3.3 Akustik

Intervalle und Stimmung

40

- a) Anzahl Löcher für grosse Terz: 45
 Anzahl Löcher für kleine Terz 43.2, das ist keine ganze Zahl, also nicht möglich.
 Anzahl Löcher für Quinte: 54
- b) Es muss ein Dur-Dreiklang sein, weil eine kleine Terz unmöglich ist; siehe a).
- c) 15 Hz, bzw. 900 U/min

41

a)
$$2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{3}$$

b)
$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{27}{16} \text{ und } \frac{\frac{27}{16}}{\frac{5}{3}} = \frac{81}{80} = 1.0125$$

42

a)
$$\sqrt[12]{2} \approx 1.0595$$

b) kleine Terz
$$(\sqrt[12]{2})^3 \approx 1.189$$
, $\frac{(\sqrt[12]{2})^3 - 6/5}{6/5} \approx -0.9\%$
grosse Terz $(\sqrt[12]{2})^4 \approx 1.260$, $\frac{(\sqrt[12]{2})^4 - 5/4}{5/4} \approx +0.8\%$
Quinte $(\sqrt[12]{2})^7 \approx 1.498$, $\frac{(\sqrt[12]{2})^7 - 3/2}{3/2} \approx -0.1\%$

a)
$$\frac{4}{3} \cdot x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{9}{8}$$
 (Quarte + Sekunde = Quinte)

b)
$$\frac{6}{5} \cdot x = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{25}{24}$$
 (kleine Terz + Halbton = grosse Terz)

c)
$$\frac{25}{24} \cdot x = 2 \Rightarrow x = \frac{48}{25}$$
 (Septime + Halbton = Oktave)
aber auch $x = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{8}$ (Septime = Quinte + grosse Terz)

a)
$$440 \text{ Hz} \cdot 2/3 = 293 \text{ Hz}$$

b)
$$440 \text{ Hz} \cdot 2/3 \cdot 2/3 = 196 \text{ Hz}$$

c)
$$440 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{3}{4} = 41.3 \text{ Hz}$$

d)
$$440 \text{ Hz} \cdot 6/5 = 528 \text{ Hz}$$

e)
$$440 \text{ Hz} \cdot 2 \cdot 4/3 = 1.17 \text{ kHz}$$

Saiten und Luftsäulen

45

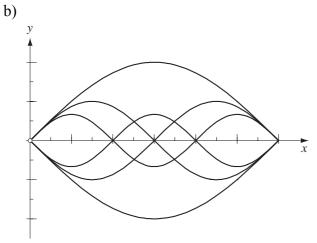
$$c = \lambda f = 2lf$$
; 290 m/s

46

a) Für die Grundfrequenz gilt: $\frac{\lambda}{2} = l$ und mit $\lambda f = c$ folgt $f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l}$; 186 Hz

Für den ersten Oberton gilt: $\frac{2\lambda}{2} = l$, $f_1 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{l}$; 371 Hz

Für den zweiten Oberton gilt: $\frac{3\lambda}{2} = l$, $f_2 = \frac{c}{\lambda} = \frac{3c}{2l}$; 557 Hz



Mathematisch:
$$\pm \sin x$$
, $\pm \frac{\sin 2x}{2}$, $\pm \frac{\sin 3x}{3}$

47

a) Das Frequenzverhältnis zwischen f und a ist eine grosse Terz und beträgt 5/4.

Somit ist
$$\frac{f_a}{f_f} = \frac{l - \Delta l_f}{l - (\Delta l_f + \Delta l_a)} = \frac{5}{4} \implies l = 36 \text{ cm}$$

b) 9 cm = $\frac{1}{4} \cdot l \Rightarrow$ der Grundton ist eine Quarte tiefer als der Ton f; das ist der Ton c. 14.4 cm = $\frac{2}{5} \cdot l \Rightarrow$ der Grundton ist eine grosse Sexte tiefer als a; das ergibt wieder

den Ton c

Somit ist
$$f_c = f_a \cdot \frac{3}{5}$$
; 132 Hz

48

Hier soll man schauen, ob ein Knoten genau auf der Stelle des Tonabnehmers liegt. Wenn ja, wird ein bestimmter Oberton nicht aufgenommen. 2., 4.; 1., 3., 4.

