnung. 2

3. Das weltweit erste Elektrizitätswerk mit Gasturbine wurde 1939 in der Schweiz gebaut. Diese Gasturbine war als Notstromgruppe der Stadt Neuenburg im Einsatz und besass eine Leistung von 4 Megawatt. Die Gasturbine hatte einen thermischen Wirkungsgrad von 0.18, eine Einlasstemperatur von 810 K und eine Abgastemperatur von 550 K. Welcher Wirkungsgrad errechnet sich aus den Temperaturen? 3

4. Das Gas- und Dampf-Kraftwerk in Irsching (D) hatte im Mai 2011 den Weltrekord für Wärkekraftmaschinen geholt: 60.75 % Wirkungsgrad. Die Brennertemperatur vor der Gasturbine betrug 1500 °C. Die (nutzbare) elektrische Leistung war 561 MW.
   a) Wie hoch lag die Temperatur nach der Dampfturbine maximal oder mindestens?
   b) Berechnen Sie die Abwärme in Megawatt. 4

5. Moderne Kühlsysteme für MRI-Geräte erreichen 1 W Kühlleistung bei 4 K; dazu benötigen sie 7 kW Antriebsleistung. Welcher Temperaturunterschied errechnet sich aus den Leistungen? 5

6. Ein Gas-Dampf-Kombikraftwerk habe bei einer Umgebungstemperatur von 19.2 °C einen Wirkungsgrad von 60.7%. Berechnen Sie die Temperatur des heissen Pols in Grad Celsius unter der Annahme, dass der Wirkungsgrad maximal sei. 6

7. Es gibt Quarz-Armbanduhren, die Körperwärme nützen können. Angenommen, die Haut habe 30 °C und die umgebende Luft 20 °C, wie gross kann der Wirkungsgrad der Umwandlung Wärme → elektrische Energie maximal sein? 7

8. Nennen Sie drei Gesetze, in denen es wesentlich ist, dass die Temperatur in Kelvin und nicht in Grad Celsius eingesetzt wird. 8

9. Die Brauerei Karlsberg in Homburg erzeugt in einem mit Kohle beheizten Kessel Dampf von 52 bar Druck. Damit wird eine Dampfturbine betrieben. Nach der Turbine hat der Dampf noch einen Druck von 3,5 bar und steht für das Brauen zur Verfügung. Schätzen Sie den Wirkungsgrad der Turbine ab. 9

10. Im Reaktor des dienstältesten Kernkraftwerks der Welt – Beznau I+II – herrscht eine Temperatur von 312 °C. Im Kondensator, wo die Abwärme entzogen wird, herrscht noch 30 °C. Der Aare wird für beide Kraftwerksblöcke zusammen 40 t/s Wasser entzogen, das um 10 °C erhitzt wird. Das Kraftwerk gibt zweimal 380 MW an elektrischer Brutto-Leistung ab.
    a) Bestimmen Sie aus der Temperatur den minimalen Druck im Reaktor.
    b) Berechnen Sie die Abwärme (Leistung in Megawatt).
    c) Berechnen Sie aus Abwärme und elektrischer Leistung den Wirkungsgrad.
    d) Berechnen Sie aus den Temperaturen den Wirkungsgrad.
    e) Was könnte den Unterschied zwischen c und d verursachen? 10

11. Im Kernkraftwerk Beznau I wird Dampf von 55 bar und 270 °C zu den Turbinen geführt. Im Kondensator nach den Turbinen, der mit Wasser aus der Aare gekühlt wird, herrscht eine Temperatur von 30 °C und ein Druck von 0.04 bar. Die abgegebene elektrische Leistung beträgt 380 MW.
    a) Berechnen Sie den thermodynamischen Wirkungsgrad der Turbine.
    b) Berechnen Sie die Abwärme in Megawatt.
    c) Die Aare führt etwa 560 Tonnen Wasser pro Sekunde. Wie viel könnte sie sich maximal durch

diese Abwärme erhitzen?
d) Stimmt die Angabe 0.04 bar Druck im Kondensator? 11

12. Ein mobiles Gerät von LOT-QuantumDesign GmbH liefert 22 L flüssiges Helium pro Tag und benötigt dazu 7 kWh Energie pro Liter Flüssighelium (2013). Schätzen Sie den Wirkungsgrad ab. 12

13. Eine Demonstrations-Kältemaschine der ZHAW Winterthur hat eine 'Nennkälteleistung' von 120 W und der Verdichter benötigt 35 W elektrische Antriebsleistung. Der heisse Pol beim Verflüssiger hat eine Temperatur von 45 °C und der Verdampfer kühlt auf 8 °C hinunter. Passen diese Angaben zusammen? 13

Teil III

Elektrizitätslehre

Kapitel 19

Elektrostatik

19.1 Elektrische Ladung

1. Berechnen Sie die Ladung eines Sauerstoff-Atomkerns. 1

2. Berechnen Sie die Ladung eines C-12, eines C-13 und eines C-14 Atomkerns. 2

3. Wie gross ist die elektrische Ladung aller Atomkerne in 72 g Aluminium zusammen? 3

4. Elektronen und Protonen sind mit hoher Genauigkeit entgegengesetzt gleich geladen. Nehmen Sie an, der relative Unterschied der Beträge der Ladungen sei 10^{-12}, welche Ladung hätte dann eine Eisenkugel von 1.00 kg Masse? 4

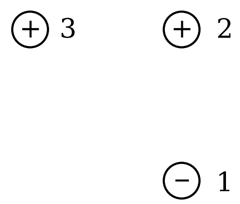
19.2 Coulombkraft

1. Aus welchen SI-Grundeinheiten besteht die Einheit der elektrischen Feldkonstanten ε_0? 1

2. In einer verdünnten, wässrigen Lösung von Kupfersulfat habe ein Cu^{2+} Ion den Abstand 47 nm von einem SO_4^{2-} Ion. Mit welcher Kraft ziehen sich diese zwei Ionen an? 2

3. Drei gleich starke Punktladungen mit verschiedenen Vorzeichen liegen auf den Ecken eines Quadrats, siehe Abbildung 19.1. Sei F_{23} die Kraft von Ladung 2 auf Ladung 3. Berechnen Sie formal die resultierende, elektrische Kraft auf Ladung 3 (Richtung und Betrag). 3

Abbildung 19.1: Drei gleich starke Ladungen auf den Ecken eines Quadrats. Wie gross sind Betrag und Richtung der elektrischen Kraft auf Ladung 3? Gegeben sei die Kraft F_{23} von Ladung 2 auf Ladung 3.



4. Zwei kleine Kugeln von genau 1 kg Masse haben genau 1 m Abstand.
   a) Wie stark müssen sie geladen sein, damit die Coulombkraft gleich der Gravitationskraft ist?
   b) Hat das praktische Relevanz? 4

5. Vier gleiche Punktladungen Q befinden sich auf den Ecken eines Quadrats mit Kantenlänge s. Berechnen Sie formal den Betrag der elektrischen Kraft auf eine der Punktladungen. Welche Richtung hat diese Kraft? Zeichnen Sie den Lage- und Kräfteplan der elektrischen Kräfte auf diese Ladung. 5

6. In einer Körperzelle habe ein Phosphat-Ion HPO_4^{2-} den Abstand 57.7 nm von einem Kalzium-Ion Ca^{2+}. Berechnen Sie die Coulombkraft. 6

7. Die Kerne der Wasserstoffatome in einem H_2-Molekül haben einen Abstand von $0{,}74 \cdot 10^{-10}$ m. Berechnen Sie die elektrische Kraft zwischen den Atomkernen. Kommentar? 7

8. Wie gross ist die Kraft, die ein Gold-Atomkern auf ein H^+-Ion in 573.82 pm Abstand ausübt? 8

9. Drei Punktladungen befinden sich auf den Ecken eines Quadrats mit Kantenlänge a, siehe Abb. 19.2. Es sei $Q_1 = Q_2 = -Q_3$. Die Ladungen Q_2 und Q_3 bilden einen Dipol der Länge a. Sei F die Kraft von Q_1 auf Q_2.
   a) Berechnen Sie F für $Q_1 = 23.8\,\text{pC}$ und $a = 338\,\mu\text{m}$.
   b) Bestimmen Sie Betrag und Richtung der resultierenden Kraft F_{res} von Q_1 auf den Dipol. Rechnen Sie rein formal und drücken Sie F_{res} als Vielfaches von F aus. 9

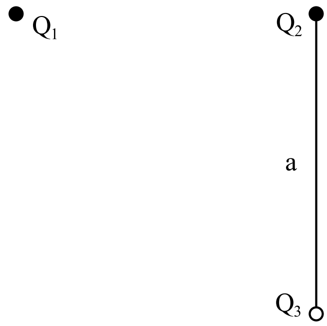


Abbildung 19.2: Skizze zu Aufgabe 9
Drei betragsgleiche Punktladungen liegen auf den Ecken eines Quadrates der Kantenlänge a. Zwei ungleichnamige Ladungen sind zu einem Dipol verbunden. Wie gross ist die Kraft auf den Dipol?

10. Folgendes Experiment wurde 2006 durchgeführt: In der Schwerelosigkeit wurde eine Kugel (1.6 g) elektrisch aufgeladen. Eine zweite Kugel wurde in der Nähe fixiert und ungefähr gleich stark aber ungleichnamig aufgeladen. Die erste Kugel umkreiste die fixierte Kugel in etwa 20 cm Abstand in zirka 20 Sekunden (wie bei einer Planetenbewegung). Berechnen Sie die Ladung. 10

11. Zwei Staubkörner von $0.9\,\mu\text{m}$ und $1.7\,\mu\text{m}$ Radius tragen -11 respektive +29 Elementarladungen.
    a) Berechnen Sie die elektrostatische Anziehungskraft in $19\,\mu\text{m}$ Abstand (Mitte-Mitte).
    b) Ist diese Kraft grösser oder kleiner als die Erdanziehungskraft auf ein solches Staubkorn? 11

19.3 Elektrische Feldstärke

1. Drei gleiche starke Punktladungen gleichen oder verschiedenen Vorzeichens liegen auf den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks. Sei E die Feldstärke in der Mitte des Dreiecks, welche eine einzelne dieser Punktladungen erzeugt. Wie gross ist die resultierende Feldstärke aller drei Ladungen? Diskutieren Sie alle wesentliche Fälle der Ladungsvorzeichen. 1

2. Ein langer, geladener Draht ist mit $35\,\text{nC/m}$ geladen. Wie schnell muss sich ein Elektron bewegen, damit es um den Draht kreisen kann? Das Elektron habe 27 mm Abstand von der Drahtachse. 2

3. Ein Plattenkondensator mit engem Luftspalt und $4.8\,\text{dm}^2$ Plattenfläche hat im Spalt ein elektrisches Feld der Stärke $270\,\text{N/C}$. Berechnen Sie die Ladung auf den Platten. 3

4. Nach einer Hypothese gibt es Neutronensterne (Radius z.B. 10 km, 1.6 Sonnenmassen) die an der Oberfläche eine elektrische Ladung von $4 \cdot 10^{20}$ C tragen. Berechnen Sie die elektrische und die gravitative Kraft auf ein Elektron nahe der Sternoberfläche. 4

5. a) Mit welcher Kraft ziehen sich die Platten eines geladenen Kondensators an? Tipp: Beim Plattenkondensator sind die Feldstärken Überlagerungen der Feldstärken der Einzelplatten.
   b) Um den Spalt zu verbreitern, muss Arbeit gegen die elektrische Anziehungskraft verrichtet werden.

Berechnen Sie mit dieser Information die elektrostatische Energie, die im geladenen Plattenkondensator steckt. 5

6. Die Aufgabe ist in der Legende von Abbildung 19.3 gestellt. 6

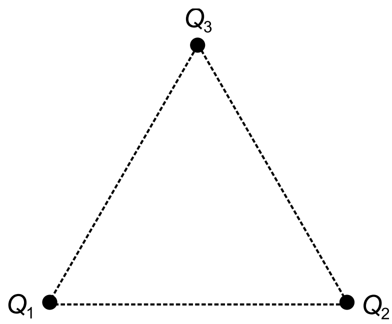


Abbildung 19.3: Drei Punktladungen mit $Q_1 = Q_2 = -1\,\mathrm{nC}$ und $Q_3 = +3\,\mathrm{nC}$ befinden sich auf den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks, siehe rechts. Skizzieren Sie die Feldlinien. Beschreiben Sie den Verlauf nahe bei sowie weit weg von den Ladungen. Gibt es eine Stelle, wo die Feldstärke verschwindet? (ohne Rechnung)

7. Die elektrische Feldstärke betrage 137 kV/m. Berechnen Sie die elektrische Kraft auf ein Alphateilchen. 7

8. Eine freistehende Eisenkugel wiegt 890 g und hat 30.1 mm Radius. Berechnen Sie die Feldstärke an der Oberfläche, wenn man jedes tausendste Elektron entfernen könnte. 8

9. Welche Linienladungsdichte darf ein Leiterseil maximal tragen, wenn die elektrische Feldstärke in 20 m Abstand den Wert 5.0 kV/m nicht überschreiten soll? 9

10. Eine Ladung Q und eine Ladung 2Q befinden sich an den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks. Ermitteln Sie die Feldstärke bei der dritten Ecke des Dreiecks.
a) Bestimmen Sie die Richtung zeichnerisch.
b) Berechnen Sie den Betrag formal. 10

11. Drei gleiche Punktladungen liegen auf den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks. Skizzieren Sie die Feldlinien. 11

12. Zwei lange, parallele Leiterseile haben 2.0 m Abstand und sind mit 0.26 µC/m belegt.
a) Berechnen Sie die Feldstärke, welche das eine Seil am Ort des anderen erzeugt.
b) Wie stark ist die elektr. Kraft auf ein Seilstück der Länge 200 m? 12

13. Beschreiben Sie die Bahnkurve $y(x)$ des Elektrons in Abbildung 19.4, das sich in einem homogenen, elektrischen Feld der Stärke E bewegt. 13

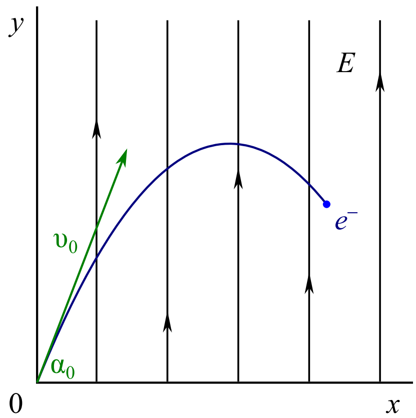


Abbildung 19.4: Ein Elektron wird im Nullpunkt des Koordinatensystems mit Winkel α_0 und Schnelligkeit υ_0 abgeschossen. Wie lautet Gleichung für die Bahn $y(x)$ im elektrischen Feld?

19.4 Elektrische Spannung

1. Wie ist die elektrische Spannung definiert? 1

2. Für die Versuchsanlage zur Krebstherapie am PSI werden Protonen ab 85 MeV kinetischer Energie verwendet. Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Protonen. 2

3. An einem Plattenkondensator mit 8.7 mm Spalt liegt eine Spannung von 1.5 kV an. Ein Elektron löst sich von der negativen Platte. Mit welcher Geschwindigkeit schlägt es auf der anderen Platte auf? 3

4. Welche Beschleunigungsspannung bringt ein O^+-Ion auf eine Geschwindigkeit von 800 m/s? 4

5. Der spezifische Brennwert von Methan beträgt 890.8 kJ/mol. Wie viel Energie in Elektronvolt wird bei der 'Verbrennung eines einzelnen Moleküls' frei? 5

6. Um atomaren Wasserstoff zu erzeugen, muss molekularem Wasserstoff (H_2) 435.0 kJ/mol zugeführt werden. Wie gross ist also die Bindungsenergie eines Wasserstoffmoleküls in Elektronvolt? 6

7. Ein Plattenkondensator hat Plattenfläche 2.38 dm^2 und einen Luftspalt von 6.39 mm. Es liege eine Spannung von 983 V an.
   a) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke im Spalt.
   b) Berechnen Sie die elektrische Ladung auf einer der Platten. 7

8. Die Bindungsenergie eines Wasserstoffmoleküls beträgt 4.52 eV.
   a) Wie viel ist 4.52 Elektronvolt in Joule?
   b) Welche Geschwindigkeit hat ein Wasserstoffmolekül mit der kinetischen Energie 4.52 eV?
   c) Hat Teilaufgabe b irgendeine Bedeutung in Natur, Technik oder Alltag? 8

9. Ein Plattenkondensator hat Plattenfläche 1.87 dm^2 und einen 1.73 mm-Spalt. Im Spalt messe man eine elektrische Feldstärke von 53.2 N/C.
   a) Wie gross ist die Ladung auf einer der Platten?
   b) Berechnen Sie die elektrische Spannung zwischen den Platten.
   c) Welche Beschleunigung erhält ein einfach geladenes Be-9 Ion im Spalt?
   d) Welche Ladung trägt ein Be-9 Atomkern in Coulomb? 9

10. Mit welcher elektrischen Spannung müssen Elektronen beschleunigt werden, damit sie eine Geschwindigkeit von 1000 km/s erhalten? Die Elektronen seien anfangs in Ruhe. 10

11. Wenn ein Plattenkondensator mit 40 V geladen wird, trägt er 755 pC Ladung. Die Fläche einer Platte sei 2.34 dm^2.
    a) Berechnen Sie die Feldstärke im Spalt.
    b) Berechnen Sie die Breite des Spalts. 11

12. Ein Plattenkondensator mit 1.83 mm Luftspalt wird mit 2800 V belegt, was eine Ladung von 3.3 µC auf den Platten zur Folge hat. Berechnen Sie die Feldstärke und die Plattenfläche. 12

13. Ein Proton wird mit einer Spannung von 2.0 V beschleunigt. Welche Energie in Joule bekommt es dadurch? 13

14. Welche Geschwindigkeit erhält ein Alphateilchen, wenn es mit 4 MV beschleunigt wird? 14

15. a) Wie viel ist 3.0 MeV in Joule?
    b) Wie viel ist $6.4\cdot10^{-19}$ J in Elektronvolt? 15

16. Was ist der Unterschied zwischen elektrischer Spannung und elektrischem Potential? 16

19.5 Kondensatoren

(Der Plattenkondensator erscheint bereits im Abschnitt Elektrische Feldstärke und folgende.)

1. Die Erde kann als riesiger Plattenkondensator (Kugelkondensator) aufgefasst werden: Die eine 'Platte' wird durch die Oberfläche gebildet, die andere durch die Stratosphäre in 85 km Höhe. Der Kondensator, an dem eine mittlere Spannung von 250 kV anliegt, wird durch Gewittertätigkeit aufgeladen. Berechnen Sie die elektrische Ladung. 1

Kapitel 20

Gleichstromlehre

20.1 Strom und Spannung

1. Wie ist die elektrische Stromstärke definiert? 1

2. Das Tandem-Massenspektrometer der ETHZ wird für Altersbestimmungen eingesetzt. Ein Stück Holz einer Pfahlbauersiedlung liefert einen Strom von 53 $^{14}C^{4+}$-Ionen pro Sekunde. Berechnen Sie die elektrische Stromstärke. 2

3. Ein Lithium-Polymer-Akku für ein Mobiltelefon hat die Nenndaten 3.6 V und 1200 mAh. Solche Akkus sollen schon ‘explodiert’ sein, Videos sind auf dem Internet zu sehen. Welche Leistung wird freigesetzt, wenn sich der voll geladene Akkumulator entzündet und in 3.0 s abbrennt? 3

4. Eine AAA Alkaline Batterie (Monozelle) hat die Nennwerte 1.5 V und 1500 mAh. Sie wiegt 11.4 g. Was setzt mehr Energie frei: a) die sorgfältige Entladung der Batterie oder b) die Verbrennung der gleichen Masse an Holz? 4

5. Aus welchen SI-Basiseinheiten setzt sich die Einheit der elektrischen Spannung zusammen? 5

6. Am REX-ISOLDE Beschleuniger des CERN wurde ein Strom von 100 pA an $^{129}\mathrm{Cd}^{30+}$-Ionen beobachtet. Berechnen Sie den Teilchenfluss. 6

7. Nennen Sie drei Beweise, weshalb in einem unverzweigten Stromkreis überall dieselbe Stromstärke vorhanden ist. 7

8. Konventionelle Verstärker können elektrische Ströme bis 10^{-15} A hinab messen. Quantenzähler können hingegen Teilchenflüsse von einem Elektron pro Stunde feststellen (2012).
   a) Wie gross ist der Elektronenfluss im konventionellen Verstärker?
   b) Berechnen Sie die elektrische Stromstärke im Quantenzähler. 8

9. Ein Strahl einfach ionisierter Goldatome von exakt 10 mA Stärke wird in einem Faradaybecher aufgefangen. Welche Masse hat sich nach einem Tag angesammelt? 9

10. Die beweglichen Ladungsträger in einer Kupfersulfatlösung seien Cu^{2+}-Ionen. Wie viel metallisches Kupfer schlägt sich nieder, wenn während 5.0 s ein Strom von 500 mA fliesst? 10

11. Aus einer Probe treten in einer Sekunde $6.25 \cdot 10^5$ Alphateilchen. Berechnen Sie die Stromstärke. 11

12. Im Beschleuniger LHC des CERN soll der Protonenstrahl eine elektrische Stromstärke von 0.56 A haben. Berechnen Sie den Massefluss in kg/s. 12

13. Warum sollte man nicht sagen, dass elektrischer Strom‘Elektronenfluss’ sei? 13

20.2 Leistung und Widerstand

1. Ein Gerät mit Leistung 800 W wird ans Haushaltnetz angeschlossen. Berechnen Sie a) den Strom und b) den Widerstand des Geräts. 1

2. Eine Glühlampe habe die Nennwerte $U_N = 12\,\text{V}$ und $P_N = 50\,\text{W}$. Für Glühlampen gilt in guter Näherung $I \propto \sqrt{U}$. Schreiben Sie $I(U)$, $P(U)$ sowie $R(I)$ und als reine Formeln, welche die Nennwerte (formal) enthalten. 2

3. Eine Glühlampe hat die Nennwerte 0.10 A und 2.0 W. Berechnen Sie den Widerstand. 3

4. Am Ausgang eines Netzgeräts können maximal 80 V und 7.5 A bezogen werden. Welche Leistung gibt es dann ab? 4

5. Wie setzt sich die SI-Einheit 'Ohm' aus SI-Basiseinheiten zusammen? 5

6. Ein Kupferkabel für das 110 kV-Netz habe eine Querschnittsfläche von 630 mm^2 und sei 5.7 km lang. Es werde kurzzeitig vom Maximalstrom 652 A durchflossen.
   a) Berechnen Sie den Widerstand des Kabels.
   b) Welche Spannung liegt am Kabel an?
   c) Mit welcher Leistung wird es durch den Strom geheizt? 6

7. Ein Kupferleiter von 120 mm^2 Querschnitt und 870 m Länge soll durch einen Aluminiumleiter mit gleichem Widerstand und gleicher Länge ersetzt werden. Welcher Querschnitt ist zu wählen? 7

8. Welchen Durchmesser muss ein Golddraht von 5.7 mm Länge haben, wenn der Widerstand unter 1.000 MΩ bleiben soll? 8

9. Eine Eisenbahnschiene wiegt 60 kg/m. Berechnen Sie den elektrischen Widerstand pro Länge. Nehmen Sie die Daten für Kohlenstoffstahl (1 % C). 9

10. Ein Hochspannungskabel aus Aluminium hat 1.85 Ω Widerstand bei 20 °C.
    a) Wie gross ist der Widerstand bei 45 °C?
    b) Wie gross ist die relative Änderung der Verlustleistung, wenn der Strom konstant bleibt? 10

11. Ein Messingdraht hat 2.87 Ω Widerstand bei 8.73 °C. Wie gross ist der Widerstand bei 20.0 °C? 11

12. Gegeben sei der Temperaturkoeffizient α_1 und der Widerstand R_1 bei der Referenztemperatur ϑ_1. Berechnen Sie den Temperaturkoeffizienten α_2 und den Widerstand R_2 bei der Referenztemperatur ϑ_2. Nennen Sie die Annahme, die Sie haben treffen müssen. 12

13. Ein Gerät hat die Nennwerte 270 Ω - 18 W. Berechnen Sie den Strom und die Spannung. 13

14. Ein Kupferdraht sei 87 m lang. Welche Querschnittsfläche darf er haben, wenn der Widerstand nicht unter 100 Ω liegen soll? 14

15. Der Strom durch eine Glühlampe mit Wolframwendel ist 0.34 A bei 220 V. Wie gross ist der Strom bei 180 V? 15

16. Wie viele 1.5 V Batterien muss man seriell schalten, damit die Leistung bei einem Strom von 0.53 A mindestens 57.7 W beträgt? 16

17. Ein Aluminiumdraht wiegt 430 g und hat einen Widerstand von 2.85 Ω.
    a) Berechnen Sie die Länge und Querschnittsfläche des Drahtes.
    b) Berechnen Sie den neuen Widerstand, wenn sich der Draht von 20 auf 37 °C erhitzt. 17

18. Durch einen ohmschen Widerstand von 125 Ω fliesst ein Strom von 38 mA.
    a) Berechnen Sie die anliegende Spannung.
    b) Wie gross ist die vom Widerstand aufgenommene Leistung?
    c) Berechnen Sie den neuen Strom, wenn die angelegte Spannung 17 % erhöht wird. 18

19. Ein elektrisches Element zeigt die Charakteristik von Abbildung 20.1.
    a) Erfüllt dieses Element das ohmsche Gesetz ganz, teilweise oder gar nicht?
    b) Berechnen Sie den elektrischen Widerstand bei 0.10 V und bei 0.40 V.
    c) Welche elektrische Leistung nimmt das Element bei 0.30 V auf? 19

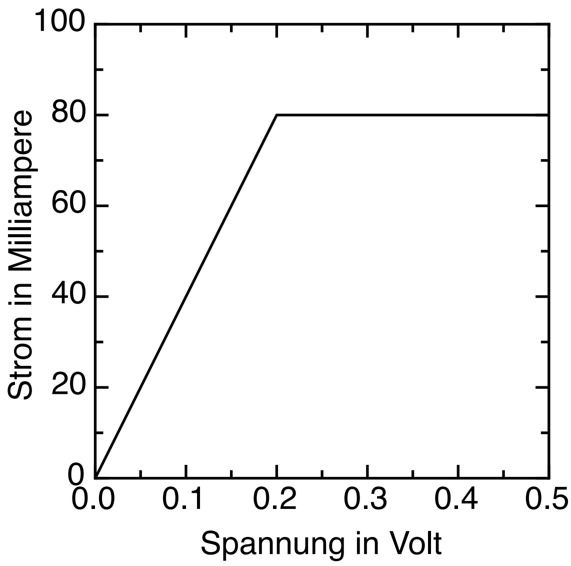


Abbildung 20.1: Vereinfachtes Ausgangskennlinienfeld des Transistors BC 548B. Dargestellt ist der Kollektorstrom I_C versus die Kollektor-Emitter Spannung U_{CE} bei konstanter Basis-Emitter Spannung U_{BE} von ca. 0.79 V.

20. Ein Blitz habe eine Stärke von 27 kA und dauere 32 µs. Er fliesse durch einen Stahldraht von 15 m Länge und 0.85 mm^2 Querschnittsfläche. Wie viel Energie nimmt der Draht auf? 20

21. Eine Halogenlampe hat eine Leistung von 20 W bei 12 V Spannung. Berechnen Sie den Strom. 21

22. Ein Defibrillator verabreicht einem Herzpatienten laut Datenblatt einen Rechteck-Stromstoss von 25 A Stromstärke, 1250 V Spannung, 31250 W Leistung respektive 200 J Energie.
    a) Stimmt die Leistungsangabe?
    b) Wie lange dauert ein Stromstoss etwa?
    c) Wie gross ist der elektrische Widerstand des Patienten für diese Werte?
    d) Was ist zur Genauigkeit der Angaben zu sagen? 22

20.3 Einfache Schaltungen

(Serie- und Parallelschaltung sowie Kombinationen davon)

1. a) Ein 250 Ω und ein 480 Ω Widerstand sind in Serie geschaltet. Durch den ersten Widerstand fliessen 93 mA.
   a) Wie viel fliesst durch den zweiten Widerstand?
   b) Welche Leistung nimmt der erste Widerstand auf?
   c) Welche Spannung liegt an der Serieschaltung als Ganzes? 1

2. Ein Widerstand von 120 Ω ist mit einem zweiten parallel geschaltet. Welchen Widerstandswert hat dieser, wenn der Ersatzwiderstand folgende Werte annimmt:
   a) 80 Ω b) 120 Ω c) 180 Ω 2

3. In einer langen Reihe seriell geschalteter Widerstände ist der Folgende jeweils halb so gross wie der Vorangehende. Der Erste habe den Wert R_0. Wie gross ist der Ersatzwiderstand? 3

4. In einer langen Reihe parallel geschalteter Widerstände ist der Folgende jeweils 10 % grösser als der Vorangehende. Der Erste habe den Wert $R_0 = 50\,\Omega$. Wie gross ist der Ersatzwiderstand? 4

5. Die Teilnehmer einer Gruppenarbeit behaupten, dass die Leistung, welche eine Batterie mit Innenwiderstand R_i und Leerlaufspannung U_0 an eine angeschlossene Last mit Widerstand R_L abgibt, folgendermassen zu berechnen sei:

$$\text{a) } P = \frac{U_0}{R_i} \cdot R_L \qquad \text{b) } P = \left(\frac{U_0}{R_i}\right)^2 R_L \qquad \text{c) } P = \left(\frac{U_0}{R_i + R_L}\right)^2 R_L \qquad \text{d) } P = \frac{U_0^2}{R_i + R_L}$$

   Beurteilen Sie die Lösungen, ohne die Aufgabe selber zu lösen. Betrachten Sie die Einheiten und das Verhalten, wenn für die Parameter spezielle Werte eingesetzt werden. 5

6. Werden zwei Widerstände seriell geschaltet, so ist der Ersatzwiderstand 847 Ω. Werden dieselben zwei Widerstände parallel geschaltet, so ist der Ersatzwiderstand 132 Ω. Wie gross sind die Widerstände einzeln? 6

7. In Abbildung 20.2 sei $I = 35\,\text{mA}$, $R_1 = 180\,\Omega$ und das Voltmeter zeige 4.8 V an. Was zeigt das Amperemeter an? Wie gross ist die Spannung U_0 und der Widerstand R_2? 7

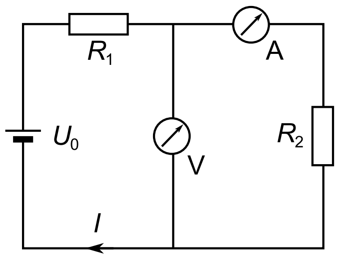


   Abbildung 20.2: Schaltung mit Spannungsquelle, zwei Widerständen, einem Volt- und einem Amperemeter.

8. Berechnen Sie für die Schaltung in Abbildung 20.3
   a) den Ersatzwiderstand R_{res}
   b) den Gesamtstrom I_0
   c) den Strom I_1 durch den Widerstand R_1
   d) die Spannung U_2 die an R_2 anliegt
   e) die Leistung P_3 die von R_3 aufgenommen wird. 8

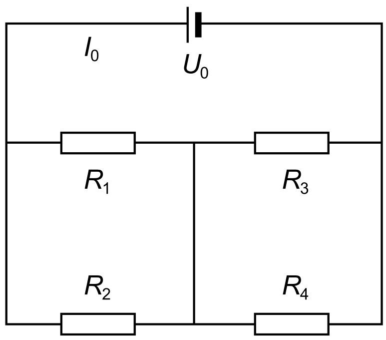


   Abbildung 20.3: Schaltung mit einer Spannungsquelle $U_0 = 8.75\,\text{V}$ und den vier Widerständen $R_1 = 120\,\Omega$, $R_2 = 230\,\Omega$, $R_3 = 333\,\Omega$ sowie $R_4 = 401\,\Omega$.

9. Zwei Widerstände sind parallel oder seriell geschaltet. Der erste hat 69 Ω, der Ersatzwiderstand 53 Ω. Um welche Schaltung handelt es sich und wie gross ist der zweite Widerstand? 9

10. Drei Elemente mit Widerstandswerten R_1, R_2 und R_3 sind parallel geschaltet. Welche der folgenden Gleichungen a) bis f) beschreibt den Ersatzwiderstand R_{res} korrekt? Leiten Sie die Formel nicht direkt her. Prüfen Sie beispielsweise, ob die Terme das richtige Verhalten zeigen, wenn man spezielle Werte einsetzt, und andere Dinge. 10

$$\text{a) } R_{res} = R_1 + R_2 + R_3 \qquad \text{b) } R_{res} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad \text{c) } R_{res} = \frac{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\text{d) } R_{res} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad \text{e) } R_{res} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2} \qquad \text{f) } R_{res} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

11. Die Widerstände in Abbildung 20.4 sind alle gleich gross (R). Die Schaltungen enthalten aber auch Kurzschlüsse (Überbrückungen). Zeichnen Sie zuerst die Schaltungen ohne die unwirksamen Widerstände und berechnen Sie dann den Ersatzwiderstand als Vielfaches von R. 11

12. Siehe Abbildung 20.5 (Bildlegende). 12

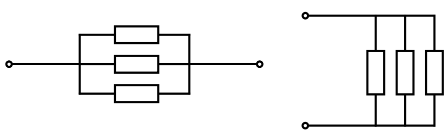


   Abbildung 20.5: Zeigen Sie, dass die beiden Schaltungen elektrisch äquivalent sind, d.h. dass sie denselben Ersatzwiderstand haben und dass durch jeden der Widerstände in beiden Schaltungen der jeweils gleiche Strom fliesst.

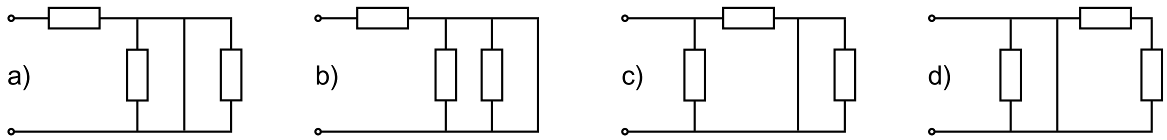
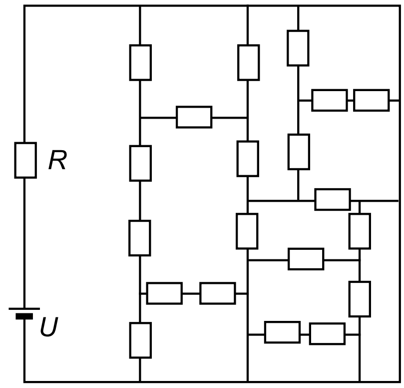


Abbildung 20.4: Die Widerstände sind alle gleich gross (R). Wie gross ist der Ersatzwiderstand?

13. Berechnen Sie (formal) den Strom durch die Spannungsquelle der Schaltung in Abbildung 20.6.
13

Abbildung 20.6: Schaltung mit Spannungsquelle U und vielen, gleichen Widerständen R.



15. Schliesst man einen Widerstand R_1 an eine Spannungsquelle, welche $U_0 = 64$ V generiert, an, so fliesst ein Strom von 873 mA.
a) Wie gross ist R_1?
b) Wie gross muss ein zweiter, seriell geschalteter Widerstand R_2 sein, der den Strom zusammen mit dem ersten unter 371 mA drückt?
c) Welche Spannung liegt dann an R_1 an? 15

16. An die Klemmen eines alten Netzgeräts, die mit 6 V angeschrieben sind, wurde ein variabler Widerstand angeschlossen. Tabelle 20.1 gibt Klemmenspannung und Strom an, wenn der Widerstand verstellt wird:

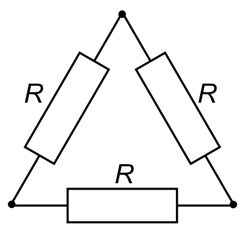
Tabelle 20.1: Strom und Spannung aus einem 6 V-Netzgerät.
(1 % Messfehler, 1. Juli 2010, Lie.)

I (A)	0.211	0.964	2.022	3.130	5.27	8.30
U (V)	6.58	6.51	6.39	6.30	6.09	5.80

a) Zeichnen Sie die Spannung als Funktion des Stromes auf.
b) Führen Sie eine lineare Regression $U(I)$ mit dem Rechner durch. Notieren Sie die Werte der Regressionsparameter. (Falls Sie das nicht können, zeichnen Sie mit Lineal eine passende Gerade zu den Messwerten und bestimmen von dieser Ordinatenabschnitt und Steigung.)
c) Welche physikalischen Bedeutungen und welche Einheiten haben die Parameter der Regressionsgeraden?
d) Bestimmen Sie die Nullstelle der Geraden. Welche Bedeutung hat sie?
e) Wie muss man den variablen Widerstand einstellen, damit das Netzgerät möglichst viel Leistung an ihn abgibt? Wie gross ist diese Leistung? 16

17. Drei gleiche Widerstände R sind wie in Abb. 20.8 zu einem Dreieck verlötet. Wie gross ist der Ersatzwiderstand zwischen irgend zwei Ecken? Ist er grösser, gleich oder kleiner als R? 17

Abbildung 20.8: Widerstandsdreieck



18. Zwei Widerstände, von denen der erste 250 Ω misst, werden seriell an eine Spannungsquelle mit 5.00 V angeschlossen, worauf ein Strom von 13.5 mA fliesst. Berechnen Sie den Widerstandswert des zweiten Widerstandselements. 18

14. Berechnen Sie in der Schaltung von Abb. 20.7 folgende Grössen: 14
    a) I_4=?, I_5 =?
    b) Leistungsaufnahme von R_4?
    c) Strom I_1 = ?
    d) Ersatzwiderstand R_{AB} = ?

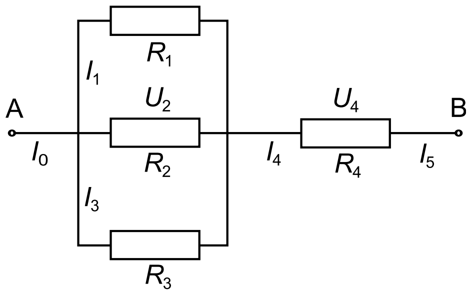


Abbildung 20.7: In der Schaltung mit Widerständen sei I_0 = 1.01 A, R_1 = 700 Ω, R_2 = 800 Ω, R_3 = 900 Ω und U_4 = 202 V (Spannung über dem Widerstand R_4).

19. Aus einem Draht mit Widerstand R wird ein Ring geformt, siehe Abbildung 20.9. An zwei Punkten A und B mit Zentriwinkel φ wird ein Ohmmeter angeschlossen. Was wird es anzeigen? 19

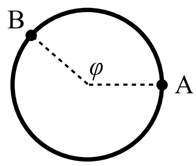


Abbildung 20.9: Drahtring mit zwei Abgriffen bei A und B. Wie gross ist der Widerstand zwischen A und B?

20. In Abbildung 20.10 ist I = 1.5 A, R_1 = 90 Ω, R_2 = 30 Ω und R_3 = 50 Ω.
    a) Wie gross ist der Strom I_1 durch R_1 ?
    b) Wie gross ist die Leistung P_3, die von R_3 aufgenommen wird?
    c) Wie gross ist das Verhältnis U_2/U_3 der Spannungen über R_2 und R_3? 20

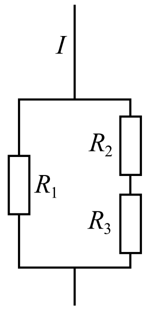


Abbildung 20.10: Schaltung mit drei Widerständen und dem Gesamtstrom.

21. Ein Widerstand von 200 Ω ist zu einem zweiten parallel geschaltet. Wie gross müsste der zweite sein, damit der Ersatzwiderstand 300 Ω beträgt? Kommentar? 21

22. In Abbildung 20.11 ist I_0 = 0.832 A, R_1 = 91.2 Ω und R_2 = 102.3 Ω.
    a) Wie gross sind I_1 und I_2 ?
    b) Wie gross ist U_0 ?
    c) Wie gross ist die Leistung, mit der R_2 geheizt wird? 22

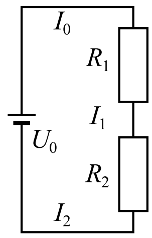


Abbildung 20.11: Schaltung mit Batterie und zwei seriellen Widerständen.

23. Ein Widerstand von 13.8 Ω wird an eine Spannungsquelle, die 115 V generiert, angeschlossen. Wie gross muss ein zweiter Widerstand sein und wie muss er angeschlossen werden, damit sich die gesamte Leistung 33 % erhöht? 23

24. Wie gross muss der Widerstand R_1 in Relation zu R_2 und R_3 in Abbildung 20.12 gewählt werden, damit er maximal geheizt wird? 24

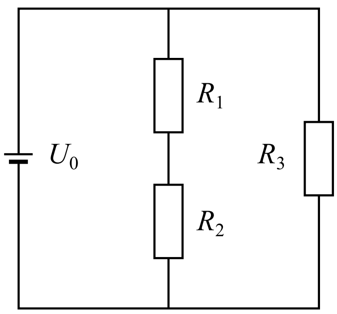


Abbildung 20.12: (rechts)
Schaltung zu Aufgabe 24 mit einer idealen Spannungsquelle und drei ohmschen Widerständen.

25. In der Schaltung von Abb. 20.13 sind die bezeichneten Grössen gegeben.
a) Berechnen Sie den fehlenden Strom und den fehlenden Widerstandswert.
b) Welche Spannung liegt am Widerstand R_2 an?
c) Welche Leistung wird vom Strom I_1 transportiert? 25

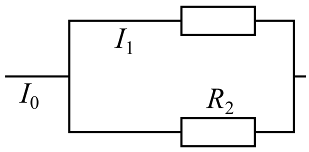


Abbildung 20.13: Siehe Aufgabe 25.

26. In der Schaltung von Abb. 20.14 (rechts) ist $U_0 = 5.00\,\text{V}$, $R_1 = 125\,\Omega$ und $R_2 = 250\,\Omega$; M_1 und M_2 stellen ideale Multimeter dar.
a) M_1 sei das Amperemeter und M_2 sei auf Spannungsmessung eingestellt. Was zeigen die Messgeräte an?
b) M_1 sei das Voltmeter und M_2 das Strommessgerät. Was zeigen die Messgeräte an?
c) Beide Multimeter seien auf Strommessung gestellt. Was zeigen sie an? 26

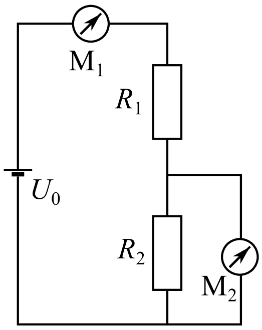


Abbildung 20.14: Siehe Aufgabe 26.

27. Eine Konstantstromquelle schickt den Strom I_0 durch die Parallelschaltung von Abbildung 20.15. Wie gross muss der Widerstand R_1 gewählt werden, damit R_1 durch den Teilstrom maximal geheizt wird? 27

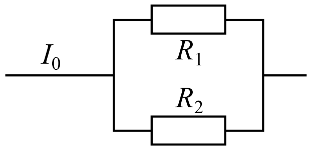


Abbildung 20.15: Zu Aufg. 27.

28. Die Charakteristik eines unbekannten Elements mit sehr grossem Widerstand R soll gemessen werden. Welche der beiden Schaltungen in Abbildung 20.16 mit *realen* Messgeräten ist dazu besser geeignet? Begründen Sie Ihre Wahl ausführlich. 28

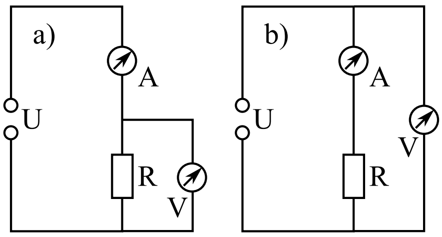


Abbildung 20.16: (rechts) Siehe Aufgabe 28.

29. Drei Widerstände werden seriell geschaltet und haben Ersatzwiderstand $587\,\Omega$. Werden die drei parallel geschaltet, so haben Sie Ersatzwiderstand $63.3\,\Omega$. Zwei der drei Widerstände sind gleich. Berechnen Sie Wert des dritten Widerstands. 29

30. Das Multimeter in Abb. 20.17 wird von Spannungs- auf Strommessung umgestellt. Was zeigt es vorher und nachher an? 30

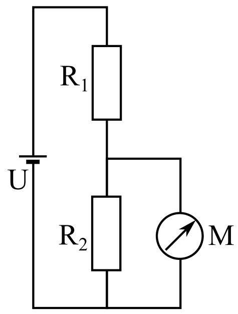


Abbildung 20.17: Zwei ohmsche Widerstände sind seriell geschaltet. Ein ideales Multimeter M ist parallel zum zweiten Widerstand geschaltet.

31. Zwei Widerstände von $200\,\Omega$ und $300\,\Omega$ sind seriell geschaltet. Der zweite Widerstand wird von $10\,\text{mA}$ durchflossen. Berechnen Sie die Gesamtspannung über beiden Widerständen. 31

20.4 Schwierige Schaltungen

Lineare Netzwerke und nichtlineare Schaltungen

1. Die unendliche Kette aus Spannungsquellen und Widerständen in Abbildung 20.18 kann durch eine einzige Spannungsquelle mit seriell geschaltetem Widerstand ersetzt werden. Berechnen Sie die Ersatz-Spannung und den Ersatz-Widerstand. 1

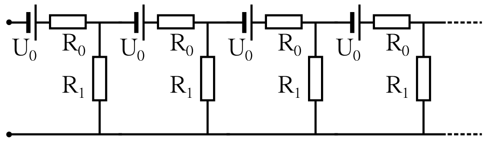


Abbildung 20.18: Unendliche Kette aus gleichen, idealen Spannungsquellen und zwei verschiedenen, ohmschen Widerständen.

2. Berechnen Sie die elektrischen Ströme der Schaltung in Abb. 20.19 a) mit offenem und b) mit geschlossenem Schalter. Lösen Sie die Aufgabe allgemein für verschiedene Spannungen sowie Widerstände und spezialisieren Sie dann auf gleiche Widerstände und Spannungen. 2

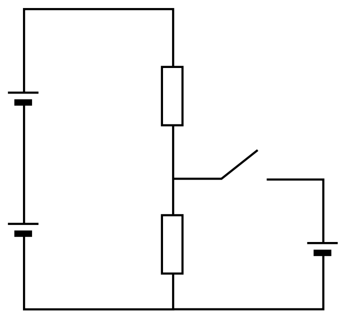


Abbildung 20.19: Elektrische Schaltung mit zwei Widerständen, drei Spannungsquellen und einem Schalter (offen gezeichnet).

Kapitel 21

Magnetismus

21.1 Magnetisches Feld

1. Wie nennt man fachsprachlich das, was im Alltag 'magnetische Stoffe' heisst? Wie sind diese Stoffe mikroskopisch charakterisiert? 1

2. Aus welchen SI-Grundeinheiten setzt sich das Tesla zusammen? 2

3. Berechnen Sie die Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds in Brig.
   Welche Richtung hat es? (bitte genauer als 'vertikal') 3

4. a) Was ist ein magnetischer Dipol und warum gibt es keine magnetischen Monopole?
   b) Was ist eine magnetische Domäne (Weiss'scher Bezirk)? Erläutern Sie den Begriff. 4

5. a) Was heisst das, dass es keine magnetischen Monopole gibt?
   b) Nennen Sie ein magnetisierbares Material ($\neq$ Eisen).
   c) Wie kann man feststellen, welche Richtung eine magnetische Feldlinie hat, wenn die Pole des felderzeugenden Magneten nicht angeschrieben sind? 5

6. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke (Flussdichte, mag. Induktion) in Bern. 6

7. Ein Magnet erzeugt ein Feld der Stärke 0.10 T. Was bedeutet 'T' und wie kann man das messen? Wie gehen Sie bei der Messung vor? 7

8. Warum sollte man bei einer Magnetnadel vom magnetischen Nordpol sprechen und nicht vom positiven Magnetpol? 8

21.2 Magnetische Kräfte

1. Durch einen geraden Draht fliessen 1.85 A. Er steckt in einem Feld der Stärke 345.2 mT. Die Feldlinien schliessen einen Winkel von 21.93° mit dem Draht ein. Der Draht erfährt eine magnetische Kraft von 3 cN. Berechnen Sie die Drahtlänge. 1

2. Durch eine sog. 'Gradientenspule' im Innern des 7.0 Tesla MRI Gerät des Instituts für biomedizinische Technik Uni/ETH fliesst ein Strom von 500 A. Berechnen Sie die maximale magnetische Kraft pro Leiterlänge auf diese Spule. 2

3. Ein langer Kupferdraht von 1.0 mm^2 Querschnittsfläche liegt in einem Feld von 0.82 T.
   a) Berechnen Sie die minimale Stromstärke, damit der Draht gegen den Einfluss der Schwerkraft

angehoben wird.
b) Geben Sie alle notwendigen Richtungen an. 3

4. Ein Elektron bewegt sich mit 400 km/s senkrecht zu den Feldlinien in einem Feld der Stärke 500 nT. Berechnen Sie den Radius der Kreisbahn. 4

5. Protonen, die mit 5.83% der Lichtgeschwindigkeit fliegen, sollen auf eine Kreisbahn von 1.83 m Radius gebracht werden. Wie stark müsste das Magnetfeld sein? 5

6. Bestimmen Sie in Abbildung 21.1 das Vorzeichen der Teilchenladung. 6

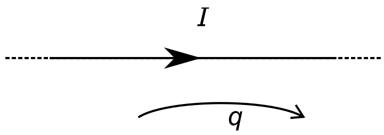


Abbildung 21.1: Ein geladenes Teilchen bewegt sich in der Nähe eines langen, geraden, stromführenden Drahtes. Draht und Bahn liegen in der Zeichenebene.

7. Wie stark muss ein Magnetfeld mindestens sein, damit einfach geladene C_{60}-Ionen, die sich mit 350 m/s bewegen, auf eine Kreisbahn mit 41.3 cm Radius gebracht werden? 7

8. Ein Draht von 15 cm Länge befindet sich in einem Feld der Stärke 0.82 T. Wie gross muss oder darf der Strom sein, damit
a) die magnetische Kraft maximal 0.73 N beträgt?
b) die magnetische Kraft mindestens 0.73 N beträgt? 8

9. Zwingt die magnetische Kraft geladene Teilchen immer auf Kreisbahnen? 9

10. Ein Rb-87 und ein Sr-87 Ion sind gleich geladen und bewegen sich mit gleicher Schnelligkeit durch das gleiche B-Feld auf Kreisbahnen. Berechnen Sie den prozentualen Unterschied der Kreisbahnradien. 10

11. Ein α, ein β^- und ein γ-Teilchen mit 17 keV kinetischer Energie treten senkrecht zu den Feldlinien in ein Magnetfeld der Stärke 5.13 mT ein. Berechnen Sie die Bahnradien (mit Kommentar). 11

12. Elektronen treten aus einer Glühkathode und werden mit 283 V beschleunigt. Sie folgen im Magnetfeld einer Kreisbahn mit 10 cm Durchmesser, erkennbar als ‘Fadenstrahl’ in einem verdünnten Gas. Das Magnetfeld wurde durch ein Helmholtz-Spulenpaar mit 25 cm Radius und 144 Windungen pro Spule erzeugt, während es von 2.18 A durchflossen wurde. Berechnen Sie mit Hilfe der Elementarladung die Masse des Elektrons. 12

13. Ein Draht von 2.0 cm Länge erfährt in einem homogenen Magnetfeld eine maximale Kraft von 7.0 mN, wenn er von 10 A durchflossen wird. Berechnen Sie die magnetische Flussdichte. 13

14. In Abb. 21.2 ist die Bahn eines Elektrons im Massstab 1:1 abgebildet. Das Elektron hatte einen Impuls von $8.7 \cdot 10^{-26}$ Ns. Bestimmen Sie die Stärke und Richtung des Magnetfelds. 14

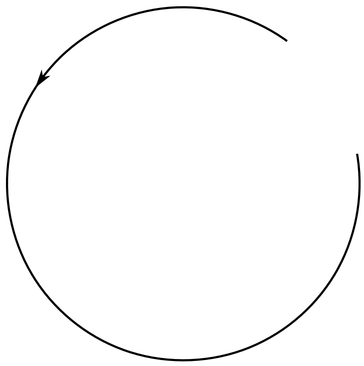
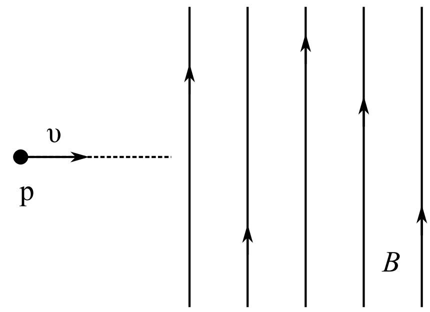


Abbildung 21.2: Bahn eines Elektrons

15. Ein Proton p tritt wie in Abb. 21.3 mit Anfangsgeschwindigkeit υ in ein homogenes Magnetfeld ein. Das Proton ist mit 300 V beschleunigt worden und das Feld hat die Stärke $B = 31$ mT. Beschreiben und zeichnen Sie die Bahn (auch quantitativ). 15

Abbildung 21.3: (rechts) Proton trifft senkrecht auf vertikale, magnetische Feldlinien.



21.3 Elektromagnetismus

1. Das 7 Tesla MRI Gerät des Instituts für biomedizinische Technik Uni/ETH enthält einen supraleitenden Elektromagneten von ca. 2 m Durchmesser und etwa 3 m Länge, der von 150 A durchflossen wird. Wie viele Windungen hat dieser Magnet, wenn man ihn als Zylinderspule betrachtet? 1

2. Sie müssen an einem Punkt eine Feldstärke von 7.5 mT erzeugen. Wie gehen Sie konkret vor? 2

3. Zwei parallele Drähte im Abstand 10 cm werden gegensinnig von 20 A durchflossen.
a) Berechnen Sie die magn. Feldstärke (Flussdichte) genau zwischen den zwei Drähten.
b) Wie nimmt die Feldstärke in der Mittelebene in grosser Entfernung von den Drähten ab? 3

4. Eine leere Zylinderspule hat Länge (60 ± 1) cm, Durchmesser (12.0 ± 0.5) cm sowie 120 Windungen. Fliesst ein Strom von (2.00 ± 0.01) A hindurch, so werden im Zentrum (0.48 ± 0.01) mT Feldstärke gemessen. Passen diese Angaben im Rahmen der Fehlerschranken zusammen, wenn die Spule als schlank angesehen wird? 4

5. Zwei unendlich lange, gerade Leiter stehen senkrecht aufeinander und haben einen minimalen Abstand grösser als Null. Beide werden von einem elektrischen Strom durchflossen. Wirkt eine Kraft zwischen den Leitern und/oder ein Drehmoment? In welche Richtung? 5

6. Wie setzt sich die Einheit der magnetischen Feldkonstanten μ_0 aus SI-Basiseinheiten zusammen? 6

7. Eine runde Flachspule mit 18 cm Durchmesser wird von 2.8 A durchflossen. Wie viele Windungen muss sie haben, wenn im Zentrum ein Feld von 7.13 mT Stärke herrschen soll? 7

8. a) Wer hat wann entdeckt, dass Kompassnadeln in der Nähe eines stromführenden Drahtes ausgelenkt werden?
b) Ist es auch möglich, dass eine Kompassnadel in der Nähe eines stromführenden Drahtes nicht ausgelenkt wird? 8

9. Die mittlere Stromstärke eines Blitzes beträgt 20 kA. Wie gross ist die magnetische Flussdichte B in 20 cm Abstand vom Blitzableiter? 9

10. Zwei parallele Stromkabel sind 5.3 km lang, haben 12.8 m Abstand und werden von 1.7 kA respektive 1.9 kA durchflossen.
a) Wie stark ist das Magnetfeld, das der erste Strom beim zweiten Kabel erzeugt?
b) Wie stark ist die Kraft, welches dieses Feld auf das zweite Kabel ausübt? 10

11. Ein schlankes, leeres Solenoid soll bei einem Strom von 2.38 A eine Feldstärke von 1.04 mT erzeugen. Berechnen Sie die notwendige Windungsdichte (Anzahl Windungen pro cm). 11

12. Was passiert mit der magnetischen Feldstärke, die ein langer Draht erzeugt, wenn man den Abstand zur Drahtachse halbiert? 12

13. Ein Helmholtz-Spulenpaar hat 25 cm Radius/Abstand und 144 Windungen (pro Spule). Welches B-Feld herrscht im Zentrum, wenn die Spulen mit 3.3 A beschickt werden? Gibt es irgendwo in dieser Anordnung noch ein stärkeres Feld? 13

14. Eine quadratische Stromschleife habe Seitenlänge a und werde vom Strom I durchflossen. Stellen Sie eine begründete Vermutung auf, mit welcher Formel die magnetische Feldstärke im Zentrum der Spule berechnet wird. 14

15. Wie laufen die magnetischen Feldlinien a) in der Umgebung eines langen, geraden Stromleiters und b) im Innern eines schlanken Solenoids? 15

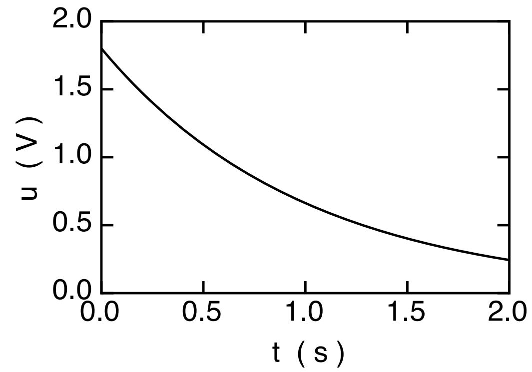
Kapitel 22

Elektrodynamik

22.1 Kondensatorentladung

1. Ein Kondensator von 20 µF Kapazität wird durch einen Widerstand entladen. In Abbildung 22.1 ist der Spannungsverlauf über dem Kondensator gezeichnet. Bestimmen Sie mit Hilfe der Abbildung den Widerstandswert. 1

   Abbildung 22.1: (rechts) Kondensatorentladung durch einen Widerstand



22.2 Magnetische Induktion

1. Ein Sonnensturm verursache einen Anstieg der Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds von 650 nT in 15 min. Welche Spannung wird in einer Masche des elektrischen Versorgungsnetzes mit Fläche $(1390\,\text{km})^2$ induziert? 1

2. Eine Lokomotive fährt mit 80 km/h bei Zürich nach Norden. Der Schienenabstand beträgt 1,435 m. Welche Spannung zwischen den Schienen wird durch die Bewegung der Lokomotiv-Radachsen im Magnetfeld induziert? 2

3. Ein Jogger rennt mit 12 km/h durch Zürich nach Osten.
   a) Wird wegen der Lorentzkraft der Kopf eher positiv oder eher negativ aufgeladen?
   b) Welche Spannung zwischen Kopf und Füssen wird durch die Bewegung induziert? Der Jogger sei 1.75 m gross. 3

4. Eine Induktionsspule hat Fläche A pro Windung und N Windungen. Die Spule wird von einem zeitabhängigen Magnetfeld $B(t)$ senkrecht durchsetzt. Berechnen Sie die induzierte Spannung, wenn das Feld folgendermassen variiert: a) $B(t) = B_0 \exp(-t/\tau)$ b) $B(t) = \hat{B}\cos(\omega t)$ 4

5. Die mittlere Anstiegsgeschwindigkeit für einen Blitz beträgt 7 kA pro Mikrosekunde, entsprechend schnell wächst das zugehörige magnetische Feld (wikipedia). Ein variierendes Magnetfeld kann eine Spannung induzieren. Berechnen Sie für ein geeignet orientiertes Quadrat von $1.0\,\text{m}^2$ Flächeninhalt in 1.0 m Abstand vom Blitzableiter die induzierte Spannung. 5

6. Eine gleichmässig im Magnetfeld rotierende Spule generiert eine harmonische Wechselspannung. Wie hängt die Spannungsamplitude von der Drehfrequenz ab? 6

7. Abbildung 22.2 zeigt den magnetischen Fluss durch eine offene Leiterschleife als Funktion der Zeit. Zeichnen Sie in ein eigenes Diagramm die Induktionsspannung als Funktion der Zeit. 7

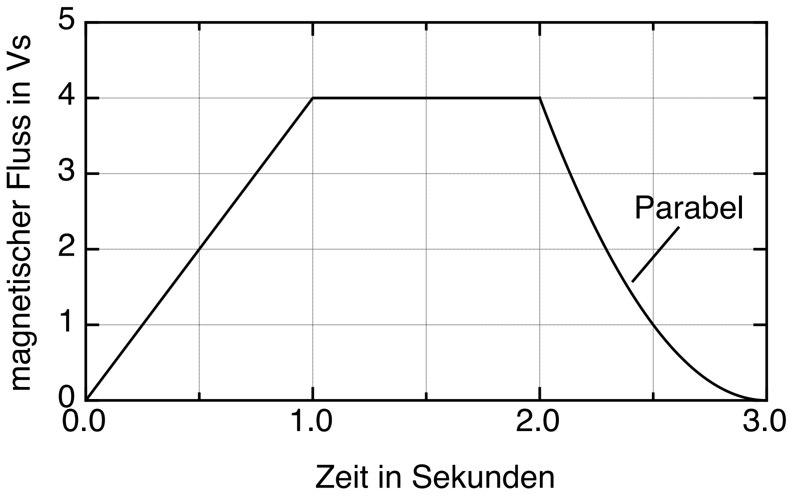


Abbildung 22.2: Zeitlicher Verlauf des magnetischen Flusses

8. Sie halten Ihren Bleistift (Länge 17 cm) horizontal und bewegen ihn mit 2.8 m/s abwärts. Welche Spannung wird durch das Erdmagnetfeld zwischen den Enden maximal induziert? Wie muss der Bleistift dann orientiert sein? 8

9. Eine einzelne Windung der Sekundärspule eines Transformators werde vom zeitabhängigen, magnetischen Fluss $\Phi = a \sin(\omega t + \varphi_0)$ durchsetzt, wobei $a = 1.5 \cdot 10^{-4}$?, $\omega = 314\,\text{s}^{-1}$, $\varphi_0 = 0.83$ rad und die Windungszahl $N_2 = 300$ ist.
   a) Welche SI-Einheit hat a?
   b) Berechnen Sie die Sekundärspannung $u_2(t)$ formal. 9

22.3 Selbstinduktion

1. Wenn der Schalter S in Abbildung 22.3 geschlossen ist, fliesse der Strom i_0 durch die Spule mit Induktivität L. Zur Zeit $t = 0$ werde der Schalter S geöffnet. Dann fliesst nur noch im rechten Kreis mit Widerstand R ein Strom $i(t)$.
   a) Warum hört der Strom nicht sofort auf zu fliessen?
   b) Nach welchem Gesetz wird der Strom $i(t)$ abnehmen? 1

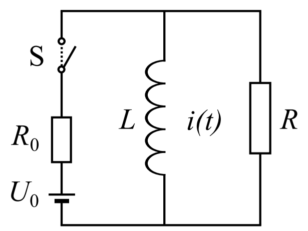


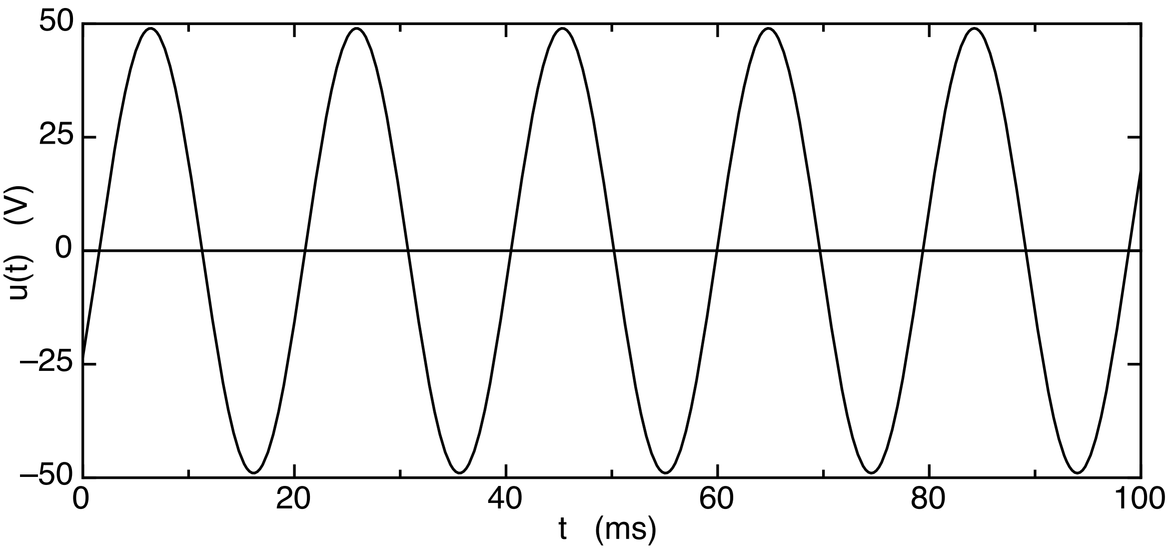
Abbildung 22.3: Schaltung mit Spannungsquelle U_0, Widerstand R_0, Schalter S, Induktivität L und Widerstand R.

Kapitel 23

Elektrotechnik

23.1 Wechselstrom und Wechselspannung

1. a) Messen Sie möglichst genau Schwingungsdauer und Amplitude aus folgender $u(t)$-Darstellung heraus. Zeigen Sie, wie Sie die gemessenen Strecken in die gesuchten Grössen umwandeln.



   b) Berechnen Sie mit dem Resultat von a) die effektive Spannung und die Kreisfrequenz. 1

2. Berechnen Sie die Kreisfrequenz des elektrischen Haushaltnetzes. 2

3. Ein ohmscher Widerstand (120 Ohm) wird an ein 50 Hz-Netzgerät mit 31 V Spannungsamplitude angeschlossen.
   a) Wie gross ist der Spitzenstrom?
   b) Wie gross sind die minimale und die maximale, momentane Leistung?
   c) Wie gross ist die mittlere Leistung? 3

4. Eine gelandetes A320- Flugzeug wird versorgt mit 400 Hz, 115 V, 75 kW Wechselstrom.
   a) Wie gross ist die Spitzenspannung?
   b) Wie gross ist der effektive und der Spitzenstrom? 4

5. a) Erklären Sie in Worten, was die Ideen hinter der Definition des Effektivwertes sind.
   b) Erklären Sie in Worten, woher es kommt, dass Wechselspannung meistens cosinus-förmig ist. 5

6. Die Startphase einer harmonischen Wechselspannung $u(t)$, siehe FoTa, sei $\varphi_1 = -0.583\,\text{rad}$, die Frequenz sei 49.98 Hz und die effektive Spannung 120 V.

a) Berechnen Sie die Kreisfrequenz.
b) Zu welchem Zeitpunkt findet der erste Nulldurchgang der momentanen Spannung statt?
c) Berechnen Sie die Spannungsamplitude.
d) Wie gross ist der effektive Strom, wenn die Spannung an einem 250 Ω-Widerstand anliegt? 6

7. Eine Wechselspannung $u(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_1)$ mit $\hat{u} = 117$ V, $\omega = 2513\,\mathrm{s}^{-1}$ und $\varphi_1 = 1.02$ rad wird an einen 120 Ω-Widerstand angelegt.
a) Wie gross ist die momentane Spannung zum Zeitpunkt $t = 5.555$ ms?
b) Wie gross ist die effektive Spannung am Widerstand?
c) Wie gross ist die mittlere und die minimale Leistung? 7

8. Wie viel Leistung kann von einer Haushaltsteckdose, die mit 10 A gesichert ist, maximal bezogen werden? 8

9. Warum ist es unklar oder irreführend, wenn man statt Effektivwert einfach Mittelwert sagt? 9

10. Was bedeutet die englische Bezeichnung 'rms-voltage' genau? 10

11. Das US-amerikanische Wechselspannung-Haushaltnetz hat die Nennwerte 60 Hz und 120 V. Berechnen Sie die Spannungsamplitude, Kreisfrequenz und Schwingungsdauer der momentanen Spannung. 11

23.2 Elektromotoren, Generatoren und Transformatoren

1. Ein Aussenläufermotor der Firma ebm-papst hat Nennspannung 48 V, Nenndrehzahl 4000 U/min, Nenndrehmoment 250 mNm, Nennstrom 2.9 A und 105 W Dauerleistungsabgabe. Passen die Angaben zusammen? 1

2. Die Rotorspule eines Motors erfährt ein maximales Drehmoment von 17 mNm, wenn sie von 0.94 A durchflossen wird und sich in einem Feld von 0.13 T dreht. Die eisenlose Spule hat 37 Windungen. Berechnen Sie die Fläche der Spule. 2

3. Was ist der Unterschied zwischen einem Gleichstrommotor und einem Wechselstromgenerator in Aufbau und Funktion? Die Geräte sehen ja auf den ersten Blick ähnlich aus. 3

4. Ein Transformator mit $N_1 = 500$ soll 230 V Wechselspannung so transformieren, dass die Sekundärspannung 3.8 V Spitzenwert hat. Wie viele Windungen hat die Sekundärspule? 4

5. Ein voll belasteter, guter Transformator nimmt primärseitig 230 V und 0.88 kW auf. Die Primärspule hat 600 Windungen. Die Sekundärspannung ist 115 V.
a) Wie gross ist der Spitzenwert der Sekundärspannung?
b) Wie gross ist der Primärstrom?
c) Welche Windungszahl hat die Sekundärspule? 5

6. Das Netzteil für meine externe Harddisc gibt 12 V und 3.0 A (DC) ab, primärseitig ist es am Haushaltnetz angeschlossen.
a) Wie gross ist die abgegebene Leistung?
b) Wie gross ist der Strom primärseitig mindestens? Warum mindestens?
c) Der Strom wurde sekundärseitig gleichgerichtet. Wie gross war die Amplitude des Wechselstromes vor der Gleichrichtung? 6

7. Nennen Sie drei Vorteile von Dreiphasen-Wechselstrom gegenüber anderen Elektrizitätsarten. 7

23.3 Impedanz

1. Durch eine Spule fliesst ein Wechselstrom von 1.8 A, wenn eine Spannung von 222 V mit 50 Hz angelegt wird. Berechnen Sie die Induktivität der Spule. 1

2. In Abbildung 23.1 sehen Sie Strom und Spannung durch ein elektrisches Element.
a) Lesen Sie aus dem Bild möglichst genau die Schwingungsdauer heraus.
b) Bestimmen Sie die Phasenverschiebung inklusive Fehlerschranke (ohne Vorzeichen).
c) Handelt es sich um eine Spule oder einen Kondensator?
d) Bestimmen Sie die Impedanz des Elements. (unten verwenden)
e) Berechnen Sie die Induktivität oder Kapazität. 2

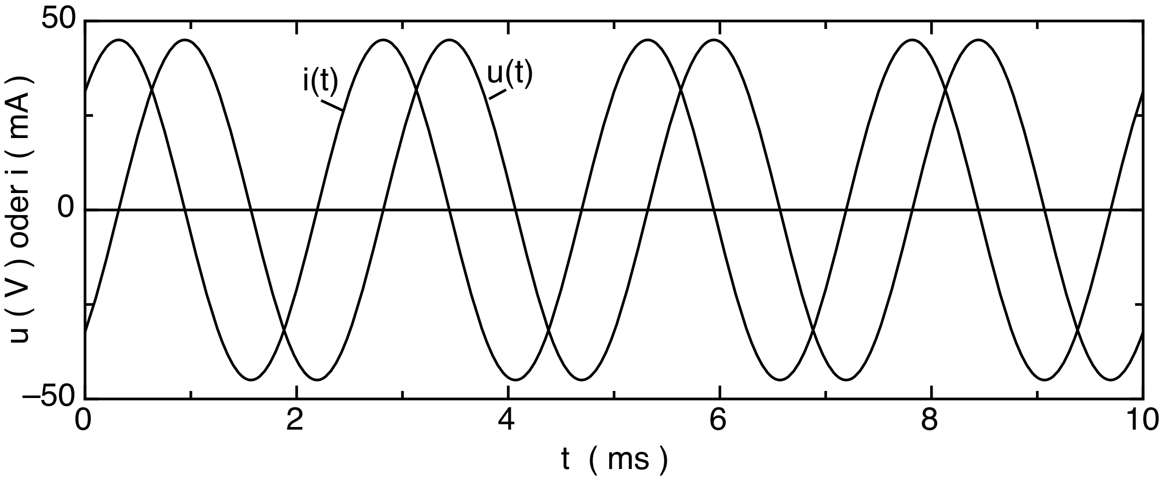


Abbildung 23.1: Siehe Aufgabe 2.

3. Ein Strom von 2.8 A gehe der Spannung von 230 V und 50 Hz eine Fünftelperiode voraus.
a) Berechnen Sie die Wirkleistung.
b) Berechnen Sie die Impedanz.
c) Berechnen Sie die Scheinleistung.
d) Berechnen Sie die Blindleistung. 3

4. In Abbildung 23.2 sehen Sie eine harmonische Wechselspannung.
a) Berechnen Sie die effektive Spannung.
b) Bestimmen Sie möglichst genau die Schwingungsdauer inklusive Fehlerschranke.
c) Berechnen Sie aus b) die Kreisfrequenz.
d) Bestimmen Sie aus Abb. 23.2 die Startphase.
e) Die Spannung liege an einer idealen Spule mit 3.3 mH Induktivität an. Berechnen Sie die Stromamplitude.
f) Zeichnen Sie in die Abb. 23.2 den Stromverlauf ein. Beschriften Sie die rechte, vertikale Skala für diesen Graphen. 4

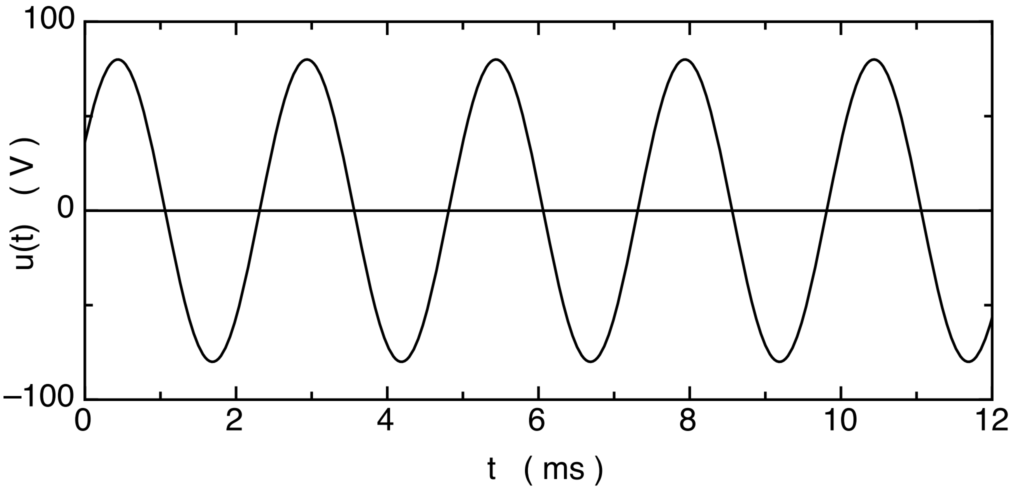


Abbildung 23.2: Harmonische Wechselspannung $u(t) = \hat{u}\cos(\omega t+\varphi_1)$ *mit Spannungsamplitude* $\hat{u} = 80.0\,\mathrm{V}$ *zu Aufgabe 4.*

Teil IV

Schwingungen und Wellen

Kapitel 24

Geometrische Optik

24.1 Reflexion und Brechung

1. Licht konnte in einem speziell präparierten Gas auf 17 m/s abgebremst werden (Lene Hau et. al, Nature, 1999). Berechnen Sie den absoluten Brechungsindex dieses Gases. 1

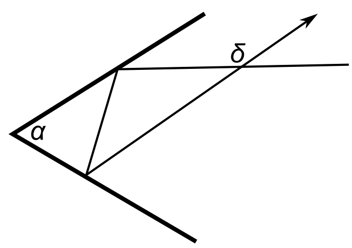
2. Ein Lichtstrahl fällt auf eine Grenzfläche Luft/Glas und wird $\delta = 1.873\,°$ aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt. Das Glas hat Brechungsindex 1.4829 (relativ zu Luft). Berechnen Sie den Einfallswinkel in der Luft. 2

3. Ein Lichtstrahl hat Einfallswinkel 65.3° auf eine Grenzfläche Wasser→Plexiglas. Berechnen Sie den Brechungswinkel im Plexiglas (Acryl). 3

4. a) Welche Relation müssen der Brechungsindex n_1 des Einfallsmediums und der Brechungsindex n_2 des angrenzenden Mediums erfüllen, damit Totalreflexion bei irgend einem Winkel auftreten kann?
   b) Welche Bedingung muss der Einfallswinkel α_1 erfüllen, damit Totalreflexion auftritt? 4

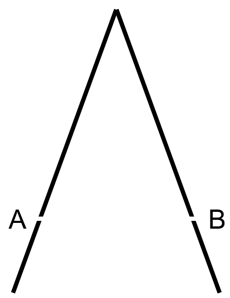
5. Berechnen Sie den Ablenkwinkel δ in Abbildung 24.1 als Funktion des Winkels α zwischen den zwei Spiegeln. 5

   Abbildung 24.1: Zwei Spiegel schliessen den Winkel α ein. Ein Lichtstrahl wird – wie schematisch gezeichnet – zurückgeworfen und schliesst den Winkel δ mit dem einfallenden Strahl ein. Wie hängen α und δ zusammen?

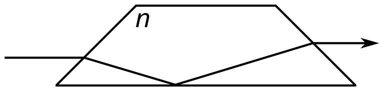
6. Ein Winkelspiegel hat zwei kleine Löcher A und B, siehe Abb. 24.2. Wie verläuft ein Lichtstrahl, der bei A eintritt, zwischen den Spiegeln ein-, zwei- oder dreimal reflektiert wird und bei B wieder austritt? Zeigen Sie, wie es geht (Konstruktion) oder warum es nicht geht. 6

   Abbildung 24.2: Zwei Spiegel schliessen einen spitzen Winkel (40°) ein. Wie läuft ein Lichtstrahl von Öffnung A nach B, der von den Spiegeln einige Male hin und her reflektiert wird?

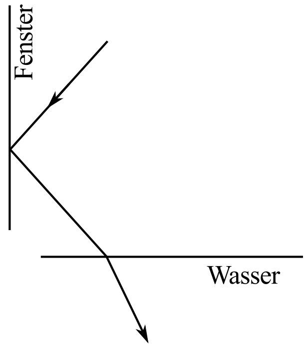
7. Ein Lichtstrahl durchquert wie in Abb. 24.3 dargestellt ein Dove-Prisma (trapezförmiges Prisma mit zwei 45°- resp. $\pi/4$-Basiswinkeln). Der Einfallsstrahl sei parallel zur Basis.
   a) Zeigen Sie, dass der austretende Strahl parallel zum einfallenden Strahl ist.
   b) Kann unten Totalreflexion auftreten für ein Prisma aus Plexiglas? (ohne Schlussformel)
   c) Warum nennt man das Dove-Prisma auch Umkehrprisma? 7

Abbildung 24.3: Umkehrprisma nach Heinrich Wilhelm Dove.



8. Ein Lichtstrahl fällt wie in Abb. 24.4 unter 48° auf eine vertikale Glasfront und trifft danach auf eine ebene Wasseroberfläche. Berechnen Sie den Brechungswinkel im Wasser. 8

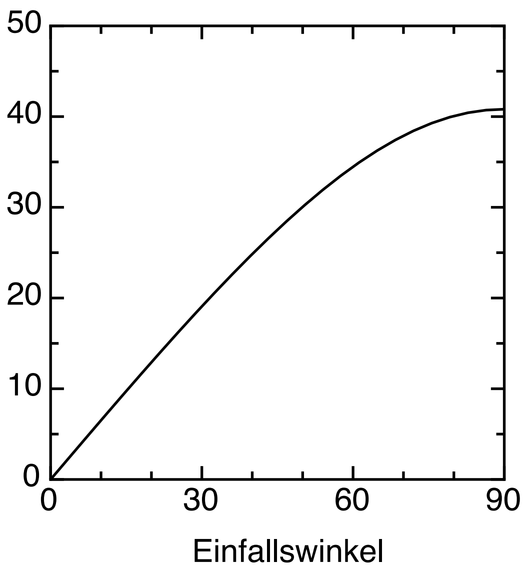
Abbildung 24.4: Ein Lichtstrahl trifft eine vertikale Fensterfront und wird auf den Teich davor gespiegelt.



9. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich Licht in Plexiglas? 9

10. In Abbildung 24.5 sehen Sie den Brechungswinkel von Licht, das auf eine Grenzfläche trifft, gegen den Einfallswinkel graphisch dargestellt. Der Brechungsindex n_1 des Einfallsmediums sei genau Eins.
    a) Ergänzen Sie die Achsenbeschriftung und die Legende.
    b) Bestimmen Sie den Brechungsindex n_2. 10

Abbildung 24.5:



11. Wie muss der Einfallswinkel gewählt werden, damit gebrochener und reflektierter Strahl senkrecht auf einander stehen? 11

12. Der Einfallswinkel betrage 31.8°, der Brechungswinkel in Wasser 38.2°.
    a) Wie gross ist der Brechungsindex des Einfallsmediums?
    b) Berechnen Sie den Grenzwinkel der Totalreflexion. 12

24.2 Linsen und Spiegel

1. Eine Person muss eine Brille mit -2.5 dpt tragen.
   a) Wie heisst die Grösse mit Einheit dpt?

b) Ist die Person kurz- oder weitsichtig?
c) Berechnen Sie die Brennweite der Brillengläser.
d) Zeichnen Sie einen Querschnitt durch ein Brillenglas. 1

2. Zwei Linsen haben gleiche Form und Grösse. Die erste besteht aus dem Jenaer Glas FK3, das andere aus Jenaer Glas SF4. In welchem Verhältnis stehen die Brennweiten? (für gelbes Licht, NaD) 2

3. Eine Linse hat Brennweite 3.82 cm in Luft gemessen. Erklären Sie in Worten, was mit der Brennweite passiert, wenn die Linse vollkommen in Wasser getaucht wird. 3

4. Galileo Galilei hat für sein Fernrohr eine plankonvexe Glaslinse mit ca. 90 cm Brennweite hergestellt. Das Glas habe einen Brechungsindex von 1.555. Welchen Krümmungsradius muss die konvexe Seite der Linse erhalten? (Tipp: Eine ebene Fläche hat Krümmungsradius unendlich.) 4

5. In Abb. 24.6 sehen Sie einen Hohlspiegel. Bestimmen Sie seine Brennweite. 5

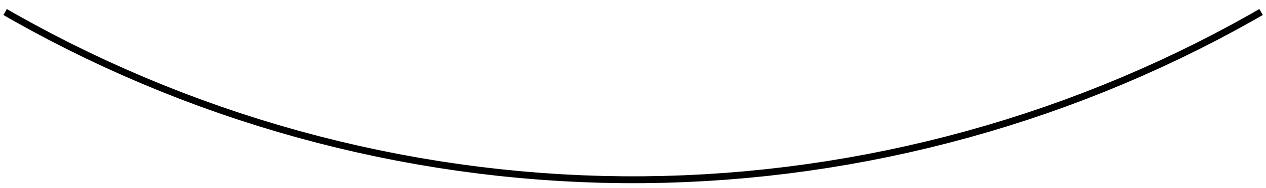


Abbildung 24.6: Sphärischer Hohlspiegel im Querschnitt.

24.3 Abbildungsgesetze

1. Ein Mikroskop-Objektiv mit Brennweite 4.4 mm soll eine Bildweite von 160 mm (Tubuslänge) haben. Berechnen Sie a) die Gegenstandsweite und b) den Abbildungsmasstab. 1

2. Der Gegenstand steht 29.3 cm vor der Linse, das Bild 43.3 cm dahinter.
a) Berechnen Sie den Abbildungsmassstab.
b) Handelt es sich um eine Sammel- oder Zerstreuunglinse?
c) Berechnen Sie die Brennweite der Linse. 2

3. Was passiert mit dem Bild, wenn die untere Hälfte der abbildenden Linse zugedeckt wird? 3

4. Der Abbildungsmassstab ist 1.00, Gegenstand und Bildschirm haben 956 mm Abstand. Berechnen Sie die Brennweite der Sammellinse. 4

5. Ein Objekt steht (7.8±0.3) cm vor einem Objektiv und wird auf einen Bildschirm (158±2) mm hinter dem Objektiv abgebildet.
a) Berechnen Sie den Abbildungsmassstab inklusive Fehlerschranke (Rechnung nach Schema)
b) Berechnen Sie die Brechkraft des Objektivs. 5

6. Gegenstand und Bildschirm haben 935 mm Abstand. Die Linse mit 142 mm Brennweite wirft ein scharfes Bild auf den Schirm. Berechnen Sie die Gegenstandsweite und den Abbildungsmassstab. 6

7. (47.5±0.6) cm vor einer Linse mit (12.3±0.3) cm Brennweite befindet sich ein Gegenstand.
a) Berechnen Sie die Bildweite inklusive Fehlerschranke.
b) Berechnen Sie den Abbildungsmassstab (ohne Fehlerschranke). 7

8. Die Gegenstandsweite betrage 28.3 mm und der Abbildungsmassstab $A = 2.8$. Berechnen Sie die Brennweite der Linse mit Fehlerrechnung. 8

9. Der Gegenstand stehe 1083 mm vor einer Linse mit 273 mm Brennweite. Berechnen Sie die Bildweite und den Abbildungsmassstab. 9

10. Stellt man den Schirm nicht bei der Bildweite hin, so entsteht kein scharfes Bild. Untersuchen Sie das unscharfe Bild (Form und Grösse) für einen Gegenstandspunkt auf der optischen Achse. 10

11. a) Gegenstand und Bildschirm haben Abstand d. In welchem Abstand vom Gegenstand muss man eine Linse der Brennweite $f > 0$ hinstellen, damit sich ein scharfes Bild ergibt?
b) Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit Teilaufgabe a) eine Lösung hat? 11

12. Die Brennweite des fehlsichtigen Auges betrage 31 mm, ein Normalsichtiges hätte 24 mm. Berechnen Sie die Brechkraft der Korrekturlinse (Brillenglas). 12

13. Der Gegenstand sei 1781 mm gross, das Bild 31.2 mm. Die Gegenstandsweite sei 2500 mm. Berechnen Sie die Brennweite des Photoobjektivs. 13

24.4 Optische Geräte

1. Im Jahre 1609 baute Galilei ein holländisches Fernrohr nach und beobachtete damit den Sternenhimmel. Sein Fernrohr bestand aus einer Objektivlinse mit ca. 900 mm Brennweite und einer Okularlinse mit ca. -50 mm Brennweite. Berechnen Sie die Vergrösserung. 1

Kapitel 25

Schwingungen

25.1 Pendel

1. Berechnen Sie aus der Schwingungsdauer T formal die Kreisfrequenz ω eines
   a) Federpendels und
   b) Fadenpendels (bei kleiner Amplitude). 1

2. Ein Körper der Masse m wird an eine Feder mit Federkonstante k gehängt und ohne Anfangsgeschwindigkeit losgelassen. Die Feder sei beim Start entspannt und sie sei viel leichter als der schwingende Körper. Charakterisieren Sie die Schwingung, indem Sie
   a) die Bahngleichung $y(t)$ angeben.
   b) die Amplitude berechnen.
   c) die maximale Geschwindigkeit angeben.
   d) die maximale Beschleunigung bestimmen. 2

3. Eine Kinderschaukel ist an 2.5 m langen Seilen aufgehängt, die 10° gegen die Vertikale geneigt sind, siehe Abb. 25.1. Berechnen Sie die Schwingungsdauer. 3

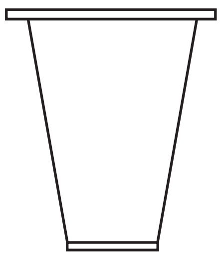


Abbildung 25.1: Kinderschaukel mit schrägen Seilen (nicht massstäblich).

4. Wie viele Promille muss die Länge eines Standuhr-Pendels vergrössert werden, wenn die Schwingungsdauer 0.104 ‰ zunehmen soll? 4

5. Ein Fadenpendel hat Länge 998 mm und Schwingungsdauer 2.006 s.
   a) Wie gross ist die Fallbeschleunigung an diesem Ort?
   b) Um welchen Faktor muss man die Länge verändern, um daraus ein Sekundenpendel zu machen? 5

6. Ein Pendelkörper von 350 g Masse wird an eine Feder mit Federkonstante 58 N/m gehängt. Dann wird er 4.5 cm aus der Gleichgewichtslage nach unten gezogen und ohne Anfangsgeschwindigkeit losgelassen.

a) Wie gross ist die Anfangsphase? Die Bahngleichung sei $y = \hat{y}\sin(\omega t + \varphi_0)$.
b) Berechnen Sie die Schwingungsdauer T. 6

7. Ein Sekundenpendel hat die Länge (994±2) mm. Berechnen Sie die Fallbeschleunigung inklusive Fehlerschranke. 7

8. Welche Länge hätte das Sekundenpendel auf dem Mond? 8

9. Hängt man einen Körper von 380 g an eine Feder, so schwingt das Federpendel mit einer Frequenz von 1.83 Hz. Berechnen Sie die Federkonstante der Feder. 9

10. Das Pendel ist 758 mm lang und die Fallbeschleunigung hat den Wert 9.8 m/s^2. Berechnen Sie die Schwingungsdauer dieses Fadenpendels bei kleiner Amplitude. 10

11. Um welchen Faktor muss man die Länge eines Fadenpendels vergrössern, damit sich die Schwingungsdauer verdoppelt? 11

12. a) Wie lange ist das Sekundenpendel in Zermatt?
b) Welche Schwingungsdauer hat jenes Pendel bei gleicher Länge in Basel? 12

13. Die Schwingungsdauer zweier Fadenpendel unterscheiden sich um 1.67 %. Wie viel unterscheiden sich die Pendellängen? 13

14. Ein Fadenpendel schwinge bei uns mit Periode 1.873 s. Berechnen Sie seine Länge. 14

15. Wie gross wäre die Schwingungsdauer eines Fadenpendels an der Erdoberfläche, dessen Länge gleich dem Erdradius ist? Hat das Resultat irgend eine Bedeutung? 15

16. Welche Länge müsste ein Fadenpendel auf der Erde haben, damit die Schwingungsdauer ein Tag ist? Kommentar? 16

17. Eine Schülerin hat Abbildung 25.2 im Internet gefunden, in einem Bericht verwendet und selbst in der Legende dazu geschrieben: “Das Pendel erfährt eine Gewichtskraft F_G und die Rücktreibende Kraft F.”
Was ist falsch oder unglücklich an dieser Beschreibung und inwiefern ist dieser Fehler durch die Darstellung provoziert worden? 17

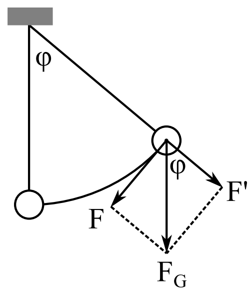


Abbildung 25.2: Nachzeichnung einer Grafik aus dem Internet mit einem Fadenpendel und den Kräften.

25.2 harmonische Schwingung

1. Ein Körper von 500 g Masse hängt an einer Feder mit 37 N/m Federkonstante. Der Körper wird +8.3 cm ausgelenkt und mit −73 cm/s losgeschossen.
a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer.
b) Berechnen Sie die Amplitude und Anfangsphase der Schwingung. 1

2. Ich übe jeweils mit meinen Klassen, wie man eine Sinuskurve zeichnet. Einige stellen harmonische Schwingungen $y(t)$ nämlich fälschlicherweise als Abfolge von Halbkreisen dar. Welche Konsequenzen hätte das bei einer mechanischen Schwingung? 2

3. Ein Körper der Masse 200 g hängt an einer Feder mit Federkonstante 1.38 kN/m und wird mit einer Amplitude von 5.57 mm in Schwingung versetzt.
a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer.

b) Berechnen Sie die momentane Auslenkung eine Drittelperiode nach einem Nulldurchgang.
c) Berechnen Sie die Momentangeschwindigkeit eine Viertelperiode nach einem Nulldurchgang. 3

4. In Abbildung 25.3 ist eine harmonische Schwingung $y = \hat{y}\sin(\omega t + \varphi_0)$ dargestellt.
a) Messen Sie möglichst genau Periodendauer, Amplitude und Anfangsphase aus Abb. 25.3 heraus.
b) Wie gross ist die Kreisfrequenz dieser Schwingung?
c) Bestimmen Sie die maximale Geschwindigkeit der Bewegung. 4

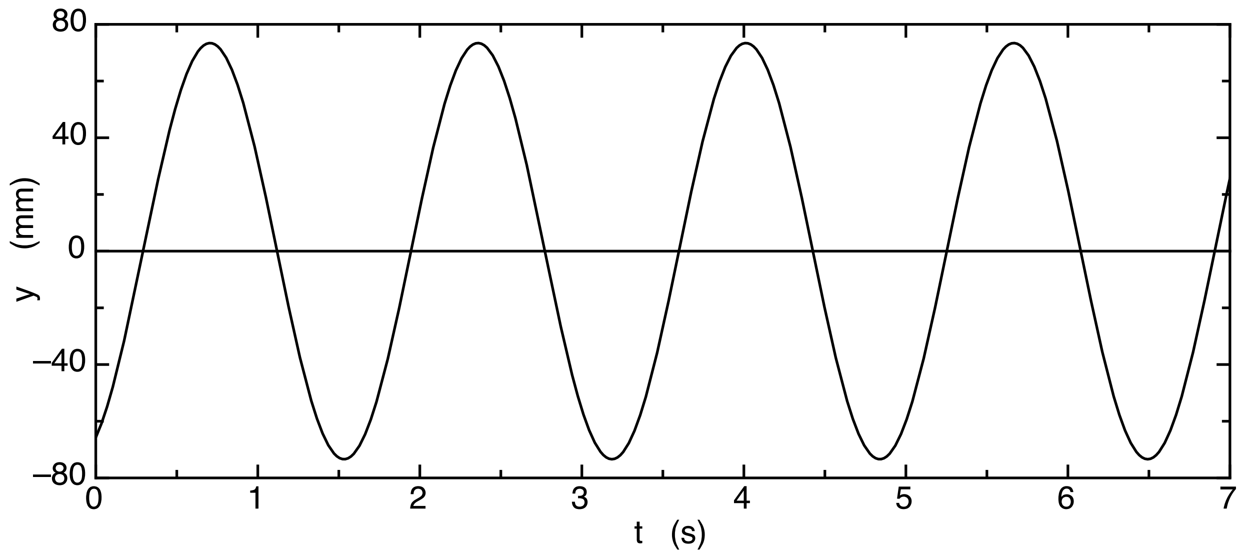


Abbildung 25.3: Ort-Zeit Diagramm einer Schwingung $y = \hat{y}\sin(\omega t + \varphi_0)$

5. Bei einer harmonischen Schwingung $y = \hat{y}\sin(\omega t + \varphi_0)$ ist die Amplitude 17.3 mm, die Schwingungsdauer 278 ms und die Startphase +1.095 rad.
a) Berechnen Sie die Kreisfrequenz.
b) Berechnen Sie den Momentanwert y zur Zeit $t = 0.8725$ s.
c) Zu welchem Zeitpunkt erfolgt der erste Nulldurchgang?
d) Wie gross ist die maximale Beschleunigung? 5

6. Ein Pendel besteht aus einer Feder mit Federkonstante $D = 83\,\mathrm{N/m}$ und einem Pendelkörper mit Masse $m = 0.300$ kg. Das Pendel wird um $y_0 = 5.7$ cm ausgelenkt und ohne Anfangsgeschwindigkeit losgelassen. Bekanntlich vollführt es dann eine harmonische Schwingung mit Bahngleichung $y(t) = \hat{y}\cos(\omega t + \varphi_0)$. Berechnen Sie die Zahlenwerte aller Parameter in der Bahngleichung. 6

7. Eine harmonische Schwingung $y = \hat{y}\sin(\omega t + \varphi_0)$ hat die Parameter $\hat{y} = 1.8$ cm, $\omega = 13\,\mathrm{s}^{-1}$ und $\varphi_0 = -0.87$ rad.
a) Berechnen Sie den Zeitpunkt des ersten ($t > 0$) Nulldurchgangs.
b) Berechnen Sie die Schwingungsdauer.
c) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit.
d) Wie gross ist die momentane Phase zur Zeit $t = 0.995$ s? 7

8. In Abbildung 25.4 sehen Sie eine Sinusschwingung.
a) Lesen Sie möglichst genau Schwingungsdauer und Anfangsphase heraus.
b) Bestimmen Sie über eine Messung die Amplitude inklusive Fehlerschranke.
c) Berechnen Sie aus a) und/oder b) die maximale Geschwindigkeit (ohne Fehlerschranke). 8

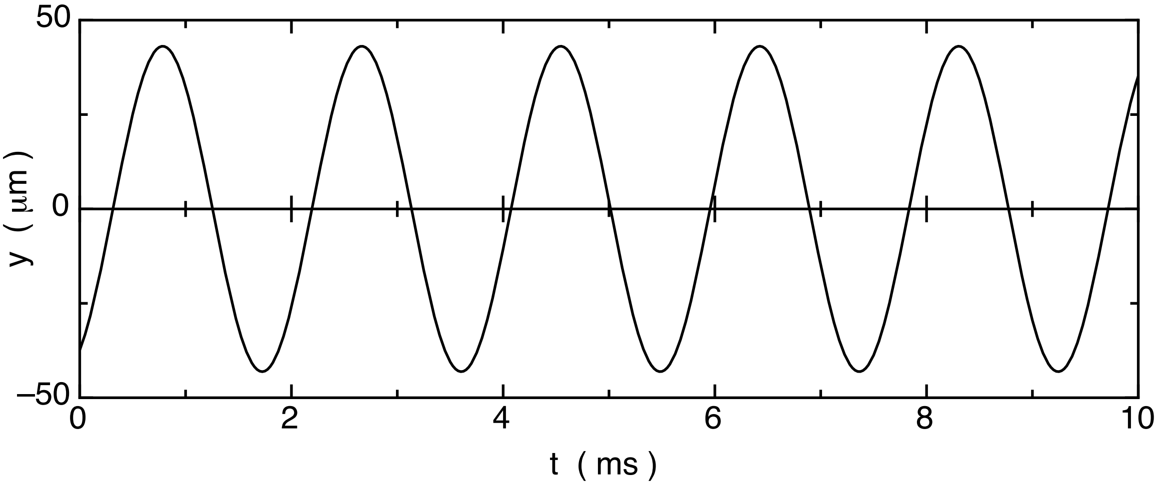


Abbildung 25.4: Bahnkurve einer Sinusschwingung (Aufgabe 8).

9. Eine harmonische Schwingung hat einen negativen Momentanwert, der immer noch am abnehmen ist. Was kann man über die momentane Phase der Schwingung sagen? 9

25.3 erzwungene Schwingung

1. Zeichnen Sie eine Resonanzkurve und erläutern Sie den Verlauf. 1

2. Die Spiegel des Gravitationswellendetektors ‘GEO600’ sind derart reibungsarm aufgehängt, dass eine Vibration des Aufhängesystems bei ca. 620 Hz drei Jahre Abklingzeit hat. Zeichnen Sie so gut als möglich eine Resonanzkurve. Ignorieren Sie alle Resonanzfrequenzen ausser 620 Hz. 2

Kapitel 26

Wellen

26.1 Wellenlänge, Frequenz und Phase

1. Welche Wellenlänge hat eine Schallwelle der Frequenz 1.0 kHz in Luft? 1

2. Ein GSM-Handy empfängt Strahlung der Frequenz 900 MHz. Berechnen Sie die Wellenlänge. 2

3. Eine ebene, elektromagnetische Welle hat 9.1926 GHz Frequenz und läuft im Vakuum. Berechnen Sie die Kreiswellenzahl und die Schwingungsdauer. 3

4. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der sich die erste Nullstelle einer harmonischen Welle $u = \hat{u}\sin(kx - \omega t)$ bewegt. 4

5. Was ist falsch an folgendem Text? Was ist wohl gemeint? Wie könnte man es besser sagen?
   "WiFi ist ein Energiefeld, das in Wellen übertragen wird. Der Abstand dieser Wellen ist kürzer als bei Radiowellen und länger als bei Mikrowellen und verleiht WiFi eine Übertragungsbandbreite, die nicht durch andere Signale unterbrochen wird. Die Amplituden (also Wellenspitzen) von WiFi-Signalen variieren zwischen 8 und 13 Zentimetern." (www.bluewin.ch, 1. August 2013)
   Wi-Fi ist ein Funkstandard, z.B. für drahtlose Computernetzwerke (WLAN). 5

6. Zwei in gleicher Richtung laufende, harmonische Wellen gleicher Frequenz f, Wellenlänge λ und Amplitude A überlagern sich, d.h. die Momentanwerte addieren sich. Die resultierende Welle hat Amplitude $A/2$. Berechnen Sie den Phasenunterschied der zwei Wellen. 6

26.2 Wellengeschwindigkeit

1. Die unendliche Federkette, siehe Fig. 26.1, ist ein Modell für einen Kristall. Die Federn symbolisieren die chemischen Bindungen und die schwingenden Körper die Atome. Longitudinale Wellen, die über die Federkette laufen, stehen für Wärmebewegungen oder elastischen Schwingungen.
   a) Versuchen Sie, die Wellengeschwindigkeit durch eine Dimensionsanalyse zu bestimmen.
   b) Begründen Sie, warum die vorangehende Teilaufgabe nicht geht.
   c) Was fehlt im Ansatz? Wie könnte man den Ansatz 'reparieren'? 1

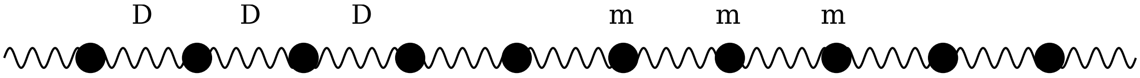


Abbildung 26.1: Unendlich lange Federkette aus Federn mit Federkonstante D und schwingenden Körpern der Masse m.

2. Was passiert mit der Schallgeschwindigkeit in einem Gas, wenn die absolute Temperatur von 270 K auf 298 K zunimmt? 2

3. Die mittlere Lufttemperatur in der Troposphäre nimmt mit 6.0 K/km nach oben ab. Eine Schallwelle wird unter 45° zur Vertikalen an der Erdoberfläche (20 °C) abgestrahlt. Welche Richtung hat die Schallwelle in 3.0 km Höhe? Wie läuft sie qualitativ? Gibt es eine maximale Höhe? Tipp: Schreiben Sie das Brechungsgesetz mit den Wellengeschwindigkeiten statt mit den Brechungsindizes. 3

4. Ein Schüler mit Spatzenhirn setzt 300 m/s für die Schallgeschwindigkeit in Luft ein, statt des Wertes in der FoTa. Bei welcher Temperatur wäre das der Fall? 4

5. Das Licht einer Quelle habe Frequenz $5.83 \cdot 10^{14}$ Hz.
a) Welche 'Farbe' hat das Licht?
b) Welche Geschwindigkeit hat dieses Licht in Gycerin? 5

6. Sie finden in der FoTa die Schallgeschwindigkeit von Methan bei 20 °C. Berechnen Sie daraus
a) die Schallgeschwindigkeit bei 53 °C und
b) den Adiabatenexponenten $\varkappa$. 6

7. Im Jahr 2009 soll eine Welle mit 250 km/s über die Sonnenoberfläche gelaufen sein. Berechnen sie die Wellenlänge dieser Schwerewelle. 7

8. Eine lange Schraubenfeder wird gespannt und leicht gezupft. Mit welcher Geschwindigkeit laufen longitudinale Wellen über die Feder? 8

9. Die Schallgeschwindigkeit in Chlorgas bei 0 °C und 1013 hPa beträgt 206 m/s.
a) Berechnen Sie den Adiabatenexponenten.
b) Welchen Wert bekommt die Schallgeschwindigkeit, wenn die Temperatur auf 20 °C steigt? 9

10. Für langwellige Wasserwellen über tiefem Wasser gilt $\omega^2 = gk$. Wie hängt die Wellengeschwindigkeit von der Wellenlänge ab? 10

11. Berechnen Sie die neue Schallgeschwindigkeit, wenn die Temperatur im Zimmer von 20.0 auf 23.0 °C steigt, ausgehend vom tabellierten Geschwindigkeitswert in der FoTa. 11

26.3 Intensität und Polarisation

Schallintensität (Schallstärke) siehe Akustik

1. Eine kreisförmige Antenne mit Fläche A werde von einem harmonisch oszillierenden Strom $i(t) = i_0 \cos(\omega t)$ durchflossen. Im Buch "Physik" von M. Alonso und E. J. Finn steht, dass sich die mittlere Leistung, mit der elektromagnetische Wellen abgestrahlt werden, folgendermassen berechnen lasse:

$$\bar{P} = \frac{1}{12\pi\varepsilon_0 c^5} \cdot i_0^2 A^2 \omega^4$$

a) Kontrollieren Sie, ob die fünfte Potenz der Lichtgeschwindigkeit im Nenner ein Tippfehler ist.
b) Die Grösse $m = i_0 A$ heisst magnetisches Dipolmoment. Drücken Sie die mittlere Strahlungsleistung damit aus.
c) Es ist seltsam, dass bei der Strahlungleistung eines magnetischen Dipols die magnetische Feldkonstante μ_0 fehlt. Drücken Sie die Strahlungsleistung durch μ_0 und c aus. 1

2. Ein Laser verstärkt die Energieflussdichte J eines Lichtstrahls um den Faktor zehn. Was passiert mit der Feldstärke der elektromagnetischen Welle? 2

3. Eine Radiowelle habe die Frequenz 102.8 MHz. Die Energieflussdichte in 1.0 km Abstand vom Sender betrage 80 µW/m^2.
   a) Berechnen Sie die Wellenlänge.
   b) Berechnen Sie die Amplitude der Welle (elektrische Feldstärke).
   c) Wie gross wäre die Energieflussdichte in 2.3 km Abstand vom Sender? 3

4. Der Anlagegrenzwert für den Effektivwert der elektrischen Feldstärke einer Radaranlage beträgt 5,5 V/m (www.admin.ch, 28. Mai 2013). Berechnen Sie die dazu gehörende Energieflussdichte. 4

5. Ein Radiosender hat die Sendeleistung 50 kW.
   a) Welche Energieflussdichte J und
   b) Feldstärke $\hat{E}$ hat man in 3.8 km Abstand vom Sender etwa?
   c) Welche Annahme(n) haben Sie treffen müssen? 5

26.4 Interferenz und Beugung

1. ‘Gelbes Licht’ von einer Natriumdampflampe wird an einem Gitter gebeugt. Der Winkel der zweiten Beugungsordnung beträgt 37°28’. Berechnen Sie die Gitterperiode. 1

2. Wie dick muss eine aufgedampfte Schicht auf einem Glas mindestens sein, wenn Sie als Interferenzspiegel dienen soll? 2

3. Die Europäische Südsternwarte hatte mal Studien für ein Overwhelmingly Large Telescope (OWL) mit 100 m Durchmesser durchgeführt. Welche Auflösung (Winkel) hätte dieses Teleskop bei 1.2 µm Wellenlänge gehabt? Drücken Sie den Winkel in Millibogensekunden (mas) aus. 3

4. Der erste Beugungswinkel eines groben Strichgitters beträgt 1.4° bei der Wellenlänge 633 nm. Berechnen Sie die Gitterkonstante d. 4

5. Wie klein muss die Gitterkonstante d eines periodischen Strichgitters werden, damit gar keine Beugung mehr auftritt? (formale Lösung für senkrechten Einfall) 5

6. Der Doppelspalt-Versuch von Abbildung 26.2 wurde von Thomas Young 1802 durchgeführt. Erklären Sie das Muster auf dem Beobachtungsschirm (Abb. 26.3). Berechnen Sie den Abstand zweier Streifen auf dem Schirm für den Fall $D \gg d$ und $D \gg \lambda$. 6

7. Ein Mach-Zehnder Interferometer (siehe Abb. 26.4) ist so justiert, dass die beiden Lichtwege genau gleich lang sind. Begründen Sie, weshalb dann im Ausgang A_1 konstruktive Interferenz auftritt und im Ausgang A_2 destruktive. 7

8. Am Ausgang des Quincke-Rohrs (Abb. 26.5) treten in regelmässigen Abständen Maxima und Minima der Lautstärke auf, wenn man den rechten Schenkel auszieht. Tabelle 26.1 zeigt Messungen des Auszugs d für die Minima.
   a) Berechnen Sie aus Messung 4 die Wellenlänge und Frequenz des Schalles unter der Annahmen, dass bei $d = 0$ konstruktive Interferenz auftritt.
   b) Berechnen Sie aus den zwei Messung 1 und 9 (d_A) die Wellenlänge ohne die Annahme, dass bei $d = 0$ konstruktive Interferenz auftritt.
   c) Stellen Sie $d(n)$ graphisch dar und führen Sie eine lineare Regression durch. Welche Bedeutung haben die Regressionsparameter? 8

n	d_A (cm)	d_B (cm)
1	1.8	1.7
2	5.3	5.1
3	8.5	8.6
4	12.0	12.0
5	15.3	15.6
6	19.0	19.2
7	22.4	22.4
8	25.9	26.0
9	29.3	29.4
10	32.8	32.4

Tabelle 26.1: Zwei Messreihen am Quincke-Rohr mit Positionen d_A und d_B der Minima. Die Temperatur betrug ca. 20 °C, der Messfehler etwa 0.3 cm.

