Röntgenstrahlung

1. $E_\gamma = h \cdot f = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 10 \cdot 10^{6}\,\text{Hz} = 6{,}6 \cdot 10^{-27}\,\text{J}$

typische Ionisierungsenergie: $10\,\text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-18}\,\text{J} \gg E_\gamma$

$\Rightarrow$ nicht ionisierende Strahlung

2. a) $E_\gamma = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_\gamma}$

$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{E_{\gamma max}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{10^{12} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}} = \underline{1{,}2 \cdot 10^{-18}\,\text{m} = 1{,}2\,\text{am}}$

$\lambda_{max} = \frac{h \cdot c}{E_{\gamma min}} = \ldots = \underline{4{,}1\,\text{pm}}$

b) Ionisierungsenergie von Wasserstoff: $E_{Ion} = 13{,}6\,\text{eV}$

$\rightarrow N = \frac{E_\gamma}{E_{Ion}} = \frac{250\,\text{GeV}}{13{,}6\,\text{eV}} = \underline{18 \cdot 10^{9}}$

$E_\gamma' = E_\gamma - N' \cdot E_{Ion}$

$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{E_\gamma}{E_\gamma'} = \frac{E_\gamma}{E_\gamma - N' E_{Ion}} = \frac{1}{1 - N' \cdot \frac{E_{Ion}}{E_\gamma}} = \frac{1}{1 - 106 \cdot \frac{13{,}6}{250 \cdot 10^{9}}} = \underline{1 + 5{,}4 \cdot 10^{-5}}$

$\Rightarrow$ Wellenlänge nimmt um 54 ppm zu.

3. $\lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E} = \frac{h \cdot c}{E_{L,M} - E_K} \Rightarrow \lambda_{K\alpha} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{(-11 + 70) \cdot 10^{3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}} = \underline{21\,\text{pm}}$

$\lambda_{K\beta} = \ldots = \underline{18\,\text{pm}}$

4. $\lambda_{K\alpha} = \left(\frac{3}{4} \cdot R_\infty \cdot (Z-1)^2\right)^{-1} = \left(\frac{3}{4} \cdot 10'973'732\,\text{m}^{-1} \cdot (74-1)^2\right)^{-1} = \underline{22{,}8\,\text{pm}}$

$\Rightarrow$ ca. 10% Abweichung

5. maximale Intensität bei $\underline{52\,\text{pm}}$

$\lambda_{min} = \underline{35\,\text{pm}}$ (abgelesen)

$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{E_{\gamma max}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{35 \cdot 10^{3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}} = \underline{35{,}5\,\text{pm}}$ ✓

6. a) $P_S = \eta \cdot P_{el} = \eta \cdot U \cdot I = 0{,}01 \cdot 120 \cdot 10^3 V \cdot 2 \cdot 10^{-3} A = \underline{2{,}4\ W}$

b) Heizenergie $Q = P_{el} \cdot (1-\eta) \cdot \Delta t = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$

$$\rightarrow \Delta t = \frac{c \cdot m \cdot \Delta\vartheta}{P_{el} \cdot (1-\eta)} = \frac{134\ J/(kg \cdot K) \cdot 0{,}074\ kg \cdot (3380-20)\ K}{240\ W \cdot (1-0{,}01)}$$

$$= \underline{140\ s}$$

Verlängerung dieser Zeit durch
- Ableiten der Wärme (Wolfram ist guter Wärmeleiter)
- vorheizende Anode (verteilen auf größere Fläche)

7. $$N_\gamma = \frac{P_{el}}{P_\gamma} = \frac{J_0 \cdot A}{h \cdot f / \Delta t} = \frac{J_0 \cdot A \cdot \Delta t \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

$$= \frac{10^3 W/m^2 \cdot \pi \cdot (0{,}1\ m)^2 \cdot 1\ s \cdot 600 \cdot 10^{-9} m}{6{,}626 \cdot 10^{-34} J/s \cdot 3\ 10^8 m/s} \approx \underline{10^{20}}$$

