Der Druck: Teil 4

4. Zusammenhang zwischen Druck und Energie

4.1. Lernziele

Nachdem Sie dieses Kapitel bearbeitet haben können Sie:

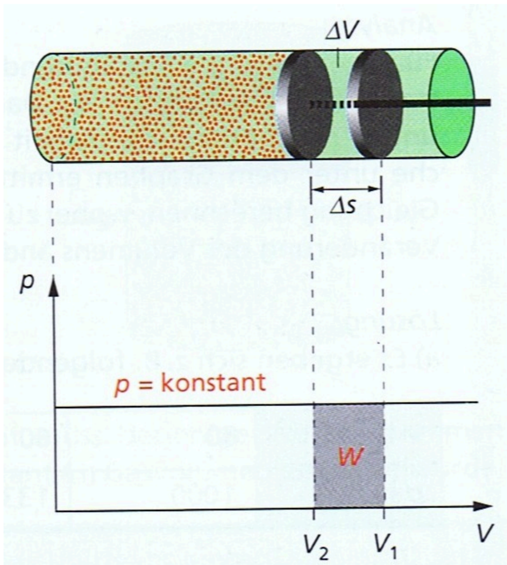
- den Begriff Druck auch alternativ mit Hilfe der Grösse Energie definieren
- angeben, weshalb Druck und Energie eng verknüpft sind
- kennen Sie den Zusammenhang der Einheiten Pascal und Joule
- angeben, weshalb Maschinen, die mit hohem Druck arbeiten, potentiell gefährlich sind

4.2. Stoffinhalt

Bearbeiten und studieren Sie die Seite 133 sowie das Kapitel 3.5.1, insbesondere S.168 (ohne 2. Hauptsatz der Wärmelehre).

Mechanische Arbeit bei Kompression (resp. Expansion) eines Gases.

In einem Zylinder, der durch einen Kolben abgeschlossen ist, befindet sich eine bestimmte Menge Gas. Der Kolben wird mit einer konstanten Kraft F langsam um eine kleine Wegstrecke Δs hineingeschoben. Dabei wird mechanische Arbeit verrichtet. Der Druck im Gas kann als konstant angesehen werden, da der Kolben nur um eine kleine Strecke Δs verschoben wird. Für die mechanische Arbeit W gilt bei konstanter Kraft F:



$$W = F \cdot \Delta s$$

Mit $F = p \cdot A$ wobei p der Druck im Gas und A die Stempelfläche darstellt, erhält man:

$$W = p \cdot A \cdot \Delta s$$

Der Term $A \cdot \Delta s$ ist gleich der Volumenänderung $\Delta V = V_2 - V_1$. Beachtet man, dass bei Volumenverkleinerung diese Differenz negativ wird, so erhalten wir für die verrichtete Arbeit W als Formel:

$$W = -p \cdot \Delta V \qquad (*)$$

Falls der Druck nicht konstant bleibt, so gilt dies auch für die Kraft. In diesem Fall kann die Arbeit mit Hilfe eines Integrals berechnet werden (→ später im Mathematikunterricht: Analysis). Da sich durch die Arbeit, die am Gas (z.B. bei einer Pumpe) oder vom Gas (z.B. im Kolben eines Motors) verrichtet wird, das Volumen ändert, bezeichnet man diese Art von Arbeit als **Volumenarbeit** oder als **Volumenänderungsarbeit**.

Lösen wir die Gleichung (*) nach dem Druck p auf so erhalten wir:

$p = \frac{W}{\Delta V} = \frac{\Delta E}{\Delta V}$ wobei ΔE der Energieänderung entspricht, welche in Arbeit umgewandelt wurde.

D.h. der Druck entspricht der Energieänderung ΔE, die in einem bestimmten Volumen ΔV gespeichert ist. Daher kann man sagen, dass der **Druck p** einer ***Energiedichte*** entspricht. An Orten hohen Drucks, also hoher Energiedichte, kann viel Energie freigesetzt werden, was potentiell gefährlich ist, z.B., wenn diese Energie schlagartig freigesetzt wird. Beispiele: Zerplatzen eines Ballons, Explodieren einer Bombe, ... etc. (→ Aufgabe 2 im Kapitel 1!)

