

Übungsserie - Ableitung 2

1. Gib die Ableitung folgender Funktionen an:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = x^{10} & \text{b) } f(x) = \sqrt[3]{x^2} & \text{c) } f(x) = 1/x & \text{d) } f(x) = x^{2/3} \\ \text{e) } f(x) = x^{-10} & \text{f) } f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} & \text{g) } f(x) = \frac{x^{5/3}}{x^{1/3}} & \text{h) } f(x) = \frac{-2x}{x^{2/5}} \end{array}$$

2. Berechne:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{d}{dx} x^{2/5} & \text{b) } \frac{d}{dx} x \sqrt[3]{x^2} & \text{c) } \frac{d}{dx} x^{-0.3} & \text{d) } \frac{d}{dx} 3kx^{-2} \\ \text{e) } \frac{d}{dt} \frac{\sqrt{t}}{t} & \text{f) } \frac{d}{dt} \sqrt[4]{t}^{-1} & \text{g) } \frac{d}{dt} (t^2)^3 & \text{h) } \frac{d}{dk} \frac{m}{k^2} \end{array}$$

3. Finde die Steigung folgender Funktionen in den angegebenen Punkten:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } y = x^2 - 3x & (x_0 = 1) & \text{b) } y = x^3 + 2x & (x_0 = 0) \\ \text{c) } y = 2x^3 + x^2 - 1 & (x_0 = -1) & \text{d) } y = \frac{1}{\sqrt{x}} & (x_0 = -\frac{1}{4\sqrt{2}}) \end{array}$$

4. Finde die Ableitung von $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ in $x_0 = 2$ mit Hilfe des Differentialquotienten.

5. Zeige mit dem Differentialquotienten, dass $f(x) = \sqrt{x} \implies f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

6. Zeige mit dem Differentialquotienten, dass die Ableitung von $f(x) = \sqrt[3]{x}$ im Ursprung nicht existiert.

7. Es gilt überraschend: $f(x) = e^x \implies f'(x) = e^x$. Beweise es mit dem Differentialquotienten!

8. Nach einem Zusammenstoss auf See sinkt ein grosser Öltanker mit $1.0 \cdot 10^5$ t Rohöl an Bord.

a) Luftaufnahmen zeigen, dass der Ölteppich nach einem Tag einen Radius von 10 km aufweist. Wie viele Tonnen Öl sind am ersten Tag aus dem Tanker geströmt, wenn 10 km² einer Ölmenge von 50 t entsprechen?

b) Nach zwei Tagen hat sich die Fläche des Ölteppichs verdoppelt. Was bedeutet dies für seinen Radius? Gib die Gleichung der Funktion "Radius des Teppichs $R(t)$ (in km) nach der Zeit t (in Tagen nach dem Unfall)" an.

c) Nach wie vielen Tagen erreich der Ölteppich die 50 km entfernte Küste?

d) Leite $R(t)$ nach t ab. Was ist die Bedeutung von $R'(t)$? Was stellt sie dar?

e) Nach wie vielen Tagen vergrössert sich der Ölteppich um weniger als 1.0 km/Tag?

Übungsserie - Ableitung 2

1. Gib die Ableitung folgender Funktionen an:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = x^{10} & \text{b) } f(x) = \sqrt[3]{x^2} & \text{c) } f(x) = 1/x & \text{d) } f(x) = x^{2/3} \\ \text{e) } f(x) = x^{-10} & \text{f) } f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} & \text{g) } f(x) = \frac{x^{5/3}}{x^{1/3}} & \text{h) } f(x) = \frac{-2x}{x^{2/5}} \end{array}$$

2. Berechne:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{d}{dx} x^{2/5} & \text{b) } \frac{d}{dx} x \sqrt[3]{x^2} & \text{c) } \frac{d}{dx} x^{-0.3} & \text{d) } \frac{d}{dx} 3kx^{-2} \\ \text{e) } \frac{d}{dt} \frac{\sqrt{t}}{t} & \text{f) } \frac{d}{dt} \sqrt[4]{t}^{-1} & \text{g) } \frac{d}{dt} (t^2)^3 & \text{h) } \frac{d}{dk} \frac{m}{k^2} \end{array}$$

3. Finde die Steigung folgender Funktionen in den angegebenen Punkten:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } y = x^2 - 3x & (x_0 = 1) & \text{b) } y = x^3 + 2x & (x_0 = 0) \\ \text{c) } y = 2x^3 + x^2 - 1 & (x_0 = -1) & \text{d) } y = \frac{1}{\sqrt{x}} & (x_0 = -\frac{1}{4\sqrt{2}}) \end{array}$$

4. Finde die Ableitung von $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ in $x_0 = 2$ mit Hilfe des Differentialquotienten.

5. Zeige mit dem Differentialquotienten, dass $f(x) = \sqrt{x} \implies f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

6. Zeige mit dem Differentialquotienten, dass die Ableitung von $f(x) = \sqrt[3]{x}$ im Ursprung nicht existiert.

7. Es gilt überraschend: $f(x) = e^x \implies f'(x) = e^x$. Beweise es mit dem Differentialquotienten!

8. Nach einem Zusammenstoss auf See sinkt ein grosser Öltanker mit $1.0 \cdot 10^5$ t Rohöl an Bord.

a) Luftaufnahmen zeigen, dass der Ölteppich nach einem Tag einen Radius von 10 km aufweist. Wie viele Tonnen Öl sind am ersten Tag aus dem Tanker geströmt, wenn 10 km² einer Ölmenge von 50 t entsprechen?

b) Nach zwei Tagen hat sich die Fläche des Ölteppichs verdoppelt. Was bedeutet dies für seinen Radius? Gib die Gleichung der Funktion "Radius des Teppichs $R(t)$ (in km) nach der Zeit t (in Tagen nach dem Unfall)" an.

c) Nach wie vielen Tagen erreich der Ölteppich die 50 km entfernte Küste?

d) Leite $R(t)$ nach t ab. Was ist die Bedeutung von $R'(t)$? Was stellt sie dar?

e) Nach wie vielen Tagen vergrössert sich der Ölteppich um weniger als 1.0 km/Tag?