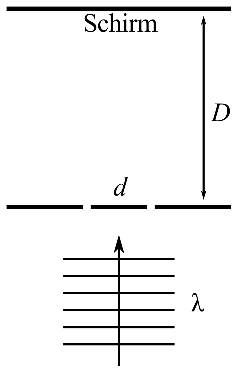


Abbildung 26.2: Eine Lichtwelle fällt normal auf einen Doppelspalt. Er besteht aus parallelen, engen Schlitzen mit Abstand d in einer undurchsichtigen Blende. Im Abstand D hinter dem Doppelspalt steht ein Schirm (oder ein Detektor).

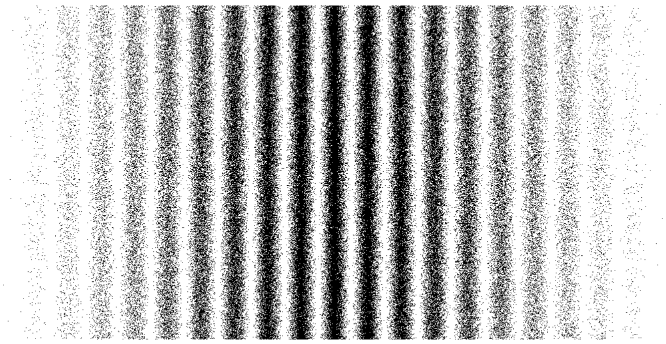


Abbildung 26.3: Streifenmuster auf dem Schirm. Stark geschwärzte Stellen sind von viel Licht getroffen worden. (simuliertes Bild)

Abbildung 26.4: Ein Mach-Zehnder Interferometer enthält zwei gleiche Strahlteiler T und zwei gleiche Spiegel S. Es hat einen Eingang E und zwei Ausgänge A. Der einfallende Strahl wird bei T_E geteilt; dann bewegen sich die zwei Teilwellen auf getrennten Wegen zum Strahlteiler T_A, wo sie überlagert werden. Das Interferometer wird meist so justiert, dass die beiden Wege (via S_1 oder via S_2) gleich lang sind.

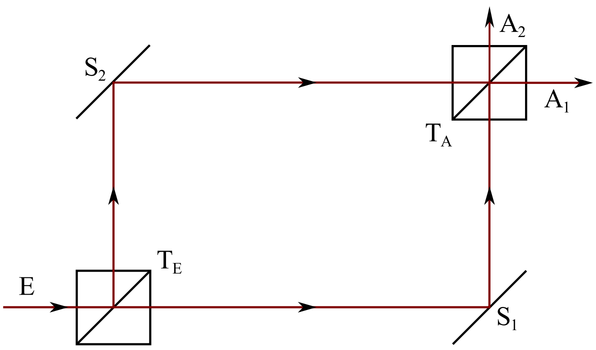
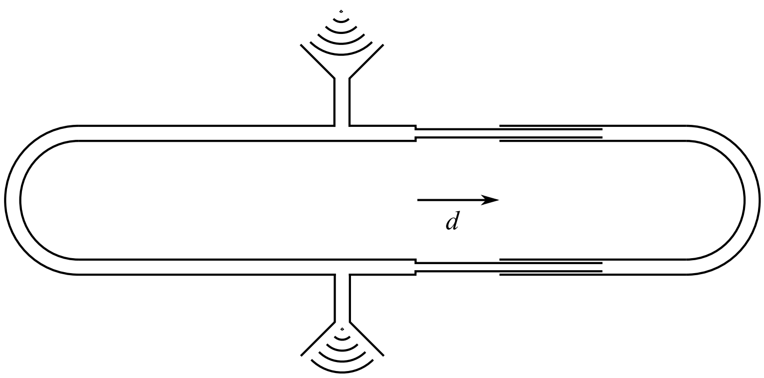


Abbildung 26.5: Quincke-Rohr mit zwei U-förmigen Schenkeln, von denen einer ausziehbar ist. Für d = 0 sind die beiden Schenkel gleich lang. Am oberen Trichter tritt der Schall ein, dann teilt er sich auf die zwei Wege auf und kommt unten wieder heraus.



9. Schickt man Licht der Wellenlänge 514.91 nm auf ein Strichgitter, so wird es in erster Ordnung um 31° 31' 31" gebeugt.
a) Berechnen Sie die Gitterkonstante d.
b) Berechnen Sie den 1. Beugungswinkel für $\lambda = 515.37$ nm (Winkeldarstellung wie oben) 9

10. Der Hof des Mondes entsteht, wenn das Licht des Mondes an kleinen Nebeltröpfchen gebeugt wird. Wie gross müssen diese Tröpfchen sein, wenn das erste Beugungsminimum gerade mit dem scheinbaren Radius des Mondes übereinstimmt? Der scheinbare Radius (Winkelradius) steht in der FoTa, als Wellenlänge nehmen Sie bitte 550 nm. 10

11. Ein Gitter erzeugt Beugungsordnungen bis $m = 8$, wenn man es senkrecht mit Licht der Wellenlänge 514.3 nm bestrahlt. Was kann man dann über die Gitterkonstante d sagen? 11

12. Ein Michelson-Interferometer wird so justiert, dass der Ausgang dunkel ist. Dann wird ein Arm 9.8358 mm ausgezogen. Die Intensität im Ausgang wechselt dabei 1500 Mal nach hell und wieder nach dunkel. Am Schluss ist der Ausgang dunkel. Berechnen Sie die Wellenlänge. 12

13. Es gibt Käfer, die sehen farbig aus, obwohl ihr Panzer keine Farbstoffe enthält und auch unter dem Mikroskop ganz glatt aussieht. Wie ist so etwas möglich? 13

14. In einem Sagnac-Interferometer läuft das Licht denselben Weg in entgegen gesetzten Richtungen, siehe Abb. 26.6. Wenn das Interferometer rotiert, kann man am Ausgang einen Phasenunterschied der Wellen, die gegensinnig umgelaufen sind, beobachten.
a) Warum gibt es einen Phasenunterschied?
b) Ist die in der Bildlegende angegebene Formel für den Phasenunterschied plausibel?
c) Im Jahr 1925 konnten A. A. Michelson und H. G. Gale mit einem rechteckigen Sagnac-Interferometer von 613 m Länge und 339 m Breite die Erdrotation nachweisen. Wie gross wäre die Phasenverschiebung, wenn das Interferometer am Nordpol gestanden wäre? Rechnen Sie mit Licht von 500 nm Wellenlänge.
d) Versuchen Sie, die in der Legende von Abb. 26.6 genannte Formel zu begründen. Nehmen Sie an, der Lichtweg sei kreisförmig mit Radius r und rotiere um den Kreismittelpunkt. Berechnen Sie die Zeiten, welche die gegensinnig laufenden Wellen für einen Umlauf benötigen. Die Zeitdifferenz ist proportional zur Phasendifferenz. 14

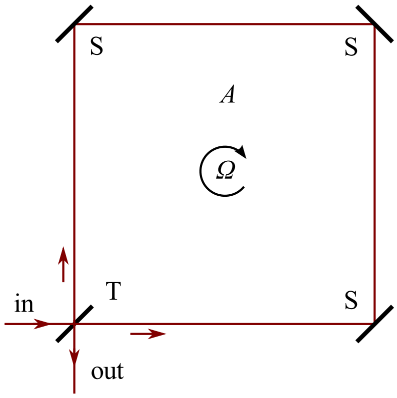


Abbildung 26.6: Beim Sagnac-Interferometer laufen die Teilstrahlen denselben Weg in entgegengesetzten Richtungen. T ist der Strahlteiler, S sind Spiegel, Ω ist die Winkelgeschwindigkeit, mit der das Interferometer rotiert, und A ist die vom Lichtweg eingeschlossene Fläche. Die zwei Teilwellen (Frequenz f, Lichtgeschwindigkeit c) haben am Ausgang ('out') den Phasenunterschied $\Delta\varphi$.

$$\Delta\varphi = 2\pi f \cdot \frac{4A\Omega}{c^2}$$

15. Im März 2013 ist das astronomische Observatorium ALMA (Atacama Large Millimeter/submillimeter Array) eingeweiht worden. 66 Parabolantennen werden zusammen geschaltet. Sie empfangen im Bereich 0.3 bis 3 mm und wirken gemeinsam wie ein grosses Teleskop von 14 km Durchmesser.
a) Berechnen Sie den Frequenzbereich.
b) Berechnen Sie das Winkel-Auflösungsvermögen für 1 mm Wellenlänge. 15

16. Eine Computerfirma hat 'retina-displays' mit Dichten von ca. 300 Pixel pro Inch eingeführt. Das Auge habe Pupillendurchmesser 4 mm und maximale Empfindlichkeit bei 555 nm. Wie nahe müsste man gehen, um die Pixel einzeln zu sehen? 16

17. Zwei kleine Lautsprecher an den Positionen Q_1(-1.235 m, 0) und Q_2(1.062 m, 0) senden synchron Schallwellen in der (x,y)-Ebene aus. An der Position P(0.283 m, 0.873 m) beobachtet man destruktive Interferenz. Berechnen Sie die maximale Wellenlänge, die mit diesen Angaben verträglich ist. 17

18. Welche Wellenlänge(n) hat der Schall, der von den Lautsprechern in Abb. 26.7 ausgesandt wird? 18

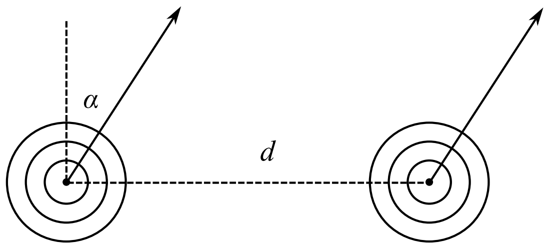


Abbildung 26.7: Zwei Lautsprecher im Abstand d = 48 cm senden synchron Schallwellen aus, die in grosser Entfernung in Richtung α = 33° konstruktiv interferieren.

19. HeNe-Laserlicht fällt auf ein periodisches Strichgitter. Der Beugungswinkel 2. Ordnung beträgt 29,87°. Berechnen Sie den Beugungswinkel dritter Ordnung. 19

20. Wie entstehen die Farben bei Seifenblasen? 20

21. Zwei kleine Lautsprecher mit Abstand d senden synchron Schallwellen aus. Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit an möglichst wenig Stellen vollkommen konstruktive Interferenz auftritt? 21

22. Eine Schallwelle trifft auf einen Lattenzaun mit Gitterperiode 15 cm. Der Beugungswinkel erster Ordnung beträgt 29°.
    a) Berechnen Sie die Wellenlänge des Schalls.
    b) Berechnen Sie die Frequenz des Schalls.
    c) Gibt es auch noch eine zweite Beugungsordnung? 22

23. Das Eidgenössische Institut für Metrologie (METAS) hat ein Michelsoninterferometer, von dem ein Arm 50 m ausgefahren werden kann. Das Interferometer wird mit einem jod-stabilisierten Helium-Neon Laser betrieben. Die Frequenz eines jod-stabilisierten HeNe-Lasers beträgt (473′612′214′712 ± 5) kHz laut CIPM. Die Wellenlänge beträgt laut wikipedia 632.991 nm im Vakuum respektive etwa 632.816 nm in Luft.
    a) Passt die Frequenzangabe zur Wellenlängenangabe?
    b) Welcher Berechungsindex für Luft folgt aus den genannten Wellenlängen?
    c) Wie viel man wechselt der Ausgang des Interferometers von hell nach dunkel und wieder zurück, wenn man ihn 50 m ausfährt? 23

24. Ein Lattenzaun beugt eine Schallwelle der Frequenz 7.80 kHz in erster Ordnung 18° ab.
    a) Berechnen Sie die Gitterperiode d des Zauns.
    b) Bestimmen Sie die grösste Beugungsordnung (Nummer), die hier noch vorkommt. 24

25. Zwei Punktquellen Q_1 und Q_2, siehe Abbildung 26.8, senden synchron Schall der Wellenlänge λ aus. Wie muss man den Abstand r_2 senkrecht über der Verbindungslinie d einstellen, damit die Wellen bei Punkt P konstruktiv interferieren? (formale Aufgabe) 25

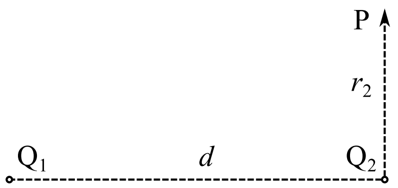


Abbildung 26.8: Skizze zu Aufgabe 25

26. Abbildung 26.9 zeigt das Beugungsmuster an einem Spalt. Dargestellt ist die theoretisch berechnete Intensität der Welle auf dem Schirm. Der Schirm stehe 3.85 m vom Spalt entfernt. Der Spalt hat eine Breite von 110 µm.
a) Erläutern Sie, wie Abbildung 26.9 mit der Gleichung für die Beugung am Spalt aus der Fo-Ta zusammen hängt.
b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Diagramms die Wellenlänge. 26

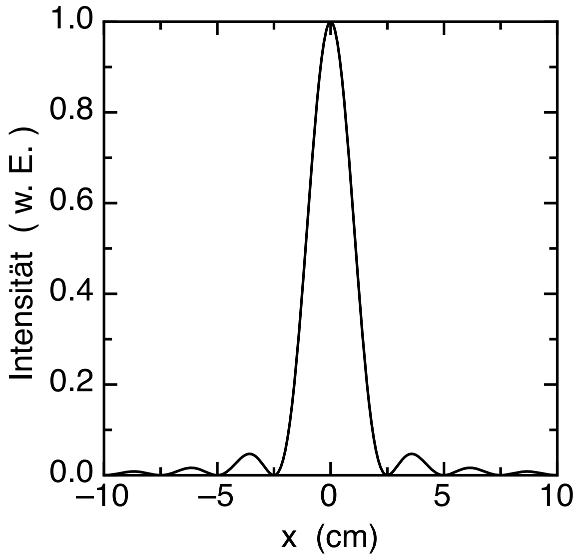


Abbildung 26.9: (rechts) Skizze zu Aufgabe 26

Kapitel 27

Akustik

27.1 Tonleitern

1. Gnitzen können bis zu 1000 Mal pro Sekunde mit den Flügeln schlagen. Berechnen Sie die musikalische Note, welche dem Summen dieser Stechmückenart (Bartmücken) entspricht. 1

27.2 Pfeifen und Saiten

1. Eine offene Pfeife ist 34 cm lang. Berechnen Sie die Grundfrequenz. 1

2. Eine gedackte Pfeife hat bei 20 °C einen Grundton mit Frequenz 75 Hz. Berechnen Sie die Pfeifenlänge. 2

3. Wie hängt die Grundfrequenz einer schlanken, gedackten Pfeife von der Pfeifenlänge ab? Schreiben Sie zuerst einen 'je...desto...' Satz, dann erst ein physikalisches Gesetz. 3

4. Wird ein Reagenzglas angeblasen, so tönt es wie eine Panflöte. Gibt man einen Tropfen Diäthyläther (Diethylether, $H_5C_2OC_2H_5$) hinein, so verdrängt der Dampf die Luft und es tönt tiefer.
   a) Warum tönt es tiefer und nicht gleich oder höher?
   b) Um welchen Faktor sinkt die Frequenz maximal? 4

27.3 Schallstärke und Lautstärke

1. Die Schalldruckamplitude betrage 8.7 mbar. Berechnen Sie den Schallpegel. 1

2. Schall von 800 Hz wird in feuchter Luft mit 3.57 dB/km durch Absorption geschwächt. Ignorieren Sie für diese Aufgabe die 'geometrische Verdünnung' des Schalls.
   a) Berechnen Sie die Wellenlänge des Schalls.
   b) Um welchen Faktor nimmt die Schallstärke durch Absorption pro Kilometer ab?
   c) Zeichnen Sie die Schallstärke als Funktion der Distanz für 0-2 km. Die Anfangsstärke betrage $J_0 = 1.00\,\mathrm{W/m^2}$. 2

3. Ein Nebelhorn erzeugt in 4.5 km Abstand einen Schallpegel von 40 dB. Wie gross ist der Pegel 10 m vor dem Horn? 3

4. Berechnen Sie den Schallpegel bei einer Schallstärke von $1.0 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{W/m^2}$. 4

5. Der Mündungsknall eines Sturmgewehr 90 beträgt 143 dB in einem Meter Abstand von der Mündung.
a) Berechnen Sie die Schalldruckamplitude.
b) In welchem Abstand von der Mündung ist der Schallpegel auf 80 dB gesunken? 5

6. Die menschliche Hörschwelle liegt ungefähr bei 10^{-12} W/m^2. Berechnen Sie die dazu gehörende Schalldruckamplitude. 6

7. Drücken Sie den Schallpegel durch den Schalldruck aus (statt durch die Schallstärke). 7

8. Ein kleiner Lautsprecher erzeugt in 8.3 m Abstand einen Schallpegel von 67 dB.
a) Berechnen Sie die Schallstärke J.
b) Wie viel mal mehr Schallleistung muss der Lautsprecher aussenden, damit der Pegel 5.0 dB zunimmt? 8

9. Ultraschallwellen, wie sie in der Medizin eingesetzt werden, haben *in Wasser (!)* Frequenzen von z.B. 2.0 MHz und Energieflussdichten von 100 mW/cm^2. Berechnen Sie
a) die Wellenlänge
b) die Schalldruckamplitude. 9

10. Erklären Sie den Unterschied zwischen dB und dB(A). 10

11. Ultraschall von 40 kHz wird in trockener Luft nach dem Gesetz $J = J_0 e^{-a \cdot d}$ absorbiert. In einer alten Tabelle habe ich den Absorptionswert 267 dB/km gefunden.
a) Erklären Sie, inwiefern Absorptionswert und genannte Formel zusammenpassen.
b) Berechnen Sie den Absorptionskoeffizienten a in SI-Basiseinheiten. 11

12. Die Intensität J einer Welle nimmt bekanntlich quadratisch mit dem Abstand r von einer *kleinen* Quelle ab. Wie sähe das entsprechende Gesetz aus, wenn die Quelle linienförmig ist, z.B. eine lange, gerade, lärmige Autobahn? 12

13. Im Rahmen der Kunstaktion «Zürich Transit Maritim» wurde auf dem Prime Tower ein Nebelhorn der Firma Zöllner GmbH montiert. Es erzeugt in einem Meter Abstand einen Schallpegel von 143 dB. Der 90 Hz-Ton soll 17 km weit hörbar sein.
a) Berechnen Sie den Schallpegel in den genannten 17 km Abstand.
b) Berechnen Sie die Schalldruckamplitude in einem Meter Abstand vom Horn. 13

27.4 Dopplereffekt

(akustisch und optisch – klassisch und relativistisch)

1. Wie lange dauert es, bis ein Auto auf der Gegenfahrbahn an Ihnen vorbeigefahren ist? Vergleichen Sie die Zeit, wenn Sie stehen, mit der Zeit, wenn Sie selber laufen. Welchen Zusammenhang hat diese Rechnung mit dem Dopplereffekt? 1

2. Ein etwa erdgrosser Planet umkreist den Nachbarstern Alpha Centauri B einmal in 3.2 Tagen im Abstand von 6 Millionen Kilometern und bewegt dadurch den Schwerpunkt des Sterns mit einer Geschwindigkeit von 51 cm/s. Die Dopplerverschiebung des Sternenlichtes konnte von einem Spektrografen der Europäischen Südsternwarte gemessen werden. Wie gross ist die Dopplerverscheibung $\Delta\lambda$ bei einer Wellenlänge von 480 nm? 2

Teil V

Moderne Physik

Kapitel 28

Spezielle Relativitätstheorie

28.1 Zeitdilatation und Längenkontraktion

1. Ein ruhendes Pion π^+ hat eine Lebensdauer von $\tau_0 = 2.6033 \cdot 10^{-8}$ s. Berechnen Sie die Lebensdauer, wenn es sich mit 99.9988 % der Lichtgeschwindigkeit bewegt. Überlegen Sie sich, wie das Resultat vernünftig zu runden ist. 1

2. Mit welcher Geschwindigkeit muss sich ein unstabiles Teilchen bewegen, damit sich seine Lebensdauer verdoppelt? 2

3. Lisa und Fritz haben denselben Arbeitsweg und sie starten gleichzeitig. Fritz fährt forsch im Ferrari während Lisa locker läuft. Wessen Uhr zeigt bei Ankunft den grösseren Rückstand auf die Uhr am Arbeitsplatz? Überlegen Sie sich zuerst Argumente für Lisas und Fritzens Uhren, bevor Sie die Aufgabe formal lösen. 3

4. Nehmen wir an, Sie rennen 100 m mit 7.7 m/s. Wie viel kürzer als im Ruhesystem erscheint Ihnen die Rennbahn? 4

5. Ein neutrales Pion hat eine Lebensdauer von $8.4 \cdot 10^{-17}$ s im Ruhesystem. Wie gross ist diese Lebensdauer im Laborsystem, wo sich das Pion mit $2.99700 \cdot 10^8$ m/s bewegt? 5

6. Ein instabiles Teilchen komme im Mittel 0.578 mm weit, wenn es sich mit 99.99328 % der Lichtgeschwindigkeit bewegt. Berechnen Sie die Lebensdauer im Ruhesystem. 6

7. Mit welcher Geschwindigkeit muss sich ein Myon (μ^-) bewegen, damit seine Halbwertszeit auf eine Millisekunde steigt? Berechnen Sie β ($= v/c$). 7

28.2 Transformationen

1. Zwei ruhende Teilchen an den Positionen $x_1 = 1.0$ m und $x_2 = 2.0$ m zerfallen im Ruhesystem gleichzeitig. Sie betrachten denselben Vorgang in einem Bezugssystem, das sich relativ zum ersten mit $2.8888 \cdot 10^8$ m/s in positiver x-Richtung bewegt (Laborsystem). In welchem zeitlichen Abstand zerfallen sie im Laborsystem? 1

2. Ein Myon fliege im Laborsystem mit 83% der Lichtgeschwindigkeit. Es sende – im eigenen Ruhesystem – ein Elektron mit 73% der Lichtgeschwindigkeit in Vorwärtsrichtung aus. Welche Geschwindigkeit hat das Elektron im Laborsystem? 2

28.3 Impuls und Kraft

1. Ein Elektron bewege sich mit 99.9900% der Lichtgeschwindigkeit. Welche Stärke müsste eine Kraft haben, welche das Elektron mit 1.0 m/s^2 schneller macht? 1

28.4 Energie-Masse-Äquivalenz

1. Wie kann man die Grösse 931.49 MeV/u auch noch schreiben? 1

2. Menschen geben durchschnittlich 100 W Wärme ab. Wie gross ist der dadurch verursachte Masseverlust? Drücken Sie das Resultat in geeigneten Einheiten aus und diskutieren Sie es. 2

3. Rechnen Sie 1 kWh in eine Masse um. 3

4. Bei welcher Geschwindigkeit ist die kinetische Energie 1.0 Promille der Ruheenergie? 4

5. Ein Tritiumatom (^{3}H, siehe Tabelle der radioaktiven Isotope) kann sich in ein He-3 Atom (Tabelle der stabilen Nuklide) verwandeln, indem der Kern ein Elektron ausstösst.
a) Warum ist es ein Elektron und kein Positron?
b) Warum muss man für die Berechnung des Massendefekts die Elektronenmasse nicht extra berücksichtigen?
c) Berechnen Sie aus dem Massendefekt die freigesetzte Energie in MeV. 5

6. U-234 hat das radioaktive Tochternuklid Th-230. Berechnen Sie die freigesetzte Energie aus den atomaren Massen des Uran- und Thoriumnuklids. 6

7. Wenn Sie (70 kg) vom Stuhl aufstehen ($h \approx 50$ cm), ist damit ein gewisser Energieumsatz verbunden. Berechnen Sie die dazu gehörende Masseänderung und diskutieren Sie, wessen Masse sich ändert. 7

8. Das Pierre-Auger-Observatorium im argentinischen Hochland registriert etwa alle zwei Wochen ein kosmisches Teilchen, z.B. einen Fe-56 Kern, mit einer Energie von 100 EeV.
a) Wie schnell wäre ein Tennisball (58 g) mit derselben kinetischen Energie?
b) Wenn das Teilchen auf unsere Atmosphäre trifft, erzeugt es u.a. Myonen. Wie viele Myonen könnten maximal erzeugt werden? 8

9. Kommentieren Sie folgendes Zitat aus dem Internet:
"$E = mc^2$ Hört sich sehr schön an und ist deshalb sicherlich auch so berühmt geworden! Vielleicht ist die Formel auch so berühmt geworden, weil sie von einem weltbekannten Patentbeamten dritter Klasse in Bern erfunden wurde! Erfunden ist das richtige Wort, denn derjenige (Patentbeamter dritter Klasse in Bern) hatte keine Messergebnisse zur Verfügung um die Richtigkeit seiner erfundenen Formel zu beweisen und er wusste auch, dass niemand in naher Zukunft ihm das Gegenteil beweisen könne. Durch diese Formel wurde er nur noch berühmter. Die Formel $E = mc^2$ ist hergeleitet aus $E = \frac{1}{2}mv^2$ (kinetische Energie) wobei nur das $\frac{1}{2}$ weggelassen und v durch c ersetzt wurde! Nur wo bleibt die Logik? Kinetische Energie verglichen zu Energieinhalt von Materie !?! Der Vergleich hinkt! Der Energieinhalt des Benzins, in dem Tank meines Autos, ist gleich der Masse meines Autos mal dessen Geschwindigkeit zum Quadrat! Schwachsinn! Die Formel $E = mc^2$ ist frei erfunden und ohne jeden logischen Hintergrund!"
(http://www.wissen-glaube.homepage.t-online.de, Abruf am 8. April 2014) 9

10. Wie viel Energie (in MeV) wird bei der Fusionsreaktion $^1_1\text{H} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^3_2\text{He}$ freigesetzt? 10

28.5 Gesamtenergie

1. Ein freies Neutron ist unstabil. Es kann in ein Proton, ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino zerfallen.
   a) Wie viel Energie in MeV wird freigesetzt?
   b) Welche Geschwindigkeit kann das Elektron maximal haben? 1

2. Ein Myon mit kinetischer Energie 351 MeV prallt auf einen Detektor und erzeugt eine Kaskade von Elektron/Antielektron-Paaren. Wie viele Paare könnten maximal erzeugt werden? 2

3. Der LHC-Beschleunigerring des CERN hat 26 659 m Umfang. Darin laufen Protonen mit 7.0 TeV Gesamtenergie (April 2012).
   a) Berechnen Sie $1 - v/c$ für diese Protonen ($m_P = 938.272\,\mathrm{MeV/c^2}$).
   b) Welchen Umfang hat der Beschleunigerring für die Protonen? 4
   c) Wie viele Proton-Antiproton-Paare können bei einer Frontalkollision zweier solcher Protonen maximal entstehen?
   d) Wie gross ist der Impuls eines solchen Protons in SI-Einheiten?
   e) Eine Stechmücke habe Masse 2.5 mg und Schnelligkeit 1.5 km/h. Berechnen Sie zum Vergleich den Impuls und die kinetische Energie der Mücke. 3

4. Am 29.2.2012 wurde am Ernst Ruska-Centrum ein Transmissionselektronenmikroskop mit einer Auflösung von 50 Pikometer in Betrieb genommen. Angenommen, die Auflösung entspreche der de Broglie Wellenlänge, wie gross muss dann die Beschleunigungsspannung mindestens gewesen sein? 4

Kapitel 29

Allgemeine Relativitätstheorie

29.1 Äquivalenzprinzip der ART

1. Das Nasa-Projekt Nautilus-X (Non-Atmospheric Universal Transport Intended for Lengthy United States - eXplorations) ist ein Raumschiff, das dauernd im All verbleiben soll. Dazu gehört eine ringförmige Zentrifuge von 15 m Durchmesser, die mit 6 Umdrehungen pro Minute Schwerkraft simulieren soll.Welche Schwerebeschleunigung spürt ein mitdrehender Astronaut in der Zentrifuge? 1

2. Professionelle Fahr- und Flugsimulatoren 'imitieren' Beschleunigung, indem Sie die Kabine schräg stellen. Um welchen Winkel muss die Kabine geneigt werden, um dem Körper eine Beschleunigung von $1.0\,\mathrm{m/s^2}$ vorzutäuschen? Warum steht 'imitieren' in Anführungszeichen? 2

3. Die grösste Zentrifuge der Welt, die für Astronautentraining eingesetzt wird, steht in der Nähe von Moskau und hat 18 m Radius. Sie kann mit maximal $30.6\,\mathrm{min}^{-1}$ rotieren. Ein Astronaut soll einem simulierten Schwerefeld von 4.0 g (vierfache Erdbeschleunigung) ausgesetzt werden. Berechnen Sie die dazu nötige Drehfrequenz (in min^{-1}). Das Schwerefeld der Erde darf vernachlässigt werden. 3

29.2 Uhren im Schwerefeld

1. Eine Uhr wird auf eine 1800 m höhere Bergstation gebracht und nach einem Jahr wieder zurückgeholt. Wie viele Sekunden läuft sie gegen eine Uhr im Tal vor oder nach? 1

2. Ein Experiment im Jahr 2011 konnte für einen Höhenunterschied von 33 cm die Zeitdilatation der allgemeinen Relativitätstheorie feststellen. (2011)
a) Mit welcher Genauigkeit ($1 : 10^?$) müssen dafür Uhren verglichen werden können?
b) Welche Geschwindigkeit erzeugt in der speziellen Relativitätstheorie denselben Effekt? 2

3. Tom Van Baak nahm im Jahr 2005 seine drei Kinder und drei Atomuhren mit in die Berge, blieb dort dort zwei Tage und fuhr dann wieder hinunter, wo er die mitgenommenen Atomuhren mit zurückgelassenen Atomuhren verglich. Die mitgenommenen Uhren zeigten eine 20-30 ns spätere Zeit an. Das Berghotel lag 1340 m höher als das Heim. Passen die Angaben zusammen? 3

Kapitel 30

Kern- und Teilchenphysik

30.1 Radioaktivität

1. Aproz Cristal enthält 9.0 Mikrogramm Uran pro Liter. Nehmen Sie an, es sei Uran-238.
   a) Wie viele Uranatome enthält ein Liter dieses Mineralwassers?
   b) Welche Aktivität weisen 75 Liter Mineralwasser dadurch auf?
   c) Wie gross die Aktivität von b) im Vergleich zur mittleren Aktivität eines Menschen? 1

2. Kapseln mit Polonium-210 wurden in den sowjetischen Mondfahrzeugen als Heizung verwendet. Durch starken Alphazerfall erzeugt ein Gramm Po-210 rund 140 W Heizleistung, eine Kapsel mit einem halben Gramm Polonium kann eine Temperatur von 500 °C erreichen. Rechnen Sie nach, ob das mit den 140 W stimmt. 2

3. Der Marsroboter "Curiosity" der NASA enthält 4.8 kg Plutoniumdioxid. Der radioaktive α-Zerfall des Pu-238 erzeugte zu Beginn der Mission (26. Nov. 2011) ungefähr 2000 W Heizleistung, aus der etwa 120 W elektrische Leistung generiert wurden.
   Daten: $m_{Pu238} = 238.049553$ u, Zerfallsenergie 5.593 MeV, $T_{1/2} = 87.7$ a
   a) Berechnen Sie den Wirkungsgrad des thermoelektrischen Generators.
   b) Berechnen Sie die Heizleistung aus der Masse des PuO_2. 3

4. Das Proton ist vermutlich stabil. Die experimentell gemessene Lebensdauer ist $\tau > 2.1 \cdot 10^{29}$ a (2012).
   a) Leiten Sie die Beziehung $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$ für die Halbwertszeit her.
   b) Welche Aktivität hat eine Tonne Wasserstoff aufgrund der Angabe höchstens? 4

5. Eine Messung an 45 Proben Mont-Blanc-Granit hat ergeben, dass er 19 ppm Uran und 31 ppm Thorium enthält (ppm: Gramm pro Tonne).
   a) Welche Aktivität aufgrund von U und Th hat eine Tonne dieses Granits?
   b) Die Aktivität ist in Wirklichkeit viel höher, warum? 5

6. C-14 figuriert in der Tabelle radioaktiver Nuklide. Was ist der Tochterkern und ist dieser stabil? 6

7. Wie gross ist die Aktivität von 1.000 kg Kalium-40? 7

8. Wie gross ist die Aktivität von 1.000 kg Kaliumchlorid (KCl) aufgrund seines Anteils an K-40? 8

9. Rn-220 hat eine Halbwertszeit von knapp einer Minute. Eine Probe davon habe eine Aktivität von 8 kBq. Berechnen Sie im Kopf die Aktivität nach ungefähr vier Minuten. 9

10. Das Bundesamt für Gesundheit will einen Grenzwert von 10 Mikrogramm Uran pro Liter Trinkwasser einführen. (NZZaS, 30. Dez. 2012) Welche Aktivität hätte ein Liter Trinkwasser mit dieser Konzentration? Nehmen Sie an, es sei U-238. 10

11. Seit Beginn der Reaktorkatastrophe am 11. März 2011 sollen die Reaktoren in Fukushima 15 000 Terabecquerel Cäsium-137 freigesetzt haben (www.spiegel.de, 25. 8. 2011).
a) Rechnen Sie die Angabe in Becquerel um (wissenschaftliche Schreibweise). Wie heisst die Grösse mit Einheit Becquerel?
b) Was ist das Tochternuklid von Cs-137?
c) Berechnen Sie die freigesetzte Masse an Cäsium-137. 11

12. In fossilen Bakterien-Resten (Magnetitkristalle) wurde radioaktives Fe-60 gefunden, das bei einer Sternexplosion vor ca. 2.2 Millionen Jahren gebildet wurde.
a) Wie zerfällt Eisen-60 und was ist der Tochterkern?
b) Welcher Bruchteil des ursprünglich vorhandenen Fe-60 ist heute noch vorhanden? 12

13. Die kosmische Strahlung produziert jährlich 13.4 kg C-14. Die Erdatmosphäre enthält ca. 111 Tonnen C-14 im radioaktiven Gleichgewicht. Passen diese Zahlen zusammen? 13

14. Kobalt-60 ist ein Betastrahler: $^{60}\text{Co} \rightarrow \beta^- + {}^{60}\text{Ni}$. Verletzt diese Reaktionsgleichung nicht den Ladungserhaltungssatz? 14

15. Meerwasser enthält ca. 3.3 Tonnen Uran pro Kubikkilometer. Welche Aktivitäten hat ein Kubikmeter Meerwasser wegen des Urans, wenn man das natürliche Isotopengemisch zugrunde legt? (ohne Aktivitäten der Zerfallsprodukte) 15

16. Das GERDA-Experiment im Gran Sasso Laboratorium (Italien) hat an 16 kg Germanium-76 den doppelten Betazerfall untersucht und ist auf eine Halbwertszeit von $2{\cdot}10^{21}$ a gekommen. Berechnen Sie die Aktivität dieses Germaniums. 16

17. Die Firma Comet hat 2013 eine Versuchsanlage zur Sterilisation mit Elektronenstrahlen vorgestellt: Die Elektronen werden mit 300 kV beschleunigt. Die Leistung beträgt 20 kW. Für die Sterilisation werden 20-30 kGy verabreicht.
a) Wie lange dauert es, eine Probe von 100 g Masse zu sterilisieren? Rechnen Sie mit 30 kGy.
b) Wie viele Elektronen hat die Probe dann aufgenommen?
c) Wie gross ist der Ladungsfluss? 17

18. U-233 ist ein Alphastrahler. Was ist der Tochterkern? (Name, Symbol, Nuleonen- und Ordnungszahl) 18

19. Um welchen Faktor nimmt die C-14 Aktivität eines abgestorbenen Baumstammes in 100 Jahren ab? 19

20. Ihr Körper hat eine Aktivität von ca. 4.5 kBq aufgrund von K-40. Wie viele K-40 Atome enthält Ihr Körper etwa? 20

21. Wie gross ist die durchschnittliche, jährliche Belastung der Schweizer Bevölkerung durch radioaktive Strahlung? In welchen Einheiten wird die Belastung angegeben? Welche Grössen stehen für diese Angabe überhaupt zur Verfügung? 21

30.2 Kernphysik

1. 65 Milliarden Sonnenneutrinos durchqueren jede Sekunde jeden Quadratzentimeter unseres Körpers, ohne dass wir sie spüren. Ein Neutrino von der Sonne trägt durchschnittlich 0.26 MeV Energie. Berechnen Sie den Energiefluss in W/m^2 und vergleichen Sie ihn mit der Solarkonstanten. 1

2. Der Zerfall von Kalium-40 erzeugt geschätzte 4 TW Erdwärme. Welche Masse an K-40 enthält danach die Erde? 2

3. Berechnen Sie aus den atomaren Massen von ^{1}H (Protium) und ^{2}H (Deuterium) sowie der Neutronenmasse die Kernbindungsenergie von Deuterium. 3

4. Ein Atomkern kann in erster Näherung als Kugel betrachtet werden, deren Inneres homogen elektrisch geladen ist. Die potentielle, elektrostatische Energie einer sphärischen Raumladung Q mit Radius R ist

$$E_p = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q^2}{R}$$

a) Berechnen Sie die elektrostatische Energie eines Goldatomkerns.
b) Berechnen Sie zum Vergleich die Kernbindungsenergie. 4

5. Wie viele Kernfusionen 4H → He müssen pro Kubikmeter und Sekunde in der Sonne ablaufen, um die gegenwärtige Strahlungsleistung der Sonne zu erklären? Berechnen Sie die in der Brutto-Fusionsreaktion freigesetzte Energie separat. 5

6. Erklären Sie, warum in der Näherungsformel für den Radius eines Atomkerns $r \approx r_0\sqrt[3]{A}$ eine dritte Wurzel vorkommt. 6

30.3 Teilchenphysik

1. a) Nennen Sie zwei Leptonen.
b) Aus welchen Elementarteilchen besteht das Proton? 1

2. Die geplante Europäische Spallationsquelle (ESS) möchte mit Hilfe eines Protonenstrahls Neutronen aus einem Wolframtarget herausschlagen (Spallation). Die Protonen im Strahl haben eine kinetische Energie von 2.0 GeV. Der Strahl ist gepulst mit einer Pulsdauer von 2.86 ms, Maximalstrom 62.5 mA und einer Wiederholrate von 14 Hz. Die mittlere Strahlleistung beträgt 5 MW, die Leistung während eines Pulses 125 MW.
a) Passen die zwei Leistungsangaben zusammen?
b) Berechnen Sie den Protonenstrom während eines Pulses.
c) Berechnen Sie die grössere Leistungsangabe aus der Protonenenergie.
d) Mit welcher relativen Geschwindigkeit $\beta = \upsilon/c$ bewegen sich die Protonen? 2

Kapitel 31

Quantenphysik

31.1 Quantenoptik

1. Ein GSM-1800 Mobiltelefon sende mit 1.8 W bei einer Frequenz von 1.78 GHz (Bandbreite 200 kHz).
   a) Wie viel Energie hat ein Photon dieser Strahlung in Joule und Elektronvolt?
   b) Wie viele Photonen werden pro Sekunde ausgestrahlt? 1

2. Licht der Wellenlänge 400 nm hat einen Impuls von $1.66{\cdot}10^{-27}$...... pro Photon.
   a) Ergänzen Sie die SI-Einheit des Impulses.
   b) Wie gross ist der Impuls eines Photons von 600 nm Wellenlänge? 2

3. Der Laser eines Blu-ray Disc Brenners hat hat 405 nm Wellenlänge und 100 mW Leistung.
   a) Wie viel Energie hat ein Photon in Joule und eV?
   b) Wie viele Photonen treten pro Sekunde aus der Laserdiode? 3

4. In der 'darksucker-theory' wird behauptet, dass eine Lampe in Wirklichkeit kein Licht ausssendet, sondern Dunkelheit einsaugt, wenn man sie einschaltet. Nennen Sie Argumente für und gegen diese Theorie. 4

5. Ein Helium-Neon Laser sendet 5.0 mW rotes Licht aus.
   a) Berechnen Sie den Photonenfluss (Photonen pro Sekunde, in b) verwenden).
   b) In welchem zeitlichen und räumlichen Abstand folgen sich die einzelnen Photonen, wenn man annimmt, dass die Photonen gleichabständig den Laser verlassen?
   c) Berechnen Sie die Rückstosskraft, welche der Laser wegen der Lichtemission erfährt. 5

6. In einem physikalischen Text wurde die Solarkonstante als $8.5{\cdot}10^{11}\,\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{cm}^{-2}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ angegeben. Rechnen Sie diese Angabe in Watt pro Quadratmeter um. 6

7. Wasser absorbiert stark im Infraroten, da z.B. die Biegeschwingung des Moleküls bei der Wellenzahl $\nu = \lambda^{-1} = 1644\,\mathrm{cm}^{-1}$ liegt. Berechnen Sie aus dieser Angabe die Wellenlänge, die Frequenz und die Energie der absorbierten Photonen. 7

8. Eine Leuchtdiode weist ein Spektrum auf, dessen Intensität folgende Form hat:
   $$I \propto \exp\left(-\frac{(E-E_m)^2}{2\cdot\sigma^2}\right)$$
   wobei E die Photonenenergie, $E_m = 2.63\,\mathrm{eV}$, $\sigma = 1.02\,\mathrm{eV}$, und I die spektrale Intensität ist.
   a) Zeichnen Sie das Spektrum $I(E)$.
   b) Welcher Wellenlänge entspricht das Maximum?
   c) Von wo bis wo kann man etwas sehen? 8

31.2 Materiewellen

1. Berechnen Sie die de Broglie-Wellenlänge des Mondes auf seiner Bahn um die Erde. 1

2. Einige Natriumatome wurden auf 0.5 nK abgekühlt und bildeten ein sogenanntes Bose-Einstein Kondensat (Nobelpreis 2001). Berechnen Sie die de Broglie-Wellenlänge eines solchen Atoms. Anleitung: Sie finden in der FoTa, wie kinetische Energie der Wärmebewegung und Temperatur zusammenhängen. Daraus können Sie den Impuls berechnen und daraus die Wellenlänge. 2

31.3 Atommodelle

1. Übertragen Sie das Bohrsche Modell des Wasserstoffatoms auf ein ionisiertes Atom mit Kernladungszahl Z, das noch ein einziges Elektron hat. Berechnen Sie die Grundzustandsenergie von He^+ und vergleichen Sie mit der zweiten Ionisationsenergie des Heliums von 54.417760 eV. 1

2. Berechnen Sie in Analogie zum Bohrschen Atommodell ein Bohrsches Modell des Systems Erde-Sonne. Berechnen Sie die Bahnradien, die Energienieveaux und die Hauptquantenzahl. 2

3. Versuchen Sie, das Bohr - de Broglie Modell des Wasserstoffatoms auf Helium zu übertragen. Berechnen Sie Radius und Energie des in Abbildung 31.1 dargestellten Grundzustandes. Tipp: Betrachten Sie die Wellenfunktion eines einzelnen Elektrons. 3

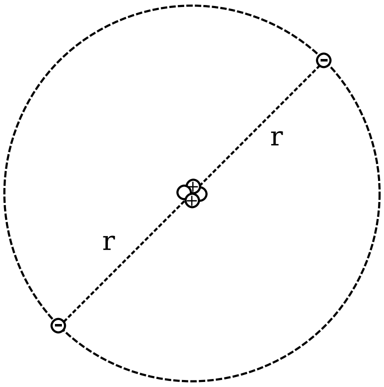


Abbildung 31.1: Helium im Grundzustand des Bohrschen Atommodells. Die zwei Elektronen umkreisen den Atomkern im gleichen Abstand mit gleicher Bahngeschwindigkeit. Die gemessene, erste Ionisationsenergie beträgt 24.587387 eV, *die zweite* 54.417760 eV. *Die Grundzustandsenergie ist somit* −79.005147 eV.

31.4 Unbestimmtheitsrelationen

1. Laut wikipedia (16. Sept. 2012) hat das Y-Meson ($b\bar{b}$) eine mittlere Lebensdauer von $1.22 \cdot 10^{-20}$ s und eine Zerfallsbreite von 54 keV. Passen diese Angaben nach der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation zusammen? 1

31.5 diverses Quantenphysik

1. Beim Quanten-Hall-Effekt ist der elektrische Widerstand quantisiert. Wie muss man Elementarladung e und Plancksches Wirkungsquantum h kombinieren, damit ein Widerstand herauskommt? 1

Teil VI

Physikalische Methoden

Physikalisches Rechnen

Da physikalisches Rechnen zum Lösen von Physikaufgaben notwendig ist, befindet sich das Kapitel 1 am Anfang des Teils I 'Mechanik'.

Kapitel 32

Infinitesimalrechnung

32.1 Differentialrechnung

1. Eine Fotokamera stellt das Bild eines Rennautos dauernd scharf. Das Auto fährt mit Geschwindigkeit υ auf die Kamera zu oder von ihr weg. Das Objektiv sei vereinfacht eine Linse mit Brennweite f. Mit welcher Geschwindigkeit wird die Linse bewegt? 1

2. Die Bahngleichung laute $y(t) = a + b \cdot t + c \cdot t^2 + d \cdot t^3$. Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\upsilon(t)$. 2

3. Sei $s(t) = s_0 - s_0 e^{-t/\tau}$. Berechnen Sie $\upsilon(t)$ und die Anfangsgeschwindigkeit formal. 3

32.2 Integralrechnung

1. Der Schweredruck presst Wasser durch ein Filterpapier am Boden eines zylindrischen Büchnertrichters. Zu Beginn habe stehe das Wasser bis zur Höhe h über dem Papier. Wie viel Arbeit verrichtet der Schweredruck, wenn er das Wasser filtriert? 1

2. Eine schlanke, starre Säule stehe vertikal auf dem Nordpol der Erde und reiche unendlich weit ins Weltall. Mit welcher Kraft drückt sie auf die Erdoberfläche? Wo ist der Schwerpunkt (Gravizentrum)? Die Säule habe konstante Massenbelegung $\mu = \Delta m/\Delta l$. Alle anderen Himmelskörper sollen vernachlässigt werden. Die Erde sei eine homogene Kugel mit Masse M und Radius R. 2

Kapitel 33

Praktikum

33.1 Fehlerrechnung

1. Erklären Sie den Unterschied zwischen Auflösung und Fehlerschranke. 1

2. Das Positioniergerät DL50Hi der Sick AG misst bis zu einem Abstand von 50 m die Distanz zu einem Reflektor auf ±0.25 mm genau. Wie genau muss die Laufzeit des Laserpulses gemessen werden? 2

3. Eine leere Zylinderspule hat Länge (60 ± 1) cm, Durchmesser (12.0 ± 0.5) cm sowie 120 Windungen. Fliesst ein Strom von (4.00 ± 0.01) A hindurch, so werden im Zentrum (0.96 ± 0.01) mT Feldstärke gemessen. Weisen Sie mit einer Fehlerrechnung nach, dass diese Angaben zusammenpassen. 3

4. Ein quaderförmiges Stück Buchenholz wiegt 1932 g und hat die Abmessungen 300 mm × 97 mm × 96 mm. Die Wägung ist auf ±2 g, die Längenmessungen sind auf ±1 mm genau. Berechnen Sie die Dichte des Holzes inklusive absoluter Fehlerschranken. 4

5. Der Einfallswinkel beträgt $35^\circ\ 28' \pm 2'$, der Brechungswinkel $49^\circ\ 37' \pm 3'$. Berechnen Sie den relativen Brechungsindex inklusive Fehlerschranke. Führen Sie die Fehlerrechnung nach Schema durch. Wählen Sie die Anordnung so, dass der Brechungsindex grösser als Eins wird. 5

6. Eine Bleistiftmine HB wiegt (724 ± 1) mg, hat (1.96 ± 0.01) mm Durchmesser und ist (117 ± 1) mm lang. Beurteilen Sie anhand der Dichte, ob die Mine aus reinem Graphit besteht. 6

33.2 Ausgleichsrechnung

1. Was ist eine 'Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate'? 1

2. Was ist ein Residuum? 2

3. Zu einem Datensatz $(x_i,\ y_i)$, $i = 1 \ldots n$ soll durch eine Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate die am besten passende Nullpunktsgerade $y = ax$ gefunden werden (Regression einer Proportionalität, Fit einer Nullpunktsgeraden). Leiten Sie die Formel zur Bestimmung der Proportionalitätskonstanten a her. 3

33.3 Diagramme

1. Benennen Sie in Abbildung 33.1 alle Fehler oder Unsauberkeiten. 1

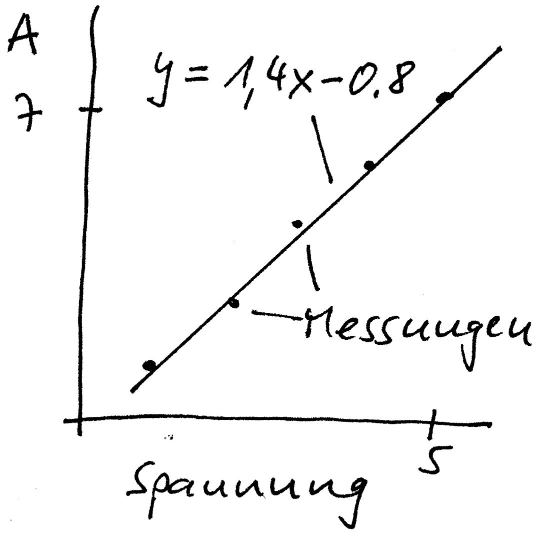


Abbildung 33.1: Strom-Spannung Paare mit beigefügter Regressionsgerade

2. a) Werden gepaarte '(x, y)' Messwerte in ein Diagramm mit semilogarithmischer Achsenskalierung eingetragen, so liegen die Messwerte auf einer Geraden. Was lässt sich über den Zusammenhang sagen?
   b) Werden gepaarte '(x, y)' Messwerte in ein Diagramm mit doppelt logarithmischer Achsenskalierung eingetragen, so liegen die Messwerte auf einer Geraden. Was lässt sich über den Zusammenhang sagen? 2

3. Die Achsen in Abbildung 33.2 sind nicht mit Grösse und Einheit beschriftet. Welche Interpretation passt zum Diagramm?
   a) Ein Klotz Eis wird aus den Tiefkühler genommen. Das Diagramm zeigt die Masse (g) des Schmelzwassers als Funktion der Zeit (min).
   b) Ein Floh springt in die Luft. Dargestellt ist die Höhe (mm) als Funktion der Zeit (ms).
   c) Dargestellt ist die Kraft (N) als Funktion der Dehnung (mm) für ein menschliches Haar. 3

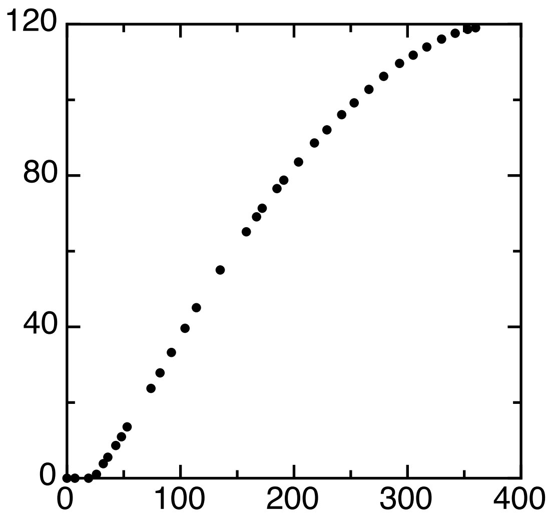


Abbildung 33.2: Graphische Darstellung einer Messung (18. Dez. 2012, Lie.), bei der die Achsen unvollständig beschriftet sind.

4. a) Stellen Sie den Strom als Funktion der Spannung für folgende Werte graphisch dar:
   (22 V, 2.32 A) (33 V, 3.14 A) (44 V, 4.63 A) (55 V, 5.24 A) (66 V, 6.95 A) (77 V, 7.33 A)
   Die Abbildung soll alle Elemente wie in einem Praktikumsbericht enthalten.
   b) Zeichnen Sie die am besten passende Nullpunktsgerade zu den Daten. Bestimmen Sie die Steigung dieser Geraden und nennen Sie die Bedeutung der Steigung. 4

5. a) Stellen Sie die Messungen von Tabelle 33.1 graphisch dar. Tragen Sie die Masse als Funktion des Volumens ab: $m(V)$
   b) Berechnen Sie ein passende Ausgleichsfunktion. Begründen Sie Ihre Wahl der Ausgleichsfunktion.
   c) Welche Bedeutungen haben die Parameter in der Ausgleichsfunktion? 5

V (mL)	m (g)
0	0
150	193
260	334
320	476
380	614
480	744
580	907
670	1071
750	1217
840	1354
950	1524
1010	1622

   Tabelle 33.1: Die Masse m von geschüttetem, ungesiebtem Sand als Funktion des Volumens V. Die Masse ist auf ± 2 g, *das Volumen auf* ± 20 mL *genau. (28. Mai 2013, Lie.)*

6. Tabelle 33.2 zeigt Kraft-Kompression Messungen an einem Softball.

   a) Stellen sie die gemessene Kraft F als Funktion der Kompression y dar. Zeichnen Sie auch Fehlerbalken.
   b) Bestimmen Sie die 'Federkonstante' im Bereich, wo das hookesche Federgesetz gilt. Zeichnen Sie die Regressionsfunktion zu den Daten.
   c) Nach der Theorie der elastischen Deformation von Kugeln (H. Hertz) würde man $F \propto y^{3/2}$ erwarten. Führen Sie eine passende Regression durch. Zeichnen Sie die Funktion und beurteilen Sie, ob die Funktion passt. 6

y (cm)	F (N)
0.1	0.0
0.6	7.1
1.6	16.9
2.2	26.7
3.1	36.5
3.9	46.3
4.9	56.1
5.6	65.9
6.1	75.7
6.5	85.5
7.0	95.4
7.2	105.2
-0.1	0.0
0.5	7.1
1.4	16.9
2.3	26.7
3.0	36.5
4.0	46.3
4.7	56.1
5.5	65.9
6.0	75.7
6.4	85.5
6.9	95.4
7.2	105.2
±0.2	±0.5

   Tabelle 33.2: Ein Softball aus Schaumstoff von 11.5 cm *Durchmesser wird mit Gewichten belastet. Die Tabelle zeigt gemessene Kompressionen y des Balles in Zentimetern und die dazu nötige Kompressionskraft F in Newton. Die Kompression ist auf etwa* 0.2 cm *genau, die Kompressionskraft auf zirka* 0.5 N *(absolute Fehlerschranken).*
   Messung vom 20. Dezember 2012, Lie.

7. In einem Diagramm wird auf der horizontalen Abszissen-Achse die Schwingungsdauer von Fadenpendeln abgetragen. Was müsste auf der vertikalen Ordinaten-Achse abgetragen werden, damit die Messwerte auf einer Nullpunktgeraden liegen? 7

33.4 Berichte

1. Was ist eine Legende? Welche Elemente in einem Praktikumsbericht müssen eine haben? Was muss in einer Legende zu finden sein? 1

Teil VII

Lösungen Mechanik

Kapitel 34

Lösungen (Physikalisches Rechnen)

34.1 Lösungen (Zehnerpotenzen und Dezimalvorsätze)

1. Lösung von Aufgabe 1

   1 ÷ 3 ‘EE’ 7 ‘(-)’ ‘=’

   Die ‘EE’-Taste bedeutet ‘$\cdot 10^x$’ (je nach Taschenrechner-Modell wird sie anders bezeichnet. Mit ‘(−)’ ist das ‘Vorzeichen-Minus’ gemeint, das sich vom Subtraktionszeichen unterscheidet.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{1.0 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3} = (1.0 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}^3)^{1/3} = 1.0 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m} = \underline{\underline{10\,\mu\mathrm{m}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

a) $1.5 \cdot 10^{7}\,\mathrm{W} = 15 \cdot 10^{6}\,\mathrm{W} = \underline{\underline{15\,\mathrm{MW}}}$

b) $0.55 \cdot 10^{10}\,\mathrm{W} = 5.5 \cdot 10^{9}\,\mathrm{W} = \underline{\underline{5.5\,\mathrm{GW}}}$

c) $0.0003\,\mathrm{m} = 0.3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = \underline{\underline{0.3\,\mathrm{mm}}}$

d) $17 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{s} = 0.17 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{s} = \underline{\underline{0.17\,\mathrm{ns}}}$

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) $37\,\text{fW} = 37 \cdot 10^{-15}\,\text{W} = \underline{\underline{3.7 \cdot 10^{-14}\,\text{W}}}$

   b) $0.88\,\mu\text{m} = 0.88 \cdot 10^{-6}\,\text{m} = \underline{\underline{8.8 \cdot 10^{-7}\,\text{m}}}$

   c) $52\,\text{TW} = 5.2 \cdot 10^{1} \cdot 10^{12}\,\text{W} = \underline{\underline{5.2 \cdot 10^{13}\,\text{W}}}$

   d) $460\,\text{M}\Omega = 4.60 \cdot 10^{2} \cdot 10^{6}\,\Omega = \underline{\underline{4.60 \cdot 10^{8}\,\Omega}}$ (Ohm)

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) 0.037 m
   b) 530 kg
   c) 0.0138 s

6. Lösung von Aufgabe 6
   a) zwei Ziffern ≠ 0 vor dem Dezimalpunkt (soll: genau eine)
   b) Zehnerpotenz und Dezimalvorsatz vermischt
   d) keine Ziffer ≠ 0 vor dem Dezimalpunkt

34.2 Lösungen (Einheiten umwandeln)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) $t_a = \dfrac{10^9\,\text{s}}{3.156\,\text{s/a}} = \underline{\underline{31.7\,\text{a}}}$

   b) $t_b = \dfrac{10^7 \cdot 60\,\text{s}}{3.156\,\text{s/a}} = \underline{\underline{19.0\,\text{a}}}$

   c) $t_c = \dfrac{10^5 \cdot 3600\,\text{s}}{3.156\,\text{s/a}} = \underline{\underline{11.4\,\text{a}}}$

   d) $t_d = \dfrac{10^4 \cdot 86400\,\text{s}}{3.156\,\text{s/a}} = \underline{\underline{27.4\,\text{a}}}$

   e) $t_e = \dfrac{10^3 \cdot 7\,\text{d}}{365.24\,\text{d/a}} = \underline{\underline{19.2\,\text{a}}}$

   f) $t_f = \dfrac{10^2 \cdot 30\,\text{d}}{365.24\,\text{d/a}} = \underline{\underline{8.21\,\text{a}}}$

   Es gibt mehr ‘runde Geburtstage’ als Sie denken!

2. Lösung von Aufgabe 2

$$1\,\text{inch} = 2.540\,\text{cm} \quad \text{und} \quad 1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3 \Rightarrow$$
$$V = 1.00\,\text{inch}^3 = 1.00 \cdot (2.540\,\text{cm})^3 = 1.00 \cdot (0.2540\,\text{dm})^3 = 0.0164\,\text{dm}^3 = \underline{\underline{0.164\,\text{dL}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

a) $V = \dfrac{m}{\rho} = \dfrac{1\,\mathrm{oz} \cdot 28.349523125 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/oz}}{19.29 \cdot 10^{3}\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}} = \underline{\underline{1.470 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3}}$

b) $1.470 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 = 1.470 \cdot \left(10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^3 = \underline{\underline{1.470\,\mathrm{cm}^3}}$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$V = Al = \frac{\pi}{4}d^2 l \Rightarrow$$
$$l = \frac{4V}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 1.0 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{\pi \cdot (80 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m})^2} = 0.1989\,\mathrm{m} = \underline{\underline{20\,\mathrm{cm}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5
   Laut wikipedia hat die Erde eine Oberfläche von 510 Millionen km^2, wovon 70.8 % von Meeren bedeckt sind.

$$Ah = V \Rightarrow h = \frac{V}{A} = \frac{3 \cdot 10^{15}\,\mathrm{L}}{0.708 \cdot 510 \cdot 10^6\,\mathrm{km}^2} = \frac{3 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{0.708 \cdot 510 \cdot 10^6 \cdot 10^6\,\mathrm{m}^2} = \underline{\underline{8\,\mathrm{mm}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

   a) $V = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{10^6\,\mathrm{L}} = \left(10^6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3\right)^{1/3} = \underline{\underline{10\,\mathrm{m}}}$

   b) $t = \dfrac{2.504 \cdot 10^9\,\mathrm{s}}{3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s/a}} = \underline{\underline{79.3\,\mathrm{a}}}$

   Die Genauigkeit der Angaben ist unklar! Die Lebensdauer kann nicht so genau bestimmt werden.

7. Lösung von Aufgabe 7

$$1\,\mathrm{kWh} = 3.6\,\mathrm{MJ} \Rightarrow 1 = \frac{1\,\mathrm{kWh}}{3.6\,\mathrm{MJ}} = 3.6\cdot 10^6\,\mathrm{J/kWh}$$

$$1 = \frac{12\,\%}{0.12} = 86400\,\mathrm{s/d} = 3600\,''/^\circ = 3\,\mathrm{ft/yard} = \tfrac{1}{12}\,\text{Dutzend}$$

$$1 = \sin\tfrac{\pi}{2} = \frac{1\,\text{Karat}}{0.2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}} = 735.498\,75\,\mathrm{W/PS} = \frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{360\,^\circ} = \frac{10^5\,\mathrm{Pa}}{1\,\mathrm{bar}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$0.1\,\mu\text{L} = 0.1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 = 0.1 \cdot 10^{-9}\,\text{m}^3 = 0.1 \cdot (10^{-3}\,\text{m})^3 = \underline{\underline{0.1\,\text{mm}^3}}$$

9. Lösung von Aufgabe 2

$$100\,\text{pL} = 100 \cdot 10^{-12}\,\text{L} = 100 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 = 100 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3} \cdot (10^6\,\mu\text{m})^3 = \underline{\underline{1.00 \cdot 10^5\,\mu\text{m}^3}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$237\,\mathrm{cm}^2 = 2.37 \cdot 10^2 \cdot (10^{-2}\,\mathrm{m})^2 = \underline{\underline{2.37 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^2}} = 2.37 \cdot (10^{-1}\,\mathrm{m})^2 = \underline{\underline{2.37\,\mathrm{dm}^2}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$V = \frac{\Delta V}{\Delta T \cdot A} \cdot \frac{\Delta t \cdot \Delta A}{\Delta N} = \frac{1400 \cdot 10^9\,\mathrm{m}^3}{86400\,\mathrm{s} \cdot 5.1007 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m}^2} \cdot \frac{60\,\mathrm{s} \cdot 1\,\mathrm{m}^2}{57}$$
$$= \underline{\underline{3.3 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}^3}} = 33\,\mathrm{mm}^3$$

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $\dfrac{1870\,\text{mm}}{1\text{ d}} = \dfrac{1870\,\text{mm}}{24 \cdot 60\,\text{min}} = \underline{\underline{1.299\,\text{mm/min}}}$

b) $\dfrac{38\,\text{mm}}{1\text{ min}} = \dfrac{38 \cdot 10^{-3}\text{ m}}{1\text{ min}} \cdot \dfrac{\text{m}^2}{\text{m}^2} = \dfrac{38 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{min}} = \underline{\underline{38\,\dfrac{\text{L}}{\text{m}^2 \cdot \text{min}}}}$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$122\,\text{in}^3 = 122 \cdot (0.2540\,\text{dm})^3 = 1.999\,\text{dm}^3 = \underline{\underline{2.00\,\text{L}}}$$
$$20\,\text{oz} = 20\,\text{oz} \cdot 28.3495231\,\text{g/oz} = 566.99\,\text{g} = \underline{\underline{0.57\,\text{kg}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$1\,\text{mile} = 1609.344\,\text{m} \Rightarrow 70\,\text{mph} \cdot 1.609344\,\text{km/mile} = \underline{\underline{113\,\text{km/h}}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

a)	$1\,\text{cm}^2 <$	$10^{-2}\,\text{m}^2$	b)	$7.2\,\text{km/h} >$	$1.8\,\text{m/s}$	c)	$1\,\text{nL} =$	$10^{-12}\,\text{m}^3$
d)	$17\,\text{W/s} \neq$	$17\,\text{J}$	e)	$4.4\,\text{a} \neq$	$4.4\,\text{A}$	f)	$1\,\text{bar} <$	$101325\,\text{Pa}$

34.3 Lösungen (Genauigkeit)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Falls die Menschen mit konstanter Rate geboren werden, folgen sich zwei Geburten im Abstand

$$\Delta t = \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 86400\,\mathrm{s/d}}{380\,000} = 0.227\,\mathrm{s}$$

   Da es nicht möglich ist, die Geburtszeit so genau zu bestimmen, lässt sich der 7milliardste Mensch nicht eindeutig finden. In Wirklichkeit erfolgen die Geburten nicht gleichmässig; der Abstand zweier Geburten kann sowohl grösser als auch kleiner sein. Das stellt noch höhere Anforderungen an die Messgenauigkeit. Ausserdem müsste man noch die Sterbefälle berücksichtigen.

2. Lösung von Aufgabe 2
   a) 3 b) 2 c) 1 d) 4 e) 4 f) 3

3. Lösung von Aufgabe 3
   a) 13 m b) 12 m c) $3.7 \cdot 10^4$ m d) 0.10 kW

4. Lösung von Aufgabe 4
   a) 17 m/s b) 10^6 m d) $1.5 \cdot 10^2$ m^3 e) -0.4 f) 25 km
   Bei b) kann nur die Grössenordnung berechnet werden ('keine' wesentliche Ziffer).

5. Lösung von Aufgabe 5

$$d = \frac{V}{A} = \frac{m}{\rho l b} = \frac{7.88\,\text{g}}{2.70\,\text{g/cm}^3 \cdot 81\,\text{cm} \cdot 30\,\text{cm}} = 0.0012\,\text{cm} = \underline{\underline{12\,\mu\text{m}}}$$

Die Angabe 0.01 mm stimmt im Rahmen der Rundung – eine signifikante Stelle – mit 12 µm überein, d.h. $12\,\mu\text{m} \in [0.005\,\text{mm}; 0.015\,\text{mm}[$.

newpage

6. Lösung von Aufgabe 6

Je mehr Ziffern angegeben werden, die nicht gesichert sind, desto kleiner ist die Wahrscheinlichkeit, dass der angegebene Wert den ‘richtigen’ Wert umfasst.

7. Lösung von Aufgabe 7

   Die 'Anzahl Nachkommastellen' ist ein schlechtes Mass für die Genauigkeit, weil das Komma durch verschiedene Schreibweisen herum geschoben werden kann: $12,1\,\text{m} = 0.0121\,\text{km} = 1,21 \cdot 10^1\,\text{m}$.

8. Lösung von Aufgabe 8

   Gibt man zuwenig wesentliche Stellen an, so unterschätzt man die Genauigkeit der Rechnung. Muss man mit dem Zahlenresultat weiter rechnen, so wird diese Rechnung ebenfalls ungenau. Gibt man hingegen eine Stelle zuviel an, so kann man später immer noch runden.

34.4 Lösungen (Formalisieren)

1. Lösung von Aufgabe 1

   $\upsilon = f \cdot d \qquad$ Proportionalität mit Proportionalitätsfaktor f

   $$f = \frac{\upsilon}{d} = \frac{8\,\mathrm{m/s}}{4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = 2 \cdot 10^{3}\,\mathrm{s}^{-1} = \frac{1}{0.5\,\mathrm{ms}}$$

   respektive

   $d = \tau \cdot \upsilon \qquad$ Proportionalität mit Proportionalitätsfaktor τ

   $$\tau = \frac{1}{f} = \cdots = 0.5\,\mathrm{ms}$$

   respektive

   $$\upsilon = \frac{d}{\tau}$$

   Der Tropfen benötigt immer dieselbe Zeit τ, um seinen Durchmesser zurück zu legen.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$V = \frac{4\pi}{3}r^3 = \frac{4\pi}{3}(d/2)^3 = \frac{\pi}{6}d^3 \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}V} = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} \cdot 5 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3} = \underline{\underline{\underline{2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3
   Die Aufgabe ist analog zu einer Weg - Zeit - Geschwindigkeit Aufgabe. Deshalb können dieselben Variablen benützt werden.

$$s = vt = \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot t = \frac{3850\,\text{Worte}}{1\,\text{min}} \cdot 3 \cdot 60\,\text{min} = \underline{\underline{7 \cdot 10^5\,\text{Worte}}}$$

   Die Genauigkeit des Resultats ist nicht klar, da die Genauigkeit von 'gut drei Stunden' nicht spezifiziert ist. Im Internet findet man die Angaben 738 765 Worte, 800 890 Worte, 774 746 words, 783 137 words and 788 258 words, je nach Zählweise, Sprache, etc.

4. Lösung von Aufgabe 4

   In der Physik besteht eine Grösse stets aus Zahlenwert und Einheit. In der Duboisformel müsste man die Wurzel aus Kilogramm und Zentimeter ziehen, was nicht definiert ist. Auf jeden Fall gibt Wurzel aus Kilogramm mal Zentimeter nicht Quadratzentimeter.

   Damit die Formel nach SI konsistent ist, muss eine Konstante unter die Wurzel, welche die Einheiten in Ordnung bringt. Wenn der konstante Faktor die Einheit m^3/kg hat, hat der ganze Radikand die Einheit m^4, was nach dem Wurzel ziehen die gewünschte Einheit m^2 gibt. Da kg/m^3 die Einheit der Dichte ρ ist, wollen wir den Kehrwert einer Dichte als Parameter verwenden. Ausserdem setzen wir die üblichen Variablen A für Fläche, m für Masse und h für Körpergrösse ein.

   $$A = \sqrt{\frac{mh}{\rho}}$$

   Die Duboisformel liefert für $L = 100\,\mathrm{cm}$ und $P = 100\,\mathrm{kg}$ die Oberfläche $O = 1.672 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^2 = 1.672\,\mathrm{m}^2$. Damit folgt für den Parameter ρ:

   $$\rho = \frac{mh}{A^2} = \frac{100\,\mathrm{kg} \cdot 1.00\,\mathrm{m}}{(1.672\,\mathrm{m}^2)^2} = 35.77\,\mathrm{kg/m}^3$$

   Diese Dichte hat keine weitere Bedeutung als die eines Parameters in der Gleichung.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$N = K \cdot V = 3000\,\mathrm{m}^{-3} \cdot 2.5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 = \underline{\underline{7.5}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$s = \frac{1}{N} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta m} \cdot m = \frac{1}{1.015 \cdot 10^9} \cdot \frac{100\,\text{km}}{10\,\text{kg}} \cdot 46.4 \cdot 10^9\ \text{kg} = \underline{\underline{\underline{457\,\text{km}}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7
   Wir nehmen an, dass alle Bläschen gleich grosse Kugeln sind.

$$
\begin{aligned}
V &= \frac{4\pi}{3}r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3V_C}{4\pi N}} \\
A &= N4\pi r^2 = N4\pi\left(\frac{3V_C}{4\pi N}\right)^{2/3} \\
&= 100\cdot 10^6\cdot 4\pi\left(\frac{3\cdot 5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{4\pi 100\cdot 10^6}\right)^{2/3} = \underline{\underline{66\,\mathrm{m}^2}}
\end{aligned}
$$

   Die Grössenordnung stimmt. Mehr kann man nicht sagen, denn es müssen ja nicht alle Bläschen gleich gross sein.

8. Lösung von Aufgabe 8

$a = 0.24\,\mu\text{mol}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}$ flächenspezifische Aufnahmerate

$\upsilon = 0.98\,\mu\text{mol}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$ massenspezifische Verbrauchsrate

$\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{4m}{\pi d^2 l} = \dfrac{4\cdot 3.7\,\text{g}}{\pi\cdot(0.64\,\text{cm})^2\cdot 12\,\text{cm}} = 0.96\,\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ mittlere Dichte

a) $aA = a\pi dl = 0.24\,\mu\text{mol}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\pi\cdot 0.64\,\text{cm}\cdot 12\,\text{cm} = 5.8\,\mu\text{mol}\cdot\text{h}^{-1}$

$\upsilon m = 0.98\,\mu\text{mol}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}\cdot 3.7\,\text{g} = 3.6\,\mu\text{mol}\cdot\text{h}^{-1} < aA \quad \checkmark$

b) $aA = \upsilon m = \upsilon\rho V \Rightarrow a\pi dl = \upsilon\rho\frac{\pi}{4}d^2 l$

Die Länge fällt heraus; der Wurm kann beliebig lang werden.

c) $a\pi dl = \upsilon\rho\frac{\pi}{4}d^2 l \Rightarrow (d_1 = 0)$

$d_{max} = \dfrac{4a}{\upsilon\rho} = \dfrac{4\cdot 0.24\,\mu\text{mol}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}}{0.98\,\mu\text{mol}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}\cdot 0.96\,\text{g}/\text{cm}^3} = 1.0\,\text{cm}$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$q = \frac{\Delta m}{\Delta t} \propto A \propto V^{2/3} \rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{N \cdot (V/N)^{2/3}}{V^{2/3}} = N^{1/3} = 1000^{1/3} = \underline{\underline{10}}$$

34.5 Lösungen (Darstellung Lösungsweg)

1. Lösung von Aufgabe 1

   Mögliche Aufgabenstellung: Ein Körper wird aus 2 m Höhe ohne Anfangsgeschwindigkeit fallen gelassen. Berechnen Sie die Endgeschwindigkeit.

   Mängel in der Darstellung des Lösungsweges: Die formale Lösung $\upsilon = \sqrt{2gh}$ fehlt, beim Einsetzen fehlen die Einheiten.

   Verbesserte Lösung:

   $$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2gh \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh} = \sqrt{0 + 2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{6\,\mathrm{m/s}}} \quad \text{(Richtung: abwärts)}$$

2. Lösung von Aufgabe 2
Die Masse wurde nicht eingesetzt respektive es wurden Variable und Einheiten im gleichen Term vermischt. Das ist unschön, weil der gleiche Buchstabe für verschiedene Objekte steht (die Unterscheidung durch kursiven/geraden Satz ist handschriftlich schwierig). Dem Zwischenresultat fehlt die Einheit (falsch).
Mögliche Aufgabe: Zehn Tonnen Sand haben ein Volumen von 5.3 m^3. Berechnen Sie die Dichte.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{10 \cdot 10^3\,\mathrm{kg}}{5.3\,\mathrm{m}^3} = 1886.79\,\mathrm{kg/m^3} = \underline{\underline{1.9 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$v = s \cdot t = 344\,\mathrm{m/s} \cdot 8\,\mathrm{s} = \underline{\underline{3\,\mathrm{km}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\text{mögliche Verbesserung: } E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow m = \frac{2E}{v^2} = \frac{2 \cdot 5.0\,\mathrm{J}}{(4\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{0.6\,\mathrm{kg}}}$$

Doppelbrüche eliminieren, Klammer um die ganze Grösse beim quadrieren, vollständig einsetzen (auch für E), das Resultat vernünftig runden und mit dem Einheitensymbol versehen.

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) Formales Rechnen geht schneller, ist besser nachvollziehbar und führt zu allgemeinen Gesetzen. Schlussformeln lassen sich leichter prüfen.
   b) Die angegebenen Stellen sollen signifikant (bedeutsam, gesichert, wesentlich) sein. Eine Ziffer zuviel ist nur noch mit 10 % Wahrscheinlichkeit korrekt, bei zwei Ziffern zuviel stimmt das Resutat nur noch mit 1 % Wahrscheinlichkeit, und so weiter.

6. Lösung von Aufgabe 6

   Unvollständig eingesetzt, falsch gerundet, Einheit fehlt, Resultat nicht bezeichnet

   Verbesserung: $v = s/t \rightarrow s = v \cdot t = 1.9899444\,\mathrm{m/s} \cdot 12\,\mathrm{s} = 23.8793\,\mathrm{m} = \underline{\underline{24\,\mathrm{m}}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

   a) Doppelbrüche sollten vereinfacht werden, denn sie führen notorisch zu Fehlern beim Eintippen. Der Faktor g kann unter die Wurzel gezogen werden und muss dann auch nicht zweimal getippt werden. Schlussformel $\upsilon = \sqrt{2gh}$
   b) Die Variable m soll gekürzt werden, denn $a = \mu_G g$ hängt nicht von m ab. Man muss dann weniger einsetzen.
   c) Die Gleichung muss zuerst fertig aufgelöst werden: $T = 2\pi\sqrt{l/g}$. Nach dem Einsetzen der Zahlen geht sonst gern das Ziehen der Wurzel vergessen.

8. Lösung von Aufgabe 8

$$t = \frac{s}{v} = \frac{608\,\text{m}}{155\,\text{s}} = 3.922580645\,\text{s} = \underline{\underline{3.92\,\text{s}}}$$

Die Schlussformel enthält nur *Variable* für gesuchte und gegebene Grössen. Die Grössen werden mit Einheiten eingesetzt. Das Zahlenresultat muss als solches bezeichnet sein (keine Auswahlsendung), es sollte richtig gerundet sein und die korrekte Einheit tragen.

9. Lösung von Aufgabe 9

   Eine vereinfachte Formel ist übersichtlicher, d.h. allfällige Fehler werden schneller erkannt. Sie verursacht beim Einsetzen weniger Arbeit. Beim Ausrechnen sind weniger Fehler möglich.

Kapitel 35

Lösungen Kinematik

35.1 Lösungen (Mittlere Geschwindigkeit)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$
\begin{aligned}
v_S &= \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100.0\,\mathrm{m}}{23.14\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{4.322\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}} \cdot \frac{3.6\,\mathrm{km/h}}{1\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{15.56\,\mathrm{km/h}}} \\
v_M &= \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{42.195\,\mathrm{km}}{\left(8 + \frac{11}{60} + \frac{6}{3600}\right)\,\mathrm{h}} = \underline{\underline{5.1552\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}} \cdot \frac{1\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}{3.6\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}} = \underline{\underline{1.4320\,\mathrm{m/s}}}
\end{aligned}
$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1.0\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{a} \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s/a}} = \underline{\underline{3.2\,\mathrm{nm/s}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\upsilon = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}}{3.156 \cdot 10^{7}\,\mathrm{s}} = 1 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{m/s} = \underline{\underline{0.1\,\mathrm{pm/s}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{1\,\text{km}}{\frac{105.882\,\text{km}}{3600\,\text{s}}} = \underline{\underline{34.0\,\text{s}}}$$

Die Genauigkeit der Angaben ist nicht klar: Die Geschwindigkeit ist sicher nicht auf sechs wesentliche Ziffern bestimmt worden. Falls die Zeit, wie damals üblich, von Hand gestoppt wurde, so dürften zwei bis drei signifikante Stellen für das Resultat angemessen sein.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$1\,\mathrm{kn} = 1 \text{ Seemeile pro Stunde} = 1.852\,\mathrm{km/h}$$
$$22\,\mathrm{kn} \cdot 1.852\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}\cdot\mathrm{kn}} = \underline{\underline{41\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

   a) $30\,\mathrm{km/h} = 30 \cdot \dfrac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{8.3\,\mathrm{m/s}}}$

   b) $50\,\mathrm{km/h} = 50 \cdot \dfrac{1\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{14\,\mathrm{m/s}}}$

   b) $80\,\mathrm{km/h} = \dfrac{80\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{22\,\mathrm{m/s}}}$

   b) $\dfrac{120\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{33\,\mathrm{m/s}}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$\text{a) } c = 299\,792\,458\,\text{m/s} = 299\,792\,458 \cdot 3.6\,\text{km/h} = \underline{\underline{1\,079\,252\,848.8\,\text{km/h}}}$$

$$\text{b) } 1\,\text{m} = 100\,\text{cm},\ 1\,\text{s} = 10^9\,\text{ns} \Rightarrow$$

$$c = 2.99792458 \cdot 10^8\,\text{m/s} = 2.99792458 \cdot 10^8 \cdot \frac{100\,\text{cm}}{10^9\,\text{ns}} = \underline{\underline{29.9792458\,\text{cm/ns}}}$$

Im SI-System wird der Lichtgeschwindigkeit ein fester Wert zugewiesen. Die Resultate sind somit exakt, d.h. auf unendlich viele Stellen genau (die nicht geschriebenen Stellen sind alle Null). Die letzte Darstellung ist nicht SI-konform.

8. Lösung von Aufgabe 8
   a)

$$t = \frac{s}{v_e} = \frac{s}{f_e c} = \frac{2\pi \cdot 6.371 \cdot 10^6\,\mathrm{m}}{0.99985 \cdot 2.99792458 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{21.25\,\mathrm{ms}}}$$

   b)

$$\begin{aligned}\Delta s &= s - t v_p = s - \frac{s}{f_e c} f_p c = s \cdot \left(1 - \frac{f_p}{f_e}\right)\\ &= 2\pi \cdot 6.371 \cdot 10^6\,\mathrm{m} \cdot \left(1 - \frac{0.99983}{0.99985}\right) = \underline{\underline{0.8\,\mathrm{km}}}\end{aligned}$$

   (Die Geschwindigkeiten sind einzeln auf etwa 5 wesentliche Ziffern bekannt, aber der Unterschied nur auf eine signifikante Stelle.)

9. Lösung von Aufgabe 9

   a) $v_a = \dfrac{\Delta s_a}{\Delta t_a} = \dfrac{80\,000\,\mathrm{km}}{365.25 \cdot 24\,\mathrm{h}} = \underline{\underline{9.13\,\mathrm{km/h}}} \quad (= 2.5\,\mathrm{m/s})$

   b) $v_b = \dfrac{\Delta s_b}{\Delta t_b} = \dfrac{520 \cdot 10^3\,\mathrm{m}}{86400\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{6.02\,\mathrm{m/s}}} \quad (= 22\,\mathrm{km/h})$

   Die Genauigkeit der Ausgangsgrössen ist nicht ganz klar.

10. Lösung von Aufgabe 10

$$
\begin{aligned}
d &= s_1 - s_2 = s_1 - v_2 t_1 = s_1 - \frac{s_1}{t_2} \cdot t_1 = s_1 \cdot \left(1 - \frac{t_1}{t_1 + \delta t}\right) \\
&= 100\,\mathrm{m} \cdot \left(1 - \frac{47.52\,\mathrm{s}}{47.52\,\mathrm{s} + 0.01\,\mathrm{s}}\right) = 21.0\,\mathrm{mm} = \underline{\underline{2\,\mathrm{cm}}}
\end{aligned}
$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1.20\,\text{m}}{86400\,\text{s}} = \underline{\underline{1.39 \cdot 10^{-5}\,\text{m/s}}} = \underline{\underline{13.9\,\mu\text{m/s}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$t_V = \Delta t_B - \Delta t_H = \frac{\Delta s}{v_B} - \frac{\Delta s}{v_H} = \frac{100\,\mathrm{m}}{4.8\,\mathrm{m/s}} - \frac{100\,\mathrm{m}}{5.3\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{2.0\,\mathrm{s}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$\bar{v} = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + v_3 \Delta t_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$
$$= \frac{8.5\,\mathrm{m/s} \cdot 10\,\mathrm{s} + 5.9\,\mathrm{m/s} \cdot 20\,\mathrm{s} + 4.8\,\mathrm{m/s} \cdot 40\,\mathrm{s}}{10\,\mathrm{s} + 20\,\mathrm{s} + 40\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{5.6\,\mathrm{m/s}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4573\,\mathrm{m}}{1 \cdot 60\,\mathrm{s} + 13.780\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{61.98\,\mathrm{m/s}}} = 61.9816 \cdot 3.6\,\mathrm{km/h} = \underline{\underline{223.1\,\mathrm{km/h}}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

$$\bar{v} = \frac{s+s}{t_1+t_2} = \frac{s+s}{\frac{s}{v_1}+\frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{60\,\mathrm{km/h}}+\frac{1}{80\,\mathrm{km/h}}} = \underline{\underline{69\,\mathrm{km/h}}}$$

Man darf nicht einfach das arithmetische Mittel der Geschwindigkeiten nehmen, denn das Auto ist länger mit 60 km/h unterwegs als mit 80 km/h.

16. Lösung von Aufgabe 16

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{\upsilon} = \frac{2d}{c} = \frac{2 \cdot 170\,\mathrm{m}}{344\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{0.988\,\mathrm{s}}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1.496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}{17 \cdot 3600\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{2.4 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}}}$$

18. Lösung von Aufgabe 18

a) $t = t_1 + t_2 = \dfrac{s_1}{\upsilon_1} + t_2 = \dfrac{25\,\text{km}}{38\,\text{km/h}} + \dfrac{43\,\text{h}}{60} = 1.37\,\text{h} = \underline{\underline{82\,\text{min}}}$

b) $\bar{\upsilon} = \dfrac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \dfrac{s_1 + \upsilon_2 t_2}{\frac{s_1}{\upsilon_1} + t_2} = \dfrac{25\,\text{km} + 31\,\text{km/h} \cdot \frac{43}{60}\,\text{h}}{\frac{25}{38}\,\text{h} + \frac{43}{60}\,\text{h}} = \underline{\underline{34\,\text{km/h}}}$

19. Lösung von Aufgabe 19

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} \Rightarrow \bar{v} \cdot \left(\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}\right) = s_1 + s_2 \Rightarrow$$

$$s_2 = s_1 \cdot \frac{\bar{v}/v_1 - 1}{1 - \bar{v}/v_2} = 48\,\mathrm{km} \cdot \frac{63/50 - 1}{1 - 63/80} = \underline{\underline{59\,\mathrm{km}}}$$

20. Lösung von Aufgabe 20

$$\upsilon = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{280.0\,\text{m}}{16.19\,\text{s}} = 17.2946 \cdot 3.6\,\text{km/h} = \underline{\underline{62.26\,\text{km/h}}}$$

35.2 Lösungen (Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit)

1. Lösung von Aufgabe 1
   a) $v = 0.60\,\mathrm{m/s}$, $t_1 = (7 \cdot 3600 + 35 \cdot 60)\,\mathrm{s} = 27300\,\mathrm{s}$, $s_1 = 456\,\mathrm{m}$
   b) $s = v \cdot (t - t_1) + s_1 =$
   $0.60\,\mathrm{m/s} \cdot (7\,\mathrm{h}\,38\,\mathrm{min} - 7\,\mathrm{h}\,38\,\mathrm{min}) \cdot 60\,\mathrm{s/min} + 456\,\mathrm{m} = \underline{\underline{564\,\mathrm{m}}}$
   c) $v \cdot t + s_0 = v \cdot (t - t_1) + s_1 \Rightarrow$
   $s_0 = s_1 - v \cdot t_1 = 456\,\mathrm{m} - 0.60\,\mathrm{m/s} \cdot (7 \cdot 3600\,\mathrm{s} + 35 \cdot 60\,\mathrm{s}) = \underline{\underline{-16\,\mathrm{km}}}$
   d) $s = v \cdot (t - t_1) + s_1 \Rightarrow$

$$t = \frac{s - s_1}{v} + t_1 = \frac{600\,\mathrm{m} - 456\,\mathrm{m}}{0.60\,\mathrm{m/s}} + 27300\,\mathrm{s} = 27540\,\mathrm{s} = \underline{\underline{7\,\mathrm{h}\,39\,\mathrm{min}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

a) $s = v \cdot (t - t_L) + s_L \Rightarrow$

$$t = \frac{s - s_L}{v} + t_L = \frac{0\,\text{km} - 35\,\text{km}}{120\,\text{km/h}} + 13\frac{51}{60}\,\text{h} = 13.558\,\text{h} = \underline{\underline{13\,\text{h}\,34\,\text{min}}}$$

b) $s_B = v \cdot (t - t_L) + s_L = 120\,\text{km/h} \cdot (14\frac{35}{60}\,\text{h} - 13\frac{51}{60}\,\text{h}) + 35\,\text{km} = \underline{\underline{123\,\text{km}}}$

3. Lösung von Aufgabe 3
   a)

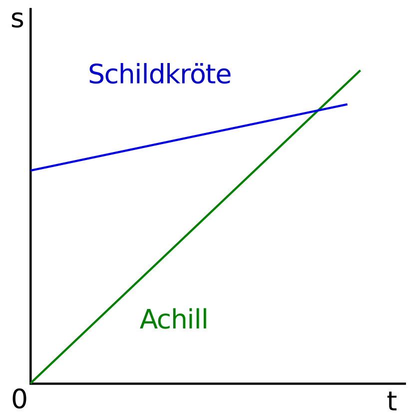


Abbildung 35.1: $s(t)$-Diagramm der Bewegungen von Achill und der Schildkröte. Wir lassen Achill im Nullpunkt des Koordinatensystems starten, dann stimmt seine Position mit der gerannten Strecke überein. Achill: $s = v_A t$, Schildkröte: $s = v_S t + s_S$

   b)

$$v_A t = v_S t + s_S \Rightarrow t = \frac{s_S}{v_A - v_S} = \frac{150\,\text{m}}{8.3\,\text{m/s} - \frac{4.8\,\text{m}}{3.6\,\text{s}}} = \underline{\underline{22\,\text{s}}}$$

   c)

$$s = v_A t = \frac{v_A \cdot s_S}{v_A - v_S} = \frac{8.3\,\text{m/s} \cdot 150\,\text{m}}{8.3\,\text{m/s} - \frac{4.8\,\text{m}}{3.6\,\text{s}}} = \underline{\underline{179\,\text{m}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$v_G t = v_T t + s_T$$
$$t = \frac{s_T}{v_G - v_T} = \frac{50\,\mathrm{m}}{\frac{110\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}} - \frac{80\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}}} = \underline{\underline{6.0\,\mathrm{s}}}$$

Der Gepard kann die Gazelle fangen.

5. Lösung von Aufgabe 5
a)

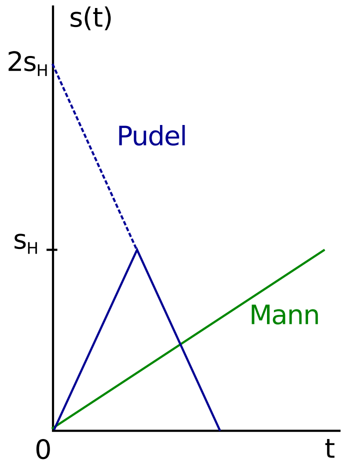


Abbildung 35.2: Wir lassen den Mann im Nullpunkt des Koordinatensystems starten, weil wir für ihn die Grössen berechnen müssen. Seine Bahngleichung lautet $s = \upsilon_M t$. Der Pudel ist auf dem Rückweg, seine Bahngleichung ist $s = 2s_H + \upsilon_P t$

b)

$$\upsilon_M t = 2s_H + \upsilon_P t \Rightarrow t = \frac{2s_H}{\upsilon_M - \upsilon_M} = \frac{2 \cdot 480\,\text{m}}{\frac{4.6\,\text{m}}{3.6\,\text{s}} - \frac{-9\,\text{m}}{3.6\,\text{s}}} = 254\,\text{s} = \underline{\underline{4\,\text{min}}}$$

$$s = \upsilon_M t = \frac{\upsilon_M 2s_H}{\upsilon_M - \upsilon_M} = \frac{4.6\,\text{km/h} \cdot 2 \cdot 480\,\text{m}}{4.6\,\text{km/h} + 9\,\text{km/h}} = 324.7\,\text{m} = \underline{\underline{0.3\,\text{km}}}$$

c) Der Pudel läuft gleich lange wie sein Meister, also gilt

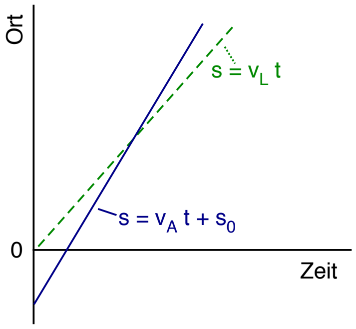
$$s_P = \upsilon_P t = \frac{9\,\text{m}}{3.6\,\text{s}} \cdot 254\,\text{s} = 635\,\text{m} = \underline{\underline{0.6\,\text{km}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$s = s_1 + v_1 \cdot (t - t_1) \quad \text{und} \qquad s = s_2 + v_2 \cdot (t - t_2) \Rightarrow$$
$$s_2 = s - v_2 \cdot (t - t_2) = s_1 + v_1 \cdot (t - t_1) - v_2 \cdot (t - t_2)$$
$$s_2 = 87\,\text{km} + 121\,\text{km/h} \cdot \left(10\tfrac{13}{60}\,\text{h} - 9\tfrac{57}{60}\,\text{h}\right) - 115\,\text{km/h} \cdot \left(10\tfrac{13}{60}\,\text{h} - 9\tfrac{42}{60}\,\text{h}\right) = \underline{\underline{66\,\text{km}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

   Da wir die Zeit für den Lastwagen berechnen müssen, lassen wir diesen im Nullpunkt des Ort-Zeit Diagramms starten.



a)

b) $v_L t = v_A t + s_0 \Rightarrow t = \dfrac{s_0}{v_L - v_A}$

$$= \frac{-500\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{km/h} - 120\,\mathrm{km/h}} \cdot \frac{3.6\,\mathrm{km/h}}{1\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{90\,\mathrm{s}}}$$

$$s = v_L t = \frac{s_0 v_L}{v_L - v_A}$$

$$= \frac{-500\,\mathrm{m} \cdot 100\,\mathrm{km/h}}{100\,\mathrm{km/h} - 120\,\mathrm{km/h}} = \underline{\underline{2.50\,\mathrm{km}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

a) siehe Abbildung 35.3

b) $s_V + v_V t = v_A \cdot (t - t_A) \rightarrow t = \dfrac{s_V + v_A t_A}{v_A - v_V}$

$$t = \frac{380\,\text{m} + 14\,\text{m/s} \cdot 15 \cdot 60\,\text{s}}{14\,\text{m/s} - 5.6\,\text{m/s}} = \frac{1545\,\text{s}}{60\,\text{s/min}} = \underline{\underline{26\,\text{min}}}$$

$$s = s_V + v_V t = s_V + v_V \cdot \frac{s_V + v_A t_A}{v_A - v_V} = 380\,\text{m} + 5.6\,\text{m/s} \cdot \frac{380\,\text{m} + 14\,\text{m/s} \cdot 15 \cdot 60\,\text{s}}{14\,\text{m/s} - 5.6\,\text{m/s}} = \underline{\underline{9.0\,\text{km}}}$$

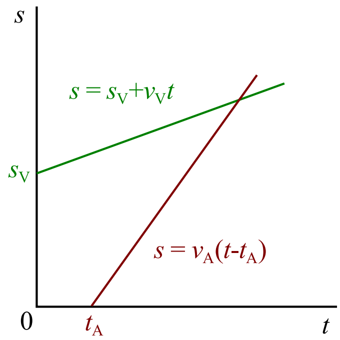


Abbildung 35.3: Ort-Zeit-Diagramm zu Aufgabe 8.

9. Lösung von Aufgabe 9

a) $\upsilon = \dfrac{h_2 - h_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{3580\,\text{m} - 2830\,\text{m}}{90\,\text{min} \cdot 60\,\text{s/min}} = 0.13888\,\text{m/s} = \underline{\underline{0.139\,\text{m/s}}}$

b) $h_3 = h_2 + \upsilon \cdot (t_3 - t_2) \Rightarrow t_3 = \dfrac{h_3 - h_2}{\upsilon} + t_2$

$$t_3 = \frac{4164\,\text{m} - 3580\,\text{m}}{0.13888\,\text{m/s} \cdot 60\,\text{s/min}} + 6\,\text{h}30\,\text{min} = 70.08\,\text{min} + 6\,\text{h}\,30\,\text{min} = \underline{\underline{7\,\text{h}\,40\,\text{min}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$\Delta s = s_A - s_B = s_A - v_B t_A = s_A - v_B \cdot \frac{s_A}{v_A} = 100\,\text{m} - 7.0\,\text{m/s} \cdot \frac{100\,\text{m}}{7.1\,\text{m/s}} = \underline{\underline{1.4\,\text{m}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$s = v_H t$$

$$s = v_A t + s_A = v_A \cdot \frac{s}{v_H} + s_A \Rightarrow s - s_A = \frac{v_A s}{v_H} \Rightarrow$$

$$v_H = \frac{v_A s}{s - s_A} = \frac{5.8\,\mathrm{m/s} \cdot 130\,\mathrm{m}}{130\,\mathrm{m} - 18\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{6.7\,\mathrm{m/s}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

a) siehe Abb. 35.4

b) $\upsilon_A t = \upsilon_B t + s_B \Rightarrow t = \dfrac{s_B}{\upsilon_A - \upsilon_B} = \dfrac{15\,\text{m}}{6.3\,\text{m/s} - 5.4\,\text{m/s}} = \underline{\underline{17\,\text{s}}} = 16.67\,\text{s}$

c) $t = \dfrac{s}{\upsilon_A} \rightarrow s_B = s - \upsilon_B t = s - \upsilon_B \cdot \dfrac{s}{\upsilon_A} = 120\,\text{m} - 5.4\,\text{m/s} \cdot \dfrac{120\,\text{m}}{6.3\,\text{m}} = \underline{\underline{17\,\text{m}}}$

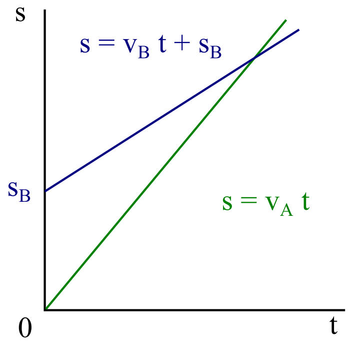


Abbildung 35.4: Ort-Zeit Diagramm zu Aufgabe 12.

Achsen mit Lineal gezogen und beschriftet, Zeitachse horizontal (unabhängige Variable), Nullpunkt bezeichnet, Bahnlinien zugeordnet, Bahnlinie von Anna startet im Nullpunkt.

13. Lösung von Aufgabe 13

$$v_1 t = v_2 t + s_2 \Rightarrow v_2 = v_1 - \frac{s_2}{t} = 5.3\,\mathrm{km/h} - \frac{50}{63} \cdot 3.6\,\mathrm{km/h} = \underline{\underline{2.4\,\mathrm{km/h}}} = 0.68\,\mathrm{m/s}$$

35.3 Lösungen (Gleichmässig beschleunigte Bewegung)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}\cdot 4.8\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{5.8\,\mathrm{m/s^2}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

   a)

   $$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.0\,\mathrm{m/s^2} \cdot (2.5\,\mathrm{s})^2 = \underline{\underline{3.1\,\mathrm{m}}}$$

   b)

   $$\upsilon = at = 1.0\,\mathrm{m/s^2} \cdot 5.4\,\mathrm{s} = \underline{\underline{5.4\,\mathrm{m/s}}}$$

   c)

   $$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2a \cdot (s - s_0) \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 1.0\,\mathrm{m/s^2} \cdot 73\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{12\,\mathrm{m/s}}}$$

   d)

   $$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$$

   $$\Delta t = \frac{\Delta\upsilon}{a} = \frac{\frac{60\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}}}{1.0\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{17\,\mathrm{s}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3
   a) Wenn die Geschwindigkeit im betreffenden Koordinatensystem von -5 m/s auf -6 m/s 'abnimmt', ist die Beschleunigung negativ, aber die Schnelligkeit nimmt trotzdem zu.
   b) Wenn die Geschwindigkeit im betreffenden Koordinatensystem von -5 m/s auf -4 m/s 'zunimmt', ist die Beschleunigung positiv, aber die Schnelligkeit nimmt trotzdem ab.
   c) Die Beschleunigung entspricht einem Bremsvorgang (Verlangsamung), wenn die Geschwindigkeit und die Beschleunigung verschiedene Vorzeichen haben.

4. Lösung von Aufgabe 4
   a)

$$v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)$$

mit $v_0 = 0$ und $s_0 = 0$ folgt:

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(905\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 0.528\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{7.76 \cdot 10^5\,\mathrm{m/s^2}}}$$

b) Diese Teilaufgabe lässt sich nur lösen, wenn man annimmt, dass die Beschleunigung konstant ist.

$$v = v_0 + at$$

$$t = \frac{v}{a} = \frac{2s}{v} = \frac{2 \cdot 0.528\,\mathrm{mm}}{905\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{1.17\,\mathrm{ms}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) Die Geissböcke treffen sich in der Mitte mit gleicher Schnelligkeit.

$$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2a\cdot(s-s_0) \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2a\frac{d}{2}} = \sqrt{1.0\,\mathrm{m/s^2}\cdot 2.0\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1.4\,\mathrm{m/s}}}$$

   b)

$$\frac{1}{2}at^2 = \frac{d}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{d}{a}} = \sqrt{\frac{2.0\,\mathrm{m}}{1.0\,\mathrm{m/s^2}}} = \underline{\underline{1.4\,\mathrm{s}}}$$

   c)

$$\frac{1}{2}at^2 + \frac{1}{2}a(t-t_2)^2 = d$$

$$\upsilon_1 = at$$

$$\upsilon_2 = a(t-t_2) \ \text{ entgegen } \ \upsilon_1$$

   d)

$$\frac{1}{2}a_1t^2 + \frac{1}{2}a_2t^2 = d$$

$$\upsilon_1 = a_1t$$

$$\upsilon_2 = a_2t \ \text{ entgegen } \ \upsilon_1$$

6. Lösung von Aufgabe 6
   a) Wir lassen das Velo im Nullpunkt des Koordinatensystems starten, weil wir dafür die Grössen ausrechnen müssen.