4.3. Weitere gemischte Übungsaufgaben zum SOL-Projekt „Druck“

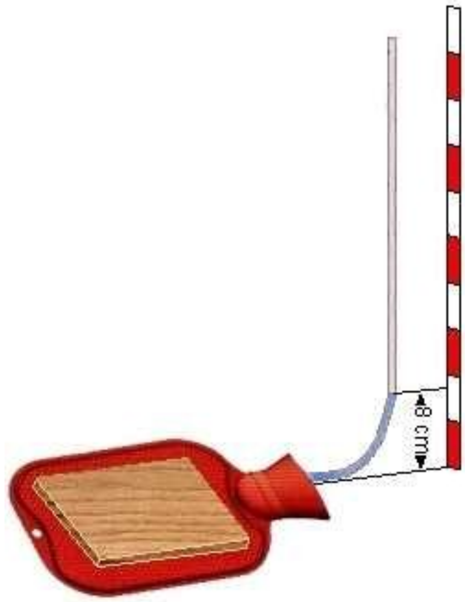
Weitere Übungsaufgaben stehen Ihnen auch in diesem Kapitel zur Verfügung. Ausserdem finden Sie in jedem Kapitel Aufgaben inkl. Musterlösungen. Diese Aufgaben sind integraler Bestandteil des SOL-Projektes und relevant für die Prüfung. Sie sollen jede Aufgabe selbstständig lösen können.

1. ***Luftpumpe*** (*Eine Aufgabe dieses Typs wird **nicht** an der Prüfung vorkommen*)
   Eine in einer Luftpumpe eingeschlossene Luftmenge wird durch ***langsames*** Hineindrücken des Kolbens von 80 cm^3 auf 20 cm^3 komprimiert. Der anfängliche Druck (= Luftdruck) beträgt 1000 hPa. Beachten Sie, dass das Volumen in m^3 gemessen werden muss, damit Sie die passenden SI-Einheiten haben!

a) Zeichnen Sie für diese Zustandsänderung das p-V-Diagramm. Beachten Sie, dass langsames Hineinhindrücken einer isothermen Zustandsänderung entspricht. Wie Sie aus dem Chemieunterricht wissen, gilt für diesen Fall T = konstant und damit nach der Gasgleichung des idealen Gases: $p \cdot V = \text{konstant}$.

b) Wie gross ist die zur Kompression erforderliche Arbeit? *Anleitung*: Beachten Sie, dass der Druck in diesem Beispiel nicht konstant bleibt. Daher können Sie die Arbeit nicht mit einer Formel berechnen (Integralrechnung notwendig). Dagegen können Sie die Arbeit direkt unter der p(V)-Kurve im p-V-Diagramm ablesen (→ Theorieteil in diesem Kapitel). Zerlegen Sie die krummlinig begrenzte Fläche, die der Arbeit W entspricht in kleinere gleich grosse Rechtecke oder Quadrate und zählen Sie diese. Jedem Rechteck (Quadrat) entspricht einer Teilarbeit, die in Joule angegeben werden kann.

2. **Eine Personenwaage selbst bauen**
   Eine Personenwaage kann man sich selbst mit einfachen Mitteln herstellen. In den Stöpsel einer Wärmeflasche bohrt man sich hierzu ein Loch, in das man ein passendes Röhrchen klebt. Über das herausstehende Ende des Röhrchens schiebt man das eine Ende eines ca. 2 m langen, dünnen, durchsichtigen Plastikschlauchs. Die Flasche wird vollständig mit Wasser gefüllt, der Schlauch wird vertikal aufgehängt. Als Standfläche benötigt man noch ein Brett – in unserer Aufgabe soll es 18 cm breit und 20 cm lang sein.



a) Im Schlauch steht das Wasser anfänglich 8 cm hoch. Wie hoch ist der Druck im Gummigefäss?

b) Jetzt stellt sich ein Mädchen mit der Masse 45 kg auf das Brettchen. Wie gross ist jetzt der Druck in der Wärmeflasche?

c) Wie hoch steigt das Wasser im Schlauch?

