1 Schere

Eine Schere ist ein ☐ einseitiger oder ein ☐ zweiseitiger Hebel.
Zeichnen Sie den Drehpunkt, die angreifenden Kräfte und die Hebelarme der angreifenden Kräfte ein. Messen Sie auf dem Bild die Länge der Hebelarme und berechnen Sie, wieviel das Gerät die eingesetzte Kraft verstärkt.

$a_1 =$ mm; $a_2 =$ mm

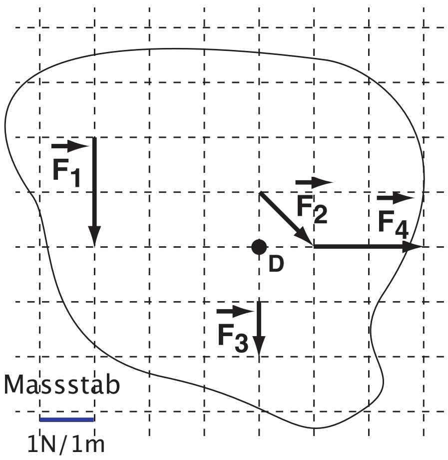
Hebelgesetz:

$$\frac{F_2}{F_1} = \qquad =$$

An welcher Stelle der Scherenblätter ist die Kraft zum Schneiden am grössten?

2 Drehmoment

Ein starrer Körper kann sich um eine Drehachse **D** drehen, die senkrecht zur Blattebene liegt. Am starren Körper greifen vier Kräfte $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ und $\vec{F}_4$ an. Berechnen Sie das Drehmoment jeder der Kräfte und geben Sie bei jedem den Drehsinn an. Berechnen Sie das resultierende Drehmoment und seine Drehrichtung.



$M_1 =$

$M_2 =$

$M_3 =$

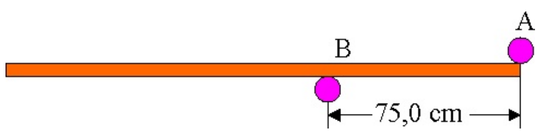
$M_4 =$

$M_{res} =$

Zusätzliche Aufgabe: Ersetzen Sie die vier Kräfte durch eine einzige angreifende Kraft $\vec{R}_{res}$. Diese resultierende Kraft soll auf den Körper dieselbe Wirkung haben, wie die vier ursprünglichen angreifenden Kräfte zusammen. Zeichnen Sie dazu die Kraft $\vec{F}_{res}$ mit korrektem Angriffspunkt, korrekter Richtung und massstabsgetreuem Betrag in die Grafik ein.

3 Sprungbrett

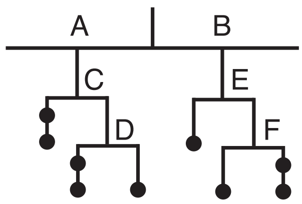
Ein Wasserspringer (75 kg) steht ganz am Ende des Sprungbrettes, das zwischen die Lager A und B eingespannt ist. Mit welchen Kräften drücken die Lager auf das 2.5 m lange, homogene Brett (22 kg)?
Hinweis: Zeichnen Sie alle Kräfte und Hebelarme ein. Zur Berechnung der Kraft im Punkt B, denkt man sich A als virtuellen Drehpunkt.



4. Der Lastausleger eines Krans ist 30 m lang. Auf der anderen Seite des Kranturms befindet sich im Abstand von 12 m ein Gegengewicht der Masse 2.0 t. Wie gross ist die maximal zulässige Last?

5. Bei einem einseitigen Hebel verhalten sich im Gleichgewicht die beiden im Abstand 12 cm senkrecht am Hebel angreifenden Kräfte wie 3 : 1. Wie weit vom Drehpunkt weg greift die grössere Kraft am Hebel an?

6. Die Abbildung zeigt ein Mobile, das nicht im Gleichgewicht sein kann. Die aufgehängten Objekte sind alle gleich schwer. Verschieben Sie die Anfhängepunkte A, B, C, D, E und F so, dass das Mobile im Gleichgewicht ist. Dabei sollen die Balken und Schnüre als gewichtslos angenommen werden. Beschrieben Sie Ihre Lösung quantitativ.