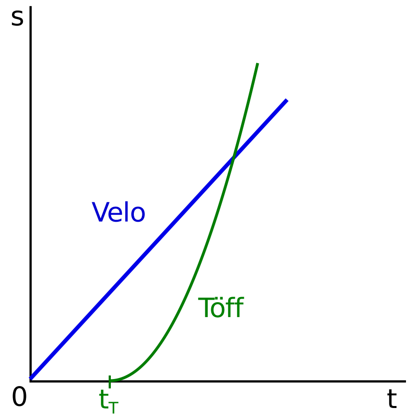


Abbildung 35.5: Die Bahngleichung des Velos ist $s = \upsilon t$, die des Töffs $s = \frac{1}{2}a\,(t - t_T)^2$.

b)

$$\upsilon t = \frac{1}{2}a(t - t_T)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 - (at_T + \upsilon)t + \frac{1}{2}at_T^2 = 0$$

$$t = \frac{at_T + \upsilon \pm \sqrt{(at_T + \upsilon)^2 - a^2 t_T^2}}{a} = t_T + \frac{\upsilon}{a} \pm \sqrt{\left(t_T + \frac{\upsilon}{a}\right)^2 - t_T^2}$$

$$t = 3.0\,\text{s} + \frac{13\,\text{m/s}}{5.8\,\text{m/s}^2} \pm \sqrt{\left(3.0\,\text{s} + \frac{13\,\text{m/s}}{5.8\,\text{m/s}^2}\right)^2 - (3.0\,\text{s})^2}$$

$t = 0.94\,\text{s}$ oder $\underline{\underline{9.5\,\text{s}}}$. Die grössere Wurzel der quadratischen Gleichung (9.539 s) ist die Lösung dieser Aufgabe.

c)

$$s = \upsilon t = 13\,\text{m/s} \cdot 9.539\,\text{s} = \underline{\underline{0.12\,\text{km}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2a(s - s_0) \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 6060\,\mathrm{m/s^2} \cdot 3.3\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{200\,\mathrm{m/s}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{(36 - 12)\,\mathrm{m}/(3.6\,\mathrm{s})}{5.6\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{1.2\,\mathrm{m/s^2}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

   a) Die Geschwindigkeit entspricht der Tangentensteigung: $\upsilon = \Delta s/\Delta t = \ldots$
   programmierte Funktion: `y:=9.5*exp(-1.3*t)`
   $\Rightarrow \upsilon(1.00\,\mathrm{s}) = -1.3\,\mathrm{s}^{-1} \cdot 9.5\,\mathrm{cm} \cdot \exp(-1.3\,\mathrm{s}^{-1} \cdot 1.00\,\mathrm{s}) = \underline{\underline{-3.37\,\mathrm{cm/s}}} \quad \text{(Sollwert)}$

   b) Der zurückgelegte Weg entspricht der Fläche unter der $\upsilon(t)$-Kurve.
   $\Delta s = \upsilon_0 \cdot \Delta t_4 + \frac{1}{2}\upsilon_0 \Delta t_5$
   $= \left(80\,\mathrm{km/h} \cdot (40-0)\,\mathrm{min} + \frac{1}{2} \cdot 80\,\mathrm{km/h} \cdot (50-40)\,\mathrm{min}\right) \cdot \dfrac{1\,\mathrm{h}}{60\,\mathrm{min}} = \underline{\underline{60\,\mathrm{km}}}$

10. Lösung von Aufgabe 10

a) $\upsilon = \dfrac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} = \dfrac{42\,\text{m} - 0\,\text{m}}{2.0\,\text{s} - 0\,\text{s}} = \underline{\underline{21\,\text{m/s}}}$

b) $a = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{0 - \upsilon}{t_2 - t_1} = -\dfrac{s_1 - s_0}{(t_1 - t_0)\cdot(t_2 - t_1)} = -\dfrac{42\,\text{m} - 0\,\text{m}}{(2.0\,\text{s} - 0\,\text{s})\cdot(5.0\,\text{s} - 2.0\,\text{s})} = \underline{\underline{-7.0\,\text{m/s}^2}}$

c) Eine Parabel. Es ist eine gleichmässig beschleunigte Bewegung (quadratische Fkt.)

d) $\upsilon(t) = \upsilon + a\cdot(t - t_1) = 21\,\text{m/s} - 7.0\,\text{m/s}^2\cdot(4.0\,\text{s} - 2.0\,\text{s}) = \underline{\underline{7\,\text{m/s}}}$ $\qquad \downarrow = 73.5\,\text{m} = \underline{\underline{74\,\text{m}}}$

e) $s_2 = s_1 + \upsilon\cdot(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}a\cdot(t_2 - t_1)^2 = 42\,\text{m} + 21\,\text{m/s}\cdot(5\,\text{s} - 2\,\text{s}) - \frac{1}{2}\cdot 7\,\text{m/s}^2\cdot(5\,\text{s} - 2\,\text{s})^2 \uparrow$

f) siehe Abbildung 35.6

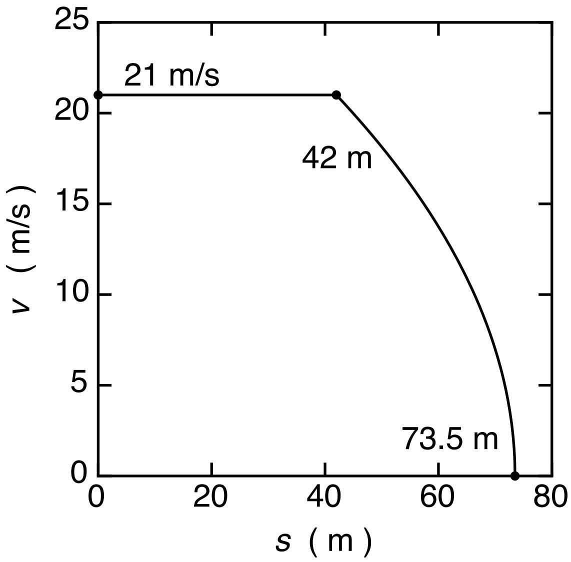


Abbildung 35.6: Geschwindigkeit vs. Position für den Anhaltevorgang. Während der Reaktionszeit bleibt die Geschwindigigkeit 21 m/s und das Auto kommt 42 m weit. Dann nimmt die Geschwindigkeit in der Art $\upsilon = \sqrt{2as}$ resp. $\upsilon \propto \sqrt{s_{end} - s}$ ('wurzelartig') ab bis zum Stillstand bei $s_{end} = 73.5$ m.

11. Lösung von Aufgabe 11

    Die Lösung ist streng genommen nicht eindeutig, aber vernünftig ist folgender Ansatz:

$$s = \frac{1}{2}at^2 + s_0$$
$$s_0 = 0.1\,\mathrm{m}$$
$$a = 2.0\,\mathrm{m/s^2}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 32\,\mathrm{m}}{(4.0\,\mathrm{s})^2} = \underline{\underline{4.0\,\mathrm{m/s^2}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot (s - s_0) \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta s} = \sqrt{\left(\frac{280\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}}\right)^2 + 2 \cdot (-10.3\,\mathrm{m/s^2}) \cdot 30\,\mathrm{m}} = 73.7\,\mathrm{m/s} = \underline{\underline{265\,\mathrm{km/h}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

a) $a = \dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{a} = \dfrac{\frac{30\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}} - \frac{50\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}}}{-1.0\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{5.6\,\mathrm{s}}}$

b) $\Delta s = \bar{\upsilon}\Delta t = \dfrac{\upsilon_2 + \upsilon_1}{2} \cdot \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{a} = \dfrac{(50 + 30)\,\mathrm{m} \cdot (30 - 50)\,\mathrm{m}}{2 \cdot (-1.0\,\mathrm{m/s^2}) \cdot (3.6\,\mathrm{s})^2} = \underline{\underline{62\,\mathrm{m}}}$ ‘Trapezfläche’

15. Lösung von Aufgabe 15

    a) Siehe Abbildung 35.7.

    b) $\frac{1}{2}at^2 = \upsilon \cdot (t - t_V) \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 - vt + vt_V = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \dfrac{v \pm \sqrt{v^2 - 2avt_V}}{a}$

    $$t_{1,2} = \frac{7.0\,\mathrm{m/s} \pm \sqrt{(7.0\,\mathrm{m/s})^2 - 2 \cdot 0.80\,\mathrm{m/s^2} \cdot 7.0\,\mathrm{m/s} \cdot 3.0\,\mathrm{s}}}{0.80\,\mathrm{m/s^2}} = \begin{cases} 3.8\,\mathrm{s} \\ 14\,\mathrm{s} \end{cases}$$

Zum ersten Zeitpunkt holt der Velofahrer das Töffli ein, bei der zweiten ist es umgekehrt.

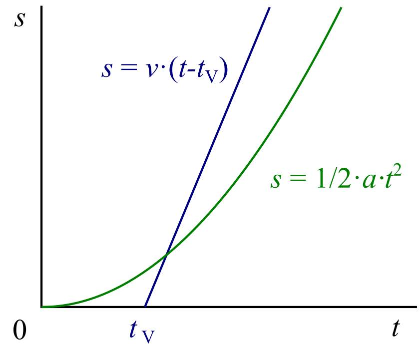


Abbildung 35.7: Die Bahngleichung des Töfflis ist eine quadratische Funktion ohne konstante oder lineare Terme. Die Bahngleichung des Velos ist eine Geradengleichung mit Nullstelle bei t_v.

16. Lösung von Aufgabe 16

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2as}$$

Siehe Abbildung 35.8

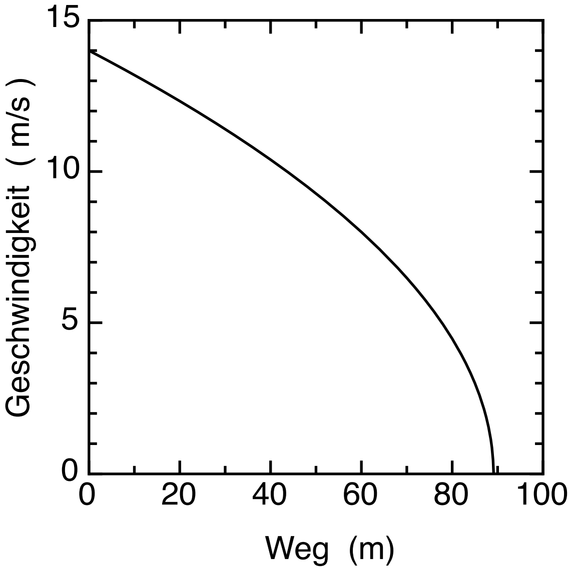


Abbildung 35.8: Geschwindigkeit als Funktion des Weges für ein bremsendes Tram

17. Lösung von Aufgabe 17

a) $s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1609.344\,\mathrm{m}}{(4.428\,\mathrm{s})^2} = \underline{\underline{41.04\,\mathrm{m/s^2}}}$

b) $v^2 = 2as \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(527.83\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s})^2}{2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1609.344\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{26.716\,\mathrm{m/s^2}}}$

c) $v = at \Rightarrow a = \frac{v}{t} = \frac{527.83\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s}}{4.428\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{33.11\,\mathrm{m/s^2}}}$

Die Angaben passen nicht zusammen, weil die Beschleunigung variiert. Dann kommt es darauf an, wie die mittlere Geschwindigkeit berechnet wird, d.h. ob über die Zeit oder über die Strecke oder über beides gemittelt wird.

18. Lösung von Aufgabe 18

$$\upsilon t = \tfrac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2\upsilon}{t} = \frac{2 \cdot 11.3\,\mathrm{m/s}}{23.5\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{0.962\,\mathrm{m/s^2}}}$$

19. Lösung von Aufgabe 19

a) $\upsilon = at \Rightarrow t = \dfrac{\upsilon}{a} = \dfrac{75\,\mathrm{m/s}}{8.2\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{9.1\,\mathrm{s}}}$

b) $s = \frac{1}{2}at^2 = \dfrac{a}{2}\left(\dfrac{\upsilon}{a}\right)^2 = \dfrac{\upsilon^2}{2a} = \dfrac{(75\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 8.2\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{0.34\,\mathrm{km}}}$

20. Lösung von Aufgabe 20

$$v_F t = \frac{1}{2} a_S t^2 \Rightarrow t = \frac{2v_F}{a_S} = \frac{2 \cdot 25\,\mathrm{m/s}}{3.8\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{13\,\mathrm{s}}}$$

21. Lösung von Aufgabe 21

$$v^2 = 0 = v_0^2 + 2as \Rightarrow a = -\frac{v_0^2}{2s} = -\frac{(60\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s})^2}{2 \cdot 38\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{-3.7\,\mathrm{m/s^2}}}$$

22. Lösung von Aufgabe 22

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-1.2\,\mathrm{m/s} - 1.2\,\mathrm{m/s}}{0.8\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{-3.0\,\mathrm{m/s^2}}}$$

Das Vorzeichen respektive die Richtung hängt ab von der Wahl der Bezugsrichtung.

23. Lösung von Aufgabe 23

Wir nehmen Start- und Stoppgeschwindigkeit Null sowie gleichmässig beschleunigte Bewegung an.

a) $\upsilon = a_1 t_1$ und $\upsilon + a_2 t_2 = 0 \Rightarrow a_1 t_1 = -a_2 t_2 \Rightarrow \dfrac{a_2}{a_1} = -\dfrac{t_1}{t_2} = -\dfrac{1}{1/2} = \underline{\underline{-2}}$

b) $\upsilon^2 = 2 a_1 s_1$ und $\upsilon^2 + 2 a_2 s_2 = 0 \Rightarrow a_1 s_1 = -a_2 s_2 \Rightarrow\Rightarrow \dfrac{a_2}{a_1} = -\dfrac{s_1}{s_2} = -\dfrac{1}{1/2} = \underline{\underline{-2}}$

35.4 Lösungen (Relativbewegung)

1. Lösung von Aufgabe 1

   Kosinussatz:

   $$v_{rel} = \sqrt{v_I^2 + v_K^2 - 2v_I v_K \cos\alpha} = v \cdot \sqrt{2 - 2\cos\alpha} = 7.52\,\text{km/s} \cdot \sqrt{2 - 2\cos 102.2^\circ} = \underline{\underline{11.7\,\text{km/s}}}$$

   Internet: $v_{rel} = 11.6\,\text{km/s}$, die Übereinstimmung ist vernünftig.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$v_G = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{9\,\text{km}}{(1 + \frac{26}{60})\,\text{h}} = 6.28\,\text{km/h}$$

Daniel ist flussabwärts geschwommen, denn er war schneller als im Becken.

$v_A = v_G - v_B = \cdots = 6.28\,\text{km/h} - 4.2\,\text{km/h} = \underline{\underline{2.1\,\text{km/h}}}$

Kapitel 36

Lösungen (Fallgesetze)

36.1 Lösungen (Freier Fall ohne Anfangsgeschwindigkeit)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 7.0\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{12\,\mathrm{m/s}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3.8\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}}} = \underline{\underline{0.88\,\mathrm{s}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

   a) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.2\,\text{m}}{1.6022\,\text{m/s}^2}} = \underline{\underline{1.2\,\text{s}}}$

   b) $\upsilon = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 1.622\,\text{m/s}^2 \cdot 1.2\,\text{m}} = \underline{\underline{2.0\,\text{m/s}}}$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\upsilon = \sqrt{2gh} \Rightarrow h = \frac{\upsilon^2}{2g} = \frac{(19\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{18\,\mathrm{m}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5
   Unter Vernachlässigung der Schall-Laufzeit:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{9.81\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\cdot(2.6\,\mathrm{s})^2}{2} = \underline{\underline{33\,\mathrm{m}}}$$

   Unter Berücksichtigung der Schall-Laufzeit: Die Zeit $t = 2.6\,\mathrm{s}$ setzt sich zusammen aus der Fallzeit t_1 und der Laufzeit t_2 des Schalls (mit Schallgeschwindigkeit c).

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{c}$$

$$t - \frac{h}{c} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t^2 - 2t\frac{h}{c} + \frac{h^2}{c^2} = \frac{2h}{g}$$

$$\frac{h^2}{c^2} - \left(\frac{2t}{c} + \frac{2}{g}\right)h + t^2 = 0$$

$$h^2 - \left(2tc + \frac{2c^2}{g}\right)h + c^2t^2 = 0$$

$$h = \frac{\left(2tc + \frac{2c^2}{g}\right) \pm \sqrt{\left(2tc + \frac{2c^2}{g}\right)^2 - 4c^2t^2}}{2}$$

$$h = \left(tc + \frac{c^2}{g}\right) \pm \sqrt{\left(tc + \frac{c^2}{g}\right)^2 - c^2t^2}$$

   $h = \cdots = \underline{\underline{31\,\mathrm{m}}}$ $(26\,\mathrm{km})$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\frac{\bar{v}}{v} = \frac{\frac{h}{t}}{gt} = \frac{\frac{gt^2}{2t}}{gt} = \frac{1}{2}$$

Bei jeder gleichmässig beschleunigten Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit gilt, dass die mittlere Geschwindigkeit gleich der halben Endgeschwindigkeit ist:

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 + v}{2} = \frac{v}{2}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$\upsilon = gt = 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.50\,\mathrm{s} = \underline{\underline{4.9\,\mathrm{m/s}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

   a) $c = \dfrac{v}{M} = \dfrac{1342,8\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s}}{1,24} = \underline{\underline{301\,\mathrm{m/s}}}$

   b) $c = gt \Rightarrow t = \dfrac{c}{g} = \dfrac{300\,\mathrm{m/s}}{9.8\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{31\,\mathrm{s}}}$

   c) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2\cdot 39045\,\mathrm{m}}{9.8\,\mathrm{m/s^2}}} = \underline{\underline{89\,\mathrm{s}}}$

9. Lösung von Aufgabe 9
   Die Beschleunigung ist für alle Körper gleich, falls nur die Schwerkraft wirkt. Der Vogelflug beruht hingegen auf der Schwerkraft sowie Kräften der Luft (Luftwiderstand und dynamischer Auftrieb).

10. Lösung von Aufgabe 10

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (1.0\,\mathrm{s})^2 = 4.9\,\mathrm{m} \quad \text{Für 4 m braucht's weniger als 1 s.}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (1.414\,\mathrm{s})^2 = \underline{\underline{9.81\,\mathrm{m}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

    Ohne Berücksichtigung der Schalllaufzeit:

    $$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (4.5\,\mathrm{s})^2 = 99\,\mathrm{m}$$

    Mit Berücksichtigung der Schalllaufzeit:

    $$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{c} = \sqrt{\frac{2 \cdot 120\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}}} + \frac{120\,\mathrm{m}}{344\,\mathrm{m/s}} = 4.95\,\mathrm{s} + 0.35\,\mathrm{s} = 5.3\,\mathrm{s}$$

    Berücksichtigt man den Luftwiderstand, so fiele der Stein in der genannten Zeit weniger weit. Árni hat die Fallzeit unterschätzt.

13. Lösung von Aufgabe 13

$$v = \sqrt{2gh} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(\frac{85\,\text{m}}{3.6\,\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2} = \underline{\underline{28\,\text{m}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$\Delta h = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t-\Delta t)^2 = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}gt^2 + gt\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2 = gt\Delta t - const \quad \text{nimmt zu}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{1}{2} g t_2^2}{\frac{1}{2} g t_1^2} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = 2^2 = \underline{\underline{4}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

$$\upsilon^2 = 2gh \propto h \Rightarrow \frac{h_2}{h} = \left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow h_2 = \underline{\underline{h/4}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17

$$\upsilon = \sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{h_2}{h_1}}}}$$

18. Lösung von Aufgabe 18

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{t_2^2}{t_1^2} = \frac{h_2}{h_1} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{2} = \underline{\underline{1.414}}$$

36.2 Lösungen (Vertikaler Wurf)

1. Lösung von Aufgabe 1

   $$v_{min} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 6.0\,\mathrm{m}} = 10.8\,\mathrm{m/s} > 10\,\mathrm{m/s}$$

   Der Ball erreicht die Decke nicht, denn dazu wären 11 m/s nötig.

2. Lösung von Aufgabe 2

a)

$$y = y_0 + \upsilon_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 + 8.7\,\mathrm{m/s} \cdot 1.7\,\mathrm{s} - \frac{1}{2} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (1.7\,\mathrm{s})^2 = \underline{\underline{0.61\,\mathrm{m}}}$$

b)

$$\upsilon = \upsilon_{y0} - gt = 8.7\,\mathrm{m/s} - 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1.7\,\mathrm{s} = \underline{\underline{-8.0\,\mathrm{m/s}}}$$

c) Der Schnellball ist auf dem Abstieg, denn die Geschwindigkeit ist negativ (nach unten in diesem Koordinatensystem).

d)

$$\upsilon_y^2 = 0 = \upsilon_{y0}^2 - 2g \cdot (y - y_0) \Rightarrow y = \frac{\upsilon_{y0}^2}{2g} + y_0 = \frac{(8.7\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}} + 0 = \underline{\underline{3.9\,\mathrm{m}}}$$

e)

$$\upsilon_y^2 = \upsilon_{y0}^2 - 2g \cdot (y - y_0) \Rightarrow \upsilon_y = \pm\sqrt{\upsilon_{y0}^2 - 2g \cdot y}$$

$$\upsilon_y = \pm\sqrt{(8.7\,\mathrm{m/s})^2 - 2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2.7\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{\pm 4.8\,\mathrm{m/s}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3
   Da Aufstieg und Fall symmetrisch erfolgen, genügt es, wenn wir den freien Fall vom höchsten Punkt betrachten.
   Anteil t_1 für die obere Hälfte:

   $$\frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{h}{2}$$

   Anteil t_2 für die ganze Höhe:

   $$\frac{1}{2}gt_2^2 = h$$

   Es folgt:

   $$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707 \approx 71\%$$

   Der Ball ist also mehr als die halbe Flugzeit in der oberen Hälfte. Dieses Beispiel kann ein Hinweis sein, warum man das Gefühl hat, der Ball bleibe oben kurz stehen.

4. Lösung von Aufgabe 4
   a)

   $$\text{freier Fall: } y = h - \frac{1}{2}gt^2$$

   $$\text{vertikaler Wurf: } \upsilon_{y0} = +\sqrt{2gh} \;\text{ und }\; y = \upsilon_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

   $$\Rightarrow \upsilon_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = h - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \frac{h}{\upsilon_{y0}} = \frac{h}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{h}{2g}}$$

   Dies ist die Hälfte der Zeit, die der erste Körper für den freien Fall über die ganze Höhe benötigt.
   b)

   $$y = h - \frac{1}{2}gt^2 = h - \frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{h}{2g}}\right)^2 = \frac{3}{4}h$$

5. Lösung von Aufgabe 5
   a) Siehe Abbildung 36.1

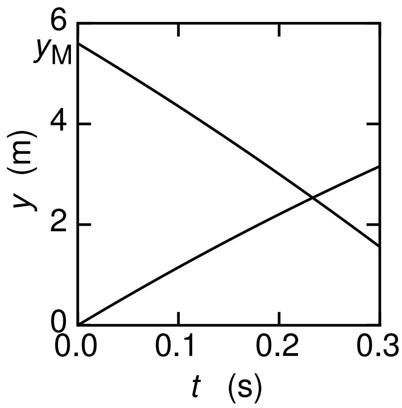


Abbildung 36.1: Ort-Zeit-Diagramm des Aufwärts- und Abwärtswurfs (mit Zahlen).

b) $y = \upsilon_H t - \frac{1}{2}gt^2 = y_M - \upsilon_H t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \frac{y_M}{2\upsilon_H} \Rightarrow$

$$y = \frac{y_M}{2} - \frac{1}{2}g\left(\frac{y_M}{2\upsilon_H}\right)^2 = \frac{5.6\,\mathrm{m}}{2} - \frac{9.81\,\mathrm{m/s^2}}{2} \cdot \left(\frac{5.6\,\mathrm{m}}{2 \cdot 12\,\mathrm{m/s}}\right)^2 = \underline{\underline{2.5\,\mathrm{m}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6
   Zeitlich rückwärts betrachtet wäre es ein freier Fall ohne Anfangsgeschwindigkeit. Die Masse spielt für die Aufgabe keine Rolle (wohl aber für die notwendige beschleunigende Kraft).

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 7.2\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{12\,\mathrm{m/s}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$0 = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow v_{y0} = \tfrac{1}{2}gt - \frac{y_0}{t} = \tfrac{1}{2} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.50\,\mathrm{s} - \frac{2.0\,\mathrm{m}}{0.50\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{-1.5\,\mathrm{m/s}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$y = v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2 \Rightarrow \tfrac{1}{2} g t^2 - v_0 t + y = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gy}}{g}$$

$$t = \frac{8.32\,\mathrm{m/s} \pm \sqrt{(8.32\,\mathrm{m/s})^2 - 2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 3.11\,\mathrm{m}}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}} = \begin{cases} 1.14\,\mathrm{s} \\ 0.556\,\mathrm{s} \end{cases}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$h = \tfrac{1}{2}gt_0^2 \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$y = y_0 + \upsilon_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \rightarrow 0 = h + \upsilon_{y0}\frac{t_0}{2} - \tfrac{1}{2}g\left(\frac{t_0}{2}\right)^2 = h + \frac{\upsilon_{y0}}{2}\sqrt{\frac{2h}{g}} - \tfrac{1}{2}g\frac{2h}{2^2 g}$$

$$0 = \tfrac{3}{4}h + \frac{\upsilon_{y0}}{2}\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow \upsilon_{y0} = -\tfrac{3}{2}h\sqrt{\frac{g}{2h}} = \underline{\underline{-\tfrac{3}{4}\sqrt{2gh}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

    Die Geschwindigkeit nimmt stetig ab ($\upsilon = \upsilon_0 - gt$), somit steht der Stein 0 s lang still. Die Geschwindigkeit ist nur momentan null, weil sie sich ständig ändert.

11. Lösung von Aufgabe 11

a) Siehe Abbildung 36.2.

b) $\upsilon_S = 0 = \upsilon_{y0} - gt_S \Rightarrow t_S = \frac{\upsilon_{y0}}{g} = \frac{5.5\,\text{m/s}}{9.81\,\text{m/s}^2} = \underline{\underline{0.561\,\text{s}}}$

$$y_S = y_0 + \upsilon_{y0}t_S - \tfrac{1}{2}gt_S^2 = y_0 + \frac{\upsilon_{y0}^2}{2g} = 1.70\,\text{m} + \frac{(5.50\,\text{m/s})^2}{2\cdot 9.81\,\text{m/s}^2} = \underline{\underline{3.24\,\text{m}}}$$

$$0 = y_0 + \upsilon_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{\upsilon_{y0} \pm \sqrt{\upsilon_{y0}^2 + 2y_0 g}}{g}$$

$$t_{1,2} = \frac{5.50\,\text{m/s} \pm \sqrt{(5.50\,\text{m/s})^2 + 2\cdot 1.70\,\text{m}\cdot 9.81\,\text{m/s}^2}}{9.81\,\text{m/s}^2} = \begin{cases} -0.252\,\text{s} \\ \underline{\underline{1.37\,\text{s}}} \end{cases}$$

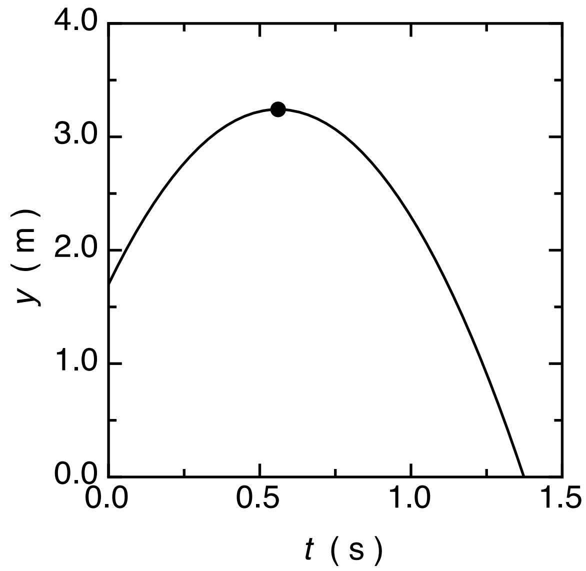


Abbildung 36.2: Ort-Zeit Diagramm eines vertikalen Wurfs mit $y_0 = 1.70\,\text{m}$, $\upsilon_{y0} = 5.50\,\text{m/s}$ und $g = 9.81\,\text{m/s}^2$. Der Scheitel ist mit einem schwarzen Punkt markiert.

12. Lösung von Aufgabe 12

    Siehe Abbildung 36.3.

    $v_y = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$

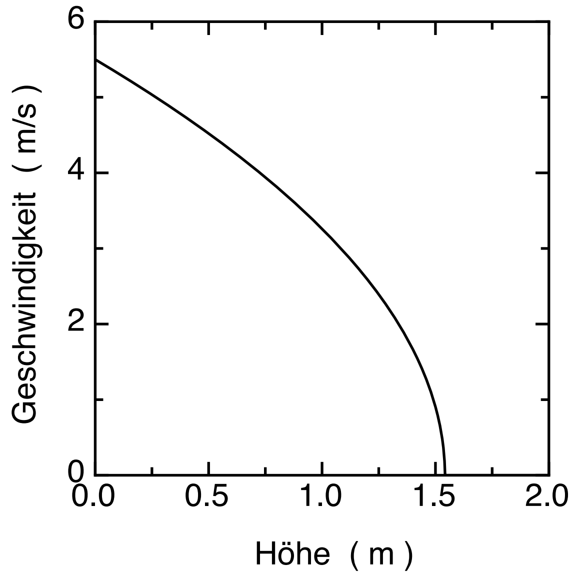


Abbildung 36.3: Geschwindigkeit eines vertikalen Wurfs als Funktion der Höhe über der Abwurfstelle mit den Parameterwerten $v_0 = 5.50\,\mathrm{m/s}$ *und* $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$.

13. Lösung von Aufgabe 13

$$\upsilon = \sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{\upsilon_1}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{2} = \underline{\underline{1.4}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

Flugzeit = 2 × Fallzeit: $t_F = 2t \qquad h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$

$$t_F = 2t = 2 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0.98\,\text{m}}{9.81\,\text{m/s}^2}} = \underline{\underline{0.89\,\text{s}}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

a) $\upsilon_y = \upsilon_{y0} - gt \Rightarrow t = \dfrac{\upsilon_{y0} - \upsilon_y}{g} = \dfrac{-7.8\,\mathrm{m/s} - (-8.9\,\mathrm{m/s})}{9.81\,\mathrm{m/s}^3} = \underline{\underline{0.11\,\mathrm{s}}}$

b) $\upsilon_y^2 = \upsilon_{y0}^2 - 2g(y - y_0) \Rightarrow y_0 - y = \dfrac{\upsilon_y^2 - \upsilon_{y0}^2}{2g} = \dfrac{(8.9\,\mathrm{m/s})^2 - (7.8\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s}^2} = \underline{\underline{0.94\,\mathrm{m}}}$

16. Lösung von Aufgabe 16

Aufstieg und Fall laufen genau spiegelbildlich ab, dauern also gleich lang: $t_A = t_F$

$$v = gt_F = \frac{g \cdot (t_A + t_F)}{2} = \frac{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 3.1\,\mathrm{s}}{2} = \underline{\underline{15\,\mathrm{m/s}}}$$

36.3 Lösungen (Horizontaler Wurf)

1. Lösung von Aufgabe 1

a)

$$\begin{aligned}
x &= \upsilon_{x0}t = 9.3\,\text{m/s}\cdot 1.5\,\text{s} = \underline{\underline{14\,\text{m}}}\\
y &= -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(1.5\,\text{s})^2 = \underline{\underline{-11\,\text{m}}}\\
\upsilon_x &= \upsilon_{x0} = 9.3\,\text{m/s}\\
\upsilon_y &= \upsilon_{y0} - gt = 0 - 9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 1.5\,\text{s} = \underline{\underline{-15\,\text{m/s}}}\\
\upsilon &= \sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2} = \sqrt{(\upsilon_{x0})^2+(-gt)^2}\\
&= \sqrt{(9.3\,\text{m/s})^2+(9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 1.5\,\text{s})^2} = \underline{\underline{9.5\,\text{m/s}}}\\
\alpha &= \arctan\frac{\upsilon_x}{\upsilon_y} = \arctan\frac{\upsilon_{x0}}{-gt} = \arctan\frac{9.3\,\text{m/s}}{-9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 1.5\,\text{s}} = \underline{\underline{-32^\circ}}
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
t &= \frac{x}{\upsilon_x} = \frac{7.3\,\text{m}}{9.3\,\text{m/s}} = \underline{\underline{0.78\,\text{s}}}\\
y &= -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{\upsilon_x}\right)^2 = -\frac{1}{2}9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\left(\frac{7.3\,\text{m}}{9.3\,\text{m/s}}\right)^2 = \underline{\underline{-3.0\,\text{m}}}
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
y &= -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{-2\cdot(-11.3\,\text{m})}{9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 1.52\,\text{s} = \underline{\underline{1.5\,\text{s}}}\\
x &= \upsilon_x t = \upsilon_x\sqrt{\frac{-2y}{g}} = 9.3\,\text{m/s}\sqrt{\frac{-2\cdot(-11.3\,\text{m})}{9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = \underline{\underline{14\,\text{m}}}\\
\upsilon_y^2 &= \upsilon_{y0}^2 - 2gy = -2gy \Rightarrow\\
\upsilon &= \sqrt{(\upsilon_x)^2+\left(\upsilon_y\right)^2} = \sqrt{(\upsilon_x)^2-2gy}\\
&= \sqrt{(9.3\,\text{m/s})^2-2\cdot(-11.3\,\text{m})\cdot 9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = \underline{\underline{18\,\text{m/s}}}
\end{aligned}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

a) $x = v_x t$

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(y_0 - y)}{g}}$$

$$v_x = \frac{x}{t} = x\sqrt{\frac{g}{2(y_0 - y)}} = 4.5\,\mathrm{m} \cdot \sqrt{\frac{9.81\,\mathrm{m/s^2}}{2 \cdot (2.5\,\mathrm{m} - 0)}} = \underline{\underline{6.3\,\mathrm{m/s}}}$$

b) $\tan\alpha = \dfrac{v_y}{v_x}$

$$v_y = -gt$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{-gt}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{-gt^2}{x}\right) = \arctan\left(\frac{-2(y_0 - y)}{x}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{-2 \cdot 2.5\,\mathrm{m}}{4.5\,\mathrm{m}}\right) = \underline{\underline{-48^\circ}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$
\begin{aligned}
x &= v_{x0} t \\
y &= y_0 - \tfrac{1}{2} g t^2 \\
&= y_0 - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{x}{v_{x0}} \right)^2 \\
&\Rightarrow \left(\frac{x}{v_{x0}} \right)^2 = \frac{2(y_0 - y)}{g}
\end{aligned}
$$

$$
v_{x0} = x \cdot \sqrt{\frac{g}{2(y_0 - y)}} = 15\,\mathrm{m} \cdot \sqrt{\frac{9.81\,\mathrm{m/s^2}}{2 \cdot (1.5\,\mathrm{m} - 0)}} = \underline{\underline{27\,\mathrm{m/s}}}
$$

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 0.90\,\text{m}}{9.81\,\text{m/s}^2}} = \underline{\underline{0.43\,\text{s}}}$

   b) $\upsilon_y = -\sqrt{2gh} = -\sqrt{2 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 0.90\,\text{m}} = -4.2\,\text{m/s}$

   $\upsilon_x = \dfrac{x}{t} = x \cdot \sqrt{\dfrac{g}{2h}} = 1.8\,\text{m} \cdot \sqrt{\dfrac{9.81\,\text{m/s}^2}{2 \cdot 0.90\,\text{m}}} = 4.2\,\text{m/s}$

   $\left(\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \cdots = 5.9\,\text{m/s} \qquad \alpha = \arctan \upsilon_y/\upsilon_x = \cdots = -45\,°\right)$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_x^2 + (gt)^2 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{v^2 - v_x^2}}{g}$$

$$h = \tfrac{1}{2}gt^2 = \frac{v^2 - v_x^2}{2g} = \frac{(20\,\mathrm{m/s})^2 - (10\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{15\,\mathrm{m}}}$$

$$x = v_x t = \frac{v_x}{g} \cdot \sqrt{v^2 - v_x^2} = \frac{10\,\mathrm{m/s}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}} \cdot \sqrt{(20\,\mathrm{m/s})^2 - (10\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{18\,\mathrm{m}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

   Der Ball werde im Nullpunkt eines Koordinatensystems abgeworfen. Die x-Achse sei in Wurfrichtung, die y-Achse nach oben gerichtet.

$$x = \upsilon_x t = 5.88\,\mathrm{m/s} \cdot 1.07\,\mathrm{s} = \underline{\underline{6.29\,\mathrm{m}}}$$
$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2 = -\tfrac{1}{2} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (1.07\,\mathrm{s})^2 = \underline{\underline{-5.62\,\mathrm{m}}}$$
$$\upsilon_x = 5.88\,\mathrm{m/s} = const$$
$$\upsilon_y = -gt = -9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1.07\,\mathrm{s} = \underline{\underline{-10.5\,\mathrm{m/s}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$d = v_0 t \quad \text{und} \quad h = \tfrac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Longrightarrow v_0 = \frac{d}{t} = \underline{\underline{d \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

a) $x = \upsilon_{x0} t = \upsilon_{x0} \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 6.3\,\mathrm{m/s} \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot 18\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}}} = \underline{\underline{12\,\mathrm{m}}}$

a) $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_{x0}^2 + (gt)^2} = \sqrt{(6.3\,\mathrm{m/s})^2 + (9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.87\,\mathrm{s})^2} = \underline{\underline{11\,\mathrm{m/s}}}$

c) $\tan\alpha = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\dfrac{-gt}{\upsilon_{x0}}\right) = \arctan\left(\dfrac{-9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.87\,\mathrm{s}}{6.3\,\mathrm{m/s}}\right) = \underline{\underline{-54^\circ}}$

9. Lösung von Aufgabe 9

   Das *Experiment* zeigt, dass die Horizontalbewegung keinen Einfluss auf die Fallzeit hat.

36.4 Lösungen (Schiefer Wurf)

1. Lösung von Aufgabe 1
   a)
   $$x_W = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha_0)}{g}$$
   Die Wurfweite wird für $\alpha_0 = 45°$ maximal, weil dann $\sin(2\alpha_0)$ maximal wird.
   b) Es muss unter einem leicht kleineren Winkel geworfen werden, weil dann die Wurfparabel unterhalb der Abwurfhöhe flacher verläuft.

2. Lösung von Aufgabe 3

$$x_w = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha_0)}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{x_w g}{\sin(2\alpha_0)}} = \sqrt{\frac{1.1\,\mathrm{m} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{\sin(2 \cdot 60°)}} = \underline{\underline{3.5\,\mathrm{m/s}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

   Wurfparabel: $y = x \tan \alpha_0 - \dfrac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2$

   beliebige Parabel durch Nullpunkt: $y = bx - ax^2$

   Beide Parabeln haben zwei Parameter, die sich in einander umrechnen lassen. (Anständige Wahl der Parameter vorausgesetzt; Überlichtgeschwindigkeit und ähnliches ist natürlich ausgeschlossen.)

4. Lösung von Aufgabe 4

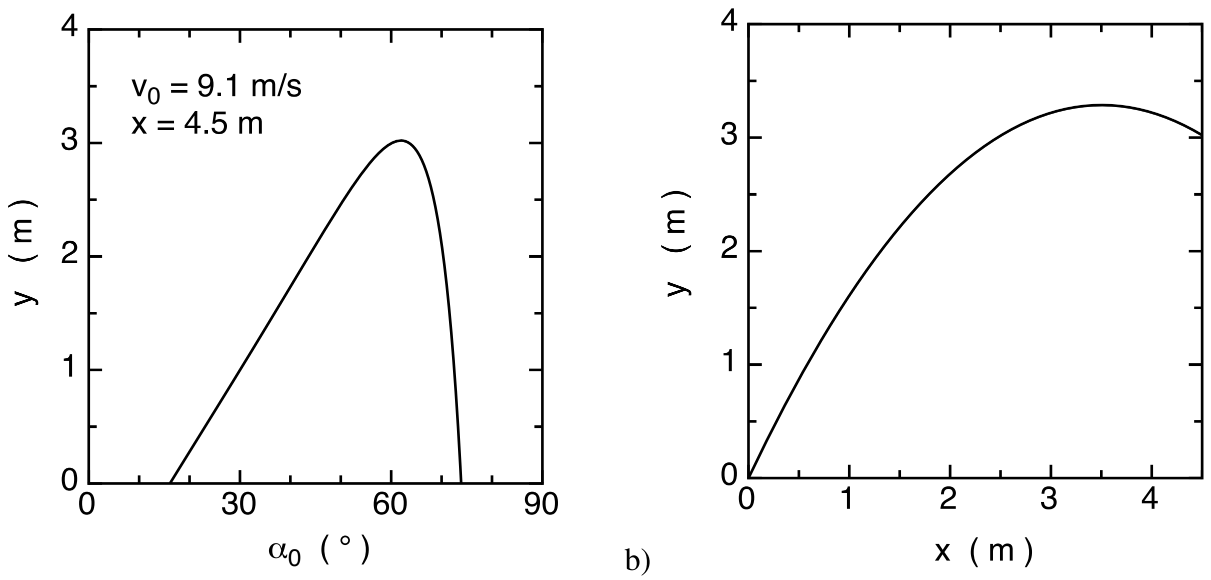


Abbildung 36.4: a) Auftreffhöhe y in 4.5 m *Wandabstand als Funktion des Abwurfwinkels* α_0 *bei gegebener Abwurfschnelligkeit* 9.1 m/s. *Das Maximum befindet sich bei* $\alpha_0 = 62°$. *b) Wurparabel mit diesem optimalen Abwurfwinkel: Der Ball trifft nicht senkrecht auf die Wand!*

Berechnung des optimalen Abwurfwinkels mit Differentialrechnung:

$$y = x\tan\alpha_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha_0} \qquad \text{ableiten nach } \alpha_0 \text{ und Null setzen}$$

$$0 = \frac{x}{\cos^2\alpha_0} - \frac{gx^2\sin\alpha_0}{v_0^2\cos^3\alpha_0}$$

$$0 = 1 - \frac{gx}{v_0^2}\tan\alpha_0$$

$$\alpha_0 = \arctan\left(\frac{v_0^2}{gx}\right) = \arctan\left(\frac{(9.1\ \mathrm{m/s})^2}{9.81\ \mathrm{m/s^2}\cdot 4.5\ \mathrm{m}}\right) = \underline{\underline{62°}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$x_w : y_{max} = \frac{2v_0^2 \sin\alpha_0 \cos\alpha_0}{g} \cdot \frac{2g}{v_0^2 \sin^2\alpha_0} = \frac{4}{\tan\alpha_0}$$

Auffällig ist, dass die Anfangsgeschwindigkeit und die Fallbeschleunigung herausfallen. Die Form der Wurfparabel hängt also nur von der Abwurfrichtung ab. Fallbeschleunigung und Abwurfschnelligkeit bestimmen lediglich die Grösse der Wurfparabel.

6. Lösung von Aufgabe 6

a) Der Zielpunkt liegt auf der Wurfparabel:

$$y_z = x_z \tan\alpha_0 - \frac{g x_z^2}{2 v_0^2 \cos^2\alpha_0}$$

$$y_z = x_z \tan\alpha_0 - \frac{g x_z^2}{2 v_0^2} \cdot (1 + \tan^2\alpha_0) \quad \text{quadratische Gleichung in } \tan\alpha_0$$

$$\tfrac{1}{2}\tan^2\alpha_0 - \frac{v_0^2}{g x_z}\tan\alpha_0 + \tfrac{1}{2} + \frac{v_0^2 y_z}{g x_z^2} = 0$$

$$\tan\alpha_0 = \frac{v_0^2}{g x_z} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{g x_z}\right)^2 - 1 - \frac{2 v_0^2 y_z}{g x_z^2}}$$

$$\alpha_0 = \arctan\left(\frac{v_0^2}{g x_z} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{g x_z}\right)^2 - 1 - \frac{2 v_0^2 y_z}{g x_z^2}}\right)$$

$$\alpha_0 = \arctan\left(\frac{(8.8\,\mathrm{m/s})^2}{9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 4.4\,\mathrm{m}} \pm \sqrt{\left(\frac{(8.8\,\mathrm{m/s})^2}{9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 4.4\,\mathrm{m}}\right)^2 - 1 - \frac{2\cdot(8.8\,\mathrm{m/s})^2\cdot 2.1\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot(4.4\,\mathrm{m})^2}}\right)$$

$\alpha_0 = \underline{\underline{68\,°}}$ Bogenschuss $\quad \underline{\underline{47\,°}}$ Direktschuss

b) Der Radikand wird bei der Mindestgeschwindigkeit Null

$$\left(\frac{v_0^2}{g x_z}\right)^2 - \frac{2 v_0^2 y_z}{g x_z^2} - 1 = 0 \quad \text{quadratische Gleichung in } v_0^2$$

$$(v_0^2)^2 - 2 g y_z v_0^2 - (g x_z)^2 = 0$$

$$v_0^2 = g y_z \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{(2 g y_z)^2 + 4\cdot(g x_z)^2}$$

$$v_0 = \sqrt{g y_z \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{(2 g y_z)^2 + 4\cdot(g x_z)^2}} = \sqrt{g y_z \pm g\sqrt{y_z^2 + x_z^2}}$$

$$v_0 = \sqrt{9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 2.1\,\mathrm{m} \pm 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot\sqrt{(2.1\,\mathrm{m})^2 + (4.4\,\mathrm{m})^2}}$$

$v_0 = \underline{\underline{8.2\,\mathrm{m/s}}}$ (2. Lösung hat negativen Radikanden)

7. Lösung von Aufgabe 7

$$y = x \tan \alpha_0 - \frac{g x^2}{2 \upsilon_0^2 \cos^2 \alpha_0} \rightarrow y = (x - x_A) \cdot \tan \alpha_0 - \frac{g \cdot (x - x_A)^2}{2 \upsilon_0^2 \cos^2 \alpha_0} + y_A$$

8. Lösung von Aufgabe 8
   Gleichung 3.1 beschreibt eine nach unten geöffnete Parabel, die durch den Nullpunkt verläuft. Die quadratische Funktion hat zwei Paramter, die unabhängig von einander gewählt werden können. Innerhalb vernünftiger Schranken kann jede Funktion $y = ax - bx^2$ eine Wurfparabel sein. Die Steigung im Nullpunkt ist $\tan\alpha_0$, d.h. der Steigungswinkel wie verlangt α_0.
   Gleichung 3.2 ist einheitenmässig korrekt und eine quadratische Funktion. Die Parabel hat Nullstellen bei 0 sowie x_w und ist nach unten geöffnet. Der Scheitel liegt bei $x_w/2$ und hat Ordinate y_{max}.
   Gleichung 3.3 ist einheitenmässig korrekt und eine quadratische Funktion. Die Parabel verläuft durch den Nullpunkt und den Punkt x_z, y_z. Die Parabel wird höher, wenn υ_0 wächst oder g schrumpft.
   Gleichung 3.4 ist einheitenmässig korrekt und eine quadratische Funktion. Die Parabel verläuft durch den Nullpunkt und den Punkt x_z, y_z. Die Parabel wird höher, wenn α_0 wächst.

9. Lösung von Aufgabe 9

$$x_w = \frac{\upsilon_0^2 \sin(2\alpha_0)}{g} = \frac{\upsilon_0^2}{g} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{g x_w} = \sqrt{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 101.46\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{31.5\,\mathrm{m/s}}}$$

$$\upsilon_{y0} - g t_w = -\upsilon_{y0} \Rightarrow t_w = \frac{2\upsilon_{y0}}{g} = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha_0}{g} = \frac{2\sqrt{g x_w}\sqrt{2}}{g \cdot 2} = \sqrt{\frac{2x_w}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 101.46\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}}} = \underline{\underline{4.55\,\mathrm{s}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

a) $x_w = \dfrac{v_0^2 \sin(2\alpha_0)}{g} = \dfrac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{x_w g} = \sqrt{120 \cdot 10^3\,\text{m} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2} = \underline{\underline{1.08\,\text{km/s}}}$

$t = \dfrac{x_w}{v_x} = \dfrac{x_w}{\sqrt{x_w g}\cos\alpha_0} = \sqrt{\dfrac{2x_w}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 120 \cdot 10^3\,\text{m}}{9.81\,\text{m/s}^2}} = \underline{\underline{156\,\text{s}}}$

b) $\dfrac{y_{max}}{x_w} = \dfrac{\sin^2\alpha_0}{2\sin(2\alpha_0)} = \dfrac{\tan\alpha_0}{4} \Rightarrow \alpha_0 = \arctan\left(\dfrac{4y_{max}}{x_w}\right) = \arctan\left(\dfrac{4 \cdot 40\,\text{km}}{120\,\text{km}}\right) = 53.13° = \underline{\underline{53°}}$

$v_0 = \sqrt{\dfrac{x_w g}{\sin(2\alpha_0)}} = \sqrt{\dfrac{120 \cdot 10^3\,\text{m} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2}{\sin(2 \cdot 53.13°)}} = \underline{\underline{1.1\,\text{km/s}}}$

11. Lösung von Aufgabe 11

a) Siehe Abbilddung 36.5 und deren Legende.

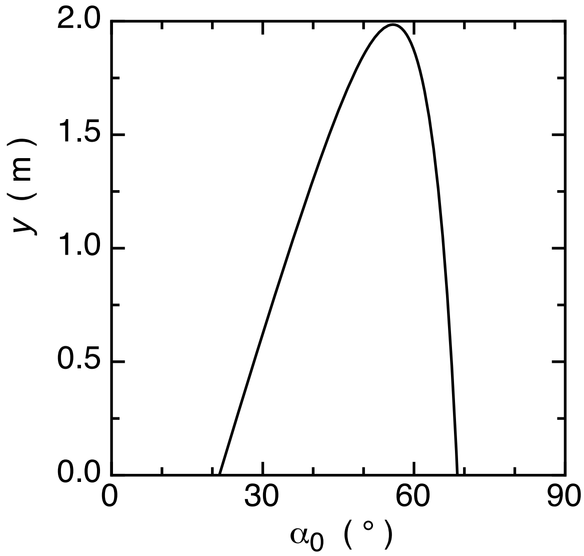


Abbildung 36.5: Beim Elevationswinkel $\alpha_0 \approx 56°$ wird die Wand am höchsten – hier etwa 2 m über der Abwurfstelle – getroffen.

b) Berechnung des Maximums mit Differentialrechnung:

$$y = x \tan\alpha_0 - \frac{gx^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha_0}$$

$$\frac{dy}{d\alpha_0} = 0 = \frac{x}{\cos^2\alpha_0} - \frac{gx^2 \sin\alpha_0}{\upsilon_0^2 \cos^3\alpha_0} = \frac{x}{\cos^2\alpha_0} \cdot \left(1 - \frac{gx\tan\alpha_0}{\upsilon_0^2}\right)$$

$$0 = 1 - \frac{gx\tan\alpha_0}{\upsilon_0^2} \Rightarrow \tan\alpha_0 = \frac{\upsilon_0^2}{gx}$$

$$\alpha_0 = \arctan\left(\frac{\upsilon_0^2}{gx}\right) = \arctan\left(\frac{(8.5\,\mathrm{m/s})^2}{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 5.0\,\mathrm{m}}\right) = 55.83° = \underline{\underline{56°}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$\sqrt{2gh} = \upsilon_{y0} = \upsilon_0 \sin\alpha_0 \Rightarrow h = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha_0}{2g}$$

Kapitel 37

Lösungen (Dynamik)

37.1 Lösungen (Masse und Dichte)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Das Wasser unter dem Bauch kann zwar ausweichen, muss dazu aber erst einmal beschleunigt werden. Da Wasser träge ist, muss der Bauch grosse Kräfte aufs Wasser ausüben.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{s^3} = \frac{500.56\,\mathrm{g}}{(4.800\,\mathrm{cm})^3} = 4.526\,\mathrm{g/cm^3} = \underline{\underline{4.526 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}}}$$

In der FoTa findet man $4.51 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ für Titan. Die Übereinstimmung ist genügend gut, da nie sicher ist, ob das Material wirklich rein ist.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{lbh} = \frac{0.15322\,\mathrm{kg}}{70 \cdot 30 \cdot 10 \cdot (10^{-3}\,\mathrm{m})^3} = \underline{\underline{7296\,\mathrm{kg/m^3}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi d^2 h}\\ &= \frac{4 \cdot 0.17065\,\mathrm{kg}}{\pi \cdot 3.5^2 \cdot 2.0 \cdot (10^{-2}\,\mathrm{m})^3} = 8869\,\mathrm{kg/m^3} = \underline{\underline{8.9 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}}}\end{aligned}$$

In der FoTa findet man 8.96 und $8.92 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ für Kupfer. Im Rahmen der Rechengenauigkeit herrscht Übereinstimmung.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\rho = \frac{m}{V} \;\text{ und }\; V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{\pi d^3}{6} \Rightarrow$$
$$\rho = \frac{6m}{\pi d^3} = \frac{6 \cdot 0.25452\,\text{kg}}{\pi \cdot (3.965 \cdot 10^{-2}\,\text{m})^3} = \underline{\underline{7798\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6
   Das Verhältnis des Legierungsvolumens zum Gesamtvolumen der Elemente ist exakt Eins, falls sich die Volumina addieren.

$$\frac{V_L}{V_S + V_K} = \frac{\frac{m}{\rho_L}}{\frac{f_S m}{\rho_S} + \frac{f_K m}{\rho_K}} = \left(\frac{f_S \rho_L}{\rho_S} + \frac{f_K \rho_L}{\rho_K}\right)^{-1}$$
$$= \left(\frac{0.720 \cdot 10.0}{10.5} + \frac{0.280 \cdot 10.0}{8.92}\right)^{-1} = 1.00$$

   In diesem Fall addieren sich die Volumina im Rahmen der Rechengenauigkeit, aber in anderen Fällen muss das nicht so sein.

7. Lösung von Aufgabe 7
   Im physikalischen Sprachgebrauch müsste man schreiben, dass das Urkilogramm seit 1889 50 µg *Masse* verloren hat (um Trägheit von Erdanziehungskraft zu unterscheiden). Wenn das Urkilogramm Masse verliert, ändert sich die Masse der dicken Katze tatsächlich nicht; Urkilogramm und Katze sind ja unabhängig von einander. Was sich aber – zumindest im Prinzip – verändert, ist die Anzahl Kilogramm der Katze. Weil die Masseinheit kleiner wird, nimmt die Anzahl Kilogramm der Katze bei gleicher Katzenmasse zu.

8. Lösung von Aufgabe 8

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{3m}{4\pi r^3} = \frac{3 \cdot 1.9891 \cdot 10^{30}\,\text{kg}}{4\pi \cdot (108.207 \cdot 10^9\,\text{m})^3} \approx \underline{\underline{3.75 \cdot 10^{-4}\,\text{kg/m}^3}}$$

Luft bei Normalbedingungen hat $1.293\,\text{kg/m}^3$, also viel mehr, und das Resultat ist nicht sehr genau, weil die Sonne bis dann einiges von ihrer jetzigen Masse verloren haben wird.

9. Lösung von Aufgabe 9
   Gleich viel, denn die Masse ist eine Eigenschaft des Körpers alleine (verschieden vom Gewicht).

10. Lösung von Aufgabe 10

$$m = \rho V = 1.0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0.1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3} = 1.0 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{kg} = \underline{\underline{0.1\,\mathrm{mg}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$A = \frac{V}{d} = \frac{m}{\rho d} = \frac{4.94 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}{2.70\,\mathrm{kg/dm^3} \cdot 10 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{dm}} = \underline{\underline{18\,\mathrm{dm}^2}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$m = \rho V = \rho \frac{4\pi}{3} r^3 = 1.0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot (1.0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^3 = \underline{\underline{4.2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}}} = 4.2\,\mathrm{mg}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{0.200\,\mathrm{kg}}{0.27 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3} = \underline{\underline{7.4 \cdot 10^2\,\mathrm{kg/m^3}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

    Ich beschaffe mir zwei Rohlinge aus rostfreiem Stahl, die etwas mehr als 500 g Masse haben. Aus der Dichte kann man das benötigte Volumen abschätzen.
    Man stellt beide Rohlinge in eine Waagschale, das Urkilogramm in die andere. Falls die Rohlinge zusammen schwerer sind, vergleicht man sie mittels der Balkenwaage. Dann trägt man mit einer Feile etwas vom schwereren Rohling ab (deutlich weniger als ein Milligramm, das abzutragende Volumen kann ja via die Dichte abgeschätzt werden).
    Diese Prozedur wiederholt man, bis die Rohlinge zusammen nicht mehr schwerer als das Urkilogramm sind.

15. Lösung von Aufgabe 15
    Im Internet (wikipedia) findet man unter den englischen, nicht-metrischen Einheiten für Masse das 'stone'. 1 st = 14 lb = 224 oz = 3584 dr = 6,35029318 kg
    Von der Waage liest man $140\,\text{kg} \div 22.0\,\text{st} = 6.36\,\text{kg/st}$ ab, was auch ungefähr passt.

16. Lösung von Aufgabe 16

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi d^2 l} = \frac{4 \cdot 182\,\text{g}}{\pi \cdot (1.40\,\text{cm})^2 \cdot 15.0\,\text{cm}} = 7.88\,\text{g/cm}^3 = \underline{\underline{7.88 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17

$$V = \frac{m}{\varrho} = \frac{15 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}{10.5 \cdot 10^{3}\,\mathrm{kg/m^3}} = \underline{\underline{1.4 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3}} = \underline{\underline{1.4\,\mathrm{cm}^3}}$$

18. Lösung von Aufgabe 18

    Schleudertrauma, Bauchlandung beim Wasserspringen, Bremsweg, etc.

19. Lösung von Aufgabe 19

$$\text{a)}\ \rho = \frac{m}{lbd} = \frac{1.140\,\mathrm{kg}}{296.5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\cdot 210.0\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\cdot 23.0\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{778\,\mathrm{kg/m^3}}}$$

$$\text{b)}\ \sigma = \frac{m}{lbN} = \frac{1140\,\mathrm{g}}{296.5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\cdot 210.0\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\cdot 1060} = \underline{\underline{16.88\,\mathrm{g/m^2}}}$$

Länge l und Breite b wurden an einem anderen A4-Blatt gemessen. Laut Definition (Fläche $1\,\mathrm{m^2}/2^4$ und Seitenverhältnis $l/b = \sqrt{2}$) sollte ein A4-Blatt 210.224 mm breit und 297.302 mm lang sein.

20. Lösung von Aufgabe 20

    Die Dichte der Könige ist etwa gleich jener von Wasser.

$$m_{RG} = V_R\rho_G = \frac{m_R}{\rho_R}\cdot\rho_G = \frac{95\,\mathrm{kg}\cdot 19.29\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}{1.0\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}} = \underline{\underline{1.8\cdot 10^3\,\mathrm{kg}}}$$

$$h \propto V^{1/3} \Rightarrow h_{AG} = h_A\cdot\left(\frac{V_G}{V_A}\right)^{1/3} = h_A\cdot\left(\frac{\rho_A}{\rho_G}\right)^{1/3} = 1.65\,\mathrm{m}\cdot\left(\frac{1.0\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}{19.29\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}\right)^{1/3} = \underline{\underline{0.62\,\mathrm{m}}}$$

21. Lösung von Aufgabe 21

    Wir vernachlässigen die Masse der Luft

$$
\begin{aligned}
m_S &= 1651.8\,\text{g} - 126.6\,\text{g} = 1525.2\,\text{g}\\
m_W &= 2000.2\,\text{g} - 1651.8\,\text{g} = 348.4\,\text{g}\\
V_{Luft} &= V_{Wasser} = \frac{m_W}{\rho_W} = \frac{348.4\,\text{g}}{998\,\text{g/L}} = \underline{\underline{349\,\text{mL}}}\\
\rho_S &= \frac{m_S}{V_S} = \frac{m_S}{V_1 - V_L} = \frac{m_S}{V_1 - \frac{m_W}{\rho_W}} = \frac{1525.2\,\text{g}}{1.0\,\text{L} - \frac{348.4\,\text{g}}{998\,\text{g/L}}} = \underline{\underline{2.3\,\text{kg/L}}}
\end{aligned}
$$

22. Lösung von Aufgabe 22

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Ad} \Rightarrow \frac{m}{A} = d \cdot \rho = 40 \cdot 10^{-6}\,\text{m} \cdot 7.14 \cdot 10^{3}\,\text{kg/m}^3 = \underline{\underline{0.28\,\text{kg/m}^2}}$$

23. Lösung von Aufgabe 23

$$m = \rho V = \rho \cdot \frac{\pi}{4} d^2 l = 19.3 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0.30\,\mathrm{m})^2 \cdot 6.1\,\mathrm{m} = \underline{\underline{8.3 \cdot 10^3\,\mathrm{kg}}}$$

Die Daten stammen aus dem Projekt mit Spitznamen 'rods from God': Die Wolframstäbe werden im erdnahen Weltraum stationiert und auf z.B. feindliche Bunker 'fallen gelassen' (analog den Fliegerpfeilen im ersten Weltkrieg).

24. Lösung von Aufgabe 24

$$m = \rho V = \rho \tfrac{1}{3} h G = \rho \tfrac{1}{3} h s^2 = 2.7 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \tfrac{1}{3} \cdot 147\,\mathrm{m} \cdot (230\,\mathrm{m})^2 = \underline{\underline{7.0 \cdot 10^9\,\mathrm{kg}}}$$

geschätzte Gesamtmasse: 6,25 Millionen Tonnen (wikipedia, 10. März 2014)

25. Lösung von Aufgabe 25

$$m = \rho V = \rho abc = 1.6 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 5,710\,\mathrm{m} \times 2,352\,\mathrm{m} \times 2,385\,\mathrm{m} = 5.1 \cdot 10^4\,\mathrm{kg} \gg 21750\,\mathrm{kg}$$

26. Lösung von Aufgabe 26

$$m = \rho V = \rho \cdot \tfrac{\pi}{6} d^3 \approx 1.0\,\mathrm{g/cm^3} \cdot \tfrac{\pi}{6} \cdot (3.5\,\mathrm{cm})^3 = \underline{\underline{22\,\mathrm{g}}}$$

27. Lösung von Aufgabe 27

$$\bar{\rho}_{Mensch} \approx \rho_{Wasser}$$
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \approx \frac{70\,\text{kg}}{1.0\,\text{kg/L}} = \underline{\underline{70\,\text{L}}}$$

28. Lösung von Aufgabe 28

$$m = \rho V = \rho \tfrac{\pi}{6} d^3 \Rightarrow d = \left(\frac{6m}{\pi\rho}\right)^{1/3} = \left(\frac{6 \cdot 2.5 \cdot 10^{-6}\,\text{kg}}{\pi \cdot 13546\,\text{kg/m}^3}\right)^{1/3} = \underline{\underline{0.71\,\text{mm}}}$$

29. Lösung von Aufgabe 29

$$V = \frac{m}{\rho} = Ah \Rightarrow h = \frac{m}{A\rho} = \frac{780 \cdot 10^{12}\,\text{kg}}{5.1007 \cdot 10^{14}\,\text{m}^2 \cdot 1.56 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3} = \underline{\underline{0.98\,\text{mm}}}$$

Die gesamte Biomasse der Erde enthält 500-600 Gt Kohlenstoff, das liegt in derselben Grössenordnung wie in der Atmosphäre. Das ganze Biomasse entspricht einem millimeterdünnen Biofilm.

Source: Atmosphere 780 Gt, Biomass 500-600 Gt, Soils 1550 Gt organic, 950 Gt inorganic, Ocean 38000 Gt, Fossil fuels 4100 Gt (mostly coal), Physics Today, March 2014, p. 15

37.2 Lösungen (Newton'sche Axiome)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Da anscheinend keine Ursache diese Drehung der Welt bewirkt, muss das ein Effekt des gewählten Bezugssystems sein. Offenbar drehen Sie sich selbst um eine Achse.

2. Lösung von Aufgabe 2
Erste Näherung: Das Buch vor mir auf dem Tisch scheint kräftefrei zu sein und ist in Ruhe. Somit ist das Trägheitsprinzip erfüllt und ich bin in einem Inertialsystem.
Zweite Näherung: Ich bemerke im Laufe des Tages, dass sich die Sonne ohne sichtbare Kraftwirkung um die Erde bewegt, d.h. sie bewegt sich nicht geradlinig. Somit bin ich nicht in einem Inertialsystem, sondern in einem beschleunigten (rotierenden) Bezugssystem.

3. Lösung von Aufgabe 3
   a) Der Index bedeutet 'resultierend'. Wenn mehrere Kräfte auf den Körper wirken, müssen diese zur Resultierenden verrechnet werden, denn eine einzelne Kraft könnte ja durch eine andere Kraft kompensiert werden.
   b) Die Pfeile sollen uns daran erinnern, dass Kräfte auch eine Richtung haben. Als mathematisches Symbol bedeutet der Pfeil, dass wir eine Grösse als Vektor darstellen. Ohne Pfeil ist der Betrag (Stärke der Kraft) gemeint.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$F_{res} = ma = 5\,\mathrm{kg} \cdot 8\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{4 \cdot 10^1\,\mathrm{N}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$F_{res} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{12.9 \cdot 10^3\,\mathrm{N}}{15.7\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{822\,\mathrm{m/s^2}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$F_{res} = ma \Rightarrow m = \frac{F_{res}}{a} = \frac{87 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N}}{76\,\mathrm{m/s^2}} = 1.192 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg} = \underline{\underline{1.2\,\mathrm{mg}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $\Delta v = a \cdot \Delta t = 8 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m/s^2} \cdot 30 \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s} = \underline{\underline{0.7\,\mathrm{m/s}}}$

b) $s = \dfrac{1}{2}at^2 = \dfrac{1}{2}8 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m/s^2} \cdot (30 \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s})^2 = \underline{\underline{4 \cdot 10^8\,\mathrm{m}}}$

c) $F = ma = 260\,\mathrm{kg} \cdot 8 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}}}$

8. Lösung von Aufgabe 8
   a) Auf den Computer wirken die Erdanziehungskraft und die Normalkraft des Tisches.
   b) Die Reaktionskraft auf die Erdanziehungskraft ist die Gravitationskraft des Computers auf die Erde als Ganzes. Die Reaktionskraft auf die Normalkraft ist die Kontaktkraft (Normalkraft) des Computers auf den Tisch.

9. Lösung von Aufgabe 9

$$F_{res} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{235 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}}{73 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{3.2\,\mathrm{m/s^2}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10
    Zusätzlich zu den in Abb. 37.1 genannten Argumenten, die auf eine Gleichgewichtslage zugeschnitten sind, sind die Kräfte zeitlich verschieden, wenn das Seil an einem Ende geschüttelt wird.

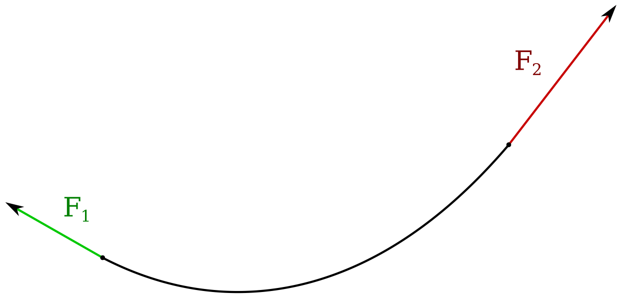


Abbildung 37.1: Wenn das Seilgewicht bedeutsam und das Seil auf verschiedenen Höhen aufgespannt ist, so sind die Kräfte nicht entgegengesetzt gerichtet und auch nicht gleich stark.

11. Lösung von Aufgabe 11
    Isaac Newton hat 1643 bis 1727 in England gelebt (Zeitalter des Barock).

12. Lösung von Aufgabe 12
Im Extremfall zeigen die Kräfte in die gleiche oder in entgegengesetzte Richtungen:

$$a_{min} = \frac{F_{res,min}}{m} = \frac{F_2 - F_1}{m} = \frac{5.0\,\mathrm{N} - 4.0\,\mathrm{N}}{3.0\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{0.33\,\mathrm{m/s^2}}}$$

$$a_{max} = \frac{F_{res,max}}{m} = \frac{F_2 + F_1}{m} = \frac{5.0\,\mathrm{N} + 4.0\,\mathrm{N}}{3.0\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{3.0\,\mathrm{m/s^2}}}$$

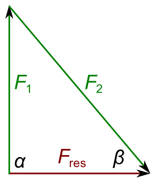
Die Richtung der Beschleunigung bleibt offen.

13. Lösung von Aufgabe 13
    Es dient der Wahl eines geeigneten, 'unbeschleunigten' Bezugssystems. In einem 'guten' Inertialsystem bewegen sich kräftefreie Körper mit konstanter Geschwindigkeit oder verharren in Ruhe. In einem 'schlechten', beschleunigten Bezugssystem gilt das erste Axiom nicht. In beschleunigten Bezugssystemen können Körper auch ohne einwirkende Kräfte beschleunigen und das dritte Newtonsche Axiom (actio = reactio) ist verletzt.

14. Lösung von Aufgabe 14

$$237\,\mathrm{TN} = 2.37 \cdot 10^{14}\,\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

15. Lösung von Aufgabe 15



Wahl: $\alpha = 90°$
$F_2 = \sqrt{F_{res}^2 + F_1^2} = \sqrt{(5.0\,\text{N})^2 + (6.0\,\text{N})^2} = \underline{\underline{7.8\,\text{N}}}$
$\beta = \arctan \frac{F_1}{F_{res}} = \arctan \frac{6.0\,\text{N}}{5.0\,\text{N}} = \underline{\underline{50°}}$
Richtung (Pfeilspitze) von F_2 wie gezeichnet.

16. Lösung von Aufgabe 16

$$a = \frac{F}{m} = \frac{35\,\mathrm{N}}{7.0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{5.0 \cdot 10^{3}\,\mathrm{m/s^2}}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17
    Es ist möglich, wenn z.B. eine parallele, zweite Kraft F_2 auf den Körper wirkt mit

$$F_2 = F_{res} - F_1 = ma - F_1 = 1.0\,\mathrm{kg} \cdot 5.0\,\mathrm{m/s^2} - 3.0\,\mathrm{N} = \underline{\underline{2.0\,\mathrm{N}}}$$

18. Lösung von Aufgabe 18

a) Siehe Abbildung 37.2.
$F_1 \div F \approx 21.2\,\mathrm{cm} \div 21.3\,\mathrm{cm} = 0.995$
$F_2 \div F \approx 12.1\,\mathrm{cm} \div 21.3\,\mathrm{cm} = 0.568$

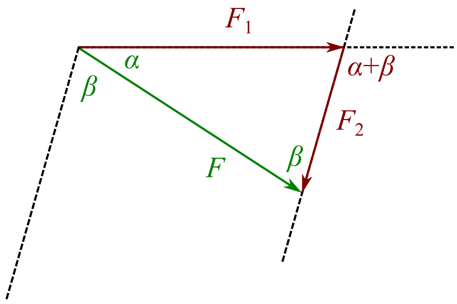


Abbildung 37.2: Konstruktion der zwei Komponenten F_1 und F_2 parallel zu den gestrichelten Linien.

b) $$\frac{F_1}{\sin\beta} = \frac{F}{\sin(180° - \alpha - \beta)} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\sin 73.0°}{\sin(33.0° + 73.0°)} = \underline{\underline{0.995}}$$
$$\frac{F_2}{\sin\alpha} = \frac{F}{\sin(180° - \alpha - \beta)} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\sin 33.0°}{\sin(33.0° + 73.0°)} = \underline{\underline{0.567}}$$

19. Lösung von Aufgabe 19

    a) Nur die Strasse kann das Auto bescheunigen, sonst ist niemand da, der schieben könnte. Die Aktionskraft ist $F_{res} = ma = 1955\,\mathrm{kg} \cdot 5.3\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{10\,\mathrm{kN}}}$
    b) Die Strasse schiebt nur deshalb nach vorn, $\overline{\text{weil}}$ die Räder den Strassenbelag nach hinten stossen. Die Antriebskraft ist eine Komponente der Reaktionskraft zur Kraft der Räder auf die Strasse.

20. Lösung von Aufgabe 20

    Nein, denn Cartoonfiguren haben keine Masse (Trägheit). Die Newtonschen Axiome bezieht sich nur auf Körper, die eine Masse haben.

21. Lösung von Aufgabe 21

    Diese Aufgabe hat keine eindeutige Lösung, sondern unendlich viele, siehe Abbildung 37.3. Die Resultierende hat den Betrag

    $$F_{res} = ma = 583\,\mathrm{kg} \cdot 1.00\,\mathrm{m/s^2} = 583\,\mathrm{N}$$

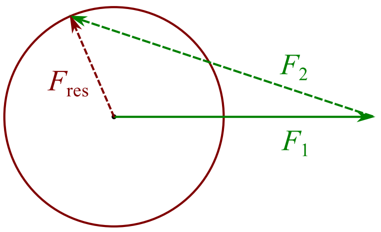
    

    Abbildung 37.3: Gibt man die erste Kraft F_1 vor und hängt die zweite Kraft F_2 an die Spitze der ersten, so müssen die Spitzen aller möglichen Kraftpfeile von F_2 auf einem Kreis um den Angriffspunkt von F_1 mit Radius F_{res} liegen.

    Minimum: $F_2 = F_1 - F_{res} = \cdots = 789\,\mathrm{N}$
    Maximum: $F_2 = F_1 + F_{res} = \cdots = 1955\,\mathrm{N}$

22. Lösung von Aufgabe 22

    3. Axiom: actio = reactio oder $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

    Wenn Reaktionsprinzip nicht gelten würden, könnte sich ein Astronaut selber beschleunigen, indem er an sich zieht. Das widerspricht aber aller Erfahrung.

37.3 Lösungen (Kraftgesetze)

1. Lösung von Aufgabe 1

   $$F_G = mg = \rho V g = 13.546 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 2.\bar{0} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{266\,\mathrm{N}}}$$

   Bemerkung: Temperatur und Ort sind nicht gegeben, deshalb werden vernünftige Werte für die Dichte und die Fallbeschleunigung angenommen.

2. Lösung von Aufgabe 2

a) $F_G = mg = 0.097\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{0.95\,\mathrm{N}}}$

b) $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m}{\frac{4\pi}{3}\left(\frac{d}{2}\right)^3} = \dfrac{6m}{\pi d^3} = \dfrac{6 \cdot 0.097\,\mathrm{kg}}{\pi \cdot (0.080\,\mathrm{m})^3} = \underline{\underline{3.6 \cdot 10^2\,\mathrm{kg/m^3}}}$

c) $F_{res} = ma = m\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = 0.097\,\mathrm{kg} \cdot \dfrac{8.8\,\mathrm{m/s}}{0.2\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{4\,\mathrm{N}}}$

3. Lösung von Aufgabe 3
   Die Badezimmerwaage ist ein Kraftmesser, welcher die (Gewichts-)Kraft mit der irdischen Fallbeschleunigung in eine Masse umrechnet:

$$F_M = m_M g_E = m_E g_M \Rightarrow m_M = m_E \frac{g_M}{g_E} = 72\,\mathrm{kg} \cdot \frac{3.7\,\mathrm{m/s^2}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{27\,\mathrm{kg}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$F_F = Dy \Rightarrow D = \frac{F_F}{y} = \frac{31\,\mathrm{N}}{0.028\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1.1\,\mathrm{kN/m}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) $D = \dfrac{F_1}{y_1} = \dfrac{2.88\,\text{N}}{0.173\,\text{m}} = \underline{\underline{16.6\,\text{N/m}}}$

   b) $F_2 = Dy_2 = \dfrac{F_1}{y_1} y_2 = \dfrac{2.88\,\text{N}}{0.173\,\text{m}} \cdot 0.05\,\text{m} = \underline{\underline{0.8\,\text{N}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6
   Falls sich die Kontaktflächen gegen einander bewegen, kann es sich nur um Gleit- oder Rollreibung handeln. Wörter wie 'quietschen', 'reiben', 'rutschen', etc. deuten auf Gleitreibung.

   Falls sich die berührenden Oberflächen nicht gegen einander bewegen, worauf Wörter wie 'stehen', 'haften', 'ruhen', etc. hinweisen, handelt es sich um Haftreibung. Begriffe wie 'höchstens', 'maximal', 'mindestens', etc. deuten darauf hin, dass die maximale Haftreibungskraft zu bestimmen ist, wofür es bekanntlich ein Gesetz gibt. Andernfalls muss die Haftreibungskraft indirekt aus der Gleichgewichtsbedingung $F_{res} = 0$ (z.B. Haftreibungskraft kompenisert Zugkraft) bestimmt werden.

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $F_{GR} = \mu_G F_N = \mu_G mg = 0.42 \cdot 84 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{3.5 \cdot 10^5\,\mathrm{N}}}$

b) $ma = F_{res} = F_{GR}$

$\upsilon^2 = 2as_B \Rightarrow$

$$s_B = \frac{\upsilon^2}{2a} = \frac{\upsilon^2 m}{2F_{res}} = \frac{\upsilon^2 m}{2F_{GR}} = \frac{\upsilon^2}{2\mu_G g} = \frac{(110\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s})^2}{2 \cdot 0.42 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{0.12\,\mathrm{km}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8
   Auf das Tram wirken Gewichts-, Normal- und Reibungskraft. Gewichts- und Normalkraft heben sich auf, als Resultierende bleibt die Reibungskraft übrig.

$$\begin{aligned}
F_{res} &= ma \text{ und } \upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2a\Delta s = 0 \\
\mu_G F_N &= m\frac{\upsilon_0^2}{2\Delta s} \text{ und } F_N = F_G \text{ Beträge!} \\
\mu_G mg &= m\frac{\upsilon_0^2}{2\Delta s} \\
\mu_G &= \frac{\upsilon_0^2}{2g\Delta s} = \left(\frac{40\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}}\right)^2 \cdot \frac{1}{2\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 30\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.21}}
\end{aligned}$$

9. Lösung von Aufgabe 9
Da der Zug mit konstanter Geschwindigkeit fährt, beschleunigt er nicht und die resultierende Kraft verschwindet. Auf den ganzen Zug wirken die Gewichtskraft und die Normalkraft. Die Reibungskraft, welche nötig ist, damit die Lokomotive nicht abrutscht, wirkt nur auf die Lokomotive. Die grösste Steigung wird dann erreicht, wenn das Haftreibungsgesetz wirkt (Anti-Schlupf-Regelung). Die Haftreibungskraft auf die Lokomotive muss die parallele Komponente der Gewichtskraft auf den ganzen Zug kompensieren:

$$\begin{aligned}
F_{HR,max} &= F_{G\|} \\
\mu_H F_N &= F_{G\|} \\
\mu_H F_{GL\perp} &= F_{G\|} \\
\mu_H m_L g \cos\alpha &= (m_L + m_Z) g \sin\alpha \\
\tan\alpha &= \frac{\mu_H m_L}{m_L + m_Z} = \frac{0.78 \cdot 84\,\mathrm{t}}{84\,\mathrm{t} + 400\,\mathrm{t}} = 0.1354 = \underline{\underline{14\%}}
\end{aligned}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$s = \tfrac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2}$$

$$F_{res} = ma$$

$$F_{res} = F_{GR} = \mu_G F_N = \mu_G mg \Rightarrow$$

$$\mu_G mg = ma \Rightarrow \mu_G = \frac{a}{g} = \frac{2s}{gt^2} = \frac{2 \cdot 4\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (3\,\mathrm{s})^2} = \underline{\underline{0.09}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11
    Der Haftreibungskoeffizient muss mindestens so gross sein, dass die Hafreibungskraft das Brettchen bei 28° zu halten vermag:

    $$F_{HR,max} \geqslant F_{G\|} \Rightarrow \mu_H F_N \geqslant F_{G\|} \Rightarrow \mu_H F_{G\perp} \geqslant F_{G\|} \Rightarrow \mu_H mg\cos\alpha \geqslant mg\sin\alpha$$
    $$\mu_H \geqslant \tan\alpha = \tan 28° = \underline{\underline{0.53}}$$

    Der Gleitreibungskoeffizient darf nur so gross sein, dass die Gleitreibungskraft die parallele Komponente der Gewichtskraft nicht zu kompensieren vermag:

    $$F_{GR} < F_{G\|} \Rightarrow \mu_G F_N < F_{G\|} \Rightarrow \mu_G F_{G\perp} < F_{G\|} \Rightarrow \mu_G mg\cos\alpha < mg\sin\alpha$$
    $$\mu_G < \tan\alpha = \tan 28° = \underline{\underline{0.53}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $F_R = \mu_G F_N = \mu_G mg$ Geht nicht, da die Masse fehlt!

b) $v^2 = 0 = v_0^2 - 2as \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2s} = \frac{F_{res}}{m} = \frac{F_R}{m} = \frac{\mu_G F_N}{m} = \frac{\mu_G F_G}{m} = \mu_G g \Rightarrow$

$$\mu_G = \frac{a}{g} = \frac{v_0^2}{2gs} = \frac{(8.3\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 22\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.16}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

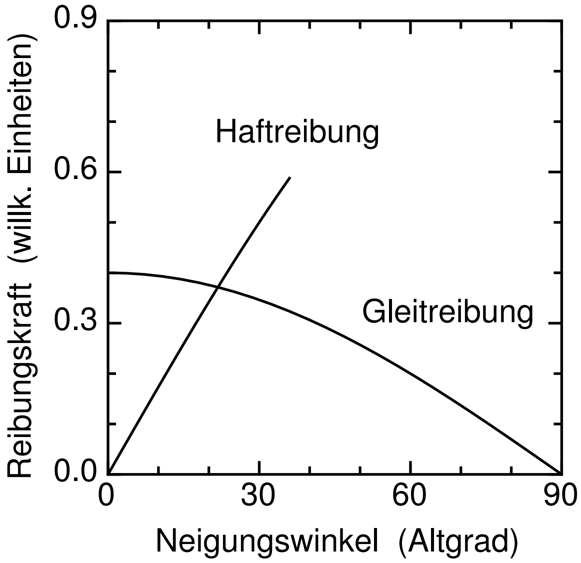


Abbildung 37.4: Falls der Körper auf der schiefen Ebene in Bewegung ist, gilt $F_{GR} = \mu_G mg \cos\alpha$, falls der Körper ruht, gilt $F_{HR} = F_{G\|} = mg \sin\alpha$ solange die maximale Haftreibungskraft nicht erreicht ist. Für die Zeichnung wurde $\mu_G = 0.4$, $\mu_H = 0.8$ und $mg = 1\,\mathrm{N}$ verwendet.

14. Lösung von Aufgabe 14

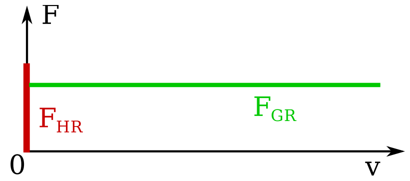


Abbildung 37.5: Reibungskräfte versus Geschwindigkeit (Beträge)

Ist der Körper relativ zur Unterlage in Ruhe, so ist die Reibungskraft unbestimmt: Die Haftreibung hat irgend einen Wert zwischen Null und der maximalen Haftreibungskraft. Ist der Körper in Bewegung, so hat die Reibung den Wert der Gleitreibungskraft.

15. Lösung von Aufgabe 15

$$D = \frac{F_1}{y_1} = \frac{F_2}{y_2} \Rightarrow y_2 = y_1 \frac{F_2}{F_1} = 3.7\,\mathrm{cm} \cdot \frac{4.3\,\mathrm{N}}{2.8\,\mathrm{N}} = \underline{\underline{5.7\,\mathrm{cm}}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

$$F_G = m_1 g_1 \quad \text{und} \quad F_G = (m_1 + \mu) g_2 \Rightarrow \mu = \frac{F_G}{g_2} - m_1 = \frac{F_G}{g_2} - \frac{F_G}{g_1}$$

$$\mu = \frac{2.00\ldots\ \mathrm{N}}{9.802\,22\ \mathrm{m/s^2}} - \frac{2.00\ldots\ \mathrm{N}}{9.806\,48\ \mathrm{m/s^2}} = 8.86343 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{kg} = \underline{\underline{88.6\ \mathrm{mg}}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17

$$F_F = Dy \Rightarrow y = \frac{F_F}{D} = \frac{80\,\mathrm{N}}{400\,\mathrm{N/m}} = \underline{\underline{0.20\,\mathrm{m}}}$$

18. Lösung von Aufgabe 18
    In der Physik ist Gewicht ein Synonym von Gewichtskraft und von Masse zu unterscheiden.

    $$F_G = mg \approx 71\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 = \underline{\underline{0.70\,\text{kN}}}$$

19. Lösung von Aufgabe 19
    Siehe Abbildung 37.6.

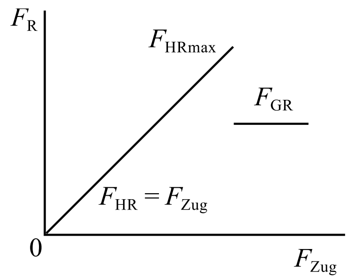


Abbildung 37.6: Die Haftreibungskraft kompensiert die Zugkraft (ist also gleich stark), bis die maximale Haftreibungskraft überschritten wird; ab dann wirkt die konstante Gleitreibungskraft.

20. Lösung von Aufgabe 20

Federgesetz: $F_1 = D_1 x_1 \quad F_2 = D_2 x_2 \quad F_{res} = D_{res} x_{res}$

a) Die Spannkraft ist überall gleich (F), aber die Dehnungen (x_i) sind verschieden:

$$x_{res} = x_1 + x_2 \Rightarrow \frac{F}{D_{res}} = \frac{F}{D_1} + \frac{F}{D_2} \Rightarrow \frac{1}{D_{res}} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \Rightarrow D_{res} = \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2}$$

b) Die Dehnungen sind gleich (x), aber die Spannkräfte (F_i) sind verschieden:

$$F_{res} = F_1 + F_2 \Rightarrow D_{res} x = D_1 x + D_2 x \Rightarrow D_{res} = D_1 + D_2$$

c) Dehnungen: $x_{res} = x_1 = -x_2$, Spannkräfte: verschieden und entgegengesetzt gerichtet:

$$F_{res} = F_1 - F_2 \Rightarrow D_{res} x = D_1 x - D_2(-x) \Rightarrow D_{res} = D_1 + D_2$$

d) Das ist eine Kombination von b) und c), also ist

$$D_{res} = D_1 + D_2 + D_3$$

21. Lösung von Aufgabe 21

$$F = Dy \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow F_2 = \frac{y_2}{y_1} \cdot F_1 = \frac{26.93\,\text{mm}}{23.8\,\text{mm}} \cdot 35\,\text{N} = 39.60\,\text{N} = \underline{\underline{40\,\text{N}}}$$

22. Lösung von Aufgabe 22

$$F_G = mg_M = 900\,\mathrm{kg} \cdot 3.7\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{3.3\,\mathrm{kN}}}$$

23. Lösung von Aufgabe 23

$$D = \frac{\Delta F_F}{\Delta y} = \frac{5\,\mathrm{N}}{12.5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{400\,\mathrm{N/m}}}$$

Die Kraftangaben sind vermutlich wie bei einem Massstab 'exakt', aber die Abstände zwischen den Markierungen dürften einen Messfehler aufweisen. Somit ist es vernünftig, auf drei signifikante Stellen zu runden.

24. Lösung von Aufgabe 24

$$\Delta F_F = D \cdot \Delta y \Rightarrow \Delta y = \frac{\Delta F_F}{D} = \frac{20\,\mathrm{N}}{80\,\mathrm{N/m}} = \underline{\underline{25\,\mathrm{cm}}}$$

25. Lösung von Aufgabe 25

    Die Gleitreibungskraft ist unabhängig von der Geschwindigkeit.

26. Lösung von Aufgabe 26

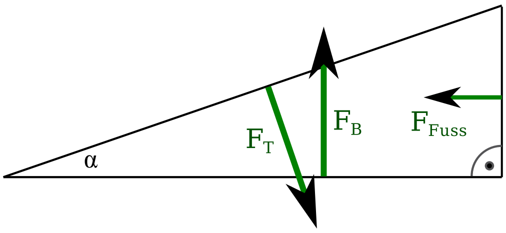
    Nein, $F_N < F_G$ auf der schiefen Ebene oder $F_N > F_G$ bei Anpressung.

37.4 Lösungen (Statik und Kinetik)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{m} = \frac{\sqrt{(3.0\,\mathrm{N})^2 + (4.0\,\mathrm{N})^2}}{10\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{0.50\,\mathrm{m/s^2}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2



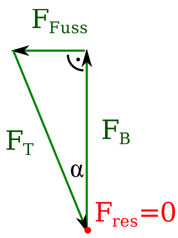


Abbildung 37.7: Im Lageplan müssen Fuss-, Boden- und Türkraft jeweils senkrecht zu den Oberflächen eingezeichnet werden. Im Kräfteplan addieren sich diese drei Kräfte zu Null, weil der Keil nicht beschleunigt (er ist ja eingeklemmt).

$$\frac{F_B}{F_{Fuss}} = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{\tan(19^\circ)} = \underline{\underline{2.9}}$$
$$\frac{F_T}{F_{Fuss}} = \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{1}{\sin(19^\circ)} = \underline{\underline{3.1}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$F_{res} = ma \quad \text{und} \quad \upsilon^2 = 2as$$
$$F_{G\|} - F_{GR} = ma \quad \text{und} \quad F_G R = \mu_G F_N = \mu_G F_G \cos\alpha$$
$$F_G \sin\alpha - \mu_G F_G \cos\alpha = ma$$
$$g \sin\alpha - \mu_G g \cos\alpha = a$$
$$\upsilon = \sqrt{2as} = \sqrt{2gs \cdot (\sin\alpha - \mu_G \cos\alpha)}$$
$$\upsilon = \sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 23\,\mathrm{m} \cdot (\sin 17° - 0.12 \cdot \cos 17°} = \underline{\underline{9.0\,\mathrm{m/s}}}$$

(Je nach Reibungszahl μ_G gibt es etwas anderes.)

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) Siehe Abbildung 37.8

   b) $F_N = F_{G\perp} = m_1 g \cos\alpha = 4.8\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \cos 19° = \underline{\underline{45\,\mathrm{N}}}$

   c) $F_{HR} = F_{G\|} - F_{G2} = m_1 g \sin\alpha - m_2 g =$
   $4.8\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \sin 19° - 1.37\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{1.9\,\mathrm{N}}}$

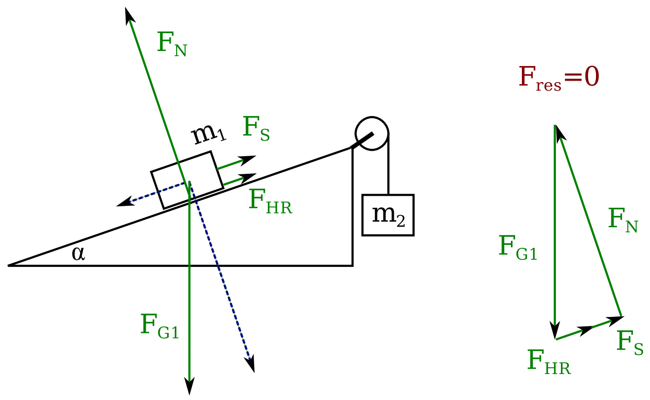


Abbildung 37.8: Lageplan (links): Auf den ersten Körper wirken Gewichtskraft, Normalkraft, Seilkraft und Haftreibungskraft. Zusätzlich sind die Komponenten der Gewichtskraft senkrecht und parallel zur Ebene gestrichelt eingezeichnet. Sie Seilkraft ist gleich gross wie die Gewichtskraft auf den zweiten Körper. Kräfteplan (rechts): Die Kräfte heben sich gegenseitig auf. Die Normalkraft kompensiert die Komponente des Gewichts senkrecht zur Ebene (blau gestrichelt), Seil- und Reibungskraft kompensieren die Komponente des Gewichts parallel zur Ebene. Die Pfeillängen sind nicht massstäblich.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a} \qquad \text{Winkel konstruktiv bestimmen, siehe Abb. 37.9,}$$

$$F_{res}^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\gamma \qquad \text{oder mit Kosinussatz}$$

$$\gamma = \arccos\left(\frac{F_1^2 + F_2^2 - (ma)^2}{2F_1F_2}\right) = \arccos\left(\frac{(120\,\mathrm{N})^2 + (150\,\mathrm{N})^2 - (37\,\mathrm{kg}\cdot 2.37\,\mathrm{m/s^2})^2}{2\cdot 120\,\mathrm{N}\cdot 150\,\mathrm{N}}\right) = \underline{\underline{36^\circ}}$$

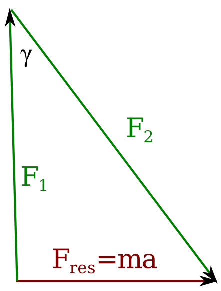


Abbildung 37.9: Die Kraftpfeile bilden ein Dreieck, von dem die Längen aller Seiten bekannt sind respektive berechnet werden können. Damit sind die Winkel im Dreieck festgelegt.

6. Lösung von Aufgabe 6
   Auf das Auto wirken die Erdanziehungskraft, die Normalkraft der Strasse sowie die Haftreibungskraft der Strasse. Die Normal- und Haftreibungskraft kompensieren die Gewichtskraft.

$$F_G = mg = 1.38 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{13.5\,\mathrm{kN}}}$$

$$F_N = F_{G\perp} = mg\cos\alpha = 1.38 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \cos 9.5\,° = \underline{\underline{13.4\,\mathrm{kN}}}$$

$$F_{HR} = F_{G\parallel} = mg\sin\alpha = 1.38 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \sin 9.5\,° = \underline{\underline{2.2\,\mathrm{kN}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}g\sin\alpha \cdot t^2$

b) $s = \frac{1}{2}gt^2 \sin\alpha = d\sin\alpha$ (eine Kreisgleichung in Polarkoordinaten, siehe Abb. 37.10 links)

Dies ist eine berühmte historische Aufgabe: 'Der freie Fall durch die Sehne'

c) $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{t^2}{2} \cdot \frac{F_{res}}{m} = \frac{t^2}{2} \cdot \frac{F_{G\|} - F_R}{m} = \frac{t^2}{2} \cdot \frac{mg\sin\alpha - \mu_G mg\cos\alpha}{m}$

$= \frac{gt^2}{2} \cdot (\sin\alpha - \mu_G\cos\alpha) = d \cdot (\sin\alpha - \mu_G\cos\alpha)$ (falls positiv, sonst Null)

(auch eine Kreisgleichung in Polarkoordinaten, siehe Abb. 37.10 rechts)

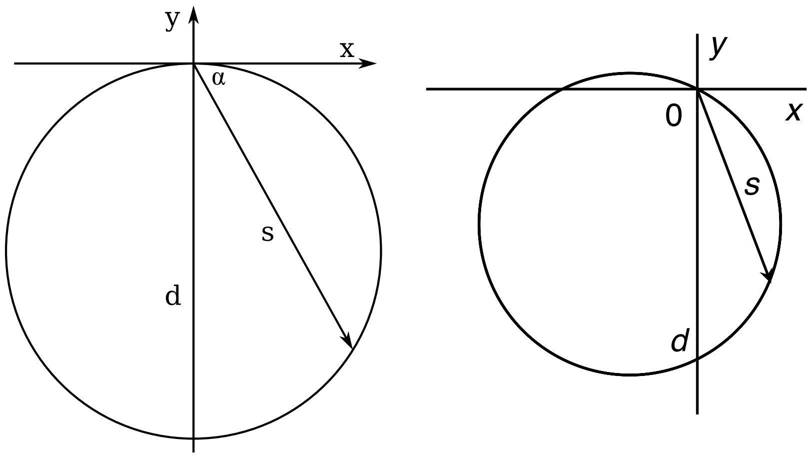


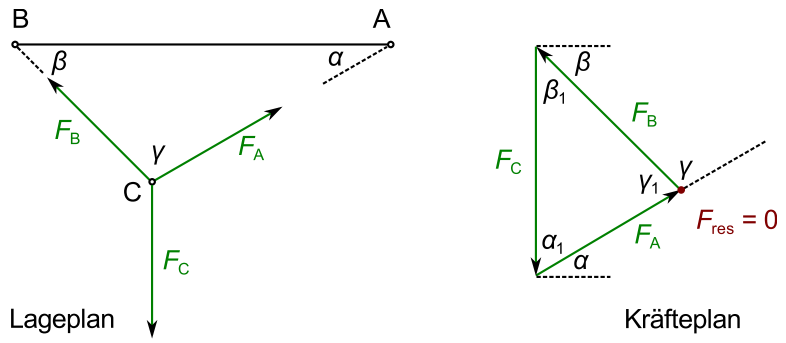
Abbildung 37.10: (links) Der reibungsfreie Fall durch die beliebige Sehne s dauert gleich lange wie der freie Fall entlang des Durchmessers d. (rechts) Mit Coulomb'scher Gleitreibung kann der Körper erst ab einem bestimmten Neigungswinkel überhaupt rutschen und kommt dann je nach Neigungswinkel verschieden weit. Die Endpunkte der Bewegungen liegen auf einem Kreisbogen durch den Nullpunkt. Der Bogen wurde zum Kreis vervollständigt. Die zwei Bilder sind verschieden skaliert.

8. Lösung von Aufgabe 8
   Die horizontale Komponente der Kraft des Fadens auf die Schlaufe bei A ist entgegengesetzt gleich jener bei B, sonst würden die Schlaufen der Schnur horizontal beschleunigen. Die vertikale Komponente der Kraft des Fadens auf die Schlaufe bei A ist gleich jener bei B, sonst würden die Schlaufen vertikal beschleunigen. Die vertikale Kraft auf die Schlaufe bei A muss deshalb mg sein und ebenso bei B. Der Faden zieht mit mg bei Schlaufe A nach unten und mit mg in Richtung B; diese Kraft, die Richtung B zeigt, darf die vertikale Kraft auf A nicht ändert. Das bedeutet, dass AB horizontal sein muss. Damit sind horizontale und vertikale Kraft des Fadens auf A gleich gross und werden durch die Schnurkraft auf A kompensiert. Zeichnet man das Polygon der Kräfte auf die Schlaufe bei A, so erhält man ein rechtwinklig, gleichschenkliges Dreieck, das bekanntlich zwei 45 °-Winkel aufweist. Somit ist der Winkel ABC 135 °.

9. Lösung von Aufgabe 9
   Falls die Kräfte an verschiedenen Körpern angreifen, darf man sie nicht kombinieren. Falls die Kräfte nicht in derselben Richtung ziehen, gibt es weniger als 6 N.

10. Lösung von Aufgabe 10

Abbildung 37.11: Auf den Knoten C wirkt eine Seilkraft, die gleich dem Lastgewicht F_C ist, sowie die zwei Seilkräfte F_B und F_A. Diese drei Kräfte müssen sich im Kräfteplan kompensieren. Die Kräfte, mit denen die Seile bei A und B ziehen, sind gleich gross wie F_A und F_B.



Wie verwenden den Sinussatz mit den Ergänzungswinkeln $\alpha_1 = 90° - \alpha$, $\beta_1 = 90° - \beta$ und $\gamma_1 = 180° - \gamma$, wobei $\gamma = 180° - \alpha - \beta$, siehe Abbildung 37.11.

$$\frac{F_A}{\sin\beta_1} = \frac{F_C}{\sin\gamma_1} \Rightarrow F_A = \frac{F_C \sin\beta_1}{\sin\gamma_1} = \frac{F_C \sin(90° - \beta)}{\sin(180° - \gamma)} = \frac{F_C \cos\beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{100\,\mathrm{N} \cdot \cos 45°}{\sin(30° + 45°)} = \underline{\underline{73\,\mathrm{N}}}$$

$$\frac{F_B}{\sin\alpha_1} = \frac{F_C}{\sin\gamma_1} \Rightarrow F_B = \frac{F_C \sin\alpha_1}{\sin\gamma_1} = \frac{F_C \sin(90° - \alpha)}{\sin(180° - \gamma)} = \frac{F_C \cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{100\,\mathrm{N} \cdot \cos 30°}{\sin(30° + 45°)} = \underline{\underline{90\,\mathrm{N}}}$$

Natürlich kann man die Kräfte auch aus dem sauber konstruierten Kräfteplan herausmessen.

11. Lösung von Aufgabe 11

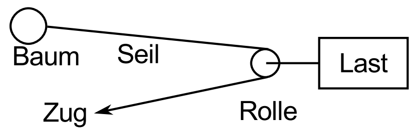


Abbildung 37.12: Das Wrack wird an die Rolle gehängt, das eine Ende des Seils um einen Baum gebunden und am anderen Ende gezogen. Es empfiehlt sich, einen kleinen Winkel zu machen, sonst knallt die Rolle gegen das Zugfahrzeug, falls die Verbindung Rolle-Last versagt.

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $F_{res2a} = m_2 a = 0$ Resultierende Kraft auf den unteren Körper
$F_2 - m_2 g = 0 \Rightarrow F_2 = m_2 g$ Der untere Faden trägt nur den unteren Körper.
$F_{res1a} = m_1 a = 0$ Resultierende Kraft auf den oberen Körper
$F_1 - F_2 - m_1 g = 0 \Rightarrow F_1 = m_1 g + F_2 = (m_1 + m_2)g$ Der obere Faden trägt alles.

b) $F_{res2b} = m_2 a$
$F_2 - m_2 g = m_2 a \Rightarrow F_2 = m_2 a + m_2 g = m_2(a + g)$
$F_{res1b} = m_1 a$
$F_1 - F_2 - m_1 g = m_1 a$ Der untere Faden zieht m_1 auch nach unten.
$F_1 = m_1 a + F_2 + m_1 g = (m_1 + m_2)(a + g)$

13. Lösung von Aufgabe 13

    Damit Gleichgewicht herrscht, müssen die Hangabtriebskräfte der beiden Körper gleich sein. Die Hangabtreibskräfte sind die Komponenten der jeweiligen Gewichtskräfte parallel zur jeweiligen schiefen Ebene.

    $$F_1 \sin\alpha = F_2 \sin\beta \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{F_1 \sin\alpha}{F_2}\right) = \arcsin\left(\frac{51\,\mathrm{N}\cdot\sin 31^\circ}{22\,\mathrm{N}}\right) = \arcsin(1.2)\ldots?$$

    Das geht gar nicht mit diesen Zahlenwerten! Der zweite Körper ist zu leicht und wird auch für $\beta = 90^\circ$ noch nach oben beschleunigt.

14. Lösung von Aufgabe 14

$$F_{res} = ma \rightarrow F_{G\|} = ma \rightarrow mg \cdot \cos\beta = ma \rightarrow a = g\cos\beta$$
$$s = 2r\cos\beta$$
$$s = \tfrac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2r\cos\beta}{g\cos\beta}} = \sqrt{\frac{4r}{g}} \quad \text{unabhängig von } \beta!$$

15. Lösung von Aufgabe 15

$$s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot b/(2\cos\alpha)}{g\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2b}{g \cdot 2\cos\alpha\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2b}{g \cdot \sin(2\alpha)}}$$

Die Zeit t wird minimal, wenn $\sin(2\alpha)$ maximal wird, d.h. wenn $\alpha = 45°$ ist.

16. Lösung von Aufgabe 16
    Im ersten Fall muss die Normalkraft die Gewichtskraft überkompensieren, im zweiten Fall beschleunigen Sie nicht, im dritten Fall wird die Aufwärtsbewegung gebremst, d.h. die abwärts ziehende Gewichtskraft muss stärker als die aufwärts drückende Normalkraft sein.

    a) $F_{res} = ma \Rightarrow F_N - F_G = ma \Rightarrow F_N = ma + mg = 56\,\text{kg} \cdot (0.85\,\text{m/s}^2 + 9.81\,\text{m/s}^2) = \underline{\underline{0.60\,\text{kN}}}$

    b) $F_{res} = ma \Rightarrow F_N - F_G = 0 \Rightarrow F_N = F_G = mg = 56\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 = \underline{\underline{0.55\,\text{kN}}}$

    c) $F_{res} = ma \Rightarrow F_G - F_N = ma \Rightarrow F_N = mg - ma = 56\,\text{kg} \cdot (9.81\,\text{m/s}^2 - 1.05\,\text{m/s}^2) = \underline{\underline{0.49\,\text{kN}}}$

17. Lösung von Aufgabe 17

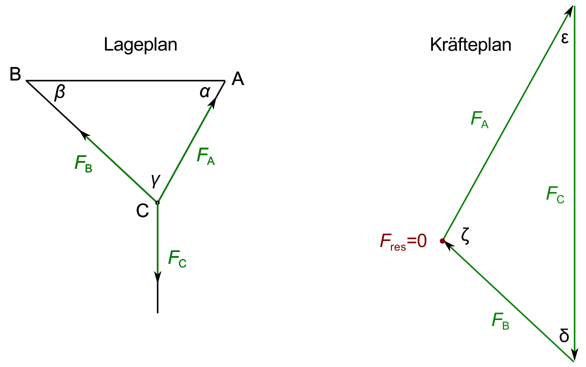


Abbildung 37.13: Massstäblicher Lageplan und Kräfteplan.

Massstab im Kräfteplan: 1 N ≙ 0.7 mm
Dann kann man die Längen der Pfeile im Kräfteplan messen (Abb. 37.13).
(Rechnung: $\zeta = \alpha + \beta = 104°$, $\delta = 90° - \beta = 47°$, $\varepsilon = 90° - \alpha = 29°$, Sinussatz: $F_B = 34.1\,\mathrm{N}$, $F_C = 68.3\,\mathrm{N}$)

18. Lösung von Aufgabe 18

 a) $F_N = F_{G\perp} = mg\cos\alpha = 0.200\,\text{kg}\cdot 9.81\,\text{m/s}^2\cdot\cos 45\,° = \underline{\underline{1.4\,\text{N}}}$ $\left(\cos 45\,° = 1/\sqrt{2}\right)$

 b) $F_{HR} = F_{G\|} = mg\sin\alpha = 0.200\,\text{kg}\cdot 9.81\,\text{m/s}^2\cdot\sin 45\,° = \underline{\underline{1.4\,\text{N}}} = F_N$ da $45\,°$

19. Lösung von Aufgabe 19

    a) Die Oberleitung dehnt sich aus, wenn sie sich erhitzt. Mit der Vorrichtung von Abbildung 4.14 bleibt die Spannkraft konstant; bei einer Feder würde sich die Spannkraft ändern (und damit auch der Durchhang).
    b) Die Oberleitung muss nicht nur in horizontaler Richtung gespannt, sondern auch in vertikaler Richtung getragen werden. Deshalb muss das obere Spannseil etwas stärker nach oben ziehen.
    c) Die zwei Seilstücke an der beweglichen Rolle ziehen ungefähr mit gleicher horizontaler Kraft. Somit ist die Spannkraft der Oberleitung etwa doppelt so gross wie das Lastgewicht.

