

GRAVITATIONSENERGIE

Grundaufgaben: Aufgabe für alle auf Freitag, 24. März 06

Zusatzaufgaben: Übungsserie, Abgabetermin Freitag, 24. März 06

Grundaufgaben

1. Ein Satellit der Masse 1.5 t wird auf eine Höhe von 25'000 km gebracht. Berechnen Sie die dafür erforderliche Energie.
2. Um welchen Faktor ändert sich die Gravitationsenergie eines Satelliten (Nullpunkt im Unendlichen), wenn er seine Flughöhe von r_E (Erdradius) auf $2 \cdot r_E$ ändert?
3. Berechnen Sie die Fluchtgeschwindigkeit von der Sonne.
4. Berechnen Sie den Schwarzschildradius für ein "supermassives Schwarzes Loch" mit einer Masse von 100 Millionen Sonnenmassen.

Zusatzaufgaben

5. In welcher Höhe beträgt der Fehler bei der Berechnung der potentiellen Energie bezüglich der Erdoberfläche mit der Formel " $E_{\text{pot}} = m g h$ " gerade 1 % im Vergleich zur exakten Formel?
6. Ein Meteor fällt aus einer Entfernung von $9 \cdot R_E$ auf die Erde. In dieser Distanz beträgt seine Geschwindigkeit 10 km/s. Wie gross ist seine Geschwindigkeit beim Auftreffen auf der Erdoberfläche (ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes)?
7. Die 370.5 kg schwere Sonnensonde Helios bewegt sich auf einer elliptischen Bahn, deren Aphel $147.5 \cdot 10^9$ m und deren Perihel $46.5 \cdot 10^9$ m von der Sonne entfernt ist.
 - a) Bestimmen Sie die potentielle Energie der Sonde bezüglich der Sonnenoberfläche in den beiden Extrempunkten der Bahn.
 - b) Wie schnell muss die Sonde im Perihel mindestens fliegen?
8. Bestimmen Sie einen algebraischen Ausdruck für die mittlere Dichte eines Schwarzen Lochs und stellen Sie diese als Funktion der Masse in einem Diagramm dar.
9. Der Satellit DFS-3 wurde mittels eines sogenannten *Hohmann-Transfers* auf eine geostationäre Umlaufbahn gebracht: In 430 km Höhe (\rightarrow Perigäum $r_p = 6'800$ km) entliess man den Satelliten auf eine stark exzentrische Übergangsbahn, die im erdfernsten Punkt die geostationäre Bahn schneidet (\rightarrow Apogäum $r_A = 42'440$ km). In diesem Punkt wurden die Antriebsraketen des Satelliten gezündet, um ihm die fehlende Energie für die höherenergetische Kreisbahn zu verleihen.
 - a) Skizzieren Sie die Übergangs- und die geostationäre Bahn des Satelliten und zeichnen Sie die erwähnten Punkte ein.
 - b) Die Gesamtenergie eines Satelliten auf einer elliptischen Bahn mit grosser Halbachse a ist (bezüglich eines "unendlich" weit entfernten Punktes) $E_G = - \frac{1}{2} G \times M_E \times m_s / a$. Berechnen Sie die grosse Halbachse der Übergangsbahn und daraus (mit Hilfe der Energieerhaltung) die Geschwindigkeit des Satelliten im Apogäum vor dem Zünden der Raketen.
 - c) Wie gross muss der Geschwindigkeitszuwachs durch die Antriebsraketen sein, damit der Satellit auf die gewünschte geostationäre Kreisbahn gelangt?

LÖSUNGEN GRUNDAUFGABEN: 1. 75 GJ; 2. 2/3; 3. 620 km/s; 4. $3 \cdot 10^{11}$ m