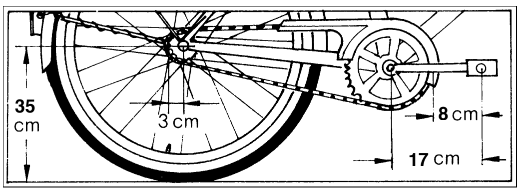


7. Zwei Arbeiter tragen auf ihren Schultern einen 12 m langen Balken. Der eine stützt den Balken ganz am einen Ende, der zweite 1 m vom andern Ende entfernt. Welchen Teil der Last trägt jeder der beiden?

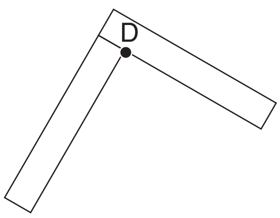
8. Ein Fahrradfahrer übt auf das Pedal eine Kraft von 90 N aus. Welche Kraft wird infolge dessen vom Hinterrad auf die Strasse übertragen?

Hinweis 1: Berechnen Sie (in der Reihenfolge) das Drehmoment am vorderen Zahnkranz M_v, die Kraft auf die Kette F_K, das Drehmoment auf den hinteren Zahnkranz M_h und die Kraft, die auf die Strasse ausgeübt wird F_S.

Hinweis 2: Es wird nur die Tangentialkomponente der Kraft auf die Strasse betrachtet. Die Normalkomponente aufgrund der Gewichtskraft von Rad und Fahrer soll nicht Gegenstand der Aufgabe sein.



9. * Aus homogenen Holzlatten der Breite 5.0 cm und Länge 30 cm wird ein rechtwinkliges Winkelmass geformt und an einen Nagel (D) gehängt. Welchen Winkel bildet der untere Schenkel mit der Vertikalen? **Hinweis:** Fertigen Sie dieses Winkelmass aus Karton an, und prüfen Sie Ihr Ergebnis experimentell nach.



10. * Eine Leiter (10 kg, 2.4 m lang) soll ohne zu rutschen schief an eine Wand gelehgt werden. Unter welchem minimalen Winkel zwischen Boden und Leiter kann dies geschehen? Die Haftreibungszahl zwischen Leiter und Boden beträgt $\mu_{HB} = 0.40$. Es gibt keine Reibung an der Wand.

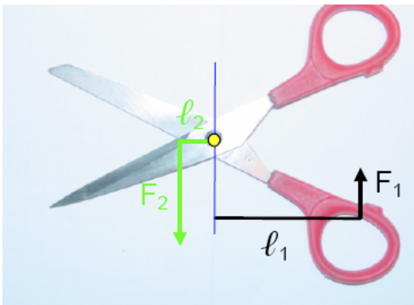
Lösung

4. 0.80 t **5.** 6 cm **7.** 6 : 5 **8.** 15 N **9.** 31 ° **10.** 51 °

Musterlösung

1 Schere

Eine Schere ist ein ☐ einseitiger oder ein ⊗ zweiseitiger Hebel.



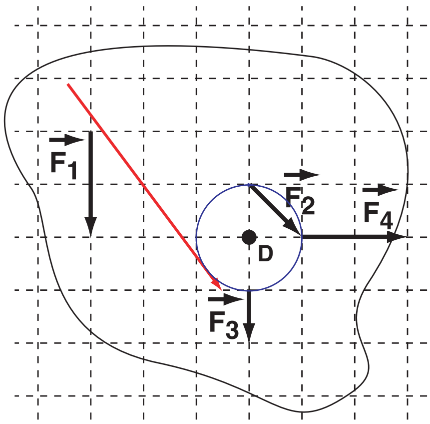
$a_1 = 17$ mm; $a_2 = 4.5$ mm

Hebelgesetz: $F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{17\,\mathrm{mm}}{4.5\,\mathrm{mm}} = \frac{3.8}{1}$$

Nahe dem Drehpunkt in der Mitte der Schere ist die Kraft zum Schneiden amgrössten.

