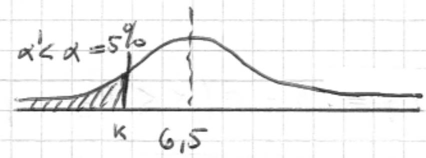
Testen von Hypothesen

$n = 65$

$np = 6{,}5$

1) $H_0: p = 0{,}1 \qquad X > K$

$H_1: p < 0{,}1 \qquad X \leq K$



$p(X \leq K) = \text{binomcdf}(65,\ 0{,}1,\ K) \leq 0{,}05 \qquad K = 2 \qquad \alpha' = 3{,}6\% < 5\%$

Ablehnungsbereich von H_0: $V = [0, 1, 2]$

Test: 2 aus 65. $2 \in V \Rightarrow H_0$ verworfen mit $\alpha' = 3{,}6\%$

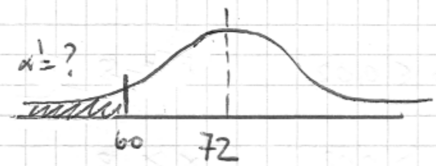
d.h. $p < 0{,}1$!

2) a) $H_0: p = 0{,}9 \qquad X > 60$

$n = 80$

$pn = 72$

$H_1: p < 0{,}9 \qquad X \leq 60$

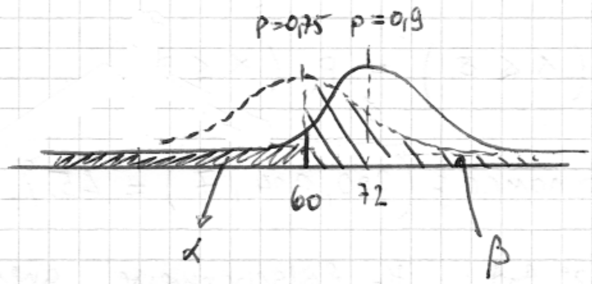


$p(X \leq 60) = \text{binomcdf}(80,\ 0{,}9,\ 60) = 0{,}0092\% = \alpha'$

b) $H_0: p = 0{,}9 \qquad X > 60$

$H_1: p < 0{,}9 \qquad X \leq 60$

$p' = 0{,}75$



$P_{p'}(X > 60) = P_{p'}(X \geq 61) = 1 - \text{binomcdf}(80,\ 0{,}75,\ 60) = 45{,}7\%$

Fehler 2° Art: H_0 wird fälscherweise angenommen (Keimfähigkeit ist 90%)

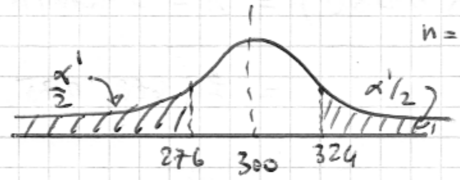
(H_1 wird fälscherweise verworfen!)

3) $H_0: p = \frac{6}{42} \qquad X > 276$

$np = 300$

$n = 2100$

$H_1: p \neq \frac{6}{42} \qquad X \leq 276$



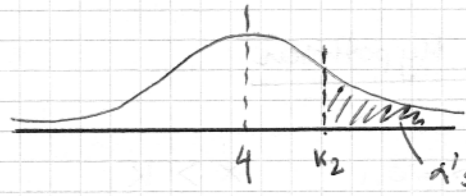
$p(X \leq 276) = \text{binomcdf}\left(2100,\ \frac{6}{42},\ 276\right) = 7{,}02\% = \frac{\alpha'}{2} \Rightarrow \alpha' = 14\%$

$\approx \phi\left(\frac{276-300}{\sqrt{2100 \cdot \frac{6}{42} \cdot \frac{36}{42}}}\right) = \phi(-1{,}49666) = 1 - \phi(1{,}49666) = 6{,}68\%$

$\Rightarrow \alpha' = 13{,}4\%$

4) a) H_0: $p \leq 0{,}02$ $\quad X < k_2$

H_1: $p > 0{,}02$ $\quad X \geq k_2$



$n = 200$
$np = 4$

$p(X \geq k_2) = 1 - p(X \leq k_2 - 1) \leq 0{,}05$

$\Rightarrow 1 - \text{binomcdf}(200, 0{,}02, k_2 - 1) \leq 0{,}05 \qquad k_2 - 1 = 7 \qquad k_2 = 8$

$V = [8, \ldots, 20]$ mit $\alpha' = 4{,}9\%$ Ab 8 zu leichte Dosen.

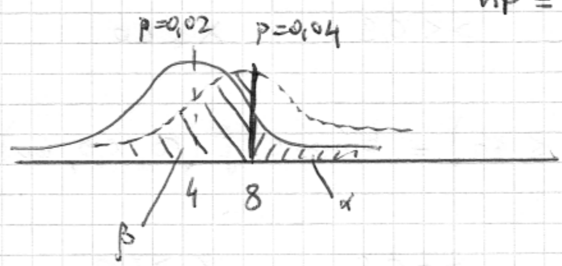
b) Wenn $p = 0{,}02$ ist die Wk für unterbrechung 8/200 pro Stunde!