20. Lösung von Aufgabe 20

    Betrachten wir den Lageplan und die Kraftepläne für eine Gelenkstange, siehe Abbildung 37.14. Aus diesen Kräfteplänen kann man ablesen:

$$\frac{F_K/4}{F_S} = \sin(\alpha/2) \quad \text{und} \quad \frac{F/4}{F_S} = \cos(\alpha/2) \Rightarrow \frac{F_K}{F} = \tan(\alpha/2) \Rightarrow F = \frac{F_K}{\tan(\alpha/2)}$$

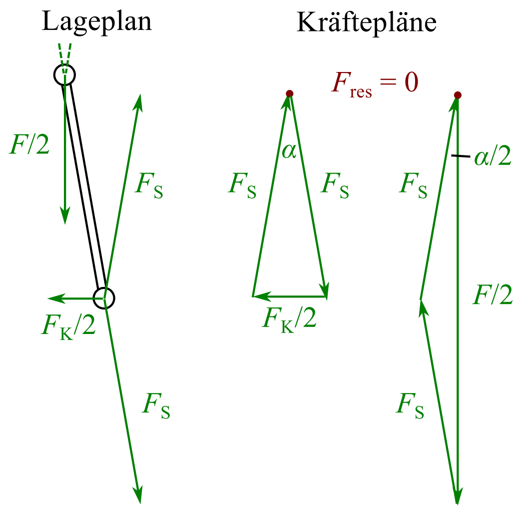


Abbildung 37.14: Lageplan der Kräfte auf die Gelenke der oberen, rechten Stange der Kniehebelpresse (Abb. 4.15). Auf das Kniegelenk wirkt die Kraft $F_K/2$ (die andere Hälfte von F_K wirkt auf die Nachbarstange beim Knie), die Kraft F_S der unteren Nachbarstange beim Kniegelenk sowie die Kraft F_S der Stange selbst. Die Kräfte der Stangen auf die Gelenke sind alle gleich stark (F_S), haben aber verschiedene Richtungen. Im statischen Fall kompensieren sich die Kräfte auf das Kniegelenk (linker Kräfteplan); das Gelenk beschleunigt nicht oder sehr wenig. Auf das obere Gelenk dieser Stange wirken die Kraft der linken Nachbarstange (F_S), der Endplatte ($F/2$) sowie der Stange selbst (F_S). Auch diese Kräfte kompensieren sich (rechter Kräfteplan).

21. Lösung von Aufgabe 21

a) Auf das Seilstück unter dem Fuss wirken die zwei Zugkräfte F_2 und F_3 der Leine links und rechts. Aus Symmetriegründen sind diese Kräfte gleich stark. Der Fuss übt eine Kraft auf das Seilstück aus, die gleich gross und gerichtet wie das Gewicht des Seiltänzers ist (eine Normalkraft). Nach actio=reactio übt nämlich das Seilstück eine Kraft auf den Seiltänzer aus, welche die Erdanziehungskraft kompensiert. Im Lageplan (Abbildung 37.15) sieht man die Richtungen der Kräfte. Im Kräfteplan (Abbildung 37.16) weiss man, dass die Kraftpfeile ein geschlossenes Dreieck bilden müssen, denn die resultierende Kraft muss im Gleichgewicht verschwinden.

b) Wie vorher wirken drei Kräfte auf das Seilstück unter dem Fuss. Jetzt sind allerdings die Kräfte der Leinenstücke links und rechts auch betragsmässig verschieden. Die Kraft des Fusses auf die Leine hat jetzt eine Reibungskomponente, die das Leinenstück rechts zusätzlich spannt. Die Kraft des Fusses auf das Seil hat keine horizontale Komponente, denn ihre Reaktionskraft muss immer noch das vertikal wirkende Gewicht des Tänzers kompensieren; entsprechend sind die horizontalen Anteile von F_2 und F_3 betragsmässig gleich.

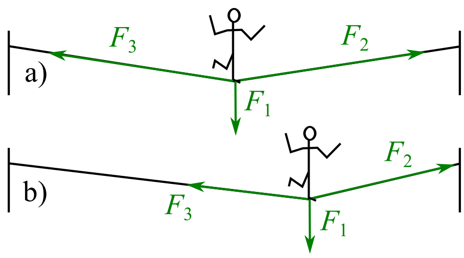


Abbildung 37.15: Lageplan: Die Richtungen der Kräfte sind bekannt sowie die Stärke der Kraft F_1.

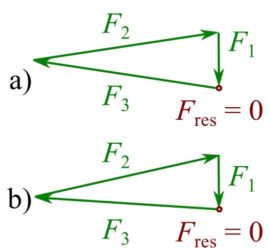


Abbildung 37.16: Kräfteplan: Die drei Kräfte müssen sich aufheben, denn das Seilstück unter dem Fuss ist im Gleichgewicht.

a) $$\frac{F_1}{2F_2} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + (l/2)^2}} \Rightarrow F_2 = \frac{mg}{2} \cdot \frac{\sqrt{h^2 + (l/2)^2}}{h}$$

$$F_2 = \frac{73\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{(0.50\,\text{m})^2 + (12.0\,\text{m}/2)^2}}{0.50\,\text{m}} = \underline{\underline{4.3\,\text{kN}}} = F_3$$

b) $$\frac{h}{l/3} = \tan\alpha_2 \qquad \frac{3h}{2l} = \tan\alpha_3$$ Steigungswinkel der zwei Leinenstücke

$F_2 \sin\alpha_2 + F_3 \sin\alpha_3 = F_1$ vertikale Komponenten addieren sich zu $F_1 = mg$.

$F_2 \cos\alpha_2 = F_3 \cos\alpha_3$ horizontale Komponenten von F_2 und F_3 sind gleich.

Das ist ein Gleichungssystem mit vier Gleichungen und vier Unbekannten, das lösbar ist.

22. Lösung von Aufgabe 22

    Die Seilkraft hat zwei Komponenten: parallel und senkrecht zur schiefen Ebene.

    $F_{S\parallel} - F_{G\parallel} = 0 \Rightarrow F_{S\parallel} = F_G \sin\alpha$

    $F_S = \dfrac{F_{S\parallel}}{\cos\beta} = F_G \cdot \dfrac{\sin\alpha}{\cos\beta}$

23. Lösung von Aufgabe 23

a) Siehe Abbildung 37.17.

b) $F_N = F_{G\perp} = mg\cos\alpha = 1955\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot \cos 8.3° = \underline{\underline{19\,\text{kN}}}$

c) $F_{res} = ma = 1955\,\text{kg} \cdot 3.8\,\text{m/s}^2 = \underline{\underline{7.4\,\text{kN}}}$

d) $F_{res} = F_R - F_{G\parallel} \Rightarrow$

$F_R = ma + mg\sin\alpha = 1955\,\text{kg} \cdot 3.8\,\text{m/s}^2 + 1955\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot \sin 8.3° = \underline{\underline{10\,\text{kN}}}$

e) $F_{res} = F_{HR,max} - F_{G\parallel} = \mu_H mg\cos\alpha - mg\sin\alpha \Rightarrow$

$a = g \cdot (\mu_H \cos\alpha - \sin\alpha) = 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot (0.85\cos 8.3° - \sin 8.3°) = \underline{\underline{6.8\,\text{m/s}^2}}$

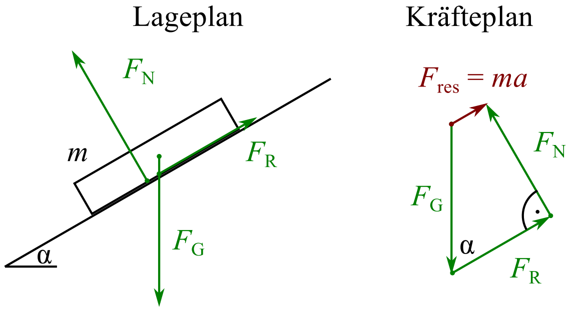


Abbildung 37.17: Lage- und Kräfteplan zu Aufgabe 23. Auf das Auto wirken Gewichts-, Normal- und Reibungskraft. Die Reibungskraft wird vom Strassenbelag auf die Pneus ausgeübt. Ohne Reibung könnte das Auto nicht aufwärts fahren.

24. Lösung von Aufgabe 24

$$F_F = F_{HR,max} = \mu_H F_N = \mu_H mg \rightarrow F_{res} = F_F - F_{GR} = \mu_H mg - \mu_G mg = ma \Rightarrow$$
$$a = (\mu_H - \mu_G)g = (0.4 - 0.3) \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{1\,\mathrm{m/s^2}}}$$

25. Lösung von Aufgabe 25

a) $F_{res} = 0 \Rightarrow F_{G\perp} = F_N \quad \text{und} \quad F_{G\|} = F_F$

$F_N = mg\cos\alpha = 0.180\,\text{kg}\cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot \cos 18° = \underline{\underline{1.7\,\text{N}}}$

$F_F = mg\sin\alpha = 0.180\,\text{kg}\cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot \sin 18° = 0.5457\,\text{N} = \underline{\underline{0.55\,\text{N}}}$

b) $F_F = Dy \Rightarrow y = \dfrac{F_F}{D} = \dfrac{0.5457\,\text{N}}{270\,\text{N/m}} = \underline{\underline{2.0\,\text{mm}}}$

26. Lösung von Aufgabe 26

    Wenn das Klötzchen nicht langsamer und nicht schneller wird, muss die Gleitreibungskraft gerade die zur Ebene parallele Komponente der Gewichtskraft kompensieren, d.h.

$$
\begin{aligned}
&F_{G\|} = \mu_G F_N \\
&mg\sin\alpha = \mu_G mg\cos\alpha \\
&\tan\alpha = \mu_G \\
&\alpha = \arctan(\mu_G) \approx \arctan(0.3) \approx 17^\circ
\end{aligned}
$$

27. Lösung von Aufgabe 27

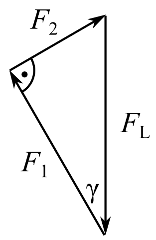


Abbildung 37.18: Skizze zu Lösung 27

Wie im Kräfteplan (Abb. 37.18) zu sehen, stehen die Kräfte rechtwinklig aufeinander. Weil Gleichgewicht herrscht, bilden die Pfeile ein geschlossenes Dreieck.

$$\frac{F_2}{F_1} = \tan\gamma = \tan(180° - \alpha) = \tan(180° - 150°) = \underline{\underline{0.58}}$$

28. Lösung von Aufgabe 28

    Die möglichen Pfeilspitzen von F_2 liegen auf einem Kreis um die Spitze von F_1. Beim grössten Winkel α ist F_{res} eine Tangente an diesen Kreis, siehe Abbildung 37.19.

$$\alpha = \arcsin\frac{F_2}{F_1} = \arcsin\frac{23\,\mathrm{N}}{50\,\mathrm{N}} = 27.39° = \underline{\underline{27°}}$$

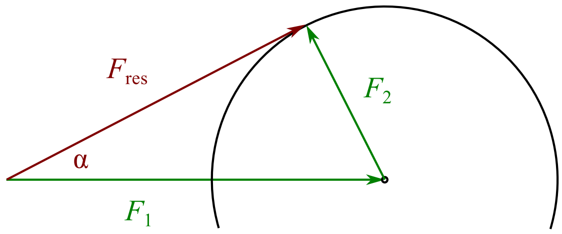


Abbildung 37.19: Skizze zur Lösung 28

29. Lösung von Aufgabe 29

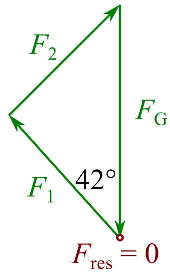


Abbildung 37.20: Zeichnet man den Kräfteplan, so müssen sich die drei Kräfte zu einem Dreieck ergänzen, denn die resultierende Kraft ist im Gleichgewicht Null. Damit kann man die zweite Kraft konstruieren oder mit dem Cosinussatz berechnen.

$$\begin{aligned} F_2 &= \sqrt{F_1^2 + F_G^2 - 2F_1 F_G \cos\alpha} \\ &= \sqrt{(22\,\mathrm{N})^2 + (31\,\mathrm{N})^2 - 2\cdot 22\,\mathrm{N}\cdot 31\,\mathrm{N}\cdot\cos 42^\circ} = \underline{\underline{21\,\mathrm{N}}} \end{aligned}$$

30. Lösung von Aufgabe 30

    Wir konstruieren ein Dreieck mit den Seiten 5, 7 und 8 Einheiten. Die Richtungen (Richtungssinn) sind aus der Abbildung 37.21 ersichtlich.

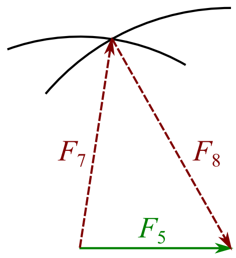


Abbildung 37.21: Skizze zu Aufgabe 30.

Kapitel 38

Lösungen (Arbeit, Leistung, Energie)

38.1 Lösungen (Arbeit)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Beim Flaschenzug und beim Hebel sieht man, dass die Grösse 'Kraft mal Weg' auf beiden Seiten gleich gross ist ('goldene Regel der Mechanik', Galileo Galilei). Die *Arbeit* ist gleich der Kraftkomponente in Wegrichtung mal Weglänge.

2. Lösung von Aufgabe 2
   Wird ein Tablett mit einer Tasse über den Tisch gezogen, so ist es die Haftreibungskraft vom Tablett auf die Tasse, welche an der Tasse Beschleunigungsarbeit verrichtet.

3. Lösung von Aufgabe 3
   Wird mit dem Schläger der Tischtennisball geschlagen, so verrichtet die Normalkraft des Schlägers auf den Ball Arbeit am Ball und verleiht diesem Energie.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$W = F_s s = 150 \cdot 10^6\,\text{N} \cdot 60.0\,\text{m} = \underline{\underline{9.00\,\text{GJ}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$
\begin{aligned}
W &= \Delta E = \tfrac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \tfrac{1}{2}m\upsilon_1^2 \\
&= \tfrac{1}{2}\cdot 28\cdot 10^3\,\mathrm{kg}\cdot\left((100\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s})^2 - (80\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s})^2\right) = \underline{\underline{3.9\,\mathrm{MJ}}}
\end{aligned}
$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$W = F_s \cdot s = 9.2\,\mathrm{N} \cdot 0.120\,\mathrm{m} = \underline{\underline{1.1\,\mathrm{J}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7
   Annahme: Die Feder gehorche dem Hooke'schen Federgesetz.

$$W_1 = \bar{F}_1 s_1 = \frac{0 + Dy_1}{2} y_1 = \tfrac{1}{2} D y_1^2 \Rightarrow W_2 = \bar{F}_2 s_2 = \frac{Dy_1 + D \cdot 2y_1}{2} y_1 = \tfrac{3}{2} D y_1^2 = \underline{\underline{3W_1}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$W = mgh = \rho s^3 gh = 2.2 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot (0.85\,\mathrm{m})^3 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 37\,\mathrm{m} = \underline{\underline{0.49\,\mathrm{MJ}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

   a) $W_P = F_s s = 60 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 59.5\,\text{m} = \underline{\underline{35\,\text{MJ}}}$

   b) $W_H = mgh = 6200 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 0.17\,\text{m} = \underline{\underline{10\,\text{MJ}}} \quad (< W_P\ \checkmark)$

   c) $F_P = F_{G\|} = F_G \sin\alpha = mg\dfrac{h}{s} = 6200 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot \dfrac{0.17\,\text{m}}{59.5\,\text{m}} = \underline{\underline{1.7 \cdot 10^5\,\text{N}}} \quad \hat{=}\ 18\,\text{t}$

   d) $\upsilon = \dfrac{s}{t} = \dfrac{59.5\,\text{m}}{17 \cdot 3600\,\text{s}} = \underline{\underline{0.97\,\text{mm/s}}}$

   e) unten gar nicht, oben mit 0.97 mm/s und in der Mitte mit 0.49 mm/s

10. Lösung von Aufgabe 10

$$W = \left(m_G + \tfrac{1}{2} m_B\right) ghN = \left(0.210\,\mathrm{kg} + \tfrac{1}{2} \cdot 0.330\,\mathrm{kg}\right) \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.40\,\mathrm{m} \cdot 17 = \underline{\underline{25\,\mathrm{J}}}$$

Die Masse m_B des Bieres wird nur zur Hälfte gerechnet, denn das Glas ist im Durchschnitt halb voll. Die Arbeit zum Heben des Armes ist vernachlässigt worden.

11. Lösung von Aufgabe 11

$$W = E_2 - E_1 = \tfrac{1}{2}Dy_2^2 - \tfrac{1}{2}Dy_1^2 \Rightarrow D = \underline{\underline{\frac{2W}{y_2^2 - y_1^2}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$W = mgh \Rightarrow h = \frac{W}{mg} = \frac{1\,\text{kWh} \cdot 3.6 \cdot 10^{6}\,\text{J/kWh}}{1.0 \cdot 10^{3}\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^{2}} = \underline{\underline{0.37\,\text{km}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$W = F_s s = 100 \cdot 10^3\ \mathrm{N} \cdot 300 \cdot 10^3\ \mathrm{m} = \underline{\underline{3.00 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

    $W = \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2} \cdot 200\,\mathrm{N/m} \cdot (3.0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})^2 = \underline{\underline{9.0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{J}}}$

    Annahme: Die Feder war vorher entspannt.

15. Lösung von Aufgabe 15

$$W = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot (3.0\,\text{m/s})^2 = \underline{\underline{0.27\,\text{J}}}$$

38.2 Lösungen (Leistung)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{W}{P} = \frac{mv^2}{2P} = \frac{1450\,\mathrm{kg}\left(\frac{105.9\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 50 \cdot 10^3\,\mathrm{W}} = \underline{\underline{13\,\mathrm{s}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$P = F_w v \Rightarrow F_w = \frac{P}{v} = \frac{50 \cdot 10^3\,\mathrm{W}}{40\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{1.3\,\mathrm{kN}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3
   a)
   $$P = F_{\parallel}v \Rightarrow F_{\parallel} = \frac{P}{v} = \frac{2 \cdot 58 \cdot 10^3\,\mathrm{W} \cdot 3.6\,\mathrm{s}}{22\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{19\,\mathrm{kN}}}$$
   b) Es wurde angenommen, dass 22 km/h die maximale Schnelligkeit ist und dass der Antrieb maximalen, mechanischen Wirkungsgrad hat.

4. Lösung von Aufgabe 4
   Wir berechnen die Hubleistung:

$$P = \frac{mgh}{\Delta t} \approx \frac{50 \cdot 70\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 41\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{s}} = 14\,\mathrm{kW}$$

   Die Wagen selbst fallen aus der Rechnung heraus; sie müssen lediglich beschleunigt werden. Bei 90 kW Motorenleistung liegt noch genügend Reserve drin, selbst bei mässig gutem Wirkungsgrad.

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) $W = F_s s = 1120\,\text{N} \cdot 2.500\,\text{m} = \underline{\underline{2800\,\text{J}}}$

   b) $P = F_s \upsilon = 1120\,\text{N} \cdot 5\,\text{m/s} = 5600\,\text{W} = \underline{\underline{6\,\text{kW}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

   a) $W = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}80\,\mathrm{kg}\cdot(36\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s})^2 = \underline{\underline{4.0\,\mathrm{kJ}}}$

   b) $P = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{mv^2}{2\Delta t} = \dfrac{80\,\mathrm{kg}\cdot(36\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s})^2}{2\cdot 2.5\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{1.6\,\mathrm{kW}}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $P_2 = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{\Delta m \cdot gh}{\Delta t} = \dfrac{270\,\text{kg}}{60\,\text{s}} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 43\,\text{m} = \underline{\underline{1.9\,\text{kW}}}$

b) $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_1 = \dfrac{P_2}{\eta} = \dfrac{mgh}{\eta \Delta t} = \dfrac{270\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 43\,\text{m}}{0.37 \cdot 60\,\text{s}} = \underline{\underline{5.1\,\text{kW}}}$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{650\,\text{kcal} \cdot 4186.8\,\text{J/kcal}}{1800\,\text{s}} = \underline{\underline{1.5\,\text{kW}}}$$

Es ist nicht so klar, wie man runden soll. Wie genau ist ‘eine halbe Stunde’ ?

9. Lösung von Aufgabe 9

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{79.4\,\text{GWh} \cdot 3.6 \cdot 10^{12}\,\text{J/GWh}}{3.156 \cdot 10^{7}\,\text{s}} = \underline{\underline{9.06\,\text{MW}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

a) $P = \dfrac{\Delta E}{\Delta t} = \dfrac{83 \cdot 10^9\,\text{Wh}}{365 \cdot 24\,\text{h}} = \underline{\underline{9.5\,\text{MW}}}$

b) $W = mgh = \rho V g h = 998\,\text{kg/m}^3 \cdot 101 \cdot 10^6\,\text{m}^3 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 1.2 \cdot 10^3\,\text{m} = \underline{\underline{1.2 \cdot 10^{15}\,\text{J}}}$

$= \dfrac{1.1866 \cdot 10^{15}\,\text{J}}{3.6 \cdot 10^6\,\text{J/kWh}} = 329.6 \cdot 10^6\,\text{kWh} = \underline{\underline{330\,\text{GWh}}}$

c) $P = \dfrac{W}{\Delta t} \Rightarrow$

$\Delta t = \dfrac{W}{P} = \dfrac{\rho g h \Delta t}{\Delta E} = \dfrac{998\,\text{kg/m}^3 \cdot 101 \cdot 10^6\,\text{m}^3 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 1.2 \cdot 10^3\,\text{m} \cdot 1\,\text{a}}{83 \cdot 10^9\,\text{W} \cdot 3600\,\text{s}} = \underline{\underline{3.8\,\text{a}}}$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta m \cdot gh}{\Delta t} = \rho \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot gh = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \frac{2.8\,\mathrm{m^3}}{60\,\mathrm{s}} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 128\,\mathrm{m} = \underline{\underline{58\,\mathrm{kW}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$P = \frac{gh\Delta m}{\Delta t} = \frac{gh\rho\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{P}{\rho gh} = \frac{16 \cdot 10^6\,\mathrm{W}}{998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 106\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{15\,\mathrm{m^3/s}}}$$

Es wurde Wirkungsgrad 100 % bei der Umwandlung mechanischer in elektrische Energie angenommen. Bei kleinerem Wirkungsgrad müsste mehr Wasser fliessen.

13. Lösung von Aufgabe 13

$$3.6 \cdot 10^9 \, \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^3} \cdot 1.0 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{s} = 3.6\,\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 3.6\,\mathrm{J}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

a) $P = \dfrac{m_N g \Delta h}{\Delta t} = \dfrac{6800\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1122.48\,\mathrm{m}}{(6 \cdot 60 + 22)\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{196\,\mathrm{kW}}}$

b) $E_k = 2 \cdot \frac{1}{2} m_W v^2 = 15890\,\mathrm{kg} \cdot (8\,\mathrm{m/s})^2 = \underline{\underline{1.0\,\mathrm{MJ}}}$

c) Die Zugseile haben eine ähnliche Masse wie die Gondeln und bewegen sich gleich schnell.

Die Hubleistung ist kleiner als die Motorenleistung, denn das System ist nicht reibungsfrei. Ausserdem sollte noch etwas Leistungsreserve für die Beschleunigungsphase zur Verfügung stehen. Die momentane Leistung kann höher sein als die mittlere Leistung.

15. Lösung von Aufgabe 15

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{71.8 \cdot 10^3\,\mathrm{J}}{18 \cdot 60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{66\,\mathrm{W}}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

$$2.8\,\mathrm{TW} = 2.8 \cdot 10^{12}\,\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^3}$$

17. Lösung von Aufgabe 17

$$P = 540\,\frac{\text{kcal}}{\text{h}} \cdot 4186.8\,\frac{\text{J}}{\text{kcal}} \cdot \frac{1\,\text{h}}{3600\,\text{s}} = \underline{\underline{628\,\text{W}}}$$

Es ist eine Leistung. Da die Übung als leicht taxiert ist, kann es nicht die erbrachte Leistung sein, sondern es ist die 'verbrauchte Energie pro Zeit'. Bei leichtem Velofahren werden 50 bis 100 W mechanische Leistung erbracht.

18. Lösung von Aufgabe 18

$$E = \frac{K}{P} = \frac{5.00\,\mathrm{Fr}}{0.20\,\mathrm{Fr/kWh}} \cdot 3.6\,\mathrm{MJ/kWh} = \underline{\underline{90\,\mathrm{MJ}}}$$

19. Lösung von Aufgabe 19

$$F = D \cdot y \Rightarrow E = \tfrac{1}{2}Dy^2 \propto F^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2 = 2^2 = \underline{\underline{4}}$$

20. Lösung von Aufgabe 20

$$P_{mech} = \frac{mv^2}{2\Delta t} = \frac{2.1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot (100\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s})^2}{2 \cdot 4.4\,\mathrm{s}} = 184\,\mathrm{kW}/(0.7355\,\mathrm{kW/PS}) = 250\,\mathrm{PS} < 421\,\mathrm{PS}\ \checkmark$$

Es ist zu erwarten, dass die mittlere Beschleunigungsleistung kleiner als die maximale, auf dem Prüfstand erbrachte Leistung ist. Der umgekehrte Fall wäre nicht möglich.

21. Lösung von Aufgabe 21

    a) 2.0 m/s > 6.9 km/h b) 1.0 kWh ≠ 3.6 MW c) $28\,\mu m^2 < 2.8 \cdot 10^{-5}\ m^2$

22. Lösung von Aufgabe 22

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 6 \cdot 10^{12}\,\mathrm{W} \cdot 50 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{s} = \underline{\underline{0.3\,\mathrm{J}}}$$

23. Lösung von Aufgabe 23

    a) $W = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1458\,\text{kg} \cdot (780\,\text{m/s})^2 = \underline{\underline{444\,\text{MJ}}}$

    b) $s = \bar{v}\Delta t = \dfrac{v}{2}\Delta t \rightarrow P = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{\frac{1}{2}mv^2}{2s/v} = \dfrac{mv^3}{4s} = \dfrac{1458\,\text{kg} \cdot (780\,\text{m/s})^3}{4 \cdot 21\,\text{m}} = \underline{\underline{8.2\,\text{GW}}}$

24. Lösung von Aufgabe 24

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{250\,\mathrm{kWh} \cdot 3.6\,\mathrm{MJ/kWh}}{15 \cdot 60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{1.0\,\mathrm{MW}}}$$

25. Lösung von Aufgabe 25

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{121\,\text{kWh} \cdot 3.6 \cdot 10^6\,\text{J/kWh}}{3.156 \cdot 10^7\,\text{s}} = \underline{\underline{13.8\,\text{W}}}$$

38.3 Lösungen (Wirkungsgrad)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{\Delta t \cdot P_2}{\Delta V \cdot H_V} = \frac{3600\,\mathrm{s} \cdot 44\,\mathrm{PS} \cdot 735.5\,\mathrm{W/PS}}{14\,\mathrm{L} \cdot 9.5\,\mathrm{kWh/L} \cdot 3.6 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kWh}} = \underline{\underline{0.24}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2
   Wir wollen den Wirkungsgrad berechnen.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{W_E/\Delta t_J}{mgh/\Delta t_{min}} = \frac{W_E \cdot \Delta t_{min}}{\rho V g h \cdot \Delta t_J}$$
$$= \frac{900\,000\,\text{kWh} \cdot 3.6 \cdot 10^6\,\text{J/kWh} \cdot 60\,\text{s}}{998\,\text{kg/m}^3 \cdot 8.500\,\text{m}^3 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 160\,\text{m} \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\text{s}} = \underline{\underline{0.463}}$$

   Das Resultat erscheint vernünftig, d.h. grösser als Null und kleiner als Eins.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2 \Delta t}{m_K H_K} = \frac{51000 \cdot 735.5\,\mathrm{W} \cdot 86400\,\mathrm{s}}{620 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 3.2 \cdot 10^7\,\mathrm{J/kg}} = \underline{\underline{0.16}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} \Rightarrow W_1 = \frac{W_2}{\eta} = \frac{mgh}{\eta} = \frac{480\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 22\,\mathrm{m}}{0.37} = \underline{\underline{0.28\,\mathrm{MJ}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) $\Delta E = P \cdot \Delta t = 250\,\text{W} \cdot 1.5 \cdot 60\,\text{s} = \underline{\underline{23\,\text{kJ}}}$

   b) $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_1 = \dfrac{P_2}{\eta} = \dfrac{250\,\text{W}}{0.55} = \underline{\underline{0.45\,\text{kW}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6
   Der Wirkungsgrad hängt davon ab, was als aufgenommene und was als nutzbare Energie bezeichnet wird. Wird nur die Umwandlung von chemischer Energie, welche das Glühwürmchen bereitgestellt hat, in Energie des sichtbaren Lichtes betrachtet, so ergeben sich sehr hohe Wirkungsgrade für das Luciferin. Wird dagegen die Nahrung, welche das Glühwürmchen zum Leben braucht, mitgezählt, so sinkt der Wirkungsgrad enorm. Betrachtet man dagegen bei der Glühlampe als nutzbare Energie alle elektromagnetische Strahlung (Wärmestrahlung), die ausgesandt wird, steigt der Wirkungsgrad auch in die Gegend von 95 %. Nimmt man den Aufwand, der zur Bereitstellung elektrischer Energie betrieben wird, in die Rechnung hinein, so sinkt der Wirkungsgrad, aber nicht so tief wie beim Glühwürmchen.

7. Lösung von Aufgabe 7

$$P_{ab} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V g h}{\Delta t} = 998\,\text{kg/m}^2 \cdot 1.000\,\text{m}^3/\text{s} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 25\,\text{m} = \underline{\underline{2.4 \cdot 10^5\,\text{W}}}$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{auf}} \Rightarrow P_{auf} = \frac{P_{ab}}{\eta} = \frac{\rho V g h}{\eta \Delta t} = \frac{998\,\text{kg/m}^3 \cdot 1.000\,\text{m}^3 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 25\,\text{m}}{0.93 \cdot 1\,\text{s}} = \underline{\underline{2.6 \cdot 10^5\,\text{W}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{gh \cdot \Delta m/\Delta t} = \frac{P_2}{gh\rho \cdot \Delta V/\Delta t} = \frac{2236 \cdot 10^3\,\mathrm{W}}{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 5.90\,\mathrm{m} \cdot 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 50\,\mathrm{m^3/s}} = \underline{\underline{77\,\%}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{mgh}{\Delta t \cdot \eta} = \frac{800 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 200\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s} \cdot 0.30} = \underline{\underline{1.5\,\mathrm{MW}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

    Variable: Nutzleistung $P_2 = 22\,\mathrm{kW}$, Wirkungsgrad η, Kosten $K = 0.13\,\mathrm{Fr/kWh}$, Zeitraum $t = 5\,\mathrm{a} = 5 \cdot 365 \cdot 24\,\mathrm{h}$, Aufpreis A.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_1 = \frac{P_2}{\eta} \quad \text{benötigte Energie}$$

$$W_a = \frac{P_2 t}{\eta_a} \rightarrow A_a = W_a K = \frac{P_2 t K}{\eta_a} \quad \text{Energiekosten eines Motors}$$

$$A = A_a - A_b = \frac{P_2 t K}{\eta_a} - \frac{P_2 t K}{\eta_b} = P_2 t K \cdot \left(\frac{1}{\eta_a} - \frac{1}{\eta_b}\right)$$

$$= 22\,\mathrm{kW} \cdot 24 \cdot 365 \cdot 5\,\mathrm{h} \cdot 0.13\,\mathrm{Fr/kWh} \cdot \left(\frac{1}{0.913} - \frac{1}{0.9411}\right) = \underline{\underline{4.1\,\mathrm{kFr}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$P_1 - P_2 = P_1 - \eta P_1 = P_1 \cdot (1 - \eta) = 22\,\mathrm{kW} \cdot (1 - 0.9411) = \underline{\underline{1.3\,\mathrm{kW}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $E_p = mgh = \rho V gh = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 47.5 \cdot 10^6\,\mathrm{m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 850\,\mathrm{m} = \underline{\underline{3.95 \cdot 10^{14}\,\mathrm{J}}}$

b) $P_{\text{mech}} = \dfrac{\Delta E}{\Delta t} = \dfrac{\rho g h \Delta V}{\Delta t} = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 850\,\mathrm{m} \cdot 6.4\,\mathrm{m^3/s} = \underline{\underline{53\,\mathrm{MW}}}$

c) $\eta = \dfrac{P_{\text{elektr}}}{P_{\text{mech}}} = \dfrac{44\,\mathrm{MW}}{53\,\mathrm{MW}} = 83\,\% < 100\,\%$

38.4 Lösungen (Energie)

1. Lösung von Aufgabe 1

a) $200\,\text{kWh} = 200 \cdot 3.6\,\text{MJ} = \underline{\underline{720\,\text{MJ}}}$

b) $\dfrac{1.37 \cdot 10^{9}\,\text{J}}{3.6 \cdot 10^{6}\,\text{J/kWh}} = \underline{\underline{381\,\text{kWh}}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

   a)

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow m = \frac{2E_k}{v^2} = \frac{2 \cdot 1679\,\mathrm{J}}{(905\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{4.10\,\mathrm{g}}}$$

   b)

$$W = E_{k1} - E_{k0} = 1679\,\mathrm{J} - 1346\,\mathrm{J} = \underline{\underline{333\,\mathrm{J}}}$$

   c)

$$W = F_W s \Rightarrow F_W = \frac{W}{s} = \frac{E_{k1} - E_{k0}}{s} = \frac{1679\,\mathrm{J} - 1346\,\mathrm{J}}{100\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{3.33\,\mathrm{N}}}$$

$$\frac{F_W}{F_G} = \frac{F_W}{mg} = \frac{3.33\,\mathrm{N}}{0.00410\,\mathrm{kg} \cdot 9.80665\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{82.8}}$$

   Dies bedeutet, dass aerodynamische Kräfte grössere Auswirkungen auf die Geschossbahn haben als die Schwerkraft.

3. Lösung von Aufgabe 3

   a)

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 43.5\,\mathrm{m}} \\ &= 29.214\,\mathrm{m/s} \cdot \frac{3.6\,\mathrm{km/h}}{1\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{105\,\mathrm{km/h}}} \end{aligned}$$

   b)

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 43.5\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}}} = \underline{\underline{2.98\,\mathrm{s}}}$$

   c)

$$E = mgh = 20 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 43.5\,\mathrm{m} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{8.5\,\mathrm{MJ}}}$$

   d)

$$m = \rho V = \rho s^3 \Rightarrow s = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}} = \sqrt[3]{\frac{20\,\mathrm{t}}{2.2\,\mathrm{t/m^3}}} = \underline{\underline{2.1\,\mathrm{m}}}$$

   Die Angaben passen einigermassen zusammen, nur bei der Fallzeit scheint sich jemand vertippt zu haben.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\text{a) } \tfrac{1}{2}Dy^2 = \tfrac{1}{2}mv^2 \Rightarrow D = \frac{mv^2}{y^2} = \frac{15\cdot 10^3\,\text{kg}\cdot(4.5\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2}{(0.15\,\text{m})^2} = \underline{\underline{1.0\cdot 10^6\,\text{N/m}}}$$

b) Die in den Federn gespeicherte Energie kommt wieder zurück! Moderne Puffer enthalten deshalb zusätzlich Dämpfungselemente.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$mg(h-y) = \tfrac{1}{2}Dy^2$$
$$\tfrac{1}{2}Dy^2 + mgy - mgh = 0$$
$$y = \frac{-mg \pm \sqrt{(mg)^2 + 2Dmgh}}{D} = \frac{mg}{D}\left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2Dh}{mg}}\right)$$
$$y = \frac{1.5\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{240\,\mathrm{N/m}}\left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2\cdot 240\,\mathrm{N/m}\cdot 0.35\,\mathrm{m}}{1.5\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}}\right) = +15\,\mathrm{cm} \text{ oder } \underline{\underline{-28\,\mathrm{cm}}}$$

Die positive Lösung ergibt sich, wenn die Feder mit Klebstoff bestrichen wird und der angeklebte Körper von der Feder wieder aufwärts gestossen wird. Die zwei Lösungen sind der höchste und tiefste Punkt der Federpendelschwingung.

6. Lösung von Aufgabe 6

$$
\begin{aligned}
E_2 - E_1 &= W \\
\tfrac{1}{2}mv^2 - mgh &= -sF_{GR} \quad \text{(Gleitreibungsarbeit wird abgegeben)} \\
\tfrac{1}{2}mv^2 &= mgh - sF_{GR} \\
\tfrac{1}{2}mv^2 &= mgs\sin\alpha - s\mu_G mg\cos\alpha \\
v &= \sqrt{2gs\,(\sin\alpha - \mu_G\cos\alpha)} \\
&= \sqrt{2\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 23\,\mathrm{m}\cdot(\sin 17^\circ - 0.12\cdot\cos 17^\circ)} = \underline{\underline{9.0\,\mathrm{m/s}}}
\end{aligned}
$$

(Je nach Reibungszahl μ_G gibt es etwas anderes.)

7. Lösung von Aufgabe 7
Sowohl die Höhe als auch die Weite sind proportional zur Anfangsenergie.

$$\tfrac{1}{2}Dy^2 = mgh \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 = 2^2 = \underline{\underline{4}}$$

Der Weg in der Kanone (y) wurde gegen h vernachlässigt.

8. Lösung von Aufgabe 8

a) $\mu_G = \frac{F_R}{F_N} = \frac{F_R}{mg\cos\alpha} = \frac{180\,\mathrm{N}}{45\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot\cos 17^\circ} = \underline{\underline{0.43}}$

b) $W = F_s s = F_R s = 180\,\mathrm{N}\cdot 2.8\,\mathrm{m} = \underline{\underline{0.50\,\mathrm{kJ}}}$ nur Betrag, $W < 0$

c) $W = F_s s = 0\cdot s = \underline{\underline{0}}$

d) $W = mgh = mgs\sin\alpha = 45\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 2.8\,\mathrm{m}\cdot\sin 17^\circ = \underline{\underline{0.36\,\mathrm{kJ}}}$

9. Lösung von Aufgabe 9

   a) $F_{res} = 0 \Rightarrow Dy = mg \Rightarrow D = \dfrac{mg}{y} = \dfrac{400\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2}{0.053\,\text{m}} = \underline{\underline{74\,\text{kN/m}}}$

   b) $E_F = \frac{1}{2}Dy^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{mg}{y} \cdot y^2 = \frac{1}{2}mgy = \frac{1}{2} \cdot 400\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 0.053\,\text{m} = \underline{\underline{0.10\,\text{kJ}}}$

   Warum nur $\frac{1}{2}mgy$ und nicht mgy? Wenn die Anordnung reibungsfrei wäre, würde sie ewig weiterschwingen. Die Hälfte der Anfangsenergie wird zu kinetischer Energie und danach weggedämpft ('in Wärme verwandelt').

10. Lösung von Aufgabe 10

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 27.6 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot \left(\frac{81\,\text{m}}{3.6\,\text{s}}\right)^2 = \underline{\underline{7.0 \cdot 10^6\,\text{J}}} = \frac{6.986\,\text{MJ}}{3.6\,\text{MJ/kWh}} = \underline{\underline{1.9\,\text{kWh}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11
    a) Weil Arbeit 'Kraft mal Weg' ist und die Kraft 'Federkonstante mal Weg', kommt der Weg zweimal (im Quadrat) vor.
    b) Wird eine Feder gespannt, so ist die Kraft am Anfang Null und steigt dann linear auf den Endwert. Die durchschnittliche Kraft ist der halbe Endwert. Die durchschnittliche Kraft ist aber massgebend für die Arbeit.

12. Lösung von Aufgabe 12

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(9.5\,\mathrm{m/s})^2}{2\cdot 9.81\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{4.6\,\mathrm{m}}}$$

Die besten Springer erreichen ca. 6 m Höhe. Der Schwerpunkt ist anfangs nicht auf Höhe Null und die Springer heben den Schwerpunkt mit den Armen noch an, wenn sie die Beine nach oben schwingen.

13. Lösung von Aufgabe 13

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.063\,\text{kg} \cdot (37.9\,\text{m/s})^2 = \underline{\underline{45\,\text{J}}} > 38\,\text{J}$$

Die Angaben passen nur ungefähr zusammen; vielleicht sind es reale Werte, die aber zu verschiedenen Pfeilen oder Schussversuchen gehören.

14. Lösung von Aufgabe 14

$$E_{p1} + E_{k1} + U_1 = E_{p2} + E_{k2} + U_2 \Rightarrow 0 + 0 + m_S H = 0 + \tfrac{1}{2} m_K v^2 + 0 \Rightarrow$$
$$m_S = \frac{m_K v^2}{2H} = \frac{5.9 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot (280\,\text{m/s})^2}{2 \cdot 2.7 \cdot 10^6\,\text{J/kg}} = \underline{\underline{86\,\text{mg}}}$$

In Wirklichkeit wird sehr viel mehr Schwarzpulver benötigt, denn der Wirkungsgrad eines Gewehrs ist lausig.

15. Lösung von Aufgabe 15

$$E_F = \tfrac{1}{2}Dy^2 = \tfrac{1}{2}(Dy)\cdot y = \tfrac{1}{2}F_F y$$
$$E_{k1} + E_{p1} + U_1 = E_{k2} + E_{p2} + U_2$$
$$0 + 0 + \tfrac{1}{2}F_F y = 0 + mgh + 0$$
$$h = \frac{F_F y}{2mg} = \frac{29\,\mathrm{N}\cdot 3.5\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{2\cdot 3.6\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}} = 14\,\mathrm{m} \gg 4.5\,\mathrm{m}$$

Es ist zu erwarten, dass der Pfeil weniger hoch fliegt, als wenn sich die ganze Federenergie in potentielle Energie des Pfeils umwandelt. Die Feder kann nämlich nur einen Teil der Energie an den Pfeil abgeben, weil die Feder am Schluss vibriert und die Pistole allenfalls einen Rückstoss erleidet. Der Pfeil ist zu Beginn recht schnell und spürt einen grossen Luftwiderstand, denn er ist ganz und gar nicht stromlinienförmig.

16. Lösung von Aufgabe 16

$$H = 4 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} \quad \text{Explosionswärme}$$

$$N = \frac{E}{mH} = \frac{2 \cdot 10^{18}\,\mathrm{J}}{50 \cdot 10^9\,\mathrm{kg} \cdot 4 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg}} = \underline{\underline{10}}$$

Tief unter der Erdoberfläche wurde wesentlich mehr Energie freigesetzt. Wegen dieses Erdbebens dreht sich die Erde seither etwas schneller.

17. Lösung von Aufgabe 17

    $E_{k1} + E_{p1} + U_1 + Q = E_{k2} + E_{p2} + U_2 \Rightarrow 0 + 0 + U_1 + Q = 0 + mgh + U_1 \Rightarrow$

    $Q = mgh \Rightarrow h = \dfrac{Q}{mg} = \dfrac{2073 \cdot 10^3\,\mathrm{J}}{70\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{3.0\,\mathrm{km}}}$

    In Wirklichkeit deutlich weniger, denn der Wirkungsgrad ist nicht 100%.

18. Lösung von Aufgabe 18

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow m = \frac{2E_k}{v^2} = \frac{2 \cdot 800\,\mathrm{J}}{(20\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{4.0\,\mathrm{kg}}}$$

19. Lösung von Aufgabe 19

$$W = \tfrac{1}{2}Dy^2 \Rightarrow y \propto \sqrt{W} \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \sqrt{\frac{W_2}{W_1}} = \sqrt{3} \quad \text{Die Dehnung wird 1.732 Mal grösser.}$$

20. Lösung von Aufgabe 20

$$E_k = \tfrac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2 = 1.10^2 = \underline{\underline{1.21}} \qquad \text{Sie nimmt 21 \% zu.}$$

21. Lösung von Aufgabe 21

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2}Dy_2^2}{\frac{1}{2}Dy_1^2} = \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 = 1.1^2 = \underline{\underline{1.2}}$$

22. Lösung von Aufgabe 22

$$\tfrac{1}{2}m\upsilon^2 = \tfrac{1}{2}Dy^2 \Rightarrow \upsilon = y\sqrt{\frac{D}{m}} = 0.010\,\mathrm{m}\cdot\sqrt{\frac{830\,\mathrm{N/m}}{0.0037\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{4.7\,\mathrm{m/s}}}$$

23. Lösung von Aufgabe 23

$$E_0 = mgh_1 = mg(l - l\cos\alpha) \Rightarrow \frac{E_0}{mgl} = 1 - \cos\alpha \Rightarrow \alpha = \arccos\left(1 - \frac{E_0}{mgl}\right)$$

$$\alpha = \arccos\left(1 - \frac{0.32\,\mathrm{J}}{0.063\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.92\,\mathrm{m}}\right) = \underline{\underline{64^\circ}}$$

24. Lösung von Aufgabe 24

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgh = mg\,(l - l\cos\alpha) \Rightarrow l = \frac{v^2}{g\cdot(1-\cos\alpha)} = \frac{(1.82\,\mathrm{m/s})^2}{9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot(1-\cos 37°)} = \underline{\underline{1.7\,\mathrm{m}}}$$

25. Lösung von Aufgabe 25

$$F_s s = W \Rightarrow F_s = \frac{W}{s} = \frac{34\,\mathrm{J}}{0.83\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{41\,\mathrm{N}}}$$

Die Kraft kann grösser sein, wenn sie unter einem Winkel > 0 zum Weg angreift.

26. Lösung von Aufgabe 26

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.3 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot \left(\frac{120\,\text{m}}{3.6\,\text{s}}\right)^2 = \underline{\underline{7.2 \cdot 10^5\,\text{J}}}$$

Die ganze kinetische Energie wird durch Reibungs- oder Bremsarbeit in Wärme verwandelt, d.h. $W = E_k$.

27. Lösung von Aufgabe 27

$$mgh_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 \quad \text{und} \quad h_1 = s\sin 45° = \frac{s}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{\sqrt{2}gs} = \sqrt{\sqrt{2}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 2.8\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{6.2\,\mathrm{m/s}}}$$

28. Lösung von Aufgabe 28

    Im Ausdruck $W = mgh$ für die Hubarbeit ist h die Hubhöhe. In $E_{pot} = mgh$ für die Lageenergie ist h die Höhenkoordinate, bei welcher der Nullpunkt frei gewählt werden kann. In der Schreibweise $W = mg\Delta y$ respektive $E_{pot} = mgy$ ist der Unterschied auch formal erkennbar.

29. Lösung von Aufgabe 29

a) $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.6 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot (350\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2 = \underline{\underline{7.6\,\text{MJ}}}$

b) $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{mv_2^2}{2\Delta t \cdot P_1} = \dfrac{1.6 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot (100\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2}{2 \cdot 2.9\,\text{s} \cdot 515 \cdot 10^3\,\text{W}} = \underline{\underline{0.41}}$

c) $mgh = VH \Rightarrow h = \dfrac{VH}{mg} = \dfrac{90\,\text{L} \cdot 8.6\,\text{kWh/L} \cdot 3.6 \cdot 10^6\,\text{J/kWh}}{1.6 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2} = \underline{\underline{1.8 \cdot 10^5\,\text{m}}}$

Kapitel 39

Lösungen (Impuls)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\begin{aligned} m_G v_G &= (m_G + m_M) v_M \approx m_M v_M \\ v_M &= \frac{m_G}{m_M} v_G = \frac{0.0075\,\mathrm{kg}}{75\,\mathrm{kg}} \cdot 406\,\mathrm{m/s} = \underline{\underline{4.1\,\mathrm{cm/s}}} \end{aligned}$$

   Der Stoss wurde als unelastisch angenommen (realistisch). Der Mann wurde als starrer Körper betrachtet (eher weniger realistisch).

2. Lösung von Aufgabe 2

a) Die Trägheit und Härte der Scheibe sind viel grösser als jene der Nuss.

b) $p = mv = 0.013\,\text{kg} \cdot 12\,\text{m/s} = \underline{\underline{0.16\,\text{Ns}}}$ (Betrag)

c) $\Delta t \approx \dfrac{d}{2v} \Rightarrow F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} \approx \dfrac{2mv^2}{d} = \dfrac{2 \cdot 0.013\,\text{kg} \cdot (12\,\text{m/s})^2}{0.03\,\text{m}} = \underline{\underline{0.2\,\text{kN}}}$

Die Stossdauer wurde abgeschätzt mit der Zeit, welche die Nuss im freien Flug benötigt, um ihren halben Durchmesser zurückzulegen. Das Resultat liefert deshalb nur die Grössenordnung der Kraft.

3. Lösung von Aufgabe 3

a) $F_S = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = v_G \dfrac{\Delta m}{\Delta t} \Rightarrow v_G = \dfrac{F_S}{\Delta m / \Delta t} = \dfrac{246\,\text{N}}{0.200\,\text{kg}/1.5\,\text{s}} = \underline{\underline{1.8\,\text{km/s}}}$

b) $v_R = at = \dfrac{F_{res}}{m_R} t = \left(\dfrac{F_S}{m_R} - g\right) t = \left(\dfrac{246\,\text{N}}{2.3\,\text{kg}} - 9.81\,\text{m/s}^2\right) \cdot 1.5\,\text{s} = \underline{\underline{0.15\,\text{km/s}}}$

In b) haben wir die Änderung der Raketenmasse (≈ 10 %) während des Starts vernachlässigt.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\text{a) } v = \sqrt{2gh} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(80\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2}{2 \cdot 9.81\,\text{m/s}} = \underline{\underline{25\,\text{m}}}$$

b) Druck wird nicht in Tonnen gemessen. Gemeint ist wohl die Kraft, die aber in Newton angegeben werden sollte. Wahrscheinlich ist es eine Kraft, die dem Gewicht eines Körpers mit einer Tonne Masse entspricht, das wären dann $mg \approx 10\,\text{kN}$.
Um die Kraft abzuschätzen nehmen wir an, die Nuss habe 2 kg und der inelastische Stoss daure 1 ms (so lange braucht die Nuss etwa, um mit 80 km/h eine Strecke von 2 cm zurückzulegen). Damit folgt:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv}{\Delta t} = \frac{2\,\text{kg} \cdot (80\,\text{m}/3.6\,\text{s})}{1 \cdot 10^{-3}\,\text{s}} = 4 \cdot 10^4\,\text{N}$$

Nach unserer Abschätzung ist $1 \cdot 10^4$ N eine realistische Angabe, sogar eher etwas tief.

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $p = m_S \upsilon_S = 0.097\,\text{kg} \cdot 14\,\text{m/s} = \underline{\underline{1.4\,\text{Ns}}}$

b) Der Stoss ist unelastisch, weil der Schneeball nicht zurückprallt.

c) $\upsilon_K = \dfrac{m_S \upsilon_S}{m_K + m_S} = \dfrac{0.097\,\text{kg} \cdot 14\,\text{m/s}}{3.8\,\text{kg} + 0.097\,\text{kg}} = \underline{\underline{0.35\,\text{m/s}}}$

d) $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t}$ und $\Delta t \approx \dfrac{d_S}{2\upsilon_S} \Rightarrow \bar{F} \approx \dfrac{2 m_S \upsilon_S^2}{d_S} = \dfrac{2 \cdot 0.097\,\text{kg} \cdot (14\,\text{m/s})^2}{0.08\,\text{m}} = \underline{\underline{0.5\,\text{kN}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$E_k = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}m\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m} \quad \text{wobei} \quad p = |\vec{p}\,|$$

a) Wenn sich die kinetische Energie verändert, so verändert sich der Betrag des Impulses und somit auch der Impuls selbst.
b) Wenn sich der Betrag des Impulses verändert, so auch die kinetische Energie. Falls sich aber nur die Richtung des Impulses verändert, so bleibt die kinetische Energie konstant.

7. Lösung von Aufgabe 7

$$F_S = \upsilon_{Gas} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{F_S}{\upsilon_{Gas}} = \frac{15 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}}{32 \cdot 10^{3}\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{4.7 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{kg/s}}} = 1.7\,\mathrm{g/h}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

a) $630\,\mathrm{m/s}\cdot\dfrac{1\,\mathrm{ft}}{0.3048\,\mathrm{m}} = 2067\,\mathrm{ft/s}$ Stimmt, falls 2100 ft/s auf 2 sign. Ziffern genau

b) $m_G\upsilon_G = m_R\upsilon_R \Rightarrow \upsilon_R = \dfrac{m_G\upsilon_G}{m_R} = \dfrac{19\,\mathrm{g}\cdot 630\,\mathrm{m/s}}{1726.5\,\mathrm{g}} = \underline{\underline{6.9\,\mathrm{m/s}}}$ ohne Hand, Arm, ...

c) Das Verbrennungsgas ('Pulverdampf') trägt auch Impuls.

d) $E_k = \frac{1}{2}m\upsilon_G^2 = \frac{1}{2}\cdot 0.019\,\mathrm{kg}\cdot(630\,\mathrm{m/s})^2 = \underline{\underline{3.8\,\mathrm{kJ}}}$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$F_S = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow m_S g = \upsilon_G \frac{\Delta m}{\Delta t} = \upsilon_G \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow$$
$$\upsilon_G = \frac{m_S g}{\rho \Delta V / \Delta t} \approx \frac{30 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{1.293\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^2}/2\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{9 \cdot 10^1\,\mathrm{m/s}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10
    Der Tintenfisch übt eine Kraft auf das Wasser aus, wenn er es durch die Düse presst. Nach actio = reactio übt das Wasser dann eine Reaktionskraft auf den Tintenfisch aus, welche den Tintenfisch antreibt (Prinzip des Rückstoss- oder Raketenantriebs).

11. Lösung von Aufgabe 11

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \upsilon$$
$$P = \frac{\Delta E_k}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \upsilon^2$$
$$\Rightarrow \frac{P}{F} = \frac{\upsilon}{2} \Rightarrow \upsilon = \frac{2}{F/P} = \frac{2}{2\,\mathrm{N}/1000\,\mathrm{W}} = \underline{\underline{1\,\mathrm{km/s}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $q = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = Av = \frac{\pi}{4}d^2 v \Rightarrow v = \dfrac{4q}{\pi d^2} = \dfrac{4 \cdot 1.0\,\mathrm{m^3/s}}{\pi \cdot (0.70\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{2.6\,\mathrm{m/s}}}$

b) $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\rho\frac{\pi}{4}d^2 l \cdot \left(\dfrac{4q}{\pi d^2}\right)^2 = \dfrac{2\rho l q^2}{\pi d^2} = \dfrac{2 \cdot 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 300\,\mathrm{m} \cdot (1.0\,\mathrm{m^3/s})^2}{\pi \cdot (0.70\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{3.9 \cdot 10^5\,\mathrm{J}}}$

c) $E_p = mgh_{SP} = \rho\dfrac{\pi}{4}d^2 l g \frac{1}{2}h = \frac{\pi}{8}998\,\mathrm{kg/m^3}(0.70\,\mathrm{m})^2 \cdot 300\,\mathrm{m} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 180\,\mathrm{m} = \underline{\underline{1.0 \cdot 10^8\,\mathrm{J}}}$

d) $\eta = \dfrac{P \cdot \Delta t}{\Delta m g h} = \dfrac{P}{\rho q g h} = \dfrac{1.66 \cdot 10^6\,\mathrm{W}}{998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1.0\,\mathrm{m^3/s} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 180\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.94}}$

e) $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{\Delta m v}{\Delta t} = \rho q v = \rho q\sqrt{2gh} = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1.0\,\mathrm{m^3/s}\sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 180\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{59\,\mathrm{kN}}}$

13. Lösung von Aufgabe 13

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$ elastisch: E_{kin} ist separat erhalten
$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$ inelastisch: E_{kin} der Relativbewegung ‘verschwindet’

(Schreibweise für geradlinigen Stoss; die Bewegungsrichtung wird mittels Vorzeichen ausgedrückt.)

14. Lösung von Aufgabe 14

$$m_M \upsilon_M = (m_M + m_E)\upsilon \approx m_E \upsilon \Rightarrow$$
$$\upsilon = \frac{\rho V \upsilon_M}{m_E} = \frac{1.6 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 500 \cdot 10^9\,\mathrm{m^3} \cdot 42 \cdot 10^3\,\mathrm{m/s}}{5.9722 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{5.6\,\mu\mathrm{m/s}}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

Es ist ein unelastischer Stoss, denn die ganze kinetische Energie wird beim Aufprall in Wärme verwandelt.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\upsilon_0 - 0}{\Delta t} = \frac{0.130\,\mathrm{kg} \cdot 8.0\,\mathrm{m/s}}{13 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{80\,\mathrm{N}}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

$$F_{res} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p = F_{res}\Delta t = 580\,\mathrm{N} \cdot 0.042\,\mathrm{s} = \underline{\underline{24\,\mathrm{Ns}}}$$

Der Betrag der Impulsänderung kann berechnet werden, aber nicht die Richtung.

Kapitel 40

Lösungen (Kreisbewegung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   a) Die Aussage ist falsch, da die Resultierende eine Komponente tangential zum Kreis haben kann, welche den Körper schneller oder langsamer macht.
   b) Die Aussage ist falsch, da nur die Normal- und Gewichtskraft einwirkende Kräfte sind. Die Zentripetalkraft ist eine Komponente der Resultierenden und darf nicht doppelt gezählt werden.
   c) Bei krummlinigen Bahnen gilt $\vec{F}_{res} = m\vec{a}_z + m\vec{a}_t$. Es gibt eine Beschleunigung $\vec{a}_t$ tangential zur Bahn und eine Beschleunigung $\vec{a}_z$ quer zur Bewegungsrichtung, welche auf ein momentanes Kreiszentrum gerichtet ist (Zentrum des Schmiegekreises). Eine gleichmässige Schraubenbewegung ist eine Überlagerung einer gleichmässigen Kreisbewegung und einer gleichmässig geradlinigen Bewegung senkrecht zur Kreisebene. Durch Wechsel des Bezugssystems kann die Schraubenbewegung in eine gleichmässige Kreisbewegung umgewandelt werden. Da Beschleunigungen nicht von der Wahl des Inertialsystems abhängen, muss in beiden Bezugssystemen dieselbe Beschleunigung vorhanden sein.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$f = \frac{500'000}{60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{8333\,\mathrm{Hz}}}$$
$$T = \frac{1}{f} = \frac{60\,\mathrm{s}}{500'000} = \underline{\underline{120\,\mu\mathrm{s}}}$$
$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{500'000}{60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{52360\,\mathrm{s}^{-1}}}$$

Es ist nicht klar, wie hier gerundet werden soll. Die vielen Nullen in der Aufgabe sind wahrscheinlich eher ergänzt als signifikant. Also schreibt man mindestens eine, maximal sechs Ziffern im Resultat.

3. Lösung von Aufgabe 3
   a) Je grösser die Bahngeschwindigkeit, desto grösser ist die Zentripetalbeschleunigung. Je kleiner der Kurvenradius, desto grösser ist die Zentripetalbeschleunigung.

   b) $a_z \propto \upsilon$ und $a_z \propto \dfrac{1}{r}$ oder einfacher $a_z = \dfrac{\upsilon}{r}$

   c) $[a_z] = \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ aber $\left[\dfrac{\upsilon}{r}\right] = \dfrac{1}{\mathrm{s}} \Rightarrow \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ fehlen $\Rightarrow a_z = \dfrac{\upsilon^2}{r}$

   Die Antwort ist nicht eindeutig. Die Formel könnte z.B. noch den Faktor 2π enthalten. Ein kurzer Blick in die Formelsammlung zeigt aber, dass dem nicht so ist.

4. Lösung von Aufgabe 4

a) $a_z = \dfrac{\upsilon^2}{r} = \dfrac{(8.8\,\mathrm{m/s})^2}{0.36\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{2.2 \cdot 10^2\,\mathrm{m/s^2}}}$

b) $\omega = \dfrac{\upsilon}{r} = \dfrac{8.8\,\mathrm{m/s}}{0.36\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{24\,\mathrm{s^{-1}}}}$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\text{a) } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{27.322\,\mathrm{d}\cdot 86400\,\mathrm{s/d}} = \underline{\underline{2.6617\cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}}}$$

$$\text{b) } a_z = r\omega^2 = r\cdot\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 3.844\cdot 10^8\,\mathrm{m}\cdot\left(\frac{2\pi}{27.322\,\mathrm{d}\cdot 86400\,\mathrm{s/d}}\right)^2 = \underline{\underline{2.723\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/s^2}}}$$

In Wirklichkeit bewegt sich der Mond eher um die Sonne als um die Erde, da die Anziehungskraft der Sonne auf den Mond ungefähr doppelt so stark ist wie jene der Erde.

6. Lösung von Aufgabe 6
   Wir wollen die gesuchte Kraft F_T als Vielfaches von Tarzans Körpergewicht $F_G = mg$ ausdrücken, denn Zahlen sind ja keine gegeben. Wir nehmen an, dass r konstant ist und den Abstand vom Kreiszentrum zu Tarzans Schwerpunkt bezeichnet. Im tiefsten Punkt ist nur eine zentripetale Komponente der resultierenden Kraft vorhanden, also gilt:

$$\begin{aligned} F_{res} &= ma_z \\ F_T - F_G &= \frac{m\upsilon^2}{r} \text{ mit } F_G = mg \text{ und } \upsilon = \sqrt{2gr} \text{ folgt} \\ F_T - mg &= \frac{m2gr}{r} \\ F_T &= \underline{\underline{3mg}} \end{aligned}$$

7. Lösung von Aufgabe 7
   a) "Und da die Erdmasse die des Mondes um mehr als das 80-fache übertrifft…" ist keine Begründung, sondern nur eine Feststellung.
   "Doch der Mond unterliegt durch seine Bewegung um die Erde auch den Gesetzen der Fliehkraft, […] Dem Mond droht dieses Schicksal nicht, weil sich Gravitation und Fliehkraft die Waage halten."
   Im Text werden zwei Betrachtungsweisen vermischt. Schaut man die Bewegung in einem (angenäherten) Inertialsystem an, so bewegt sich der Mond um die Erde. In diesem System gibt es keine Fliehkraft. Wechselt man in ein geeignet rotierendes Bezugssystem, so gibt es eine Zentrifugalkraft, aber keine Bewegung des Mondes mehr (deshalb werden ja mitdrehende Bezugssysteme gewählt!).
   b) Beispiel: Die Erde zieht den Mond an und deshalb beschleunigt der Mond auf die Erde zu. Da sich der Mond aber mit hoher Geschwindigkeit quer zur Anziehungskraft bewegt, fällt er stets an der Erde vorbei. Bei einem horizontalen Wurf eines Steins auf der Erdoberfläche fällt der Stein auch nicht gerade herunter. Bei genügend hoher Anfangsgeschwindigkeit könnte der Stein 'um die Erde herum fallen'. ODER: Im Bezugssystem, das sich etwa ein Mal pro Monat (mit dem Mond) um die Erde dreht, wird die Erdanziehungskraft durch die Fliehkraft kompensiert und der Mond verharrt immer im gleichen Abstand.

8. Lösung von Aufgabe 8

$$\begin{aligned} F_{res} &= ma_z \\ F_N + F_G &= \frac{mv^2}{r} \\ \frac{F_N}{F_G} + \frac{F_G}{F_G} &= \frac{mv^2}{mgr} \\ \frac{F_N}{F_G} &= \frac{v^2}{gr} - 1 = \frac{(3.0\,\mathrm{m/s})^2}{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.40\,\mathrm{m}} - 1 = \underline{\underline{1.3}} \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass die Normalkraft im obersten Punkt 1.3mal stärker als die Gewichtskraft ist.

9. Lösung von Aufgabe 9

a) $T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi \cdot 9.5\,\text{m}}{12\,\text{m}/3.6\,\text{s}} = \underline{\underline{18\,\text{s}}}$

b) $\omega = \dfrac{v}{r} = \dfrac{12\,\text{m}}{3.6\,\text{s} \cdot 9.5\,\text{m}} = \underline{\underline{0.35\,\text{s}^{-1}}}$

c) $F_{res} = ma_z = \dfrac{mv^2}{r} = \dfrac{350\,\text{kg} \cdot (12\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2}{9.5\,\text{m}} = \underline{\underline{0.41\,\text{kN}}}$

d) Die resultierende Kraft auf das Pferd setzt sich aus Gewichts- und Bodenkraft zusammen. An der Leine wird kaum gezogen. Auf hartem, glattem Untergrund würden man die Bodenkraft in Normal- und Reibungskraft zerlegen.

10. Lösung von Aufgabe 10

a) $a_z = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{(60\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2}{50\,\text{m}} = \underline{\underline{5.6\,\text{m/s}^2}}$

b) Wir berechnen das Verhältnis von Normalkraft zu Gewicht der Fahrerin:

$F_{res} = ma_z \Rightarrow F_G - F_N = ma_z \Rightarrow F_N = F_G - ma_z \Rightarrow$

$$\frac{F_N}{F_G} = 1 - \frac{a_z}{g} = 1 - \frac{v^2}{rg} = 1 - \frac{(60\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2}{50\,\text{m}\cdot 9.81\,\text{m/s}^2} = \underline{\underline{0.43}}$$

Der Sitz drückt nur noch mit 43% der Kraft nach oben, wie er das üblicherweise tut. Das interpretiert die Fahrerin so, dass sie nur noch 43% des üblichen Gewichts hat.

11. Lösung von Aufgabe 11

$$a_z = \frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{v^2}{a_z} = \frac{(1.5 \cdot 344\,\mathrm{m/s})^2}{10 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{2.7\,\mathrm{km}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{36 \cdot 2.73\,\text{s}} = \underline{\underline{10.2\,\text{mHz}}}$

b) $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \dfrac{10\,°}{2.73\,\text{s}} \cdot \dfrac{\pi\,\text{rad}}{180\,°} = \underline{\underline{6.39 \cdot 10^{-2}\,\text{s}^{-1}}}$

c) $F_{res} = mr\omega^2 = mr\left(\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right)^2 = 830\,\text{kg} \cdot 58\,\text{m} \cdot \left(\dfrac{10\,°}{2.73\,\text{s}} \cdot \dfrac{\pi\,\text{rad}}{180\,°}\right)^2 = \underline{\underline{197\,\text{N}}}$

13. Lösung von Aufgabe 13

Sonne und Erde bewegen sich mit gleicher Winkelgeschwindigkeit um den gemeinsamen Schwerpunkt. Der Schwerpunkt teilt die Verbindungslinie $r_{ES} = r_E + r_S$ im umgekehrten Verhältnis der Massen.

$$\frac{r_S}{r_E} = \frac{m_E}{m_S}$$

$$\omega_S = \omega_E \Rightarrow \frac{\upsilon_S}{r_S} = \frac{\upsilon_E}{r_E} \Rightarrow \upsilon_S = \upsilon_E \cdot \frac{r_S}{r_E} = \frac{2\pi r_{ES}}{T_E} \cdot \frac{m_E}{m_S}$$

$$\upsilon_S = \frac{2\pi \cdot 149.6 \cdot 10^9\,\text{m}}{365.27 \cdot 86400\,\text{s}} \cdot \frac{5.9742 \cdot 10^{24}\,\text{kg}}{1.9891 \cdot 10^{30}\,\text{kg}} = \underline{\underline{8.946\,\text{cm/s}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$a_z = \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v^2}{a_z} = \frac{(2.0\,\mathrm{m/s})^2}{12\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{0.33\,\mathrm{m}}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

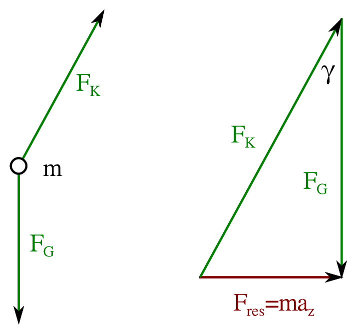


Abbildung 40.1: Auf eine Gondel der Masse m wirkt nur die Gewichtskraft F_G und die Zugkraft der Ketten F_K, siehe Lageplan links. Im Kräfteplan (rechts) setzen sich diese zwei Kräfte zur Resultierenden zusammen, welche die Kreisbewegung erzwingt. Der gesuchte Winkel γ liegt oben im Kräfteplan und wird aus F_{res} und F_G berechnet.

$$\gamma = \arctan\left(\frac{F_{res}}{F_G}\right) = \arctan\left(\frac{ma_z}{mg}\right) = \arctan\left(\frac{r\omega^2}{g}\right) = \arctan\left(\frac{d}{2g}\frac{4\pi^2}{T^2}\right)$$
$$= \arctan\left(\frac{30\,\text{m}}{9.81\,\text{m/s}^2}\cdot\frac{2\pi^2}{(6.5\,\text{s})^2}\right) = \underline{\underline{55^\circ}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

a) $T = 12\,\text{h} \cdot 3600\,\text{s/h} = \underline{\underline{43200\,\text{s}}}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{43200\,\text{s}} = \underline{\underline{1.4544 \cdot 10^{-4}\,\text{s}^{-1}}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{43200\,\text{s}} = \underline{\underline{23.148\,\mu\text{Hz}}}$$

b) $$\upsilon = r\omega = r\frac{2\pi}{T} = 9.0 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot \frac{2\pi}{43200\,\text{s}} = \underline{\underline{1.3\,\mu\text{m/s}}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17
    a) Nein, denn beim Bremsen in der kreisförmigen Kurve ist $\vec{F}_{res} = m\vec{a}_z + m\vec{a}_B$ mit der Bahnbeschleunigung $\vec{a}_B$ entgegen der Bewegungsrichtung.
    b) Nein, denn ein Stück Reifen eines Velos, das mit konstanter Geschwindigkeit fährt, bewegt sich auf einem Kreis relativ zum Velo und auf einer Zykloide relativ zur Strasse, aber in beiden Bezugssystemen gilt $\vec{F}_{res} = m\vec{a}_z$.

18. Lösung von Aufgabe 18: Siehe Abb. 40.2

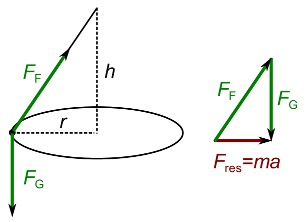


Abbildung 40.2: Lageplan (links): Auf den Körper wirken nur die Faden- und die Gewichtskraft. Kräfteplan (rechts): Die Fadenkraft und die Gewichtskraft kombinieren sich zur resultierenden Kraft (hier Zentripetalkraft).

19. Lösung von Aufgabe 19

$$\text{a) } a_z = \frac{v^2}{r} = \frac{(7.6\,\mathrm{m/s})^2}{0.47\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1.2 \cdot 10^2\,\mathrm{m/s^2}}}$$

b) Die Beschleunigung wird durch eine Kraft des Schlauches auf das Wasser erzeugt. Nach actio=reactio übt das Wasser eine gleich starke Kraft auf den Schlauch aus. Da die Beschleunigung wesentlich grösser als die Fallbeschleunigung ist, wird die Kraft wesentlich grösser als die Gewichtskraft und grösser als übliche Reibungskräfte sein. Der Schlauch wird sich bewegen.

20. Lösung von Aufgabe 20

Wir nehmen einen vertikalen Wurf an.

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{\sqrt{2gh}}{r} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.10\,\mathrm{m}}}{3.5\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.40\,\mathrm{s^{-1}}}}$$

21. Lösung von Aufgabe 21

a) $\upsilon = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gr\cos\varphi} = \sqrt{2\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 0.60\,\mathrm{m}\cdot\cos 30°} = \underline{\underline{3.2\,\mathrm{m/s}}}$

b) Siehe Abbildung 40.3.

c) $F_{G\|} = mg\sin\varphi = 0.150\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot\sin 30° = \underline{\underline{0.74\,\mathrm{N}}}$

$F_{G\perp} = mg\cos\varphi = 0.150\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot\cos 30° = \underline{\underline{1.3\,\mathrm{N}}}$

d) $a_{\|} = F_{res,\|}/m = F_{G\|}/m = g\sin\varphi = 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot\sin 30° = \underline{\underline{4.9\,\mathrm{m/s^2}}}$

e) $F_{\perp} = ma_{\perp} = ma_z = m\upsilon^2/r = m2g\cos\varphi = 0.150\,\mathrm{kg}\cdot 2\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot\cos 30° = \underline{\underline{2.5\,\mathrm{N}}}$

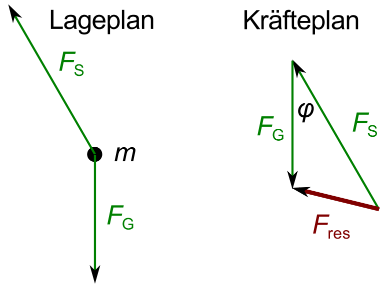


Abbildung 40.3: Auf den Pendelkörper wirken die Schnurkraft F_S sowie die Gewichtskraft F_G (Lageplan). Im Kräfteplan werden diese zur resultierenden Kraft zusammengefügt (Kräfteplan). Die Resultierende hat Anteile zum Kreiszentrum ($F_S - F_{G\perp}$) und tangential zur Bahn ($F_{G\|}$) nach unten.

22. Lösung von Aufgabe 22

$$\upsilon = \omega r \Rightarrow r = \frac{\upsilon}{\omega} = \frac{6.28\,\mathrm{m/s}}{2.00\,\mathrm{s^{-1}}} = \underline{\underline{3.14\,\mathrm{m}}}$$

23. Lösung von Aufgabe 23

$$h = \tfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\frac{N}{t} = 2\pi N\sqrt{\frac{g}{2h}} = 2\pi\cdot 2.5\cdot\sqrt{\frac{9.81\,\mathrm{m/s^2}}{2\cdot 10\,\mathrm{m}}} = \underline{\underline{11\,\mathrm{rad/s}}}$$

24. Lösung von Aufgabe 24

$$\upsilon = \omega r \qquad f = \frac{1}{T} \qquad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad \upsilon T = 2\pi r$$

a) $a_z(r,\omega) = \dfrac{\upsilon^2}{r} = \dfrac{(\omega r)^2}{r} = \underline{\underline{r\omega^2}}$

b) $a_z(r,f) = r\omega^2 = \underline{\underline{r\cdot(2\pi f)^2}}$

c) $r = \dfrac{\upsilon T}{2\pi} \Rightarrow a_z(\upsilon,T) = \dfrac{\upsilon^2}{r} = \underline{\underline{\dfrac{2\pi\upsilon}{T}}}$

c) $a_z(\upsilon,\omega) = \dfrac{2\pi\upsilon}{T} = \underline{\underline{\omega\upsilon}}$

25. Lösung von Aufgabe 25

$$v = \omega r = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 85 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{12\,\mathrm{h} \cdot 3600\,\mathrm{s/h}} = \underline{\underline{12\,\mu\mathrm{m/s}}}$$

26. Lösung von Aufgabe 26

$$a_z = \frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{a_z r} = \sqrt{3.0\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2.0\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{2.4\,\mathrm{m/s}}}$$

27. Lösung von Aufgabe 27

Der Fräser dreht sich 3600 mal pro Minute. Man nennt das eine Drehfrequenz und die SI-Einheit wäre Hertz.

$$f = \frac{3600}{60\,\mathrm{s}} = 60\,\mathrm{Hz}$$

28. Lösung von Aufgabe 28

$\omega_S t = \varphi_S$ Stundenzeiger-Winkel ab 0 h im Uhrzeigersinn gemessen

$\omega_M t = 11 \cdot 2\pi - \varphi_S$ entsprechender, symmetrischer Winkel des Minutenzeigers

$\Rightarrow (\omega_S + \omega_M) \cdot t = 11 \cdot 2\pi$

$$t = \frac{11 \cdot 2\pi}{\omega_S + \omega_M} = \frac{11 \cdot 2\pi}{\frac{2\pi}{T_S} + \frac{2\pi}{T_M}} = \frac{11}{\frac{1}{T_S} + \frac{1}{T_M}} = \frac{11}{\frac{1}{12\,\mathrm{h}} + \frac{1}{1\,\mathrm{h}}} = \underline{\underline{\tfrac{11}{13} \cdot 12\,\mathrm{h}}} \approx 10.153846\,\mathrm{h} \approx 10\,\mathrm{h}\;9\,\mathrm{min}\;13.8\,\mathrm{s}$$

29. Lösung von Aufgabe 29

a) Die Formeln werden ohne die Umrechnungsfaktoren $2\pi/360°$ viel einfacher.
b) Man muss 'rad' schreiben, wenn man ohne dieses Symbol die Art der Grösse (Winkel) nicht erkennen würden, d.h. $\alpha = \pi/2$ aber $\alpha = 1.57\,\mathrm{rad}$.

30. Lösung von Aufgabe 30

Auf das Pendel (Sitz mit Passagier) wirkt die Gewichtskraft F_G und die Zugkraft F_K der Kette, siehe Abbildung 40.4. Diese zwei Kräfte zusammen erzeugen die Zentripetalbeschleunigung a_z.

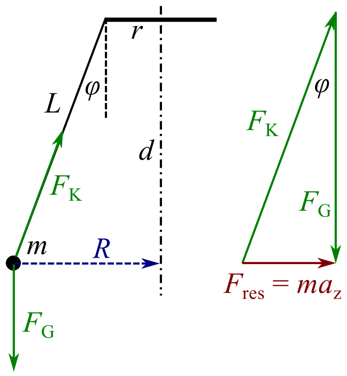


Abbildung 40.4: Das Pendel bewegt sich im Abstand R um die Drehachse. Kräfte- und Lageplan sind skizziert.

$$R = r + L\sin\varphi$$
$$F_{res} = ma_z$$
$$mg\tan\varphi = m\cdot R\cdot\omega^2 = m\cdot(r + L\sin\varphi)\cdot\omega^2$$
$$g\tan\varphi = (r + L\sin\varphi)\omega^2$$

Im Gegensatz zum Kegelpendel ist $\varphi = 0$ keine Lösung dieser Gleichung für $\omega > 0$. Der Lösungsweg führt über ein Polynom vierten Grades in $\sin\varphi$.

31. Lösung von Aufgabe 31

$$E_k = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}m(\omega r)^2 \Rightarrow \omega = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \frac{1}{1.77\,\mathrm{m}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 2.57\,\mathrm{J}}{0.353\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{2.16\,\mathrm{s}^{-1}}}$$

32. Lösung von Aufgabe 32

Wir berechnen den maximal möglichen Radius und vergleichen:

$$F_{\text{res}} = ma_z \rightarrow \mu_H mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v^2}{\mu_H g} = \frac{(40\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2}{0.10 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2} = 0.13\,\text{km} \gg 13\,\text{m} \quad \text{Geht nicht!}$$

33. Lösung von Aufgabe 33

a) Siehe Abbildung 40.5. $\alpha = 45° \Rightarrow F_{res} = F_G$

$F_{res} = ma_z \rightarrow mg = mr\omega^2 = mr(2\pi f)^2 \Rightarrow$

$$r = \frac{g}{(2\pi f)^2} = \frac{9.81\,\mathrm{m/s^2}}{(2\pi \cdot 1.8\,\mathrm{Hz})^2} = \underline{\underline{7.7\,\mathrm{cm}}}$$

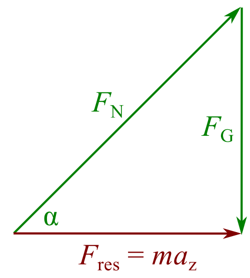


Abbildung 40.5: Kräfteplan zu Aufgabe 33.

34. Lösung von Aufgabe 34

$$F_{res} = ma_z \rightarrow F_S - F_G = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow$$

$$F_S = mg + \frac{mv^2}{r} = 0.180\,\mathrm{g} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} + \frac{0.180\,\mathrm{g} \cdot (30\,\mathrm{m/s})^2}{0.53\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.31\,\mathrm{kN}}}$$

35. Lösung von Aufgabe 35

a) $\dfrac{\upsilon}{r} = \omega = 2\pi f \rightarrow f = \dfrac{\upsilon}{2\pi r} = \dfrac{(91/3.6)\,\text{m/s}}{2\pi \cdot 0.19\,\text{m}} = \underline{\underline{21\,\text{Hz}}}$

b) $a_z = \dfrac{\upsilon^2}{r} = \dfrac{((91/3.6)\,\text{m/s})^2}{0.19\,\text{m/s}} = \underline{\underline{3.4 \cdot 10^3\,\text{m/s}^2}}$

36. Lösung von Aufgabe 36

Bremsverzögerung = Bahnbeschleunigung

$F_{\text{res}}^2 = (ma_z)^2 + (ma_B)^2$

$(\mu_H mg)^2 = \left(m\upsilon^2/r\right)^2 + (ma_B)^2$

$a_B = \sqrt{(\mu_H g)^2 - (\upsilon^2/r)^2} = \sqrt{(0.85 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2)^2 - ((70\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2/60\,\text{m})^2} = \underline{\underline{5.5\,\text{m/s}^2}}$

37. Lösung von Aufgabe 37

Im höchsten Punkt verschwindet die (horizontale) Zentripetalbeschleunigung, übrig bleibt die (vertikale) Bahnbeschleunigung, die von der Schwerkraft verursacht wird. Im untersten Punkt verschwindet die Bahnbeschleunigung, übrig bleibt die Zentripetalbeschleunigung, die von der Schwerkraft und der Normalkraft des Sitzes verursacht wird.

oben: $F_{\mathrm{res,o}} = mg = 28\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{0.27\,\mathrm{kN}}}$

unten: $F_{\mathrm{res,u}} = mv^2/r = m\left(\sqrt{2gr}\right)^2/r = 2mg = 2 \cdot 28\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{0.55\,\mathrm{kN}}}$

38. Lösung von Aufgabe 38

a) $1600\,\mathrm{min}^{-1} = \dfrac{1600}{60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{26.67\,\mathrm{Hz}}} = 27\,\mathrm{Hz}$

b) $v = r\omega = d/2 \cdot 2\pi f = \pi d f = \pi \cdot 0.54\,\mathrm{m} \cdot 1600/60\,\mathrm{s} = \underline{\underline{45\,\mathrm{m/s}}}$

c) $a_z = r\omega^2 = 2\pi^2 d f^2 = 2\pi^2 \cdot 0.54\,\mathrm{m} \cdot (1600/60\,\mathrm{s})^2 = \underline{\underline{7.6 \cdot 10^3\,\mathrm{m/s}^3}}$

d) $v = \omega r = 2\pi f r = \sqrt{gr} \Rightarrow$

$$f = \tfrac{1}{\pi}\sqrt{g/(4r)} = \tfrac{1}{\pi}\sqrt{g/(2d)} = \tfrac{1}{\pi}\sqrt{9.81\,\mathrm{m/s^2}/(2 \cdot 0.54\,\mathrm{m})} = \underline{\underline{0.96\,\mathrm{Hz}}}$$

39. Lösung von Aufgabe 39

$$\omega_M t = \omega_S t + 2 \cdot 2\pi$$
$$\frac{2\pi}{T_M} t = \frac{2\pi}{T_S} t + 2 \cdot 2\pi$$
$$t = \frac{2}{\frac{1}{T_M} - \frac{1}{T_S}} = \frac{2}{\frac{1}{1\,\mathrm{h}} - \frac{1}{12\,\mathrm{h}}} = 2.1818\,\mathrm{h} = 2\,\mathrm{h}\,10\,\mathrm{min}\,55\,\mathrm{s}$$

Kapitel 41

Lösungen (Beschleunigte Bezugssysteme)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$a_z = r \cdot \Omega^2 = r \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 26000 \cdot 9.46 \cdot 10^{15}\,\mathrm{m} \cdot \left(\frac{2\pi}{230 \cdot 10^6 \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s}}\right)^2 = \underline{\underline{1.84 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m/s^2}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

   Im mitdrehenden Bezugssystem wirken Gewichts-, Normal- und Zentrifugalkraft. Das 'gefühlte Gewicht' ist gleich der Normalkraft, mit welcher der Sitz nach oben drückt.

$$
\begin{aligned}
&F_{res} = 0 \\
&F_N - F_G - F_Z = 0 \\
&f F_G - F_G - m\upsilon^2/r = (f-1)mg - m\upsilon^2/r = 0 \Rightarrow \\
&r = \frac{\upsilon^2}{(f-1)g} = \frac{(170\,\text{m}/3.6\,\text{s})^2}{(3.5-1)\cdot 9.81\,\text{m/s}^2} = \underline{\underline{91\,\text{m}}}
\end{aligned}
$$

Kapitel 42

Lösungen (Astronomie)

42.1 Lösungen (Keplersche Gesetze)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) Wir verwenden die Erde als Vergleichskörper:
   $$\frac{T^2}{T_E^2} = \frac{a^3}{a_E^3} \Rightarrow T = T_E \cdot \left(\frac{a}{a_E}\right)^{3/2} = 365.25636\,\mathrm{d} \cdot \left(\frac{0.76190\,\mathrm{AE}}{1.000015\,\mathrm{AE}}\right)^{3/2} = \underline{\underline{242.90\,\mathrm{d}}}$$
   b) $r_P = a \cdot (1 - \varepsilon) = 0.76190\,\mathrm{AE} \cdot (1 - 0.35661) = \underline{\underline{0.49020\,\mathrm{AE}}}$

   $r_A = a \cdot (1 + \varepsilon) = 0.76190\,\mathrm{AE} \cdot (1 + 0.35661) = \underline{\underline{1.03360}}$

   Die Angaben stimmen bis auf zufällige Rundungsfehler in der letzten signifikanten Stelle überein.

2. Lösung von Aufgabe 2
Die Umlaufzeit des Satelliten ist ein Sterntag. Wir vergleichen den Satelliten mit dem Mond (siderische Umlaufzeit). Als Mass für die Grösse bietet sich die grosse Halbachse an.

$$\frac{a_S^3}{a_M^3} = \frac{T_S^2}{T_M^2} \Rightarrow a_S = a_M \cdot \left(\frac{T_S}{T_M}\right)^{2/3} = 3.844 \cdot 10^8\,\mathrm{m} \cdot \left(\frac{0.99726957\,\mathrm{d}}{27.321662\,\mathrm{d}}\right)^{2/3} = \underline{\underline{4.230 \cdot 10^7\,\mathrm{m}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

   a) Der Startabstand ist die Apheldistanz r_A, die Periheldistanz r_P ist der Erdradius. Damit folgt für die grosse Halbachse a:

$$a = \frac{r_A + r_P}{2}$$

$$r_A = (1+\varepsilon)a \Rightarrow \varepsilon = \frac{r_A}{a} - 1 = \frac{2r_A}{r_A + r_P} - 1 = \frac{2r_A}{r_A + r_P} - \frac{r_A + r_P}{r_A + r_P}$$

$$\varepsilon = \frac{r_A - r_P}{r_A + r_P} = \frac{7000\,\text{km} - 6371\,\text{km}}{7000\,\text{km} + 6371\,\text{km}} = \underline{\underline{0.0470}}$$

   b) Wir nehmen den Mond als Vergleichskörper

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_M^2}{a_M^3} \Rightarrow$$

$$T = T_M \cdot \sqrt{\frac{a^3}{a_M^3}} = 27.322\,\text{d} \cdot \sqrt{\frac{((7000+6371)\,\text{km})^3}{(3.844 \cdot 10^5\,\text{km})^3}} = 0.1772\,\text{d} \cdot 24\,\text{h/d} = \underline{\underline{4.254\,\text{h}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4
   Wir vergleichen den Satelliten mit dem Mond im 3. keplerschen Gesetz:

$$T_E = \frac{t_{10}}{N}$$
$$\left(\frac{a_E}{a_M}\right)^3 = \left(\frac{T_E}{T_M}\right)^2$$
$$a_E = a_M\left(\frac{T_E}{T_M}\right)^{2/3}$$
$$h = a_E - r_e$$
$$h = a_M\left(\frac{t_{10}}{NT_M}\right)^{2/3} - r_e$$
$$h = 3.844\cdot 10^8\,\mathrm{m}\cdot\left(\frac{10\cdot 365.24\,\mathrm{d}}{52000\cdot 27.32\,\mathrm{d}}\right)^{2/3} - 6.371\cdot 10^6\,\mathrm{m} = \underline{\underline{8.4\cdot 10^5\,\mathrm{m}}}$$

   Aus dem gleichen Zeitungsartikel: “Der am 1. März 2002 von einer Ariane-5-Rakete auf eine Umlaufbahn in 800 Kilometern Höhe gebrachte, 8,2 Tonnen schwere Envisat ist der komplexeste je gebaute Forschungssatellit.” (NZZ, 14. April 2012, S. 24)
   Im Rahmen der getroffenen Näherungen ist das Resultat unserer Rechnung befriedigend.

5. Lösung von Aufgabe 5
   Siehe Abbildung 42.1.

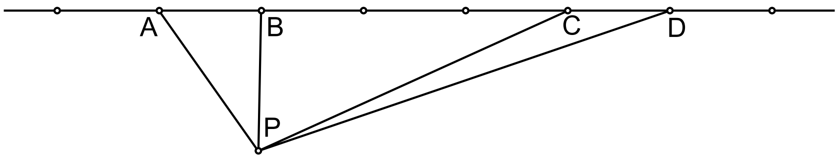


Abbildung 42.1: Zu zeigen ist, dass die Dreiecke ABP und CDP gleiche Fläche haben. Die Grundlinien AB und CD sind gleich lang, denn der Körper bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit, kommt also in gleicher Zeit gleich weit. Die Höhen der Dreiecke sind ebenfalls gleich, denn diese entspricht dem Abstand des Punktes P von der Geraden. Somit sind die Dreiecke flächengleich. qed.

6. Lösung von Aufgabe 6

   a) $\dfrac{T_2^2}{T_1^2} = \dfrac{a_2^3}{a_1^3} \rightarrow T \propto a^{1.5}$ Die Umlaufzeit T nimmt mit der gr. Halbachse a ab.

   b) $1 - \dfrac{T_2}{T_1} = 1 - \left(\dfrac{a_2}{a_1}\right)^{3/2} = 1 - \left(\dfrac{6700\,\text{km}}{6720\,\text{km}}\right)^{3/2} = 0.00446 = \underline{\underline{0.45\,\%}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$r_A = a + c = (1 + \varepsilon) \cdot a = (1 + 0.20563) \cdot 57.9092 \cdot 10^9 \text{ m} = \underline{\underline{69.8171 \cdot 10^9 \text{ m}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

   Im Perihel ist die Sonne näher als im Aphel. Im Perihel erscheint die Sonne grösser als im Aphel.

9. Lösung von Aufgabe 9

   Die Erde (scheinbar die Sonne) bewegt sich im Perihel schneller als im Aphel. Der Nordhalbkugel-Sommer (Sonnenferne) dauert etwas länger als der Winter. Sonnenuhren laufen u.a. wegen Keper II nicht ganz gleichmässig übers Jahr.

42.2 Lösungen (Gravitationskraft)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\text{a) } F_G = \frac{GMm}{(R-r)^2} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2\text{kg}^{-2} \cdot 7.349 \cdot 10^{22}\,\text{kg} \cdot 70\,\text{kg}}{(3.844 \cdot 10^8\,\text{m} - 6.371 \cdot 10^6\,\text{m})^2} = \underline{\underline{2.4\,\text{mN}}}$$

$$\text{b) } g(\rho) = \frac{GM}{\rho^2} \quad \text{Gravitationsfeldstärke, ‘Fallbeschleunigung’}$$

$$F_G = m \cdot g(R-r)$$

$$F = m \cdot g(R-r) - m \cdot g(R) = GMm \cdot \left(\frac{1}{(R-r)^2} - \frac{1}{R^2}\right)$$

$$= 6.674 \cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2\text{kg}^{-2} \cdot 7.349 \cdot 10^{22}\,\text{kg} \cdot 70\,\text{kg}$$

$$\cdot \left(\frac{1}{(3.844 \cdot 10^8\,\text{m} - 6.371 \cdot 10^6\,\text{m})^2} - \frac{1}{(3.844 \cdot 10^8\,\text{m})^2}\right) = \underline{\underline{79\,\mu\text{N}}}$$

Die Erde befindet sich ‘im freien Fall um den Mond herum’. Deshalb ist die Erde schwerelos oder genauer: Eine Probemasse im Erdschwerpunkt spürt die Gravitationskraft des Mondes nicht. Sie kann deshalb subtrahiert werden. Was übrig bleibt, heisst Gezeitenkraft.

2. Lösung von Aufgabe 2
   Die Bahn eines Satelliten kann mit hoher Präzision vermessen werden. Daraus lässt sich der Gravitationsparameter mit ebenso hoher Genauigkeit bestimmen. Die Masse des Zentralkörpers wird via die Gravitationskonstante G aus der Bahn berechnet. G muss im Labor mit kleinen Massen bestimmt werden und ist deshalb 'relativ unsicher'.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$F_{res} = ma_z \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 = mr \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow$$

$$r = (GM)^{1/3} \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^{2/3} = (3.986004418 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m^3/s^2})^{1/3} \cdot \left(\frac{11 \cdot 3600\,\mathrm{s} + 28 \cdot 60\,\mathrm{s}}{2\pi}\right)^{2/3}$$

$$= \underline{\underline{2.582 \cdot 10^7\,\mathrm{m}}}$$

Die Grösse GM (Gravitationskonstante mal Erdmasse) heisst Gravitationsparameter der Erde und ist tabelliert.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$F_{res} = ma_z \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{GM}{v^2} = \frac{3.986004418 \cdot 10^{14}\ \mathrm{m^3/s^2}}{(7.2 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{7.7 \cdot 10^6\ \mathrm{m}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $F_G = \frac{GMm}{r^2} = \frac{6.6743\cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}\cdot 5.9742\cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}\cdot 523\,\mathrm{kg}}{(30\cdot 10^6\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{2.3\cdot 10^2\,\mathrm{N}}}$

b) $g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6.6743\cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}\cdot 5.9742\cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(30\cdot 10^6\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{0.44\,\mathrm{m/s^2}}}$

c) $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{(2\pi)^2} \Rightarrow T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{a^3}{GM}} =$

$T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{(30\cdot 10^6\,\mathrm{m})^3}{6.6743\cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}\cdot 5.9742\cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{5.2\cdot 10^4\,\mathrm{s}}} \approx 14\,\mathrm{h}$

6. Lösung von Aufgabe 6
   Im Extremfall sind Erde, Mars und Jupiter auf einer Linie mit Mars auf der gleichen und Jupiter auf der anderen Seite der Sonne. Wir nehmen die grossen Halbachsen als Bahnradien.

$$F_{Mars} = \frac{Gm_E m_M}{(a_M - a_E)^2} = \frac{6.6743 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot 5.9742 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} \cdot 0.64191 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(227.936 \cdot 10^9\,\mathrm{m} - 149.6 \cdot 10^9\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{4.171 \cdot 10^{16}\,\mathrm{N}}}$$

$$F_{Jup} = \frac{Gm_E m_J}{(a_J + a_E)^2} = \frac{6.6743 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot 5.9742 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} \cdot 1898.8 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(778.5 \cdot 10^9\,\mathrm{m} + 149.6 \cdot 10^9\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{8.790 \cdot 10^{17}\,\mathrm{N}}} \quad \text{Jupiter zieht stärker an der Erde.}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $\dfrac{Gm_z}{4\pi^2} = \dfrac{a^3}{T^2} \Rightarrow$

$$m_S = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a_R^3}{T_R^2} = \frac{4\pi^2}{6.67428\cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}}\cdot\frac{(1.356\cdot 10^6\,\mathrm{m})^3}{(3.6450\cdot 86400\,\mathrm{s})^2} = \underline{\underline{1.487\cdot 10^{19}\,\mathrm{kg}}}$$

b) Vergleich mit der Erde:

$$\frac{T_S^2}{a_S^3} = \frac{T_E^2}{a_E^3} \Rightarrow T_S = T_E\left(\frac{a_S}{a_E}\right)^{3/2} = 1.000\,\mathrm{a}\cdot\left(\frac{3.486\,\mathrm{AE}}{1.000\,\mathrm{AE}}\right)^{3/2} = \underline{\underline{6.509\,\mathrm{a}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{(r+h_1)^3}{T_1^2} \quad \text{und} \quad \frac{GM}{4\pi^2} = \frac{(r+h_2)^3}{T_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{r+h_1}{r+h_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{2/3} \Rightarrow r = \frac{h_2(T_1/T_2)^{2/3} - h_1}{1-(T_1/T_2)^{2/3}}$$

$$r = \frac{210\,\text{km}\cdot(12.3\,\text{h}/4.3\,\text{h})^{2/3} - 680\,\text{km}}{1-(12.3\,\text{h}/4.3\,\text{h})^{2/3}} = 253.02\,\text{km} = \underline{\underline{2.5\cdot 10^5\,\text{m}}}$$

$$M = \frac{4\pi^2}{G}\frac{(r+h_1)^3}{T_1^2} = \frac{4\pi^2}{6.67428\cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2/\text{kg}^2}\frac{(2.5302\cdot 10^5\,\text{m} + 680\cdot 10^3\,\text{m})^3}{(12.3\cdot 3600\,\text{s})^2} = \underline{\underline{2.5\cdot 10^{20}\,\text{kg}}}$$

Daten nach wikipedia (25. Mai 2012): mittlerer Durchmesser 525.4 km, Abmessungen 573 km × 557 km × 446 km, Masse $2.59076\cdot 10^{20}$ kg

9. Lösung von Aufgabe 9

$$F_{res} = ma_z \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 = mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow M = \frac{r^3}{G} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$M = \frac{(9378 \cdot 10^3\,\text{m})^3}{6.67428 \cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2/\text{kg}^2} \cdot \left(\frac{2\pi}{0.3189 \cdot 86400\,\text{s}}\right)^2 = \underline{\underline{6.426 \cdot 10^{23}\,\text{kg}}}$$

FoTa: $0.64169 \cdot 10^{24}$ kg

10. Lösung von Aufgabe 10

$$F_G \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \approx 1.10^2 = 1.21 \text{ Die Gravitationskraft variiert etwa um } 20\,\%.$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_J} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{(Gm_J)}} = 2\pi\sqrt{\frac{(11.165 \cdot 10^6\,\mathrm{km})^3}{126\,686\,534\,\mathrm{km^3/s^2}}} = 2.082585 \cdot 10^7\,\mathrm{s} = \underline{\underline{241.04\,\mathrm{d}}}$$

Die letzte Ziffer von 240.9 Tagen ist eine Einheit neben unserer Rechnung.

12. Lösung von Aufgabe 12

$$F_G = \frac{G m_M m_S}{r^2} = \frac{(G m_M)\rho V_S}{r^2} = \frac{(4.903 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m^3/s^2}) \cdot 998\,\mathrm{kg/m^2} \cdot 3.9 \cdot 10^9\,\mathrm{m^3}}{(3.844 \cdot 10^8\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{1.3 \cdot 10^8\,\mathrm{N}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

a) $\dfrac{a^3}{T^2} = \dfrac{Gm_z}{(2\pi)^2} \Rightarrow m_z = \dfrac{a^3}{G}\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 =$

$$m_z = \frac{(5.513 \cdot 10^9\,\mathrm{m})^3}{6.67428 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}} \cdot \left(\frac{2\pi}{360.13619 \cdot 86400\,\mathrm{s}}\right)^2 = \underline{\underline{1.024 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}}} \quad \text{Neptun}$$

b) $r_A = a + c = (1+\varepsilon)\,a = (1 + 0.7507) \cdot 5.513 \cdot 10^9\,\mathrm{m} = \underline{\underline{9.652 \cdot 10^9\,\mathrm{m}}}$

c) $\dfrac{T_T^2}{T_N^2} = \dfrac{a_T^3}{a_N^3} \Rightarrow T_T = T_N \cdot \left(\dfrac{a_T}{a_N}\right)^{3/2} = 360.13619\,\mathrm{d} \cdot \left(\dfrac{50075\,\mathrm{km}}{5.513 \cdot 10^6\,\mathrm{km}}\right)^{3/2} = \underline{\underline{0.3118\,\mathrm{d}}}$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$F_E = \frac{Gm_E m_M}{r_{EM}^2} \qquad F_S = \frac{Gm_S m_M}{r_{SM}^2} \qquad r_{SM} \approx r_{SE}$$

$$\frac{F_E}{F_S} = \frac{m_E}{m_S}\left(\frac{r_{SM}}{r_{EM}}\right)^2 = \frac{5.9722 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{1.9884 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}}\left(\frac{1.496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}{3.844 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}}\right)^2 = \underline{\underline{0.4549}}$$

Da die Abstände Erde-Mond und Sonne-Erde schwanken, ist das Verhältnis nur auf ein bis zwei wesentliche Ziffern bestimmt. Das Resultat sagt, dass der Mond stärker von der Sonne angezogen wird als von der Erde.

15. Lösung von Aufgabe 15

$$\Delta F = \frac{Gm_1m_2}{(R-r)^2} - \frac{Gm_1m_2}{(R+r)^2} = 6.674\cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 7.3458\cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}\cdot \downarrow$$

$$\times\left(\frac{70\,\mathrm{kg}}{(3.844\cdot 10^{8}\,\mathrm{m} - 6.371\cdot 10^{6}\,\mathrm{m})^2} - \frac{70\,\mathrm{kg}}{(3.844\cdot 10^{8}\,\mathrm{m} + 6.371\cdot 10^{6}\,\mathrm{m})^2}\right) = \underline{\underline{0.15\,\mathrm{mN}}}$$

42.3 Lösungen (Gravitationsfeld)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$g = \frac{GM}{r^2} \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{1}{2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow r_2 = r_1\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot 6371\,\text{km} = \underline{\underline{9010\,\text{km}}}$$

   Es gäbe auch noch eine Lösung im Erdinneren, die sich aber nicht so einfach ausrechnen lässt, weil die Erde inhomogen ist.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$g = \frac{Gm}{r^2} \Rightarrow \frac{g_M}{g_E} = \frac{Gm_M/r_M^2}{Gm_E/r_E^2} = \frac{m_M}{m_E} \cdot \left(\frac{r_E}{r_M}\right)^2 = 0.107 \cdot \left(\frac{1}{0.532}\right)^2 = 0.378 = \underline{\underline{37.8\,\%}}$$

In der Quelle, aus der die Angaben stammen, wird 0.377 genannt; im Rahmen der Rechengenauigkeit also dasselbe.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$g_M = \frac{Gm_M}{r_{EM}^2} = \frac{6.67428 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot 7.3458 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}}{(3.844 \cdot 10^8\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{3.318 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m/s^2}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$
\begin{aligned}
\Delta g &= g_Z - g_N = \frac{Gm_M}{(r_{EM}-r_E)^2} - \frac{Gm_M}{(r_{EM}+r_E)^2} = 6.67428\cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}\cdot 7.3458\cdot 10^{22}\,\mathrm{kg} \\
&\quad \cdot\left(\frac{1}{(3.844\cdot 10^8\,\mathrm{m} - 6.3781\cdot 10^6\,\mathrm{m})^2} - \frac{1}{(3.844\cdot 10^8\,\mathrm{m} + 6.3781\cdot 10^6\,\mathrm{m})^2}\right) \\
&= \underline{\underline{2.203\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m/s^2}}}
\end{aligned}
$$

5. Lösung von Aufgabe 5

   Sei M die Masse der Vollkugel mit Radius R. Die Gravitationsfeldstärke wird nur durch die Masse m innerhalb vor $r < R$ verursacht; die Hohlkugel im Bereich $r \ldots R$ erzeugt kein Feld im Innern.

   $$m = \rho V = \frac{M}{\frac{4\pi}{3}R^3} \cdot \frac{4\pi r^3}{3} = M \cdot \frac{r^3}{R^3}$$
   $$g(r) = \frac{Gm}{r^2} = \frac{GMr^3}{R^3 r^2} = \underline{\underline{\frac{GM}{R^3} \cdot r}}$$

   Nur bei einem homogenen Körper nimmt die Feldstärke proportional zum Mittelpunktsabstand zu. Himmelskörper sind im allgemeinen nicht homogen. Sterne und Planeten haben Zwiebelschalenstruktur mit höherer Dichte im Zentrum.

6. Lösung von Aufgabe 6

$$g = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$$

$$h = r_2 - r_1 = r_1\sqrt{\frac{g_1}{g_2}} - r_1 = \left(\sqrt{\frac{g_1}{g_2}} - 1\right)\cdot r_1 = \left(\sqrt{\frac{1000}{1000-1}} - 1\right)\cdot 6371\,\text{km} = \underline{\underline{3\,\text{km}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$g = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_1 + h}\right)^2$$

$$g_2 - g_1 = g_1 \left(\frac{r_1}{r_1 + h}\right)^2 - g_1 = 9.81\,\mathrm{m/s^2} \left(\frac{6.371 \cdot 10^6\,\mathrm{m}}{6.371 \cdot 10^6\,\mathrm{m} + 1\,\mathrm{m}}\right)^2 - 9.81\,\mathrm{m/s} = \underline{\underline{-3.08 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m/s^2}}}$$

Variante mit (guten) Näherungen:

$$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_1 + h}\right)^2 = \left(1 + \frac{h}{r_1}\right)^{-2} = 1 - \frac{2h}{r_1} + \cdots \approx 1 - \frac{2h}{r_1}$$

$$g_2 - g_1 = g_1 \left(1 - \frac{2h}{r_1}\right) - g_1 = -\frac{2gh}{r_1} = -\frac{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1\,\mathrm{m}}{6.371 \cdot 10^6\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{-3.08 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m/s^2}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{G\rho\frac{4\pi}{3}r^3}{r^2} \propto r \rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{r_2}{r_1} = \underline{\underline{2}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

a) $\dfrac{a^3}{T^2} = \dfrac{Gm}{4\pi^2} \Rightarrow m = \dfrac{4\pi^2 a^3}{GT^2} = \dfrac{4\pi^2 \cdot (354739 \cdot 10^3\,\mathrm{m})^3}{6.67428 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot (5.876854 \cdot 86400\,\mathrm{s})^2}$
$= \underline{\underline{1.02415 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}}}$ Das ist die Masse von Neptun.

b) $g(r) = \dfrac{Gm}{r^2} = \dfrac{6.67428 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot 102.45 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(49 \cdot 10^6\,\mathrm{m}/2)^2} = \underline{\underline{11\,\mathrm{m/s^2}}}$

c) Aus Umlaufzeit und Bahnradius berechnet man die Zentripetalbeschleunigung. Aus der Gravitationskraft der Sonne berechnet man die Beschleunigung via das Aktionsprinzip $F = ma$.