2 Drehmoment



$M_1 = +6\,\mathrm{Nm}$

$M_2 = -1\,\mathrm{Nm}$

$M_3 = 0\,\mathrm{Nm}$

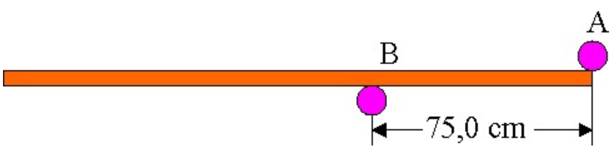
$M_4 = 0\,\mathrm{Nm}$

$M_{res} = 5\,\mathrm{Nm}$

Zusätzliche Aufgabe: $\vec{F}_{res} = \binom{3}{-4}$ N, $F_{res} = \sqrt{4^2 + 3^2}\,\mathrm{N} = 5\,\mathrm{N}$. Um ein Drehmoment von $M_{res} = 5\,\mathrm{Nm}$ zu erhalten, muss das Hebelarm gleich 1 m sein. Das entspricht ein Abstand von 1 m (Kreis 1m Radius, Zentrum im Drehpunkt) zwischen Drehpunkt und Kraftwirkungslinie. Es hat viele Möglichkeiten für die Kraft. Richtung und Betrag sind fest. Der Angriffspunkt ist aber frei wählbar auf die Kraftwirkungslinie.

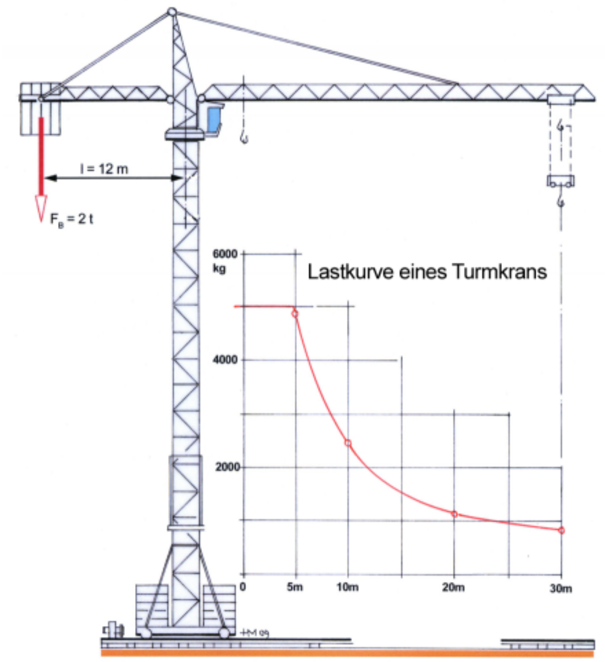
3 Sprungbrett

Gegeben: $m_{Springer} = 75$ kg, $l = 2.5$ m, $m_{Brett} = 22$ kg
Gesucht: $|\vec{F}|$
Lösung: $F_A = 2.8\,\mathrm{kN}$ und $F_B = 1.9\,\mathrm{kN}$



4

Günstig ist es, den Drehpunkt dort zu wählen, wo der horizontale Kranarm aufliegt.



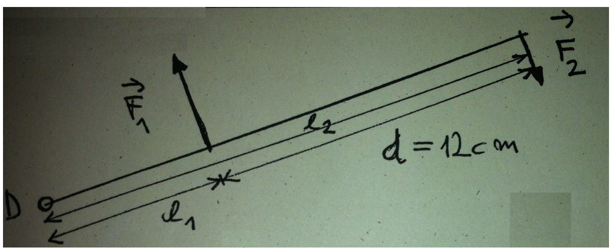
Aus dem Hebelgesetz (Drehmomentgleichgewicht: linksdrehende **B**allastmoment = rechts drehende **L**astmoment): $F_B \cdot l_B = F_L \cdot l_L$ folgt mit $F_i = m_i \cdot g$

$$m_L = \frac{l_B \cdot m_B}{l_L} = \frac{12\,\text{m} \cdot 2\,\text{t}}{30\,\text{m}} = \underline{\underline{0.80\,\text{t}}} \tag{1}$$

Es darf maximal eine Last von 0.8 Tonnen gehoben werden. Eine Kippsicherheit ist in dieser Rechnung ist nicht berücksichtigt.

