Radialbeschleunigung

Auch die gleichförmige Kreisbewegung ist eine beschleunigte Bewegung, da sich die Richtung der Bewegung ständig ändert.

Ein Körper bewegt sich auf einer Kreisbahn mit Radius r vom Punkt P zum Punkt Q. Dabei überstreicht der Radiusstrahl den Winkel $\Delta\varphi$ (vgl. Abbildung 1). Die Bahngeschwindigkeit ändert sich dabei von $\vec{v}_1$ auf $\vec{v}_2$. Die zwei Geschwindigkeiten weisen zwar den gleichen Betrag, aber verschiedene Richtungen auf. Die Beschleunigung für diesen Abschnitt ist also

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}.$$

Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass für kleine Winkeländerungen $\Delta\varphi$ die Beschleunigung praktisch senkrecht auf $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ steht. Im Grenzfall für $\Delta\varphi \to 0$ zeigt die Beschleunigung genau ins Kreiszentrum. Man nennt sie deshalb auch *Radialbeschleunigung* a_R.

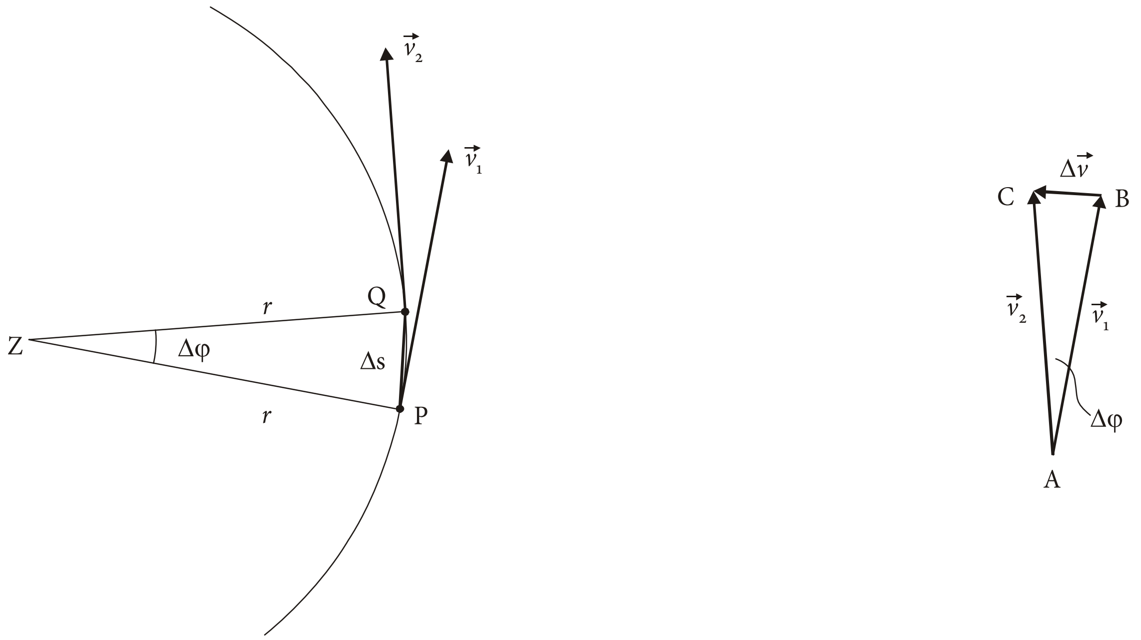

Abbildung 1: Konstruktion der Geschwindigkeitsänderung $\Delta\vec{v}$

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ZPQ und ABC folgt

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\overline{PQ}}{r} \text{ oder aufgelöst nach der Geschwindigkeitszunahme } \Delta v = \frac{v \cdot \overline{PQ}}{r}.$$

Für kleine Winkel ist die Sehne $\overline{PQ}$ praktisch gleich lang wie das Bogenstück $\Delta s = v \cdot \Delta t$. Für den Betrag der Radialbeschleunigung gilt daher

$$a_R = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \cdot \overline{PQ}}{r \cdot \Delta t} \approx \frac{v \cdot \Delta s}{r \cdot \Delta t} = \frac{v \cdot v \cdot \Delta t}{r \cdot \Delta t} = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = \omega^2 \cdot r.$$

Zusammenfassung

Die Kreisbewegung ist eine Bewegung, bei der sich zwar nicht der Betrag, wohl aber die Richtung der Geschwindigkeit ändert. Die Radialbeschleunigung zeigt ins Zentrum der Kreisbahn und hat den Betrag

$$\boxed{a_R = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r}.$$