$n = N \cdot p = 400h \cdot \frac{8}{200h} = 16$ Mal

c) H_0: $p \leq 0{,}02$ $\quad X < 8$

H_1: $p > 0{,}02$ $\quad X \geq 8$
$p' = 0{,}04$

$np' = 8$



$P_{p'}(X < 8) = P_{p'}(X \leq 7)$

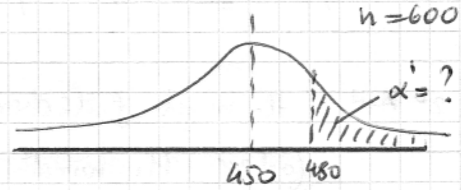
$= \text{binomcdf}(200, 0{,}04, 7) = 45\%$

Fehler 2° Art: H_0 fälscherweise angenommen, H_1 fälscherweise verworfen.

5) a) H_0: $p \leq 75\%$ $\quad X < 480$

H_1: $p > 75\%$ $\quad X \geq 480$

$n = 600$



$p(X \geq 480) = 1 - \text{binomcdf}(600, 0{,}75, 479) = 0{,}23\%$

$= f(600, 0{,}75, 480, 600) = 0{,}23\% = \alpha'$

H_0 wird mit $0{,}23\%$ Irrtumswk abgelehnt. $p > 75\%$ ist signifikant >.

b) H_0: $p \leq 75\%$ $\quad X < k$

H_1: $p > 75\%$ $\quad X \geq k$

$p(X \geq k) = 1 - \text{binomcdf}(600, 0{,}75, k-1) \leq$
$= f(600, 0{,}75, k, 600) \leq 0{,}05$

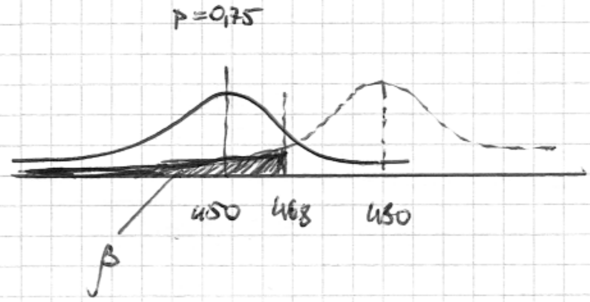
$k - 1 = 467 \qquad k = 468 \qquad \alpha' = 4{,}8\% < 5\%$

ab 468 Mitgliedern

c) $H_0: \quad p \leq 0{,}75 \qquad X < 468$

$H_1: \quad p > 0{,}75 \qquad X \geq 468$

$p' = 0{,}80$



$P_{p'}(X < 468) = P_{p'}(X \leq 467)$

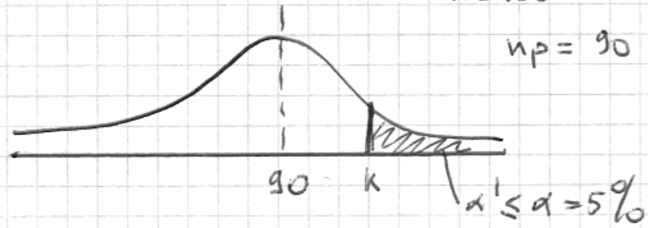
$= \text{binomcdf}(600, 0{,}80, 467) = 10{,}2\,\%$

$n = 100$

$np = 90$

6) a) $H_0: \quad p = 0{,}9 \qquad X < k$

$H_1: \quad p > 0{,}9 \qquad X \geq k$



$P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k-1)$

$= 1 - \text{binomcdf}(100, 0{,}9, k-1) \leq 0{,}05 \qquad k-1 = 95$

$\qquad k = 96$

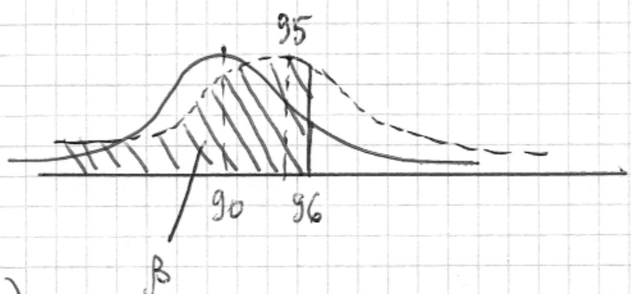
$= f(100, 0{,}9, k, 100) \leq 0{,}05 \qquad \alpha' = 2{,}4\,\%$

Ablehnungsbereich für H_0: $\quad V = [96, \ldots, 100]$ mit $\alpha' = 2{,}4\,\% < \alpha$

b) $H_0: \quad p = 0{,}9 \qquad X < 96$

$H_1: \quad p > 0{,}9 \qquad X \geq 96$

$p' = 0{,}95$



$P_{p'}(X < 96) = \text{binomcdf}(100, 0{,}95, 95)$

$= 56{,}4\,\% = \beta$

56,4 % WK H_0 fälschlicherweise anzunehmen (man sagt "der neue Test ist nicht signifikant besser" → in 56,4 % der Fälle ist es eine falsche Aussage).