5

Einseitiger Hebel! Es gilt:



$$a_1 \cdot F_1 = a_2 \cdot F_2 \tag{2}$$
$$a_2 = a_1 + \Delta a \tag{3}$$

Es folgt:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} \tag{4}$$
$$= \frac{a_1}{a_1 + \Delta a} \tag{5}$$
$$a_1 = \frac{\Delta a}{\frac{F_1}{F_2} - 1} = \frac{12\,\text{cm}}{3/1 - 1} = \frac{12\,\text{cm}}{2} = \underline{\underline{6\,\text{cm}}} \tag{6}$$

6

M = Mitte.
A wird nicht verschoben
B wird so verschoben, dass AM:MB = 4 : 5
C teilt seinen Balken im Verhältnis 3 : 2
D teilt seinen Balken im Verhältnis 1 : 2
E teilt seinen Balken im Verhältnis 3 : 1
F teilt seinen Balken im Verhältnis 2 : 1

7

Die Grundformeln der Statik sind : $\vec{F}_{res} = \vec{0}$ und $\vec{M}_{res} = \vec{0}$
Skizze:

Wir wählen B (Arbeiter ganz am Ende) als Drehpunkt.
Es folgt

$$F_A \cdot (l - \Delta l) = mg \cdot l/2 \tag{7}$$
$$F_A + F_B = F_G \tag{8}$$

Für das Kräfteverhältnis gilt:

$$\begin{aligned}
\frac{F_B}{F_A} &= \frac{F_G}{F_A} - 1 && (9)\\
&= \frac{mg}{\frac{mgl/2}{l-\Delta l}} - 1 && (10)\\
&= \frac{l-\Delta l}{l/2} - 1 && (11)\\
&= \frac{2\cdot l - 2\cdot\Delta l}{l} - 1 && (12)\\
&= \frac{l - 2\cdot\Delta l}{l} = \frac{12\,\mathrm{m} - 2\cdot 1\,\mathrm{m}}{12\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{5/6}} = 0.83 && (13)
\end{aligned}$$

8. Velo

$$\begin{aligned}
M_{vorne} &= F_1 \cdot r_1 = 90\,\mathrm{N}\cdot 0,17\,\mathrm{m} \approx 15\,\mathrm{Nm} && (14)\\
F_K &= M_{vorne}/r_2 = 15\,\mathrm{Nm}/0.09\,\mathrm{m} \approx 170\,\mathrm{N} && (15)\\
M_{hinten} &= F_K \cdot r_3 = 170\,\mathrm{N}\cdot 0.03\,\mathrm{m} = 5.1\,\mathrm{Nm} && (16)\\
F_S &= M_{hinten}/r_4 = 5.1\,\mathrm{Nm}/0.35\,\mathrm{m} = (F_1\cdot r_1\cdot r_3)/(r_2\cdot r_4) = 14.57\,\mathrm{N} \approx \underline{\underline{15\,\mathrm{N}}} && (17)
\end{aligned}$$

9. * Holzlatten

Kräftegleichgewicht

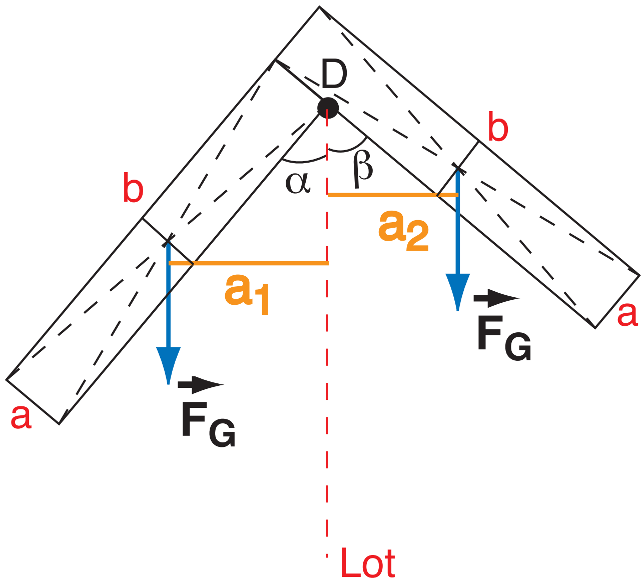
$$2 \cdot F_G = F_L \tag{18}$$

Drehmomentgleichgewicht

D als Drehpunkt

$$\begin{aligned}
M_{links} &= M_{rechts} && (19)\\
F_G \cdot a_1 &= F_G \cdot a_2 && (20)\\
a_1 &= a_2 && (21)\\
\frac{b}{2}\sin\alpha + \frac{a}{2}\sin(90-\alpha) &= (\frac{b}{2} - a)\cdot\sin(90-\alpha) + \frac{a}{2}\sin\alpha && (22)
\end{aligned}$$