3. **Unterdruck**

Lukas kann am Nationalen Zukunftstag das erste Mal mit seinem Vater mit an den Arbeitsplatz. Für einen ganzen Tag. Sein Vater arbeitet in einer Firma, die Brillengläser veredelt. Heute wird er Brillengläser entspiegeln und dazu einen hauchdünnen Metallfilm auf die Brillengläser aufdampfen. Dies geschieht in einer Vakuumanlage, die einen Restdruck von nur $p = 1.0 \cdot 10^{-8}$ Pa. Lukas kann zuschauen wie die Gläser in der Anlage hinein gelegt werden und wie dann die Anlage mit einer Stahlglocke luftdicht abgeschlossen wird. Mit einer Vakuumpumpe wird der Druck abgesenkt, von zuerst $p_0 = 1.02 \cdot 10^5$ Pa relativ schnell auf 100 Pa, dann erreicht die Anlage 1 Pa und langsam schleicht der Zeiger weiter zu 10^{-2} Pa, 10^{-4} Pa, 10^{-6} Pa und nach langer Zeit schliesslich $p = 1.0 \cdot 10^{-8}$ Pa. Lukas staunt, dass es so lange dauert und auch, dass die Stahlglocke einen derart riesigen Unterdruck aushält ohne zusammengedrückt zu werden. Sein Vater erklärt ihm, dass immer weniger Gasatome in der Analge zurückbleiben und dass es daher immer schwieriger ist diese wenigen auch noch zu entfernen, und auch weil, z.B., die Wände und Gegenstände in der Anlage bei diesem tiefen Druck neue Gasstome aus den Oberflächenschichten abgeben (sogenanntes „Ausgasen"). Weshalb aber die Stahlglocke diesem für Lukas unglaublich tiefen Druck standhält erklärt er nicht. Das ist nämlich Ihre Aufgabe!

a) Erklären Sie Lukas, ohne physikalische Formeln zu verwenden, weshalb der Deckel der Anlage trotz des tiefen Drucks von $p = 1.0 \cdot 10^{-8}$ Pa nicht zusammenbricht!

b) Die Stahlglocke habe die Form eines geraden Kreiszylinders, mit einem Durchmesser von D = 0.56 m. Wie gross ist die Kraft F, mit welcher der Deckel der Glocke hinunter gedrückt wird, wenn der Druck in der Anlage $p = 1.0 \cdot 10^{-8}$ Pa und der Aussendruck $p_0 = 1.02 \cdot 10^5$ Pa betragen?

4. **Der gleiche Druck und doch nicht das Gleiche**

Physiklehrer Zweistein macht mal wieder eine Experimentierstunde: Jeder Schüler soll versuchen, den voll aufgedrehten Wasserhahn des Waschbeckens (Grösse der Öffnung 3 cm^2) mit dem Daumen zuzuhalten. Nachdem zehn Schüler ihr Glück versucht haben und dabei den Physiksaal in ein kleines Planschbecken verwandelt haben, bricht Zweistein den Versuch ab und verdonnert die Klasse zum Physiksaalputzen.

a) Mit welcher Kraft hätten die Schüler den Wasserhahn zuhalten müssen, wenn in der Wasserleitung ein Druck von p = 3.5 bar herrscht?

b) Mit welcher Kraft muss Zweistein auf die Ventilöffnung eines kaputten Reifenventils drücken, wenn im Reifen ein Druck von 3.5 bar herrscht und die Ventilöffnung eine Fläche von 0.8 cm^2 hat?