10. Lösung von Aufgabe 10

$$a_z = g$$

$$\frac{v^2}{r} = g$$

$$v = \underline{\underline{\sqrt{gr}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$g(r) \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow 1 - \frac{g_1}{g_0} = 1 - \frac{r_0^2}{r_1^2} = 1 - \left(\frac{6371.0\,\mathrm{km}}{6371.0\,\mathrm{km} + 40\,\mathrm{km}}\right)^2 = 0.012 = \underline{\underline{1.2\,\%}}$$

42.4 Lösungen (Gravitationsenergie)

1. Lösung von Aufgabe 1

a) $F_{res} = ma_z \to \frac{GMm}{r^2} = mr \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{(800 \cdot 10^3\,\mathrm{m})^3}{6.674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot 1.40 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{4.65 \cdot 10^5\,\mathrm{s}}} = 5.38\,\mathrm{d}$$

b) $g(r) = \frac{GM}{r^2} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot 1.40 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg}}{(\frac{1}{2} \cdot 137 \cdot 10^3\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{1.99 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m/s^2}}}$

c) $\frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot 1.40 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg}}{\frac{1}{2} \cdot 137 \cdot 10^3\,\mathrm{m}}}$

$= \underline{\underline{52.2\,\mathrm{m/s}}}$

d) Perihel: $r_P = a - c = a \cdot (1 - \varepsilon)$

$= 3.1543\,\mathrm{AE} \cdot (1 - 0.10146) = \underline{\underline{2.8343\,\mathrm{AE}}} \cdot 1.495978 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m/AE} = \underline{\underline{4.2400 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

   Die Fluchtgeschwindigkeit an der Mondoberfläche beträgt $v_F = 2.38\,\mathrm{km/s}$, das ist weniger als die maximale Geschossgeschwindigkeit. Hat eine Granate gerade die Fluchtgeschwindigkeit, so bewegt sie sich auf einer Parabelbahn vom Mond weg und kehrt nicht wieder zurück. Bei höherer Geschwindigkeit bewegt sie sich auf einer Hyperbelbahn weg und kehrt erst recht nicht mehr zurück. (Bei senkrechtem Abschuss ist die Geschossbahn natürlich eine Halbgerade.)

   Bei tieferen Abschussgeschwindigkeiten wird sich die Granate auf einer Ellipsenbahn um den Mond bewegen, in deren einem Brennpunkt der Schwerpunkt des Mondes liegt. Die Parkbahngeschwindigkeit auf einer Kreisbahn mit Mondradius beträgt $v_P = \sqrt{gr} = \sqrt{1.622\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1.7374 \cdot 10^6\,\mathrm{m}} = 1679\,\mathrm{m/s} = v_F/\sqrt{2}$.

   Bei tangentialem Abschuss mit $v \geqslant v_P$ bewegt sich das Geschoss auf einer Ellipse um den Mond und kehrt zurück! Die Kanone ist im Perizentrum. Bei tangentialem Abschuss mit $v < v_P$ bohrt sich das Geschoss direkt vor der Kanone in den Boden, wenn wir den Mond als perfekte Kugel anschauen und die Kanone als Punkt.

   Bei Abschuss schräg nach oben ergeben sich die Situationen von Abbildung 42.2 und 42.3. Die Bahn ist eine Ellipse. Jeder Punkt der Mondoberfläche kann mit einem Schuss erreicht werden.

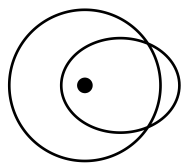


Abbildung 42.2: Beim Schuss mit weniger als der Parkbahngeschwindigkeit ist die grosse Halbachse der Bahnellipse kleiner als der Mondradius.

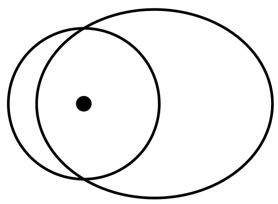


Abbildung 42.3: Beim Schuss mit mehr als der Parkbahngeschwindigkeit ist die grosse Halbachse der Bahnellipse grösser als der Mondradius.

3. Lösung von Aufgabe 3

   Die Höhe 224 km ist klein im Vergleich zum Erdradius, d.h. wir können $\Delta E_p = mgh$ setzen. Bei einer Kreisbahn gilt $E_p = -2E_k$, d.h. die Abnahme der potentiellen Energie wird zur Hälfte in kinetische Energie umgesetzt und zur anderen Hälfte in Wärme umgewandelt ('Bremswärme der Luftwiderstandskraft'). Die Bahngeschwindigkeit ist $\upsilon = \sqrt{gr}$. Die Bremsleistung ist das Produkt aus Bremskraft und Geschwindigkeit.

$$
\begin{aligned}
\frac{\Delta E_p}{2\Delta t} &\overset{?}{=} F_W \upsilon \\
\frac{mgh}{2\Delta t} &\overset{?}{=} F_w \sqrt{gr} \\
\frac{1.0\cdot 10^3\,\mathrm{kg}\cdot 9.8\,\mathrm{m/s^2}\cdot 1.5\cdot 10^3\,\mathrm{m}}{2\cdot 86400\,\mathrm{s}} &\overset{?}{=} 10\cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}\cdot \sqrt{9.8\,\mathrm{m/s^2}\cdot 6.6\cdot 10^6\,\mathrm{m}} \\
85\,\mathrm{W} &\overset{?}{=} 80\,\mathrm{W}
\end{aligned}
$$

   Im Rahmen der Rechengenauigkeit (höchstens eine wesentliche Ziffer) passen diese Angaben zusammen. Die Satellitenmasse ist ja nicht als Dezimalzahl gegeben.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$
$$E_k = \tfrac{1}{2}mv^2$$
$$ma_z = F_{res}$$
$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \quad \| \cdot \frac{r}{2}$$
$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r}$$
$$E_k = -\tfrac{1}{2}E_p$$

Die kinetische Energie ist im Betrag halb so gross wie die potentielle Energie.

5. Lösung von Aufgabe 5

   Wenn der Satellit durch den Widerstand Energie verliert, so sinkt er auf eine tiefere Umlaufbahn. Dort ist aber die Bahngeschwindigkeit höher, weil die Gravitationskraft stärker ist. Die potentielle Energie wird zur Hälfte in Wärme und zur Hälfte in kinetische Energie verwandelt.

   Durch den Schub der Triebwerke wird der Satellit auf eine höhere Bahn gehoben. Dort ist aber die Umlaufgeschwindigkeit tiefer, weil die Gravitationskraft schwächer ist.

Kapitel 43

Lösungen (Starrer Körper)

43.1 Lösungen (Hebelgesetz und Drehmoment)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$m_L g a = m_V g a + m_P g a_P \Rightarrow a_P = \frac{m_L - m_V}{m_P} a = \frac{24\,\mathrm{kg} - 12\,\mathrm{kg}}{72\,\mathrm{kg}} \cdot 2.5\,\mathrm{m} = \underline{\underline{0.42\,\mathrm{m}}}$$

   Auf der Seite von Vital in 0.42 m Abstand von der Drehachse.

2. Lösung von Aufgabe 2
   In Abbildung 10.1 messe ich 14.5 cm für die Scherenlänge und 5.5 cm für den Hebelarm a von der Schraube bis zum höchsten Punkt (horizontal gemessen).

$$a = \frac{5.5\,\text{cm} \cdot 18.2\,\text{cm}}{14.5\,\text{cm}} = 6.9\,\text{cm}$$

$$M = aF \approx 69 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot 4.1\,\text{N} = \underline{\underline{0.28\,\text{Nm}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

   a) Man soll es der Einheit ansehen, worum es sich handelt. Schreibt man z.B. 7.4 Nm, so ist klar, dass es sich um ein Drehmoment handelt. Würde man 7.4 J schreiben, so könnte die Grösse mit Arbeit oder Energie verwechselt werden.
   b) Der Hebelarm ist der (kürzeste) Abstand der Wirkungslinie einer Kraft zur Drehachse.

4. Lösung von Aufgabe 4

   Man konstruiere den Hebelarm a als Normale zur Wirkungslinie der Kraft durch die Drehachse. Die Länge kann gemessen und mit r verglichen werden. Mit einem Dreisatz wird die wahre Länge von a bestimmt.

$$a \approx 34\,\mathrm{cm} \cdot \frac{24.6\,\mathrm{mm}}{37.0\,\mathrm{mm}} = 22.6\,\mathrm{cm}$$
$$M = aF = 0.266\,\mathrm{m} \cdot 53\,\mathrm{n} = \underline{\underline{12\,\mathrm{Nm}}}$$

   Variante: Man messe den Winkel α zwischen Radius r und Kraft F und rechne

$$M = rF\sin\alpha = 0.34\,\mathrm{m} \cdot 53\,\mathrm{N} \cdot \sin 43^\circ = \underline{\underline{12\,\mathrm{Nm}}}$$

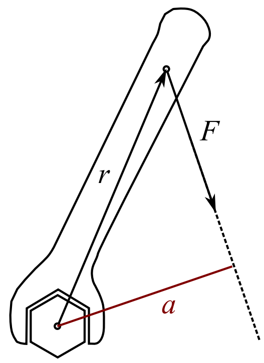


Abbildung 43.1: Hebelarm a der Kraft Das Drehmoment ist Hebelarm mal Kraft.

5. Lösung von Aufgabe 5

   1. Ansatz: Kraft zieht rechts der Stütze nach unten im Abstand x von der Stütze

   $m_K g s/4 = m_B g s/4 + xF \Rightarrow x = \frac{(m_K - m_B) g s/4}{F} = \frac{(2.7 - 1.4)\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 0.98\,\text{m}}{28\,\text{N} \cdot 4} = \underline{\underline{11\,\text{cm}}}$

   2. Ansatz: Kraft zieht links der Stütze nach oben im Abstand x von der Stütze

   $m_K g s/4 - x_2 F = m_B s/4$ gleiche Gleichung! (gleiches Drehmoment!) $\Rightarrow x_2 = \underline{\underline{11\,\text{cm}}}$

43.2 Lösungen (Schwerpunkt)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$r_S = \frac{m_E \cdot 0 + m_M r_E}{m_E + m_M} = \frac{72\,\text{kg} \cdot 6.371 \cdot 10^6\,\text{m}}{5.9742 \cdot 10^{24}\,\text{kg} + ..} = \underline{\underline{7.7 \cdot 10^{-17}\,\text{m}}}$$

(Nullpunkt des Koordinatensystems im Erdmittelpunkt)

2. Lösung von Aufgabe 2
   Wir wählen den Nullpunkt des Koordinatensystems im Sonnenmittelpunkt.

$$r_{Sp} = \frac{m_S \cdot 0 + m_J r_J}{m_S + m_J} = \frac{1898.8 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} \cdot 778.5 \cdot 10^9\,\mathrm{m}}{1.9891 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg} + 1898.8 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{7.424 \cdot 10^8\,\mathrm{m}}}$$

$$r_{Sp} > r_S = 6.960 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$$

   Je nach Stellung der anderen Planeten kann der Schwerpunkt des Sonnensystems inner- oder ausserhalb der Sonne liegen.

3. Lösung von Aufgabe 3

a) Vorübung: Stellen Sie sich ein horizontales, gerades Brett vor, das mit Sand bestreut ist. Irgendwo ist der Schwerpunkt. Man kann das Brett im Schwerpunkt unterstützen und es ist im Gleichgewicht. Nimmt man etwas Sand rechts vom Schwerpunkt weg, so wandert der Schwerpunkt nach links. Addiert man etwas Sand links vom Schwerpunkt, so wandert der Schwerpunkt nach links. Streut man etwas Sand auf den Schwerpunkt, so bleibt der Schwerpunkt an Ort. Diese Argumentation lässt sich auf die Dose übertragen.

Falls der Flüssigkeitsspiegel über dem Schwerpunkt liegt, dann sinkt der Schwerpunkt, wenn wir etwas Flüssigkeit entnehmen. Das Minimum ist also noch nicht erreicht. Liegt der Flüssigkeitsspiegel unter dem Schwerpunkt, so sinkt der Schwerpunkt, wenn wir etwas Flüssigkeit addieren. Das Minimum ist also auch nicht erreicht. Liegt der Flüssigkeitsspiegel am Schwerpunkt und wir addieren ein wenig Getränk, so verändert sich der Schwerpunkt nicht. Das muss die tiefste Position des Schwerpunkts sein. (Die beiden anderen Fälle können es nicht sein.)

b) Sei m_D die Masse der Dose und y_D die Position des Schwerpunkts der leeren Dose (Nullpunkt auf der Unterlage). Sei A die Querschnittsfläche der Dose, ρ die Dichte der Flüssigkeit und y die Position des Flüssigkeitsspiegels. Dann lässt sich die Position y_S des Schwerpunkts folgendermassen berechnen:

$$y_S = \frac{m_D y_D + \rho A y \cdot \frac{1}{2} y}{m_D + \rho A y}$$

$$y = y_S \qquad \text{(Bedingung für das Minimum)}$$

$$y = \frac{m_D y_D + \rho A y \cdot \frac{1}{2} y}{m_D + \rho A y}$$

$$y \cdot (m_D + \rho A y) = m_D y_D + \frac{1}{2}\rho A y^2$$

$$\frac{1}{2}\rho A y^2 + m_D y - m_D y_D = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-m_D \pm \sqrt{m_D^2 + 2\rho A m_D y_D}}{\rho A} \qquad \text{(Die physikalische Lösung ist jene mit +)}$$

Man kann auch y_S nach y ableiten, die Ableitung Null setzen und nach y auflösen. Man erhält dasselbe Resultat.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$x_S = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B} = \frac{583\,\mathrm{g} \cdot 47.0\,\mathrm{mm} + 333\,\mathrm{g} \cdot 104\,\mathrm{mm}}{583\,\mathrm{g} + 333\,\mathrm{g}} = \underline{\underline{67.7\,\mathrm{mm}}}$$

Die Zeichnung ist etwa Massstab 1:1.

5. Lösung von Aufgabe 5

   Zuerst müssen wir Bezeichnungen einführen, siehe Abbildung 43.2

   $r_1 F_N = F_2 d \Rightarrow r_1(m_1 + m_2)g = m_2 g d \Rightarrow r_1 = \dfrac{m_2 \cdot d}{m_1 + m_2}$

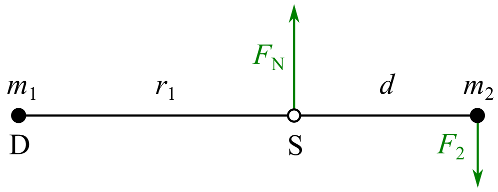


Abbildung 43.2: Die Hantel ist im Gleichgewicht, wenn sie im Schwerpunkt S unterstützt wird. Wir wählen die Drehachse (fürs Drehmomentgleichgewicht) bei D durch die erste Punktmasse.

43.3 Lösungen (Statik)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Auf den Wagen wirken die Gewichtskraft F_G, die Normalkräfte F_A und F_B sowie die Haftreibungskraft F_R, siehe Abb. 43.3. Die Reibungskraft kann nur summarisch, d.h. die Anteile der Vorder- und Hinterräder zusammen, eingezeichnet werden, denn die Anteile hänge von der Art der Arretierung ab: Es könnten ja nur die Hinterräder blockiert sein.

$$\begin{aligned} F_A + F_B &= F_G \cos\alpha \quad \text{Kräftegleichgewicht} \\ F_R &= F_G \sin\alpha \\ aF_A &= bF_R + (c-a)F_B \quad \text{Drehmomentgleichgewicht bezüglich S} \end{aligned}$$

   Damit ist die Haftreibungskraft bereits bestimmt. Aus den restlichen zwei Gleichungen kann man F_A und F_B berechnen:

$$\begin{aligned} F_A + F_B &= F_G \cos\alpha \\ aF_A - (c-a)F_B &= bF_G \sin\alpha \\ \Rightarrow cF_B &= aF_G \cos\alpha - bF_G \sin\alpha \Rightarrow F_B = \frac{F_G}{c}(a\cos\alpha - b\sin\alpha) \\ \Rightarrow F_A &= F_G\cos\alpha - F_B = F_G\cos\alpha - \frac{F_G}{c}(a\cos\alpha - b\sin\alpha) \end{aligned}$$

   Die Normalkraft F_B verschwindet, falls

$$a\cos\alpha = b\sin\alpha \Rightarrow 1 = \frac{b}{a}\tan\alpha = \tan\beta\tan\alpha$$

   Diese Bedingung ist erfüllt, wenn $\alpha + \beta = 90°$ ist.

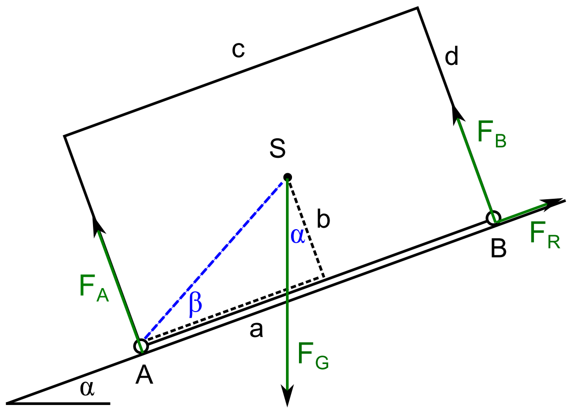


Abbildung 43.3: Transportwagen mit den einwirkenden Kräften (Pfeillängen nicht massstäblich).

43.4 Lösungen (Arbeit und Leistung)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$P = M\omega = M2\pi f = 6.0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{Nm} \cdot 2\pi \cdot \frac{16\,000}{60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{1.0\,\mathrm{W}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$P = \omega M \Rightarrow M = \frac{P}{2\pi f} = \frac{1.245 \cdot 10^9\,\mathrm{W}}{2\pi \cdot 3000/60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{3.963 \cdot 10^6\,\mathrm{Nm}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$P = M\omega = M2\pi f \Rightarrow f = \frac{P}{2\pi M} = \frac{50\,\mathrm{kW}}{2\pi \cdot 50\,\mathrm{kNm}} = \underline{\underline{0.16\,\mathrm{Hz}}} \cdot 60\,\mathrm{s/min} = \underline{\underline{9.5\,\mathrm{min}^{-1}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{320\,\text{W}}{560\,\text{W}} = \underline{\underline{0.571}}$

   b) $P_2 = \omega M \Rightarrow M = \dfrac{P_2}{2\pi f} = \dfrac{320\,\text{W}}{2\pi \cdot 1700/(60\,\text{s})} = \underline{\underline{1.80\,\text{Nm}}}$

   Das (maximale) Drehmoment 5 Nm ist nicht bei maximaler Leistung.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$P_2 = M\omega = M2\pi f = 127\,\mathrm{Nm}\cdot 2\pi \cdot 1500/(60\,\mathrm{s}) = 19.9\,\mathrm{kW} < 20\,\mathrm{kW}$$
$$\eta' = 19.949\,\mathrm{kW}/20\,\mathrm{kW} = 0.997 \approx 1.0 > \eta = 92.2\,\%$$

Die 20 kW Leistung scheinen die abgegebene Leistung zu sein.

6. Lösung von Aufgabe 6

$$P = M\omega = M2\pi f \Rightarrow M = \frac{P}{2\pi f} = \frac{196\,\mathrm{W}}{2\pi \cdot 95/60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{20\,\mathrm{Nm}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

   a) $M = aF = \frac{d}{2}F \Rightarrow F = \frac{2M}{d} = \frac{2 \cdot 6000 \cdot 10^3\,\text{Nm}}{9.43\,\text{m}} = \underline{\underline{1.27\,\text{MN}}}$

   b) $f = \frac{6}{60\,\text{s}} = \underline{\underline{0.1\,\text{Hz}}}$

   c) $P = M\omega = M2\pi f = 6000 \cdot 10^3\,\text{Nm} \cdot 2\pi \cdot \frac{6}{60\,\text{s}} = \underline{\underline{4\,\text{MW}}}$

8. Lösung von Aufgabe 8

a) $P = M \cdot \omega = M 2\pi f =$
$230\,\mathrm{Nm} \cdot 2\pi \cdot 1500/60\,\mathrm{s} = \underline{\underline{36.1\,\mathrm{kW}}}$ ✓

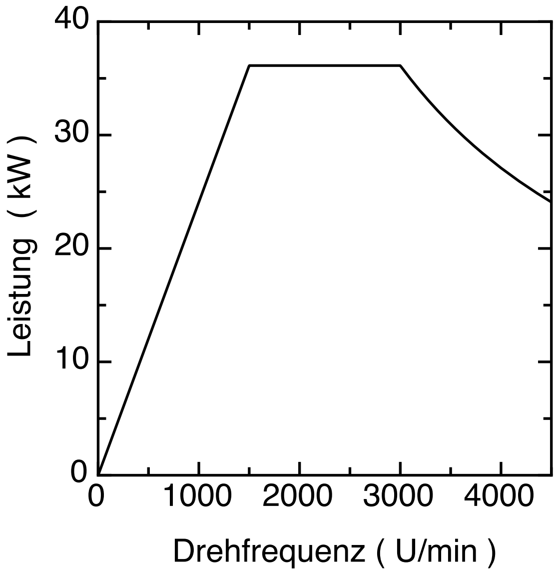


Abbildung 43.4: Leistung versus Drehfrequenz für den Asynchron-Servomotor

b)

$f < 1500\,\mathrm{min}^{-1}$:	$P \propto f$
$1500\,\mathrm{min}^{-1} < f < 3000\,\mathrm{min}^{-1}$:	$P = const$
$3000\,\mathrm{min}^{-1} < f$:	$P \propto 1/f$

Kapitel 44

Lösungen (Elastizität)

44.1 Lösungen (Elastizität und Zugfestigkeit)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) $\Delta l = \frac{l\Delta F}{AE} = \frac{l\Delta F}{\frac{\pi}{4}d^2 E} = \frac{4 \cdot 0.65\,\mathrm{m} \cdot 6.9\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{\pi \cdot (7.0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m})^2 \cdot 0.33 \cdot 10^{10}\,\mathrm{N/m^2}} = \underline{\underline{3.5\,\mathrm{cm}}}$

   b) $F = \sigma_B A = \sigma_B \frac{\pi}{4} d^2 = 8.2 \cdot 10^7\,\mathrm{N/m^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (7.0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m})^2 = \underline{\underline{32\,\mathrm{N}}}$

   Laut der FoTa-Bruchspannung könnte eine Nylonsaite gar nicht richtig gespannt werden. Trockenes, hochwertiges Polyamid hat eine Bruchspannung von bis zu $350\,\mathrm{N/mm^2}$. Damit ergibt sich

   $F = \sigma_B A = \sigma_B \frac{\pi}{4} d^2 = 350 \cdot 10^6\,\mathrm{N/m^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (7.0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m})^2 = \underline{\underline{0.13\,\mathrm{kN}}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

   a) $\Delta l = \dfrac{l\Delta F}{EA} \Rightarrow \Delta F = \dfrac{EA\Delta l}{l} = \dfrac{19.1\cdot 10^{10}\,\mathrm{N/m^2}\cdot 1.3\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2}\cdot 2.3\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{2.8\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.20\,\mathrm{kN}}}$

   b) Federgesetz:$F = Dy \leftrightarrow \Delta F = D\Delta l = \dfrac{EA}{l}\Delta l \Rightarrow D = \dfrac{EA}{l}$

   $E_F = \frac{1}{2}Dy^2 = \dfrac{EA}{2l}\Delta l^2 = \dfrac{19.1\cdot 10^{10}\,\mathrm{N/m^2}\cdot 1.3\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2}}{2\cdot 2.8\,\mathrm{m}}\cdot(2.3\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2 = \underline{\underline{0.23\,\mathrm{J}}}$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\sigma_B = \frac{F}{A} \Rightarrow F = \frac{\pi}{4}d^2\sigma_B = \frac{\pi}{4} \cdot (4.5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m})^2 \cdot 54 \cdot 10^7\,\mathrm{N/m^2} = \underline{\underline{86\,\mathrm{N}}}$$

   Das Virginal ist eine Frühform des Cembalos, ein Tasteninstrument.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\sigma_B = \frac{F}{A} \qquad \text{Bruchspannung oder Zugfestigkeit}$$

$$A = \tfrac{\pi}{4}d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4F}{\pi\sigma_B}} \approx \sqrt{\frac{4\cdot 100\,\mathrm{N}}{\pi\cdot 70\cdot 10^7\,\mathrm{N/m^2}}} = \underline{\underline{0.4\,\mathrm{mm}}}$$

In der Aufgabe ist weder klar, was mit 'Dicke' gemeint sein könnte, noch ist die Stahlsorte genauer bestimmt. Der Durchmesser als Mass für die Dicke ist sicher vernünftig. Das Resultat gibt nur einen Hinweis auf die Grössenordnung, d.h. die Zehnerpotenz dürfte etwa stimmen, aber kaum der Zahlenwert der ersten Ziffer.

5. Lösung von Aufgabe 5

   Der Durchmesser ist nur bei runden Drähten geeignet. Besteht ein Draht aus mehreren Fasern, so ist die (effektive) Querschnittfläche ein besseres Mass für die Dicke. Verdoppelt man die Querschnittflächen (zwei statt ein Draht), so halbiert sich bei gleicher Zugkraft die Dehnung. Mit der Querschnittfläche ergibt sich eine einfache, umgekehrte Proportionalität. Mit dem Durchmesser erhielte das Gesetz eine kompliziertere Gestalt.

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\Delta l = \frac{l \cdot \Delta F}{AE} \propto \frac{l}{A} \propto \frac{l}{d^2} \Rightarrow \frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{l_2}{l_1} \cdot \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{2}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \underline{\underline{1/2}}$$

44.2 Lösungen (Druck- und Zugspannung)

1. Lösung von Aufgabe 1

a) $p = \frac{F}{A} = g\frac{m}{A} = 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 500\,\text{kg/m}^2 = \underline{\underline{4.91\,\text{kPa}}}$

$\frac{p}{p_L} = \frac{mg}{Ap_L} = \frac{500\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2}{m^2 \cdot 1.013 \cdot 10^5\,\text{Pa}} = \underline{\underline{4.84\%}}$

b) $p_2 = \frac{mg}{A} = \frac{4 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2}{1\,\text{m}^2} = 4 \cdot 10^4\,\text{Pa} = \underline{\underline{0.4\,\text{bar}}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$p = \frac{F_N}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{50\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{100\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2}} = \underline{\underline{49\,\mathrm{kPa}}}$$

Kapitel 45

Lösungen (Hydrostatik)

45.1 Lösungen (Druckarbeit)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$p \cdot \Delta V = \tfrac{1}{2} m v^2$$
$$p = \tfrac{1}{2} \frac{m}{\Delta V} v^2$$
$$p = \tfrac{1}{2} \rho v^2$$

2. Lösung von Aufgabe 2

a) $P = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{p \cdot \Delta V}{\Delta t} = \dfrac{8 \cdot 10^5\,\text{Pa} \cdot 3.200\,\text{m}^3}{60\,\text{s}} = \underline{\underline{43\,\text{kW}}}$

b) $p = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\dfrac{2p}{\rho}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 8 \cdot 10^5\,\text{Pa}}{998\,\text{kg/m}^3}} = \underline{\underline{40\,\text{m/s}}}$

c) $x_w = \dfrac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha_0}{g} = \dfrac{2p}{\rho g} = \dfrac{2 \cdot 8 \cdot 10^5\,\text{Pa}}{998\,\text{kg/m}^3 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2} = \underline{\underline{0.16\,\text{km}}}$ ohne Luftwiderstand!

3. Lösung von Aufgabe 3

$$x_w = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha_0)}{g} \quad \text{‘Wurfweite’}$$

$$\Delta p = \tfrac{1}{2}\rho v^2 = \frac{\rho}{2}\frac{x_w g}{\sin(2\alpha_0)} = \frac{998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1.0\,\mathrm{m} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{2 \cdot \sin(2 \cdot 50°)} = \underline{\underline{5.0\,\mathrm{kPa}}} = 50\,\mathrm{mbar}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$W = p \cdot \Delta V = pAl = 230 \cdot 10^5\,\text{Pa} \cdot 87 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2 \cdot 0.66\,\text{m} = \underline{\underline{1.3 \cdot 10^5\,\text{J}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{p\Delta V}{\Delta t} = \varrho g h \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0.86 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1000\,\mathrm{m} \cdot \frac{1674\,\mathrm{m^3}}{3600\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{3.9\,\mathrm{MW}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\Delta p \approx \tfrac{1}{2}\rho v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5\,\mathrm{Pa}}{1.293\,\mathrm{Pa}}} = \underline{\underline{3\,\mathrm{m/s}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g \cdot \dfrac{x^2}{\upsilon^2} \Rightarrow \upsilon = x \cdot \sqrt{\dfrac{g}{2h}} = 4\,\mathrm{m} \cdot \sqrt{\dfrac{9.81\,\mathrm{m/s}}{2 \cdot 0.85\,\mathrm{m}}} = 9.6\,\mathrm{m/s} = \underline{\underline{1 \cdot 10^1\,\mathrm{m/s}}}$

b) $\Delta p = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = \frac{1}{2}\rho \cdot \dfrac{gx^2}{2h} = \dfrac{998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (4\,\mathrm{m})^2}{4 \cdot 0.85\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.5\,\mathrm{bar}}}$

8. Lösung von Aufgabe 8

   Die Aufgabe muss präzisiert werden: Wie viel Arbeit wird mindestens verrichtet, wenn ein Liter Luft bei Normaldruck verdrängt wird?

   $$W = p \cdot \Delta V = 101325\,\text{Pa} \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 = \underline{\underline{101\,\text{J}}}$$

   Die Genauigkeit der Rechnung ist nicht klar: 'ein Liter' kann die Grössenordnung (null wesentliche Ziffern) oder exakt sein. Das Resultat kann dann 10^2 J oder $101325(,\bar{0})$ J geschrieben werden.

45.2 Lösungen (Schweredruck)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\Delta p = \rho g h \approx 1.2\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1.0 \cdot 10^3\,\mathrm{m} = \underline{\underline{12\,\mathrm{kPa}}}$$

Die Veränderung der Luftdichte kann bei dieser Rechengenauigkeit vernachlässigt werden.

2. Lösung von Aufgabe 2

   a) $p_S = \rho g h = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 80\,\mathrm{m} = \underline{\underline{7.8\,\mathrm{bar}}}$

   b) $\upsilon = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 80\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{40\,\mathrm{m/s}}}$ (Ausflussgesetz von Torricelli)

3. Lösung von Aufgabe 3

   a) $p = \rho g h = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1.0 \cdot 10^3\,\mathrm{m} = \underline{\underline{98\,\mathrm{bar}}}$

   b) $E_p = mgh = \rho V g h = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 400 \cdot 10^6\,\mathrm{m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1.0 \cdot 10^3\,\mathrm{m^3} =$

   $\underline{\underline{3.9 \cdot 10^{15}\,\mathrm{J}}} \div 3.6 \cdot 10^6\,\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kWh}} = \underline{\underline{1.1 \cdot 10^9\,\mathrm{kWh}}}$

   c) hydrostatisches Paradoxon

   Es ist nicht ganz klar, von wo aus die 1.0 km gemessen werden. Die zweite Ziffer der Resultate ist deshalb unsicher.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\begin{aligned} p_i - p_a &= (p_L - \rho_i g h) - (p_L - \rho_a g h) = (\rho_a - \rho_i) g h \\ &= (1.20 - 0.95)\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 20\,\mathrm{m} = \underline{\underline{49\,\mathrm{Pa}}} \end{aligned}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$p = p_0 - \rho g h$

Der Druck nimmt mit der Höhe linear ab um $\rho g = 1.225\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = 12.0\,\mathrm{Pa/m}$

$$0 = p_0 - \rho g h \Rightarrow h = \frac{p_0}{\rho g} = \frac{101325\,\mathrm{Pa}}{1.225\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{8.43\,\mathrm{km}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\frac{p_1 - \rho g h}{p_1} = \frac{10^5\,\text{Pa} - 998\,\text{kg/m}^3 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 10\,\text{m}}{10^5\,\text{Pa}} = 0.02096 = \underline{\underline{2.1\,\%}}$$

Es musste eine sinnvolle Annahme zur Dichte des Wasser getroffen werden, hier die Dichte bei 20 °C. Nimmt man dagegen 1000 kg/m^3 bei 4 °C, so erhält man 1.9 %.

7. Lösung von Aufgabe 7

   a) Der Spiegel auf der Seite der dichteren Flüssigkeit wird sich senken und auf der anderen Seite gleich viel heben. Im Gleichgewicht ist der Schweredruck, der unten durch die zwei Füssigkeitssäulen verursacht wird, gleich gross, siehe Abb. 45.1

   b) $h_1 = h - d \qquad \rho_1 g(h-d) = \rho_1 g d + \rho_2 g h \Rightarrow$

   $$\rho_1 g h_1 = \rho_1 g(h - h_1) + \rho_2 g h \Rightarrow h_1 = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2\rho_1} \cdot h$$

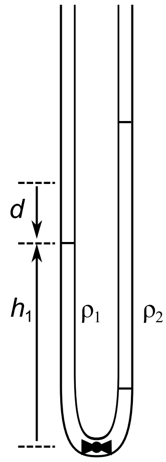


Abbildung 45.1: Wird der Hahn (unten) geöffnet, so sinkt der linke Spiegel um d auf die Höhe h_1, der rechte Spiegel steigt um d.

8. Lösung von Aufgabe 8

$$p = \rho g h \Rightarrow \rho = \frac{p}{gh} = \frac{1104 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 10908\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1.03 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}}$$

Dieser Wert ist sehr nahe bei der Dichte für oberflächennahes Meerwasser. Wegen der Kompressibilität müsste die mittlere Dichte etwas höher sein.

9. Lösung von Aufgabe 9

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow A = \frac{F}{p} = \frac{500\,\mathrm{N}}{1.013 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}} = \underline{\underline{4.94 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2}} \approx 50\,\mathrm{cm}^2$$

Die Genauigkeit des Resultats ist nicht klar, da der Wert für den Luftdruck nicht gegeben ist. Ersatzweise wurde – wie in solchen Fällen üblich – der Normdruck verwendet.

10. Lösung von Aufgabe 10

Luftdruck auf Meereshöhe berechnet mit konstanter Normdichte:

$$p_0 = p_M + \rho_n gh = 975.5 \cdot 10^2\,\text{Pa} + 1.293\,\text{kg/m}^3 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 406\,\text{m} = 1027\,\text{hPa}$$

Der Druck p_0 auf Meereshöhe ist höher als der Normdruck p_n, also herrscht Hochdruck.

Die Dichte ρ der Luft ist proportional zum Druck p und umgekehrt proportional zur absoluten Temperatur T. Wir rechnen nochmals mit der (kleineren) Dichte bei Mythequai-Druck und Mythenquai-Temperatur.

$$\begin{aligned} p_0 &= p_M + \rho gh = p_M + \frac{\rho_n p_M T_n}{p_n T_M} gh \\ &= 975.5 \cdot 10^2\,\text{Pa} + \frac{1.293\,\text{kg/m}^3 \cdot 975.5\,\text{hPa} \cdot 273.15\,\text{K}}{1013.25\,\text{hPa} \cdot (273.15 + 22.7)\,\text{K}} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 406\,\text{m} = 1021\,\text{hPa} \end{aligned}$$

Wir haben wieder einen Druck p_0 auf Meereshöhe erhalten, der höher als der Normdruck $p_n = 1013.25\,\text{hPa}$ ist.

Rechnung mit der barometrischen Höhenformel, welcher eine variable Luftdichte zugrunde liegt:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 gh}{p_0}\right) = p_n \exp\left(-\frac{\rho_n T_n gh}{T_M p_n}\right)$$

$$p = 101325\,\text{Pa} \cdot \exp\left(-\frac{1.293\,\text{kg/m}^3 \cdot 273.15\,\text{K} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 406\,\text{m}}{(273.15 + 20)\,\text{K} \cdot 101325\,\text{Pa}}\right) = 966\,\text{hPa}$$

Wenn wir von Meereshöhe mit dem Normdruck nach oben rechnen und in die barometrische Höhenformel eine mittlere Temperatur zw. Mythenquai und Meereshöhe einsetzen, erhalten wir einen Druck, der tiefer liegt als der gemessene. Am Mythenquai herrscht also Hochdruck.

11. Lösung von Aufgabe 11

$$\Delta p = \rho_n g h - \rho_2 g h = \rho_n g h - \frac{\rho_n T_n}{T_2} g h = \left(1 - \frac{T_n}{T_2}\right)\rho_n g h$$
$$= \left(1 - \frac{273.15\,\mathrm{K}}{(273.15+20)\,\mathrm{K}}\right) \cdot 1.293\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 30\,\mathrm{m} = \underline{\underline{\underline{26\,\mathrm{Pa}}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

    Berechnung mit verschiedenen Höhenformeln

$$p = p_0 - \rho_0 g h = 101325\,\text{Pa} - 1.293 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 3580\,\text{m} = \underline{\underline{559\,\text{hPa}}}$$

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g h}{p_0}\right) = 101325\,\text{Pa} \cdot \exp\left(-\frac{1.293 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 3580\,\text{m}}{101325\,\text{Pa}}\right) = \underline{\underline{647\,\text{hPa}}}$$

$$p = p_n \cdot \left(1 - \frac{ah}{T_0}\right)^{5.255} = 1013.25\,\text{hPa} \cdot \left(1 - \frac{0.0065\,\text{K/m} \cdot 3580\,\text{m}}{288.15\,\text{K}}\right)^{5.255} = \underline{\underline{651\,\text{hPa}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

    Berechnung mit verschiedenen Höhenformeln

$$p = p_0 - \rho_0 g h = 101325\,\text{Pa} - 1.293 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 555\,\text{m} = \underline{\underline{942.9\,\text{hPa}}}$$

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g h}{p_0}\right) = 101325\,\text{Pa} \cdot \exp\left(-\frac{1.293 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 \cdot 555\,\text{m}}{101325\,\text{Pa}}\right) = \underline{\underline{945.2\,\text{hPa}}}$$

$$p = p_n \cdot \left(1 - \frac{ah}{T_0}\right)^{5.255} = 1013.25\,\text{hPa} \cdot \left(1 - \frac{0.0065\,\text{K/m} \cdot 555\,\text{m}}{288.15\,\text{K}}\right)^{5.255} = \underline{\underline{948.3\,\text{hPa}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$F = pA = 1.013 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 2.5\,\mathrm{m}^2 = \underline{\underline{2.5 \cdot 10^5\,\mathrm{N}}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \rho g \Delta s \cos\alpha \Rightarrow \Delta s = \frac{\Delta p}{\rho g \cos\alpha} = \frac{1.0 \cdot 10^{2}\,\mathrm{Pa}}{0.9 \cdot 10^{3}\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \cos 85^\circ} = \underline{\underline{13\,\mathrm{cm}}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

$$p = \rho g h = 0.85 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 38 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = \underline{\underline{3.2\,\mathrm{hPa}}}$$

45.3 Lösungen (Auftrieb)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Auf den ersten Blick würde man meinen, dass $m_F = 1.74\,\mathrm{kg}$ Leerglas eine grössere Masse als $V_C = 1.50\,\mathrm{L}$ Wasser hat und die Flasche unterginge. Diese Überlegung vernachlässigt aber das Volumen V_F des Flaschenglases. Das ganze Volumen ist grösser als das Volumen V_C des Inhalts.

$$V = V_C + V_F = V_C + \frac{m_F}{\rho_F} = 1.50\,\mathrm{L} + \frac{1.74\,\mathrm{kg}}{2.5\,\mathrm{kg/L}} = 2.196\,\mathrm{L}$$

$$\bar{\rho} = \frac{m_F}{V} = \frac{1.74\,\mathrm{kg}}{2.196\,\mathrm{L}} = \underline{\underline{0.79\,\mathrm{kg/L}}} \qquad \text{resp. mit formaler Lösung:}$$

$$\bar{\rho} = \frac{m_F}{V_C + \frac{m_F}{\rho_F}} = \ldots$$

   Die mittlere Dichte der verschlossenen, leeren Flasche ist also kleiner als jene des Wassers. Somit schwimmt die Flasche. In dieser Rechnung haben wir die Masse der eingeschlossenen Luft und des Verschlusses vernachlässigt, was aber keinen Einfluss auf das Resultat haben sollte.

2. Lösung von Aufgabe 2
   Die mittlere Dichte der teilweise gefüllten Flasche muss gleich der Dichte von Wasser sein:

$$\rho_W = \bar{\rho}_J = \frac{m_G + m_W}{V_G + V_{Inhalt}} = \frac{m_G + m_W}{\frac{m_G}{\rho_G} + \frac{m_{voll} - m_G}{\rho_W}}$$

$$m_W = \rho_W \cdot \left(\frac{m_G}{\rho_G} + \frac{m_{voll} - m_G}{\rho_W} \right) - m_G$$

$$= 0.998\,\mathrm{kg/L} \cdot \left(\frac{0.57\,\mathrm{kg}}{2.5\,\mathrm{kg/L}} + \frac{1.29\,\mathrm{kg} - 0.57\,\mathrm{kg}}{0.998\,\mathrm{kg/L}} \right) - 0.57\,\mathrm{kg} = \underline{\underline{0.38\,\mathrm{kg}}}$$

   Die Flasche muss also zu etwas mehr als der Hälfte mit Wasser gefüllt werden. In der Rechnung haben wir den Deckel der Flasche sowie die Masse der eingeschlossenen Luft ignoriert.

3. Lösung von Aufgabe 3

   Wägung in Luft: $m_L g = \rho_K V_K g - \rho_L V_K g$

   Wägung in Wasser: $m_W g = \rho_K V_K g - \rho_W V_K g$

   Elimination des Volumens der Kette:

$$V_K = \frac{m_L}{\rho_K - \rho_L} = \frac{m_W}{\rho_K - \rho_W}$$

   Auflösung nach der Dichte der Kette:

$$m_L \rho_K - m_L \rho_W = m_W \rho_K - m_W \rho_L$$

$$\rho_K = \frac{m_L \rho_W - m_W \rho_L}{m_L - m_W} = \frac{26.38\,\text{g} \cdot 998\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} - 23.25\,\text{g} \cdot 1.2\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}}{26.38\,\text{g} - 23.25\,\text{g}}$$
$$= \underline{\underline{8.40 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}}}$$

   Die Dichte des Kettenmaterials liegt weit unter den $10.5 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ von reinem Silber. Auch für Schmuck gebräuchliche Kupfer-Silber-Legierungen kommen nicht in Frage: Sterlingsilber mit 925/1000 Silberanteil hat $10.4 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ und die Legierung mit 800/1000 Silberanteil eine solche von $10.1 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$. In der Nähe des Resultats liegt hingegen mit $8.47 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ die Dichte von Messing, einer Legierung aus Kupfer und Zink. Es könnte sich auch um sogenanntes “Neusilber”, einer Legierung aus Kupfer, Nickel und Zink ohne echtes Silber handeln, denn dieses hat eine Dichte von $8.1 - 8.7 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (je nach Mischung).

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) $F_A = F_G = mg = 1.80 \cdot 10^8\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{1.77 \cdot 10^9\,\mathrm{N}}}$

   b) $P = F_W v \Rightarrow F_W = \dfrac{P}{v} = \dfrac{80 \cdot 10^6\,\mathrm{W}}{50\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{5.8\,\mathrm{MN}}}$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$F_{res} = 0 \Rightarrow F_A = F_G \Rightarrow \rho_W V_E g = m_E g + m_F g \Rightarrow \rho_W \frac{m_E}{\rho_E} = m_E + m_F \Rightarrow$$

$$m_F = \left(\frac{\rho_W}{\rho_E} - 1\right) \cdot m_E = \left(\frac{998\,\mathrm{kg/m^3}}{0.7 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}} - 1\right) \cdot 840\,\mathrm{kg} = \underline{\underline{4 \cdot 10^2\,\mathrm{kg}}}$$

In der FoTa findet sich nur die Dichte von trockenem Eisenholz. Frisch gefällte Eiche hat eine höhere Dichte. Der Flösser muss also in Wirklichkeit leichter sein.

6. Lösung von Aufgabe 6

$$F_{res} = 0 \Rightarrow F_A = F_G \Rightarrow \rho_W \tfrac{4\pi}{3} r_a^3 g = \rho_S \left(\tfrac{4\pi}{3} r_a^3 - \tfrac{4\pi}{3} r_i^3\right) g \Rightarrow \rho_W = \rho_S \cdot \left(1 - \frac{r_i^3}{r_a^3}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{r_i}{r_a} = \left(1 - \frac{\rho_W}{\rho_S}\right)^{1/3} = \left(1 - \frac{998\,\mathrm{kg/m^3}}{7.9 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}\right)^{1/3} = \underline{\underline{0.96}}$$

Da nicht geschrieben wurde, um welche Stahlsorte es sich handelt, wurde die allenfalls eingeschlossene Luft gleich auch noch vernachlässigt.

7. Lösung von Aufgabe 7
a) Dichte aus dem Gewicht in Luft und in Wasser

$$F_L = \rho_M g V_M - \rho_L g V_M \quad \text{Wägung in Luft}$$
$$F_W = \rho_M g V_M - \rho_W g V_M \quad \text{Wägung in Wasser}$$
$$\Rightarrow \frac{F_L}{F_W} = \frac{\rho_M - \rho_L}{\rho_M - \rho_W} \Rightarrow$$
$$\rho_M = \frac{F_L\rho_W - F_W\rho_L}{F_L - F_W} = \frac{2.00\,\mathrm{N} \cdot 998\,\mathrm{kg/m^3} - 1.78\,\mathrm{N} \cdot 1.2\,\mathrm{kg/m^3}}{2.00\,\mathrm{N} - 1.78\,\mathrm{N}} = \underline{\underline{9.1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}}$$

b) Dichte aus der Masse der Medaille und der Masse des verdrängten Wassers

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} = \frac{m_M}{m_W} \cdot \rho_W = \frac{204.41\,\mathrm{g}}{23.9\,\mathrm{g}} \cdot 997.44\,\mathrm{kg/m^3} = \underline{\underline{8.53 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}}$$

c) Dichte aus der Masse und dem Volumen der Medaille

$$A = 2\sqrt{3} \cdot r^2 \quad \text{Fläche eines regulären Sechsecks mit Inkreisradius } r = d/2$$
$$V_M = Ah = \tfrac{\sqrt{3}}{2} d^2 h \quad \text{Volumen eines Sechseck-Prismas mit Höhe } h \text{ und Seitenabstand } d$$
$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} = \frac{2m_M}{\sqrt{3}d^2h} = \frac{2 \cdot 204.41\,\mathrm{g}}{\sqrt{3} \cdot (6.0\,\mathrm{cm})^2 \cdot 0.79\,\mathrm{cm}} = \underline{\underline{8.3\,\mathrm{g/cm^3}}}$$

Die aus a) bestimmte Dichte ist nicht einmal auf 10 % genau, der Wert aus Messung b) stimmt auf etwa 1 % und der Wert aus c) ist etwas zu tief, weil wir das Volumen etwas zu gross berechnet haben.

Die Dichte des Medaillenmaterials liegt weit unter den $10.5 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ von reinem Silber. Auch für Schmuck gebräuchliche Kupfer-Silber-Legierungen kommen nicht in Frage: Sterlingsilber mit 925/1000 Silberanteil hat $10.4 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ und die Legierung mit 800/1000 Silberanteil eine solche von $10.1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. In der Nähe des Resultats liegt hingegen sogenanntes "Neusilber", eine Legierung aus Kupfer, Nickel und Zink ohne echtes Silber. Neusilber hat eine Dichte von $8.1 - 8.7 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ (je nach Mischung).

8. Lösung von Aufgabe 8
   Da die Masse der Tankhülle nicht gegeben ist, müssen wir diese ignorieren.

   $$F_G = m_H g = \rho_H \tfrac{1}{2} V_T g = 0.86 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \tfrac{1}{2} \cdot 6.0\,\mathrm{m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{25\,\mathrm{kN}}}$$

   $$F_A = \rho_W V_T g = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 6.0\,\mathrm{m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{59\,\mathrm{kN}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$\rho_L = \bar{\rho}_B = \frac{m_{He} + m_S}{V_B} = \frac{\rho_{He}V_{He} + \rho_S V_S}{V_B} \approx \rho_{He} + \rho_W \cdot \frac{V_S}{V_B} = \rho_{He} + \rho_W \cdot \frac{4\pi r^2 d}{\frac{4\pi}{3} r^3}$$

$$= \rho_{He} + \rho_W \cdot \frac{3d}{r}$$

$$r = 3d \cdot \frac{\rho_W}{\rho_L - \rho_{He}} \approx 3 \cdot 1.0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m} \cdot \frac{1000\,\mathrm{kg/m^3}}{1.293\,\mathrm{kg/m^3} - 0.1785\,\mathrm{kg/m^3}} = \underline{\underline{2.7\,\mathrm{mm}}}$$

Die Dichten der Gase beziehen sich auf 0 °C und Normdruck, die Dichte der Seifenlösung wurde gleich jener des Wassers gesetzt. Die Näherungen verschwinden in der Rundung.

10. Lösung von Aufgabe 10

$$F_A = \rho_F g V_K = 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3} = \underline{\underline{50\,\mathrm{N}}} \qquad (5\,\mathrm{daN})$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$\rho_W \stackrel{!}{=} \bar{\rho}_F = \frac{m_F + m_W}{V_F} \Rightarrow m_W = \rho_W V_F - m_F = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1.1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3} - 0.87\,\mathrm{kg} = \underline{\underline{0.23\,\mathrm{kg}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$F_{res} = 0 \Rightarrow F_A = F_G = mg = 3.5\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2 = \underline{\underline{34\,\text{N}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

    Die Auftriebskraft ist gleich dem Gewicht des verdrängten Wassers, aber das verdrängte Wasser ist nicht identisch mit $V_K = m_E/\rho_E$, dem Volumen der Ente. Enten schlafen an der Wasseroberfläche und das verdrängte Wasser hat weniger Volumen als die Ente.

14. Lösung von Aufgabe 14

    Ein Gegenstand schwimmt, wenn seine mittlere Dichte kleiner als jene des Wassers ist. Da ein Schiff aus viel Luft und wenig Stahl besteht, ist das möglich.

Kapitel 46

Lösungen (Oberflächenspannung)

1. Lösung von Aufgabe 1

a) $V_K = \frac{4\pi}{3} r^3 \rightarrow A_K = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{3V_K}{4\pi}\right)^{2/3}$

$V_H = \frac{2\pi}{3} R^3 \rightarrow A_H = 2\pi R^2 = 2\pi \cdot \left(\frac{3V_H}{2\pi}\right)^{2/3}$

$\Rightarrow 1 - \frac{E_H}{E_K} = 1 - \frac{A_H}{A_K} = 1 - \frac{1}{2}(2)^{2/3} \approx 1 - 0.7937 = \underline{\underline{20.6\,\%}}$

b) Kugelsegment: $V = \frac{\pi}{3} h^2 (3r - h)$ Haube: $A = 2\pi r h$

$\Rightarrow r = \frac{V}{\pi h^2} + \frac{h}{3} \rightarrow A = \frac{2V}{h} + \frac{2\pi}{3} h^2$

Minimum für: $\frac{dA}{dh} = 0 \Rightarrow \frac{-2V}{h^2} + \frac{4\pi}{3} h = 0$

$\Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi}}$ Dies ist gerade der Radius der Halbkugel mit Volumen V, siehe oben.

2. Lösung von Aufgabe 2

a) $V \propto r^3 \Rightarrow R = r \cdot \left(\dfrac{2V}{V}\right)^{1/3} = 2^{1/3} \Rightarrow A_2 = 4\pi\,R^2 = 4\pi r^2 2^{2/3} = A_1 2^{2/3}$

$\Delta E = 2 \cdot \sigma A_1 - \sigma A_2 = 2\sigma A_1 - \sigma A_1 2^{2/3} = \left(2 - 2^{2/3}\right) \cdot \sigma 4\pi r^3$

$= \left(2 - 2^{2/3}\right) \cdot 0.07275\,\mathrm{J/m^2} \cdot 4\pi \cdot \left(3.4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}\right)^3 = \underline{\underline{1.5 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J}}}$

b) Umrechnung in Bewegungsenergie der zwei ursprünglichen Tröpfen (z.B.):

$\Delta E = 2 \cdot \tfrac{1}{2} m\upsilon^2 = \dfrac{4\pi}{3}\rho r^3 \upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\dfrac{3\Delta E}{4\pi\rho r^3}}$

$\upsilon = \sqrt{\dfrac{3 \cdot 1.483 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}}{4\pi \cdot 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot (3.4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m})^3}} = 9.5\,\mathrm{mm/s}$

Das sind 28 Tröpfchenradien pro Sekunde; relativ schnell für ein Tröpfchen.

Kapitel 47

Lösungen (Hydrodynamik)

47.1 Lösungen (Kontinuitätsgleichung)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\text{a) } \frac{\Delta V}{\Delta t} = A\upsilon \Rightarrow \upsilon = \frac{\Delta V/\Delta t}{d^2\pi/4} = \frac{0.015\,\mathrm{m^3/s}}{(0.140\,\mathrm{m})^2 \cdot \pi/4} = \underline{\underline{0.97\,\mathrm{m/s}}}$$

$$\text{b) } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{\rho g h \Delta V/\Delta t} = \frac{7.5 \cdot 10^3\,\mathrm{W}}{998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 75\,\mathrm{m} \cdot 0.015\,\mathrm{m^3/s}} = \underline{\underline{0.68}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = vA = v\frac{\pi}{4}d^2 \Rightarrow v = \frac{4\Delta V}{\Delta t \pi d^2} = \frac{4 \cdot 55.1 \cdot 10^6\,\mathrm{m}^3}{3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s} \cdot \pi \cdot (2.0\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{0.56\,\mathrm{m/s}}}$$

Das Resultat ist nur eine grobe Schätzung, Details siehe http://www.stadt-zuerich.ch

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\begin{aligned} q &= \Delta V/\Delta t = 7000\,\mathrm{L/s} = 7.000\,\mathrm{m^3/s} \quad \text{Volumenstrom } q \\ \Delta V &= Ah = q \cdot \Delta t \\ A &= \frac{q \cdot \Delta t}{h} = \frac{7.000\,\mathrm{m^3/s} \cdot 4\,\mathrm{h} \cdot 3600\,\mathrm{s/h}}{1 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}} = 10.08 \cdot 10^6\,\mathrm{m^2} = \underline{\underline{10.08\,\mathrm{km^2}}} \end{aligned}$$

Die Genauigkeit der Angaben ist nicht klar, vermutlich stimmt nur die Grössenordnung (10^7 m^2). Laut wikipedia hat der Greifensee eine Fläche von 8.4 km^2.

4. Lösung von Aufgabe 4

a) $\upsilon A = \upsilon\dfrac{\pi d^2}{4} = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = q \Rightarrow \upsilon = \dfrac{4q}{\pi d^2} = \dfrac{4 \cdot 0.400\,\mathrm{m^3/60\,s}}{\pi \cdot (16 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{33\,\mathrm{m/s}}}$

b) $p = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = \frac{1}{2}\rho\left(\dfrac{4q}{\pi d^2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \left(\dfrac{4 \cdot 0.400\,\mathrm{m^3/60\,s}}{\pi \cdot (16 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2}\right)^2 = 5.486\,\mathrm{bar} = \underline{\underline{5.5\,\mathrm{bar}}}$

c) $\upsilon = \dfrac{4q}{\pi d^2} = \dfrac{4 \cdot 0.400\,\mathrm{m^3/60\,s}}{\pi \cdot (75 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{1.5\,\mathrm{m/s}}}$

d) Der Strömungswiderstand respektive der Druckverlust im Schlauch wäre zu gross.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Av = 2.0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 \cdot 6.0\,\mathrm{m/s} = 1.2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s} = \underline{\underline{1.2\,\mathrm{L/s}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Av = \tfrac{\pi}{4}d^2 v \Rightarrow v = \frac{4\Delta V}{\pi d^2 \Delta t} = \frac{4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{\pi \cdot (12 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2 \cdot 2.3\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{3.8\,\mathrm{m/s}}}$$

47.2 Lösungen (Luftwiderstand)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$F_W = c_W \tfrac{\pi}{4} d^2 \tfrac{1}{2} \rho_L \upsilon^2 = 0.47 \cdot \tfrac{\pi}{8} \cdot (0.115\,\mathrm{m})^2 \cdot 1.2\,\mathrm{kg/m^3} \cdot (19\,\mathrm{m/s})^2 = \underline{\underline{1.1\,\mathrm{N}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2
   Bei hohen Geschwindigkeiten gilt wegen des Luftwiderstandes:

$$W = F_w s \propto v^2 \cdot s$$
$$P = F_w v \propto v^3$$

   Mit Stromverbrauch ist wahrscheinlich Energie- oder Leistungsbedarf gemeint. Weder das eine noch das andere nimmt exponentiell zu, sondern potenziell resp. polynomial, wenn man den Rollwiderstand dazu nimmt.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$F_W = F_G \rightarrow c_W \tfrac{\pi}{8} d^2 \rho_L v^2 = mg \Rightarrow c_W = \frac{8mg}{\pi d^2 \rho_L v^2}$$
$$= \frac{8 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2 \cdot 1.293\,\mathrm{kg/m^3} \cdot (1\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{3}}$$

Der c_w-Wert ist eher gross. Dies deutet darauf hin, dass die Schnelligkeit der Flocke vielleicht schon zu klein ist, als dass $F_w \propto v^2$ noch gilt. Für kleine Geschwindigkeiten ist $F \propto v$. Vielleicht ist die Näherung der Schneeflocke als Kreisscheibe auch zu schlecht.

4. Lösung von Aufgabe 4
   Um welchen Faktor steigt die Masse des verbrannten Benzins für eine bestimmte Strecke?

$$m \propto W \propto F_w \cdot s \propto \upsilon^2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2 = \left(\frac{128\,\mathrm{km/h}}{120\,\mathrm{km/h}}\right)^2 = \underline{\underline{1.14}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) $F_{res} = 0$ Bewegung mit konstanter Grenzgeschwindigkeit ist unbeschleunigt
   $F_W + F_R - F_{G\|} = 0$ Widerstandskräfte kompensieren parallele Komponente des Gewichts
   $F_W + \mu_R F_N - F_G \sin\alpha = 0$
   $\frac{1}{2} c_w A \rho \upsilon^2 + \mu_R mg \cos\alpha = mg \sin\alpha$
   $$\upsilon = \sqrt{\frac{2mg(\sin\alpha - \mu_R \cos\alpha)}{c_w A \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 75\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (\sin 3.7° - 0.005 \cdot \cos 3.7°)}{0.25\,\mathrm{m^2} \cdot 1.2\,\mathrm{kg/m^3}}}$$
   $= \underline{\underline{17\,\mathrm{m/s}}} = 62\,\mathrm{km/h}$

   b) $\upsilon = \sqrt{\frac{2mg\sin\alpha}{c_w A \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 75\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \sin 3.7°}{0.25\,\mathrm{m^2} \cdot 1.2\,\mathrm{kg/m^3}}} = \underline{\underline{18\,\mathrm{m/s}}}$

   c) $F_R - F_{G\|} = const \neq 0 \Rightarrow$ Das Velo würde immer schneller.

   d) $F_R - F_{G\|} = 0 \Rightarrow \mu_R mg \cos\alpha = mg \sin\alpha \Rightarrow \alpha = \arctan \mu_R = \arctan 0.005 = \underline{\underline{0.3°}}$

   Für die Dichte der Luft wurde ein typischer Wert angenommen.

6. Lösung von Aufgabe 6

   Die Luftwiderstandskraft ist gegen die Gravitationskraft vernachlässigbar, wenn man via die Zentripetalbeschleunigung die Schnelligkeit auf der Kreisbahn bestimmt.

$$F_{res} = ma_z \Rightarrow \frac{Gm_E m_S}{r^2} = \frac{m_S \upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{Gm_E}{r}}$$

$$P = F_w \cdot \upsilon = c_w A \tfrac{1}{2}\rho\upsilon^2 \cdot \upsilon = c_w A \tfrac{1}{2}\rho \cdot \left(\frac{Gm_E}{r}\right)^{3/2}$$

$$= 1.0 \cdot 1.0\,\mathrm{m}^2 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot \left(\frac{6.674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2} \cdot 5.9722 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{6.371 \cdot 10^6\,\mathrm{m} + 400 \cdot 10^3\,\mathrm{m}}\right)^{3/2} = \underline{\underline{1.6\,\mathrm{W}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$F_W \propto \upsilon^2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2 = 1.1^2 = \underline{\underline{1.2}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$F_w = c_w A \tfrac{1}{2} \rho_L \upsilon^2 = const \Rightarrow A \propto 1/\upsilon^2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{1.14}\right)^2 = \underline{\underline{0.769}} = 100\,\% - 23\,\%$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$F_w = c_w A \tfrac{1}{2}\rho_L \upsilon^2 = c_w \pi d^2 \tfrac{1}{8}\rho_L \upsilon^2 = 0.47 \cdot \pi \cdot (1.0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})^2 \cdot \tfrac{1}{8} \cdot 1.293\,\mathrm{kg/m^3} \cdot (210\,\mathrm{m/s})^2 = \underline{\underline{1.1\,\mathrm{N}}}$$

In der Lösung wurde die Dichte der Luft bei Normbedingungen verwendet, da keine Hinweise gegeben wurden. Der c_w-Wert ist wahrscheinlich zu gross (Faktor 2), denn hinter der Kugel ist die Strömung wahrscheinlich turbulent.

10. Lösung von Aufgabe 10

$$W \propto F_W \propto v^2 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 1.10^2 = \underline{\underline{1.21}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$\frac{F_w}{F_G}=\frac{\frac{1}{2}c_wA\rho_L\upsilon^2}{mg}=\frac{\frac{1}{2}c_w\frac{\pi}{4}d^2\rho_L2gh}{\frac{\pi}{6}d^3\rho_Eg}=\frac{3c_w\rho_Lh}{2d\rho_E}=\frac{3\cdot 0.47\cdot 1.293\,\mathrm{kg/m^3}\cdot 1.333\,\mathrm{m}}{2\cdot 2.00\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\cdot 7.86\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}}=\underline{\underline{7.7\cdot 10^{-3}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $P = F_w \upsilon = c_w A \frac{1}{2}\rho\upsilon^3 \Rightarrow c_w A = \dfrac{2P}{\rho\upsilon^3} = \dfrac{2 \cdot 150 \cdot 10^3\,\mathrm{W}}{1.2\,\mathrm{kg/m^3} \cdot (320\,\mathrm{m}/3.6\,\mathrm{s})^3} = \underline{\underline{0.36\,\mathrm{m}^2}}$ wenig!

b) $\Delta s = \upsilon\Delta t = \dfrac{\upsilon E}{P} = \dfrac{320\,\mathrm{m} \cdot 12.5 \cdot 10^3\,\mathrm{W} \cdot 3600\,\mathrm{s}}{3.6\,\mathrm{s} \cdot 150 \cdot 10^3\,\mathrm{W}} = \underline{\underline{26.7\,\mathrm{km}}}$

Die Lösung beruht auf der Näherung, dass neben dem Luftwiderstand die anderen Reibungskräfte vernachlässigt werden können.

13. Lösung von Aufgabe 13

a) $mg = c_w \frac{\pi}{4} d^2 \frac{1}{2} \rho v^2 \Rightarrow v = \frac{1}{d}\sqrt{\frac{8mg}{\pi c_w \rho}}$

$$v = \frac{1}{0.037\,\text{m}} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 2.35 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2}{\pi \cdot 0.47 \cdot 1.14\,\text{kg/m}^3}} = \underline{\underline{8.9\,\text{m/s}}}$$

b) $P = Fv = c_w \frac{\pi}{4} d^2 \frac{1}{2} \rho v^3 = \frac{\pi}{8} \cdot 0.47 \cdot (0.037\,\text{m})^2 \cdot 1.14\,\text{kg/m}^3 \cdot (180\,\text{m}/3.6\,\text{s})^3 = \underline{\underline{36\,\text{W}}}$

14. Lösung von Aufgabe 14

    Wenn sich ein Körper schnell bewegt, verwirbelt er die Luft hinter sich. Die kinetische Energie in den Wirbeln ist 'gespeicherte Verwirbelungsarbeit'. Der Luftwiderstand ist die Reaktionskraft auf die Kraft, welche diese Arbeit verrichtet hat.

15. Lösung von Aufgabe 15

$$F_w \propto \upsilon^2 \quad \text{wie beim Luftwiderstand}$$

$$P = F \cdot \upsilon \propto \upsilon^3 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^3 = 1.05^3 = \underline{\underline{1.16}} \quad (16\,\%\ \text{mehr Leistung})$$

16. Lösung von Aufgabe 16

a) $F_W = (c_W A) \cdot \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 = 0.3\,\mathrm{m}^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.2\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot \left(\frac{30\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}}\right)^2 = 12.5\,\mathrm{N} = \underline{\underline{1 \cdot 10^1\,\mathrm{N}}}$

b) $P = F_W \upsilon = (c_W A) \cdot \frac{1}{2}\rho \upsilon^3 = 0.3\,\mathrm{m}^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.2\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot \left(\frac{30\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}}\right)^3 = 104\,\mathrm{W} = \underline{\underline{0.1\,\mathrm{kW}}}$

47.3 Lösungen (Bernoulli)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$p_0 = p_1 + \tfrac{1}{2}\rho v^2$$
$$\Delta p = \tfrac{1}{2}\rho v^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 1.2\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \left(\frac{408\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}}\right)^2 = \underline{\underline{77\,\mathrm{hPa}}}$$

Die Abschätzung ist sehr grob, denn sie vernachlässigt die Kompressibilität der Luft und die Reibung.

47.4 Lösungen (Impulsstrom)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) Luft sei ein inkompressibles Fluid mit einer Dichte, welche den Normbedingungen entspricht. Der Luftstrom habe denselben Querschnitt wie der Rotor. Damit folgt für die mittlere Geschwindigkeit:

$$F_{Schub} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \upsilon_{Luft} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} = \upsilon_{Luft} \cdot \frac{\rho A \Delta s}{\Delta t} = \upsilon_{Luft} \cdot \rho A \upsilon_{Luft} = \tfrac{\pi}{4} d^2 \rho \upsilon_{Luft}^2$$

$$F_{Schub} = m_H g \Rightarrow$$

$$\upsilon_{Luft} = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{m_H g}{\pi\rho}} = \frac{2}{10.83\,\mathrm{m}}\sqrt{\frac{3175\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{\pi \cdot 1.293\,\mathrm{kg/m^3}}} = \underline{\underline{16.2\,\mathrm{m/s}}}$$

   Im Umfeld eines landenden Helikopters werden Windböen um 50 km/h beobachtet.

   b) Es wird kontinuierlich kinetische Energie in den Luftstrom gesteckt:

$$P = \frac{\Delta E_{kin}}{\Delta t} = \frac{\Delta m_{Luft} \upsilon_{Luft}^2}{2\Delta t} = \rho A \upsilon_{Luft} \cdot \frac{\upsilon_{Luft}^2}{2} = \tfrac{\pi}{4} d^2 \rho \tfrac{1}{2} \left(\frac{2}{d}\sqrt{\frac{m_H g}{\pi\rho}}\right)^3$$

$$= \frac{\pi\rho}{d}\left(\frac{m_H g}{\pi\rho}\right)^{3/2} = \frac{\pi \cdot 1.293\,\mathrm{kg/m^3}}{10.83\,\mathrm{m}}\left(\frac{3175\,\mathrm{kg}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{\pi \cdot 1.293\,\mathrm{kg/m^3}}\right)^{3/2}$$

$$= 251.8 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^3}} = \underline{\underline{252\,\mathrm{kW}}} \quad \cdot \frac{1\,\mathrm{PS}}{0.7355\,\mathrm{kW}} = 342\,\mathrm{PS}$$

   Die 342 PS sind zu vergleichen mit den $2 \cdot 815\,\mathrm{PS} = 1630\,\mathrm{PS}$, die maximal von den Turbinen abgegeben werden. Es ist also noch Reserve zum Steigen vorhanden (trotz schlechtem Wirkungsgrad).

Teil VIII

Lösungen Wärmelehre

Kapitel 48

Lösungen (Wärmelehre)

48.1 Lösungen (Temperatur und Wärmeausdehnung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Ein Beispiel (Flüssigkeitsthermometer) ist in Abbildung 48.1 dargestellt.

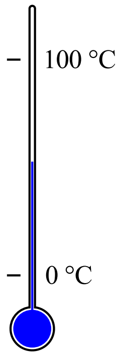


Abbildung 48.1: Ein Flüssigkeitsthermometer besteht aus einem Kolben (Glaskugel) mit dünner Kapillare (aufgesetztes, dünnes Glasröhrchen), teilweise gefüllt mit z.B. Quecksilber oder gefärbtem Alkohol. Die Flüssigkeit in der Kugel dehnt sich ungefähr linear mit wachsender Temperatur aus. Die Ausdehnung wird durch den Stand der Flüssigkeit in der Kapillare angezeigt. Nach A. Celsius hält man es in Eiswasser und markiert die Höhe des Spiegels mit 0 °C. Man hält es in siedendes Wasser und markiert die Höhe mit 100 °C. Der Zwischenraum wird gleichmässig in 100 Abschnitte geteilt.

2. Lösung von Aufgabe 2

   a) $\Delta l = \alpha l(\vartheta_5 - \vartheta_{20}) = 12 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot 1000.0\,\mathrm{mm} \cdot (5.0 - 20)\,\mathrm{K} = \underline{\underline{-0.18\,\mathrm{mm}}}$

   b) $l_0 = l + \alpha l(\vartheta_0 - \vartheta_{20}) = 1000.0\,\mathrm{mm} \cdot \left(1 + 12 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot (0.0 - 20)\,\mathrm{K}\right) = \underline{\underline{999.8\,\mathrm{mm}}}$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\Delta V = \gamma V \Delta\vartheta = 3\alpha \cdot V \cdot (\vartheta_f - \vartheta_E) = 3 \cdot 37 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot 35 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 \cdot (0 - (-18))\,\mathrm{K} = \underline{\underline{7.0 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}^3}}$$

48.2 Lösungen (Wärmekapazität)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{c \cdot \Delta m \cdot \Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{4182\,\mathrm{J/kgK} \cdot 1\,\mathrm{kg} \cdot (30-4)\,\mathrm{K}}{8\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{14\,\mathrm{kW}}}$$

   Die Genauigkeit ist nicht ganz klar; ein bis zwei signifikante Stellen sind vernünftig.

2. Lösung von Aufgabe 2

   a) $\Delta Q_E = c_E m_E \Delta\vartheta_E \approx 3.0\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{g}^{-1}\mathrm{K}^{-1}\cdot 55\,\mathrm{g}\cdot(68-5)\,\mathrm{K} = \underline{\underline{10\,\mathrm{kJ}}}$

   b) $\Delta Q_E = c_W m_W \Delta\vartheta_W \approx 4182\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\mathrm{K}^{-1}\cdot 0.5\,\mathrm{kg}\cdot(100-20)\,\mathrm{K} = 168\,\mathrm{kJ} = \underline{\underline{0.2\,\mathrm{MJ}}}$

   Das Resultat von b) ist höchstens auf ein bis zwei wesentliche Ziffern genau. Es ist nicht klar, was die Ausgangstemperatur des Kochwassers ist und wie man den ‘halben Liter’ deuten soll.

3. Lösung von Aufgabe 3
   Wir nehmen den Wert von Wasser für die spezifische Wärmekapazität des Kaffees.

$$c_W m_K(\vartheta_M - \vartheta_K) + c_T m_T(\vartheta_M - \vartheta_T) = 0 \Rightarrow \vartheta_M = \frac{c_W m_K \vartheta_K + c_T m_T \vartheta_T}{c_W m_K + c_T m_T}$$

$$\vartheta_M = \frac{4182\,\mathrm{J/kgK} \cdot 25\,\mathrm{g} \cdot 82\,^\circ\mathrm{C} + 800\,\mathrm{J/kgK} \cdot 80\,\mathrm{g} \cdot 40\,^\circ\mathrm{C}}{4182\,\mathrm{J/kgK} \cdot 25\,\mathrm{g} + 800\,\mathrm{J/kgK} \cdot 80\,\mathrm{g}} = \underline{\underline{66\,^\circ\mathrm{C}}}$$

   Der Kaffee kühlt durch Verdunstung schnell ab und die Tasse erwärmt sich nicht vollständig.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$c_u m_u(\vartheta_M - \vartheta_u) + c_W m_W(\vartheta_M - \vartheta_W) = 0 \Rightarrow c_u = \frac{c_W m_W(\vartheta_M - \vartheta_W)}{m_u(\vartheta_u - \vartheta_M)}$$

$$c_u = 4182\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot \frac{383\,\text{g}\cdot(32-21)\,°\text{C}}{469\,\text{g}\cdot(98-32)\,°\text{C}} = \underline{\underline{5.7\cdot 10^2\,\text{J/kgK}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$c_W m_W(\vartheta_M - \vartheta_W) + c_Z m_Z(\vartheta_M - \vartheta_Z) = 0 \Rightarrow \vartheta_M = \frac{c_W m_W \vartheta_W + c_Z m_Z \vartheta_Z}{c_W m_W + c_Z m_Z}$$

$$\vartheta_M = \frac{4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 0.853\,\mathrm{kg} \cdot 4.82\,°\mathrm{C} + 227\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 0.750\,\mathrm{kg} \cdot 23.0\,°\mathrm{C}}{4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 0.853\,\mathrm{kg} + 227\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 0.750\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{5.65\,°\mathrm{C}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\Delta Q = cm\Delta\vartheta = 4182\,\mathrm{J/(kgK} \cdot 10 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{K} = \underline{\underline{0.42\,\mathrm{J}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$c_E m_E \Delta\vartheta_E + c_W m_W \Delta\vartheta_E = 0 \Rightarrow m_W = -\frac{c_E m_E \vartheta_E}{c_W \vartheta_E} = -\frac{450\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}\cdot 890\,\mathrm{g}\cdot(-83\,\mathrm{K})}{4182\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}\cdot 9.4\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{846\,\mathrm{g}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{c \cdot \Delta m \cdot \Delta\vartheta}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P}{c\Delta\vartheta} = \frac{87\,\text{kW}}{4.182\,\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})\cdot 48\,\text{K}} = \underline{\underline{0.43\,\text{kg}/\text{s}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$\Delta Q = cm\Delta\vartheta \Rightarrow c = \frac{\Delta Q}{m\Delta\vartheta} = \frac{4.5\,\text{kJ}}{1.5\,\text{kg}\cdot 3.0\,^\circ\text{C}} = \underline{\underline{1.0\,\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$c_A m_A(\vartheta_M - \vartheta_A) + c_W m_W(\vartheta_M - \vartheta_W) = 0 \Rightarrow$$

$$m_W = \frac{c_A m_A(\vartheta_M - \vartheta_A)}{c_W(\vartheta_W - \vartheta_M)} = \frac{896\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}} \cdot 0.150\,\mathrm{kg} \cdot (24.0\,^\circ\mathrm{C} - 5.0\,^\circ\mathrm{C})}{4182\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}} \cdot (28.0\,^\circ\mathrm{C} - 24.0\,^\circ\mathrm{C})} = \underline{\underline{0.15\,\mathrm{kg}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

Wir berechnen die Wärme, die der Körper abgibt, wenn er sich um ein Grad Celsius abkühlt.

a) $Q_E = c_E m \Delta\vartheta = 450\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 1\,^\circ\mathrm{C} = 450\,\mathrm{kJ}$
$Q_W = c_W m \Delta\vartheta = 4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 1\,^\circ\mathrm{C} = 4182\,\mathrm{kJ}$

b) $Q_E = c_E \rho_E V \Delta\vartheta = 450\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 7.86 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 1\,^\circ\mathrm{C} = 3.54\,\mathrm{kJ}$
$Q_W = c_W \rho_W V \Delta\vartheta = 4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 0.998 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 1\,^\circ\mathrm{C} = 4.17\,\mathrm{kJ}$

Wasser speichert sowohl nach Masse als auch nach Volumen mehr Wärme als Eisen, aber nach Volumen ist der Unterschied viel kleiner.

12. Lösung von Aufgabe 12

$$P\Delta t = cm\Delta\vartheta \Rightarrow \Delta\vartheta = \frac{P\Delta t}{cm} \approx \frac{1000\,\text{W} \cdot 60\,\text{s}}{4182\,\text{J/(kgK)} \cdot 60\,\text{kg}} = \underline{\underline{0.24\,°\text{C}}}$$

Die spezifische Wärmekapazität des Sportlers ist ungefähr gleich jener von Wasser.

13. Lösung von Aufgabe 13

$$\Delta Q = cm\Delta\vartheta \approx 4.2 \cdot 10^3\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 70\,\mathrm{kg} \cdot 2.0\,^\circ\mathrm{C} = \underline{\underline{5.9 \cdot 10^5\,\mathrm{J}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$c_W m_W(\vartheta_M - \vartheta_W) + c_E m_E(\vartheta_M - \vartheta_E) + c_S m_S(\vartheta_M - \vartheta_S) = 0$$

$$\vartheta_M = \frac{c_W m_W \vartheta_W + c_E m_E \vartheta_E + c_S m_S \vartheta_S}{c_W m_W + c_E m_E + c_S m_S}$$

$$\vartheta_M = \frac{4.182 \cdot 0.400\,\text{kg} \cdot 12\,°\text{C} + 0.450 \cdot 3.1\,\text{kg} \cdot 22\,°\text{C} + 1.46 \cdot 0.500\,\text{kg} \cdot 18\,\text{K}}{4.182 \cdot 0.400\,\text{kg} + 0.450 \cdot 3.1\,\text{kg} + 1.46 \cdot 0.500\,\text{kg}}$$

$$\vartheta_M = 16.83\,°\text{C} = \underline{\underline{17\,°\text{C}}}$$

Die Einheit der spezifischen Wärmekapazität $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ist weggelassen worden, da sie sich ohnehin wegkürzt. Der Term mit den eingesetzten Grössen hätte nicht mehr auf einer Zeile Platz gehabt. Man dürfte auch noch die kg der Massenangaben weglassen, aber nicht die °C der Temperaturen.

15. Lösung von Aufgabe 15

    Die Aufgabe ist so offen, dass sie zuerst präzisiert werden muss: Ich nehme an, es sei Winter und das Spülwasser (je zehn Liter) habe vor dem Spülvorgang Zimmertemperatur, d.h. es sei vielleicht 20 °C heisser als die Umgebung. Zu unserer Schule gehören etwa 2500 Personen, die alle ein Mal pro Tag die Toilette aufsuchen. Mit diesen Zahlen ergibt sich

    $$\Delta Q = cNm_1\Delta\vartheta = 4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 2500 \cdot 10\,\mathrm{kg} \cdot 20\,\mathrm{K} = \underline{\underline{2\,\mathrm{GJ}}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

    Wir erwarten einen winzig kleinen Temperaturanstieg und organisieren die Rechnung entsprechend. Selbstverständlich nehmen wir für diese Scherzaufgabe an, dass keine Wärmeverluste etc. auftreten.

$$cm_A(\vartheta_M - \vartheta_A) + cm_P(\vartheta_M - \vartheta_P) = 0 \Rightarrow \vartheta_M = \frac{m_A\vartheta_A + m_P\vartheta_P}{m_A + m_P} \Rightarrow$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_M - \vartheta_P = \frac{m_A\vartheta_A + m_P\vartheta_P}{m_A + m_P} - \frac{(m_A + m_P)\vartheta_P}{m_A + m_P} = \frac{m_A\vartheta_A - m_A\vartheta_P}{m_A + m_P} =$$

$$\Delta\vartheta = \frac{m_A(\vartheta_A - \vartheta_P)}{m_A + m_P} = \frac{0.08\,\text{kg} \cdot (36\,^\circ\text{C} - 23\,^\circ\text{C})}{0.08\,\text{kg} + 3600\,\text{kg}} = 2.89 \cdot 10^{-4}\,^\circ\text{C} = \underline{\underline{0.3\,\text{mK}}}$$

48.3 Lösungen (Schmelzen und Verdampfen)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{c\Delta m(\vartheta_f - \vartheta_0) + \Delta m L_f}{\Delta t} = \frac{c\rho A\Delta s(\vartheta_f - \vartheta_0) + \rho A\Delta s L_f}{\Delta t} = \rho A v \cdot (c \cdot (\vartheta_f - \vartheta_0) + L_f)$$
$$\approx 7.29 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0.75 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2} \cdot 0.150\,\mathrm{m/s} \cdot (227\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot (231.9 - 20)\,\mathrm{K} + 0.596 \cdot 10^5\,\mathrm{J/K})$$
$$= \underline{\underline{88\,\mathrm{W}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

   a) $Q = m_N L_{VN} = \rho_N V_N L_{VN} = 0.809\,\mathrm{kg/L} \cdot 25'000\,\mathrm{L} \cdot 198.7 \cdot 10^3\,\mathrm{J/kg} = \underline{\underline{4.0\,\mathrm{GJ}}}$

   b) $P = \dfrac{\rho_{He} \Delta V_{He} L_{VHe}}{\Delta t} = \dfrac{0.125\,\mathrm{kg/L} \cdot 100\,\mathrm{L} \cdot 20.3 \cdot 10^3\,\mathrm{J/kg}}{30 \cdot 86400\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{98\,\mathrm{mW}}}$

   Das Helium zirkuliert in einem geschlossenen Kreislauf, die 100 L pro Monat sind nur der Verlust an Kühlmittel. Die tatsächliche Kühlleistung liegt viel höher!

3. Lösung von Aufgabe 3

a) Orangensaftmasse: $m_S = \dfrac{m_K}{f}$ zu verdampfendes Wasser: $m_V = \dfrac{(1-f)m_K}{f}$

$$Q = m_V L_V = \frac{(1-f)m_K}{f} L_V = \frac{1-0.15}{0.15} \cdot 1.44 \cdot 10^9\,\mathrm{kg} \cdot 2.4 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} = \underline{\underline{2.0 \cdot 10^{16}\,\mathrm{J}}}$$

b) Verbrennungswärme $\Delta Q = H \Delta m_{oil}$

$$\frac{\Delta m_{oil}}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{H \Delta t} = \frac{(1-f)\Delta m_K L_V}{f H \Delta t}$$

$$= \frac{(1-0.15) \cdot 30 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 2.4 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg}}{0.15 \cdot 4.27 \cdot 10^7\,\mathrm{J/kg} \cdot 1\,\mathrm{h}} \cdot \frac{24\,\mathrm{h}}{1\,\mathrm{d}} = \underline{\underline{2.3 \cdot 10^5\,\mathrm{kg/d}}}$$

Das sind mehrere Tanklastwagen pro Tag! Die Verdampfungswärme bei 45 °C ist grösser als bei 100 °C und höchstens auf zwei Ziffern genau, weil es ja nicht reines Wasser ist, das da siedet.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$c_M m_M(\vartheta_{40} - \vartheta_5) - m_D L_V + c_W m_D(\vartheta_{40} - \vartheta_{100}) + c_{Becher} m_{Becher}(\vartheta_{40} - \vartheta_5) = 0$$

$$m_D = \frac{c_M m_M(\vartheta_{40} - \vartheta_5)}{L_V - c_W(\vartheta_{40} - \vartheta_{100})} = \frac{4182\,\mathrm{J/kgK} \cdot 180\,\mathrm{g} \cdot (40\,°\mathrm{C} - 5\,°\mathrm{C})}{2.257 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} - 4182\,\mathrm{J/kgK} \cdot (40\,°\mathrm{C} - 100\,°\mathrm{C})} = 10.51\,\mathrm{g} = \underline{\underline{11\,\mathrm{g}}}$$

Die Wärme zur Erhitzung des Bechers steht stellvertretend für die Verluste und ist im Folgenden weggelassen worden. Den Term für die Abkühlung des Kondensats könnte man auch noch weglassen, nicht jedoch die Kondensationswärme des Dampfes. Die spezifische Wärmekapazität der Milch ist gleich jener von Wasser gesetzt worden.

5. Lösung von Aufgabe 5
   Die vom Poolwasser abgegebene Wärme wird vom Eis (Eis und Schmelzwasser) aufgenommen. Verluste (Poolwand, Luft, etc.) werden vernachlässigt.

$$
\begin{aligned}
& m_E L_F + c_W m_E(\vartheta_M - \vartheta_f) + c_W m_P(\vartheta_M - \vartheta_P) = 0 \\
& c_W m_E \vartheta_M + c_W m_P \vartheta_M = c_W m_P \vartheta_P + c_W m_E \vartheta_f - m_E L_F \\
& \vartheta_M = \frac{c_W m_P \vartheta_P + c_W m_E \vartheta_f - m_E L_F}{c_W m_E + c_W m_P} \qquad \text{wobei hier } \vartheta_f = 0\,^\circ\mathrm{C} \\
& \Delta\vartheta = \vartheta_M - \vartheta_P = \frac{m_P \vartheta_P - m_E L_F / c_W}{m_E + m_P} - \vartheta_P \\
& \quad = \frac{200 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 32\,^\circ\mathrm{C} - 6.0\,\mathrm{kg} \cdot 3.338 \cdot 10^5\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{kg}^{-1} / (4182\,\mathrm{J/kgK})}{6.0\,\mathrm{kg} + 200 \cdot 10^3\,\mathrm{kg}} - 32\,^\circ\mathrm{C} = \underline{\underline{-3.4\,\mathrm{mK}}}
\end{aligned}
$$

   Wie man schon hat vermuten können zeigt die Aktion keinen spürbaren Erfolg.

6. Lösung von Aufgabe 6
   Hypothese: Da es relativ viel und kaltes Eis ist, erstarrt das Wasser vollkommen. Die Mischtemperatur ϑ_M liegt unter 0 °C.

$$c_E m_E(\vartheta_M - \vartheta_E) + c_W m_W(\vartheta_f - \vartheta_W) - m_W L_f + c_E m_W(\vartheta_M - \vartheta_f) = 0$$

mit der Erstarrungstemperatur $\vartheta_f = 0\,°\text{C}$ folgt:

$$\vartheta_M = \frac{c_E m_E \vartheta_E + c_W m_W \vartheta_W + m_W L f}{c_E m_E + c_E m_W}$$

$$\vartheta_M = \frac{2100\,\text{J/kgK} \cdot 2.9\,\text{kg} \cdot (-46\,°\text{C}) + 4182\,\text{J/kgK} \cdot 0.180\,\text{kg} \cdot 48\,°\text{C} + 0.180\,\text{kg} \cdot 3.338 \cdot 10^5\,\text{J/kg}}{2100\,\text{J/kg} \cdot (2.9\,\text{kg} + 0.180\,\text{kg})}$$

$$= \underline{\underline{-28\,°\text{C}}} \quad \text{Passt zur Hypothese!}$$

Falls eine Mischtemperatur über 0 °C herausgekommen wäre, hätte die Hypothese überdacht werden müssen. Dann wäre die Endtemperatur bei 0 °C und ein Teil des Eises geschmolzen. Dass alles Eis schmilzt ist unwahrscheinlich.

7. Lösung von Aufgabe 7
   Wir setzen $L_{Milch} \approx L_{Wasser}$

$$\frac{1}{2}m_M L_f - m_D L_v + c_W m_D(\vartheta_f - \vartheta_D) = 0$$

$$m_D = \frac{\frac{1}{2}m_M L_f}{L_v - c_W(\vartheta_f - \vartheta_D)}$$

$$m_D = \frac{\frac{1}{2}200\,\text{g} \cdot 3.338 \cdot 10^5\,\text{J/kg}}{2.257 \cdot 10^6\,\text{J/kg} - 4182\,\text{J/kgK} \cdot (0 - 100\,°\text{C})}$$

$$m_D = \underline{\underline{12.5\,\text{g}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8
Es ist nicht klar, bei welcher Temperatur der Dampf kondensiert. Das nützen wir aus und vereinfachen die Rechnung: Der Dampf kühle erst auf 75 °C ab und kondensiere dann. Die Näherung verschwindet (ungefähr) in der Rundung auf ein bis zwei wesentliche Ziffern.

$$c_W m_M(\vartheta_{75} - \vartheta_{62}) - m_D L_V + c_D m_D(\vartheta_{75} - \vartheta_{138}) = 0$$

$$m_D = \frac{c_W m_M(\vartheta_{75} - \vartheta_{62})}{L_V - c_D(\vartheta_{75} - \vartheta_{138})} = \frac{4182\,\mathrm{J/kgK} \cdot 22 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot (75\,°\mathrm{C} - 62\,°\mathrm{C})}{2.3 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} - 1863\,\mathrm{J/kgK} \cdot (75\,°\mathrm{C} - 138\,°\mathrm{C})} = \underline{\underline{4.9 \cdot 10^2\,\mathrm{kg}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$P = \frac{L_V \Delta m}{\Delta t} = \frac{L_V \rho_W \Delta V}{\Delta t} = \frac{L_V \rho_W \pi r^2 \Delta h}{\Delta t}$$
$$= \frac{2.4 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} \cdot 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \pi \cdot (665 \cdot 10^3\,\mathrm{m})^2 \cdot 1.5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{d} \cdot 86400\,\mathrm{s/d}} = \underline{\underline{5.8 \cdot 10^{14}\,\mathrm{W}}}$$

Die Kondensationswärme ist bei ca. 20 °C. Die Leistung des Hurrikans ist grösser als der mittlere Energieverbrauch der ganzen Menschheit pro Zeit.

10. Lösung von Aufgabe 10
    Wir vernachlässigen die Wärmekapazität der Rohre und nehmen an, dass der Ethanoldampf die Siedetemperatur von Ethanol hat.

$$-m_E L_V + c_E m_E(\vartheta_M - \vartheta_S) + c_W m_W(\vartheta_M - \vartheta_W) = 0 \Rightarrow \vartheta_M = \frac{m_E L_V + c_E m_E \vartheta_S + c_W m_W \vartheta_W}{c_E m_E + c_W m_W} =$$

$$\frac{12.3\,\text{kg} \cdot 8.40 \cdot 10^5\,\text{J/kg} + 2.43 \cdot 10^3\,\text{J/kgK} \cdot 12.3\,\text{kg} \cdot 78.33\,°\text{C} + 4182\,\text{J/kgK} \cdot 110\,\text{kg} \cdot 17\,°\text{C}}{2.43 \cdot 10^3\,\text{J/kgK} \cdot 12.3\,\text{kg} + 4182\,\text{J/kgK} \cdot 110\,\text{kg}}$$

$$= 41.83\,°\text{C} = \underline{\underline{42\,°\text{C}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$
\begin{aligned}
\Delta Q &= c_e m \Delta(\vartheta_f - \vartheta_E) + mL_f + c_W m(\vartheta_W - \vartheta_f) \\
&= 0.055\,\mathrm{kg} \cdot (2100\,\mathrm{J/kgK} \cdot (0 + 18\,^\circ\mathrm{C}) + 3.338 \cdot 10^5\,\mathrm{J/kg} + 4182\,\mathrm{J/kgK} \cdot (37\,^\circ\mathrm{C} - 0)) \\
&= \underline{\underline{2.9 \cdot 10^4\,\mathrm{J}}}
\end{aligned}
$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$\Delta Q = cm\Delta\vartheta \Rightarrow c = \frac{\Delta Q}{m\vartheta} = \frac{(5-2.5)\cdot 10^3\,\mathrm{J}}{0.035\,\mathrm{kg}\cdot(50-10)\,^\circ\mathrm{C}} = \underline{\underline{1.8\cdot 10^3\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}}}$$

$$Q = mL_f \Rightarrow L_f = \frac{Q}{m} = \frac{(12.5-5)\cdot 10^3\,\mathrm{J}}{0.035\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{2.1\cdot 10^5\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$c_W m_W(\vartheta_M - \vartheta_W) - m_P L_f + c_P m_P(\vartheta_M - \vartheta_P) = 0 \Rightarrow \vartheta_M = \frac{m_P L_f + c_W m_W \vartheta_W + +c_P m_P \vartheta_P}{c_W m_W + c_P m_P}$$

$$\vartheta_M = \frac{12.8\,\text{g} \cdot 220 \cdot 10^3\,\text{J/kg} + 100\,\text{g} \cdot 4182\,\text{J/(kgK)} \cdot 17\,°\text{C} + 12.8\,\text{g} \cdot 2890\,\text{J/(kgK)} \cdot 60\,°\text{C}}{100\,\text{g} \cdot 4182\,\text{J/(kgK)} + 12.8\,\text{g} \cdot 2890\,\text{J/(kgK)}}$$

$$= \underline{\underline{27\,°\text{C}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$Q = mL_f = 10 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 3.338 \cdot 10^5\,\mathrm{J/kg} = 3.338 \cdot 10^9\,\mathrm{J} \cdot \frac{1\,\mathrm{kWh}}{3.6 \cdot 10^6\,\mathrm{J}} = \underline{\underline{927\,\mathrm{kWh}}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15
    Wir nehmen Normaldruck an.

$$Q = mL_v \Rightarrow m = \frac{Q}{L_v} = \frac{3.6\bar{0} \cdot 10^6\,\text{J}}{2.2569 \cdot 10^6\,\text{J/kg}} = \underline{\underline{1.5951\,\text{kg}}}$$

Die Genauigkeit ist nicht klar; ich habe ‘exakt’ 1 kWh angenommen.

16. Lösung von Aufgabe 16

$$c_E m_E \cdot (\vartheta_f - \vartheta_E) + m_E L_f + c_W m_E \cdot (\vartheta_M - \vartheta_f) + c_W m_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_W) = 0$$

$$m_E = \frac{-c_W m_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_W)}{c_E \cdot (\vartheta_f - \vartheta_E) + L_f + c_W \cdot (\vartheta_M - \vartheta_f)}$$

$$m_E = \frac{4182\,\mathrm{J/(kg\cdot K)} \cdot 280\,\mathrm{g} \cdot (23 - 4.7)\,\mathrm{K}}{2100\,\mathrm{J/(kg\cdot K)} \cdot (0 + 18)\,\mathrm{K} + 3.338 \cdot 10^5\,\mathrm{J/kg} + 4182\,\mathrm{J/(kg\cdot K)} \cdot (4.7 - 0)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{55\,\mathrm{g}}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17
    latente Verdampfungswärme $Q = mL_V$, sensible Wärme $\Delta Q = cm\Delta\vartheta$

18. Lösung von Aufgabe 18

$$c_W m_W (\vartheta_{100} - \vartheta_{25}) - m_D L_V = 0 \Rightarrow m_D = \frac{c_W m_W (\vartheta_{100} - \vartheta_{25})}{L_V}$$

$$m_D = \frac{4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 2.5\,\mathrm{kg} \cdot (100 - 25)\,°\mathrm{C}}{2.257 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg}} = \underline{\underline{0.35\,\mathrm{kg}}}$$

19. Lösung von Aufgabe 19

$$m_D L_V + c(m_t - m_D)(\vartheta_4 - \vartheta_9) = 0 \Rightarrow m_D = \frac{c m_T(\vartheta_9 - \vartheta_4)}{L_V - c(\vartheta_4 - \vartheta_9)}$$

$$m_D = \frac{4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 190\,\mathrm{g} \cdot (93\,°\mathrm{C} - 48\,°\mathrm{C})}{2.257 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} - 4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot (48\,°\mathrm{C} - 93\,°\mathrm{C})} = \underline{\underline{15\,\mathrm{g}}}$$

20. Lösung von Aufgabe 20
    Siehe Abbildung 48.2

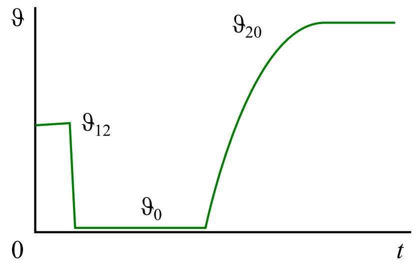


Abbildung 48.2: Mit dem Eintauchen des Eiswürfels sinkt die Temperatur im Glas rasch auf 0 °C und bleibt dort so lange, bis alles Eis geschmolzen ist. Dann steigt die Temperatur langsam auf Zimmertemperatur an. (Schema!)

21. Lösung von Aufgabe 21

$$m_S L_f + c_W m_W(\vartheta_0 - \vartheta_{75}) = 0$$

Die Masse des Eises m_E spielt nur insofern eine Rolle, als sie wesentlich grösser als die Wassermasse m_W ist, d.h. es wird nicht alles Eis schmelzen.

22. Lösung von Aufgabe 22

$$Q = mL_V = 0.500\,\mathrm{kg} \cdot 2.4 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} = \underline{\underline{1.2\,\mathrm{MJ}}} \quad \text{oder}$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{L_V \cdot \Delta m}{\Delta t} = \frac{2.4 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} \cdot 0.500\,\mathrm{kg}}{3600\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{0.33\,\mathrm{kW}}}$$

Ich habe angenommen, dass der Schweiss verdunstet (nicht tropft). Die Verdunstungstemperatur ist nicht gegeben, aber ein Wert zwischen 20 °C und 40 °C ist wohl vernünftig.

23. Lösung von Aufgabe 23

a) $\Delta Q = cm\Delta\vartheta \Rightarrow c = \dfrac{\Delta Q}{m\Delta\vartheta} = \dfrac{31 \cdot 10^6\,\mathrm{J}}{55\,\mathrm{kg} \cdot (650 - 20)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{0.89\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}}}$

b) $Q = m_A L_f \Rightarrow L_f = \dfrac{Q}{m_A} = \dfrac{31 \cdot 10^6\,\mathrm{J}}{78\,\mathrm{kg}} = 397\,\mathrm{kJ/kg} = \underline{\underline{0.40\,\mathrm{MJ/kg}}}$

c) $L_V = \dfrac{Q}{m_D} = \dfrac{31 \cdot 10^6\,\mathrm{J}}{9\,\mathrm{kg}} = 3.44\,\mathrm{MJ/kg} = \underline{\underline{3.4\,\mathrm{MJ/kg}}}$

Die beiden Antworten a) und b) sind ok, Antwort c) ist deutlich zu hoch, falls man annimmt, dass das Zeolith keinen Einfluss auf die spezifische Verdampfungswärme hat.

48.4 Lösungen (Dampfdruck und Feuchte)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$m = f\rho_s V = 0.47 \cdot 17.32\,\mathrm{g/m^3} \cdot 53\,\mathrm{m^3} = \underline{\underline{0.43\,\mathrm{kg}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

   a) Dampfdruck: $p_D(180°\text{C}) = 10.026\,\text{bar} < 12\,\text{bar} < p_D(190°\text{C}) = 12.550\,\text{bar}$
   Die Mindesttemperatur liegt in der Nähe von 190°C.

   b) $P = \dfrac{W}{\Delta t} = p \cdot \Delta V \cdot f = p \cdot 2Ah \cdot f = p\frac{\pi}{2}d^2hf$
   $= 12 \cdot 10^5\,\text{Pa} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (0.300\,\text{m})^2 \cdot 0.700\,\text{m} \cdot \dfrac{90}{60\,\text{s}} = 178\,\text{kW} = \underline{\underline{0.18\,\text{MW}}}$

   Bemerkung: $\eta = 79\,\text{kW}/178\,\text{kW} = 0.44$ ist nicht der thermodynamische Wirkungsgrad, sondern jener der Mechanik.

3. Lösung von Aufgabe 3
   Die eingeatmete Luft habe die relative Feuchte $f_1 = 50\ \%$, die ausgeatmete $f_2 = 100\ \%$. Wir nehmen $\vartheta_1 = 20\,°\text{C}$ und $\vartheta_2 = 35\,°\text{C}$ an (bei 35 °C finden wir den nächsten Tabellenwert für die Sättigungsdampfdichte). Ein Atemzug transportiere 0.5 L Dampf und das 20 Mal pro Minute. Damit folgt

   $$\begin{aligned}\text{a) } m &= (f_2\rho_2 - f_1\rho_1)V = (f_2\rho_2 - f_1\rho_1)V_1\frac{\Delta N}{\Delta t}t \\ &= \left(1.00 \cdot 0.03963\,\text{kg/m}^3 - 0.50 \cdot 0.01732\,\text{kg/m}^3\right) \cdot 5 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3 \cdot \frac{20}{60\,\text{s}} \cdot 86400\,\text{s} \\ &= 0.446\,\text{kg} = \underline{\underline{0.4\,\text{kg}}}\end{aligned}$$

   $$\text{b) } Q = mL_V = \cdots = 0.446\,\text{kg} \cdot 2.4064 \cdot 10^6\,\text{J/kg} = \underline{\underline{1\,\text{MJ}}}$$

   Der nächste Tabellenwert für die spezifische Verdampfungswärme war bei 40 °C, aber der Unterschied zu jenem bei 36 °C hat keinen Einfluss auf das Resultat (es hat ja nur eine wesentliche Ziffer).

4. Lösung von Aufgabe 4
   Wir schlagen die Siedetemperatur von Wasser bei einem Dampfdruck von $p = (1 + 12)\,\text{bar}$ in der Dampfdrucktabelle nach:

   $$\vartheta_S(12.550\,\text{bar}) = 190\,°\text{C} \quad \text{und} \quad \vartheta_S(15.544\,\text{bar}) = 200\,°\text{C}$$

   $\Rightarrow$ Die Siede- und Dampftemperatur liegt zwischen 190 und 200 °C.

   mit linearer Interpolation:

   $$\vartheta = \frac{13\,\text{bar} - 12.550\,\text{bar}}{15.554\,\text{bar} - 12.550\,\text{bar}} \cdot (200 - 190)\,°\text{C} + 190\,°\text{C} = 191.498\,°\text{C} = \underline{\underline{191\,°\text{C}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\rho = f_r \rho_S(24\,°\mathrm{C}) = 0.37 \cdot 21.81\,\mathrm{g/m^3} = 8.0697\,\mathrm{g/m^3}$$

a) $\rho_S(6\,°\mathrm{C}) = 7.27\,\mathrm{g/m^3} < \rho < \rho_S(8\,°\mathrm{C}) = 8.28\,\mathrm{g/m^3}$

b) $\vartheta_T = \dfrac{8.0697\,\mathrm{g/m^3} - 7.27\,\mathrm{g/m^3}}{8.28\,\mathrm{g/m^3} - 7.27\,\mathrm{g/m^3}} \cdot (8\,°\mathrm{C} - 6\,°\mathrm{C}) + 6\,°\mathrm{C} = \underline{\underline{7.6\,°\mathrm{C}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$m = \rho V = f_r \rho_S(26\,°\mathrm{C})V = 0.73 \cdot 0.02440\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 180\,\mathrm{m^3} = \underline{\underline{3.2\,\mathrm{kg}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

   Dampfdrucktabelle: $p_S(300\,°\mathrm{C}) = 85.903\,\mathrm{bar}$, $p_S(350\,°\mathrm{C}) = 165.32\,\mathrm{bar}$
   lineare Interpolation (Mittelwert): $p_S(325\,°\mathrm{C}) \approx 126\,\mathrm{bar}$

   Der Druck im Reaktor ist höher als der Dampfdruck, d.h. das Wasser siedet nicht; die Angaben passen in dieser Hinsicht zusammen.

8. Lösung von Aufgabe 8
   In der FoTa findet sich eine Dampfdrucktabelle von Propan (Kältemittel) sowie der kritische Punkt und die Erstarrungstemperatur. Trägt man diese Daten in ein $p(T)$-Diagramm ein, erhält man Abb. 48.3.

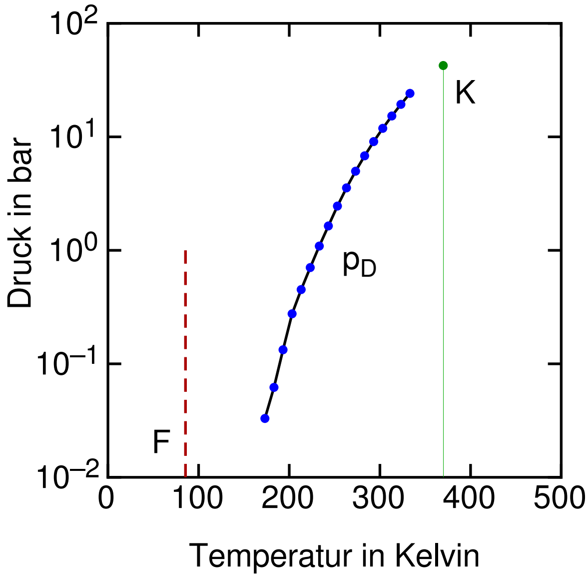


Abbildung 48.3: Zustandsdiagramm von Propan
p_D ist die Dampfdruckkurve und K der kritische Punkt. Bei der Erstarrungstemperatur (F) 85.55 K *aus der FoTa ist der Druck nicht klar. (Der Tripelpunkt fest-flüssig-gasig wäre bei* 85.45 K *und* $1.96 \cdot 10^{-9}$ bar.*) Unterhalb der Dampfdruckkurve ist Propan gasförmig, darüber flüssig. Rechts von K ist Propan gasförmig und links von F fest.*

9. Lösung von Aufgabe 9
   In der Tabelle stehen die Dampfdrücke bei 100 °C und 105 °C.

$$p_D(101\,°\mathrm{C}) = \frac{101\,°\mathrm{C} - 100\,°\mathrm{C}}{105\,°\mathrm{C} - 100\,°\mathrm{C}} \cdot (120.80\,\mathrm{kPa} - 101.32\,\mathrm{kPa}) + 101.32\,\mathrm{kPa} = \underline{\underline{111\,\mathrm{kPa}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$m_D = m_W \Rightarrow \rho_D A h_D = \rho_W A h_W \Rightarrow h_W = h_D \frac{\rho_D}{\rho_W} = 2.5\,\mathrm{m} \cdot \frac{0.02726\,\mathrm{kg/m^3}}{998\,\mathrm{kg/m^3}} = \underline{\underline{68\,\mu\mathrm{m}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{2.8\,\mathrm{kg}}{37\,\mathrm{m}^3} = 0.076\,\mathrm{kg/m^3}$$

FoTa: $\rho_s(45\,°\mathrm{C}) = 0.06545\,\mathrm{kg/m^3}$ $\qquad \rho_S(50\,°\mathrm{C}) = 0.0830\,\mathrm{kg/m^3}$

$$\vartheta = \frac{0.076\,\mathrm{kg/m^3} - 0.06545\,\mathrm{kg/m^3}}{0.0830\,\mathrm{kg/m^3} - 0.06545\,\mathrm{kg/m^3}} \cdot (50\,°\mathrm{C} - 45\,°\mathrm{C}) + 45\,°\mathrm{C} = \underline{\underline{48\,°\mathrm{C}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12
    Ich nehme 100 % relative Feuchte an.

$$m = \rho_s V = 0.02726\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 6000\,\mathrm{kg/m^3} = \underline{\underline{164\,\mathrm{kg}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

a) $\vartheta_s(47.34\,\text{kPa}) = 80\,°\text{C} < \vartheta_s(51.3\,\text{kPa}) < \vartheta_s(57.81\,\text{kPa}) = 85\,°\text{C}$

b) $\vartheta_s(51.3\,\text{kPa}) = \dfrac{51.3\,\text{kPa} - 47.34\,\text{kPa}}{57.81\,\text{kPa} - 47.34\,\text{kPa}} \cdot (85\,°\text{C} - 80\,°\text{C}) + 80\,°\text{C} = \underline{\underline{82\,°\text{C}}}$

14. Lösung von Aufgabe 14
    Wenn der Raum verkleinert wird, so kondensiert Wasserdampf und der Druck bleibt gleich dem Sättigungsdampfdruck. Wenn die Temperatur erhöht wird, steigt der Druck überproportional an.