49

a)
$$f_1 = \frac{c}{4l}$$
 b) $f_1 = \frac{c}{2l}$

50

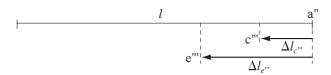
- a) Es sind alle harmonischen Obertöne möglich.
- b) Es sind nur die ungeradzahligen harmonischen Obertöne möglich. Weniger Oberschwingungen werden ausgebildet. Der Ton wird weicher, er klingt etwas hohl.
- c) Es sind alle harmonischen Obertöne möglich.

51

$$l = \frac{c}{2f}$$
; 10.8 m

$$l = \frac{c}{4f_{a"}}; 9.77 \text{ cm und } \Delta l_{c"} = \frac{c}{4f_{a"}} \left(1 - \frac{1}{2^{3/12}} \right); 1.55 \text{ cm};$$

$$\Delta l_{e"} = \frac{c}{4f_{a"}} \left(1 - \frac{1}{2^{7/12}} \right); 3.25 \text{ cm}$$



$$\frac{l_{\rm ged.}}{l_{\rm offen}} = \frac{c}{4f_{\rm ged.}} : \frac{c}{2f_{\rm offen}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{\rm offen}}{f_{\rm ged.}}; \quad 5/12$$

Das Frequenzverhältnis einer kleinen Terz ist: $\frac{f_{\text{ged.}}}{f_{\text{offen}}} = \frac{5}{6}$

54

2.0 kHz, 6.0 kHz, 10 kHz, 14 kHz und 18 kHz.

55

Intervall zum Grundton:
$$i_1 = \frac{f_1}{f_{\text{offen}}} = \frac{\frac{c}{4l}}{\frac{c}{2l}}; \frac{1}{2}$$
 (eine Oktave tiefer);

Intervall zum 1. Oberton:
$$i_2 = \frac{f_2}{f_{\text{offen}}} = \frac{\frac{3c}{4l}}{\frac{c}{2l}}$$
; $\frac{3}{2}$ (eine Quinte höher)

Somit lautet die richtige Definition:

«(von Orgelpfeifen) oben verschlossen und eine Oktave tiefer oder eine Quinte höher klingend als eine gleich lange offene Pfeife»

56

a)
$$f_2 = f_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$
; 448 Hz b) $i \approx 1.02$; $i_{1/4} \approx 1.03$; $i < i_{1/4}$

57

a) Für die Grundfrequenz gilt:
$$\frac{\lambda}{2} = l$$
 und mit $\lambda f = c$ folgt $f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{ml}}$.

b)
$$f_0 = 125 \text{ Hz}, c = 100 \text{ m/s}$$

58

a)
$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2l} \cdot \sqrt{\frac{4F}{\pi d^2 \rho}} = \frac{1}{ld} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

Die übereinstimmenden Grössen sind die Länge l, die Spannkraft F und die Materialdichte ρ der Saite.

b) Da die Frequenz umgekehrt proportional zum Durchmesser der Saite ist, folgt $\frac{d_1}{d_2} = \frac{f_2}{f_1}$; 4/3

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2 f_2^2}{A_1 f_1^2}; \ 5/2$$

60

$$F_1 = 4\rho_1 A_1 l^2 f_1^2 = 4 \frac{\Delta m_1}{\Delta l} l^2 f_1^2; \quad 45 \text{ N und } \sigma_1 = 1.2 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

$$F_2 = \pi d_2^2 \rho_2 l^2 f_2^2; \quad 46 \text{ N und } \sigma_2 = 15 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

Schallintensität, Lautstärke

61

- a) Die Schalldämmung (Differenz der Schallpegel auf beiden Seiten der Pfropfen in Dezibel) ist für höhere Frequenzen am besten. Schallwellen mit tiefen Frequenzen durchdringen die Pfropfen besser als solche mit hohen Frequenzen.
- b) Für tiefe Frequenzen: $\Delta L = 10 \cdot \left(\lg \left(\frac{J_1}{J_2} \right) \right) \Rightarrow \frac{J_1}{J_2} = 10^{\Delta L/10}$; 170, wobei $\Delta L = 22.3 \text{ dB}$ ist. $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{J_1}{J_2}}$; 13.0 Für hohe Frequenzen: $\frac{J_1}{J_2} = 11'000$; $\frac{p_1}{p_2} = 105$