5. **Zeppelin und Auftrieb**

Der im Bild dargestellte Zeppelin enthält ungefähr $V_z = 5.40 \cdot 10^3$ m^3 Helium mit einer Dichte von $\rho_{He} = 0.179$ kg/m^3. Bestimmen Sie das Gewicht $F_{Z,L}$ das der Zeppelin samt Ladung haben darf, wenn er in einer Höhe fährt, in der die Luft–dichte $\rho_{Luft} = 1.20$ kg/m^3 beträgt.

Lösungen

1. **Luftpumpe**

Analyse:

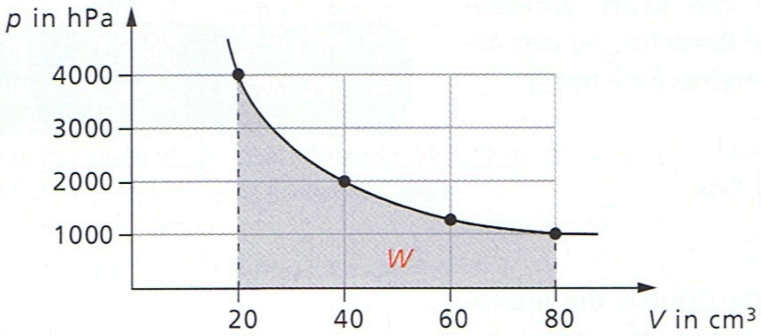
Für eine isotherme Zustandsänderung (T = konstant) gilt $p \cdot V$ = konstant oder $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$. Daraus ergeben sich Wertepaare für p und V. Die mechanische Arbeit kann man durch Auszählen der Fläche unter dem Graphen ermitteln oder mit der oben genannten Gleichung berechnen, wobei zu beachten ist, dass sich der Druck mit Veränderung des Volumens ändert.

Lösung:

a) Es ergeben sich z. B. folgende Wertepaare:

V in cm³	80	60	40	20
p in hPa	1000	1333	2000	4000

Damit erhält man folgendes Diagramm:



b) Durch Auszählen der Fläche unter dem Graphen erhält man für die mechanische Arbeit einen Betrag von etwa 11 J

Hinweis zur Berechnung der Arbeit: Eine rechteckige Fläche im p-V-Diagramm von 1000 hPa Höhe und 20 cm³ Länge entspricht einer Teilarbeit $\Delta W = 10^5$ Pa $\cdot\ 20 \cdot 10^{-6}$ m³ = 2.0 J. Die grau schraffierte Fläche entspricht damit ungefähr einer Arbeit W = 11 J.

2. **Personenwaage**

a) Der Druck durch die 8 cm hoch stehende Wassersäule kann mit der Formel für den Schweredruck berechnet werden:
$p = \rho \cdot g \cdot h$
Mit ρ = 1000 kg/m3 für Wasser, g = 10 N/kg und h = 0.08 m finden wir:
p = 800 Pa

b) Jetzt wirkt zusätzlich der Druck infolge des Mädchens auf die Bettflasche. D.h. wir berechen zuerst den zusätzlichen Druck p_M:

$p_M = F/A = m \cdot g / (a \cdot b) = 45 \cdot 10$ N / $(0.18 \cdot 0.20)$ m² = 450 / 0.036 Pa = 12500 Pa

Der Druck in der Wärmeflasche beträgt jetzt 13300 Pa. (Oder auch rund 13000 Pa, da eigentlich auf zwei wesentliche Stellen gerundet werden muss.)

c) Aus Aufgabe a) wissen wir, dass 800 Pa einer Höhe von 8 cm entsprechen. Damit steigt das Wasser jetzt 130 cm hoch.