15. Lösung von Aufgabe 15

a) $p_8 = p_s(98\,°\mathrm{C}) = 94.30\,\mathrm{kPa} < p_s < p_s(99\,°\mathrm{C}) = 97.76\,\mathrm{kPa} = p_9$

b) $p_s = \dfrac{\vartheta_s - \vartheta_8}{\vartheta_9 - \vartheta_8} \cdot (p_9 - p_8) + p_8 = \dfrac{98.8\,°\mathrm{C} - 98\,°\mathrm{C}}{99\,°\mathrm{C} - 98\,°\mathrm{C}} \cdot (97.76\,\mathrm{kPa} - 94.30\,\mathrm{kPa}) + 94.30\,\mathrm{kPa}$

$= 97.068\,\mathrm{kPa} = \underline{\underline{97.1\,\mathrm{kPa}}}$

16. Lösung von Aufgabe 16

$$\rho_s(40\,°\text{C}) = 50.17\,\text{g/m}^3 \quad \text{Sättigungsdampfdichte}$$
$$\rho_s(45\,°\text{C}) = 65.45\,\text{g/m}^3$$
$$\rho_s(43\,°\text{C}) \approx \frac{43-40}{45-40}\cdot(65.45-50.17)\,\text{g/m}^3 + 50.17\,\text{g/m}^3 = 59.3\,\text{g/m}^3$$
$$f_r = \frac{\rho_a(43\,°\text{C})}{\rho_s(43\,°\text{C})} = \frac{\rho_s(35\,°\text{C})}{\rho_s(43\,°\text{C})} = \frac{39.63\,\text{g/m}^3}{59.3\,\text{g/m}^3} = \underline{\underline{66.8\,\%}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17

a) $m_D L_V = c_B m_B \Delta\vartheta \Rightarrow \Delta\vartheta = \dfrac{m_D L_V}{c_B m_B} = \dfrac{1.3\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 2.4419\cdot 10^{6}\,\mathrm{J/kg}}{4182\,\mathrm{J/(kgK)}\cdot 0.500\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{1.5\,°\mathrm{C}}}$

b) $\rho_S(\vartheta_T) = f\cdot\rho_S(\vartheta_L) = 0.60\cdot 27.26\,\mathrm{g/m^3} = 16.356\,\mathrm{g/m^3}$

$\rho_S(18\,°\mathrm{C}) = 15.39\,\mathrm{g/m^3} < 16.4\,\mathrm{g/m^3} < \rho_S(20\,°\mathrm{C}) = 17.32\,\mathrm{g/m^3}$

Die Kondensationswärme wurde bei 25 °C genommen. Mit linearer Interpolation erhält man einen Taupunkt von 19.0 °C.

18. Lösung von Aufgabe 18

    Der Umgebungsdruck muss gleich dem Dampfdruck sein: $p = 5624\,\mathrm{Pa} \approx 0.05\,\mathrm{bar}$. Die Rechnung ist wichtig für Astronauten: Bei einer Dekompression (durch z.B. durch ein Loch im Raumanzug) beginnt das Blut zu sieden und das Gewebe bläst sich auf.

19. Lösung von Aufgabe 19

a) Dampfdrucktabelle: zwischen $p_S(96\,°\text{C}) = 87.68\,\text{kPa}$ und $p_S(97\,°\text{C}) = 90.94\,\text{kPa}$

mit linearer Interpolation: $\vartheta_S = \dfrac{89.23\,\text{kPa} - 87.68\,\text{kPa}}{90.94\,\text{kPa} - 87.68\,\text{kPa}} \cdot (97\,°\text{C} - 96\,°\text{C}) + 96\,°\text{C} = \underline{\underline{96.48\,°\text{C}}}$

b) Dampfdichtetabelle: $\rho_S(20\,°\text{C}) = 17.32\,\text{g/m}^3 \qquad \rho_S(22\,°\text{C}) = 19.44\,\text{g/m}^3$

lin. Interpolation: $\rho_S(21.5\,°\text{C}) = \dfrac{21.5 - 20}{22 - 20} \cdot (19.44 - 17.32)\,\text{g/m}^3 + 17.32\,\text{g/m}^3 = 18.91\,\text{g/m}^3$

$\rho_a = f_r \rho_S(21.5\,°\text{C}) = 0.52 \cdot 18.91\,\text{g/m}^3 = 9.833\,\text{g/m}^3$

Dampfdichtetabelle: $\rho_S(10\,°\text{C}) = 9.41\,\text{g/m}^3 \qquad \rho_S(12\,°\text{C}) = 10.67\,\text{g/m}^3$

lin. Interpolation: $\vartheta_T = \dfrac{9.833 - 9.41}{10.67 - 9.41} \cdot (12 - 10)\,°\text{C} + 10\,°\text{C} = 10.67\,°\text{C} = \underline{\underline{10.7\,°\text{C}}}$

20. Lösung von Aufgabe 20

a) $cm_B\Delta\vartheta - m_D L_v + cm_D\Delta\vartheta = 0 \Rightarrow \Delta\vartheta = \dfrac{m_D L_v}{c\cdot(m_B+m_D)}$

$$\Delta\vartheta = \frac{1.3\,\mathrm{g}\cdot 2.5009\cdot 10^6\,\mathrm{J/kg}}{4182\,\mathrm{J/(kgK)}\cdot(500\,\mathrm{g}+1.3\,\mathrm{g})} = \underline{\underline{1.6\,\mathrm{K}}}$$

b) absolute Feuchte: $\rho_a = \rho_s\,(28\,°\mathrm{C})\,f = 0.02726\,\mathrm{kg/m^2}\cdot 0.635 = 0.0173\,\mathrm{kg/m^3} = \rho_s\left(\underline{\underline{20\,°\mathrm{C}}}\right)$

21. Lösung von Aufgabe 21

Dampfdrucktabelle: $p_{97} = 90.94\,\text{kPa}$, $p_{98} = 94.30\,\text{kPa}$, $p_{99} = 97.76\,\text{kPa}$, $p_{100} = 101.32\,\text{kPa}$
Die Siedetemperatur schwankt etwa zwischen 98 °C und 100 °C. Genauer:

$$\vartheta_{940} = \frac{94.0 - 90.94}{94.30 - 90.94} \cdot (98 - 97)\,°\text{C} + 97\,°\text{C} = 97.91\,°\text{C}$$

$$\vartheta_{990} = \frac{99.0 - 97.76}{101.32 - 97.76} \cdot (100 - 99)\,°\text{C} + 99\,°\text{C} = 99.35\,°\text{C}$$

Kapitel 49

Lösungen (Wärmetransport)

49.1 Lösungen (Wärmemitführung)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\text{a) } Av = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{\Delta V/\Delta t}{bh} = \frac{90 \cdot 10^6\,\mathrm{m^3/s}}{100 \cdot 10^3\,\mathrm{m} \cdot 800\,\mathrm{m}} = 1.125\,\mathrm{m/s} = \underline{\underline{1.1\,\mathrm{m/s}}}$$

$$\text{b) } P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{c\Delta m\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{c\rho\Delta V\Delta\vartheta}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Delta\vartheta = \frac{P}{c\rho}\frac{\Delta t}{\Delta V} = \frac{1.3 \cdot 10^{15}\,\mathrm{W}}{4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 998\,\mathrm{kg/m^3}} \cdot \frac{1}{90 \cdot 10^6\,\mathrm{m^3/s}} = \underline{\underline{3.5\,^\circ\mathrm{C}}}$$

   Ziemlich sicher variiert die Temperatur über den Querschnitt und es gibt lokale Temperaturspitzen. Auch die berechnete Strömungsgeschwindigkeit ist lediglich ein Mittelwert (von korrekter Grössenordnung).

2. Lösung von Aufgabe 2

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{c_P \Delta m \Delta\vartheta}{\Delta t} = c_P \cdot \rho \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot \Delta\vartheta$$
$$= 1005\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}} \cdot 1.293\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \frac{30 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m3}}{60\,\mathrm{s}} \cdot (37-(-20))\,^\circ\mathrm{C} = 111\,\mathrm{W} = \underline{\underline{1 \cdot 10^2\,\mathrm{W}}}$$

Die Rechnung ist eine Abschätzung, denn die spez. Wärmekapazität bezieht sich auf 20 °C, aber die Dichte auf Normbedingungen (0 °C, 1.013 bar). Die Grössenordnung des Resutats ist korrekt. Die Luft wird entlang des Atemweges aufgeheizt, aber beim Ausatmen geht diese Wärme nicht komplett verloren, sondern heizt z.B. die Nase wieder auf (Prinzip des Wärmetauschers).

3. Lösung von Aufgabe 3

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{c \cdot \Delta V \cdot \rho \cdot \Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{4182\,\mathrm{Jkg^{-1}K^{-1}} \cdot 1.200\,\mathrm{m^3} \cdot 978\,\mathrm{kg/m^3} \cdot (68-20)\,\mathrm{K}}{60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{3.9\,\mathrm{MW}}}$$

Die Dichte von Wasser bei 70 °C beträgt 977.76 $\mathrm{kg/m^3}$.

4. Lösung von Aufgabe 4
   Annahmen: Meine spez. Wärmekapazität sei gleich jener des Wassers. Das Duschwasser erwärme sich auf die mittlere Körpertemperatur von (39 °C-36 °C)/2=37.5 °C während es den Körper hinab läuft. Ich kühle gleichmässig ab.

$$cm_K(\vartheta_{39} - \vartheta_{36}) = c\tfrac{\Delta m}{\Delta t} \cdot (\vartheta_{37} - \vartheta_{18}) \cdot t \Rightarrow t = \frac{m_K(\vartheta_{39} - \vartheta_{36})}{\frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot (\vartheta_{37} - \vartheta_{18})}$$

$$t = \frac{72\,\text{kg} \cdot (39\,°\text{C} - 36\,°\text{C})}{0.10\,\text{kg/s} \cdot (37.5\,°\text{C} - 18\,°\text{C})} = 111\,\text{s} = \underline{\underline{1.8\,\text{min}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\begin{aligned} P &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{c \cdot \rho \cdot \Delta V \cdot (\vartheta_8 - \vartheta_6)}{\Delta t} \\ &= \frac{4.2 \cdot 10^3\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 978\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0.030\,\mathrm{m^3} \cdot (83 - 60)\,\mathrm{K}}{60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{47\,\mathrm{kW}}} \end{aligned}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$P_1 = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{c_L m_L \Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{c_L \rho_L \Delta V \Delta\vartheta}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{P_1}{c_L \rho_L \Delta\vartheta} =$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2000\,\mathrm{W}}{1005\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 1.2\,\mathrm{kg/m^3} \cdot (550-20)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{3.1\,\mathrm{L/s}}} = 0.19\,\mathrm{m^3/min}$$

49.2 Lösungen (Wärmeleitung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Der Energieverlust ist proportional zur Temperaturdifferenz innen-aussen.

$$\Delta m \propto \Delta Q \propto \Delta\vartheta \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} \approx \frac{(22-0)\,°\mathrm{C}}{(20-0)\,°\mathrm{C}} = \underline{\underline{1.1}} \quad \text{Er steigt ungefähr um } 10\,\%.$$

2. Lösung von Aufgabe 2

   Luft leitet Wärme schlecht, aber das kommt nur zum Tragen, wenn sie sich nicht bewegt. Haare unterbinden die Konvektion.

3. Lösung von Aufgabe 3

   Im Tee kann Wärme durch Konvektion an die Oberfläche transportiert werden. Dieser Prozess ist im Apfelmus nicht möglich. Im Mus kann Wärme nur durch Wärmeleitung an die Oberfläche transportiert werden, was wesentlich länger dauert. An der Oberfläche des Tees kann Wasser ungehindert verdunsten, beim Apfelmus wird die Diffusion des Wassers durch die festen Bestandteile etwas behindert.

49.3 Lösungen (Wärmestrahlung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Die Lampe strahle in alle Richtungen gleichmässig und unsere Augen seien für das Licht von Sonne und Lampe gleich empfindlich.
   Die Bestrahlungsstärken $J = P/A$ müssen gleich sein, damit Stern und Lampe gleich hell erscheinen:

$$\frac{P_L}{4\pi r_L^2} = \frac{P_S}{4\pi r_S^2} \Rightarrow r_L = r_S \cdot \sqrt{\frac{P_L}{P_S}} = 10\,\mathrm{ly} \cdot 9.46 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{ly}} \cdot \sqrt{\frac{1\,\mathrm{W}}{3.846 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}}} = 4.8\,\mathrm{km} = \underline{\underline{5\,\mathrm{km}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$J_S = \frac{P}{A\cdot\Delta t} = \frac{\Delta m\cdot L_V}{A\cdot\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta m}{A\cdot\Delta t} = \frac{J_S}{L_V} = \frac{1366\,\mathrm{W/m^2}}{2.4\cdot10^6\,\mathrm{J/kg}} = 5.7\cdot10^{-4}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^2 s}} = \underline{\underline{2.0\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^2 h}}}}$$

Die Solarkonstante J_S als Mass für die Sonneneinstrahlung ist sicher zu hoch. Die spezifische Verdampfungswärme ist für ca. 20 – 40 °C.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$Q = mL_V = \varrho V L_V = 998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1400 \cdot 10^9\,\mathrm{m^3} \cdot 2.45 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} = \underline{\underline{3.42 \cdot 10^{21}\,\mathrm{J}}}$$

$$\frac{Q}{J_S A \Delta t} = \frac{\varrho V L_V}{J_S \pi r^2 \Delta t} = \frac{998\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1400 \cdot 10^9\,\mathrm{m^3} \cdot 2.45 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg}}{1366\,\mathrm{W/m^2} \cdot \pi \cdot (6.371 \cdot 10^6\,\mathrm{m})^2 \cdot 86400\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{22.7\,\%}}$$

Dichte und Kondensationswärme sind auf 20 °C bezogen.

4. Lösung von Aufgabe 4
   Im Maximum nimmt die Oberfläche gleich viel Sonnenlicht auf wie sie Wärme abstrahlt:

$$\varepsilon J_S = \varepsilon\sigma T^4 \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{J_S}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1366\,\mathrm{W/m^2}}{5.6704\cdot 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2K^4)}}} = \underline{\underline{394.0\,\mathrm{K}}} \mathrel{\widehat{=}} 121\,^\circ\mathrm{C}$$

   Die Maximaltemperatur ist dieselbe wie bei einem schwarzen Körper. Ein grau oder weiss aussehender Körper wird deshalb nicht so heiss, weil er im Sichtbaren wenig absorbiert, aber im Bereich der Wärmestrahlung (Infrarot) nahezu schwarz sein kann. Bei einem ‘grauen Körper’ ist das explizit ausgeschlossen.

5. Lösung von Aufgabe 5
   Im Gleichgewicht nimmt die Oberfläche gleich viel Sonnenenergie auf wie sie Wärme abstrahlt. Der auf die Oberfläche treffende Energiestrom ist proportional zum Kosinus des Einfallswinkels.

$$\sigma T^4 = J_S \cos\alpha \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{J_S \cos\alpha}{\sigma}}$$

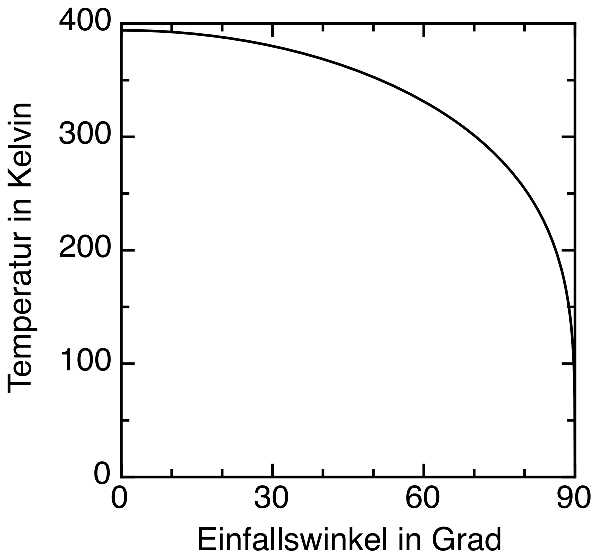


Abbildung 49.1: Die Temperatur der Oberfläche nimmt mit zunehmendem Einfallswinkel ab. Bei senkrechtem Einfall (0°) *werden ca.* 121 °*C erreicht, bei streifendem Einfall* (90°) *sinkt die Temperatur stark ab. Die Temperatur sinkt sogar auf* 0 K*, falls der Körper hinter der Oberfläche keine Wärme speichern oder ableiten kann.*

6. Lösung von Aufgabe 6

$$P_S \Delta t = mL_f \Rightarrow J_S A \Delta t = \rho A h L_f \Rightarrow$$
$$\Delta t = \frac{\rho h L_f}{J_S} = \frac{400\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0.30\,\mathrm{m} \cdot 3.338 \cdot 10^5\,\mathrm{J/kg}}{1366\,\mathrm{W/m^2}} = 2.93 \cdot 10^4\,\mathrm{s} = 8.1\,\mathrm{h}$$

Annahmen: Die Sonne scheint die ganze Zeit senkrecht auf den Schnee, die Erdatmosphäre absorbiert kein Licht, dafür der Schnee alles (ist z.B. mit schwarzem Staub bedeckt).

7. Lösung von Aufgabe 7

$$aJ_S = \sigma T^4 \Rightarrow$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{aJ_S}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{0.50 \cdot 1366\,\mathrm{W/m^2}}{5.6704 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2K^4)}}} = 331\,\mathrm{K} \mathrel{\hat{=}} (331.285 - 273.15)\,°\mathrm{C} = \underline{\underline{58\,°\mathrm{C}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$aJ_S = \varepsilon\sigma T^4 \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{aJ_S}{\varepsilon\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{0.90 \cdot 1366\,\mathrm{W/m^3}}{0.07 \cdot 5.670 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2K^4}}} = 746\,\mathrm{K} = \underline{\underline{7 \cdot 10^2\,\mathrm{K}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \rightarrow J = \sigma T^4 = \sigma \cdot \left(\frac{b}{\lambda_{max}}\right)^4$$

$$J = 5.670 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2K^4)} \cdot \left(\frac{2.898 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Km}}{4.38 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}}\right)^4 = \underline{\underline{10.9\,\mathrm{kW/m^2}}}$$

Annahme: Die Oberfläche strahlt wie ein schwarzer Körper.

Kapitel 50

Lösungen (Gasgesetze)

50.1 Lösungen (Stoffmenge und Teilchenzahl)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) $60\,\frac{\text{pg}}{\text{mL}} = 60\frac{10^{-12}\cdot 10^{-3}\,\text{kg}}{10^{-3}\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3} = 60\cdot 10^{-9}\,\text{kg/m}^3 = \underline{\underline{6.0\cdot 10^{-8}\,\text{kg/m}^3}}$

   b) $\frac{n}{V} = \frac{m}{MV} = \frac{60\cdot 10^{-12}\,\text{g}}{232.28\,\text{g/mol}\cdot 10^{-3}\,\text{L}} = \underline{\underline{2.6\cdot 10^{-10}\,\text{mol/L}}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\mu_H = \frac{m_H}{m_H + m_{He}} \Rightarrow m_H = \mu_H \cdot (m_H + m_{He}) \;\text{ analog: }\; m_{He} = \mu_{He} \cdot (m_H + m_{He})$$

$$\nu_H = \frac{n_H}{n_H + n_{He}} = \frac{\frac{m_H}{M_H}}{\frac{m_H}{M_H} + \frac{m_{He}}{M_{He}}} = \frac{\frac{\mu_H \cdot (m_H + m_{He})}{M_H}}{\frac{\mu_H \cdot (m_H + m_{He})}{M_H} + \frac{\mu_{He} \cdot (m_H + m_{He})}{M_{He}}} \rightarrow$$

$$\nu_H = \frac{\frac{\mu_H}{M_H}}{\frac{\mu_H}{M_H} + \frac{\mu_{He}}{M_{He}}} = \frac{\frac{0.75}{1.00794\,\mathrm{g/mol}}}{\frac{0.75}{1.00794\,\mathrm{g/mol}} + \frac{0.25}{4.00260\,\mathrm{g/mol}}} = 0.92 = \underline{\underline{92\,\%}}$$

$$\nu_{He} = \frac{\frac{\mu_{He}}{M_H}}{\frac{\mu_H}{M_H} + \frac{\mu_{He}}{M_{He}}} = \frac{\frac{0.25}{4.00260\,\mathrm{g/mol}}}{\frac{0.75}{1.00794\,\mathrm{g/mol}} + \frac{0.25}{4.00260\,\mathrm{g/mol}}} = 0.077 = \underline{\underline{7.7\,\%}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3
   ^2H ist das Wasserstoff-Isotop Deuterium mit 2 Nukleonen im Kern, H_2 ist ein Wasserstoff-Molekül aus 2 Atomen.

4. Lösung von Aufgabe 4
   Wenn die Angabe 'Sn' lautet, kennt man nur das Element. Man muss in der Tabelle der molaren Massen nachschlagen (allenfalls im Periodensystem der Elemente). Lautet die Angabe dagegen 'Sn-112', so kann man in der Tabelle der stabilen Nuklide die genauere atomare Masse nachschlagen. Elemente stellen meist ein Gemisch verschiedener Isotope dar; das ist der normale Fall in der Chemie. In der Atomphysik hat man es dagegen oft mit einzelnen Atomen zu tun, deren Masse unter Umständen stark vom Mittelwert abweicht.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$m = nM = 2.888\,888\,\mathrm{mol} \cdot 207.2\,\mathrm{g/mol} = \underline{\underline{598.6\,\mathrm{g}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6
   Die Zahl der Natriumatome ist gleich der Zahl der 'NaCl-Einheiten'.

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{\rho V \cdot N_A}{M_{Na} + M_{Cl}} = \frac{2.17\,\mathrm{g/cm^3} \cdot 1.0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{cm^3} \cdot 6.0221 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}{(22.990 + 35.453)\,\mathrm{g/mol}} = \underline{\underline{2.24 \cdot 10^{19}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

   1 Mol ist die *Stoffmenge* eines Systems, das aus ebenso vielen Teilchen besteht, wie Atome in 0.012 kg des Nuklids C-12 enthalten sind.

8. Lösung von Aufgabe 8

a) $n = \frac{m}{M} = \frac{\rho V}{6M_C + 6M_H} = \frac{0.879 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3}}{6 \cdot 12.0107 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol} + 6 \cdot 1.00794 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}} = \underline{\underline{11.3\,\mathrm{mol}}}$

b) $N = nN_A = \frac{\rho V N_A}{6M_C + 6M_H} = \frac{879\,\mathrm{g/L} \cdot 1\,\mathrm{L} \cdot 6.0221 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}{6 \cdot 12.0107\,\mathrm{g/mol} + 6 \cdot 1.00794\,\mathrm{g/mol}} = \underline{\underline{6.78 \cdot 10^{24}}}$

9. Lösung von Aufgabe 9

   Ein Kohlenstoffatom gehört jeweils zu drei benachbarten Gitter-Waben. Zu einer Wabe gehören also nur ein Drittel aller Atome an seinen Ecken, also zwei Kohlenstoffatome. Die Fläche einer Wabe ist sechs mal die Fläche eines gleichseitigen Dreiecks mit Kantenlänge s. Somit folgt für die Massenbelegung σ:

   $$A_6 = 6 \cdot \tfrac{1}{2} s \cdot \tfrac{\sqrt{3}}{2} s = \tfrac{3\sqrt{3}}{2} s^2$$

   $$\sigma = \frac{2\bar{m}_C}{A_6} = \frac{4\bar{m}_C}{3\sqrt{3}s^2} = \frac{4 \cdot 12.0107 \cdot 1.660539 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}{3\sqrt{3} \cdot (142 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}^2)^2} = \underline{\underline{7.61 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{kg/m^2}}}$$

   In wikipedia findet man den Wert $7.57 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{kg/m^2}$.

10. Lösung von Aufgabe 10

    Die molare Masse ist Masse pro Stoffmenge und hat die Einheit kg/mol. Die atomare Masse ist die Masse pro Teilchen (pro Atom) und wird in kg oder in u (units) angegeben. Der Zahlenwerte sind gleich, wenn die molare Masse in g/mol und die atomare Masse in u (units) angegeben wird, weil beide Einheiten auf das Isotop C-12 bezogen sind. In den Einheiten kg/mol sowie kg sind die Zahlenwerte natürlich ganz verschieden.

50.2 Lösungen (Zustandsgleichung des idealen Gases)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$V_{mn} \approx 22.4\,\mathrm{L/mol} \qquad \text{molares Normvolumen}$$
$$N = \frac{V_L}{V_{mn}} \cdot N_A = \frac{4.5\,\mathrm{L}}{22.4\,\mathrm{L/mol}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1} = \underline{\underline{1.2 \cdot 10^{23}}}$$

Der Unterschied zwischen Normbedingungen und den Bedingungen in der Lunge verschwindet in den Annahmen zur Grösse der Lunge.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$Ah = V = V_{mn}n = V_{mn}\frac{m}{M} \Rightarrow h = \frac{V_{mn}m}{AM}$$

$$h = \frac{22.41 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3/mol} \cdot 32 \cdot 10^{12}\,\mathrm{kg}}{5.1007 \cdot 10^{17}\,\mathrm{m^2} \cdot (12.01 + 2 \cdot 16.00) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}} = \underline{\underline{32\,\mu\mathrm{m}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

a) $p = \frac{nRT}{V} = \frac{mRT}{MV} = \frac{2.5\,\text{kg} \cdot 8.314\,\text{J/(mol}\cdot\text{K)} \cdot (273.15 + 20)\,\text{K}}{(12.01 + 2 \cdot 16.00) \cdot 10^{-3}\,\text{kg/mol} \cdot 3.35 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3} = \underline{\underline{4.1 \cdot 10^7\,\text{Pa}}}$

b) $20\,°\text{C} < \vartheta_{krit} = 31\,°\text{C} \Rightarrow p_{Dampf} = 57.33\,\text{bar}$ Es ist teilweise kondensiert!

c) $V = \frac{nRT}{p} = \frac{mRT}{Mp} \frac{2.5\,\text{kg} \cdot 8.314\,\text{J/(mol}\cdot\text{K)} \cdot 273.15\,\text{K}}{(12.01 + 2 \cdot 16.00) \cdot 10^{-3}\,\text{kg/mol} \cdot 1.013 \cdot 10^5\,\text{Pa}} = \underline{\underline{1.3\,\text{m}^3}}$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\frac{p}{T} = const \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{0.983\,\text{bar} \cdot (273.15 + 48)\,\text{K}}{(273.15 + 21)\,\text{K}} = \underline{\underline{1.073\,\text{bar}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5
   Bei hohen Temperaturen kann der Druck in guter Näherung durch die Zustandsgleichung des idealen Gases beschreiben werden, siehe Abb. 50.1.

$$p \propto T$$

$$p(500\,\mathrm{K}) = \frac{nRT}{V} = \frac{1.00\,\mathrm{mol} \cdot 8.314\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot 500\,\mathrm{K}}{22.4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3} = 1.86\,\mathrm{bar}$$

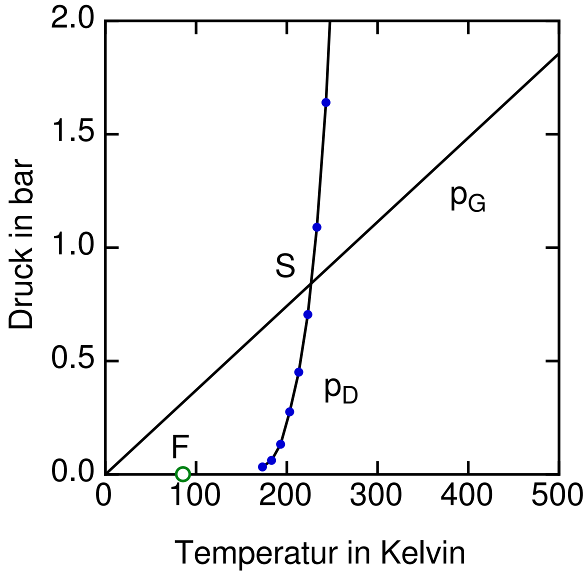


Abbildung 50.1: Druck in einem Gefäss mit 22.4 L *Volumen und* 1.00 mol *Propan*
Von 500 K *bis ca.* 225 K *ist der Druck proportional zur absoluten Temperatur (p_G). Bei S wird der Sättigungsdampfdruck erreicht und Propan beginnt zu kondensieren. Darunter folgt der Druck der Dampfdruckkurve p_D. Bei F (ca.* 85.55 K*) erstarrt das flüssige Propan und der Gasdruck entspricht dem nochmals kleineren Sublimationsdruck.*

6. Lösung von Aufgabe 6
   Rechnung unter der Annahme, dass der Dampf einatomig ist:

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V} = \frac{pVM}{RTV} = \frac{pM}{RT} = \frac{0.822\,\mathrm{Pa} \cdot 1 \cdot 200.59\,\mathrm{g/mol}}{8.314\,\mathrm{J/(mol \cdot K)} \cdot (273.15 + 40)\,\mathrm{K}} = 0.0633\,\mathrm{g/m^3}$$

   Weil das ungefähr dem Literaturwert der Sättigungsdampfdichte in Luft entspricht, stimmt die Annahme; andernfalls hätte die Rechnung einen doppelt oder dreimal so grossen Wert ergeben.

7. Lösung von Aufgabe 7

$$p_1 V_1 = p_n V_n \Rightarrow p_1 = p_n \cdot \frac{V_n}{V_1} = 1.013\,\text{bar} \cdot \frac{720\,000\,\text{m}^3}{6112\,\text{m}^3} = \underline{\underline{119\,\text{bar}}}$$

Der Betriebs-/Konzessionsdruck beträgt 100 bar; der Unterschied könnte von der Definition der 'Normkubikmeter' herrühren.

8. Lösung von Aufgabe 8

$$pV = nRT \Rightarrow p_n A h = \frac{m}{M} RT \Rightarrow A = \frac{mRT}{p_n h M}$$

$$A = \frac{1.6 \cdot 10^{12}\,\text{g} \cdot 8.314\,\text{J/(mol} \cdot \text{K)} \cdot (273.15 + 20)\,\text{K}}{1.013 \cdot 10^5\,\text{Pa} \cdot 30\,\text{m} \cdot (12.01 + 2 \cdot 15.999)\,\text{g/mol}} = 2.9 \cdot 10^7\,\text{m}^2 = \underline{\underline{29\,\text{km}^2}}$$

Der Nyos-See hat eine Fläche von $1.58\,\text{km}^2$.

9. Lösung von Aufgabe 9

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1 p_2}{p_1} = \frac{(273+27)\,\mathrm{K} \cdot 100\,\mathrm{bar}}{50\,\mathrm{bar}} = \underline{\underline{600\,\mathrm{K}}} \mathrel{\hat{=}} (600-273)\,^\circ\mathrm{C} = 327\,^\circ\mathrm{C}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{100\,\text{mol} \cdot 8.314\,\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K} \cdot 300\,\text{K}}{50 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3} = \underline{\underline{50\,\text{bar}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11
    Wir rechnen mit dem molaren Normvolumen V_n

$$N = \frac{V}{V_n}N_A = \frac{5.6\,\mathrm{L}}{22.4\,\mathrm{L}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1} = \underline{\underline{1.5 \cdot 10^{23}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{mp}{nRT} \propto \frac{p}{T} \Rightarrow$$

$$\rho = \rho_n \cdot \frac{pT_n}{Tp_n} = 1.293\,\mathrm{kg/m^3} \cdot \frac{966.5\,\mathrm{hPa} \cdot 273.15\,\mathrm{K}}{(273.15 + 8.5)\,\mathrm{K} \cdot 1013.25\,\mathrm{hPa}} = \underline{\underline{1.196\,\mathrm{kg/m^3}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$\frac{n_1 T_1}{pV_1} = R = \frac{n_2 T_2}{pV_2} \Rightarrow \rho_1 T_1 = \rho_2 T_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1 \cdot 10^6\,\mathrm{K}}{(6000 + 273)\,\mathrm{K}} = 159 = 2 \cdot 10^2$$

Die Angabe ‘mindestens um den Faktor 80’ ist nicht falsch (aber auch nicht sehr genau).

14. Lösung von Aufgabe 14

$$
\begin{aligned}
n_1 &= \frac{p_1 V_1}{R T_1} \\
p_2 &= \frac{n_2 R T_2}{V_2} = \frac{(n_1 - \Delta n) R T_2}{V_2} = \frac{n_1 R T_2}{V_2} - \frac{\Delta n R T_2}{V_2} = \frac{n_1 R T_2}{V_1} - \frac{\Delta n R T_2}{V_1} \\
p_2 &= \frac{p_1 V_1}{R T_1} \cdot \frac{R T_2}{V_1} - \frac{\Delta n R T_2}{V_1} = \frac{p_1 T_2}{T_1} - \frac{\Delta n R T_2}{V_1} \\
p_2 &= \frac{137 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot (273.15 + 19)\,\mathrm{K}}{(273.15 + 26)\,\mathrm{K}} - \frac{23\,\mathrm{mol} \cdot 8.314\,\mathrm{J/(mol\,K} \cdot (273.15 + 19)\,\mathrm{K}}{15 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3} = \underline{\underline{97\,\mathrm{bar}}}
\end{aligned}
$$

15. Lösung von Aufgabe 15

$$pV = nRT \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{(273 + 27)\,\mathrm{K}}{273\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{1.1}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT} = \frac{947.8 \cdot 10^{2}\,\mathrm{Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^{3}}{8.314\,\mathrm{J/(mol\,K)} \cdot (273.15 + 20)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{0.2\,\mathrm{mol}}}$$

50.3 Lösungen (Kinetische Gastheorie)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT \Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.314\,\mathrm{J/(mol \cdot K)} \cdot (273.15 + 100)\,\mathrm{K}}{(2 \cdot 1.008 + 16.00) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}}} = \underline{\underline{719\,\mathrm{m/s}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$U = \frac{3}{2}kTN = \frac{3}{2}kTnN_A = \frac{3}{2}RTn = \frac{3}{2}\cdot 8.314\,\mathrm{J/(molK)}\cdot(273.15+23)\,\mathrm{K}\cdot 18.7\,\mathrm{mol} = \underline{\underline{69.1\,\mathrm{kJ}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$U = \frac{3}{2}kTN = \frac{3}{2}pV \approx \frac{3}{2} \cdot 1.0 \cdot 10^5\,\text{Pa} \cdot 5\,\text{m} \cdot 5\,\text{m} \cdot 3\,\text{m} = \underline{\underline{1 \cdot 10^7\,\text{J}}} = 3\,\text{kWh}$$

Eigentlich wäre $U = \frac{5}{2}kTN$, weil die meisten Moleküle der Luft zweiatomig sind, da wir aber das Volumen des Schulzimmers nicht kennen, spielt dieser Fehler die geringere Rolle.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$T \propto \upsilon^2 \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2 = (273.15 + 20)\,\mathrm{K} \cdot 2^2 = 1172.6\,\mathrm{K}$$
$$\mathrel{\widehat{=}} \vartheta = (1172.6 - 273.15)\,^\circ\mathrm{C} = \underline{\underline{\underline{899\,^\circ\mathrm{C}}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\tfrac{3}{2}kT = \tfrac{1}{2}mv^2 \Rightarrow T = \frac{mv^2}{3k} = \frac{17 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot (388\,\mathrm{m/s})^2}{3 \cdot 1.381 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}} = \underline{\underline{103\,\mathrm{K}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\bar{\upsilon} \propto \sqrt{T} \Rightarrow \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{312\,\mathrm{K}}{293\,\mathrm{K}}} = \underline{\underline{1.03}}$$

Die Lösung geht davon aus, dass ein quadratischer Mittelwert gemeint ist. Die arithmetisch gemittelte Geschwindigkeit wäre Null.

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $[J] = \left[\dfrac{p}{\sqrt{MRT}}\right] = \dfrac{\text{Pa}}{\sqrt{\text{kg/mol} \cdot \text{J/(mol K)} \cdot \text{K}}} = \dfrac{\text{N/m}^2}{\sqrt{\text{kg} \cdot \text{J/mol}^2}} = \dfrac{\text{kg/(s}^2\text{m)}}{\sqrt{\text{kg}^2\text{m}^2\text{/(s}^2\text{mol}^2)}} =$

$[J] = \dfrac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$ verdampfte Stoffmenge pro Fläche und Zeit

b) $m = nM \rightarrow J_m = J \cdot M = \alpha \cdot (p_s - p_a) \cdot \sqrt{\dfrac{M}{2\pi RT}}$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$\tfrac{1}{2}m\upsilon^2 = \tfrac{3}{2}k_B T \Rightarrow \upsilon^2 \propto \frac{1}{m} \Rightarrow \frac{\upsilon_{N2}}{\upsilon_{H2O}} = \sqrt{\frac{m_{H2O}}{m_{N2}}} \approx \sqrt{\frac{18\,\mathrm{u}}{28\,\mathrm{u}}} = \underline{\underline{0.80}}$$

Kapitel 51

Lösungen (Thermodynamik)

51.1 Lösungen (Verbrennungswärme)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{111\,\text{kcal} \cdot 4186.8\,\text{J/kcal}}{0.8\,\text{s}} = \underline{\underline{0.6\,\text{MW}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2
   Als ‘Energiegehalt’ dient der untere Heizwert H (spez. Verbrennungswärme) von Ethanol.

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{H \Delta m}{\Delta t} \approx \frac{2.67 \cdot 10^7\,\mathrm{J/kg} \cdot 0.040\,\mathrm{kg}}{1.3\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{8.2 \cdot 10^5\,\mathrm{W}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\text{a) } P_1 = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{H\Delta m}{\Delta t} = \frac{43 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} \cdot 5.4 \cdot 10^3\,\mathrm{kg}}{135 \cdot 60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{29\,\mathrm{MW}}}$$

$$\text{b) } P_2 = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot \upsilon = 20\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \frac{850\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{46\,\mathrm{MW}}}$$

c) Es ist kein Widerspruch, denn bei einem normalen Flug laufen die Triebwerke selten auf Volllast. Die Heizleistung muss natürlich grösser als die mechanische Leistung sein.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$cm_W\Delta\vartheta = m_P H \Rightarrow m_W = \frac{m_P H}{c\Delta\vartheta} \approx \frac{4.69\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot 4.27\cdot 10^{7}\,\mathrm{J/kg}}{4182\,\mathrm{J/kgK}\cdot 80\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{0.60\,\mathrm{kg}}}$$

Die Verbrennungswärme ist grösser als die Energie, die zur Herstellung des Beutels aus Erdöl aufgewendet wurde. Die Verbrennungswärme ist auch grösser als die Energie, die eingesetzt wird, um den Beutel heiss auszuwaschen. Ohne weitere Informationen lässt sich nicht entscheiden, ob das Auswaschen energetisch sinnvoll ist.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$U_{cal} = 38\,\text{kcal} \cdot 4.1868\,\text{kJ/kcal} = 0.16\,\text{MJ} \quad \text{(pro Deziliter)}$$
$$Q_{Alk} = mH = fV\rho H = 0.048 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3 \cdot 789\,\text{kg/m}^3 \cdot 26.7\,\text{MJ/kg} = 0.10\,\text{MJ}$$

Nimmt man statt des (unteren) Heizwertes den Brennwert (oberen Heizwert) von Ethanol (29.7 MJ/kg), so erhält man $Q_{Alk} = 0.11$ MJ, also immer noch weniger als die 38 kcal/dL. Der Brennwert von Bier ist nur zu etwa zwei Dritteln auf jenen des Alkohols zurückzuführen.

6. Lösung von Aufgabe 6

$$P = \frac{mH}{\Delta t} = \frac{1\,\mathrm{kg} \cdot 30 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg}}{3 \cdot 3600\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{2.8\,\mathrm{kW}}}$$

Ein bis zwei wesentliche Ziffern genügen beim Resultat. Die Genauigkeit der Angaben ist unklar.

7. Lösung von Aufgabe 7

$$Pt = mH \Rightarrow t = \frac{mH}{P} = \frac{10.5\,\mathrm{kg} \cdot 4.64 \cdot 10^7\,\mathrm{J/kg}}{14.4 \cdot 10^3\,\mathrm{W}} = 3.38 \cdot 10^4\,\mathrm{s} \cdot \frac{1\,\mathrm{h}}{3600\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{9.40\,\mathrm{h}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$\text{Reaktionsgleichung: } C_3H_8 + \ldots \quad \to 4\,H_2O + \ldots$$

$$m_{H2O} = 4 n_P M_{H2O} = 4 \cdot \frac{m_P}{M_P} \cdot M_{H2O}$$

$$H_o = H_u + \frac{m_{H2O} L_V}{m_P} = H_u + \frac{4 M_{H2O} L_V}{M_P}$$

$$= 46.33 \cdot 10^6\,\text{J/kg} + \frac{4 \cdot (2 \cdot 1.0079 + 15.999)\,\text{g/mol} \cdot 2.4419 \cdot 10^6\,\text{J/kg}}{(3 \cdot 12.011 + 8 \cdot 1.0079)\,\text{g/mol}} = \underline{\underline{5.032 \cdot 10^7\,\text{J/kg}}}$$

Die spezifische Kondenstationswärme L_V ist auf 25 °C bezogen. Der Unterschied zw. Literaturwert und berechnetem Wert ist 1.6‰.

9. Lösung von Aufgabe 9

$$m_O H = c m_W \Delta\vartheta \Rightarrow m_O = \frac{c m_W \Delta\vartheta}{H} = \frac{4182\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}K^{-1}}\cdot 250\,\mathrm{kg}\cdot 25\,\mathrm{K}}{42.7\cdot 10^6\,\mathrm{J/kg}} = \underline{\underline{0.61\,\mathrm{kg}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$E_Z = m_Z H_Z = 14 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot 17 \cdot 10^6\,\text{J/kg} = 2.4 \cdot 10^5\,\text{J} \quad \text{Brennwert von 100 g Zucker}$$
$$E_A = \rho f V H_A \approx 789\,\text{kg/m}^3 \cdot 0.015 \cdot 1.0 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3 \cdot 26.7 \cdot 10^6\,\text{J/kg} = 3.2 \cdot 10^4\,\text{J}$$

Trotz der groben Näherungen ist es klar, dass der Zucker den grössten Teil zur inneren Energie von diesem Sauser beiträgt.

11. Lösung von Aufgabe 11

$$m_S H_S = f\rho V H_B \Rightarrow m_S = \frac{f\rho V H_B}{H_S} \approx \frac{0.05 \cdot 789\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3} \cdot 26.7\,\mathrm{MJ/kg}}{22\,\mathrm{MJ/kg}} = \underline{\underline{48\,\mathrm{g}}}$$

Ein Liter Bier entspricht energiemässig ungefähr einer halben Tafel Schokolade (50 g).

12. Lösung von Aufgabe 12

$$H = \frac{Q}{m} = \frac{41 \cdot 10^9\,\mathrm{W} \cdot 3600\,\mathrm{s}}{30 \cdot 10^6\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{4.9\,\mathrm{MJ/kg}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$mH - fmL_v > 0$? $\Rightarrow$

$H - fL_v = 560 \cdot 10^3\,\mathrm{J}/0.1\,\mathrm{kg} - 0.71 \cdot 2.256 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg} = 4.0\,\mathrm{MJ/kg} > 0$

Es wird Energie freigesetzt.

14. Lösung von Aufgabe 14

$$P = \frac{\eta \cdot \Delta m \cdot H}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P}{\eta H} = \frac{500\,\mathrm{MW}}{0.30 \cdot 32\,\mathrm{MJ/kg}} = \underline{\underline{52\,\mathrm{kg/s}}} = 188\,\mathrm{t/h}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{mH}{P} = \frac{100\,\text{kg} \cdot 4 \cdot 10^6\,\text{J/kg}}{1000 \cdot 10^9\,\text{W}} = \underline{\underline{0.4\,\text{ms}}}$$

Bemerkung: Die Explosionswärme von TNT ist nicht zu verwechseln mit der Verbrennungswärme, da die Explosion keine vollständige Verbrennung darstellt. Die Verbrennungswärme ist viel grösser (um 15 MJ/kg).

16. Lösung von Aufgabe 16

$$m_O H = c_w m_w (\vartheta_V - \vartheta_{20}) + m_W L_V$$

Masse des Öls m_O, spezifischer Heizwert H des Öls, spezifische Wärmekapazität c_W des Wassers, Wassermasse m_W, Verdampfungs-/Siedetemperatur ϑ_V, Anfangstemperatur des Wassers ϑ_{20}, spezifische Verdampfungswärme L_V.

17. Lösung von Aufgabe 17

    a) $m_M = \rho V = 0.717\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1\,\mathrm{m^3} = \underline{\underline{0.717\,\mathrm{kg}}}$

    b) $Q_M = H_M m_M = 50.1\,\mathrm{MJ/kg} \cdot 0.717\,\mathrm{kg} = \underline{\underline{35.9\,\mathrm{MJ}}}$

    $Q_H = H_H m_H = 15\,\mathrm{MJ/kg} \cdot 40\,\mathrm{kg} = \underline{\underline{600\,\mathrm{MJ}}}$

    Das Holz (Werte für relativ energiearmes Tannenholz) enthält mehr Energie.

51.2 Lösungen (Erster Hauptsatz)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$C = \frac{\Delta Q}{n\Delta\vartheta} = \frac{\Delta Q}{m\Delta\vartheta} \cdot \frac{m}{n} = c \cdot M$$

$$C_W = 4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot (2 \cdot 1.00794 + 15.9994) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol} = \underline{\underline{75.34\,\mathrm{J/(mol \cdot K)}}}$$

$$C_E = 2.43 \cdot 10^{3}\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot (2 \cdot 12.0107 + 6 \cdot 1.00794 + 15.9994) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol} = \underline{\underline{112\,\mathrm{J/(mol \cdot K)}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\Delta U = W \Rightarrow cm\Delta\vartheta = mgh \Rightarrow \Delta\vartheta = \frac{gh}{c} = \frac{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 380\,\mathrm{m}}{4182\,\mathrm{J/(kgK)}} = \underline{\underline{0.891\,°\mathrm{C}}}$$

Während das Wasser fällt, verdunstet sicher Wasser. Das hat einen grossen, kühlenden Einfluss.

3. Lösung von Aufgabe 3

   Nach dem ersten Hauptsatz ($\Delta U = W + Q + \ldots$) steigt die innere Energie und damit die Temperatur eines Gases ($U \propto T$) wenn man Arbeit an ihm verrichtet (es komprimiert). Bei schneller Kompression hat die Wärme nicht genug Zeit um abzufliessen.

51.3 Lösungen (Wirkungsgrad und Leistungszahlen)

1. Lösung von Aufgabe 1

a) $P_e = \dfrac{\Delta E}{\Delta t} = \dfrac{1.9\,\text{kWh} \cdot 3.6 \cdot 10^6\,\text{J/kWh}}{1\,\text{d} \cdot 86400\,\text{s/d}} = 79\,\text{W} < 110\,\text{W}$

b) $P_G = \dfrac{m_P H}{t} = \dfrac{0.265\,\text{kg} \cdot 4.64 \cdot 10^7\,\text{J/kg}}{86400\,\text{s}} = \underline{\underline{142\,\text{W}}}$

c) $\eta_k = \dfrac{T_k}{T_w - T_k} = \dfrac{(273.15 + 25 - 30)\,\text{K}}{30\,\text{K}} = \underline{\underline{8.9}}$

d) $P_k = \eta_k P_{in} = \dfrac{T_k}{T_w - T_k} \cdot P_e = \dfrac{268\,\text{K}}{30\,\text{K}} \cdot 110\,\text{W} = \underline{\underline{0.98\,\text{kW}}}$

e) $C_3H_8 + \ldots \rightarrow 3\,CO_2 + \ldots$ Aus 1 mol Propan wird 3 mol Kohlendioxid (+ Wasserdampf).

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{3m_P}{M_P} \cdot \frac{RT}{p}$$
$$= \frac{3 \cdot 265\,\text{g}}{(3 \cdot 12.011 + 8 \cdot 1.0079)\,\text{g/mol}} \cdot \frac{8.314\,\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (273.15 + 25)\,\text{K}}{101325\,\text{Pa}} = \underline{\underline{0.441\,\text{m}^3}}$$

Bei d) ist nicht klar, was man als aufgenommene Leistung einsetzen soll. 110 W ist zumindest eine gegebene Grösse.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\eta = \frac{P_M}{P_W} = \frac{\Delta V \cdot H}{\Delta t \cdot P_W} = \frac{3900\,\mathrm{m}^3 \cdot 39,819\,\mathrm{MJ/m}^3}{86400\,\mathrm{s} \cdot 6.3 \cdot 10^6\,\mathrm{W}} = \underline{\underline{0.29}}$$

39.819 MJ/m^3 ist der Brennwert (oberer Heizwert) von Methan bei Normalbedingungen (Quelle: wikipedia, 3. August 2012). Diese Grösse ist der Ersatz für die Energie, die zur Bildung von Methan benötigt wird, da wir nicht wissen, aus welchen Ausgangsstoffen und bei welchen Bedingungen das Methan gebildet werden soll.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\eta = \frac{T_w - T_k}{T_w} = \frac{810\,\mathrm{K} - 550\,\mathrm{K}}{810\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{0.321}}$$

Offenbar lag der erreichte Wirkungsgrad deutlich unter dem einer idealen Wärmekraftmaschine.

4. Lösung von Aufgabe 4

a) $\eta \leqslant \dfrac{T_w - T_k}{T_w} \Rightarrow T_k \leqslant (1-\eta)T_w = (1-0.6075)\cdot(1500+273.15)\,\mathrm{K} = 695.96\,\mathrm{K} = \underline{\underline{423\,°\mathrm{C}}}$

b) $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} \rightarrow P_A = (1-\eta)P_1 = (1-\eta)\dfrac{P_2}{\eta} = \dfrac{1-0.6075}{0.6075}\cdot 561\,\mathrm{MW} = \underline{\underline{362\,\mathrm{MW}}}$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\eta = \frac{T_k}{T_w - T_k} \Rightarrow \frac{P_k}{P_w} = \frac{T_k}{\Delta T} \Rightarrow \Delta T = \frac{T_k P_w}{P_k} = \frac{4\,\mathrm{K} \cdot 7 \cdot 10^3\,\mathrm{K}}{1\,\mathrm{W}} = \underline{\underline{3 \cdot 10^4\,\mathrm{K}}}$$

Bei einem optimalen Kühlaggregat würde man ca. 300 K erwarten, den Temperaturunterschied zw. 4 K und Umgebungstemperatur.

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\eta = \frac{T_w - T_k}{T_w} \Rightarrow T_w = \frac{T_k}{1-\eta} = \frac{(273.15 + 19.2)\,\text{K}}{1 - 0.607} = 743.89\,\text{K} \mathrel{\hat{=}} (743.89 - 273.15)\,°\text{C} = \underline{\underline{471\,°\text{C}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$\eta = \frac{T_w - T_k}{T_w} = \frac{(30-20)\,\mathrm{K}}{(273.15+30)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{3.3\,\%}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8
   $pV = nRT$ und $E_k = \frac{3}{2}kT$ und $J = \sigma T^4$ oder $\eta = 1 - T_k/T_w$ etc.

9. Lösung von Aufgabe 9

Dampfdrucktabelle: $p(130\,°\mathrm{C}) = 2.7013\,\mathrm{bar}$ $\quad p(140\,°\mathrm{C}) = 3.614\,\mathrm{bar}$

$p(250\,°\mathrm{C}) = 39.754\,\mathrm{bar}$ $\quad p(300\,°\mathrm{C}) = 85.903\,\mathrm{bar}$

Bestimmung der Dampftemperaturen mit linearer Interpolation

$$\vartheta_k = \frac{3.5\,\mathrm{bar} - 2.7013\,\mathrm{bar}}{3.614\,\mathrm{bar} - 2.7013\,\mathrm{bar}} \cdot (140 - 130)\,°\mathrm{C} + 130\,°\mathrm{C} = 139\,°\mathrm{C}$$

$$\vartheta_w = \frac{52\,\mathrm{bar} - 39.754\,\mathrm{bar}}{85.903\,\mathrm{bar} - 39.754\,\mathrm{bar}} \cdot (300 - 250)\,°\mathrm{C} + 250\,°\mathrm{C} = 263\,°\mathrm{C}$$

$$\eta \leqslant \eta_{Carnot} = \frac{T_w - T_k}{T_w} = \frac{(263 - 139)\,\mathrm{K}}{(263 + 273)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{0.23}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

a) Dampfdrucktabelle: zwischen $p_S(300\,°\mathrm{C}) = 85.903\,\mathrm{bar}$ und $p_S(350\,°\mathrm{C}) = 165.32\,\mathrm{bar}$.

$$p = \frac{312-300}{350-300} \cdot (165.32\,\mathrm{bar} - 85.903\,\mathrm{bar}) + 85.903\,\mathrm{bar} = \underline{\underline{105\,\mathrm{bar}}}$$

b) $$P_A = \frac{c \cdot \Delta m \cdot \Delta t}{\Delta t} = \frac{4182\,\mathrm{J/(kgK)} \cdot 40 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{K}}{\mathrm{s}} = 1.673 \cdot 10^9\,\mathrm{W} = \underline{\underline{1.7\,\mathrm{GW}}}$$

c) $$\eta_P = \frac{P_E}{P_R} = \frac{P_e}{P_A + P_E} = \frac{2 \cdot 380\,\mathrm{MW}}{2 \cdot 380\,\mathrm{MW} + 1673\,\mathrm{MW}} = \underline{\underline{31\,\%}}$$

d) $$\eta_T = \frac{T_w - T_k}{T_w} = \frac{(312-30)\,\mathrm{K}}{(273.15+312)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{48\,\%}}$$

e) Die meisten Wärmekraftmaschinen haben einen tieferen Wirkungsgrad als den maximal möglichen (Reibung, Turbinen/Generatoren mit 'schlechtem' Wirkungsgrad, Isolationsverluste,etc.). Bei Beznau kommt noch dazu, dass Wärme an ein Fernwärmenetz abgegeben wird.

(Informationen von der website des Kraftwerks (2013): Heizleistung Reaktoren je ca. 1 GW, Wirkungsgrad 30 Prozent, 300 Grad Celsius und 155 bar hat das Wasser aus dem Reaktor, Nettoleistung eines Blocks ist 365 MW, 81 MW Wärme wird an ein Fernwärmenetz abgegeben)

11. Lösung von Aufgabe 11

a) $\eta = \dfrac{T_w - T_k}{T_w} = \dfrac{(270-30)\,\text{K}}{(273.15+270)\,\text{K}} = 0.44187 = \underline{\underline{0.442}}$

b) $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} \rightarrow P_A = P_1 - P_2 = \dfrac{P_2}{\eta} - P_2 = 380\,\text{MW} \cdot \left(\dfrac{1}{0.44187} - 1\right) = \underline{\underline{480\,\text{MW}}}$

c) $P_A = \dfrac{c \cdot \Delta m \cdot \Delta\vartheta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\vartheta = \dfrac{P_A}{c \cdot \Delta m/\Delta t} =$

$\Delta\vartheta = \dfrac{480 \cdot 10^6\,\text{W}}{4182\,\text{J/(kgK)} \cdot 560 \cdot 10^3\,\text{kg/s}} = \underline{\underline{0.205\,°\text{C}}}$

c) Dampfdrucktabelle: $p_s(30\,°\text{C}) = 4.242\,\text{kPa} = 0.04242\,\text{bar}$ Stimmt etwa.

12. Lösung von Aufgabe 12

$$\eta = \frac{cm\Delta\vartheta + mL_V}{W} = \rho_F V \cdot \frac{c\Delta\vartheta + L_V}{W} =$$

$$0.125\,\mathrm{kg/L} \cdot 22\,\mathrm{L} \cdot \frac{5193\,\mathrm{J/kgK} \cdot 290\,\mathrm{K} + 84.0\,\mathrm{J/mol}/(4.003 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol})}{22\,\mathrm{L} \cdot 7 \cdot 3.6 \cdot 10^{6}\,\mathrm{J/L}} = 7.5 \cdot 10^{-3}$$

Kontrolle: $\eta = \frac{T_k}{T_w - T_k} = \frac{4.15\,\mathrm{K}}{294\,\mathrm{K} - 4\,\mathrm{K}} = 1.4 \cdot 10^{-2} > 7.5 \cdot 10^{-3} \quad \checkmark$

Daten aus dem Internet

13. Lösung von Aufgabe 13

$$\eta_{\text{Praxis}} = \frac{P_k}{P_{\text{in}}} = \frac{120\,\text{W}}{35\,\text{W}} = 3.4$$
$$\eta_{\text{Theorie}} = \frac{T_k}{T_w - T_k} = \frac{(273.15 + 8)\,\text{K}}{(45 - 8)\,\text{K}} = 7.6$$

Da $\eta_{\text{Praxis}} < \eta_{\text{Theorie}}$, ist das nach dem zweiten Hauptsatz möglich. Die Kältemaschine erreicht etwa die Hälfte der optimalen Leistungszahl, auch das ist realistisch.

Teil IX

Lösungen Elektrizitätslehre

Kapitel 52

Lösungen (Elektrostatik)

52.1 Lösungen (Elektrische Ladung)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$Q = Ze = 8 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} = \underline{\underline{1.28 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{C}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

   Alle Kohlenstoffatome haben sechs Protonen im Kern, sonst wäre es kein Kohlenstoff. Die Zahl der Neutronen hat keinen Einfluss auf die Ladung.

   $$q = Ze = 6 \cdot 1.602176487 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} = \underline{\underline{9.613058922 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A \quad \text{Anzahl Aluminiumatome}$$

$$Q = ZeN = Ze \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = 13 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot \frac{72\,\mathrm{g}}{26.98\,\mathrm{g/mol}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1} = \underline{\underline{3.3 \cdot 10^{6}\,\mathrm{C}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\Delta Q = Q_K + Q_E = N \cdot q \cdot f = \frac{mN_A}{M} \cdot Ze \cdot f$$

$$\Delta Q = \frac{1000\,\mathrm{g} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}}{55.845\,\mathrm{g/mol}} \cdot 26 \cdot 1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 10^{-12} = 4.5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C} = \underline{\underline{10^{-5}\,\mathrm{C}}}$$

Der relative Unterschied ist nur als Grössenordnung angegeben, entsprechend ist das Resultat zu runden. Man sieht, dass selbst ein kleiner Unterschied der Elektronen und Protonenladung grosse Ladungen von Körpern zur Folge hat, die man leicht feststellen könnte.

52.2 Lösungen (Coulombkraft)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \Rightarrow [\varepsilon_0] = \left[\frac{Q^2}{r^2 F_C}\right] = \frac{(\mathrm{As})^2}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}} = \underline{\underline{\frac{\mathrm{A}^2\mathrm{s}^4}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^3}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2
   Wir müssen das Medium, in das die Ladungen eingebettet sind, berücksichtigen.

$$
\begin{aligned}
F &= \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{2e\cdot 2e}{r^2} \\
&= \frac{1}{4\pi\cdot 80.4\cdot 8.854\cdot 10^{-12}\,\mathrm{C}^2 Nm^2}\cdot\frac{(2\cdot 1.6022\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{(47\cdot 10^{-9}\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{5.2\,\mathrm{fN}}}
\end{aligned}
$$

3. Lösung von Aufgabe 3
Da $F \propto r^{-2}$ und die Diagonale $\sqrt{2}$ mal länger als eine Quadratseite ist, siehe Abbildung 52.1, ist die Kraft F_{13} von Ladung 1 auf Ladung 3 genau halb so gross wie F_{23}. Die Kräfte F_{23} und F_{13} schliessen im Lageplan einen 135°-Winkel und im Kräfteplan einen 45°-Winkel (α) ein.

Kosinussatz:

$$F_{res} = \sqrt{F_{23}^2 + \tfrac{1}{4}F_{23}^2 - 2F_{23}\tfrac{1}{2}F_{23}\cos\alpha} = F_{23}\sqrt{\tfrac{5}{4} - \cos 45^\circ} \approx F_{23} \cdot 0.7368\ldots$$

Sinussatz:

$$\frac{\sin\varphi}{F_{13}} = \frac{\sin\alpha}{F_{res}} \Rightarrow \varphi = \arcsin\left(\frac{\tfrac{1}{2}F_{23}}{F_{23}\sqrt{\tfrac{5}{4} - \cos\alpha}}\sin\alpha\right) = \arcsin\left(\frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{5 - 4\cos 45^\circ}}\right) \approx 28.7^\circ$$

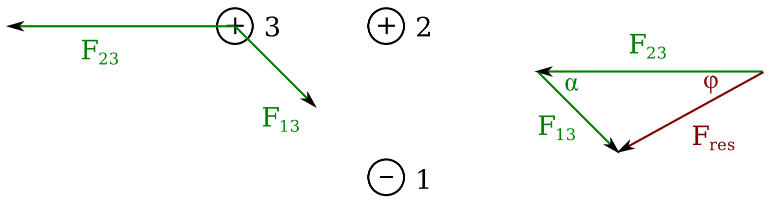


Abbildung 52.1: Lageplan (links) und Kräfteplan (rechts) der Coulombkräfte auf Ladung 3.

4. Lösung von Aufgabe 4
   Die Kugeln seien gleich stark geladen.

$$\frac{Gmm}{r^2} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow Q = m\sqrt{4\pi\varepsilon_0 G}$$

$$Q = 1\,\text{kg} \cdot \sqrt{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\text{As/(Vm)} \cdot 6.674 \cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2/\text{kg}^2} = \underline{\underline{86.17\,\text{pC}}}$$

   b) Will man die Gravitationskonstante im Labor messen, so müssen die Massen geerdet werden. Kleinste Ladungen könnten Fehlmessungen bewirken.

5. Lösung von Aufgabe 5

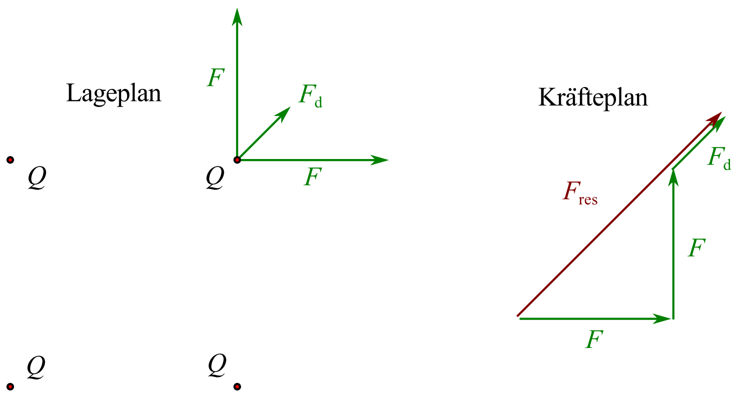


Abbildung 52.2: Lage- und Kräfteplan der Kräfte auf eine der vier gleichen, im Quadrat angeordneten Punktladungen

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{s^2} \qquad F_d = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{(\sqrt{2}s)^2} = F/2$$

$$F_{res} = \sqrt{F^2 + F^2} + F/2 = \left(\sqrt{2} + \tfrac{1}{2}\right) F = \left(\sqrt{2} + \tfrac{1}{2}\right)\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{s^2}$$

Die res. Kraft zeigt parallel zur Diagonalen weg vom Mittelpunkt, siehe Abb. 52.2.

6. Lösung von Aufgabe 6
   Die zwei (betragsgleichen) Ladungen befinden sich in Wasser, nicht im Vakuum.

$$
\begin{aligned}
F_C &= \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{Z_1 e \cdot Z_2 e}{r^2} \\
&= \frac{1}{4\pi \cdot 80.4 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}} \cdot \frac{(2 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{(57.7 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{3.45\,\mathrm{fN}}}
\end{aligned}
$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{e}{r}\right)^2$$
$$= \frac{1}{4\pi\cdot 8.854\cdot 10^{-12}\,\text{As/(Vm)}}\left(\frac{1.6022\cdot 10^{-19}\,\text{C}}{0.74\cdot 10^{-10}\,\text{m}}\right)^2 = \underline{\underline{4.2\cdot 10^{-8}\,\text{N}}}$$

Diese Kraft würde die Kerne (Protonen) sehr stark beschleunigen, wenn Sie nicht durch eine ebenso starke Kraft, die von den Elektronen ausgeübt wird, kompensiert würde.

8. Lösung von Aufgabe 8

$$F_C = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon r^2} = \frac{Z_G e^2}{4\pi\varepsilon r^2} = \frac{79 \cdot (1.602176 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{4\pi \cdot 8.854188 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot (573.82 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{5.5353 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{N}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

a) $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q_1 Q_2}{a^2} = \dfrac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}} \cdot \left(\dfrac{23.8 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C}}{338 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}}\right)^2 = \underline{\underline{44.6\,\mu\mathrm{N}}}$

b) Siehe Abbildung 52.3.

$F_{13} = F/2 \quad \text{da} \quad r_{13} = a\sqrt{2} \quad \text{und} \quad F \propto 1/r^2$

Kosinussatz: $F_{res} = \sqrt{F^2 + (F/2)^2 - F^2 \cos\beta} = F\sqrt{\frac{5}{4} - \cos 45^\circ} \approx 0.7368 \cdot F$

Sinussatz: $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{F_{13}\sin\beta}{F_{res}}\right) = \arcsin\left(\dfrac{\sin 45^\circ}{2\sqrt{\frac{5}{4} - \cos 45^\circ}}\right) \approx 28.6^\circ$

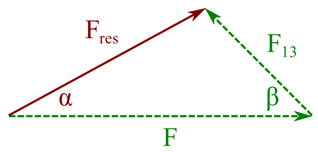


Abbildung 52.3: Kräfte auf den Dipol

10. Lösung von Aufgabe 10

$$F_{res} = ma_z$$
$$F_C = mr\omega^2$$
$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{r^2} = mr \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$
$$Q = \frac{2\pi}{T} \cdot \sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r^3}$$
$$Q = \frac{2\pi}{20\,\mathrm{s}} \cdot \sqrt{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot 1.6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot (0.20\,\mathrm{m})^3} = \underline{\underline{12\,\mathrm{nC}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

a) $F_C = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2} = \dfrac{11 \cdot 29 \cdot (1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot (19 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{2.0 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{N}}}$

b) $F_G = mg = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho g = \frac{4\pi}{3}(1.7 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m})^3 \cdot 1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{N}}}$

Die Erdanziehung ist stärker als die gegenseitige, elektrostatische Anziehung.

52.3 Lösungen (Elektrische Feldstärke)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Die wesentlichen Fälle sind 'alle gleichnamig' und 'eine hat anderes Vorzeichen'. Wenn alle Punktladungen gleichnamig sind, heben sich die Feldstärkevektoren im Zentrum auf. Wenn eine Ladung anderes Vorzeichen aufweist, hat man die Situation von Abb. 52.4. Die resultierende Feldstärke hat Betrag $E_{res} = 2E$. Falls die Vorzeichen gegenüber Abb. 52.4 vertauscht sind, kehren sich die Richtungen der Feldstärkevektoren um.

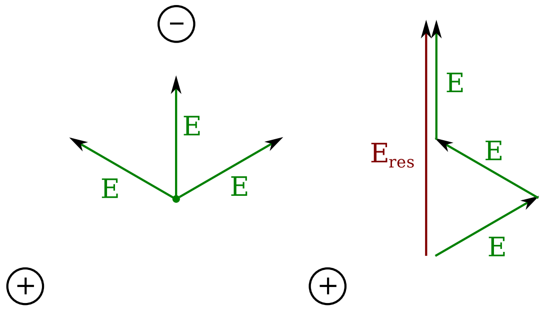


Abbildung 52.4: Lageplan (links) und Vektorsumme (rechts) der Feldstärkevektoren.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\begin{aligned}
F_{res} &= ma_z \\
qE &= ma_z \\
e \cdot \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q/l}{r} &= m \cdot \frac{\upsilon^2}{r} \quad \text{Der Bahnradius fällt heraus!} \\
\upsilon &= \sqrt{\frac{eQ/l}{2\pi\varepsilon_0 \cdot m}} = \sqrt{\frac{1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 35 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C/m}}{2\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot 9.109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{1.1 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m/s}}}
\end{aligned}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$E = \frac{Q}{\varepsilon A} \Rightarrow Q = \varepsilon_0 A E = 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot 4.8 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^2 \cdot 270\,\mathrm{V/m} = \underline{\underline{0.11\,\mathrm{nC}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$F_e = eE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{eQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}}\frac{1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 4 \cdot 10^{20}\,\mathrm{C}}{(10 \cdot 10^3\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{6\,\mathrm{kN}}}$$

$$F_G = \frac{GMm}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot 1.6 \cdot 1.99 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}{(10 \cdot 10^3\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{1.9 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{N}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) $F = E_2 \cdot Q_1 = \frac{1}{2} E_{\text{Spalt}} \cdot Q = \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 A} \cdot Q = \dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}$

   b) $W = Fd = \dfrac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 A}$

6. Lösung von Aufgabe 6 ist in der Legende von Abbildung 52.5 beschrieben.

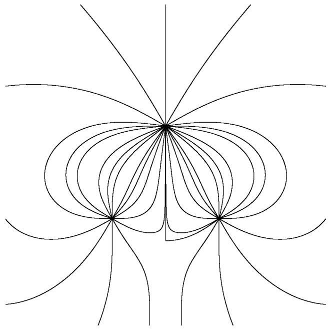


Abbildung 52.5: Es laufen Feldlinien von Q_3 nach Q_1 und Q_2 aber keine zwischen Q_1 und Q_2. In der Nähe einer Punktladung laufen die Linien gleichmässig radial, ebenso weit weg von allen Ladungen. Die Feldstärke verschwindet bei einem Punkt auf der Mittelebene zwischen Q_1 und Q_2 in grösserem Abstand von Q_3 (im Bild unterhalb der Basislinie des Dreiecks). Es wurde nur eine willkürliche Auswahl an Feldlinien berechnet.

7. Lösung von Aufgabe 7
   Ein Alphateilchen ist ein He-4 Atomkern.

$$F = qE = ZeE = 2 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 137 \cdot 10^{3}\,\mathrm{N/C} = \underline{\underline{4.39 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{N}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$
\begin{aligned}
Q &= fZeN = fZemN_A/M \qquad (= 39.98\,\mathrm{kC}) \\
E &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{fZemN_A}{Mr^2} \\
&= \frac{10^{-3}\cdot 26\cdot 1.6022\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot 890\,\mathrm{g}\cdot 6.022\cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}{4\pi\cdot 8.854\cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}\cdot 55.845\,\mathrm{g/mol}\cdot(30.1\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{4.00\cdot 10^{17}\,\mathrm{V/m}}}
\end{aligned}
$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r} \Rightarrow \lambda = 2\pi\varepsilon_0 rE = 2\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot 20\,\mathrm{m} \cdot 5.0 \cdot 10^{3}\,\mathrm{V/m} = \underline{\underline{5.6\,\mu\mathrm{C/m}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

    a) siehe Abb. 52.6

    b) $E \propto Q \Rightarrow E_2 = 2E_1 \Rightarrow$

    $E_{res} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\beta} = E_1\sqrt{1+4-4\cos 120°} = E_1\sqrt{7} = \dfrac{\sqrt{7}}{4\pi\varepsilon}\dfrac{Q}{r^2}$

    Richtung rechnerisch: $\rightarrow \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{E_1}{E_{res}} = \dfrac{1}{\sqrt{7}} \Rightarrow \alpha = 19.1°$

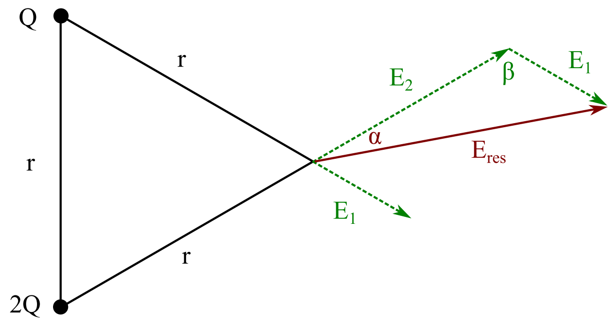


Abbildung 52.6: Feldstärke bei der dritten Ecke
$\alpha \approx 19°$
Falls $Q < 0$ ist, zeigt E_{res} in die andere Richtung.

11. Lösung von Aufgabe 11

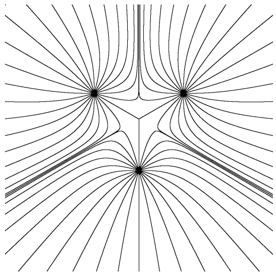


Abbildung 52.7: Feldlinien dreier gleicher Punktladungen
Das Feldlinienbild ist symmetrisch bezüglich einer Mittelsenkrechten zweier Ecken. In der Nähe einer Punktladung ist es radial. Es gibt Feldlinien, die auf den Schwerpunkt des Dreiecks zu laufen und sich dort kreuzen (dort verschwindet die Feldstärke). Die anderen Feldlinien werden 'auswärts gebogen'.

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $E = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda}{r} = \dfrac{1}{2\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}}\dfrac{0.26 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C/m}}{2.0\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{2.3\,\mathrm{kV/m}}}$

b) $F = QE = l \cdot \lambda \cdot E = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda^2 l}{r} = \dfrac{200\,\mathrm{m}}{2\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}}\dfrac{(0.26 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C/m})^2}{2.0\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.12\,\mathrm{N}}}$

13. Lösung von Aufgabe 13

    Die Beschleunigung des Elektrons ist nach Richtung und Betrag konstant, wie beim schiefen Wurf. Wir müssen nur die Fallbeschleunigung g in der Wurfparabelgleichung durch die Beschleunigung a des Elektrons ersetzen.

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{eE}{m}$$

$$y = x \tan\alpha_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha_0} \rightarrow y = x\tan\alpha_0 - \frac{eEx^2}{2mv_0^2\cos^2\alpha_0}$$

52.4 Lösungen (Elektrische Spannung)

1. Lösung von Aufgabe 1

   $$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$$

   Die elektrostatische Spannung U_{AB} ist gleich der Arbeit W_{AB} pro Ladung q, die das elektrische Feld an einer kleinen Probeladung auf dem Weg von A nach B verrichtet.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 85\,\mathrm{MeV} \cdot 1.602 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J/MeV}}{1.673 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{1.28 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}}$$

Relativistisch gerechnet gibt es etwas weniger: $1.20 \cdot 10^8$ m/s

3. Lösung von Aufgabe 3

$$W = qU \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1.5 \cdot 10^{3}\,\mathrm{V}}{9.109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{2.3 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m/s}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$U = \frac{W}{q} = \frac{mv^2}{2e} = \frac{16.0\,\mathrm{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} \cdot (800\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = \underline{\underline{53\,\mathrm{mV}}}$$

Es wurde angenommen, dass das Ion zu Beginn in Ruhe ist.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$E = \frac{H}{N_A} = \frac{890.8 \cdot 10^3\ \mathrm{J/mol}}{6.0221 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}} \cdot \frac{1\ \mathrm{eV}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}} = \underline{\underline{9.232\ \mathrm{eV}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$E = \frac{H}{N_A} = \frac{435.0 \cdot 10^3\ \mathrm{J/mol}}{6.0221 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}} \cdot \frac{1\ \mathrm{eV}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}} = \underline{\underline{4.508\ \mathrm{eV}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{983\,\text{V}}{6.39 \cdot 10^{-3}\,\text{mm}} = \underline{\underline{154\,\text{kV/m}}}$

b) $\dfrac{U}{d} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow Q = \dfrac{\varepsilon_0 A U}{d} = \dfrac{8.854 \cdot 10^{-12}\,\text{As/(Vm)} \cdot 2.38 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^2 \cdot 983\,\text{V}}{6.39 \cdot 10^{-3}\,\text{m}} = \underline{\underline{32.4\,\text{nC}}}$

8. Lösung von Aufgabe 8

   a) $4.52\,\text{eV} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\text{J/eV} = \underline{\underline{7.24 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}}$

   b) $E = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4.52 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{2 \cdot 1.00794 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}}} = \underline{\underline{20.8\,\text{km/s}}}$

   c) Trifft ein Meteorit mit $\upsilon > 21\,\text{km/s}$ auf z.B. Jupiter, kann er H_2 aufspalten.

9. Lösung von Aufgabe 9

   a) $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow Q = \varepsilon_0 E A = 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot 53.2\,\mathrm{N/C} \cdot 1.87 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m^2} = \underline{\underline{8.81\,\mathrm{pC}}}$

   b) $U = Ed = 53.2\,\mathrm{N/C} \cdot 1.73 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = \underline{\underline{92.0\,\mathrm{mV}}}$

   c) $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{eE}{m} = \dfrac{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 53.2\,\mathrm{N/C}}{9.012\,\mathrm{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u}} = \underline{\underline{5.69 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s^2}}}$

   d) $Q = Ze = 4 \cdot 1.602176487 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} = \underline{\underline{6.408705948 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}}$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow U = \frac{mv^2}{2e} = \frac{9.1094 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot (1.000 \cdot 10^6\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = \underline{\underline{2.843\,\mathrm{V}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

a) $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 A} = \dfrac{755 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C}}{8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot 2.34 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^2} = \underline{\underline{3.64\,\mathrm{kV/m}}}$

b) $U = Ed \Rightarrow d = \dfrac{U}{E} = \dfrac{U\varepsilon_0 A}{Q} = \dfrac{40\,\mathrm{V} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot 2.34 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^2}{755 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C}} = \underline{\underline{1.1\,\mathrm{cm}}}$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$E = \frac{U}{d} = \frac{2800\,\mathrm{V}}{1.83\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1.56\cdot 10^{6}\,\mathrm{V/m}}}$$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow A = \frac{Qd}{\varepsilon_0 U} = \frac{3.3\cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}\cdot 1.8\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{8.854\cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}\cdot 2800\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{0.24\,\mathrm{m}^2}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$U = \frac{W}{q} \Rightarrow W = eU = 1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 2.0\,\mathrm{V} = \underline{\underline{3.2 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = 2eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{4eU}{m}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 4 \cdot 10^{6}\,\mathrm{V}}{4.00\,\mathrm{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u}}} = \underline{\underline{2 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m/s}}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

    a) $W(= qU) = 3.0 \cdot 10^{6}\,\text{eV} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\text{J/eV} = \underline{\underline{4.8 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}}$

    b) $6.4 \cdot 10^{-19}\,\text{J} \div (1.6022 \cdot 10^{-19}\,\text{J/eV}) = \underline{\underline{4.0\,\text{eV}}}$

16. Lösung von Aufgabe 16

    Die elektrische Spannung U_{AB} ist gleich der Arbeit pro Ladung, welche das elektrostatische Feld an einer kleinen Probeladung auf dem Weg von A nach B verrichtet. Das elektrische Potential φ_B an einem Ort B ist gleich der Arbeit pro Ladung, welche *gegen* den Einfluss des elektrischen Feldes auf dem Weg vom Nullpunkt nach B verrichtet werden muss. Die Einheit ist zwar dieselbe (Volt), aber beim Potential kann der Nullpunkt frei gewählt werden. Die Spannung ist ein Potentialunterschied, aber Spannung und Potentialdifferenz haben verschiedene Vorzeichen: $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = -(\varphi_B - \varphi_A) = -\Delta\varphi_{AB}$.

52.5 Lösungen (Kondensatoren)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$
\begin{aligned}
Q &= CU = 4\pi\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a}\right)^{-1} \cdot U = 4\pi\varepsilon \cdot \frac{r_i r_a}{r_a - r_i} \cdot U \\
&= 4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)} \cdot \frac{6.371 \cdot 10^6\,\mathrm{m} \cdot (6.371 + 0.085) \cdot 10^6\,\mathrm{m})}{85 \cdot 10^3\,\mathrm{m}} \cdot 250 \cdot 10^3\,\mathrm{V} \\
&= \underline{\underline{13\,\mathrm{kC}}}
\end{aligned}
$$

Kapitel 53

Lösungen (Gleichstromlehre)

53.1 Lösungen (Strom und Spannung)

1. Lösung von Aufgabe 1

   $$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

   Die elektrische Stromstärke ist gleich der Ladungsmenge ΔQ pro Zeitspanne Δt, die durch eine Fläche hindurch tritt. Die Fläche kann z.B. der Querschnitt eines Leiters sein.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{e \cdot \Delta N}{\Delta t} = 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 53\,\mathrm{s}^{-1} = 8.49 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{C/s} = \underline{\underline{8.5\,\mathrm{aA}}}$$

Man beachte Gross- und Kleinschreibung in der Einheit atto-Ampere.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta Q \cdot U}{\Delta t} = \frac{1.200\,\mathrm{A} \cdot 3600\,\mathrm{s} \cdot 3.6\,\mathrm{V}}{3.0\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{5.2\,\mathrm{kW}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) $W = U \cdot \Delta Q = 1.5\,\mathrm{V} \cdot 1.500\,\mathrm{A} \cdot 3600\,\mathrm{s} = \underline{\underline{8.1\,\mathrm{kJ}}}$

   b) $Q = mH = 11.4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 1.5 \cdot 10^{7}\,\mathrm{J/kg} = \underline{\underline{0.17\,\mathrm{MJ}}}$ (Tannenholz)

5. Lösung von Aufgabe 5

$$[U] = \mathrm{V} = \left[\frac{W}{q}\right] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2\cdot\mathrm{As}} = \underline{\underline{\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}^3}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$I = \frac{Ze\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{I}{Ze} = \frac{100 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{A}}{30 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}} = \underline{\underline{2.08 \cdot 10^{7}\,\mathrm{s}^{-1}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

   i) Vor und nach einem ‘Verbraucher’ wird die gleiche Stromstärke gemessen. Es ist ein experimentelles Faktum.
   ii) Zwei gleiche Lampen hintereinander leuchten gleich hell; die zweite bekommt nicht weniger Strom.
   iii) Ladung kann nicht verschwinden. Ladung kann sich kaum anhäufen, weil sonst schnell starke Felder auftreten.

8. Lösung von Aufgabe 8

a) $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = \dfrac{e\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{I}{e} = \dfrac{10^{-15}\,\mathrm{A}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}} = 6241\,\mathrm{s^{-1}} = \underline{\underline{10^4\,\mathrm{s^{-1}}}}$

b) $I = \dfrac{e\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As} \cdot 1}{3600\,\mathrm{s}} = 4.451 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{A} = \underline{\underline{4 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{A}}}$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$m = Nm_a = \frac{\Delta Q}{e} m_a = \frac{I\Delta t}{e} m_a$$
$$= \frac{10.\bar{0} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A} \cdot 86400\,\mathrm{s}}{1.602176487 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} \cdot 196.966552\,\mathrm{u} \cdot 1.660538782 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} = \underline{\underline{1.76378195\,\mathrm{g}}}$$

Die Genauigkeit ist nicht ganz klar: Was bedeutet 'ein Tag'?
Gold hat nur ein stabiles Isotop. Man hatte sich erhofft, durch solche Experimente das Urkilogramm abzulösen. Die Experimente verfehlten aber die erforderliche Genauigkeit.

10. Lösung von Aufgabe 10

$$m = \bar{m}_a \Delta N = \bar{m}_a \frac{I \cdot \Delta t}{Ze} = 63.55 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot \frac{0.500\,\mathrm{A} \cdot 5.0\,\mathrm{s}}{2 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}} = \underline{\underline{8.2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{kg}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Ze\Delta N}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As} \cdot 6.25 \cdot 10^{5}}{1.00\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{2.00 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{A}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{e\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta N}{\Delta t} \cdot m_P = \frac{I}{e} \cdot m_P = \frac{0.56\,\mathrm{A} \cdot 1.673 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}} = \underline{\underline{5.8 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{kg/s}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

    Elektrischer Strom ist ein Ladungsfluss. Elektrische Ladung ist kein Teilchen, sondern eine Eigenschaft gewisser Teilchen. Ladung kann auch mit Protonen oder Ionen transportiert werden.

53.2 Lösungen (Leistung und Widerstand)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) $P = UI \Rightarrow I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{800\,\mathrm{W}}{230\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{3.48\,\mathrm{A}}}$

   b) $P = UI,\; U = RI \Rightarrow P = \dfrac{U^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{U^2}{P} = \dfrac{(230\,\mathrm{V})^2}{800\,\mathrm{W}} = \underline{\underline{66.1\,\Omega}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$P_N = U_N I_N \Rightarrow I_N = \frac{P_N}{U_N} \quad \text{Nennstrom}$$

$$I \propto \sqrt{U} \Rightarrow \frac{I}{I_N} = \sqrt{\frac{U}{U_N}} \Rightarrow I = I_N \sqrt{\frac{U}{U_N}} = \underline{\underline{\frac{P_N}{U_N}\sqrt{\frac{U}{U_N}}}}$$

$$P = UI = U\frac{P_N}{U_N}\sqrt{\frac{U}{U_N}} = P_N\frac{U}{U_N}\sqrt{\frac{U}{U_N}} = \underline{\underline{P_N \cdot \left(\frac{U}{U_N}\right)^{3/2}}}$$

$$U = U_N \cdot \left(\frac{I}{I_N}\right)^2 \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \underline{\underline{\frac{U_N I}{I_N^2}}} \propto I$$

Die Zahlenwerte werden nicht benötigt!

3. Lösung von Aufgabe 3

$$P = RI^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{2.0\,\mathrm{W}}{(0.10\,\mathrm{A})^2} = \underline{\underline{0.20\,\mathrm{k\Omega}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$P = UI = 80\,\text{V} \cdot 7.5\,\text{A} = \underline{\underline{0.60\,\text{kW}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$[R] = \left[\frac{U}{I}\right] = \left[\frac{W}{QI}\right] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{As}\cdot\mathrm{A}} = \underline{\underline{\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}^2\cdot\mathrm{s}^3}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

a) $R = \frac{\rho_e l}{A} = \frac{1.78 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m} \cdot 5.7 \cdot 10^{3}\,\text{m}}{630 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} = \underline{\underline{0.16\,\Omega}}$

b) $U = RI = \frac{\rho_e l}{A} I = \frac{1.78 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m} \cdot 5.7 \cdot 10^{3}\,\text{m}}{630 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} \cdot 652\,\text{A} = \underline{\underline{105\,\text{V}}}$

c) $P = UI = RI^2 = \frac{\rho_e l}{A} I = \frac{1.78 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m} \cdot 5.7 \cdot 10^{3}\,\text{m}}{630 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} \cdot (652\,\text{A})^2 = \underline{\underline{68\,\text{kW}}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$R = \frac{\rho_{e,Cu} l}{A_{Cu}} = \frac{\rho_{e,Al} l}{A_{Al}} \Rightarrow A_{Al} = A_{Cu} \cdot \frac{\rho_{e,Al}}{\rho_{e,Cu}} = 120\,\mathrm{mm}^2 \cdot \frac{3.21 \cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}}{1.78 \cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}} = \underline{\underline{216\,\mathrm{mm}^2}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$R = \rho_e \frac{l}{A} = \frac{4\rho_e l}{\pi d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4\rho_e l}{\pi R}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2.42 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m} \cdot 5.7 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}{\pi \cdot 1.000 \cdot 10^{6}\,\Omega}} = \underline{\underline{13\,\text{nm}}}$$

Der Durchmesser muss über 13 nm bleiben.

9. Lösung von Aufgabe 9

$$m = \rho_m V = \rho_m A l \Rightarrow A = \frac{m/l}{\rho_m}$$

$$R = \rho_e \frac{l}{A} \Rightarrow \frac{R}{l} = \frac{\rho_e}{A} = \frac{\rho_e \rho_m}{m/l} = \frac{20.0 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m} \cdot 7.83 \cdot 10^{3}\,\text{kg/m}^3}{60\,\text{kg/m}} = \underline{\underline{26\,\mu\Omega/\text{m}}}$$

Durch die Schienen fliesst ein grosser Teil des Bahnstroms zum Generator zurück (ein anderer Teil durch die Erde und ein dritter Teil durch das Erdseil).

10. Lösung von Aufgabe 10

a) $R_{60} = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta_{45} - \vartheta_{20})) = 1.85\,\Omega \cdot \left(1 + 3.8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot (45 - 20)\,\mathrm{K}\right) = \underline{\underline{2.03\,\Omega}}$

b) $\dfrac{P_{45}}{P_{20}} = \dfrac{R_{45} I^2}{R_{20} I^2} = \dfrac{1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta_{45} - \vartheta_{20})}{1} = 1 + 3.8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot (45 - 20)\,\mathrm{K} = 1.095 = 1 + \underline{\underline{9.5\,\%}}$

11. Lösung von Aufgabe 11
    Da wir den Temperaturkoeffizienten des Widerstands nur bei 20 °C kennen, müssen wir rückwärts rechnen:

$$R_{8.73} = R_{20} + R_{20}\alpha_{20} \cdot (\vartheta_{8.73} - \vartheta_{20}) \Rightarrow R_{20} = \frac{R_{8.73}}{1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta_{8.73} - \vartheta_{20})}$$

$$R_{20} = \frac{2.87\,\Omega}{1 + 1.0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot (8.73 - 20)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{2.90\,\Omega}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12
    Annahme: Der Widerstandswert sei eine lineare Funktion (Polynom 1. Grades) der Temperatur ϑ.

$$R_1 + R_1\alpha_1 \cdot (\vartheta - \vartheta_1) = R_2 + R_2\alpha_2 \cdot (\vartheta - \vartheta_2)$$

$$R_1 + R_1\alpha_1\vartheta - R_1\alpha_1\vartheta_1 = R_2 + R_2\alpha_2\vartheta - R_2\alpha_2\vartheta_2 \quad \text{Polynom 1. Grades: Koeffizientenvergleich}$$

$$\Rightarrow R_1\alpha_1 = R_2\alpha_2$$

$$\Rightarrow R_1 - R_1\alpha_1\vartheta_1 = R_2 - R_2\alpha_2\vartheta_2 = R_2 - R_1\alpha_1\vartheta_2 \Rightarrow R_2 = R_1 + R_1\alpha_1 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) \quad \text{klar!}$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \alpha_1\frac{R_1}{R_2} = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_1 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$P = RI^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{18\,\mathrm{W}}{270\,\Omega}} = \underline{\underline{0.26\,\mathrm{A}}}$$

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow U = \sqrt{PR} = \sqrt{18\,\mathrm{W} \cdot 270\,\Omega} = \underline{\underline{70\,\mathrm{V}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$R = \frac{\rho_e l}{A} \Rightarrow A \leqslant \frac{\rho_e l}{R} = \frac{1.78 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m} \cdot 87\,\text{m}}{100\,\Omega} = \underline{\underline{1.5 \cdot 10^{-8}\,\text{m}^2}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

    Eine Glühlampe ist kein ohmscher Widerstand: Der Strom ist näherungsweise proportional zur Wurzel aus der Spannung, $I \propto \sqrt{U}$, also:

$$\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}} \Rightarrow I_2 = I_1 \cdot \sqrt{\frac{U_2}{U_1}} = 0.34\,\text{A} \cdot \sqrt{\frac{180\,\text{V}}{220\,\text{V}}} = \underline{\underline{0.31\,\text{A}}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

$$P = U_{res}I = NU_1I \Rightarrow N = \frac{P}{U_1I} = \frac{57.7\,\mathrm{W}}{1.5\,\mathrm{V}\cdot 0.53\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{73}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17

a) $m = \rho_m l A$ und $R = \dfrac{\rho_e l}{A} \Rightarrow$

$$mR = \rho_m \rho_e l^2 \Rightarrow l = \sqrt{\frac{Rm}{\rho_e \rho_m}} = \sqrt{\frac{2.85\,\Omega \cdot 0.430\,\text{kg}}{2.650 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m} \cdot 2.70 \cdot 10^{3}\,\text{kg/m}^3}} = \underline{\underline{131\,\text{m}}}$$

$$\frac{m}{R} = \frac{\rho_m A^2}{\rho_e} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{m\rho_e}{R\rho_m}} = \sqrt{\frac{0.430\,\text{kg} \cdot 2.650 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m}}{2.85\,\Omega \cdot 2.70 \cdot 10^{3}\,\text{kg/m}^3}} = \underline{\underline{1.23\,\text{mm}^2}}$$

b) $R_{37} = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta_{37} - \vartheta_{20})) = 2.85\,\Omega \cdot (1 + 3.9 \cdot 10^{-3}\,\text{K}^{-1} \cdot (37 - 20)\,\text{K}) = \underline{\underline{3.04\,\Omega}}$

18. Lösung von Aufgabe 18

a) $U = RI = 125\,\Omega \cdot 0.038\,\text{A} = \underline{\underline{4.8\,\text{V}}}$

b) $P = UI = RI^2 = 125\,\Omega \cdot (0.038\,\text{A})^2 = \underline{\underline{0.18\,\text{W}}}$

c) $I \propto U \Rightarrow I_2 = I_1 \cdot \dfrac{U_2}{U_1} = 38\,\text{mA} \cdot 1.17 = \underline{\underline{44\,\text{mA}}}$

19. Lösung von Aufgabe 19

a) Teilweise, denn nur von 0 bis 0.20 V ist der Strom proportional zur Spannung.

b) $R_1 = \dfrac{U_1}{I_1} = \dfrac{0.10\,\mathrm{V}}{40 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{2.5\,\Omega}}$ $\quad R_2 = \dfrac{U_2}{I_2} = \dfrac{0.40\,\mathrm{V}}{80 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{5.0\,\Omega}}$

c) $P = UI = 0.30\,\mathrm{V} \cdot 80\,\mathrm{mA} = \underline{\underline{24\,\mathrm{mW}}}$

20. Lösung von Aufgabe 20

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = RI^2 \cdot \Delta t$$
$$= \frac{\rho_e l}{A} \cdot I^2 \cdot \Delta t = \frac{20.0 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m} \cdot 15\,\text{m}}{0.85 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} \cdot (27 \cdot 10^3\,\text{A})^2 \cdot 32 \cdot 10^{-6}\,\text{s} = \underline{\underline{82\,\text{kJ}}}$$

21. Lösung von Aufgabe 21

$$P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{20\,\mathrm{W}}{12\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{1.7\,\mathrm{A}}}$$

22. Lösung von Aufgabe 22

a) $P = UI = 25\,\mathrm{A} \cdot 1250\,\mathrm{V} = 31250\,\mathrm{W} \quad \checkmark$

b) $W = P \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \dfrac{W}{P} = \dfrac{200\,\mathrm{J}}{31250\,\mathrm{W}} = \underline{\underline{6.40\,\mathrm{ms}}}$

c) $R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{1250\,\mathrm{V}}{25\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{50\,\Omega}}$

d) Die Angaben sind zu genau: Nur zwei Ziffern sind signifikant.

53.3 Lösungen (Einfache Schaltungen)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) Im unverzweigten Leiter ist die Stromstärke konstant, also auch 93 mA

   b) $P_1 = R_1 I^2 = 250\,\Omega \cdot (0.093\,\mathrm{A})^2 = \underline{\underline{2.2\,\mathrm{W}}}$

   c) $U = R_{total} I = (R_1 + R_2) I = (250\,\Omega + 480\,\Omega) \cdot 0.093\,\mathrm{A} = \underline{\underline{68\,\mathrm{V}}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\frac{1}{R_{res}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 R_{res}}{R_1 - R_{res}}$$

a) $R_2 = \dfrac{120\,\Omega \cdot 80\,\Omega}{120\,\Omega - 80\,\Omega} = \underline{\underline{240\,\Omega}}$

b) $R_2 = \dfrac{120\,\Omega \cdot 120\,\Omega}{120\,\Omega - 120\,\Omega} \rightarrow \underline{\underline{\infty}}$

c) $R_2 = \dfrac{120\,\Omega \cdot 180\,\Omega}{120\,\Omega - 180\,\Omega} = \underline{\underline{-360\,\Omega}}$

Wenn man, wie bei b), keinen Widerstand parallel zu R_1 schaltet, so ist $R_{res} = R_1$. Kein Widerstand ist äquivalent zu $R_2 = \infty$.
Ein negativer Widerstandswert, wie bei c), ist kein Verbraucher sondern eine Quelle. Verstärkerelemente können formal als negative Widerstände betrachtet werden.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$R_{res} = R_0 + R_1 + R_2 + R_3 + \cdots = R_0 + \frac{R_0}{2^1} + \frac{R_0}{2^2} + \frac{R_0}{2^3} + \ldots \quad \text{geometrische Reihe}$$
$$= \frac{R_0}{1 - 1/2} = \underline{\underline{2R_0}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{qR_0} + \frac{1}{q^2R_0} + \frac{1}{q^3R_0} + \ldots \quad \text{geometrische Reihe}$$

$$= \frac{1}{R_0} \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{q}\right)^1 + \left(\frac{1}{q}\right)^2 + \left(\frac{1}{q}\right)^3 + \ldots\right) = \frac{1}{R_0} \cdot \frac{1}{1 - 1/q}$$

$$R_{ges} = R_0 \cdot (1 - 1/q) = 50\,\Omega \cdot (1 - 1/1.10) = \underline{\underline{4.5\,\Omega}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5
   a) ist einheitenmässig falsch
   b) hat die korrekte Struktur $P = I^2 R_L$, liefert aber ein unsinniges Resultat für die zulässige Wahl $R_i \to 0$
   c) hat die korrekte Struktur $P = I^2 R_L$
   d) hat die korrekte Struktur $P = U^2/R$, liefert aber einen falschen Wert ($\neq 0$) für $R_L \to 0$.

6. Lösung von Aufgabe 6

$$R_s = R_1 + R_2$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot (R_s - R_1)}{R_1 + (R_s - R_1)} = \frac{R_1 R_s - R_1^2}{R_s} \Rightarrow$$

$$R_1^2 - R_s R_1 + R_p R_s = 0 \quad \text{quadratische Gleichung in } R_1$$

$$R_{1,2} = \frac{R_s \pm \sqrt{R_s^2 - 4R_p R_s}}{2} = \frac{847\,\Omega \pm \sqrt{(847\,\Omega)^2 - 4 \cdot 132\,\Omega \cdot 847\,\Omega}}{2} = \begin{cases} 683\,\Omega \\ 164\,\Omega \end{cases}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

   a) $I_A = 35\,\text{mA}$ Serieschaltung !

   b) Das Voltmeter zeigt die Spannung über dem 2. Widerstand an: $U_V = U_2 = 4.8\,\Omega$

   $R_2 = \dfrac{U_2}{I} = \dfrac{4.8\,\text{V}}{0.035\,\text{A}} = \underline{\underline{137\,\Omega}}$

   c) $U_0 = U_1 + U_2 = R_1 I + U_V = 180\,\Omega \cdot 0.035\,\text{A} + 4.8\,\text{V} = \underline{\underline{11\,\text{V}}}$

8. Lösung von Aufgabe 8

   Widerstand R_1 ist parallel zu R_2 geschaltet und Widerstand R_3 zu R_4.

   a) $R_{res} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{120\,\Omega \cdot 230\,\Omega}{120\,\Omega + 230\,\Omega} + \frac{333\,\Omega \cdot 401\,\Omega}{333\,\Omega + 401\,\Omega} = 260.78\,\Omega = \underline{\underline{261\,\Omega}}$

   b) $I_0 = \frac{U_0}{R_{res}} = \frac{8.75\,\text{V}}{260.78\,\Omega} = 33.55\,\text{mA} = \underline{\underline{33.6\,\text{mA}}}$

   c) $R_1 I_1 = R_2 I_2$ und $I_0 = I_1 + I_2 \Rightarrow I_1 = I_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

   $I_1 = \frac{U_0}{R_{res}} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8.75\,\text{V}}{260.78\,\Omega} \cdot \frac{230\,\Omega}{120\,\Omega + 230\,\Omega} = \underline{\underline{22.0\,\text{mA}}}$

   d) $U_2 = R_2 I_2 = R_2 I_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{U_0}{R_{res}} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8.75\,\text{V}}{260.78\,\Omega} \cdot \frac{120\,\Omega \cdot 230\,\Omega}{120\,\Omega + 230\,\Omega} = \underline{\underline{2.65\,\text{V}}}$

   e) $P_3 = R_3 I_3^2 = R_3 \cdot \left(\frac{U_0}{R_{res}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)^2 = 333\,\Omega \cdot \left(\frac{8.75\,\text{V}}{260.78\,\Omega} \cdot \frac{401\,\Omega}{333\,\Omega + 401\,\Omega} \right)^2 = \underline{\underline{84.4\,\text{mW}}}$

9. Lösung von Aufgabe 9
   Sie sind parallel geschaltet, da der Ersatzwiderstand kleiner als der erste Widerstand ist.

$$\frac{1}{R_{res}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_2 = \left(\frac{1}{R_{res}} - \frac{1}{R_1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{53\,\Omega} - \frac{1}{69\,\Omega}\right)^{-1} = \underline{\underline{0.23\,\mathrm{k\Omega}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10
    a) Der Ersatzwiderstand sollte kleiner als jeder Einzelwiderstand sein, nicht grösser.
    b) Einheitenkontrolle: $\Omega \neq 1/\Omega$
    c) Für $R_1 = 0$ und $R_2 \neq 0$ sollte $R_{res} = 0$ herauskommen, was nicht der Fall ist.
    d) Einheitenkontrolle: $\Omega \neq \Omega^3/\Omega$
    e) Für $R_3 \to \infty$ sollte $(R_1R_2)/(R_1 + R_2)$ herauskommen, nicht "$\infty/\infty^2 = 0$".
    f) Diese Gleichung besteht alle vorangehenden Tests (und ist auch korrekt).

11. Lösung von Aufgabe 11
    Die reduzierten Schaltungen sind in Abb. 53.1 zu sehen.
    a) $R_{res} = R$ b) $R_{res} = R$ c) $R_{res} = R/2$ d) $R_{res} = 0$

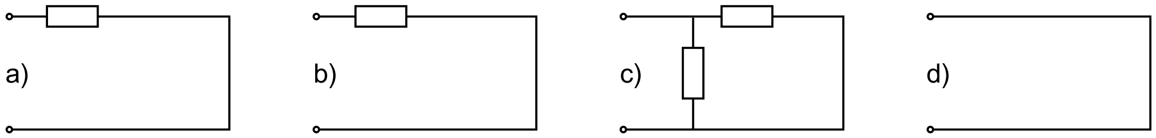


Abbildung 53.1: Diese Schaltungen haben denselben Ersatzwiderstand wie jene von Abb. 20.4.

12. Lösung von Aufgabe 12
    Es handelt sich um zwei Parallelschaltungen. Dies sieht man daran, dass jedes Widerstandselement durch einen idealen Leiter direkt mit den gleichen Anschlüssen verbunden ist. An jedem Widerstand liegt somit dieselbe Spannung an, somit fliesst bei beiden Schaltungen derselbe Strom durch die jeweiligen Elemente, wenn die gleiche Spannung angelegt wird.

13. Lösung von Aufgabe 13
    Alle bis auf den Widerstand über der Spannungsquelle sind durch die 'Ringleitung' kurzgeschlossen. Der Strom ist somit $I = U/R$.