62

- a) Der Schallpegel wird in dB angegeben. Die Lautstärke hängt ausserdem von der Frequenz ab, somit ist ihre Einheit dB(A) oder Phon. Eine Lautstärke von 93 dB(A) wird für alle Frequenzen wie ein Ton von 1000 Hz mit einem Schallpegel von 93 dB empfunden.
- b) $L_2 L_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{J_2}{J_0}\right) 10 \cdot \log\left(\frac{J_1}{J_0}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{J_2}{J_1}\right)$ Somit ist $\frac{J_2}{J_1} = 10^{\frac{\Delta L}{10}}$; 50

- a) Gleiche Lautstärke 50 Phon
- b) $\approx 60 \text{ dB}$

a)
$$\frac{J_2}{J_1} = 10^{\frac{L_2 - L_1}{10}}$$
; $\frac{p_2}{p_1} = 10^{\frac{L_2 - L_1}{20}}$; 10^2 ; 10^1

- b) Bei 1000 Hz: $\Delta L = L_2 L_1$; 20 dB
- c) Bei 100 Hz: um 15 dB (siehe Abbildung zu Aufgabe 63).

65

a)
$$J = \frac{P}{4\pi r^2}$$
; 8.0·10⁻⁴ Wm⁻²; $L = 10 \cdot \lg \left(\frac{J}{J_0}\right)$; 89 dB

b)
$$r_{\text{max}} = \sqrt{\frac{P}{4\pi J_0}}$$
; 280 km

66

$$L_1 = L_2 + 10 \cdot \lg(\frac{d_2^2}{d_1^2})$$
; 30 dB

67

a) $10^{6.5} = 3.2 \cdot 10^6$

b) 95 dB (Tanzfläche in Diskothek)

68

- a) $L_1 = L + 10 \cdot \lg(5)$; 117 dB
- b) $\Delta L = 20 \text{ dB}, 10^2 = 100 \text{ Pressluftbohrer}$

69

- a) 87 dB
- b) Die Aussage von Louis ist falsch; $n = 10^{\frac{M}{10}}$; 20

Dopplereffekt

a)
$$\frac{f_a}{f_0} = \frac{c}{c - v_s}$$
; 1.064

b)
$$\frac{f_b}{f_0} = \frac{c + v_B}{c}$$
; 1.061

a)
$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{c + v_s}{c - v_s}$$
; 1.03

b)
$$v_s = c \cdot \frac{\frac{f_1}{f_2} - 1}{\frac{f_1}{f_2} - 1}$$
; 73 km/h

72

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{(c+v)^2}{(c-v)^2} = 2 \Rightarrow v = c \cdot (3 - 2\sqrt{2})$$
; 210 km/h

73

a) Die Tonhöhe nimmt periodisch mit der Drehfrequenz zu und wieder ab.

b)
$$f_{\min} = f_0 \cdot \frac{c}{c + v_s} = f_0 \cdot \frac{c}{c + 2\pi r f_B}$$
; 525 Hz;
 $f_{\max} = f_0 \cdot \frac{c}{c - 2\pi r f_B}$; 700 Hz

c)
$$\frac{f_{\text{min}}}{f_{\text{max}}} = \frac{c - 2\pi r f_B}{c + 2\pi r f_B}$$
; 0.75 (Quarte), unabhängig von der Frequenz f_0

74

a) Die von der Wand reflektierte Schallwelle bewegt sich auf Sie zu. Diese hören Sie wegen des Dopplereffektes höher als die Schallwelle, die sich direkt von der Stimmgabel zu Ihnen bewegt.

b)
$$\Delta f = f_0 \cdot (\frac{c + v_B}{c - v_S} - 1) = f_0 \cdot \frac{v_B + v_S}{c - v_S} \approx f_0 \cdot \frac{2v_S}{c};$$
 2.0 Hz

c)
$$\Delta f = f_0 \cdot (\frac{c}{c - v_S} - \frac{c}{c + v_S}) = f_0 \cdot \frac{2cv_S}{c^2 - v_S^2} \approx f_0 \cdot \frac{2v_S}{c}$$
; 2.0 Hz

75

$$v = c \cdot \frac{\Delta f}{2f_0}$$
; 20.3 m/s \approx 73 km/h

Relativistische Lösung:

$$\Delta f = f_0 - f_1 = f_0 \cdot (1 - \frac{c - v}{c + v}) = f_0 \cdot \frac{2v}{c + v} \Rightarrow v = \frac{c\Delta f}{2f_0 - \Delta f} \approx \frac{c\Delta f}{2f_0}$$