3. Unterdruck

a) Der Druck der maximal auf den Deckel der Vakuumanlage wirkt ist der Luftdruck ($p_0 = 1.02\cdot10^5$ Pa). Egal wie gut die Vakuumpumpe in der Anlage seines Vaters auch sein mag, sie kann niemals einen Restdruck von exakt 0 Pa erreichen. Damit ist die Druckdifferenz maximal der von aussen wirkende Luftdruck. Indem man den Deckel aus einer genügend dicker Stahlplatte fertigt, kann sichergestellt werden, dass der Deckel der Kraftwirkung infolge des Luftdrucks standhält. Je grösser der Deckel ist, desto grösser ist auch die wirkende Kraft und umso dicker müsste der Stahldeckel sein. Das gleiche gilt natürlich auch für die Seitenwände.

b) Die gesuchte Kraft berechnet sich aus der Definitionsformel für den Druck: $p = F/A$.
Hier ist $A = \pi \cdot (D/2)^2 = \pi \cdot 0.28^2\ \text{m}^2 = 0.246\ \text{m}^2 = 0.25\ \text{m}^2$.
Damit wird $F = 1.02\cdot10^5 \cdot 0.246\ \text{N} = 2.5 \cdot 10^4\ \text{N}$, was der Gewichtskraft eines 2.5 t schweren Autos entspricht.

4. Der gleiche Druck und doch nicht das Gleiche

a) Hätten die Schüler den Hahn mit einer Kraft von 105 N zugehalten, würde der Physiksaal jetzt nicht unter Wasser stehen, denn:

$$F = p\cdot A = 3.5\cdot10^5\ \text{Pa} \cdot 3.0\cdot10^{-4}\ \text{m}^2 = 105\ \text{N}$$

b) Zweistein muss dagegen nur mit einer Kraft von 28 N auf das Veloventil drücken, denn:

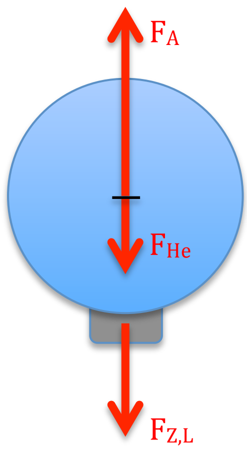
$$F = p\cdot A = 3.5\cdot10^5\ \text{Pa} \cdot 0.8\cdot10^{-4}\ \text{m}^2 = 28\ \text{N}$$

d.h., er schafft das locker und kann so die rauszischende Luft stoppen.

5. Zeppelin und Auftrieb

Die Auftriebskraft des Zeppelin muss der Gewichtskraft F_{He} des Heliums und der Gewichtskraft $F_{Z,L}$ von Zeppelin plus Ladung die Waage halten. Es gilt also:

$$F_A = F_{He} + F_{Z,L} \qquad \Rightarrow \qquad F_{Z,L} = F_A - F_{He}$$



Den Auftrieb berechnen wir nach dem Gesetz von Archimedes: Das Gewicht des verdrängten Luftvolumens entspricht der Auftriebskraft!

$$F_A = V_Z \cdot \rho_{Luft} \cdot g \quad \text{analog:} \quad F_{He} = V_Z \cdot \rho_{He} \cdot g$$

$$\Rightarrow \qquad F_{Z,L} = V_Z \cdot g \cdot (\rho_{Luft} - \rho_{He}) = 54'100\ \text{N} \approx 5.4\cdot10^3\ \text{N}$$

Der Zeppelin darf samt Ladung 54.1 kN wiegen.
Das sind ungefähr 5510 kg, also rund 5.5 t.

Hinweis: Beachten Sie, dass in der Skizze die Kräfte am jeweiligen Schwerpunkt angreifen. Also F_A im Schwerpunkt des verdrängten Luftvolumens der Grösse von Ballon plus Ladung, F_{He} im Schwerpunkt des Ballons und $F_{Z,L}$ im tatsächlichen Schwerpunkt von Ballon plus Ladung.

Quellenangaben zu den Aufgaben

Die Theorie und die Aufgaben stammen aus den folgenden Quellen. Sie sind zum Teil überarbeitet und ergänzt, resp. auch abgeändert.

Duden, Physik, Basiswissen Schule – „Abitur“, ISBN : 978-3-89818-076-4

Physik anwenden und verstehen, B. Cappelli et al., Orell Füssli Verlag AG, 2. Auflage (2006)

www.leifiphysik.de

www.montgelas-gymnasium.de/physik