14. Lösung von Aufgabe 14

a) $I_4 = I_5 = I_0 = 1.01\,\mathrm{A}$

b) $P_4 = U_4 I_4 = 202\,\mathrm{V} \cdot 1.01\,\mathrm{A} = \underline{\underline{204\,\mathrm{W}}}$

c) $I_1 = \dfrac{U_1}{R_1} = \dfrac{R_{123} I_0}{R_1} = \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right)^{-1} \cdot \dfrac{I_0}{R_1} = \left(\dfrac{1}{700\,\Omega} + \dfrac{1}{800\,\Omega} + \dfrac{1}{900\,\Omega}\right)^{-1} \cdot \dfrac{1.01\,\mathrm{A}}{700\,\Omega} = \underline{\underline{0.381\,\mathrm{A}}}$

d) $R_{AB} = R_{123} + R_4 = \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right)^{-1} + \dfrac{U_4}{I_4} = \left(\dfrac{1}{700\,\Omega} + \dfrac{1}{800\,\Omega} + \dfrac{1}{900\,\Omega}\right)^{-1} + \dfrac{202\,\mathrm{V}}{1.01\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{464\,\Omega}}$

15. Lösung von Aufgabe 15

a) $R_1 = \dfrac{U_0}{I_0} = \dfrac{64\,\text{V}}{0.873\,\text{A}} = \underline{\underline{73\,\Omega}}$

b) $U_0 = (R_1 + R_2)I_2 \Rightarrow R_2 = \dfrac{U_0}{I_2} - \dfrac{U_0}{I_0} = \dfrac{64\,\text{V}}{0.371\,\text{A}} - \dfrac{64\,\text{V}}{0.873\,\text{A}} = \underline{\underline{99\,\Omega}}$

c) $U_1 = R_1 I_2 = \dfrac{U_0 I_2}{I_0} = \dfrac{64\,\text{V} \cdot 0.371\,\text{A}}{0.873\,\text{A}} = \underline{\underline{27\,\text{V}}}$

16. Lösung von Aufgabe 16, siehe Abb. 53.2

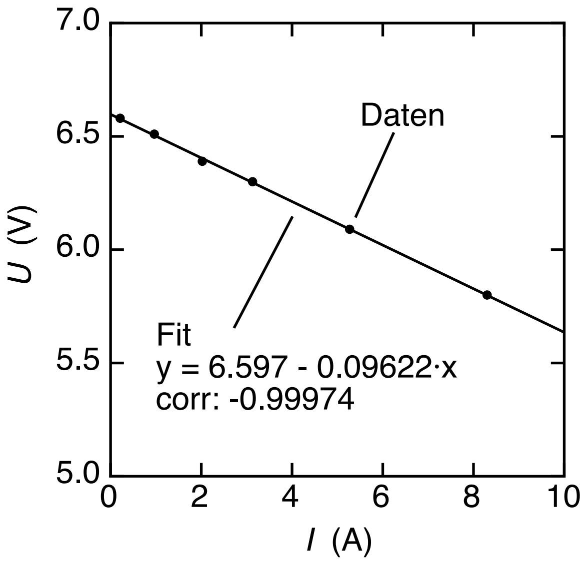


Abbildung 53.2: Klemmenspannung U eines 6 V-Netzgeräts als Funktion des Stromes I. Bei der Regressionsgeraden gilt: $x \mathrel{\hat{=}} I$ in Ampere, $y \mathrel{\hat{=}} U$ in Volt. Die Gerade passt gut zu den Daten, denn der Korrelationskoeffizient liegt betragsmässig nahe bei Eins.

b, c) $U = U_0 - R_i I$ wobei $U_0 = 6.997\,\text{V}$ die Leerlaufspannung und $R_i = 96.22\,\text{m}\Omega$ der Innenwiderstand ist.

d) Kurzschlussstrom:

$$0 = U_0 - R_i I_k \Rightarrow I_k = \frac{U_0}{R_i} = \frac{6.997\,\text{V}}{96.22\,\text{m}\Omega} = \underline{\underline{72.72\,\text{A}}}$$

e) $P = UI = (U_0 - R_i I) \cdot I$ ist eine quadratische Funktion von I mit Nullstellen bei Null und beim Kurzschlussstrom. Die Leistung ist maximal beim halben Kurzschlussstrom. Damit der Strom gleich dem halben Kurzschlussstrom wird, muss der angeschlossene Widerstand gleich gross wie der Innenwiderstand sein; dann ist nämlich der Gesamtwiderstand doppelt so gross wie beim Kurzschluss.

$$P_{max} = \left(\frac{I_k}{2}\right)^2 R_i = \left(\frac{U_0}{2R_i}\right)^2 R_i = \frac{U_0^2}{4R_i} = \frac{(6.997\,\text{V})^2}{4 \cdot 0.09622\,\Omega} = \underline{\underline{127.2\,\text{W}}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17

$$R_{res} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R+R}\right)^{-1} = \tfrac{2}{3}R < R$$

18. Lösung von Aufgabe 18

$$U = R_{res}I = (R_1 + R_2)I \Rightarrow R_2 = \frac{U}{I} - R_1 = \frac{5.00\,\text{V}}{0.0135\,\text{A}} - 250\,\Omega = \underline{\underline{\underline{120\,\Omega}}}$$

19. Lösung von Aufgabe 19

    Die zwei ungleichen Drahthälften R_{AB} und R_{BA} sind parallel geschaltet:

    $$R_{AB} + R_{BA} = R \qquad R_{AB} = \frac{\varphi R}{2\pi} \qquad R_{BA} = \frac{(2\pi - \varphi)R}{2\pi}$$

    $$R_{res} = \frac{R_{AB} \cdot R_{BA}}{R_{AB} + R_{BA}} = \frac{\varphi R \cdot (2\pi - \varphi)R}{(2\pi)^2 R} = \frac{\varphi \cdot (2\pi - \varphi)}{(2\pi)^2} \cdot R$$

    Der Ersatzwiderstand R_{res} ist eine quadratische Funktion des Winkels φ mit Maximum bei $\varphi = \pi$.

20. Lösung von Aufgabe 20

a) $I = I_1 + I_2 \wedge R_1 I_1 = (R_2 + R_3) I_2 \Rightarrow I_1 = \dfrac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot I$

$$I_1 = \frac{30\,\Omega + 50\,\Omega}{90\,\Omega + 30\,\Omega + 50\,\Omega} \cdot 1.5\text{ A} = \underline{\underline{0.71\text{ A}}}$$

b) $P_3 = R_3 I_3^2 = R_3 \cdot \left(\dfrac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot I\right)^2 = 50\,\Omega \cdot \left(\dfrac{90\,\Omega}{90\,\Omega + 30\,\Omega + 50\,\Omega} \cdot 1.5\text{ A}\right)^2 = \underline{\underline{32\text{ W}}}$

c) $\dfrac{U_2}{U_3} = \dfrac{R_2 I_2}{R_3 I_3} = \dfrac{R_2}{R_3} = \dfrac{30\,\Omega}{50\,\Omega} = \underline{\underline{0.60}} \qquad (I_2 = I_3)$

21. Lösung von Aufgabe 21

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_2 = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{300\,\Omega} - \frac{1}{200\,\Omega}\right)^{-1} = \underline{\underline{-600\,\Omega}}$$

Negative, ohmsche Widerstände gibt es nicht. (Es müsste ein Verstärker sein.)

22. Lösung von Aufgabe 22

a) $I_1 = I_2 = I_0 = 0.832\,\mathrm{A}$ konstante Stromstärke im unverzweigten Stromkreis!

b) $U_0 = R_{res} I_0 = (R_1 + R_2) I_0 = (91.2\,\Omega + 102.3\,\Omega) \cdot 0.832\,\mathrm{A} = \underline{\underline{161\,\mathrm{V}}}$

c) $P_2 = R_2 I_0^2 = 102.3\,\Omega \cdot (0.832\,\mathrm{A})^2 = \underline{\underline{70.8\,\mathrm{W}}}$

23. Lösung von Aufgabe 23

    Wird ein zweiter Widerstand seriell angeschlossen, so vermindert sich der Strom und nach $P = UI$ vermindert sich auch die Leistung. Bei einer Parallelschaltung erhöht sich der Strom und damit auch die Gesamtleistung.

$$P_1 = I_1 U = \frac{U^2}{R_1} \qquad P_2 = \frac{U^2}{R_{res}} = U^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = f = R_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = 1 + \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow$$

$$R_2 = \frac{R_2}{f - 1} = \frac{13.8\,\Omega}{1.33 - 1} = \underline{\underline{41.8\,\Omega}}$$

24. Lösung von Aufgabe 24

    Der Widerstand R_3 ist parallel zu den beiden anderen und hat keinen Einfluss auf den Strom durch R_1. Die Leistung wird also maximal, wenn $R_1 = R_2$ ist. Beweis:

    $$P_1 = R_1 I_1^2 = R_1 \cdot \left(\frac{U_0}{R_1 + R_2}\right)^2 = \frac{R_1 U_0^2}{(R_1 + R_2)^2} \rightarrow \frac{dP_1}{dR_1} \overset{soll}{=} 0 = \frac{U_0^2 (R_1 + R_2)^2 - R_1 U_0^2 \cdot 2 \cdot (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^4}$$
    $$\Rightarrow R_1 + R_2 - 2R_1 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{R_1 = R_2}}$$

25. Lösung von Aufgabe 25

    a) $I_2 = I_0 - I_1 \qquad R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow R_1 = R_2 \cdot (I_0 - I_1)/I_1$
    b) $U_2 = R_2 I_2 = R_2 \cdot (I_0 - I_1)$
    c) $P_1 = R_1 I_1^2 = R_2 \cdot (I_0 - I_1) \cdot I_1$

26. Lösung von Aufgabe 26

a) $I_1 = \dfrac{U_0}{R_1 + R_2} = \dfrac{5.00\,\mathrm{V}}{125\,\Omega + 250\,\Omega} = \underline{\underline{13.3\,\mathrm{mA}}}$

$U_2 = R_2 I = \dfrac{R_2 U_0}{R_1 + R_2} = \dfrac{250\,\Omega \cdot 5.00\,\mathrm{V}}{125\,\Omega + 250\,\Omega} = \underline{\underline{3.33\,\mathrm{V}}}$

b) Leerlauf, das erste Multimeter sperrt! $U_1 = U_0 \quad I_2 = 0$

c) Der zweite Widerstand ist kurzgeschlossen.

$I_1 = \dfrac{U_0}{R_1} = \dfrac{5.00\,\mathrm{V}}{125\,\Omega} = \underline{\underline{40.0\,\mathrm{mA}}} = I_2$

27. Lösung von Aufgabe 27

$$P_1 = R_1 I_1^2 = R_1 \cdot \left(\frac{R_2 I_0}{R_1 + R_2} \right)^2 \propto \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \overset{soll}{=} max$$

$$\frac{dP_1}{dR_1} \overset{soll}{=} 0 = \frac{(R_1 + R_2)^2 - R_1 \cdot 2 \cdot (R_1 - R_2)}{(R_1 + R_2)^4} \Rightarrow R_1 + R_2 - 2R_1 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{R_1 = R_2}}$$

28. Lösung von Aufgabe 28

    Der Innenwiderstand eines realen Voltmeters ist gross, der eines realen Amperemeters ist klein. In Schaltung a) wird sich deshalb der Strom durch den grossen Widerstand und den grossen Innenwiderstand aufteilen; das Amperemeter wird nicht den korrekten Strom durch R anzeigen. In Schaltung b) teilt sich die Spannung auf; da der Innenwiderstand des Amperemeters klein ist, entfällt der grösste Teil der Spannung auf R; das Voltmeter wird also etwa die korrekte Spannung anzeigen. In a) zeigt das Voltmeter eine zu kleine Spannung an, weil durch R nur ein Teil des Stromes fliesst. In b) zeigt das Amperemeter den richtigen Strom an, weil fast die ganze Spannung U an R anliegt.

29. Lösung von Aufgabe 29

$$2R + R_3 = R_S \quad \text{und} \quad \frac{2}{R} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_P} \quad \Rightarrow \frac{4}{R_S - R_3} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_P} \Rightarrow$$

$$4R_3R_P + (R_S - R_3)R_P = (R_S - R_3)R_3 \Rightarrow 4R_3R_P + R_SR_P - R_3R_P = R_SR_3 - R_3^2 \Rightarrow$$

$$R_3^2 + (3R_P - R_S)R_3 + R_SR_P = 0 \Rightarrow R_3 = \frac{-(3R_P - R_S) \pm \sqrt{(3R_P - R_S)^2 - 4R_SR_P}}{2}$$

$$R_3 = \frac{-(3 \cdot 63.3\,\Omega - 587\,\Omega) \pm \sqrt{(3 \cdot 63.3\,\Omega - 587\,\Omega)^2 - 4 \cdot 587\,\Omega \cdot 63.3\,\Omega}}{2} = \begin{cases} 151\,\Omega \\ 246\,\Omega \end{cases}$$

30. Lösung von Aufgabe 30

a) Bei Spannungsmessung zeigt es die Spannung über dem zweiten Widerstand an:

$$U_2 = R_1 I_a = R_2 \cdot \frac{U}{R_1 + R_2}$$

b) Bei Strommessung schliesst es den zweiten Widerstand kurz:

$$I_b = \frac{U}{R_1}$$

31. Lösung von Aufgabe 31

$$I_1 = I_2 = I \Rightarrow U = (R_1 + R_2)I = (200\,\Omega + 300\,\Omega) \cdot 10 \cdot 10^{-3}\,\text{A} = \underline{\underline{5.0\,\text{V}}}$$

53.4 Lösungen (Schwierige Schaltungen)

Lineare Netzwerke und nichtlineare Schaltungen

1. Lösung von Aufgabe 1
   Um die Ersatzwerte zu bestimmen, benützen wir die Idee, dass sich die unendliche Kette nicht verändert, wenn wir vorne ein weiteres Glied anhängen – die Kette ist immer noch gleich lang, nämlich unendlich lang. Somit sind auch die Schaltungen in Abb. 53.3a-d äquivalent.

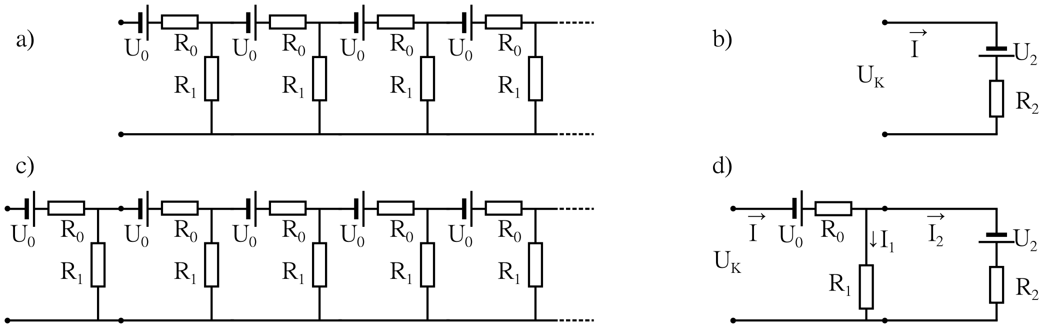


Abbildung 53.3: a) unendliche Kette aus idealen Spannungsquellen mit Spannung U_0 und ohmschen Widerstandselementen mit Widerstandswerten R_0 und R_1. b) äquivalente Ersatzschaltung mit Spannung U_2 und Widerstand R_2 sowie Klemmenspannung U_K bei Stromstärke I. c) Die unendliche Kette verändert sich nicht, wenn vorne ein Glied angehängt wird. d) äquivalente Ersatzschaltung von c).

Wende die Kirchhoffschen Gesetze auf Schaltung d) in Abb. 53.3 an.

$$U_K = U_0 - R_0 I - R_1 I_1 \Rightarrow \qquad U_K = U_0 - R_0 I - R_1 I_1 \Rightarrow$$
$$U_2 - R_2 I_2 + R_1 I_1 = 0 \Rightarrow \qquad U_2 - R_2 I + R_2 I_1 + R_1 I_1 = 0 \Rightarrow$$
$$I = I_1 + I_2$$

$$U_K = U_0 - R_0 I - R_1 \cdot \frac{R_2 I - U_2}{R_1 + R_2}$$
$$= \left(U_0 + \frac{R_1 U_2}{R_1 + R_2}\right) - \left(R_0 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot I$$

Dies ist zu vergleichen mit der Charakteristik der Spannungsquelle in Abb. 53.3b: $U_K = U_2 - R_2 I$.
Der Koeffizientenvergleich ergibt:

$$R_2 = R_0 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 R_2 + R_2^2 = R_0 R_1 + R_0 R_2 + R_1 R_2 \Rightarrow R_2^2 - R_0 R_2 - R_0 R_1 = 0$$

$$R_2 = \frac{R_0 \pm \sqrt{R_0^2 + 4 R_0 R_1}}{2}$$ Hier ist nur die Lösung mit + sinnvoll.

$$U_2 = U_0 + \frac{R_1 U_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 U_2 + R_2 U_2 = R_1 U_0 + R_2 U_0 + R_1 U_2 \Rightarrow R_2 U_2 = R_1 U_0 + R_2 U_0$$

$$U_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot U_0$$

2. Lösung von Aufgabe 2

   Damit die Ströme berechnet werden können, sollten zuerst die Grössen benannt werden, siehe Abbildung 53.4.

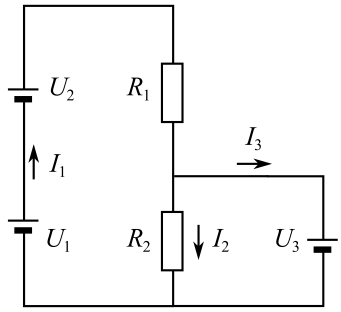
   

   Abbildung 53.4: Die Schaltung mit beschrifteten Widerständen, Spannungsquellen und gerichteten Strömen. Der Schalter ist geschlossen gezeichnet, d.h. $I_3 \neq 0$ im Allgemeinen. Im Speziellen ist $U_1 = U_2 = U_3 = U$ und $R_1 = R_2 = R$.

   a) Bei geöffnetem Schalter ist I_3 sicher Null und somit $I_2 = I_1$.

   $$U_1 + U_2 - R_1 I_1 - R_2 I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{U_1 + U_2}{R_1 + R_2} \overset{\text{spez}}{=} \frac{U}{R}$$

   b) Bei geschlossenem Schalter ist $I_3 \neq 0$ im Allgemeinen:

   $$U_1 + U_2 - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0 \qquad U_3 - R_2 I_2 = 0 \qquad I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow$$
   $$U_1 + U_2 - R_1 I_1 - U_3 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{U_1 + U_2 - U_3}{R_1} \overset{\text{spez}}{=} \frac{U}{R}$$
   $$I_2 = \frac{U_3}{R_2} \overset{\text{hier}}{=} \frac{U}{R}$$
   $$I_3 = I_1 - I_2 = \frac{U_1 + U_2 - U_3}{R_1} - \frac{U_3}{R_2} \overset{\text{spez}}{=} \frac{U}{R} - \frac{U}{R} = 0$$

Kapitel 54

Lösungen (Magnetismus)

54.1 Lösungen (Magnetisches Feld)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Das Fachwort ist 'ferromagnetische Stoffe'. Sie sind dadurch charaktierisert, dass sie Elementarmagnete enthalten, die sich in kleinen Bereichen (magnetische Domänen oder Weiss'sche Bezirke) parallel ausrichten. Ist der Stoff magnetisiert, so sind diese Bereiche gross. Ist er nicht magnetisiert, so sind die Bereiche klein und so orientiert, dass sich die magnetischen Effekte nach aussen kompensieren.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$1\,\mathrm{T} = \left[\frac{F_{mag}}{Il}\right] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}} = \frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s^2Am}} = \underline{\underline{\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{As^2}}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$B_v = B \sin \varphi_I = B_H \tan \varphi_I = 21.892\,\mu\text{T} \cdot \tan 62.25° = \underline{\underline{41.61\,\mu\text{T}}} \quad \text{abwärts}$$

4. Lösung von Aufgabe 4
   a) Ein magnetischer Dipol ist ein Objekt mit zwei ungleichnamigen (gleich starken) magnetischen Polen. Es ist eine experimentelle Tatsache, dass es keine magnetischen Monopole gibt; der Grund ist nicht bekannt.
   b) Eine magnetische Domäne ist ein Bereich in einem Ferromagneten, wo alle Elementarmagnete gleich ausgerichtet sind. Ist das Material magnetisiert, so sind die Domänen gross und die Magnetisierung wird nach aussen sichtbar. Ist das Material entmagnetisiert, so sind die Weiss-Bezirke klein und der Magnetismus kompensiert sich nach aussen.

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) Es gibt keine Magnete, die nur einen mag. Nordpol oder nur einen magn. Südpol haben.
   b) Kobalt, Nickel, Ferrit
   c) Man nehme einen Kompass (oder eine andere Magnetnadel). Der Kompass zeigt statt nach geographisch Norden in Richtung der magnetischen Feldlinie, wenn man ihn dort hin hält.

6. Lösung von Aufgabe 6

$$B_H = B\cos\varphi_I \Rightarrow B = \frac{B_H}{\cos\varphi_I} = \frac{21.567\,\mu\text{T}}{\cos 62.81^\circ} = \underline{\underline{47.20\,\mu\text{T}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

   'T' ist das Symbol für die Einheit Tesla der magnetischen Flussdichte (magnetische Induktion). Im Prinzip kann man die magnetische Kraft auf ein stromdurchflossenes Leiterstück, das senkrecht zu den Feldlinien orientiert ist, messen. Die Flussdichte ist dann die Kraft pro Leiterlänge und Stromstärke.

8. Lösung von Aufgabe 8

   Eine Magnetnadel kann sowohl magnetisiert als auch elektrisiert (mit elektrischer Ladung belegt) sein. Die Nadel kann dann sowohl auf elektrische wie auch magnetische Felder reagieren. Die Phänomene sollten sprachlich unterschieden werden.

54.2 Lösungen (Magnetische Kräfte)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$F = IlB\sin\alpha \Rightarrow l = \frac{F}{IB\sin\alpha} = \frac{0.03\,\mathrm{N}}{1.85\,\mathrm{A}\cdot 0.3452\,\mathrm{T}\cdot\sin 21.93^\circ} = \underline{\underline{0.1\,\mathrm{m}}}$$

   Die ungenaueste Ausgangsgrösse ist die Kraft: 1 signifikante Stelle. Sie bestimmt die Genauigkeit des Resultats.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$F = IlB\sin\alpha \Rightarrow \frac{\Delta F}{\Delta l} = IB\sin\alpha = 500\,\mathrm{A}\cdot 7.0\,\mathrm{T}\cdot\sin(90°) = \underline{\underline{3.5\,\mathrm{kN/m}}}$$

Der Strom wird innert 1 ms eingeschaltet. Die Kräfte wirkt wie Hammerschläge und verursachen Lärm im MRI-Gerät.

3. Lösung von Aufgabe 3

   a) $IlB\sin\alpha = mg = \rho Alg \Rightarrow$

   $$I_{min} = \frac{\rho A g}{B} = \frac{8.92\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}\cdot 1.0\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2}\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{0.82\,\mathrm{T}} = \underline{\underline{0.11\,\mathrm{A}}}$$

   b) Strom horizontal z.B. nach Osten, B-Vektor horizontal nach Norden

4. Lösung von Aufgabe 4

$$F_{res} = ma_z$$
$$evB = \frac{mv^2}{r}$$
$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{9.109 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \cdot 400 \cdot 10^3\,\text{m/s}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 500 \cdot 10^{-9}\,\text{T}} = \underline{\underline{4.55\,\text{m}}}$$

Die Daten entsprechen ungefähr einem Sonnenwind-Elektron im äusseren Van Allen Gürtel der Erde.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$
\begin{aligned}
F_{res} &= ma_z \Rightarrow e\upsilon B = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow B = \frac{m\upsilon}{er} \\
&= \frac{1.673 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 0.0583 \cdot 2.998 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1.83\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{99.7\,\mathrm{mT}}}
\end{aligned}
$$

6. Lösung von Aufgabe 6
   Das B-Feld zeigt am Ort des Teilchens in die Zeichenebene hinein. Die Lorentzkraft auf ein positives Teilchen, das sich wie gezeichnet bewegt, würde nach oben zeigen und das Teilchen nach oben ablenken. Weil das Teilchen nach unten abgelenkt wird, muss es negativ geladen sein.

7. Lösung von Aufgabe 7

$$F_{res} = ma_z \Rightarrow q\upsilon B = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow$$
$$B = \frac{m\upsilon}{qr} = \frac{60 \cdot 12.011 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol} \cdot 350\,\mathrm{m/s}}{6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 0.413\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{6.33\,\mathrm{mT}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

   a) $F = IlB\sin\alpha \Rightarrow I = \dfrac{F}{lB\sin\alpha} = \dfrac{0.73\,\mathrm{N}}{0.15\,\mathrm{m}\cdot 0.82\,\mathrm{T}\cdot 1} = \underline{\underline{5.9\,\mathrm{A}}}$

   b) Unmöglich: Wenn der Draht parallel zu den Feldlinien ist, verschwindet die Kraft.

9. Lösung von Aufgabe 9

   Nein, die Bahnen können auch gerade (parallel zu den Feldlinien) oder schraubenförmig (Bewegung schief zu den Feldlinien) sein, falls das Feld homogen ist. Und das Teilchen muss sich natürlich bewegen.

10. Lösung von Aufgabe 10

$$r = \frac{mv}{qB} \propto m \Rightarrow \frac{r_R - r_S}{r_S} = \frac{m_R - m_S}{m_S} = \frac{86.909183 - 86.908879}{86.908879} = \underline{\underline{3.50 \cdot 10^{-6}}} = 3.4979164 \cdot 10^{-4}\,\%$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE}$$

$$F_{res} = ma_z \rightarrow qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} = \frac{\sqrt{2mE}}{qB}$$

$$r_\alpha = \frac{\sqrt{2 \cdot 4.00 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}}{2 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 5.13 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}} = \underline{\underline{3.7\,\mathrm{m}}}$$

$$r_\beta = \frac{\sqrt{2 \cdot 9.109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 5.13 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}} = \underline{\underline{8.6\,\mathrm{cm}}}$$

$$r_\gamma = \infty \quad \text{da} \quad q = 0.$$

Alpha- und Beta-Teilchen werden auf entgegengesetzte Seiten hin abgelenkt, da sie elektrisch ungleichnamig geladen sind. Die Bahn des Photons (γ) ist gerade, hat also Krümmungsradius unendlich.

12. Lösung von Aufgabe 12

$$r = d/2$$

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \cdot \frac{\mu_0 N I}{R}$$

$$qU = \frac{m\upsilon^2}{2} \Rightarrow m\upsilon^2 = 2qU \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

$$F_{res} = ma_z \rightarrow q\upsilon B = m \cdot \frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow qBr = m\upsilon = m\sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{2qUm} \Rightarrow 2qUm = (qBr)^2 \Rightarrow$$

$$m = \frac{(qBd/2)^2}{2qU} = \frac{q(Bd)^2}{8U} = \frac{q}{8U} \cdot \left(\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \cdot \frac{\mu_0 N I}{R} \cdot d\right)^2$$

$$= \frac{1.602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}}{8 \cdot 283\,\text{V}} \cdot \left(\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{Vs/(Am)} \cdot 144 \cdot 2.18\,\text{A}}{0.25\,\text{m}} \cdot 0.10\,\text{m}\right)^2 = \underline{\underline{9.0 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$F = ILB\sin\alpha \Rightarrow B = \frac{F}{IL} = \frac{7\cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}}{10\,\mathrm{A}\cdot 2.0\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{35\,\mathrm{mT}}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

    Die Bahn ist ein Kreisbogen mit $d = 2r = 47.0\,\text{mm}$ (nachmessen!)

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{eB} \Rightarrow B = \frac{2p}{de} = \frac{2 \cdot 8.7 \cdot 10^{-26}\,\text{Ns}}{47.0 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot 1.60 \cdot 10^{-19}\,\text{C}} = \underline{\underline{23\,\mu\text{T}}}$$

    Die Kraft weist zum Kreiszentrum. Mit der *Linke*-Hand-Regel für das negative Elektron folgt, dass die Feldstärke aus der Zeichenebene heraus zeigt.

15. Lösung von Aufgabe 15

Die Bahn ist ein Kreis, der von der Seite gesehen wird (als Strecke). Von oben gesehen wird der Kreis im Uhrzeigersinn durchlaufen.

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \rightarrow$$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{eB} \cdot \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{1}{B} \cdot \sqrt{\frac{2mU}{e}} = \frac{1}{31 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 300\,\mathrm{V}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}} = \underline{\underline{81\,\mathrm{mm}}}$$

54.3 Lösungen (Elektromagnetismus)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\sqrt{l^2 + d^2}} \Rightarrow N = \frac{B\sqrt{l^2 + d^2}}{\mu_0 I} = \frac{7\,\mathrm{T} \cdot \sqrt{(3\,\mathrm{m})^2 + (2\,\mathrm{m})^2}}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/Am} \cdot 150\,\mathrm{A}} = 1.34 \cdot 10^5 = \underline{\underline{1 \cdot 10^5}}$$

Die Spule ist segmentiert, um ein homogeneres Feld zu erzeugen. Unsere Rechnung ist nur eine Abschätzung. Es werden aber tatsächlich Drähte von mehreren hundert Kilometer Länge verbaut.

2. Lösung von Aufgabe 2
   Viele Lösungen sind möglich. Man könnte z.B. eine Kreisspule wählen mit $N = 200$ Windungen und $d = 10\,\text{cm}$ Durchmesser. Dann muss der Strom berechnet werden, der im Zentrum eine Feldstärke von 7.5 mT erzeugt.

$$B_z = \frac{\mu_0 N I}{d}$$

$$I = \frac{B_z d}{\mu_0 N} = \frac{7.5 \cdot 10^{-3}\,\text{T} \cdot 0.10\,\text{m}}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{Vs/Am} \cdot 200} = \underline{\underline{3.0\,\text{A}}}$$

   Bei dieser Rechengenauigkeit muss das Erdmagnetfeld nicht berücksichtigt werden.

3. Lösung von Aufgabe 3

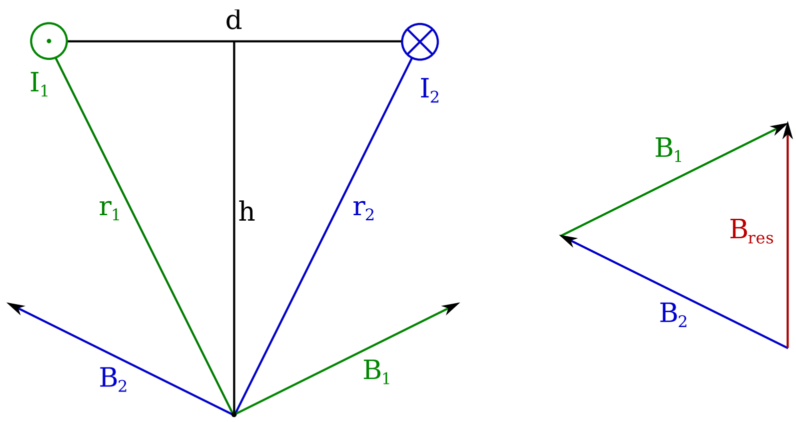


Abbildung 54.1: Der Strom I_1 erzeugt im Abstand r_1 ein magn. Feld mit Flussdichte B_1 senkrecht zum Radius, analog I_2, r_2 und B_2. Die resultierende Flussdichte B_{res} ist die Vektorsumme von B_1 und B_2.

a) Die Feldstärkevektoren $\vec{B}_1$ und $\vec{B}_2$ genau zwischen den Drähten, welche von den Drähten einzeln erzeugt werden, sind parallel. Somit werden die Beträge B_1 und B_2 addiert.

$$\begin{aligned} B_{res} &= B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = 2 \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi d/2} = \frac{2\mu_0 I}{\pi d} \\ &= \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/Am} \cdot 20\,\mathrm{A}}{\pi \cdot 0.10\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.16\,\mathrm{mT}}} \end{aligned}$$

b) Die Feldstärkevektoren der zwei Drähte müssen vektoriell addiert werden, siehe Abb. 54.1. Wie man sieht, sind die Dreiecke der Feldstärkevektoren und der Abstände ähnlich. Folglich hat man gleiche Seitenverhältnisse.

$$\frac{B_{res}}{B_1} = \frac{d}{r_1} \Rightarrow B_{res} = B_1 \frac{d}{r_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} \frac{d}{r_1}$$

Für die Beträge gilt $B_1 = B_2 = B$ und $I_1 = I_2 = I$. Für grosse Abstände ist $r_1 \approx r_2 \to r$. Also folgt:

$$B_{res} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} \frac{d}{r_1} \to \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{d}{r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$

Die Rechnung hat eine gewisse Bedeutung bei der Diskussion magnetischer Felder um Starkstromleitungen herum.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/Am} \cdot 120 \cdot 2.00\,\mathrm{A}}{0.60\,\mathrm{m}} = 502.65\,\mu\mathrm{T}$$

Fehlerschranke addiert oder subtrahiert, damit das Resultat möglichst klein wird:

$$B_{min} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/Am} \cdot 120 \cdot (2.00 - 0.01)\,\mathrm{A}}{(0.60 + 0.01)\,\mathrm{m}} = 491.94\,\mu\mathrm{T}$$

$$\Delta B = B - B_{min} = 502.65\,\mu\mathrm{T} - 491.94\,\mu\mathrm{T} = 10.71\,\mu\mathrm{T} \Rightarrow B = (0.50 \pm 0.01)\,\mathrm{mT}$$

Innerhalb der Fehlerschranken stimmt der berechnete Wert für die schlanke Spule, $(0.50 \pm 0.01)\,\mathrm{mT}$, mit dem Messwert $(0.48 \pm 0.01)\,\mathrm{mT}$ knapp überein.

5. Lösung von Aufgabe 5

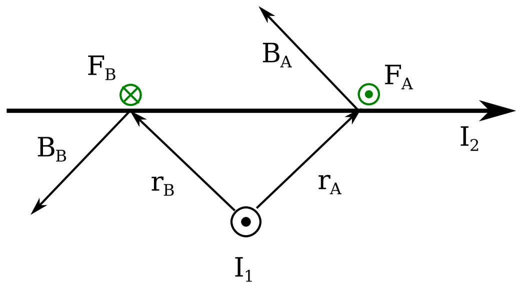


Abbildung 54.2: Zwei Leiter mit den Strömen I_1 (aus der Zeichenebene heraus) und I_2 (parallel zur Zeichenebene) kreuzen sich in endlichem Abstand unter rechtem Winkel. Betrachten wir zwei verschiedene Stellen auf dem 2. Leiter im Abstand $r_A = r_B$ von I_1: Die Feldstärken B_A und B_B dort sind gleich stark aber verschieden gerichtet (parallel zur Zeichenebene). Die Kräfte F_A und F_B sind gleich stark und antiparallel gerichtet (senkrecht zur Zeichenebene). Die Kräfte heben sich also auf, aber es gibt ein Drehmoment, das versucht, die zwei Leiter parallel zu stellen.

6. Lösung von Aufgabe 6

$F = Il \cdot B = Il \cdot \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ magn. Kraft zwischen langen, parallelen, geraden Leitern ⇒

$[\mu_0] = \left[\dfrac{F}{I^2}\right] = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2} = \underline{\underline{\dfrac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{A}^2 \cdot \mathrm{s}^2}}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$B = \frac{\mu_0 N I}{D} \Rightarrow N = \frac{BD}{\mu_0 I} = \frac{7.13 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T} \cdot 0.18\,\mathrm{m}}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/(Am)} \cdot 2.8\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{3.6 \cdot 10^2}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8
   a) Hans Christian Ørsted, 1820
   b) Wenn die Feldlinien des Drahtes parallel zur Kompassnadel oder parallel zur Drehachse der Nadel sind, ist keine zusätzliche Ablenkung mehr möglich.

9. Lösung von Aufgabe 9

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/(Am)} \cdot 20 \cdot 10^3\,\mathrm{A}}{2\pi \cdot 0.20\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{20\,\mathrm{mT}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

a) $B = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/(Am)} \cdot 1.7 \cdot 10^{3}\,\mathrm{A}}{2\pi \cdot 12.8\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{27\,\mu\mathrm{T}}}$

b) $F = IlB\sin\alpha = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} = \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs} \cdot 1.7 \cdot 10^{3}\,\mathrm{A} \cdot 1.9 \cdot 10^{3}\,\mathrm{A} \cdot 5.3 \cdot 10^{3}\,\mathrm{m}}{\mathrm{Am} \cdot \qquad 2\pi \cdot 12.8\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{2.7 \cdot 10^{2}\,\mathrm{N}}}$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l} \Rightarrow \frac{N}{l} = \frac{B}{\mu_0 I} = \frac{1.04 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/(Am)} \cdot 2.38\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{348\,\mathrm{m}^{-1}}} = 3.48\,\mathrm{cm}^{-1}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} \propto \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_1}{r_1/2} = \underline{\underline{2}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$B \approx 0.716 \cdot \frac{\mu_0 N I}{r} = 0.716 \cdot \frac{144 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/(Am)} \cdot 3.3\,\mathrm{A}}{0.25\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1.7\,\mathrm{mT}}}$$

Die Feldstärke ist in unmittelbarer Nähe der Leiterdrähte höher.

14. Lösung von Aufgabe 14

    Die Flussdichte B im Zentrum wird senkrecht zur Leiterfläche sein, proportional zur magnetischen Feldkonstanten μ_0 und proportional zum Strom I. Weiter wird sie umgekehrt proportional zur Grösse der Spule sein. Wir wollen die Feldstärke vergleichen mit dem Ausdruck für das Feld im Zentrum eines Kreisstromes:

    $$B_z = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

    Wählen wir den Kreis als Inkreis des Quadrats, so hat der Kreis die grössere Feldstärke, nehmen wir den Kreis als Umkreis, so erzeugt der quadratische Leiter die grössere Feldstärke, also:

    $$\frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\,a} < B_Q < \frac{\mu_0 I}{a}$$

    Laut wikipedia gilt

    $$B_Q = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 I}{a} \approx 0.900 \cdot \frac{\mu_0 I}{a} \approx \frac{\mu_0 I}{1.11 \cdot a}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

    a) Die magnetischen Feldlinien sind zur Drahtachse konzentrische Kreise, die in einer Ebene senkrecht zum Draht liegen. Wenn der Daumen der rechten Hand in die technische Stromrichtung zeigt, so weisen die anderen, gekrümmten Finger in Feldrichtung.
    b) Die Feldlinien sind im Innern einer schlanken Zylinderspule gerade und 'gleichabständig', weil das Feld homogen ist. Umfasst man mit den Fingern der rechten Hand das Solenoid, sodass die Finger in die technische Stromrichtung weisen, so zeigt der Daumen die Feldrichtung im Innern an.

Kapitel 55

Lösungen (Elektrodynamik)

55.1 Lösungen (Kondensatorentladung)

1. Lösung von Aufgabe 1

   Zeichnet man bei $t = 0$ die Tangente an u(t), so wird die Nulllinie bei $\tau = 1.0\,\mathrm{s}$ geschnitten. (Die Länge der Subtangente entspricht der Abklingzeit τ.)

   $$\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C} = \frac{1.0\,\mathrm{s}}{20 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}} = \underline{\underline{50\,\mathrm{k\Omega}}}$$

55.2 Lösungen (Magnetische Induktion)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$U_{ind} = \frac{d\Phi_m}{dt} = A\frac{dB_z}{dt} = (1390 \cdot 10^3\,\text{m})^2 \cdot \frac{650 \cdot 10^{-9}\,\text{T}}{15 \cdot 60\,\text{s}} = \underline{\underline{1.4\,\text{kV}}} \qquad \text{(Betrag)}$$

   Geomagnetische Stürme haben schon mehrfach elektrische Versorgungsnetze ausfallen lassen.

2. Lösung von Aufgabe 2

   Nur die Komponente des B-Feldes senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zur Radachse vermag via Lorentzkraft Ladungsträger parallel zur Achse zu verschieben respektive eine Spannung zu generieren, d.h. wir benötigen die Vertikalkomponente B_V der Feldstärke.

$$\begin{aligned} U &= B_V s v = B \sin\varphi_I s v = \frac{B_H}{\cos\varphi_I} \sin\varphi_I s v = B_H \tan\varphi_I s v \\ &= 21.295 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T} \cdot \tan(63.30°) \cdot 1,435\,\mathrm{m} \cdot \frac{80\,\mathrm{m}}{3.6\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{1.4\,\mathrm{mV}}} \end{aligned}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

   a) Die Lorentzkraft verschiebt positive Ladungsträger innerhalb des Läufers nach oben (Rechte-Hand-Regel: Daumen || $\vec{v}$ nach Osten,Zeigefinger || $\vec{B}$ nach Norden, Mittelfinger || $\vec{F}_L$ nach oben)
   b) Nur die Komponente des B-Vektors senkrecht zum Läufer (= Horizontalkomponente B_H) kann Ladungsträger vertikal verschieben:

   $$U_{ind} = vB_H s = \frac{12\,\text{m}}{3.6\,\text{s}} \cdot 21.295 \cdot 10^{-6}\,\text{T} \cdot 1.75\,\text{m} = \underline{\underline{0.12\,\text{mV}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

a) $U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B_0 \exp(-t/\tau) \cdot NA\right) = \frac{B_0}{\tau} \exp(-t/\tau) \cdot NA$

a) $U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\hat{B}\cos(\omega t)NA\right) = \omega\hat{B}\sin(\omega t)NA$

5. Lösung von Aufgabe 5

   Das Quadrat habe eine Seite (Länge a) parallel zum Blitzableiter und der Ableiter liege in der Ebene des Quadrats. Das Quadrat liegt im Abstand $a \ldots 2a$ vom Blitzableiter.

$$\Phi_m = \int B dA = \int_a^{2a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} a dr = \frac{a\mu_0 I}{2\pi} \int_a^{2a} \frac{dr}{r} = \frac{a\mu_0 I}{2\pi} \ln 2$$

$$U_{ind} = \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{a\mu_0 \ln 2}{2\pi} \cdot \frac{dI}{dt} = \frac{1.0\,\mathrm{m} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/(Am)} \cdot \ln 2}{2\pi} \cdot \frac{7 \cdot 10^{3}\,\mathrm{A}}{10^{-6}\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{1\,\mathrm{kV}}} \quad \text{(Betrag)}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

   $\hat{u} = BNA\omega = BNA2\pi f \propto f$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -4.0\,\mathrm{V} \quad \text{für } 0 < t < 1\,\mathrm{s}$$

$$U_{ind} = 0 \quad \text{für } 1\,\mathrm{s} < t < 2\,\mathrm{s}$$

$$\Phi_m = k(t - t_3)^2 \rightarrow U_{ind} = -2k(t - t_3) \quad \text{positiv für } 2\,\mathrm{s} < t < 3\,\mathrm{s} \quad \text{wobei } k = 4.0\,\mathrm{V/s}$$

$$U_{ind}(2\,\mathrm{s}) = -2 \cdot 4.0\,\mathrm{V/s} \cdot (2\,\mathrm{s} - 3\,\mathrm{s}) = 8.0\,\mathrm{V} \qquad U_{ind}(3\,\mathrm{s}) = 0 \quad \text{siehe Abb. 55.1}$$

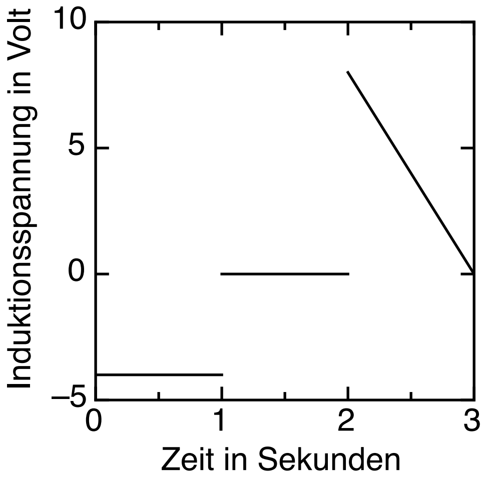


Abbildung 55.1: Zeitlicher Verlauf der Induktionsspannung: Während der ersten Sekunde ist sie konstant, weil der Fluss gleichmässig zunimmt, während der zweiten Sekunde verschwindet sie, weil der Fluss konstant ist und während der dritten Sekunde verändert sie sich linear mit der Zeit, weil der Fluss quadratisch variiert. Die Induktionsspannung entspricht der Steigung des Flusses $\Phi_m(t)$ mit anderem Vorzeichen.

8. Lösung von Aufgabe 8

   Man kann sich vorstellen, dass die Induktionsspannung via die Lorentzkraft auf die Ladungsträger im Graphit des Bleistifts verursacht wird. Die Lorentzkraft ist senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zu den magnetischen Feldlinien, kombiniert horizontal in Ost-West Richtung. Wenn der Bleistift in Ost-West Richtung gehalten wird, ist die induzierte Spannung am grössten.

   $$U_{ind} = B_\perp v s = B_H \cdot v s = 21.295 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T} \cdot 2.8\,\mathrm{m/s} \cdot 0.17\,\mathrm{m} = \underline{\underline{10\,\mu\mathrm{V}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

   a) $[a] = [\Phi] = \text{ V s}$

   b) $u_2 = -N_2 \cdot \dfrac{d\Phi}{dt} = -N_2 \cdot \dfrac{d}{dt}\,(a\cos(\omega t + \varphi_0)) = +\omega N_2 a \sin(\omega t + \varphi_0)$

55.3 Lösungen (Selbstinduktion)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) In der Spule steckt anfangs magnetische Energie im Umfang von $\frac{1}{2}Li_0^2$. Diese Energie treibt durch Selbstinduktion den Ladungsfluss weiter an, bis sie im Widerstand R vollständig in Wärme umgewandelt ist.

   b) $-L\dfrac{di}{dt} - Ri = 0 \Rightarrow \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{R}{L} \cdot i \Rightarrow i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$ mit $\tau = \dfrac{L}{R}$

Kapitel 56

Lösungen (Elektrotechnik)

56.1 Lösungen (Wechselstrom und Wechselspannung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   a) Programmierte Funktion: `y := 49*sin(2*pi*x/19.462-0.5)`

$$\text{Beispiel: } T = \frac{13.62\,\text{cm}}{5 \cdot 14.00\,\text{cm}} \cdot 100\,\text{ms} = 19.46\,\text{ms} \quad \text{Soll: } 19.462\,\text{ms}$$

$$\text{Beispiel: } \hat{u} = \frac{2.93\,\text{cm}}{6.00\,\text{cm}} \cdot 100\,\text{V} = 48.8\,\text{V} \quad \text{Soll: } 49.0\,\text{V}$$

$$\text{b) } U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{49.0\,\text{V}}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{34.6\,\text{V}}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{19.462 \cdot 10^{-3}\,\text{s}} = \underline{\underline{322.84\,\text{s}^{-1}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\omega = 2\pi f = \pi \cdot 2 \cdot 50\,\mathrm{Hz} = \underline{\underline{314\,\mathrm{s}^{-1}}} \quad \text{in Europa!}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

   a) $\hat{\imath} = \dfrac{\hat{u}}{R} = \dfrac{31\,\mathrm{V}}{120\,\Omega} = \underline{\underline{0.26\,\mathrm{A}}}$

   b) $p(t)_{min} = 0 \quad p(t)_{max} = \hat{u} \cdot \hat{\imath} = \dfrac{\hat{u}^2}{R} = \dfrac{(31\,\mathrm{V})^2}{120\,\Omega} = \underline{\underline{8.0\,\mathrm{W}}}$

   c) $P = \dfrac{U^2}{R} = \dfrac{\hat{u}^2}{2R} = \dfrac{(31\,\mathrm{V})^2}{2 \cdot 120\,\Omega} = \underline{\underline{4.0\,\mathrm{W}}} = \dfrac{p(t)_{max}}{2}$

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) $\hat{u} = \sqrt{2}U = \sqrt{2} \cdot 115\,\mathrm{V} = \underline{\underline{163\,\mathrm{V}}}$

   b) $I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{75\,\mathrm{kW}}{0.115\,\mathrm{kV}} = \underline{\underline{0.65\,\mathrm{kA}}}$ $\qquad \hat{\imath} = \sqrt{2}I = \dfrac{\sqrt{2}P}{U} = \dfrac{\sqrt{2} \cdot 75\,\mathrm{kW}}{0.115\,\mathrm{kV}} = \underline{\underline{0.92\,\mathrm{kA}}}$

   Die Rechnung gilt unter der Annahme, dass das Flugzeug wie ein ohmscher Widerstand wirkt.

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) Bei Heizelementen interessiert es nicht, ob sie mit Gleich- oder Wechselspannung betrieben werden. Der Effektivwert eines Wechselstroms soll an einem ohmschen Widerstand dieselbe Heizleistung erzeugen wie ein Gleichstrom von derselben Grösse. Da $P = RI^2$ ist, läuft das auf einen quadratischen Mittelwert hinaus.
   b) Rotiert eine Leiterschleife in einem homogenen Magnetfeld, so wird eine kosinusförmige Wechselspannung in der Schleife induziert. Technischer Wechselstrom wird durch Generatoren erzeugt, bei denen ein Magnet in einer Induktionsspule rotiert. Diese Anordnung produziert Wechselspannung, die zeitlich ungefähr kosinusförmig variiert.

6. Lösung von Aufgabe 6

FoTa: $u(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_1)$

a) $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 49.98\,\mathrm{Hz} = \underline{\underline{314.0\,\mathrm{s}^{-1}}}$

b) $\omega t_1 + \varphi_1 = \pi/2 \Rightarrow t_1 = \dfrac{\pi/2 - \varphi_1}{2\pi f} = \dfrac{\pi/2 + 0.583\,\mathrm{rad}}{2\pi \cdot 49.98\,\mathrm{Hz}} = \underline{\underline{6.86\,\mathrm{ms}}}$

c) $\hat{u} = U_{eff}\sqrt{2} = 120\,\mathrm{V} \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{170\,\mathrm{V}}}$

d) $I_{eff} = \dfrac{U_{eff}}{R} = \dfrac{120\,\mathrm{V}}{250\,\Omega} = \underline{\underline{0.480\,\mathrm{A}}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $u = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_1) = 117\,\mathrm{V}\cdot\cos(2513\,\mathrm{s}^{-1}\cdot 5.555\cdot 10^{-3}\,\mathrm{s} + 1.02\,\mathrm{rad}) = \underline{\underline{-87.3\,\mathrm{V}}}$

b) $U = \dfrac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \dfrac{117\,\mathrm{V}}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{82.7\,\mathrm{V}}}$

c) $P = \dfrac{U^2}{R} = \dfrac{\hat{u}^2}{2R} = \dfrac{(117\,\mathrm{V})^2}{2\cdot 120\,\Omega} = \underline{\underline{57.0\,\mathrm{W}}}$ $\qquad p(t)_{min} = 0$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$P = UI = 230\,\mathrm{V} \cdot 10\,\mathrm{A} = \underline{\underline{2.3\,\mathrm{kW}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

   Es gibt verschiedene Mittelwerte, ohne Spezifizierung ist meist das arithmetische Mittel, also der übliche Durchschnittswert gemeint. Das arithmetische Mittel einer Wechselspannung ist Null. Der Effektivwert ist ein quadratischer Mittelwert (Werte quadrieren, dann das arithmetische Mittel bilden, dann die Wurzel ziehen).

10. Lösung von Aufgabe 10

    ‘rms’ ist die Abkürzung für root-mean-square (quadratischer Mittelwert). Der Effektivwert einer Wechselgrösse ist ein rms-Wert. ‘Voltage’ ist das englische Wort für elektrische Spannung.

11. Lösung von Aufgabe 11

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60.0\,\text{Hz}} = \underline{\underline{16.7\,\text{ms}}}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 60\,\text{Hz} = \underline{\underline{377\,\text{s}^{-1}}}$$

$$\hat{u} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{eff}} = \sqrt{2} \cdot 120\,\text{V} = \underline{\underline{170\,\text{V}}}$$

56.2 Lösungen (Elektromotoren, Generatoren und Transformatoren)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$P_{mech} = M\omega = M2\pi f = 0.250\,\mathrm{N/m} \cdot 2\pi \cdot \frac{4000}{60\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{105\,\mathrm{W}}} \checkmark$$
$$P_{elektr} = UI = 48\,\mathrm{V} \cdot 2.9\,\mathrm{A} = \underline{\underline{0.14\,\mathrm{kW}}} > P_{mech} \checkmark$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$M = NIAB \Rightarrow A = \frac{M}{NIB} = \frac{17 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Nm}}{37 \cdot 0.94\,\mathrm{A} \cdot 0.13\,\mathrm{T}} = \underline{\underline{3.8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

   Der Motor nimmt elektrische Energie auf und verrichtet mechanische Arbeit. Der Generator wird mechanisch angetrieben und gibt elektrische Leistung ab. Der Gleichstrommotor hat einen Kommutator (Stromwender), der Wechselstromgenerator nicht. Lässt man einen Strom durch den Motor fliessen, so erzeugt die Biot-Savart Kraft ein Drehmoment. Wird die Rotorspule des Generators gedreht, so durchsetzt ein magn. Wechselfluss die Induktionsspule, was eine Spannung induziert.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow N_2 = N_1 \cdot \frac{U_2}{U_1} = N_1 \cdot \frac{\hat{u}_2}{\sqrt{2} \cdot U_1} = 500 \cdot \frac{3.8\,\mathrm{V}}{\sqrt{2} \cdot 230\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{\underline{5.8}}} \Rightarrow 6$$

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $\hat{u}_2 = U_2\sqrt{2} = 115\,\mathrm{V} \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{163\,\mathrm{V}}}$

b) $I_1 = \dfrac{P}{U_1} = \dfrac{880\,\mathrm{W}}{230\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{3.8\,\mathrm{A}}}$

c) $N_2 = N_1 \cdot \dfrac{U_1}{U_2} = 600 \cdot \dfrac{230\,\mathrm{V}}{115\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{1200}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

a) $P_2 = U_2 I_2 = 12\,\mathrm{V} \cdot 3.0\,\mathrm{A} = \underline{\underline{36\,\mathrm{W}}}$

b) $P_1 = P_2 \Rightarrow I_1 = \dfrac{U_2 I_2}{U_1} = \dfrac{12\,\mathrm{V} \cdot 3.0\,\mathrm{A}}{230\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{0.16\,\mathrm{A}}}$ $\qquad P_1 = U_1 I_1 \cos\Delta\varphi \Rightarrow I_1 \geqslant P_1/U_1$

c) $P_{2AC} = P_{2DC} \Rightarrow R_2 I_{2DC}^2 = R_2 I_{2AC}^2 \Rightarrow I_{2DC} = I_{2AC} = I_2 \Rightarrow \hat{\imath}_2 = \sqrt{2} I_2 = \sqrt{2} \cdot 3.0\,\mathrm{A} = \underline{\underline{4.2\,\mathrm{A}}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

   Drehstrom erlaubt die einfache Konstruktion von Motoren (Asynchronmotoren), stellt zwei Spannungen zur Verfügung und benötigt weniger Kabel für den Energietransport (und eine schwächere Rückleitung).

56.3 Lösungen (Impedanz)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$Z = \frac{U}{I} = \omega L = 2\pi f L \Rightarrow L = \frac{U}{2\pi f I} = \frac{222\,\text{V}}{2\pi \cdot 50\,\text{Hz} \cdot 1.8\,\text{A}} = \underline{\underline{0.39\,\text{H}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

   Die Phasenverschiebung der programmierten Schwingungen ist exakt $\pi/2$ und die Schwingungsdauer genau 2.5 ms; die Amplituden sind "gleich".

   a) $T = \dfrac{12.22\,\text{cm}}{3.5} \cdot \dfrac{10\,\text{ms}}{13.98\,\text{cm}} = \underline{\underline{2.497\,\text{ms}}}$

   b) $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi\Delta t}{T} = 2\pi \cdot \dfrac{(8.8 \pm 0.3)\,\text{mm}}{(35.0 \pm 0.3)\,\text{mm}} = 1.5798\,\text{rad} \ldots 1.6478\,\text{rad (max)} \;\rightarrow \underline{\underline{(1.58 \pm 0.07)\,\text{rad}}}$

   c) Die Spannung hinkt bei einem *Kondensator* dem Strom zeitlich nach.

   d) Die Amplituden sind 'gleich hoch': $\rightarrow Z = \dfrac{\hat{u}}{\hat{\imath}} = \dfrac{43\,\text{V}}{43 \cdot 10^{-3}\,\text{A}} = \underline{\underline{1000\,\Omega}}$

   e) $Z = \dfrac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \dfrac{T}{2\pi Z} = \dfrac{2.5 \cdot 10^{-3}\,\text{s}}{2\pi \cdot 1000\,\Omega} = \underline{\underline{4.0 \cdot 10^{-7}\,\text{F}}}$

3. Lösung von Aufgabe 3

   a) $P = UI\cos\Delta\varphi = 2.8\,\text{A}\cdot 230\,\text{V}\cos\frac{2\pi}{5} = 199\,\text{W} = \underline{\underline{0.20\,\text{kW}}}$

   b) $Z = \frac{U}{I} = \frac{230\,\text{V}}{2.8\,\text{A}} = \underline{\underline{82\,\Omega}}$

   c) $P_S = UI = 2.8\,\text{A}\cdot 230\,\text{V} = 644\,\text{VA} = \underline{\underline{0.64\,\text{kVA}}}$

   d) $P_B = UI\sin\Delta\varphi = 2.8\,\text{A}\cdot 230\,\text{V}\sin\frac{2\pi}{5} = 612\,\text{var} = \underline{\underline{0.61\,\text{kvar}}}$

4. Lösung von Aufgabe 4

   Die programmierte Funktion für $u(t)$ ist `y:=80*cos(2*pi*x/2.5-1.1)`.

   a) $U = \dfrac{U}{\sqrt{2}} = \dfrac{80.0\,\text{V}}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{56.6\,\text{V}}}$

   b) $T = \dfrac{(9.97 \pm 0.03)\,\text{cm}}{4} \cdot \dfrac{12\,\text{ms}}{(11.98 \pm 0.03)\,\text{cm}} = 2.4967\,\text{ms (max } 2.5105\,\text{ms)} \rightarrow \underline{\underline{(2.50 \pm 0.01)\,\text{ms}}}$

   c) $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{2.50 \cdot 10^{-3}\,\text{s}} = 2513\,\text{s}^{-1}$ (Sollwert)

   d) $\omega t_1 + \varphi_1 = \pi/2$ momentane Phase bei der ersten Nullstelle

   $$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{t_1}{T} = \frac{\pi}{2} - 2\pi \cdot \frac{1.06\,\text{cm}}{2.49\,\text{cm}} = \underline{\underline{-1.10\,\text{rad}}}$$

   e) $\hat{i} = \dfrac{\hat{u}}{Z} = \dfrac{\hat{u}}{\omega L} = \dfrac{80.0\,\text{V}}{(2513\,\text{s}^{-1} \cdot 3.3 \cdot 10^{-3}\,\text{H}} = \underline{\underline{9.6\,\text{A}}}$

   f) Siehe Abbildung 56.1

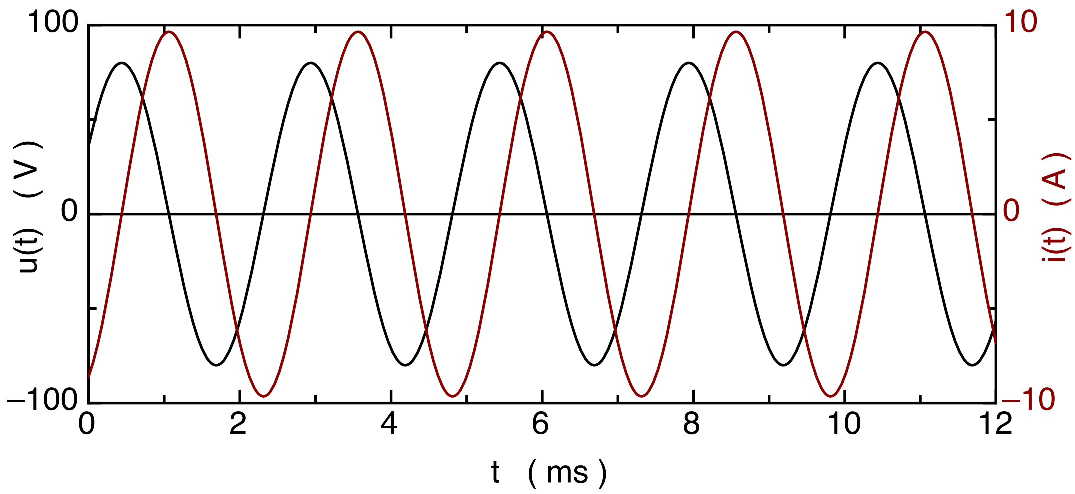


Abbildung 56.1: Harmonische Wechselspannung $u(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_1)$ *(Skala auf linker Achse) mit Strom* $i(t) = \hat{i}\cos(\omega t + \varphi_1 - \pi/2)$ *(rechte Skala) zu Lösung 4.*

Teil X

Lösungen Schwingungen und Wellen

Kapitel 57

Lösungen (Geometrische Optik)

57.1 Lösungen (Reflexion und Brechung)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$n_{Gas} = \frac{c_{vac}}{c_{Gas}} = \frac{3.00 \cdot 10^8 \,\mathrm{m/s}}{17 \,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{1.8 \cdot 10^7}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\sin\alpha_1 = n\sin\alpha_2 \quad \text{wobei} \quad \delta = \alpha_1 - \alpha_2 \text{ (Ablenkwinkel)}$$
$$\sin\alpha_1 = n\sin(\alpha_1-\delta) = n\sin\alpha_1\cos\delta - n\cos\alpha_1\sin\delta \Rightarrow \tan\alpha_1 = n\tan\alpha_1\cos\delta - n\sin\delta \Rightarrow$$
$$\tan\alpha_1 = \frac{n\sin\delta}{n\cos\delta-1} \Rightarrow \alpha_1 = \arctan\left(\frac{n\sin\delta}{n\cos\delta-1}\right) = \arctan\left(\frac{1.4829\cdot\sin 1.873\,°}{1.4829\cdot\cos 1.873\,°-1}\right) = \underline{\underline{5.741\,°}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$n_W \sin\alpha_W = n_P \sin\alpha_P \Rightarrow \alpha_P = \arcsin\left(\frac{n_W \sin\alpha_W}{n_P}\right) = \arcsin\left(\frac{1.3330 \cdot \sin 65.3°}{1.491}\right) = \underline{\underline{54.3°}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) Das Brechungsgesetz darf keine Lösung für den Brechungswinkel α_2 haben:

   $n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2 \Rightarrow 1 < \sin\alpha_2 = \dfrac{n_1 \sin\alpha_1}{n_2} < \dfrac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_1 > n_2$

   b) Der Winkel muss über dem Grenzwinkel der Totalreflexion liegen:

   $n_1 \sin\alpha_{1G} = n_2 \sin 90° \Rightarrow \alpha_1 > \alpha_{1G} = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$

5. Lösung von Aufgabe 5: Betrachte Abbildung 57.1.

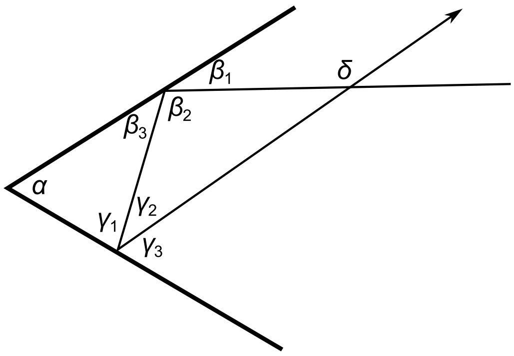


Abbildung 57.1: Untersuche die Winkel in der Skizze!

$\beta_3 = \beta_1; \quad \gamma_3 = \gamma_1$
$\gamma_1 = 180° - \beta_3 - \alpha = 180° - \beta_1 - \alpha$
$\beta_2 = 180° - 2\beta_1; \quad \gamma_2 = 180° - 2\gamma_1$
$\delta = \beta_2 + \gamma_2$
$\delta = (180° - 2\beta_1) + (180° - 2 \cdot (180° - \beta_1 - \alpha))$
$\delta = 2\alpha$

6. Lösung von Aufgabe 6
   Wenn der Strahl durch B gehen soll, muss er vom gegenüber liegenden Spiegel dorthin reflektiert worden sein. Dieser Spiegel kann aber von einem Strahl, der diesen Spiegel bei A durchquert, nicht direkt erreicht werden. Ein Weg mit Einfachreflexion geht also nicht; ebensowenig ein Weg mit Dreifachreflexion. Ein Weg mit Zweifachreflexion ist in Abbildung 57.2 dargestellt.

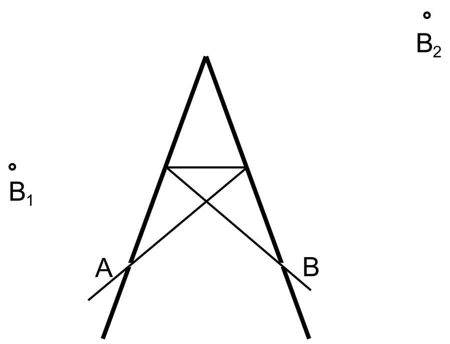


Abbildung 57.2: B_1 sei das geometrisch gespiegelte Bild von B am ersten Spiegel. B_2 sei das geometrisch gespiegelte Bild von B_1 am zweiten Spiegel. Bei B_2 sieht man von A aus den Ausgang. Der Lichtstrahl läuft also von A in Richtung B_2, wird am zweiten Spiegel reflektiert und läuft dann Richtung B_1, wird dann am ersten Spiegel reflektiert und läuft Richtung B.

7. Lösung von Aufgabe 7

   a) Siehe Abbildung 57.3 und deren Legende.
   b) $n = 1.491 \quad \alpha_2 = \arcsin(n^{-1}\arcsin\alpha_1) = \arcsin(\sin(45°)/1.491) = 28.31°$

   $n\sin\alpha_3 = n\sin(45° + \alpha_2) = 1.491 \cdot \sin(45° + 28.31°) = 1.428 \overset{?}{>} \sin(90°) = 1\checkmark$
   c) Von zwei parallel eintreffenden Strahlen ist der obere nach dem Durchgang der untere.

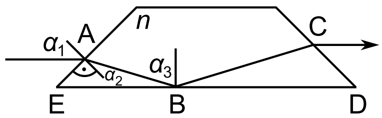


Abbildung 57.3: Strahlengang im Prisma. Dreieck EBA ist ähnlich Dreieck DBC wegen 45° Winkel bei E resp. D und Reflexion bei B. Der Brechungswinkel bei A ist also gleich dem Einfallswinkel bei C. Somit wird die Brechung bei A rückgängig gemacht bei C.

8. Lösung von Aufgabe 8

   Der Einfallswinkel wird zur Normalen gemessen. Wenn der Lichtstrahl unter 48 ° auf ein Fenster fällt, wird er unter gleichem Winkel reflektiert. Der reflektierte Strahl und die Wasseroberfläche schliessen denselben Winkel ein. Somit ist der Einfallswinkel auf die Wasseroberfläche $\alpha_1 = 90\,° - 48\,° = 42\,°$

   $$\alpha_2 = \arcsin(n_1 \sin\alpha_1 / n_2) = \arcsin(1 \cdot (\sin 42\,°)/1.333) = \underline{\underline{30\,°}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

   Plexiglas = Acryl = Polymethylmethacrylat (PMMA)

$$c_P = \frac{c}{n_P} = \frac{2.99792458 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{1.491} = \underline{\underline{2.011 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

    a) Bei der Abszissenachse fehlt 'in Grad', bei der Ordinate 'Brechungswinkel (°)'.
    'Abbildung 1: Brechungswinkel als Funktion des Einfallswinkels für Licht, das aus einem Medium mit Brechungsindex $n_1 = 1.000$ auf ein Medium mit Brechungsindex n_2 trifft.'

    b) $n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2 \rightarrow n_2 = \dfrac{n_1 \sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \dfrac{1 \cdot \sin 90°}{\sin \frac{49.0\,\mathrm{mm}\cdot 50°}{60.0\,\mathrm{mm}}} = \underline{\underline{1.53}}$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$180° - \alpha_r - \alpha_2 = 90° \text{ und } \alpha_r = \alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 = 90°$$
$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2 = n_2 \sin(90° - \alpha_1) = n_2 \cos\alpha_1 \Rightarrow$$
$$\tan\alpha_1 = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \alpha_1 = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2 \Rightarrow n_1 = n_2 \dfrac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = 1.33300 \cdot \dfrac{\sin 38.2°}{\sin 31.8°} = \underline{\underline{1.56}}$

b) $n_1 \sin\alpha_{1G} = n_2 \sin 90° \Rightarrow \alpha_{1G} = \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} \Rightarrow$

$$\alpha_{1G} = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}\right) = \arcsin\left(\frac{\sin 31.8°}{\sin 38.2°}\right) = \underline{\underline{58.4°}}$$

57.2 Lösungen (Linsen und Spiegel)

1. Lösung von Aufgabe 1
   a) Die Grösse mit Einheit Dioptrie (dpt) heisst Brechkraft.
   b) Die Person ist kurzsichtig, denn sie benötigt Zerstreuungslinsen als Brillengläser.

   c) $f = \dfrac{1}{D} = \dfrac{1}{-2.5\,\mathrm{dpt}} = \underline{\underline{-40\,\mathrm{cm}}}$

   d)

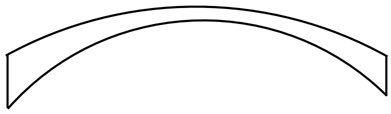


Abbildung 57.4: Querschnitt durch ein Brillenglas eines Kurzsichtigen. Es ist eine Zerstreuungslinse (in der Mitte dicker als am Rand) von konvexkonkaver Form.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \frac{f_{FK3}}{f_{SF4}} = \frac{n_{SF4}-1}{n_{FK3}-1} = \frac{1.75496-1}{1.46444-1} = \underline{\underline{1.6255}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3
   Der Brechungsindex n in der Linsenmacherformel, $1/f \propto (n-1)$, ist der relative Brechungsindex des Linsenmaterials gegenüber dem umgebenden Medium. Wenn die Linse in Wasser getaucht wird, so nimmt der relative Brechungsindex von n_{Linse}/n_{Luft} auf n_{Linse}/n_{Wasser} ab. Es ist zu erwarten, dass die Brennweite zunimmt. Falls der relative Brechungsindex kleiner als Eins wird, wenn also der Brechungsindex des Linsenmaterials kleiner als jener des Wassers ist, so wird die Brennweite negativ. Aus der Sammel- wird eine Zerstreuungslinse. Bei üblichen Gläsern tritt das nicht auf.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right) = \frac{n-1}{r_1} \Rightarrow r_1 = (n-1)\cdot f = (1.555-1)\cdot 90\,\mathrm{cm} = \underline{\underline{50\,\mathrm{cm}}}$$

Bemerkung: $1/r_2 = 1/\infty = 0$

5. Lösung von Aufgabe 5

   Man konstruiert den Kreismittelpunkt, z.B. via Schnittpunkt der Mittelsenkrechten zweier verschiedener Sehnen, und misst den Radius. Man kann auch die grösste Sehne s und deren Höhe h messen. Dann ist $r = (s^2 + 4h^2)/(8h)$.

$$\text{Sollwert: } r = 333\,\text{mm}/2 = 166.5\,\text{mm}$$
$$f = \frac{r}{2} = \frac{166.5\,\text{mm}}{2} = \underline{\underline{83.3\,\text{mm}}}$$

57.3 Lösungen (Abbildungsgesetze)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Rightarrow g = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{4.4\,\text{mm}} - \frac{1}{160\,\text{mm}}\right)^{-1} = \underline{\underline{4.5\,\text{mm}}}$

   b) $\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = b \cdot \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{b}\right) = \frac{b}{f} - 1 = \frac{160\,\text{mm}}{4.4\,\text{mm}} - 1 = \underline{\underline{35}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

   a) $\dfrac{B}{G} = \dfrac{b}{g} = \dfrac{43.3\,\text{cm}}{29.3\,\text{cm}} = \underline{\underline{1.48}}$

   b) Es ist eine Sammellinse, denn eine Zerstreuunglinse erzeugt kein reelles Bild.

   c) $f = \left(\dfrac{1}{g} + \dfrac{1}{b}\right)^{-1} = \left(\dfrac{1}{29.3\,\text{cm}} + \dfrac{1}{43.3\,\text{cm}}\right)^{-1} = \underline{\underline{17.5\,\text{cm}}}$

3. Lösung von Aufgabe 3
   Alle Strahlen, die vom gleichen Gegenstandspunkt ausgehen und die Linse treffen, werden im gleichen Bildpunkt wieder versammelt. Somit entsteht immer noch ein Bild, das aber nur noch ‘halb so hell’ ist.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = 1 \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{g} \Rightarrow d = g + b = 4f \Rightarrow f = \frac{d}{4} = \frac{956\,\text{mm}}{4} = \underline{\underline{\underline{239\,\text{mm}}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{15.8\,\text{cm}}{7.8\,\text{cm}} = 2.026$

Fehlerschranke addiert oder subtrahiert, damit das Resultat möglichst gross wird:

$A_{max} = \frac{(15.8 + 0.2)\,\text{cm}}{(7.8 - 0.3)\,\text{cm}} = 2.133$

$\Delta A = A_{max} - A = 2.133 - 2.026 = 0.107 \Rightarrow A = \underline{\underline{2.0 \pm 0.1}}$

b) $D = \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{0.078\,\text{m}} + \frac{1}{0.158\,\text{m}} = \underline{\underline{19\,\text{dpt}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{g} + \frac{1}{d-g}$$
$$g \cdot (d-g) = f(d-g) + f \cdot g$$
$$gd - g^2 = fd - fg + fg$$
$$g^2 - gd + fd = 0$$
$$g_{1,2} = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4fd}}{2}$$
$$= \frac{935\,\text{mm} \pm \sqrt{(935\,\text{mm})^2 - 4 \cdot 142\,\text{mm} \cdot 935\,\text{mm}}}{2} = \begin{cases} 174.607\,\text{mm} = \underline{\underline{175\,\text{mm}}} \\ 760.393\,\text{mm} = \underline{\underline{760\,\text{mm}}} \end{cases}$$
$$A_1 = \frac{b_1}{g_1} = \frac{d - g1}{g_1} = \frac{935\,\text{mm} - 174.607\,\text{mm}}{174.607\,\text{mm}} = \underline{\underline{4.35}}$$
$$A_2 = \frac{b_2}{g_2} = \frac{d - g2}{g_2} = \frac{935\,\text{mm} - 760.393\,\text{mm}}{760.393\,\text{mm}} = \underline{\underline{0.230}}$$

Es gibt zwei ‘symmetrische’ Lösungen: $g_2 = d - g_1$ und $A_2 = 1/A_1$.

7. Lösung von Aufgabe 7

a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Rightarrow b = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{12.3\,\text{cm}} - \frac{1}{47.5\,\text{cm}}\right)^{-1} = 16.598\,\text{cm}$

Fehlerschranke addiert oder subtrahiert, damit das Resultat möglichst gross wird:

$b_{max} = \left(\frac{1}{(12.3 + 0.3)\,\text{cm}} - \frac{1}{(47.5 - 0.6)\,\text{cm}}\right)^{-1} = 17.229\,\text{cm}$

$\Delta b = b_{max} - b = 17.229\,\text{cm} - 16.598\,\text{cm} = 0.63\,\text{cm} \Rightarrow b = \underline{\underline{(16.6 \pm 0.6)\,\text{cm}}}$

b) $\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g}\right)^{-1} = \frac{f}{g - f} = \frac{12.3\,\text{cm}}{47.5\,\text{cm} - 12.3\,\text{cm}} = \underline{\underline{0.349}}$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Rightarrow f = \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{Ag}\right)^{-1} = g \cdot \left(1 + \frac{1}{A}\right)^{-1} = 28.3\,\text{mm} \cdot \left(1 + \frac{1}{2.8}\right)^{-1} = 21\,\text{mm}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Rightarrow b = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{273\,\text{mm}} - \frac{1}{1083\,\text{mm}}\right)^{-1} = \underline{\underline{365\,\text{mm}}}$$

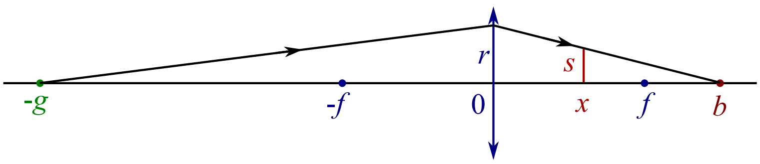
$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{fg}{g-f} \cdot \frac{1}{g} = \frac{f}{g-f} = \frac{273\,\text{mm}}{1083\,\text{mm} - 273\,\text{mm}} = \underline{\underline{0.337}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

Zeichnet man den Strahlengang, siehe Abbildung 57.5, zeigt sich sofort, dass die Strahlen auf einer Kreisscheibe mit Radius s landen. Abhängig von der Position x des Schirms, gilt:

$$s = \frac{b - x}{b} \cdot r$$

Abbildung 57.5: Alle Strahlen, welche vom Gegenstandspunkt bei der Koordinate $-g$ ausgehen und die Linse mit Radius r erreichen, werden zum Bildpunktes bei b abgelenkt. Wird bei x ein Schirm aufgestellt, so erscheint darauf eine erleuchtete Kreisscheibe mit Radius s.



11. Lösung von Aufgabe 11

a) $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{g} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{g} + \dfrac{1}{d-g} \Rightarrow g^2 - dg + fd = 0 \Rightarrow g = \dfrac{d \pm \sqrt{d^2 - 4fd}}{2}$

b) Der Radikand darf nicht negativ sein: $d^2 - 4fd \geqslant 0 \rightarrow d = 0$ oder $\underline{\underline{d \geqslant 4f}}$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$D_{soll} = D_{ist} + D_{corr} \Rightarrow D_{corr} = \frac{1}{f_{soll}} - \frac{1}{f_{ist}} = \frac{1}{24 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mm}} - \frac{1}{31 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{9.4\,\mathrm{dpt}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$B : G = b : g \rightarrow$$
$$f = \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{g} + \frac{G}{Bg}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2500\,\mathrm{mm}} + \frac{1781\,\mathrm{mm}}{31.2\,\mathrm{mm} \cdot 2500\,\mathrm{mm}}\right)^{-1} = \underline{\underline{43.0\,\mathrm{mm}}}$$

57.4 Lösungen (Optische Geräte)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$V = \frac{f_{Obj}}{|f_{Ok}|} = \frac{900\,\mathrm{mm}}{|-50\,\mathrm{mm}|} = \underline{\underline{18}}$$

Kapitel 58

Lösungen (Schwingungen)

58.1 Lösungen (Pendel)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

   b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

a) $y(t) = \hat{y}\cos(\omega t) = \hat{y}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot t\right)$

b) Vergleiche oberste und unterste Position mit dem Energiesatz

$mg2\hat{y} = \frac{1}{2}k(2\hat{y})^2 \Rightarrow mg = k\hat{y} \Rightarrow \hat{y} = \frac{mg}{k}$

Variante: Nutze Kräftegleichgewicht $F_G = F_F \Rightarrow mg = k\hat{y}$ bei $y = 0$

c) Vergleiche oberste und mittlere Position mit dem Energiesatz:

$mg\hat{y} = \frac{1}{2}m\hat{v}^2 + \frac{1}{2}k\hat{y}^2 \Rightarrow mg\cdot\frac{mg}{k} = \frac{1}{2}m\hat{v}^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 \Rightarrow \hat{v} = g\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}$

Variante: $\hat{v} = \omega\hat{y} = \sqrt{\frac{k}{m}}\cdot\hat{y} = \sqrt{\frac{k}{m}}\cdot\frac{mg}{k} = \sqrt{\frac{m}{k}}\cdot g$

c) $\hat{a} = \omega^2\hat{y} = \frac{k}{m}\frac{mg}{k} = g$

Variante: Im obersten Punkt ist die Feder entspannt, d.h. $a(t) = -\hat{a} = -g$

Im untersten Punkt ist somit $F_F = F_{res} + F_G = ma + mg = 2mg = 2F_G$

3. Lösung von Aufgabe 3
   Die effektive Pendellänge l ist der Abstand des Sitzes von der Aufhängung.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{s\cos\alpha}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2.5\,\mathrm{m}\cdot\cos 10^\circ}{9.81\,\mathrm{m/s^2}}} = 3.1477\,\mathrm{s} = \underline{\underline{3.1\,\mathrm{s}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$T \propto \sqrt{l} \Rightarrow \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} - 1 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1 = 1.000104^2 - 1 = \underline{\underline{0.208\,‰}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \Rightarrow g = l \cdot \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 = 0.998\,\mathrm{m} \cdot \left(\dfrac{2\pi}{2.006\,\mathrm{s}}\right)^2 = \underline{\underline{9.79\,\mathrm{m/s^2}}}$

b) $T \propto \sqrt{l} \Rightarrow \dfrac{l_2}{l_1} = \left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\dfrac{2.0000\,\mathrm{s}}{2.006\,\mathrm{s}}\right)^2 = \underline{\underline{0.9940}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

   a) $y = -\hat{y}\cos(\omega t) = \hat{y}\sin(\omega t - \pi/2) \Rightarrow \varphi_0 = -\pi/2$

   b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{0.350\,\mathrm{kg}}{58\,\mathrm{N/m}}} = \underline{\underline{0.49\,\mathrm{s}}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = l \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0.994\,\text{m} \cdot \left(\frac{2\pi}{2.\bar{0}\,\text{s}}\right)^2 = 9.81039\,\text{m/s}^2$$

Fehlerschranke addiert oder subtrahiert, damit das Resultat möglichst gross wird:

$$g_{max} = (0.994 + 0.002)\,\text{m} \cdot \left(\frac{2\pi}{2.\bar{0}\,\text{s}}\right)^2 = 9.83013\,\text{m/s}^2$$

$$\Delta g = g_{max} - g = 9.83013\,\text{m/s}^2 - 9.81039\,\text{m/s}^2 = 0.01974\,\text{m/s}^2 = 0.02\,\text{m/s}^2 \Rightarrow$$

$$g = \underline{\underline{(9.81 \pm 0.02)\,\text{m/s}^2}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 1.622\,\mathrm{m/s^2} \cdot \left(\frac{2.\bar{0}\,\mathrm{s}}{2\pi}\right)^2 = \underline{\underline{0.1643\,\mathrm{m}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = \frac{1}{f} \Rightarrow D = (2\pi f)^2\, m = (2\pi \cdot 1.83\,\text{Hz})^2 \cdot 0.380\,\text{kg} = \underline{\underline{50.2\,\text{N/m}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.758\,\mathrm{m}}{9.8\,\mathrm{m/s^2}}} = 1.7474\,\mathrm{s} = \underline{\underline{1.7\,\mathrm{s}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$T \propto \sqrt{l} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = 2^2 = \underline{\underline{4}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 9.80222\,\mathrm{m/s^2} \cdot \left(\frac{2.\bar{0}\,\mathrm{s}}{2\pi}\right)^2 = \underline{\underline{0.993173\,\mathrm{m}}}$

b) $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \Rightarrow T_B = T_Z\sqrt{\frac{g_Z}{g_B}} = 2.\bar{0}\,\mathrm{s} \cdot \sqrt{\frac{9.80222\,\mathrm{m/s^2}}{9.80763\,\mathrm{m/s^2}}} = \underline{\underline{1.99945\,\mathrm{s}}}$

13. Lösung von Aufgabe 13

$$T \propto \sqrt{l} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = 1.0167^2 = 1.03368 = 100\,\% + \underline{\underline{3.37\,\%}}$$

14. Lösung von Aufgabe 14

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \left(\frac{1.873\,\mathrm{s}}{2\pi}\right)^2 = \underline{\underline{872\,\mathrm{mm}}}$$

15. Lösung von Aufgabe 15

$$\text{a) } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{6.371\cdot 10^6\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m/s}}} = 5063\,\mathrm{s} = \underline{\underline{1.41\,\mathrm{h}}}$$

$$\text{b) } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{GM/r^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{(2\pi)^2}{GM} \quad \text{Kepler III}$$

Die Schwingungsdauer entspricht gerade der Umlaufzeit eines erdnahen Satelliten (sog. erste kosmische Geschwindigkeit).

16. Lösung von Aufgabe 16

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \left(\frac{86400\,\mathrm{s}}{2\pi}\right)^2 = \underline{\underline{1.85 \cdot 10^9\,\mathrm{m}}}$$

Das wäre fast fünf Mal (4.8) der mittlere Abstand Erde-Mond. Natürlich ist so ein Pendel nicht möglich.

17. Lösung von Aufgabe 17

    Der Lageplan ist unvollständig: Auf das Pendel wirken die Gewichtskraft F_G *sowie die Zugkraft des Fadens*. Die Gewichtskraft wird in die zwei Komponenten und F und F' zerlegt. Die Komponenten werden genau gleich eingezeichnet wie F_G. Üblicherweise werden die Komponenten durch stricheln o.ä. optisch von der einwirkenden Kraft abgesetzt oder dann wird die einwirkende Kraft durchgestrichen um zu zeigen, dass statt ihrer die Komponentendarstellung gilt. Diese fehlende Auszeichnung hat eine Doppelzählung durch die Schülerin provoziert (sie nennt die Gewichtskraft F_G sowie die rücktreibende Kraft F, die ja nichts anderes als eine Komponente von F_G ist.)

58.2 Lösungen (harmonische Schwingung)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\text{a) } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.500\,\text{kg}}{37\,\text{N/m}}} = 0.7304\,\text{s} = \underline{\underline{0.73\,\text{s}}}$$

$$\text{b) } y(t) = \hat{y}\cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow y_0 = \hat{y}\cos(\varphi_0) \quad \text{und} \quad \upsilon_0 = -\omega\hat{y}\sin(\varphi_0) \Rightarrow$$

$$\frac{\upsilon_0}{y_0} = -\omega\tan(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \arctan\left(\frac{-\upsilon_0}{\omega y_0}\right) = \arctan\left(\frac{-\upsilon_0}{y_0}\sqrt{\frac{m}{k}}\right)$$

$$\varphi_0 = \arctan\left(\frac{-(-73\,\text{cm/s})}{8.3\,\text{cm}}\sqrt{\frac{0.500\,\text{kg}}{37\,\text{N/m}}}\right) = 0.7965\,\text{rad} = \underline{\underline{0.80\,\text{rad}}} \;\; \text{Test: } \cos(\varphi_0) > 0 \checkmark$$

$$\cos^2\varphi_0 + \sin^2\varphi_0 = 1 \Rightarrow \left(\frac{y_0}{\hat{y}}\right)^2 + \left(\frac{-\upsilon_0}{\omega\hat{y}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \hat{y} = \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{-\upsilon_0}{\omega}\right)^2} = \sqrt{y_0^2 + \frac{\upsilon_0^2\cdot m}{k}}$$

$$\hat{y} = \sqrt{(8.3\,\text{cm})^2 + \frac{(-73\,\text{cm/s})^2\cdot 0.500\,\text{kg}}{37\,\text{N/m}}} = 11.87\,\text{cm} = \underline{\underline{12\,\text{cm}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2
   Ein Halbkreis hat am Anfang und Schluss eine vertikale Tangente. Die Steigung im $y(t)$-Diagramm ist die momentane Geschwindigkeit. Somit würden bei einer 'Halbkreis-Schwingung' unendliche Geschwindigkeiten auftreten (und auch unendlich grosse Beschleunigungen, was wiederum nur mit unendlich grossen Kräften möglich wäre).

3. Lösung von Aufgabe 3
   Wir verwenden die Bahngleichung $y = \hat{y}\sin(\omega t)$, weil der Sinus mit einem Nulldurchgang startet.

$$\text{a) } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.200\,\text{kg}}{1.38\cdot 10^3\,\text{N/m}}} = \underline{\underline{75.6\,\text{ms}}}$$

$$\text{b) } y = \hat{y}\sin(\omega t) = \hat{y}\sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{3}\right) = \hat{y}\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \hat{y}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 5.57\,\text{mm}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{4.82\,\text{mm/s}}}$$

$$\text{c) } \upsilon = \omega\hat{y}\cos(\omega t) = \hat{\upsilon}\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{4}\right) = \hat{\upsilon}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \underline{\underline{0}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

a) programmierte Funktion: `y := 73.4*sin(3.8*x-1.11)`

$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3.800\,\mathrm{s}^{-1}} = 1.65347\,\mathrm{s},\ \hat{y} = 73.40\,\mathrm{mm},\ \varphi_0 = -1.110\,\mathrm{rad}$ (Sollwerte)

Bsp. Messung: $T = \frac{13.15\,\mathrm{cm}\cdot 7\,\mathrm{s}}{4\cdot 13.91\,\mathrm{cm}} = \underline{\underline{1.654\,\mathrm{s}}} \quad \hat{y} = \frac{2.59\,\mathrm{cm}\cdot 160\,\mathrm{mm}}{5.60\,\mathrm{cm}} = \underline{\underline{74.0\,\mathrm{mm}}}$

$$\omega t_1 + \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = -2\pi\cdot\frac{t_1}{T} = -2\pi\cdot\frac{0.58\,\mathrm{cm}}{3.29\,\mathrm{cm}} = -1.11\,\mathrm{rad} = \underline{\underline{-1.1\,\mathrm{rad}}}$$

b) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \cdots = \underline{\underline{3.800\,\mathrm{s}^{-1}}}$ (Sollwert)

c) $\hat{v} = \omega\hat{y} = 3.800\,\mathrm{s}^{-1}\cdot 73.4\,\mathrm{mm} = \underline{\underline{279\,\mathrm{mm/s}}}$ (Sollwert)

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.278\,\text{s}} = \underline{\underline{22.6\,\text{s}^{-1}}}$

b) $y = \hat{y}\sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t + \varphi_0\right) = 17.3\,\text{mm}\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{0.278\,\text{s}}\cdot 0.8725\,\text{s} + 1.095\,\text{rad}\right) = \underline{\underline{16.0\,\text{mm}}}$

c) $\omega t_1 + \varphi_0 = \pi \Rightarrow t_1 = (\pi - \varphi_0)\cdot\frac{T}{2\pi} = (\pi - 1.095\,\text{rad})\cdot\frac{278\,\text{ms}}{2\pi} = \underline{\underline{90.6\,\text{ms}}}$

d) $\hat{a} = \omega^2\hat{y} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\hat{y} = \left(\frac{2\pi}{0.278\,\text{s}}\right)^2\cdot 0.0173\,\text{m} = \underline{\underline{8.84\,\text{m/s}^2}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\hat{y} = y_0 = 5.7\,\text{cm} \qquad \varphi_0 = 0 \quad \text{Kosinus-Schwingung}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{83\,\text{N/m}}{0.300\,\text{kg}}} = \underline{\underline{17\,\text{s}^{-1}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

   a) $0 = \omega t_1 + \varphi_0 \Rightarrow t_1 = -\dfrac{\varphi_0}{\omega} = -\dfrac{-0.87\,\mathrm{rad}}{13\,\mathrm{s}^{-1}} = \underline{\underline{67\,\mathrm{ms}}}$

   b) $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{13\,\mathrm{s}^{-1}} = \underline{\underline{0.48\,\mathrm{s}}}$

   c) $\hat{v} = \omega\hat{y} = 13\,\mathrm{s}^{-1} \cdot 1.8\,\mathrm{cm} = \underline{\underline{23\,\mathrm{cm/s}}}$

   d) $\omega t + \varphi_0 = 13\,\mathrm{s}^{-1} \cdot 0.995\,\mathrm{s} - 0.87\,\mathrm{rad} = \underline{\underline{12\,\mathrm{rad}}}$

8. Lösung von Aufgabe 8

   programmierte Funktion: `y := 43.1*sin(2*pi*x/1.88-1.05)`

   a) $T = \dfrac{13.13\,\text{cm}}{5} \cdot \dfrac{10\,\text{ms}}{13.98\,\text{cm}} = \underline{\underline{1.878\,\text{ms}}} \quad \varphi_0 = -\dfrac{2\pi}{T} \cdot t_1 = -2\pi \cdot \dfrac{4.4\,\text{mm}}{26.2\,\text{mm}} = \underline{\underline{-1.06\,\text{rad}}}$

   b) $\hat{y} = (21.7 \pm 0.3)\,\text{mm} \cdot \dfrac{100\,\mu\text{m}}{(50.2 \pm 0.3)\,\text{mm}} = 43.227\,\mu\text{m}\ (\text{max. } 44.088\,\mu\text{m}) = \underline{\underline{(43.2 \pm 0.9)\,\mu\text{m}}}$

   c) $\hat{v} = \omega\hat{y} = \dfrac{2\pi\hat{y}}{T} = \dfrac{2\pi \cdot 43.1 \cdot 10^{-6}\,\text{m}}{1.88 \cdot 10^{-3}\,\text{s}} = \underline{\underline{0.1440\,\text{m/s}}}$ (Sollwert)

9. Lösung von Aufgabe 9

$$\pi < \varphi(t) + k \cdot 2\pi < 3\pi/2 \text{ mit } k \in \mathbb{Z} \qquad \text{für} \quad y(t) = \hat{y} \sin \varphi(t)$$

58.3 Lösungen (erzwungene Schwingung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Siehe Abbildung 58.1

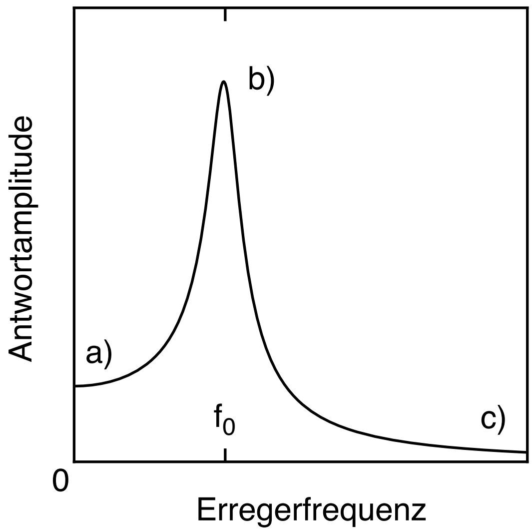


Abbildung 58.1: a) Für kleine Erregerfrequenzen ist die Antwortamplitude gleich der Erregeramplitude. b) Ist die Erregerfrequenz ungefähr gleich der Eigenfrequenz f_0 und ist die Dämpfung schwach, so tritt Resonanz auf, d.h. die Antwortamplitude wird wesentlich grösser als die Erregeramplitude. c) Für hohe Frequenzen verschwindet die Antwortamplitude, weil der Schwinger der Anregung nicht so schnell folgen kann.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\hat{y}(\omega) = \frac{A}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_1^2\right)^2 + 4\delta^2\omega_1^2}} \quad \text{wobei } \delta = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\frac{\hat{y}}{A} = \frac{1}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_1^2\right)^2 + 4\omega_1^2/\tau^2}}$$

Bei Erreger-Kreisfrequenz $\omega_1 = 0$ folgt

$$\frac{\hat{y}}{A} = \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{(2\pi f)^2} = \frac{1}{(2\pi \cdot 620\,\text{Hz})^2} = 6.59 \cdot 10^{-8}\,\text{s}^2$$

Bei Erreger-Kreisfrequenz $\omega_1 = \omega_0$ (Resonanz) folgt

$$\frac{\hat{y}}{A} = \frac{\tau}{2 \cdot 2\pi f} = \frac{3 \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\text{s}}{4\pi \cdot 620\,\text{Hz}} = 1.2 \cdot 10^4\,\text{s}^2$$

$$\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \cdot 620\,\text{Hz} = 3895.57489\,\text{s}^{-1} = 3896\,\text{s}^{-1}$$

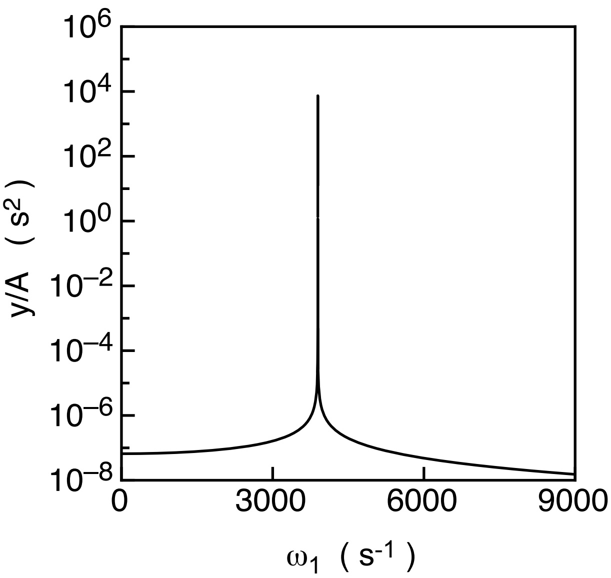


Abbildung 58.2: Resonanzkurve des GEO600 Detektors (eine von vielen). Weil die Abklingzeit sehr lang ist, ist die Resonanzkurve extrem schlank und hoch. Weil die Erregeramplitude unbekannt ist, kann die Antwortamplitude nur bis auf einen konstanten Faktor aufgetragen werden; Verhältnisse lassen sich aber dennoch herauslesen. Weil die Resonanzkurve derart schlank ist, sollte man das Maximum berechnen, denn ein normales Plot-Programm wird den Maximalwert ziemlich sicher verfehlen. Die Ordinatenachse ist logarithmisch skaliert, weil der Wertebereich viele Grössenordnungen umfasst.

Kapitel 59

Lösungen (Wellen)

59.1 Lösungen (Wellenlänge, Frequenz und Phase)

1. Lösung von Aufgabe 1

   $$c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{344\,\mathrm{m/s}}{1000\,\mathrm{Hz}} = \underline{\underline{34\,\mathrm{cm}}}$$

   Annahme: Lufttemperatur 20 °C.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{2.9979 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{900 \cdot 10^6\,\mathrm{Hz}} = \underline{\underline{0.333\,\mathrm{m}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi \cdot 9.1926 \cdot 10^9\,\mathrm{Hz}}{2.99792458 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{192.66\,\mathrm{m}^{-1}}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{9.1926 \cdot 10^9\,\mathrm{Hz}} = \underline{\underline{1.0878 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{s}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$u(x,t) = \hat{u}\sin(kx - \omega t)$ ‘1. Nullstelle’: $kx - \omega t = 0 \Rightarrow x = \dfrac{\omega}{k}t$

zu vergleichen mit $s = vt \Rightarrow \underline{\underline{c = \dfrac{\omega}{k}}}$

5. Lösung von Aufgabe 5

   WiFi ist, wie geschrieben, ein Standard (Abmachung). Standards haben nichts mit Energie zu tun. Ein Sender, der mit WiFi Daten überträgt, sendet elektromagnetische Wellen. Die Wellen tragen Energie. 'Abstand der Wellen' ist kein definierter Ausdruck, gemeint ist wohl die Wellenlängen. Die Amplitude einer elektromagnetischen Welle wird in 'Volt pro Meter' (Einheit der elektrischen Feldstärke) gemessen; '8-13 cm' ist wohl die Wellenlänge. Diese Wellenlänge liegt mitten im Mikrowellenbereich, also zwischen Infrarot und Radiowellen. Mit 'Amplitude' wird der Maximalwert (Spitzenwert) einer Welle bezeichnet; die Welle hat keine Spitzen.

   Verbesserungsvorschlag: WiFi ist ein Funkstandard zur Datenübertragung mittels Mikrowellen. Die Wellenlänge dieser elektromagnetischen Strahlung beträgt 8 bis 13 cm und liegt zwischen Infrarot und Radiowellen.

6. Lösung von Aufgabe 6

   $A\sin(kx-\omega t)+A\sin(kx-\omega t+\alpha)\overset{soll}{=}\frac{1}{2}A\sin(kx-\omega t+\beta)$
   Diese Gleichung muss für beliebige x und t erfüllt sein, insbesondere für
   $kx-\omega t=0\Rightarrow\sin\alpha=\frac{1}{2}\sin\beta$
   $kx-\omega t=\pi/2\Rightarrow 1+\cos\alpha=\frac{1}{2}\cos\beta$ quadrieren und addieren $\Rightarrow$
   $\sin^2\alpha+(1+\cos\alpha)^2=\frac{1}{4}\left(\sin^2\beta+\cos^2\beta\right)$
   $2+2\cos\alpha=\frac{1}{4}\Rightarrow\alpha=\arccos(1/8-1)=\arccos(-7/8)=2.64\,\text{rad}=151°$

59.2 Lösungen (Wellengeschwindigkeit)

1. Lösung von Aufgabe 1
   a) Je grösser die Masse m, desto tiefer die Wellengeschwindigkeit c. Je grösser die Federkonstante D, desto höher die Wellengeschwindigkeit.

   $$\text{Ansatz: } c = \frac{D^\alpha}{m^\beta}$$

   Wir verwenden die Einheiten stellvertretend für die Dimensionen. Damit gilt:

   $$\frac{m}{s} = \frac{(N/m)^\alpha}{kg^\beta} = \frac{kg^\alpha}{s^{2\alpha} kg^\beta}$$

   Der Koeffizientenvergleich liefert für die Exponenten:

   $$\text{kg: } 0 = \alpha - \beta$$
   $$\text{s: } -1 = -2\alpha \Rightarrow \alpha = \beta = 1/2$$
   $$\text{m: } 1 = 0$$

   b) Wie man sieht, hat die letzte Gleichung keine Lösung, d.h. der Ansatz funktioniert nicht.
   c) Im Ansatz fehlt eine Länge. Diese Länge könnte der Abstand zweier Atome oder die Wellenlänge sein.
   In der Literatur (Festkörperphysik) findet man folgende Relation:

   $$\omega^2 = \frac{4D}{m} \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)$$

   wobei ω die Kreisfrequenz, k die Kreiswellenzahl und a der Abstand benachbarter Atome ist. Die Wellengeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit) folgt daraus mit $c = \omega/k$.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$c \propto \sqrt{T} \Rightarrow \frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{298\,\mathrm{K}}{273\,\mathrm{K}}} = 1.0448 = \underline{\underline{1.04}}$$

Die Schallgeschwindigkeit nimmt 4.5 % zu.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{T_1 - fh}{T_1}} \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\sin(\alpha_1)\sqrt{\frac{T_1 - fh}{T_1}}\right)$$

$$= \arcsin\left(\sin(45°)\sqrt{\frac{(273.15+20)\,\mathrm{K} - 6.0\,\mathrm{K/km}\cdot 3.0\,\mathrm{km}}{(273.15+20)\,\mathrm{K}}}\right) = \underline{\underline{43°}}$$

Die Schallwelle wird ‘aufwärts gebogen’. Entsprechend gibt es keine maximale Höhe nach Art der Totalreflexion. Dieser Fall könnte eintreten, wenn Schallwellen aus grosser Höhe schräg nach unten ausgesandt werden.

4. Lösung von Aufgabe 4
   In der FoTa findet man für die Schallgeschwindigkeit in Luft 344 m/s bei 20 °C.

$$c \propto \sqrt{T} \Rightarrow \frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow$$

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 = (273.15 + 20)\,\mathrm{K} \cdot \left(\frac{300\,\mathrm{m/s}}{344\,\mathrm{m/s}}\right)^2 = 222.95\,\mathrm{K} \mathrel{\hat{=}} \underline{\underline{-50.2\,°\mathrm{C}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $\lambda_{vac} = \dfrac{c}{f} = \dfrac{2.9979 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{5.83 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}} = 514\,\mathrm{nm}$ grün

b) $c_G = \dfrac{c}{n_G} = \dfrac{2.99792458 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{1.455} = \underline{\underline{2.060 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

a) $c \propto \sqrt{T} \Rightarrow c_2 = c_1 \cdot \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 445\,\mathrm{m/s} \cdot \sqrt{\frac{(273.15+53)\,\mathrm{K}}{(273.15+20)\,\mathrm{K}}} = \underline{\underline{469\,\mathrm{m/s}}}$

b) $c = \sqrt{\frac{\varkappa RT}{M}} \Rightarrow \varkappa = \frac{c^2 M}{RT} = \frac{(445\,\mathrm{m/s})^2 \cdot (12.01 + 4 \cdot 1.00794) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}}{8.3145\,\mathrm{J/molK} \cdot (273.15+20)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{1.30}}$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi c^2}{g} = \frac{2\pi \cdot (250 \cdot 10^3\,\mathrm{m/s})^2}{274.0\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{1.43 \cdot 10^9\,\mathrm{m}}}$$

Das ist zu vergleichen mit dem Sonnenumfang von $4.37 \cdot 10^9$ m. Die Wellenlänge ist grösser als der Sonnenradius; unsere Lösung, für die wir die Geschwindigkeit von Wasserwellen über tiefem Wasser verwendet haben, kann nur eine grobe Abschätzung sein.

8. Lösung von Aufgabe 8

   Die Feder habe Masse m, Federkonstante D und Länge l. Eine Schraubenfeder kann in erster Näherung wie ein elastischer Stab mit Dichte ρ, Querschnittsfläche A, Länge l und Elastizitätsmodul E betrachtet werden. Wir können deshalb die Beziehung $c^2 = E/\rho$ auf die Feder übertragen; wir müssen nur herausfinden, welche Grössen einander entsprechen.

$$F = \frac{EA}{l} \cdot \Delta l \leftrightarrow F = Dy \Rightarrow D = \frac{EA}{l}$$
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Al}$$
$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{Dl}{A} \cdot \frac{Al}{m}} = \underline{\underline{l \cdot \sqrt{\frac{D}{m}}}}$$

9. Lösung von Aufgabe 9

a) $c = \sqrt{\dfrac{\varkappa RT}{M}} \Rightarrow \varkappa = \dfrac{c^2 M}{RT} = \dfrac{(206\,\mathrm{m/s})^2 \cdot 2 \cdot 35.453 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}}{8.314472\,\mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}} \cdot 273.15\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{1.32}}$

b) $c \propto \sqrt{T} \Rightarrow c_2 = c_0 \cdot \sqrt{\dfrac{T_2}{T_0}} = 206\,\mathrm{m/s} \cdot \sqrt{\dfrac{(273.15 + 20)\,\mathrm{K}}{273.15\,\mathrm{K}}} = \underline{\underline{213\,\mathrm{m/s}}}$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$\omega^2 = gk \text{ und } c = \frac{\omega}{k} \Rightarrow c^2 = \frac{g}{k} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$c \propto \sqrt{T} \Rightarrow c = c_0\sqrt{\frac{T}{T_0}} = 344\,\mathrm{m/s}\cdot\sqrt{\frac{(273.15+23.0)\,\mathrm{K}}{(273.15+20.0)\,\mathrm{K}}} = \underline{\underline{346\,\mathrm{m/s}}}$$

59.3 Lösungen (Intensität und Polarisation)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) Einheitenkontrolle: $\left[\dfrac{i_0^2 A^2 \omega^4}{\varepsilon_0 c^5}\right] = \dfrac{\mathrm{A^2 m^4 s^{-4}}}{\mathrm{As/(Vm) \cdot (m/s)^5}} = \mathrm{AV} = \mathrm{W} \quad \checkmark$

   b) $\bar{P} = \dfrac{1}{12\pi\varepsilon_0 c^5} \cdot (i_0 A)^2 \omega^4 = \dfrac{1}{12\pi\varepsilon_0 c^5} \cdot m^2\omega^4$

   c) $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \Rightarrow \varepsilon_0 = \dfrac{1}{\mu_0 c^2} \Rightarrow \bar{P} = \dfrac{\mu_0}{12\pi c^3} \cdot m^2\omega^4$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$J \propto E^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} = \sqrt{10} = \underline{\underline{3.2}}$$

Die Lösung setzt voraus, dass das Licht eine kohärente, monochromatische, ebene Welle ist.