8. Maximum bei ca. $\underline{3{,}5\ MeV}$ (abgelesen)

$$\Rightarrow \lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{E_{min}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} J/s \cdot 3 \cdot 10^8 m/s}{3{,}5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} J} = \underline{0{,}35\ pm}$$

$\mu/\rho = 0{,}04\ cm^2/g$ (abgelesen) $\rightarrow \mu = 0{,}04\ cm^2/g \cdot 11{,}35\ g/cm^3 = 0{,}454\ cm^{-1}$

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{\ln 2}{0{,}454\ cm^{-1}} = \underline{1{,}5\ cm}$$

9. $\mu/\rho = 0{,}1\ cm^2/g$ (abgelesen) $\Rightarrow \mu = 0{,}1\ cm^2/g \cdot 11{,}35\ g/cm^3 = 1{,}135\ cm^{-1}$

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} = e^{-1{,}135\ cm^{-1} \cdot 0{,}5\ cm} = \underline{57\%}$$

10. Annahme: 8 cm Wasser und 4 cm Knochen

$$\frac{I}{I_0} = e^{-(\mu_W \cdot x_W + \mu_K \cdot x_K)} = e^{-(0{,}307 \cdot 1{,}00 \cdot 8 + 0{,}847 \cdot 1{,}8 \cdot 4)}$$

$$\approx \underline{0{,}2\ ‰}$$

11. $H = W_\alpha \cdot D_\alpha + W_\gamma \cdot D_\gamma = 20 \cdot 10\ \mu Gy + 1 \cdot 25\ \mu Gy = \underline{225\ \mu Sv}$

12. $$E = \sum_i W_i \cdot H_i = 0{,}12 \cdot 36\ \mu Sv + 0{,}12 \cdot 11\ \mu Sv + 0{,}05 \cdot 16\ \mu Sv$$
$$+ (0{,}20 + 0{,}12 + 0{,}12 + 0{,}05 + 0{,}05 + 0{,}05 + 0{,}05 + 0{,}01 + 0{,}01 + 0{,}05) \cdot 1\ \mu Sv$$
$$= \underline{7{,}15\ \mu Sv}$$

13. $D = \frac{\Delta W}{m} = \frac{P \cdot \Delta t}{m} = \frac{A \cdot E_\gamma \cdot O}{4\pi r^2} \cdot \frac{\Delta t}{m}$

O: „Körperoberfläche" (nur Vorderseite)

Aktivität $A = A_{1980} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 3{,}7 \cdot 10^{10}\,Bq \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{36/30{,}7}$

$= 1{,}9 \cdot 10^5\,Bq$

$E_\gamma = 662\,keV$ (ohne β-Strahlung, nur γ-Strahlung berücksichtigt)

$\rightarrow D = \frac{1{,}9 \cdot 10^5 Bq \cdot 662 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} J \cdot 0{,}8\,m^2 \cdot 90 \cdot 60\,s}{4\pi \cdot (1\,m)^2 \cdot 60\,kg} = \underline{0{,}12\,\mu Sv}$

14. $E = \Delta N \cdot (E_\beta + E_\gamma) = (N_0 - N(t)) \cdot (E_\beta + E_\gamma) = N_0 \cdot (1 - 2^{-t/T_{1/2}}) \cdot (E_\beta + E_\gamma)$

$= N_A \cdot \frac{m}{M} \cdot (1 - 2^{-t/T_{1/2}}) \cdot (E_\beta + E_\gamma)$

$= 6 \cdot 10^{23}\,mol^{-1} \cdot \frac{15 \cdot 10^{-15}\,kg}{0{,}131\,kg/mol} (1 - 2^{-1/8{,}02}) \cdot (0{,}18 \cdot 0{,}606 + 0{,}82 \cdot 0{,}364) \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} J$

$= 370\,\mu J$

$D = \frac{E}{m} = \frac{370\,\mu J}{75\,kg} = \underline{5\,\mu Gy}$