3. Lösung von Aufgabe 3

a) $c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{2.9979 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{102.8 \cdot 10^{6}\,\mathrm{Hz}} = \underline{\underline{2.916\,\mathrm{m}}}$

a) $J = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 \hat{E}^2 \Rightarrow \hat{E} = \sqrt{\dfrac{2J}{c\varepsilon_0}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 80 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{W/m^2}}{2.9979 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s} \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}}} = \underline{\underline{0.25\,\mathrm{V/m}}}$

c) $J \propto \dfrac{1}{r^2} \Rightarrow J_2 = J_1 \cdot \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2 = 80\,\mu\mathrm{W/m^2} \cdot \left(\dfrac{1.0\,\mathrm{km}}{2.3\,\mathrm{km}}\right)^2 = \underline{\underline{15\,\mu\mathrm{W/m^2}}}$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$J = \frac{1}{2}c\varepsilon_0\hat{E}^2 = c\varepsilon_0 E_{\text{eff}}^2 = 3.00 \cdot 10^8 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}\,\text{As/(Vm)} \cdot (5.5\,\text{V/m})^2 = \underline{\underline{80\,\text{mW/m}^2}}$$

Die Anlagegrenzwerte gelten für die Strahlung einer einzelnen Anlage und müssen dort eingehalten werden, wo sich Menschen längere Zeit aufhalten.

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $J = \dfrac{P}{A} = \dfrac{P}{4\pi r^2} = \dfrac{50\cdot 10^3\,\mathrm{W}}{4\pi\cdot(3.8\cdot 10^3\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{2.8\cdot 10^{-4}\,\mathrm{W/m^2}}}$

b) $J = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c\hat{E}^2 = \dfrac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \hat{E} = \dfrac{1}{r}\sqrt{\dfrac{P}{2\pi\varepsilon_0 c}} =$

$$\hat{E} = \frac{1}{3.8\cdot 10^3\,\mathrm{m}}\sqrt{\frac{50\cdot 10^3\,\mathrm{W}}{2\pi\cdot 8.854\cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}\cdot 3.00\cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}} = \underline{\underline{0.46\,\mathrm{V/m}}}$$

c) keine Absorption, gleichmässige Abstrahlung in alle Richtungen

59.4 Lösungen (Interferenz und Beugung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Mit ‘gelbes Licht’ ist wohl die Natrium-D Spektrallinie gemeint (509.0 nm resp. 589.6 nm).

$$d \sin\alpha_m = m\lambda \Rightarrow d = \frac{m\lambda}{\sin\alpha_m} = \frac{2 \cdot 589.30\,\mathrm{nm}}{\sin\left(37 + \frac{28}{60}\right)^\circ} = \underline{\underline{1938\,\mathrm{nm}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2
   Die Reflexe von der Vorder- und Rückseite der Schicht müssen konstruktiv interferieren, d.h. der Wegunterschied muss mindestens eine Wellenlänge betragen.

   $$2d = \lambda_{mat} \Rightarrow d = \frac{\lambda_{vac}}{2n}$$

   (Annahme: Bei der Reflexion tritt an beiden Grenzflächen derselbe Phasensprung auf.)

3. Lösung von Aufgabe 3

$$d \sin \alpha_1 = 1.22\lambda \rightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{1.22\lambda}{d}\right) = \arcsin\left(\frac{1.22 \cdot 1.2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{m}}\right) = \underline{\underline{3.0\,\mathrm{mas}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$d \sin \alpha_m = m\lambda \Rightarrow d = \frac{\lambda}{\sin \alpha_1} = \frac{633\,\text{nm}}{\sin 1.4°} = \underline{\underline{26\,\mu\text{m}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$d \sin \alpha_m = m\lambda \rightarrow \sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{d} > 1 \Rightarrow d < \lambda$$

6. Lösung von Aufgabe 6
   Das Muster besteht aus Interferenzstreifen. In der Mitte hinter dem Doppelspalt – also im geometrischen Schatten – interferieren die zwei Teilwellen aus den einzelnen Spalten konstruktiv. Wenn der Schirm weit weg ist, sind die Teilwellen nahezu parallel. Ihr Wegunterschied beträgt somit $d \sin \alpha_m$ wobei α_m den Ablenkwinkel der einfallenden Welle darstellt. Konstruktive Interferenz tritt auf, falls $d \sin \alpha_m = m \cdot \lambda$ wobei $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ ist. Die Streifen haben auf dem Schirm also den Abstand $s = D \tan \alpha_{m+1} - D \tan \alpha_m \approx D \cdot \lambda / d$ von Streifenmaximum zu Streifenmaximum.

7. Lösung von Aufgabe 7
   Die Wellen, die im Ausgang A_1 überlagert werden, haben beide je eine Reflexion im Strahlteiler erfahren und haben beide je einmal einen Strahlteiler gerade durchquert. Die Wellen haben also das gleiche erlebt und sind deshalb in Phase. Jene Wellen hingegen, die sich im Ausgang A_2 überlagern, haben Verschiedenes erlebt: Die Welle via Spiegel S_1 hat zweimal einen Strahlteilter gerade durchquert und die Welle, die via Spiegel S_2 läuft, hat zwei Reflexionen in den Strahlteilern erlebt. Diese Wellen müssen nicht in Phase sein respektive sie sind ausser Phase.

8. Lösung von Aufgabe 8

   Das Quincke-Rohr ist ein Schall-Interferometer, bei dem die Arme einen Wegunterschied von $2d$ aufweisen (wie beim Michelson-Interferometer). Die Messungen von Tabelle 26.1 wurden mit Schall der Frequenz 5000.0 Hz durchgeführt.

   a) $2d = \lambda/2 + 3\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{4}{7}d = \frac{4}{7} \cdot 12.0\,\text{cm} = \underline{\underline{6.86\,\text{cm}}}$

   $$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{7c}{4d} = \frac{7 \cdot 344\,\text{m/s}}{4 \cdot 0.120\,\text{m}} = \underline{\underline{5.02\,\text{kHz}}}$$

   b) $2(d_9 - d_1) = (9-1) \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4}(d_9 - d_1) = \frac{1}{4} \cdot (29.3 - 1.8)\,\text{cm} = \underline{\underline{6.88\,\text{cm}}} \quad \rightarrow 5.00\,\text{kHz}$

   c) siehe Abbildung 59.1

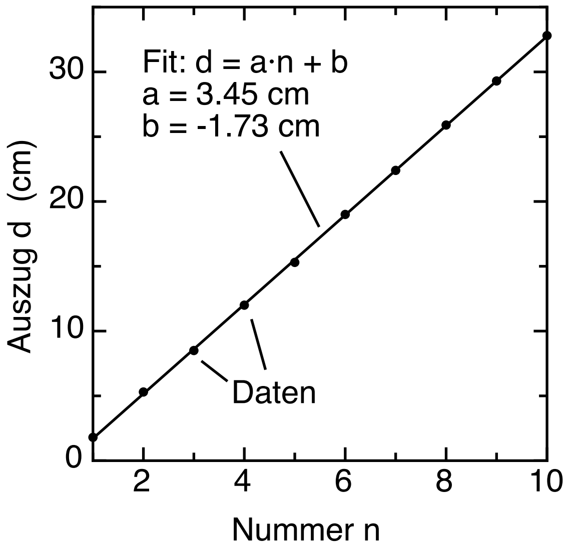


Abbildung 59.1: Quinckerohr-Auszüge d als Funktion der Nummer n des Minimums (Tabelle 26.1, Messreihe d_A; bei Reihe d_B ergeben sich ähnliche Fitparameter).

Die Steigung der Regressionsgeraden sollte gleich der halben Wellenlänge sein, der Ordinatenabschnitt sollte $-\lambda/4$ sein. Beides passt zu den Resultaten von Aufgabe 8a) und b).

9. Lösung von Aufgabe 9

a) $d = \dfrac{m_a\lambda_a}{\sin\alpha_m} = \dfrac{1\cdot 514.91\,\text{nm}}{\sin\left(31+\frac{31}{60}+\frac{31}{3600}\right)^\circ} = \underline{\underline{984.77\,\text{nm}}} \qquad (\alpha_1 = 31.5253^\circ)$

b) $\beta_1 = \arcsin\left(\dfrac{m_b\lambda_b}{d}\right) = \arcsin\left(\dfrac{m_b\lambda_b\sin\alpha_m}{m_a\lambda_a}\right) = \arcsin\left(\dfrac{1\cdot 515.37\,\text{nm}\cdot\sin\left(31+\frac{31}{60}+\frac{31}{3600}\right)^\circ}{1\cdot 514.91\,\text{nm}}\right)$

$= 31.5567^\circ = \underline{\underline{31^\circ\,33'\,24''}}$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$\sin\alpha_1 = 1.2197\cdot\lambda/d \Rightarrow d = \frac{1.2197\cdot\lambda}{\sin\alpha_1} = \frac{1.2197\cdot 550\,\mathrm{nm}}{\sin\left(\frac{15}{60}+\frac{32.6}{3600}\right)^\circ} = \underline{\underline{0.148\,\mathrm{mm}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

$$d \sin\alpha = m\lambda \Rightarrow d \geqslant \frac{m\lambda}{\sin\alpha} = \frac{8 \cdot 514.3\,\text{nm}}{\sin 90^\circ} = \underline{\underline{4.114\,\mu\text{m}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

$$2l = m\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{m} = \frac{2 \cdot 9.8358 \cdot 10^{-3}\,\text{mm}}{1500} = \underline{\underline{13.11\,\mu\text{m}}}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

    Der Käferpanzer kann aus dünnen Schichten (abwechselnd hoher und tiefer Brechungsindex) aufgebaut sein. Das reflektierte Licht kann dann für bestimmte Wellenlängen konstruktiv oder destruktiv interferieren. Das 'weisse' Sonnenlicht erscheint nach der Reflexion gefärbt.

14. Lösung von Aufgabe 14

a) Siehe Legende von Abb. 59.2.
b) Je grösser die Drehgeschwindigkeit, desto grösser die Phasenverschiebung. Je grösser A resp. je länger der Lichtweg, desto grösser ist die Phasenverschiebung. Die Einheiten stimmen.

$$\text{c) } \Delta\varphi = 2\pi f \cdot \frac{4A\Omega}{c^2} = \frac{8\pi l b}{\lambda c} \cdot \frac{2\pi}{T_E} = \frac{8\pi \cdot 613\,\text{m} \cdot 339\,\text{m}}{500 \cdot 10^{-9}\,\text{m} \cdot 2.998 \cdot 10^8\,\text{m/s}} \cdot \frac{2\pi}{86400\,\text{s}} = \underline{\underline{2.53\,\text{rad}}}$$

d) Wir berechnen die Umlaufzeiten der Teilwellen in einem runden Sagnac-Interferometer, siehe Abb. 59.2.

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{t_1 - t_2}{T} = f \cdot (t_1 - t_2) = f \cdot \left(\frac{2\pi r}{c - \Omega r} - \frac{2\pi r}{c + \Omega r}\right) = \frac{f \cdot 2\pi r}{c} \cdot \left(\frac{1}{1 - \Omega r/c} - \frac{1}{1 + \Omega r/c}\right)$$
$$\approx \frac{f \cdot 2\pi r}{c} \cdot (1 + \Omega r/c \; - 1 + \Omega r/c) = \frac{4f \cdot \pi r^2 \cdot \Omega}{c^2} = f \cdot \frac{4A\Omega}{c^2}$$

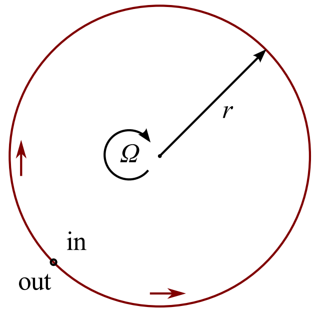


Abbildung 59.2: Sagnac-Interferometer mit rundem Lichtweg. Die im Uhrzeigersinn laufende Welle braucht länger für einen Umlauf als die im Gegenuhrzeigersinn laufende Welle, weil sie dem Ausgang ('out') nachlaufen muss.

15. Lösung von Aufgabe 15

a) $f_1 = \dfrac{c}{\lambda_1} = \dfrac{3.00 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{0.3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1 \cdot 10^{12}\,\mathrm{Hz}}}$ $\qquad f_2 = \dfrac{c}{\lambda_2} = \dfrac{3.00 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1 \cdot 10^{11}\,\mathrm{Hz}}}$

b) $d \sin\alpha_1 = 1.22 \cdot \lambda \Rightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\dfrac{1.22 \cdot \lambda}{d}\right) \approx \arcsin\left(\dfrac{1.22 \cdot 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{14 \cdot 10^3\,\mathrm{m}}\right)$

$= \underline{\underline{9 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{rad}}} = 18\,\mathrm{mas}$ (milliarcseconds)

16. Lösung von Aufgabe 16

$$\sin\alpha_1 = 1.22\lambda/a \qquad \text{Auflösungskriterium nach Rayleigh}$$

$$\rho = 300\,\text{Pixel/inch} \qquad \sin\alpha_1 \approx \tan\alpha_1 = \frac{1}{D\cdot\rho}$$

$$\frac{1}{D\cdot\rho} = 1.22\lambda/a$$

$$D = \frac{a}{1.22\lambda\rho} = \frac{4\cdot 10^{-3}\,\text{m}\cdot 2.540\cdot 10^{-2}\,\text{m}}{1.22\cdot 555\cdot 10^{-9}\,\text{m}\cdot 300} = \underline{\underline{0.5\,\text{m}}}$$

Man kann die Pixel sehen, solange keine Sehschwäche vorliegt. Junge Menschen können noch unter 20 cm Abstand scharf sehen.

17. Lösung von Aufgabe 17

$$r_1 - r_2 = \lambda/2 + 0 \cdot \lambda$$

$$\lambda = 2r_1 - 2r_2 = 2\sqrt{(x_P - x_1)^2 + (y_P - y_1)^2} - 2\sqrt{(x_P - x_2)^2 + (y_P - y_2)^2}$$

$$\lambda = 2\sqrt{(283 + 1235)^2 + (873 - 0)^2}\,\text{mm} - 2\sqrt{(283 - 1062)^2 + (873 - 0)^2}\,\text{mm} = \underline{\underline{1.16\,\text{m}}}$$

18. Lösung von Aufgabe 18

    Der Wegunterschied der zwei Wellen ist $d \sin\alpha$ und dieser muss für konstruktive Interferenz ein ganzzahliges Vielfaches m der Wellenlänge λ sein. (Konstruktive Interferenz findet unter denselben Winkeln wie beim Doppelspalt oder periodischen Strichgitter statt.)

$$
\begin{aligned}
d \sin\alpha_m &= m\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{d \sin\alpha}{m} \\
\lambda_1 &= \frac{48\,\text{cm} \cdot \sin 33^\circ}{1} = \underline{\underline{26\,\text{cm}}} \\
\lambda_2 &= \frac{48\,\text{cm} \cdot \sin 33^\circ}{2} = \underline{\underline{13\,\text{cm}}} \\
\lambda_3 &= \lambda_1/3 \quad \text{usw.}
\end{aligned}
$$

19. Lösung von Aufgabe 19

$$d \sin\alpha_m = m\lambda \Rightarrow \sin\alpha_m \propto m \Rightarrow$$
$$\frac{\sin\alpha_3}{\sin\alpha_2} = \frac{3}{2} \rightarrow \alpha_3 = \arcsin\left(\tfrac{3}{2}\sin\alpha_2\right) = \arcsin\left(\tfrac{3}{2}\sin 29.87^\circ\right) = \underline{\underline{48.34^\circ}}$$

20. Lösung von Aufgabe 20

    An der Vorder- und Rückseite der Seifenlamelle gibt es Reflexe, die konstruktiv oder destruktiv interferieren können. Jene Wellenlängen, die destruktiv interferieren, fehlen nachher im Spektrum. So wird das weisse Spektrum verändert und das Licht erscheint gefärbt.

21. Lösung von Aufgabe 21

    In der Mittelebene tritt sicher konstruktive Interferenz auf. Die nächste Stelle auf der Verbindungslinie der Lautsprecher, wo konstruktive Interferenz auftreten könnte, ist $\lambda/2$ gegen einen Lautsprecher verschoben. Es tritt also keine weitere, vollkommene konstruktive Interferenz auf, wenn $d/2 < \lambda/2$ respektive $d < \lambda$ ist.

22. Lösung von Aufgabe 22

a) $d \sin \alpha_1 = 1 \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = d \sin \alpha_1 = 15\,\text{cm} \cdot \sin 29° = \underline{\underline{7.3\,\text{cm}}}$

b) $f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{c}{d \sin \alpha_1} = \dfrac{344\,\text{m/s}}{0.15\,\text{m} \sin 29°} = \underline{\underline{4.7\,\text{kHz}}}$

c) $d \sin \alpha_2 = 2 \cdot \lambda = 2d \sin \alpha_1 \Rightarrow \alpha_2 = \arcsin(2 \sin 29°) = 76°$ Ja

23. Lösung von Aufgabe 23

a) $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{2.99792458 \cdot 10^8\,\text{m}}{473.612214712 \cdot 10^{12}\,\text{Hz}} = 632.9913982\,\text{nm} \mathrel{\hat=} \lambda_{\text{vac}}$ ✓ (soviel der TR hergibt)

b) $n_L = \dfrac{c}{c_L} = \dfrac{\lambda_{\text{vac}} f}{\lambda_L f} = \dfrac{\lambda_{\text{vac}}}{\lambda_L} = \dfrac{632.991\,\text{nm}}{632.816\,\text{nm}} = \underline{\underline{1.000277}}$

c) $\Delta s = N \cdot \dfrac{\lambda}{2} \Rightarrow N = \dfrac{2\Delta s}{\lambda} = \dfrac{2 \cdot 50\,\text{m}}{632.9 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} = \underline{\underline{1.6 \cdot 10^8}}$

24. Lösung von Aufgabe 24

a) $d\sin\alpha_1 = 1\cdot\lambda = \dfrac{c}{f} \Rightarrow d = \dfrac{c}{f\sin\alpha_1} = \dfrac{344\,\mathrm{m/s}}{7800\,\mathrm{Hz}\cdot\sin 18°} = \underline{\underline{0.14\,\mathrm{m}}}$

b) $d = \dfrac{\lambda}{\sin\alpha_1} = \dfrac{m\lambda}{\sin\alpha_m} \overset{max}{=} \dfrac{m_{\max}\lambda}{\sin 90°} \Rightarrow m_{\max} = \dfrac{\sin 90°}{\sin\alpha_1} = \dfrac{1}{\sin 18°} = 3.24 \rightarrow m_{\max} = \underline{\underline{3}}$

25. Lösung von Aufgabe 25

$$m\lambda = \Delta r = r_1 - r_2 = \sqrt{d^2 + r_2^2} - r_2 \Rightarrow (m\lambda + r_2)^2 = d^2 + r_2^2 \Rightarrow m^2\lambda^2 + 2m\lambda r_2 = d^2 \Rightarrow$$

$$r_2 = \frac{d^2 - m^2\lambda^2}{2m\lambda} \quad \text{für} \quad m > 0 \quad \text{und} \quad d > m\lambda$$

26. Lösung von Aufgabe 26

a) Die Formel für die Beugung am Spalt $d\sin\alpha_k = k\lambda$ beschreibt, in welche Richtungen (Beugungswinkel α_k) kein Licht gebeugt wird. Die Abbildung 26.9 zeigt die Stellen x_k auf dem Schirm, wo kein Licht auftrifft. Das Diagramm zeigt aber auch den Intensitätsverlauf zwischen diesen Nullstellen. Mit dem Abstand Spalt-Schirm kann man die Winkel in die Nullstellen umrechnen. (Die Funktion hat die Form $J \propto (x^{-1} \cdot \sin x)^2$.)

b) $D\tan\alpha_1 = x_1 \quad \text{und} \quad d\sin\alpha_1 = 1 \cdot \lambda \Rightarrow$

$$\lambda = d\sin\left(\arctan\frac{x_1}{D}\right) = 110\,\mu\text{m} \cdot \sin\left(\arctan\frac{2.50 \cdot 10^{-2}\,\text{m}}{3.85\,\text{m}}\right) = \underline{\underline{0.714\,\mu\text{m}}}$$

Kapitel 60

Lösungen (Akustik)

60.1 Lösungen (Tonleitern)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\frac{f_{Gn}}{f_{a'}} = 2^{x/12} \Rightarrow x = \frac{12}{\log 2} \cdot \log\left(\frac{f_{Gn}}{f_{a'}}\right) = \frac{12}{\log 2} \cdot \log\left(\frac{1000\,\mathrm{Hz}}{440\,\mathrm{Hz}}\right) = 14.21 = 12 + 2.21$$

   In temperierter Stimmung liegt der Gnitzenton 14 Halbtöne über a' respektive 2 Halbtöne über a", d.h beim h" (näher beim h" als beim c"').

$$\frac{1000\,\mathrm{Hz}}{880\,\mathrm{Hz}} = \frac{25}{22} = 1.136$$
$$\frac{9}{8} = 1.125 \qquad \text{Sekunde}$$
$$\frac{6}{5} = 1.200 \qquad \text{kleine Terz}$$

   In reiner Stimmung liegt der Ton einen grossen Ganzton (Sekunde) über a".

60.2 Lösungen (Pfeifen und Saiten)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\lambda_1 = 2l \Rightarrow f_1 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l} = \frac{344\,\mathrm{m/s}}{2 \cdot 0.34\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.51\,\mathrm{kHz}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$l = \frac{\lambda_1}{4} = \frac{c}{4f_1} = \frac{344\,\mathrm{m/s}}{4 \cdot 75\,\mathrm{Hz}} = \underline{\underline{1.1\,\mathrm{m}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

   Je länger die Pfeife ist, desto tiefer ist die Frequenz: $f \propto 1/l$ oder besser $f = c/(4l)$.

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) Im Reagenzglas muss sich eine stehende Welle bilden, deren Länge in einem bestimmten Verhältnis zur Rohrlänge steht ($l = \lambda/4$ für den Grundton). Wenn sich die Schallgeschwindigkeit c verändert, so muss sich wegen $c = \lambda \cdot f \propto f$ die Grundfrequenz f im gleichen Sinne anpassen.

   b) $M_L \approx 29.0\,\mathrm{g/mol}$ $\quad \varkappa_L = 1.40$

   $M_A = (10 \cdot 1.008 + 4 \cdot 12.01 + 16.00)\,\mathrm{g/mol} = 74.12\,\mathrm{g/mol}$ $\quad 1 < \varkappa < 1.3 \quad (\varkappa = 1.08)$

   $$f \propto c = \sqrt{\frac{\varkappa R T}{M}} \Rightarrow \frac{f_A}{f_L} = \sqrt{\frac{\varkappa_A M_L}{\varkappa_L M_A}} \approx \sqrt{\frac{1.08 \cdot 29.0\,\mathrm{g/mol}}{1.40 \cdot 74.12\,\mathrm{g/mol}}} = \underline{\underline{0.549}}$$

60.3 Lösungen (Schallstärke und Lautstärke)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$L = 10 \cdot \lg\left(\frac{J}{J_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{\Delta\hat{p}^2}{2c\rho J_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{(8.7 \cdot 10^2\,\mathrm{Pa})^2}{2 \cdot 344\,\mathrm{m/s} \cdot 1.20\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}}\right) = \underline{\underline{150\,\mathrm{dB}}}$$

   Es wurde angenommen, dass sich der Schall in Luft von 20 °C und Normaldruck ausbreitet.

2. Lösung von Aufgabe 2

   a) $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{344\,\text{m/s}}{800\,\text{Hz}} = \underline{\underline{430\,\text{mm}}}$ Die Schallgeschwindigkeit wurde bei 20 °C genommen.

   b) $L_2 - L_1 = 10 \cdot \lg\left(\dfrac{J_2}{J_1}\right) \Rightarrow \dfrac{J_2}{J_1} = 10^{\Delta L/10} = 10^{-3.57/10} = \underline{\underline{0.440}}$

   c) $J(d) = J_0 \cdot 10^{-ad}$ mit $a = 0.357\,\text{km}^{-1}$ ist eine Exponentialfunktion, siehe Abb. 60.1

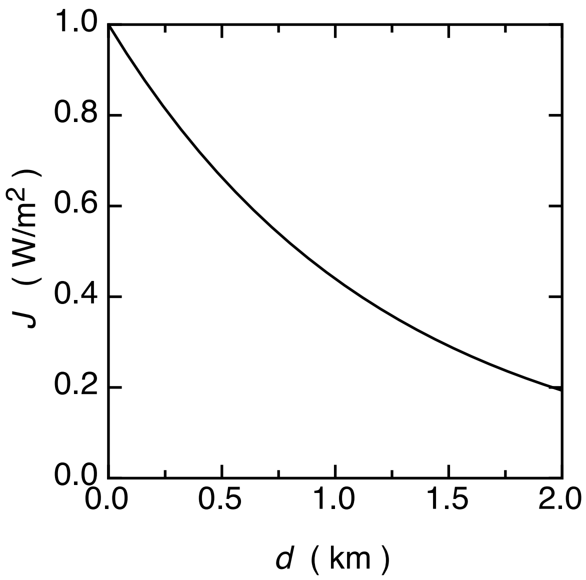


Abbildung 60.1: Schallstärke J als Funktion der Distanz d in feuchter Luft (ohne 'geometrische Verdünnung' nach dem $1/r^2$-Gesetz).

3. Lösung von Aufgabe 3

$$L_1 = 10 \cdot \lg \frac{J}{J_0} = 10 \cdot \lg \frac{P}{4\pi r_1^2 J_0} \Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \cdot \lg \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$L_2 = L_1 + 20 \cdot \lg \frac{r_1}{r_2} = 40\,\mathrm{dB} + 20 \cdot \lg \left(\frac{4.5\,\mathrm{km}}{0.010\,\mathrm{km}} \right) = \underline{\underline{93\,\mathrm{dB}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$L = 10 \cdot \lg\left(\frac{J}{J_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{1.0 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{W/m^2}}{10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}}\right) = \underline{\underline{70\,\mathrm{dB}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) $L = 10 \cdot \lg\left(\frac{J}{J_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{\Delta\hat{p}^2}{2c\rho J_0}\right) \Rightarrow$

   $\Delta\hat{p} = \sqrt{2c\rho J_0 \cdot 10^{L/10}} = \sqrt{2 \cdot 344\,\mathrm{m/s} \cdot 1.15\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2} \cdot 10^{143\,\mathrm{dB}/10}} = \underline{\underline{397\,\mathrm{Pa}}}$

   b) $J \propto 1/r^2 \Rightarrow L = 10 \cdot \lg\left(\frac{1}{r^2}\right) + const = 20 \cdot \lg\left(\frac{1}{r}\right) + const \Rightarrow L_2 - L_1 = 20 \cdot \lg\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \Rightarrow$

   $r_2 = r_1 \cdot 10^{(L_1-L_2)/20} = 1.0\,\mathrm{m} \cdot 10^{(143\,\mathrm{dB}-80\,\mathrm{dB})/20} = \underline{\underline{1.4\,\mathrm{km}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$J = \frac{\Delta\hat{p}^2}{2c\rho} \Rightarrow \Delta\hat{p}_0 = \sqrt{2c\rho J_0} = \sqrt{2 \cdot 344\,\mathrm{m/s} \cdot 1.2\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}} = 2.87 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Pa} = \underline{\underline{10^{-5}\,\mathrm{Pa}}}$$

   Da vom Ausgangswert nur die Grössenordnung bekannt ist, muss das Resultat auf die nächste Zehnerpotenz gerundet werden.

7. Lösung von Aufgabe 7

$$L = 10 \cdot \lg \frac{J}{J_0} = 10 \cdot \lg \frac{\Delta\hat{p}^2}{\Delta\hat{p}_0^2} = 20 \cdot \lg \frac{\Delta\hat{p}}{\Delta\hat{p}_0}$$

Akustiker benützen oft statt der Schalldruckamplitude $\Delta\hat{p}$ den effektiven Schalldruck $p_{eff} = \Delta\hat{p}/\sqrt{2}$.

8. Lösung von Aufgabe 8

a) $L = 10\lg\dfrac{J}{J_0} \Rightarrow J = J_0 \cdot 10^{L/10} = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2} \cdot 10^{67\,\mathrm{dB}/10} = \underline{\underline{\underline{5.0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{W/m^2}}}}$

b) $J \propto P \Rightarrow L = 10\lg P + const \Rightarrow L_2 - L_1 = 10\lg\dfrac{P_2}{P_1} \Rightarrow \dfrac{P_2}{P_1} = 10^{\Delta L/10} = 10^{5.0\,\mathrm{dB}/10} = \underline{\underline{\underline{3.2}}}$

9. Lösung von Aufgabe 9

   a) $c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{1483\,\mathrm{m/s}}{2.0\cdot 10^{6}\,\mathrm{Hz}} = \underline{\underline{0.74\,\mathrm{mm}}}$

   b) $J = \dfrac{\Delta\hat{p}^2}{2c\rho} \Rightarrow$

   $\Delta\hat{p} = \sqrt{2c\rho J} = \sqrt{2\cdot 1483\,\mathrm{m/s}\cdot 998\,\mathrm{kg/m^2}\cdot 100\cdot 10^{-3}\,\mathrm{W/(10^{-4}\,m^2)}} = \underline{\underline{5.44\cdot 10^{4}\,\mathrm{Pa}}}$

10. Lösung von Aufgabe 10

    Dezibel ist die Einheit des Schallpegels, der unabhängig von der Frequenz ist. dB(A) ist eine Einheit der Lautstärke, welche den Frequenzgang des menschlichen Gehörs berücksichtigt.

11. Lösung von Aufgabe 11

    a) Wenn $A = 26.7\,\mathrm{dB/km}$ ist, so nimmt das Signal pro Kilometer um den Faktor $10^{26.7}$ ab. Das führt auf ein Exponentialgesetz.

    $$\text{b) } J = J_0 e^{-ad} \Rightarrow \lg\frac{J}{J_0} = -ad\cdot\lg e \Rightarrow A = \frac{10}{d}\lg\frac{J}{J_0} = -10\,a\lg e$$
    $$a = \frac{A}{-10\lg e} = \frac{-267\,\mathrm{dB}/1000\,\mathrm{m}}{-10\lg e} = \underline{\underline{0.0615\,\mathrm{m}^{-1}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

    Die Energie verteilt sich auf eine Zylinder-Mantelfläche

    $$J = \frac{P}{A} = \frac{P}{2\pi r l} \propto \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{J_2}{J_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

13. Lösung von Aufgabe 13

a) $\frac{J_2}{J_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow L_2 = 10 \cdot \lg \frac{J_2}{J_0} = 10 \cdot \lg \frac{J_1 r_1^2}{J_0 r_2^2} = 10 \cdot \lg \frac{J_1}{J_0} + 10 \cdot \lg \frac{r_1^2}{r_2^2}$

$L_2 = L_1 + 20 \cdot \lg \frac{r_1}{r_2} = 143\,\mathrm{dB} + 20 \cdot \lg \frac{1\,\mathrm{m}}{17 \cdot 10^3\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{58\,\mathrm{dB}}}$

b) $J_1 = J_0 \cdot 10^{L_1/10} = \frac{\Delta\hat{p}^2}{2c\rho} \Rightarrow \Delta\hat{p} = \sqrt{2c\rho \cdot J_0 \cdot 10^{L_1/10}}$

$\Delta\hat{p} = \sqrt{2 \cdot 344\,\mathrm{m/s} \cdot 1.293\,\mathrm{kg/ms} \cdot 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2} \cdot 10^{143/10}} = \underline{\underline{421\,\mathrm{Pa}}}$

60.4 Lösungen (Dopplereffekt)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Sei v_B die Geschwindigkeit des Beobachters und v_A die Geschwindigkeit des Autos, beide relativ zur Strasse gemessen. Sei l die Länge des Autos. Die Bewegungsrichtungen seien entgegen gesetzt.

   $$\Delta t_0 = \frac{l}{v_A} \quad \text{und} \quad \Delta t_1 = \frac{l}{v_{relativ}} = \frac{l}{v_A + v_B} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} = \frac{v_A}{v_A + v_B}$$

   Der Dopplereffekt wird üblicherweise mit Frequenzen ausgedrückt. Frequenzen sind Kehrwerte von Zeitspannen ($f = 1/\Delta t$). Man erhält also:

   $$\frac{f_1}{f_0} = \frac{v_A + v_B}{v_A}$$

   Die Formel entspricht dem (akustischen) Dopplereffekt (ruhende Quelle, bewegter Beobachter). Die Geschwindigkeit des Autos entspricht der Schallgeschwindigkeit, die Autolänge der Wellenlänge.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\upsilon_r}{c} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda\upsilon_r}{c} = \frac{480 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m} \cdot 0.51\,\mathrm{m/s}}{2.998 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{8.2 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{m}}}$$

Teil XI

Lösungen Moderne Physik

Kapitel 61

Lösungen (Spezielle Relativitätstheorie)

61.1 Lösungen (Zeitdilatation und Längenkontraktion)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\tau_1 = \gamma\tau_0 = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2.6033 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}}{\sqrt{1 - 0.999988^2}} = 5.3139798 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s} = \underline{\underline{5.3\,\mu\mathrm{s}}}$$

Das Resultat sollte auf etwa zwei wesentliche Ziffern gerundet werden, da im Lorentzfaktor γ eine Differenz steht: $1 - 0.999988^2 = 0.000024000 = 0.000024$.
Ausführlichere Betrachtung: Da die Angabe 99.9988 % als gerundet betrachtet werden muss, kann berechnen, welche maximale Lebensdauer mit dieser Rundung noch verträglich ist:

$$\tau_1 < \frac{2.6033 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}}{\sqrt{1 - 0.9999885^2}} = 5.428 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$$

sowie im Minimum

$$\tau_1 \geqslant \frac{2.6033 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}}{\sqrt{1 - 0.9999875^2}} = 5.207 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$$

Die erste Ziffer ist also sicher, die zweite Ziffer könnte eine vier, drei oder zwei sein und spätestens die dritte Ziffer ist ‘digitaler Mist’. Es ist vernünftig, das Resultat auf zwei signifikante Stellen zu runden.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\tau_1 = 2\tau_0 = \gamma\tau_0 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}c}{2} = \frac{\sqrt{3}\cdot 3.00\cdot 10^8\ \mathrm{m/s}}{2} = \underline{\underline{2.60\cdot 10^8\ \mathrm{m/s}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3
   Fritz ist schneller unterwegs, somit sind die relativistischen Effekte stärker. Lisa ist länger unterwegs, somit kann sich ein grösserer Rückstand ansammeln. Da aber relativistische Effekte mit der Geschwindigkeit überproportional zunehmen, wird vermutlich Fritzens Uhr den grösseren Rückstand aufweisen.
   Die relativistische Zeitdilatation besagt, dass der selbe Vorgang im Laborsystem länger dauert als im Ruhesystem. Eine bewegte Uhr braucht deshalb länger, bis sie eine gewissen Zeigerstellung erreicht hat. Umgekehrt zeigt eine bewegte Uhr weniger an als eine ruhende Uhr, wenn mit beiden Uhren derselbe Vorgang gemessen wurde. Wenn τ_0 die Zeit ist, welche mit einer ruhenden Uhr gemessen wird und τ_1 die Zeit, welche die bewegte Uhr anzeigt, so ist $\tau_1 = \tau_0/\gamma$. Für die Arbeitsplatzuhr ist $\tau_0 = s/\upsilon$. Wir berechnen das Verhältnis der Rückstände beider Uhren gegenüber der Arbeitsplatzuhr:

$$\begin{aligned}
\frac{\tau_{0F} - \tau_{1F}}{\tau_{0L} - \tau_{1L}} = \frac{\tau_{0F} - \tau_{0F}/\gamma_F}{\tau_{0L} - \tau_{0L}/\gamma_L} = \frac{\tau_{0F}}{\tau_{0L}} \cdot \frac{1 - 1/\gamma_F}{1 - 1/\gamma_L} &= \frac{\upsilon_L}{\upsilon_F} \cdot \frac{1 - \sqrt{1 - \upsilon_F^2/c^2}}{1 - \sqrt{1 - \upsilon_L^2/c^2}} \\
&\approx \frac{\upsilon_L}{\upsilon_F} \cdot \frac{1 - 1 + \frac{1}{2}\upsilon_F^2/c^2}{1 - 1 + \frac{1}{2}\upsilon_L^2/c^2} = \frac{\upsilon_F}{\upsilon_L} > 1
\end{aligned}$$

   Die Uhr von Fritz zeigt den grösseren Rückstand an.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$l_1 = \frac{l_0}{\gamma} = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = l_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} = l_0\left(1-\frac{v^2}{2c^2}+\ldots\right)$$

$$l_0 - l_1 = l_0\cdot\frac{v^2}{2c^2}+\cdots \approx 100\,\mathrm{m}\cdot\frac{(7.7\,\mathrm{m/s})^2}{2\cdot(2.9979\cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{3.3\cdot 10^{-14}\,\mathrm{m}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{8.4 \cdot 10^{-17}\,\mathrm{s}}{\sqrt{1-\left(\frac{2.99700 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{2.99792458 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}\right)^2}} = 40.3 \cdot 8.4 \cdot 10^{-17}\,\mathrm{s} = \underline{\underline{3.4\,\mathrm{fs}}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\beta = \upsilon/c = 0.9999328$$

$$s = \upsilon\tau_1 = \beta c\tau_1 = \beta c\gamma\tau_0 \Rightarrow \tau_0 = \frac{s}{\beta c\gamma} = \frac{s}{\beta c} \cdot \sqrt{1-\beta^2}$$

$$= \frac{5.78 \cdot 10^{-4}\,\text{m}}{0.9999328 \cdot 2.99792458 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}} \cdot \sqrt{1-0.9999328^2} = \underline{\underline{2.24 \cdot 10^{-14}\,\text{s}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1-\left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t_1}\right)^2}$$

$$\beta = \sqrt{1-\left(\frac{1.522856\,\mu\text{s}}{1\,000\,\mu\text{s}}\right)^2} = 0.99999884 = 1 - 1.16\cdot 10^{-6}$$

Es ist nicht klar, wie genau die Angaben sind.

61.2 Lösungen (Transformationen)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\Delta t' = t_1' - t_2' = \gamma\left(t_1 - \frac{\upsilon x_1}{c^2}\right) - \gamma\left(t_2 - \frac{\upsilon x_2}{c^2}\right) = \gamma\upsilon\left(\frac{x_2 - x_1}{c^2}\right) = \frac{\upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\left(\frac{x_2 - x_1}{c^2}\right)$$

$$= \frac{2.8888\cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{\sqrt{1-\frac{(2.8888\cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2}{(2.99792\cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2}}}\left(\frac{2.0\,\mathrm{m} - 1.0\,\mathrm{m}}{(2.99792\cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2}\right) = \underline{\underline{12\,\mathrm{ns}}}$$

Dies nennt man Relativität der Gleichzeitigkeit.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$w = \frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}} \rightarrow \frac{83\% + 73\%}{1+0.83\cdot 0.73} = \underline{\underline{97\%}}$$

61.3 Lösungen (Impuls und Kraft)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Die Kraft muss in Bewegungsrichtung wirken, also gilt:

$$F = \gamma^3 ma = (1-\beta^2)^{-3/2} ma = (1-0.999900^2)^{-3/2} \cdot 9.109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 1.0\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{3.2 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{N}}}$$

61.4 Lösungen (Energie-Masse-Äquivalenz)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Mit dieser Grösse werden atomare Masseneinheiten ('units') in Mega-Elektronvolt umgerechnet. Normalerweise benützt man dafür die Beziehung $E = mc^2$. Die Grösse sollte also die Lichtgeschwindigkeit im Quadrat sein. Wir wollen sie in SI-Einheiten darstellen:

$$c \stackrel{?}{=} \sqrt{931.49 \cdot \frac{1\,\mathrm{MeV}}{1\,\mathrm{u}}} = \sqrt{931.49 \cdot \frac{1.6021765 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}}{1.6605388 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{2.9979 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}} \checkmark$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$P\Delta t = \Delta m c^2 \Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P}{c^2} = \frac{100\,\mathrm{W}}{(3.00\cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{1.11\cdot 10^{-15}\,\mathrm{kg/s}}}$$
$$\mathrel{\hat{=}} \frac{1.11\cdot 10^{-15}\,\mathrm{kg/s}}{18\,\mathrm{u}\cdot 1.66\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u}} = 3.72\cdot 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Der Masseverlust entspricht der Abgabe von $3.72\cdot 10^{10}$ Wassermolekülen (Masse 18 u) pro Sekunde. Das ist wenig verglichen mit dem einen Kilogramm, das ein Mensch täglich durch Verdunstung verliert ($1.2\cdot 10^{-5}$ kg/s).

3. Lösung von Aufgabe 3

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{1\,\text{kWh} \cdot 3.6 \cdot 10^6\,\text{J/kWh}}{(3.00 \cdot 10^8\,\text{m/s})^2} = \underline{\underline{4 \cdot 10^{-11}\,\text{kg}}}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

   Ein Promille ist wenig, man darf die kinetische Energie noch klassisch rechnen.

$$f = \frac{E_k}{mc^2} = \frac{mv^2}{2mc^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{2f} = 2.9979 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s} \cdot \sqrt{2 \cdot 1.0 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{1.3 \cdot 10^7\,\mathrm{m/s}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) Tritium hat ein Proton, Helium zwei Protonen im Kern. Damit die Kernladung um $+1e$ zunehmen kann, muss der Kern $-1e$ abgeben, also ein negativ geladenes Teilchen ausstossen.
   b) Die Masse des freigesetzten Elektrons ist in der Atommasse des He-3 bereits berücksichtigt:
   $^3_1\mathrm{H} \rightarrow {}^3_2\mathrm{He}^+ + \mathrm{e}^- = {}^3_2\mathrm{He}$
   Die Masse des Elektrons ist nicht vernachlässigbar, denn $m_e c^2 = 0.511\,\mathrm{MeV}$ ist viel grösser als das Resultat von c).

   c) $E = (m_T - m_{He})c^2 = (3.016049\,\mathrm{u} - 3.0160293\,\mathrm{u}) \cdot 931.49\,\mathrm{MeV/u} = \underline{\underline{0.018\,\mathrm{MeV}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

   Uran-234 ist ein Alphastrahler: ${}^{234}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{230}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

   Berechnung des Massendefekts mit den atomaren Massen aus der FoTa:

+	2	3	4	.	0	4	0	9	5	2		u
-	2	3	0	.	0	3	3	1	3	4		u
-	0	0	4	.	0	0	2	6	0	3	3	u
=	0	0	0	.	0	0	5	2	1	5		u

$$\Delta E = \Delta m c^2 = (m_U - m_{Th} - m_{He})c^2 = 0.005215\,\mathrm{u} \cdot 931.49\,\mathrm{MeV/u} = \underline{\underline{4.858\,\mathrm{MeV}}} \quad \text{oder}$$

$$\Delta E = 0.005215\,\mathrm{u} \cdot 1.66054 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} \cdot (2.99792 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s})^2 = 7.783 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{mgh}{c^2} \approx \frac{70\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.50\,\mathrm{m}}{(3.00 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{3.8 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{kg}}}$$

Ihre potentielle Energie erhöht sich auf Kosten der inneren Energie: Ihre Masse nimmt ab und die Masse des Systems Erde-Sie nimmt entsprechend zu (die Energie steckt im Gravitationsfeld).

8. Lösung von Aufgabe 8

a) $E = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 10^{18}\,\text{eV} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\text{J/eV}}{0.058\,\text{kg}}} = \underline{\underline{24\,\text{m/s}}}$

b) $E = Nm_\mu c^2 \Rightarrow N = \frac{E}{m_\mu c^2} = \frac{100 \cdot 10^{18}\,\text{eV}}{105.66 \cdot 10^6\,\text{eV}} = \underline{\underline{9.46 \cdot 10^{11}}} \approx 10^{12}$

9. Lösung von Aufgabe 9

   Die Grösse $E = mc^2$ heisst Ruheenergie und ist gleich der inneren Energie eines Körpers. Die kinetische Energie ist eine andere (äussere) Energieform. Die Formeln haben also nichts mit einander zu tun. $E = mc^2$ konnte schon bald experimentell getestet werden. Die Formel ist nicht frei erfunden, sondern mit einem (prinzipiell machbaren) Gedankenexperiment hergeleitet worden.

10. Lösung von Aufgabe 10

$$\begin{aligned}\Delta E &= \Delta m c^2 = (m_H + m_D - m_{He})c^2 \\ &= (1.0078250 + 2.0141018 - 3.0160293)\,\mathrm{u}\cdot 931.49\,\mathrm{MeV/u} = \underline{\underline{5.4935\,\mathrm{MeV}}}\end{aligned}$$

61.5 Lösungen (Gesamtenergie)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) $\Delta E = (m_n - m_p - m_e)c^2 = (939.565378 - 938.272046 - 0.5109989)\,\text{MeV} = \underline{\underline{0.782333\,\text{MeV}}}$

   b) $\gamma m_e c^2 = (m_n - m_p)c^2 \Rightarrow \gamma = \dfrac{m_n - m_p}{m_e} = \left(1 - \upsilon^2/c^2\right)^{-1/2} \Rightarrow \upsilon = c\sqrt{1 - \left(\dfrac{m_e}{m_n - m_p}\right)^2}$

   $$\upsilon = 299792458\,\text{m/s} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.5109989}{939.565378 - 938.272046}\right)^2} = \underline{\underline{2.754004 \cdot 10^8\,\text{m/s}}}$$

   Bei der maximalen Geschwindigkeit nehmen wir an, dass Proton keine kinetische und das Neutrino gar keine Energie mitnehmen (die Masse des Neutrinos ist wesentlich kleiner als jene des Elektrons).

2. Lösung von Aufgabe 2

$$E_0 + E_k = N \cdot 2m_e c^2 \Rightarrow N = \frac{E_0 + E_k}{2m_e c^2} = \frac{351\,\text{MeV} + 105.66\,\text{MeV}}{2 \cdot 0.5109989\,\text{MeV}} = \underline{\underline{447}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

a) $E = \gamma mc^2 \Rightarrow \gamma = \frac{E}{mc^2} = \left(1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{-1/2} \Rightarrow \frac{\upsilon}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{mc^2}{E}\right)^2 + \cdots \Rightarrow$

$$1 - \frac{\upsilon}{c} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{mc^2}{E}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{938.272\,\text{MeV}}{7.0 \cdot 10^6\,\text{MeV}}\right)^2 = \underline{\underline{9 \cdot 10^{-9}}}$$

b) $l_1 = \frac{l_0}{\gamma} = l_0 \cdot \frac{mc^2}{E} = 26\,659\,\text{m} \cdot \frac{938.272\,\text{MeV}}{7.0 \cdot 10^6\,\text{MeV}} = \underline{\underline{3.6\,\text{m}}}$

c) $2E = 2mc^2 + N \cdot 2mc^2 \Rightarrow N = \frac{E}{mc^2} - 1 = \frac{7.0 \cdot 10^6\,\text{MeV}}{938.272\,\text{MeV}} - 1 = \underline{\underline{7.5 \cdot 10^3}}$

d) $p = \gamma m\upsilon \approx \frac{E}{mc^2} mc = \frac{7.0 \cdot 10^6\,\text{MeV}}{938.272\,\text{MeV}} \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 3.00 \cdot 10^8\,\text{m/s} = 3.7 \cdot 10^{-15}\,\text{Ns}$

e) $p_M = m_M \upsilon_M = 2.5 \cdot 10^{-6}\,\text{kg} \cdot \frac{1.5\,\text{m}}{3.6\,\text{s}} = 1.0 \cdot 10^{-6}\,\text{Ns} \quad p_M > p$

$$E_M = \tfrac{1}{2} m_M \upsilon^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 2.5 \cdot 10^{-6}\,\text{kg} \cdot \left(\frac{1.5\,\text{m}}{3.6\,\text{s}}\right)^2 = 2.2 \cdot 10^{-7}\,\text{J} = 1.4 \cdot 10^{12}\,\text{eV} \quad E_M < E$$

4. Lösung von Aufgabe 4

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{de Broglie Wellenlänge}$$

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2} = eU \Rightarrow U = \frac{1}{e}\sqrt{(mc^2)^2 + \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2}$$

$$U = \frac{1}{1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}\sqrt{(9.11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot (3.00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s})^2)^2 + \left(\frac{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 3.00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{50 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}}\right)^2}$$

$$U = \underline{\underline{513\,\mathrm{kV}}}$$

Tatsächlich beträgt die Beschleunigungsspannung für diese Auflösung 300 kV. Wir haben also die richtige Grössenordnung erwischt. Der Unterschied liegt in der Definition von 'Auflösung'.

Zum Vergleich die nichtrelativistische Rechnung:

$$E_k = \frac{p^2}{2m} = eU \quad \text{und} \quad p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow$$

$$U = \frac{p^2}{2me} = \frac{1}{2me}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} \cdot \left(\frac{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}{50 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}}\right)^2 = \underline{\underline{0.60\,\mathrm{kV}}}$$

Das ist viel zuwenig.

Kapitel 62

Lösungen (Allgemeine Relativitätstheorie)

62.1 Äquivalenzprinzip der ART

1. Lösung von Aufgabe 1

$$g = r\omega^2 = \frac{d}{2} \cdot (2\pi f)^2 = \frac{15\,\mathrm{m}}{2} \cdot \left(2\pi \cdot \frac{6}{60\,\mathrm{s}}\right)^2 = \underline{\underline{3\,\mathrm{m/s^2}}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2
   Die Komponente der Fallbeschleunigung in Rückwärtsrichtung (parallel zur Ebene) muss $1.0\,\mathrm{m/s^2}$ betragen.

   $$a = g\sin\alpha \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{g}\right) = \arcsin\left(\frac{1.0\,\mathrm{m/s^2}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}}\right) = \underline{\underline{5.9^\circ}}$$

   Lokal können Effekte eines beschleunigten Bezugssystems nicht von Effekten der Gravitation unterschieden werden. Physikalisch ist es schwierig, von 'Imitation' zu sprechen, wenn es keinen Unterschied zum 'Original' gibt.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$a_z = 4g = r\omega^2 = r \cdot (2\pi f)^2 \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{4g}{r}} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{9.81\,\mathrm{m/s^2}}{18\,\mathrm{m}}} = \underline{\underline{14\,\mathrm{min}^{-1}}}$$

oder mit Berücksichtigung des Schwerefelds der Erde:

$$4g = \sqrt{a_z^2 + g^2} \Rightarrow a_z = \sqrt{15}g = r\omega^2 = r \cdot (2\pi f)^2 \Rightarrow$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{15}g}{r}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{15} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{18\,\mathrm{m}}} = \underline{\underline{14\,\mathrm{min}^{-1}}}$$

62.2 Lösungen (Uhren im Schwerefeld)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Vom Tal aus gesehen läuft die Uhr auf dem Berg schneller. Wenn diese Uhr zurückgebracht wird, geht sie also vor.

$$\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{\Delta T}{T} \approx \frac{gh}{c^2} \Rightarrow$$
$$\Delta T = \frac{ghT}{c^2} = \frac{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1800\,\mathrm{m} \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s}}{(2.9979 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{6.2\,\mu\mathrm{s}}}$$

   Es ist nicht ganz klar, wie gerundet werden soll, da die Angabe 'ein Jahr' keine definierte Genauigkeit aufweist. Ähnliche Versuche sind schon gemacht worden; der Zeitunterschied lässt sich problemlos messen.

2. Lösung von Aufgabe 2

a) $\frac{f_{oben}}{f_{unten}} = 1 + \frac{gh}{c^2} + \cdots \Rightarrow \frac{gh}{c^2} = \frac{9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.33\,\mathrm{m}}{(3.00 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{3.6 \cdot 10^{-17}}} = 1 : 10^{16.4}$

b) $1 + \frac{gh}{c^2} + \cdots = \gamma \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2} + \cdots \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.33\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{2.5\,\mathrm{m/s}}}$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{\Delta t}{t} \approx \frac{gh}{c^2} \Rightarrow$$
$$\Delta t = \frac{ght}{c^2} = \frac{9.81\,\mathrm{m/s} \cdot 1340\,\mathrm{m} \cdot 2 \cdot 86400\,\mathrm{s}}{(3.00 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2} = \underline{\underline{25\,\mathrm{ns}}}$$

Die Angabe 20-30 ns stimmt mit unserer Rechengenauigkeit (eine wesentliche Ziffer) überein. Ferien in den Bergen dauern also länger als Ferien am Meer!

Kapitel 63

Lösungen (Kern- und Teilchenphysik)

63.1 Lösungen (Radioaktivität)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\text{a) } N = \frac{m}{m_a} = \frac{\rho V}{m_a} = \frac{9.0 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{kg/L} \cdot 1.0\,\mathrm{L}}{238.05\,\mathrm{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u}} = \underline{\underline{2.3 \cdot 10^{16}}}$$

$$\text{b) } A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{\rho V}{m_a} = \frac{\ln 2}{4.468 \cdot 10^{9}\,\mathrm{a} \cdot 3.156 \cdot 10^{7}\,\mathrm{s/a}} \cdot \frac{9.0 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{kg/L} \cdot 75\,\mathrm{L}}{238.05 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{8.4\,\mathrm{Bq}}}$$

$$\text{c) } \frac{A}{A_M} \approx \frac{8.4\,\mathrm{Bq}}{8.4 \cdot 10^{3}\,\mathrm{Bq}} \approx \underline{\underline{1‰}}$$

Die Aktivität eines ‘Standardmenschen’ liegt je nach Quelle zwischen 8 kBq und 10 kBq.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_1 \Delta N}{\Delta t} = E_1 A = E_1 \lambda N = E_1 \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{m_a} \\
&= 5.304\,\mathrm{MeV} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-13}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{MeV}} \cdot \frac{\ln 2}{138.376\,\mathrm{d} \cdot 86400\,\mathrm{s/d}} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}{209.98\,\mathrm{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u}} \\
&= 141.3\,\mathrm{W} = \underline{\underline{0.14\,\mathrm{kW}}}
\end{aligned}
$$

Die Angabe stimmt grössenordnungsmässig. Man weiss leider nicht, wie genau "ein Gramm" ist.

3. Lösung von Aufgabe 3

a) $\eta = \dfrac{P_{el}}{P_{Pu}} = \dfrac{120\,\mathrm{W}}{2000\,\mathrm{W}} = \underline{\underline{6.0\,\%}}$

b) $P_{Pu} = \dfrac{\Delta E}{\Delta t} = \dfrac{E_1 \Delta N}{\Delta t} = E_1 A = E_1 \lambda N_{Pu} = E_1 \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \dfrac{m N_A}{M_{PuO_2}}$

$$= \frac{5.593\,\mathrm{MeV} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J/MeV} \cdot \ln 2 \cdot 4.8\,\mathrm{kg} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}{87.7\,\mathrm{a} \cdot 3.156 \cdot 10^{7}\,\mathrm{s/a} \cdot (238.049553 + 2 \cdot 15.9994) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}$$

$= \underline{\underline{2.4\,\mathrm{kW}}}$

Die Grössenordnung stimmt, die 2000 W sind anscheinend stark gerundet.

4. Lösung von Aufgabe 4

a) $N = N_0 2^{-t/T_{1/2}} = N_0 e^{-t/\tau} = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{-t}{T_{1/2}} \cdot \ln 2 = \frac{-t}{\tau} \Rightarrow T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2,\ \lambda = \frac{1}{\tau}$

b) $A = \lambda N = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m}{m_a} = \frac{1}{2.1 \cdot 10^{29} \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\text{s}} \cdot \frac{10^3\,\text{kg}}{1.0079 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}} = \underline{\underline{90\,\text{nBq}}}$

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $A_U = \lambda N = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \dfrac{f_U m}{m_a} = \dfrac{\ln 2}{4.468 \cdot 10^9 \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\text{s}} \cdot \dfrac{19 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3\,\text{kg}}{238 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}} = \underline{\underline{2.4 \cdot 10^5\,\text{Bq}}}$

$A_T = \lambda N = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \dfrac{f_T m}{m_a} = \dfrac{\ln 2}{1.405 \cdot 10^{10} \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\text{s}} \cdot \dfrac{31 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3\,\text{kg}}{232 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}} = \underline{\underline{1.3 \cdot 10^5\,\text{Bq}}}$

b) Beide Nuklide stehen an der Spitze einer Zerfallsreihe mit radioaktiven Tochterkernen.

Da nicht gesagt wird, um welches Uranisotop es sich handelt, habe ich das häufigere genommen. Beim Thorium wird es das langlebigere sein, denn der Montblanc steht ja schon lange da. Ein kurzlebiges Nuklid wäre schon lange zerfallen.

6. Lösung von Aufgabe 6

   ${}^{14}_{6}C \rightarrow \beta^- + {}^{14}_{7}N$ Stickstoff-14 ist in der Tabelle stabiler Nuklide aufgeführt.

7. Lösung von Aufgabe 7

$$A = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{m_a} = \frac{\ln 2}{1.261 \cdot 10^9 \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s}} \cdot \frac{1.000\,\mathrm{kg}}{39.96 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{262.4\,\mathrm{MBq}}}$$

8. Lösung von Aufgabe 8
   Natürliches Kalium enthält $f = 0.012\,\%$ atomaren Anteil an K-40.

$$
\begin{aligned}
A &= \lambda N_{K-40} = \lambda f N_K = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{f m_{KCl} N_A}{M_{KCl}} \\
&= \frac{\ln 2}{1.261 \cdot 10^{9}\,\mathrm{a} \cdot 3.156 \cdot 10^{7}\,\mathrm{s/a}} \cdot \frac{1.2 \cdot 10^{-4} \cdot 1000\,\mathrm{g} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}{(39.098 + 35.453)\,\mathrm{g/mol}} = \underline{\underline{17\,\mathrm{kBq}}}
\end{aligned}
$$

9. Lösung von Aufgabe 9

$$A \propto N = N_0 2^{-t/T_{1/2}} \Rightarrow A = A_0 2^{-t/T_{1/2}} \approx 8\,\text{kBq} \cdot 2^{-4\,\text{min}/1\,\text{min}} = 8\,\text{kBq} \cdot \frac{1}{16} = \underline{\underline{0.5\,\text{Bq}}}$$

10. Lösung von Aufgabe 10

$$A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{m_a} = \frac{\ln 2}{4.468 \cdot 10^9\,\mathrm{a} \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s/a}} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{kg}}{238.05\,\mathrm{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg/u}} = \underline{\underline{12\,\mathrm{Bq}}}$$

11. Lösung von Aufgabe 11

a) Die *Aktivität* ist $A = 15\,000 \cdot 10^{12}\,\text{Bq} = \underline{\underline{1.5 \cdot 10^{16}\,\text{Bq}}}$

b) ${}^{137}_{55}\text{C} \rightarrow \beta^- + {}^{137}_{56}\text{Ba}$ Barium

c) $A = \lambda \cdot N = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \dfrac{m}{m_a} \Rightarrow m = \dfrac{T_{1/2}}{\ln 2} \cdot A m_a$

$$= \frac{30.1671\,\text{a} \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\text{s/a}}{\ln 2} \cdot 1.5 \cdot 10^{16}\,\text{Bq} \cdot 136.9\,\text{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} = \underline{\underline{4.7\,\text{kg}}}$$

12. Lösung von Aufgabe 12

    a) Fe-60 ist ein Betastrahler mit Halbwertszeit $2.62 \cdot 10^6$ a. $^{60}_{26}\text{Fe} \rightarrow ^{60}_{27}\text{Co} + \beta^-$ (Kobalt)

    b) $N = N_0 2^{-t/T_{1/2}} \Rightarrow \dfrac{N}{N_0} = 2^{-t/T_{1/2}} = 2^{-2.2\,\text{Ma}/2.62\,\text{Ma}} = \underline{\underline{56\,\%}}$

13. Lösung von Aufgabe 13

    Die Produktionsrate muss gleich der Zerfallsrate (Aktivität) sein.

    $$\text{Produktion: } \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{m_a \Delta t} = \frac{13.4\,\text{kg}}{14.003\,\text{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} \cdot 1\,\text{a} \cdot 3.156 \cdot 10^{7}\,\text{s/a}} = \underline{\underline{1.83 \cdot 10^{19}\,\text{s}^{-1}}}$$

    $$\text{Zerfall: } A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{m_a} = \frac{\ln 2}{5700 \cdot 3.156 \cdot 10^{7}\,\text{s}} \cdot \frac{111 \cdot 10^{3}\,\text{kg}}{14.00 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}} = \underline{\underline{1.84 \cdot 10^{19}\,\text{Bq}}}$$

    Die zwei Angaben passen im Rahmen der Rundung zusammen.

14. Lösung von Aufgabe 14

    Die vollständige Reaktionsgleichung lautet: ${}^{60}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow \beta^- + {}^{60}_{28}\mathrm{Ni}^+ + \bar{\nu}_e$.
    Wenn sich der Kobalt-Kern in einen Nickel-Kern umwandelt, indem er ein Elektron (β^-) ausstösst, nimmt die Ladung des Kerns um eine Elementarladung zu. Das Nickelatom muss deshalb in der Hülle ein Elektron mehr binden, um elektrisch neutral zu sein. Das Zerfallsprodukt ist also ein einfach ionisiertes Nickel-Ion. Das ausgesandte Betateilchen (Elektron) hat genau die Ladung des fehlenden Hüllen-Elektrons und gleicht so die Ladungsbilanz aus. Das Elektron-Antineutrino $\bar{\nu}_e$ ist, wie der Name schon sagt, elektrisch neutral.

15. Lösung von Aufgabe 15

$$N = \frac{\rho V}{M} \cdot N_A = \frac{3.3 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 1\,\mathrm{m}^3}{10^9\,\mathrm{m}^3 \cdot 238.03 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1} = 8.349 \cdot 10^{18}$$

$$A_{238} = \lambda_{238} N_{238} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot f_{238} N$$

$$A_{238} = \frac{\ln 2}{4.468 \cdot 10^9 \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s}} \cdot 99.275\,\% \cdot 8.349 \cdot 10^{18} = \underline{\underline{41\,\mathrm{Bq}}}$$

$$A_{235} = \frac{\ln 2}{7.04 \cdot 10^8 \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s}} \cdot 0.720\,\% \cdot 8.349 \cdot 10^{18} = \underline{\underline{1.9\,\mathrm{Bq}}}$$

$$A_{234} = \frac{\ln 2}{2.455 \cdot 10^5 \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s}} \cdot 0.005\,\% \cdot 8.349 \cdot 10^{18} = \underline{\underline{37\,\mathrm{Bq}}}$$

16. Lösung von Aufgabe 16

$$A = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{m_a} = \frac{\ln 2}{2 \cdot 10^{21}\,\mathrm{a} \cdot 3.156 \cdot 10^{7}\,\mathrm{s/a}} \cdot \frac{16\,\mathrm{kg}}{75.92\,\mathrm{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u}} = \underline{\underline{1\,\mathrm{mBq}}}$$

17. Lösung von Aufgabe 17

a) $D = \frac{W}{m} = \frac{Pt}{m} \Rightarrow t = \frac{Dm}{P} = \frac{30 \cdot 10^3\,\text{Gy} \cdot 0.100\,\text{kg}}{20 \cdot 10^3\,\text{W}} = \underline{\underline{0.15\,\text{s}}}$

b) $W = Dm = NE_1 = NeU \Rightarrow N = \frac{Dm}{eU} = \frac{30\,\text{kGy} \cdot 0.100\,\text{kg}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 300 \cdot 10^3\,\text{V}} = \underline{\underline{6.2 \cdot 10^{16}}}$

c) $I = \frac{P}{U} = \frac{20 \cdot 10^3\,\text{W}}{300 \cdot 10^3\,\text{V}} = \underline{\underline{67\,\text{mA}}}$

18. Lösung von Aufgabe 18

    $^{233}_{92}U \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{229}_{90}Th$ Thorium-229

19. Lösung von Aufgabe 19

$$A \propto N \propto 2^{-t/T_{1/2}} = 2^{-100\,\mathrm{a}/5.70\cdot 10^3\,\mathrm{a}} = \underline{\underline{0.988}}$$

Der Baumstamm hat immer noch 98.8 % der ursprünglichen Aktivität.

20. Lösung von Aufgabe 20

$$A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N \Rightarrow N = \frac{T_{1/2} \cdot A}{\ln 2} = \frac{1.261 \cdot 10^9\,\mathrm{a} \cdot 3.156 \cdot 10^7\,\mathrm{s/a} \cdot 4.5 \cdot 10^3\,\mathrm{Bq}}{\ln 2} = \underline{\underline{2.6 \cdot 10^{20}}}$$

21. Lösung von Aufgabe 21

    Laut Bundesamt für Gesundheit betrug die mittlere Belastung der Schweizer Bevölkerung im Jahr 2012 durch ionisierende Strahlung 5.7 mSv. Die Einheit der Äquivalentdosis ist Milli-Sievert. Zur Verfügung stünde auch die Energiedosis (Gray), wobei die Energiedosis das Krebsrisiko nicht enthält (dafür objektiver ist). Die Aktivität (in Becquerel) enthält die Energie nicht und ist für sich alleine wenig aussagekräftig.

63.2 Lösungen (Kernphysik)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$J_N = \frac{\Delta N E_1}{\Delta t A} = \frac{65 \cdot 10^9 \cdot 0.26\,\mathrm{MeV} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J/MeV}}{1\,\mathrm{s} \cdot 1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2} = \underline{\underline{27\,\mathrm{W/m}^2}}$$

$$\frac{J_N}{J_S} = \frac{\Delta N E_1}{\Delta t A J_S} = \frac{65 \cdot 10^9 \cdot 0.26 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}}{1\,\mathrm{s} \cdot 1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 \cdot 1366\,\mathrm{W/m}^2} = \underline{\underline{2.0\,\%}}$$

2. Lösung von Aufgabe 2

$$P = \frac{\Delta N}{\Delta t} \cdot E_1 = \lambda N \cdot E_1 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N E_1 \Rightarrow N = \frac{P T_{1/2}}{E_1 \ln 2}$$

$$m = N \cdot m_a = \frac{P T_{1/2} m_a}{E_1 \ln 2}$$

$$= \frac{4 \cdot 10^{12}\,\mathrm{W} \cdot 1.261 \cdot 10^{9}\,\mathrm{a} \cdot 3.16 \cdot 10^{7}\,\mathrm{s/a} \cdot 39.96\,\mathrm{u} \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u}}{1.4\,\mathrm{MeV} \cdot 1.60 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J/MeV} \cdot \ln 2} = \underline{\underline{7 \cdot 10^{16}\,\mathrm{kg}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\begin{aligned}
\Delta E &= (m_H + m_N - m_D)c^2 \\
&= (1.0078250\,\mathrm{u} + 1.0086649\,\mathrm{u} - 2.0141018\,\mathrm{u}) \cdot (2.99\ldots \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2 \\
&= (0.0023881\,\mathrm{u}) \cdot 1.660539 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} \cdot (2.99792458 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2 \\
&= \underline{\underline{3.5640 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}}} = 2.2245\,\mathrm{MeV}
\end{aligned}$$

4. Lösung von Aufgabe 4

a) $E_p = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q^2}{R} = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{(Ze)^2}{r_0\sqrt[3]{A}} = \frac{3}{5\cdot 4\pi\cdot 8.854\cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/(Vm)}}\cdot\frac{(79\cdot 1.6022\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{1.2\cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}\cdot\sqrt[3]{197}}$
$= 1.24\cdot 10^{-10}\,\mathrm{J} \div 1.6022\cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/GeV} = \underline{\underline{0.77\,\mathrm{GeV}}}$

b) $E_B = (Zm_H + (A-Z)m_n - m_G)\,c^2$
$= (79\cdot 1.0078250\,\mathrm{u} + (197-79)\cdot 1.008664916\,\mathrm{u} - 196.966552\,\mathrm{u})\cdot 931.49\,\mathrm{MeV/u}$
$= 1559\,\mathrm{MeV}$

Die elektrostatische Energie ist etwa die Hälfte der Kernbindungsenergie.

5. Lösung von Aufgabe 5

$$\Delta E = \Delta m c^2 = (4 \cdot m_{H-1} - m_{He-4})c^2$$
$$\Delta E = (4 \cdot 1.0078250 - 4.0026033)\,\mathrm{u} \cdot 931.49\,\mathrm{MeV/u} = 26.731\,\mathrm{MeV} = 4.2827 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J}$$
$$P = \frac{E \cdot \Delta N}{\Delta t} = E \cdot \frac{\Delta N}{\Delta t \cdot V} \cdot V \Rightarrow$$
$$\frac{\Delta N}{\Delta t \cdot V} = \frac{P}{VE} = \frac{3.846 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}}{1.4120 \cdot 10^{27}\,\mathrm{m}^3 \cdot 4.2827 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J}} = \underline{\underline{6.360 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}^{-3} \cdot \mathrm{s}^{-1}}}$$

Die Fusionsrate ist im Sonnenkern höher als im Mantel. Ein Kubikmeter Sonnenmaterie enthält im Durchschnitt $8 \cdot 10^{29}$ Protonen. Eine Fusionsreaktion ist also etwas eher seltenes.

6. Lösung von Aufgabe 6

   Der Atomkern ist aus A Nukleonen aufgebaut. Die Nukleonen (Protonen oder Neutronen) sind etwa gleich gross und einigermassen dicht gepackt. Nukleonen können als harte Kugeln aufgefasst werden. Somit ist das Volumen des Kerns etwa A mal Volumen eines Nukleons. Der Radius einer Kugel ist $r \propto \sqrt[3]{V} \propto \sqrt[3]{A}$.

63.3 Lösungen (Teilchenphysik)

1. Lösung von Aufgabe 1
   a) z.B. Elektron, Elektron-Neutrino, Myon, etc.
   b) Das Proton besteht aus drei Quarks (up, up, down)

2. Lösung von Aufgabe 2

a) $\bar{P} = \dfrac{P_P \Delta t_P}{T} = P_P \Delta t_P f = 125\,\text{MW} \cdot 2.86 \cdot 10^{-3}\,\text{s} \cdot 14\,\text{Hz} = \underline{\underline{5.0\,\text{MW}}}$ ✓

b) $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = \dfrac{\Delta N e}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{I}{e} = \dfrac{62.5 \cdot 10^{-3}\,\text{A}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\text{As}} = \underline{\underline{3.90 \cdot 10^{17}\,\text{s}^{-1}}}$

c) $P_P = \dfrac{\Delta N E_k}{\Delta t} = \dfrac{I E_k}{e} = \dfrac{62.5 \cdot 10^{-3}\,\text{A} \cdot 2.0\,\text{GeV} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-10}\,\text{J/GeV}}{1.6022 \cdot 10^{-19}\,\text{As}} = \underline{\underline{125\,\text{MW}}}$ ✓

d) $E_k = (\gamma - 1)mc^2 \Rightarrow \left(1 - \beta^2\right)^{-1/2} = 1 + \dfrac{E_k}{mc^2} \Rightarrow$

$$\beta = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{E_k}{mc^2}\right)^{-2}} = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{2.0\,\text{GeV}}{0.93827\,\text{GeV}}\right)^{-2}} = 0.9476 = \underline{\underline{0.95}}$$

Kapitel 64

Lösungen (Quantenphysik)

64.1 Lösungen (Quantenoptik)

1. Lösung von Aufgabe 1

   a) $E = hf = 6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 1.78 \cdot 10^{9}\,\mathrm{Hz} = \underline{\underline{1.18 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{J}}} \cdot \frac{1\,\mathrm{eV}}{1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}} = \underline{\underline{7.36\,\mu\mathrm{eV}}}$

   b) $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{P}{hf} = \frac{1.8\,\mathrm{W}}{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 1.78 \cdot 10^{9}\,\mathrm{Hz}} = \underline{\underline{1.5 \cdot 10^{24}\,\mathrm{s}^{-1}}}$

2. Lösung von Aufgabe 2

   a) $[F \cdot \Delta t] = \text{Ns}$ oder $[mv] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

   b) $p = \dfrac{h}{\lambda} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1.66 \cdot 10^{-27}\,\text{Ns} \cdot \dfrac{400\,\text{nm}}{600\,\text{nm}} = \underline{\underline{1.11 \cdot 10^{-27}\,\text{Ns}}}$

3. Lösung von Aufgabe 3

a) $E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 2.9979 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{405 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m/s}}$
$= \underline{\underline{4.90 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}} \div 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J/eV} = \underline{\underline{3.06\,\mathrm{eV}}}$

b) $P = \frac{\Delta N \cdot hf}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{0.100\,\mathrm{W} \cdot 405 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 2.9979 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{2.04 \cdot 10^{17}\,\mathrm{s}^{-1}}}$

4. Lösung von Aufgabe 4
   Pro: Der darksucker lässt die Dunkelheit tatsächlich verschwinden, wenn man ihn einschaltet. Die Dunkelheit kommt wieder, wenn man ihn ausschaltet. Die zeitliche Übereinstimmung ist gut. Er nimmt, wie ein Staubsauger, Energie auf und 'pumpt damit die Dunkelheit aus dem Zimmer'. Er benötigt Energie, um die Dunkelheit zum Verschwinden zu bringen, tut also etwas. …

   Contra: Die Theorie geht davon aus, dass 'Dunkelheit' ein Stoff ist. Dieser Stoff müsste zum darksucker strömen und eine Art Wind zum darksucker hin erzeugen. Man stellt aber einen Strahlungsdruck fest, der von der Lampe weg weist. Licht kann z.B. Elektronen aus Metalloberflächen herauslösen; Dunkelheit ist dazu nicht in der Lage. Dies deutet darauf hin, dass Licht etwas ist und Dunkelheit die Abwesenheit von Licht. …

5. Lösung von Aufgabe 5

a) $P = \dfrac{\Delta N \cdot hf}{\Delta t} \Rightarrow \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{P\lambda}{hc} = \dfrac{5.0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W} \cdot 632.8 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 2.998 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{1.6 \cdot 10^{16}\,\mathrm{s}^{-1}}}$

b) $\delta t = \dfrac{\Delta t}{\Delta N} = \dfrac{1\,\mathrm{s}}{1.593 \cdot 10^{16}} = \underline{\underline{6.3 \cdot 10^{-17}\,\mathrm{s}}}$ und $\delta s = c \cdot \delta t = \dfrac{3.00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{1.593 \cdot 10^{16}\,\mathrm{s}^{-1}} = \underline{\underline{19\,\mathrm{nm}}} < \lambda$

c) $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{\Delta N \cdot h}{\lambda \cdot \Delta t} = \dfrac{\Delta N \cdot hf}{c \cdot \Delta t} = \dfrac{\Delta E}{c \cdot \Delta t} = \dfrac{P}{c} = \dfrac{5.0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W}}{3.00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{17\,\mathrm{pN}}}$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$J_S = 8.5 \cdot 10^{11}\,\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{cm}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-13}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{MeV}} \cdot \frac{1\,\mathrm{cm}^2}{10^{-4}\,\mathrm{m}^2} = \underline{\underline{1.36\,\mathrm{kW/m^2}}}$$

7. Lösung von Aufgabe 7

$$\lambda = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{1644\,\mathrm{cm^{-1}}} = \frac{1}{164400\,\mathrm{m^{-1}}} = \underline{\underline{6.083\,\mu\mathrm{m}}}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = c\nu = 2.9979\cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}\cdot 164400\,\mathrm{m^{-1}} = \underline{\underline{4.929\cdot 10^{13}\,\mathrm{Hz}}}$$

$$E = hf = hc\nu = 6.6261\cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}\cdot 2.9979\cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}\cdot 164400\,\mathrm{m^{-1}} = \underline{\underline{3.266\cdot 10^{-20}\,\mathrm{J}}} = 0.2038\,\mathrm{eV}$$

8. Lösung von Aufgabe 8

a) Siehe Abbildung 64.1.

b) $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$

$$E = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 2.998 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{2.63\,\mathrm{eV} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J/eV}} = \underline{\underline{471\,\mathrm{nm}}}$$

c) $E_{min} = \frac{hc}{\lambda_{max}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 2.998 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{700 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}$

$= 2.837 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} \div 1.6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J/eV} = \underline{\underline{1.77\,\mathrm{eV}}}$

$E_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 2.998 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{400 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}$

$= 4.966 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = \underline{\underline{3.10\,\mathrm{eV}}}$

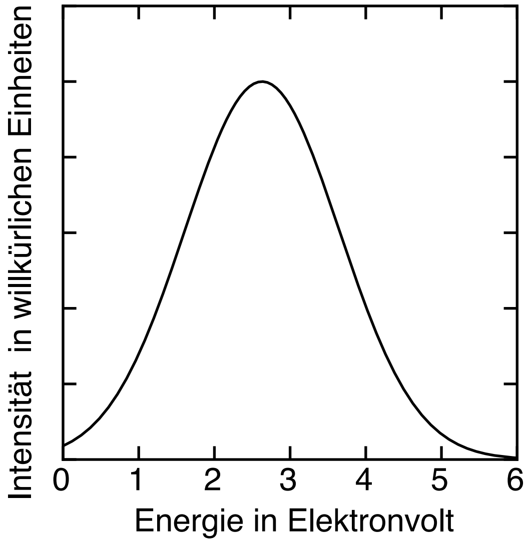


Abbildung 64.1: Spektrale Intensität einer blauen LED.

64.2 Lösungen (Materiewellen)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{hT}{2\pi rm} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 27.3217\,\mathrm{d} \cdot 86400\,\mathrm{s/d}}{2\pi \cdot 3.844 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m} \cdot 7.349 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}} = \underline{\underline{8.812 \cdot 10^{-60}\,\mathrm{m}}}$$

Weil die Wellenlänge so klein ist, können keine Wellenphänomene am Mond beobachtet werden.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\tfrac{3}{2}kT = \tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{3kTm} = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow$$
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3kTm}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}{\sqrt{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K} \cdot 0.5 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{K} \cdot 23.0\,\mathrm{u} \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u}}} = \underline{\underline{24\,\mathrm{\mu m}}}$$

Der mittlere Abstand der Natriumatome ist grösser als die de Broglie-Wellenlänge, deshalb spielen Quanteneffekte eine wichtige Rolle.

64.3 Lösungen (Atommodelle)

1. Lösung von Aufgabe 1

$2\pi r = n\lambda$ Quantisierungsbedingung nach de Broglie

$\lambda = \dfrac{h}{m\upsilon}$ Wellenlänge und klassischer Impuls

$F_{res} = ma_z$ nach Bohr verursacht die Coulombkraft die Kreisbewegung des Elektrons

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze\cdot e}{r^2} = \frac{m\upsilon^2}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{mr} = \upsilon^2 = \left(\frac{h}{m\lambda}\right)^2 = \left(\frac{h\cdot n}{m\cdot 2\pi r}\right)^2 \Rightarrow$$

$$r = n^2\cdot\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi Z e^2 m}$$

$$\frac{m\upsilon^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} \Rightarrow E_k = \tfrac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}$$

$$E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze\cdot(-e)}{r} = -2E_k$$

$$E_n = E_p + E_k = \tfrac{1}{2}E_p = -\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r} = -\frac{Z^2e^4m}{8\varepsilon_0^2h^2}\cdot\frac{1}{n^2}$$

Grundzustand: $n = 1 \Rightarrow$

$$E_1 = -\frac{2^2\cdot(1.602176\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^4\cdot 9.109382\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}{8\cdot(8.854188\cdot 10^{-12}\,\mathrm{C/Vm})^2\cdot(6.626069\cdot 10^{-43}\,\mathrm{Js})^2}$$
$$= -8.719477\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J} = -54.42271\,\mathrm{eV}$$

Die Ionisationsenergie des He^+ ist im Betrag fast gleich der Grundzustandsenergie nach Bohr/deBroglie. Die Übereinstimmung ist besser als beim H-Atom, weil der Heliumkern schwerer als der Wasserstoffkern ist.

2. Lösung von Aufgabe 2

$2\pi r = n\lambda$ Quantisierungsbedingung nach de Broglie

$\lambda = \dfrac{h}{m\upsilon}$ Wellenlänge nach de Broglie

$F_{res} = ma_z \Rightarrow \dfrac{GMm}{r^2} = \dfrac{m\upsilon^2}{r}$ Gravitationskraft verursacht Zentripetalbeschleunigung

$\Rightarrow \dfrac{GM}{r} = \upsilon^2 = \left(\dfrac{h}{m\lambda}\right)^2 = \left(\dfrac{nh}{m2\pi r}\right)^2 \Rightarrow r = \dfrac{n^2h^2}{4\pi^2GMm^2} = n^2 r_1$ wobei

$$r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2GMm^2} = \frac{(6.626\cdot 10^{-34}\,\text{Js})^2}{4\pi^2\cdot 6.674\cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2/\text{kg}^2\cdot 1.989\cdot 10^{30}\,\text{kg}\cdot(5.974\cdot 10^{24}\,\text{kg})^2}$$

$$r_1 = 0.0023474\cdot 10^{-135}\,\text{m} = 2.347\cdot 10^{-138}\,\text{m}$$

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

$$\frac{m\upsilon^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow E_k = \tfrac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{GMm}{2r} = -\tfrac{1}{2}E_p \Rightarrow E = E_p + E_k = \tfrac{1}{2}E_p$$

$E = -\dfrac{GMm}{2r} = -\dfrac{GMm\cdot 4\pi^2GMm^2}{2n^2h^2} = -2m\left(\dfrac{\pi GMm}{nh}\right)^2 = \dfrac{E_1}{n^2}$ wobei

$$E_1 = -2m\left(\frac{\pi GMm}{h}\right)^2$$

$$= -2\cdot 5.974\cdot 10^{24}\,\text{kg}\cdot\left(\frac{\pi\cdot 6.674\cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2/\text{kg}^2\cdot 1.989\cdot 10^{30}\,\text{kg}\cdot 5.974\cdot 10^{24}\,\text{kg}}{6.626\cdot 10^{-34}\,\text{Js}}\right)^2$$

$$E_1 = -16891.4\cdot 10^{178}\,\text{J} = -1.689\cdot 10^{182}\,\text{J}$$

$$n = \sqrt{\frac{r}{r_1}} = \sqrt{\frac{1.496\cdot 10^{11}\,\text{m}}{2.347\cdot 10^{-38}\,\text{m}\cdot 10^{-100}}} = 2.525\cdot 10^{24}\cdot 10^{50} = 2.525\cdot 10^{74}$$

$$E_{n+1} - E_n = \frac{E_1}{(n+1)^2} - \frac{E_1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}\cdot\left(\frac{1}{1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}} - 1\right) \approx \frac{E_1}{n^2}\cdot\left(1 - \frac{2}{n} - 1\right) = -\frac{2E_1}{n^3}$$

$$= -\frac{-1.689\cdot 10^{182}\,\text{J}\cdot 2}{(2.525\cdot 10^{74})^3} = 0.2098\cdot 10^{-40}\,\text{J}$$

$$r_{n+1} - r_n = (n+1)^2 r_1 - n^2 r_1 \approx 2nr_1 = 2\sqrt{\frac{r}{r_1}}r_1 = 2\sqrt{rr_1}$$

$$= 2\sqrt{1.496\cdot 10^{11}\,\text{m}\cdot 2.347\cdot 10^{-138}\,\text{m}} = 1.185\cdot 10^{-63}\,\text{m}$$

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{h}{m}\sqrt{\frac{r}{GM}} = \frac{6.626\cdot 10^{-34}\,\text{Js}}{5.974\cdot 10^{24}\,\text{kg}}\sqrt{\frac{1.496\cdot 10^{11}\,\text{m}}{6.674\cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2/\text{kg}^2\cdot 1.989\cdot 10^{30}\,\text{kg}}} =$$

$$= 3.723\cdot 10^{-63}\,\text{m}$$

Die Rechnung zeigt, was natürlich zu erwarten war, dass die Quantisierungsschritte derart klein sind, dass sie sich nicht bemerkbar machen.

3. Lösung von Aufgabe 3

$F_{res} = ma_z$ nach Bohr bewegen sich die Elektronen auf einer Kreisbahn

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2e\cdot e}{r^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e\cdot e}{(2r)^2} = \frac{m\upsilon^2}{r}$$

$2\pi r = n\lambda$ Quantisierungsbedingung nach de Broglie, im Grundzustand ist $n = 1$

$m\upsilon = h/\lambda$ Wellenlänge nach de Broglie

$$\Rightarrow \frac{7}{4}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} = m\upsilon^2 = m\cdot\left(\frac{h}{m\lambda}\right)^2 = m\cdot\left(\frac{h}{m2\pi r}\right)^2 = \frac{h^2}{4\pi^2 mr^2} \Rightarrow$$

$$r = \frac{4\varepsilon_0 h^2}{7\pi me^2} = \frac{4\cdot 8.854\cdot 10^{-12}\,\text{As/(Vm)}\cdot(6.626\cdot 10^{-34}\,\text{Js})^2}{7\cdot\pi\cdot 9.109\cdot 10^{-31}\,\text{kg}\cdot(1.602\cdot 10^{-19}\,\text{C})^2} = \underline{\underline{3.025\cdot 10^{-11}\,\text{m}}}$$

$$E_{pot} = 2\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2e\cdot(-e)}{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-e)\cdot(-e)}{2r} = -\frac{7}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

$$E_{kin} = 2\cdot\tfrac{1}{2}m\upsilon^2 = F_{res}r = \frac{7}{4}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} = -\tfrac{1}{2}E_{pot}$$

$$E_1 = E_{pot} + E_{kin} = \tfrac{1}{2}E_{pot} = -\frac{7}{4}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \quad \text{Grundzustandsenergie}$$

$$E_1 = -\frac{49e^4 m}{64\cdot\varepsilon_0^2 h^2} = -\frac{49\cdot(1.602\cdot 10^{-19})^4\cdot 9.109\cdot 10^{-31}\,\text{kg}}{64\cdot(8.854\cdot 10^{-12}\,\text{As/(Vm)})^2\cdot(6.626\cdot 10^{-34}\,\text{Js})^2}$$

$$E_1 = -1.335\cdot 10^{-17}\,\text{J} = \underline{\underline{-83.31\,\text{J}}}$$

Die nach diesem Modell berechnete Grundzustandsenergie ist etwa 5 % zu tief.

64.4 Lösungen (Unbestimmtheitsrelationen)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$\Delta E \Delta t \geqslant \frac{h}{4\pi} \Rightarrow \Delta E = \frac{h}{4\pi\Delta t} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js}}{4\pi \cdot 1.22 \cdot 10^{-20}\,\text{s}} = \frac{4.322 \cdot 10^{-15}\,\text{J}}{1.6011 \cdot 10^{-19}\,\text{J/eV}} = 27.0\,\text{keV}$$

Offenbar ist 27 keV genau die Hälfte von 54 keV. Die Angaben passen also zusammen, denn 54 keV ist die *ganze* Zerfallsbreite, während $\Delta E = 27$ keV nur die *halbe* Breite (analog der Streuung σ einer Normalverteilung) darstellt.

64.5 Lösungen (diverses Quantenphysik)

1. Lösung von Aufgabe 1

   $R = h^a \cdot e^b$ Dimensionsanalyse anhand der Einheiten:

   $\Omega = (\text{Js})^a \cdot \text{C}^b$

   $\frac{\text{V}}{\text{A}} = \frac{\text{J}}{\text{A}^2\text{s}} = (\text{Js})^a \cdot (\text{As})^b \Rightarrow$

   $a = 1$ und $b = -2 \Rightarrow R = \frac{h}{e^2}$

   In der Literatur findet man:
   $R_K = h/e^2 = 25812.807\,\Omega$ 'von Klitzing-Konstante'
   $R_H = R_K/i$ 'Hallwiderstand', i ist eine natürliche Zahl.

Teil XII

Lösungen Physikalische Methoden

Kapitel 65

Lösungen (Infinitesimalrechnung)

65.1 Lösungen (Differentialrechnung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Sei g die Gegenstandsweite, b die Bildweite und $s = g + b$ der Abstand Bildebene-Rennauto. Die Bildebene bewegt sich nicht. Dann ist $v = ds/dt$ die Geschwindigkeit des Rennautos und db/dt die Geschwindigkeit der Linse (ohne Betrachtung der Richtung).

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s-b} + \frac{1}{b}$$
$$bs - b^2 = fb + fs - fb$$
$$0 = b^2 - bs + fs$$
$$b_{1,2} = \frac{s \pm \sqrt{s^2 - 4fs}}{2}$$
$$\frac{db}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{ds}{dt} \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{s^2 - 4fs}} \cdot \left(2s\frac{ds}{dt} - 4f\frac{ds}{dt}\right)$$
$$\frac{db}{dt} = \frac{1}{2}v \pm \frac{1}{2}\frac{sv - 2fv}{\sqrt{s^2 - 4fs}}$$
$$\frac{db}{dt} = \frac{v}{2} \cdot \left(1 \pm \frac{s - 2f}{\sqrt{s^2 - 4fs}}\right)$$

   Die Geschwindigkeit, mit der die Linse bewegt respektive die Bildweite vergrössert werden muss, hängt wie erwartet von der Geschwindigkeit des Rennautos (proportional) sowie vom momentanen Abstand des Autos und von der Brennweite der Linse ab.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left(a + b \cdot t + c \cdot t^2 + d \cdot t^3\right) = \underline{\underline{b + 2c \cdot t + 3d \cdot t^2}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\upsilon(t) = \frac{ds}{dt} = \frac{s_0}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} \qquad \upsilon_0 = \upsilon(0) = \frac{s_0}{\tau}$$

65.2 Lösungen (Integralrechnung)

1. Lösung von Aufgabe 1

$$W = \int p \cdot dV = \int \rho g h \cdot A dh = \rho g A \int d \cdot dh = \rho g A \cdot \tfrac{1}{2} h^2 = \rho A h \cdot g \cdot \frac{h}{2} = m g \frac{h}{2}$$

Die Arbeit des Schweredrucks ist gleich der potentiellen Energie des Wassers; der Schwerpunkt des Wassers befindet sich nämlich auf der Höhe $h/2$.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$F_G = \int_R^\infty g(r)\cdot dm = \int_R^\infty g(r)\cdot\mu\cdot dr = \int_R^\infty \frac{GM}{r^2}\cdot\mu\cdot dr = -\frac{GM\mu}{r}\Big|_R^\infty = \frac{GM\mu}{R}$$

Gravizentrum: $r_S F_G = r_1 m_1 g(r_1) + r_2 m_2 g(r_2) + \cdots \to \int_R^\infty r\cdot g(r)\cdot\mu\cdot dr$

$r_S = \frac{1}{F_G}\cdot\int_R^\infty r\cdot\frac{GM\mu}{r^2}\cdot dr \propto \int_R^\infty \frac{dr}{r}$ Integral divergiert, Schwerpunkt unbestimmt

Kapitel 66

Lösungen (Praktikum)

66.1 Lösungen (Fehlerrechnung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Die Auflösung betrifft nur das Messgerät und ist die kleinste ablesbare Einheit der Messskala (Skaleneinteilung). Die Fehlerschranke betrifft den gewonnenen Messwert und garantiert, wie viel der gemessene Wert maximal vom 'wahren Wert' abweichen darf. Die Fehlerschranke berücksichtigt mehr als die Auflösung, z.B. auch den Messvorgang selbst. Beispielsweise lässt sich die 'Länge eines Menschen' kaum mit Millimeter-Genauigkeit messen, selbst wenn der Massstab Millimeter-Auflösung aufweisen sollte, weil die Länge eines Menschen schwankt.

2. Lösung von Aufgabe 2

$$\Delta t = \frac{2\Delta d}{c} = \frac{2 \cdot 0.25 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{3.00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}} = \underline{\underline{1.7\,\mathrm{ps}}}$$

3. Lösung von Aufgabe 3

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\sqrt{l^2 + d^2}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/Am} \cdot 120 \cdot 4.00\,\mathrm{A}}{\sqrt{(0.60\,\mathrm{m})^2 + (0.120\,\mathrm{m})^2}} = 985.8\,\mathrm{\mu T}$$

Fehlerschranke addiert oder subtrahiert, damit das Resultat möglichst gross wird:

$$B_{max} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/Am} \cdot 120 \cdot (4.00 + 0.01)\,\mathrm{A}}{\sqrt{((0.60 - 0.01)\,\mathrm{m})^2 + ((0.120 - 0.005)\,\mathrm{m})^2}} = 1006.0\,\mathrm{\mu T}$$

$$\Delta B = B_{max} - B = 1006.0\,\mathrm{\mu T} - 985.8\,\mathrm{\mu T} = 20.2\,\mathrm{\mu T} \Rightarrow B = \underline{\underline{(0.99 \pm 0.02)\,\mathrm{mT}}}$$

Innerhalb der Fehlerschranken stimmt der berechnete Wert von (0.99 ± 0.02) mT mit dem Messwert (0.96 ± 0.01) mT überein.

4. Lösung von Aufgabe 4

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{abc} = \frac{1932\,\mathrm{g}}{30.0\,\mathrm{cm} \times 9.7\,\mathrm{cm} \times 9.6\,\mathrm{cm}} = 0.69158\,\mathrm{g/cm^3}$$

Fehlerschranke addiert oder subtrahiert, damit das Resultat möglichst gross wird:

$$\rho_{max} = \frac{(1932+2)\,\mathrm{g}}{(30.0-0.1)\,\mathrm{cm} \times (9.7-0.1)\,\mathrm{cm} \times (9.6-0.1)\,\mathrm{cm}} = 0.70924\,\mathrm{g/cm^3}$$

$$\Delta\rho = \rho_{max} - \rho = 0.70924\,\mathrm{g/cm^3} - 0.69158\,\mathrm{g/cm^3} = 0.01766\,\mathrm{g/cm^3}$$

$$\rho = (0.692 \pm 0.018)\,\mathrm{g/cm^3} = \underline{\underline{(6.9 \pm 0.2) \cdot 10^2\,\mathrm{kg/m^3}}}$$

5. Lösung von Aufgabe 5

$$n \sin \alpha_1 = \sin \alpha_2 \Rightarrow n = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{\sin \left(49 + \frac{37}{60}\right)^\circ}{\sin \left(35 + \frac{28}{60}\right)^\circ} = 1.312803$$

Fehlerschranke addiert oder subtrahiert, damit das Resultat möglichst gross wird.

$$n_{max} = \frac{\sin \left(49 + \frac{37+3}{60}\right)^\circ}{\sin \left(35 + \frac{28-2}{60}\right)^\circ} = 1.314851$$

$$\Delta n = n_{max} - n = 1.314851 - 1.312803 = 0.002048 \Rightarrow n = \underline{\underline{1.313 \pm 0.002}}$$

6. Lösung von Aufgabe 6

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi d^2 l} = \frac{4 \cdot 724 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}}{\pi \cdot (1.96 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot 0.117\,\mathrm{m}} = 2050.93\,\mathrm{kg/m^3}$$

Fehlerschranke addiert oder subtrahiert, damit das Resultat möglichst gross wird:

$$\rho_{max} = \frac{4 \cdot (724 + 1) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}}{\pi \cdot ((1.96 - 0.01) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot (0.117 - 0.001)\,\mathrm{m}} = 2092.77\,\mathrm{kg/m^3}$$

$$\Delta\rho = \rho_{max} - \rho = 2092.77\,\mathrm{kg/m^3} - 2050.93\,\mathrm{kg/m^3} = 41.8\,\mathrm{kg/m^3}$$

$$\rho = (2.05 \pm 0.04) \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$$

In der FoTa findet man $2.24{\cdot}10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ für die Dichte von Graphit. (Die Dichte von Blei ist mit $11.34{\cdot}10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ wesentlich höher. ‘Bleistift’ ist eine veraltete Bezeichnung.) Laut wikipedia besteht eine Bleistiftmine aus einem gebrannten Ton-Graphit Gemisch, besteht also nicht aus reinem Graphit. Das passt zum Resultat.

66.2 Lösungen (Ausgleichsrechnung)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Eine Grösse (Zahl, Funktion) soll so an eine Menge von Daten angepasst werden, dass die Summe der Quadrate der Abweichungen zwischen Grösse und Daten möglichst klein wird. Beispiel:

   arithmetisches Mittel: $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 = \min \Rightarrow \mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

   lineare Regression: $\sum_{i=1}^{n}(a\cdot x_i + b - y_i)^2 = \min \Rightarrow a = \ldots,\; b = \ldots$

2. Lösung von Aufgabe 2
   Das Residuum ist der ‘Rest’, wenn vom Messwert ein berechneter Wert (Theorie, Ausgleichsfunktion) subtrahiert wird.

3. Lösung von Aufgabe 3

$$\sum_{i=1}^{n} (a \cdot x_i - y_i)^2 = \text{Minimum}$$
$$\sum_{i=1}^{n} \left(a^2 \cdot x_i^2 - a \cdot 2x_i y_i + y_i^2\right) = \text{Minimum}$$
$$a^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - a \cdot \sum_{i=1}^{n} 2x_i y_i + \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = \text{Minimum}$$

Der linke Term in der letzten Gleichung ist eine quadratische Funktion von a. Eine quadratische Funktion $Y = AX^2 + BX + C$ hat ihr Minimum beim Scheitel $Y_S = -B/(2A)$. Damit folgt:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$$

66.3 Lösungen (Diagramme)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Die Achsen sind nicht mit Lineal gezeichnet. Die Abszisse trägt keine Einheit, die Ordinate keine Grössenbezeichnung (Variable). Der Nullpunkt ist nicht angeschrieben respektive es hat zuwenig Zahlen pro Achse (mindestens zwei sollten es schon sein). Bei der Ausgleichsgeraden wird nicht gesagt, was x und y sind (Grösse, Einheit). Die Parameter der Ausgleichsgeraden sind mit wenig Stellen angegeben (und das 'Bestimmtheitsmass' oder eine ähnliche Grösse fehlt).

2. Lösung von Aufgabe 2
   Bei einer logarithmischen Skalierung ist die Achse nicht mit 1, 2, 3, ... angeschrieben, sondern mit 1, 10, 100, etc. Alternativ kann der Logarithmus der Werte auf einer linear skalierten Achse abgetragen werden. Bei einer semi- oder halblogarithmischen Darstellung ist nur die Ordinatenachse logarithmisch eingeteilt. Bei einer doppelt-logarithmischen Auftragung sind Abszissen- und Ordinatenachse logarithmisch eingeteilt.

   a) $\log y = ax + b \Rightarrow y = e^{ax+b} = e^b \cdot e^{ax}$ Exponentialfunktion
   b) $\log y = a \log x + b \Rightarrow y = e^{a \log x + b} = e^b \cdot \left(e^{\log x}\right)^a = e^b \cdot x^a$ Potenzfunktion

3. Lösung von Aufgabe 3
   Das Haar, das 400 mm gedehnt wird, wenn man mit 120 N daran zieht, möchte ich mal sehen! Die Werte sind viel zu gross. Ein Floh, der 0.12 m in die Höhe springt, müsste sich mit $\upsilon = \sqrt{2gh} \approx \sqrt{2 \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.12\,\mathrm{m}} = 1.5\,\mathrm{m/s}$ abstossen. Die Steigung der Kurve im unteren Bereich ist aber nur $\Delta s/\Delta t \approx 40\,\mathrm{mm}/100\,\mathrm{ms} \approx 0.4\,\mathrm{m/s}$. Der Floh wäre viel zu langsam. Interpretation a) trifft zu.

4. Lösung von Aufgabe 4

   a) Siehe Abbildung 66.1 und deren Legende.

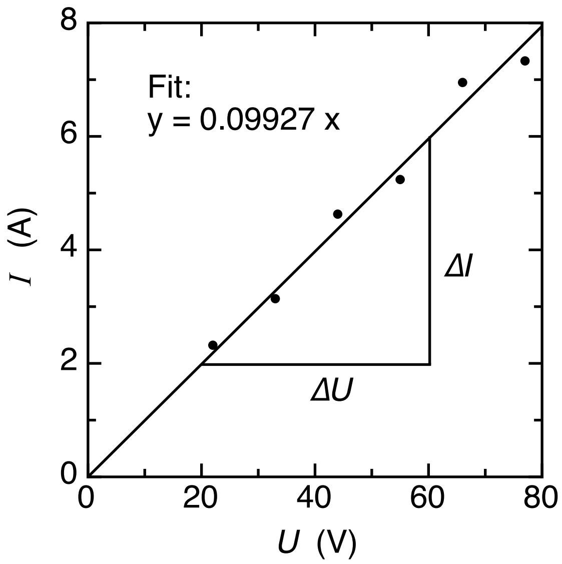


Abbildung 66.1: Strom I als Funktion der Spannung U mit eingepasster Nullpunktsgerade (Fit: x≙U in Volt und y≙I in Ampere).

   b) Die Steigung der Nullpunktsgeraden ist

$$\frac{\Delta I}{\Delta U} \approx \frac{4.0\,\mathrm{A}}{40\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{0.10\,\mathrm{A/V}}}$$

$$U = RI \Rightarrow I = \frac{1}{R} \cdot U \Rightarrow R = 10\,\Omega$$

(Fit: $0.09927\,\mathrm{A/V} = (10.07\,\Omega)^{-1}$)

Die Steigung ist der Kehrwert des Widerstands (sog. Leitwert $G = 1/R$).

5. Lösung von Aufgabe 5

   a) Die Messwerte sind als Punkte ins Diagramm (Abb. 66.2) eingezeichnet. Das Volumen ist die unabhängige Variable und ensprechend der üblichen Konvention auf der horizontalen Abszissenachse abgetragen. Jede Achse ist beschriftet mit Grösse, Einheit und Zahlenwerten.
   b) Die Ausgleichsfunktion ist eine Proportionalität, denn je mehr Volumen der geschüttete Sand hat, desto mehr Masse hat er. Die Regressionsrechnung gibt 1.594 für die Proportionalitätskonstante in den gewählten Einheiten.
   c) Der Zusammenhang lässt sich auch als $m = \rho V$ schreiben; die Proportionalitätskonstante ist also eine Dichte mit Wert $\rho = 1.594\,\mathrm{g/mL} = 1594\,\mathrm{kg/m^3}$ (Schüttdichte).

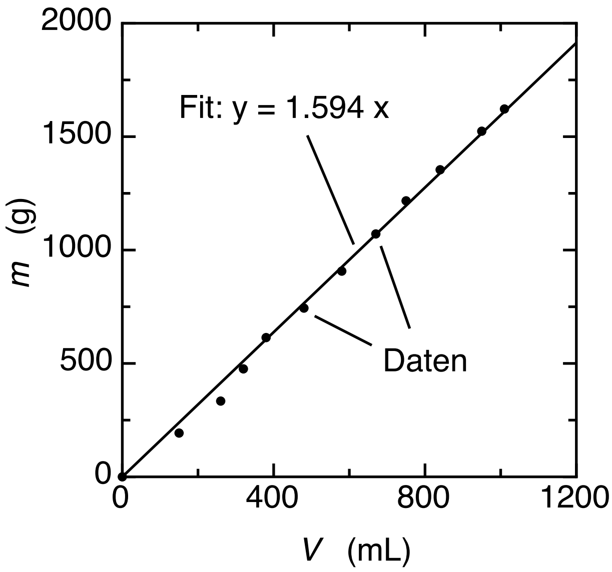


Abbildung 66.2: Masse von geschüttetem Sand als Funktion des Volumens mit Ausgleichsfunktion (Fit: $x \mathrel{\hat{=}} V$ in Milliliter und $y \mathrel{\hat{=}} m$ in Gramm).

6. Lösung von Aufgabe 6

   a) Siehe Abbilddung 66.3 und deren Legende. Die Messfehler der Kompression y wirken sich stärker aus als jene der Kraft F.

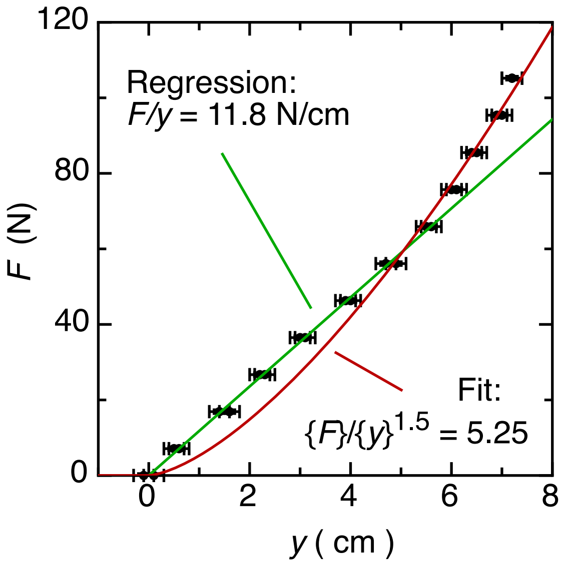
   

   Abbildung 66.3: Kraft F als Funktion der Kompression y für einen Softball, mit zwei Ausgleichsfunktionen.

   b) Die lineare Regression einer Geradenfunktion durch den Nullpunkt (Proportionalität) ergibt die Federkonstante (Proportionalitätsfaktor) 11.8 N/cm. Die Ausgleichsrechnung wurde für $y \leqslant 5.6$ cm durchgeführt.
   c) Regression einer Potenzfunktion $F \propto y^{3/2}$ liefert die Proportionalitätskonstante 5,25. Der Fit wurde nur mit den Zahlenwerten gemacht: $\{y\}$ heisst 'Zahlenwert von y', also $\{2.2\,\text{cm}\} = 2.2$. Die Funktion passt nur für $y \gtrsim 5$ cm gut.

   Wird der Exponent der Potenzfunktion in der Ausgleichsrechnung mit bestimmt, so erhält man $\{F\} = 8.05 \cdot \{y\}^{1.26}$ und natürlich bessere Übereinstimmung, weil die Ausgleichsfunktion einen Parameter mehr hat als die anderen.

7. Lösung von Aufgabe 7

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \sqrt{l} = \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \cdot T \longrightarrow \text{“}y = m \cdot x''$$

Auf der Ordinatenachse müsste $\sqrt{l}$ abgetragen werden. (Die Darstellung ist aber in dieser Weise einheitenmässig nicht sinnvoll. Die Abtragung von T^2 vs. l ist besser.)

66.4 Lösungen (Berichte)

1. Lösung von Aufgabe 1
   Die Legende beschreibt *vollständig*, was in einer Tabelle oder Abbildung (Graphik, Diagramm oder Photographie) zu sehen ist. Sie enthält eine Nummer, z.B. Tabelle 7, eine selbsterklärende Beschreibung des Inhalts der – z.B. – Abbildung sowie eine Referenz zur Quellenliste, falls diese Abbildung ein Zitat darstellt.

Literaturverzeichnis

[1] DMK, DPK, DCK, *Formeln Tabellen Begriffe*, Orell Füssli Verlag, Zürich, 2009, ISBN 978-3-280-04059-1