Geg $a = 5.0\,\text{cm}$, $b = 30\,\text{cm}$
Ges. $\alpha = ?$



Mit der Gleichung $\sin(90 - \alpha) = \cos\alpha$ folgt:

$$\frac{b}{2}\sin\alpha + \frac{a}{2}\cos\alpha = (\frac{b}{2} - a)\cos\alpha + \frac{a}{2}\sin\alpha \tag{23}$$

Daraus folgt:

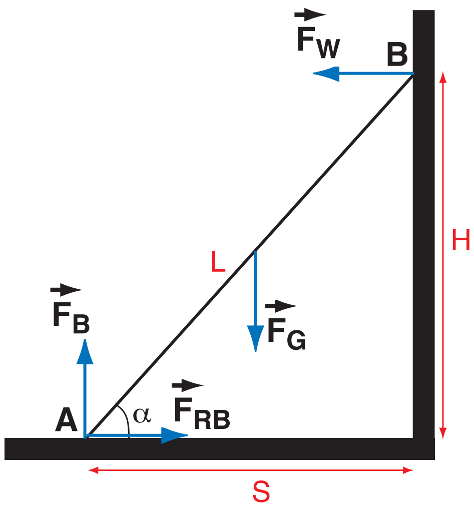
$$(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}) \cdot \sin\alpha = (\frac{b}{2} - \frac{3a}{2}) \cdot \cos\alpha \tag{24}$$

Der Winkel α zwischen dem unteren Schenkel und der Vertikale beträgt:

$$\alpha = \arctan(\frac{b - 3 \cdot a}{b - a}) = 30.96^\circ = \underline{\underline{31^\circ}} \tag{25}$$

10. * Leiter

Geg $m = 10\,\text{kg}$, $L = 2.4\,\text{m}$, $\mu_{HB} = 0.40$, $\mu_{HW} = 0$
Ges. $\alpha_{min} = ?$



Kräftegleichgewicht

$$F_G = m \cdot g = F_B \tag{26}$$
$$F_W = F_{RB} = \mu_{HB} \cdot F_B \tag{27}$$

Es folgt:

$$F_W = \mu_{HB} \cdot mg \tag{28}$$

Drehmomentgleichgewicht A als Drehpunkt.

$$M_{links} = F_W \cdot H = F_W \cdot L \cdot \sin\alpha \tag{29}$$
$$M_{rechts} = = m \cdot g \cdot \frac{S}{2} = m \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos\alpha \tag{30}$$

Es folgt:

$$F_W = \frac{mg}{2\tan\alpha} \tag{31}$$

Minimaler Winkel α Mit Gl. 28 und Gl. 31 folgt:

$$F_W = \mu_{HB} \cdot mg = \frac{mg}{2\tan\alpha} \tag{32}$$

Daraus folgt:

$$\tan\alpha = \frac{1}{2 \cdot \mu_{HB}} = \frac{1}{2 \cdot 0.40} = \frac{1}{0.80} \tag{33}$$

Der minimale Winkel zwischen Boden und Leiter beträgt:

$$\alpha_{min} = \arctan(\frac{1}{2 \cdot \mu_{HB}}) = \arctan(\frac{1}{2 \cdot 0.40}) = \arctan(\frac{1}{0.80}) = \underline{\underline{51.3^\circ}} \tag{34}$$

Zusätzliche Aufgabe: Reibung an der Wand $\mu_{HW} = 0.2$

Der minimale Winkel zwischen Boden und Leiter beträgt jetzt:

$$\alpha_{min} = \arctan(\frac{1 - \mu_{HB} \cdot \mu_{HW}}{2 \cdot \mu_{HB}}) = \underline{\underline{49^\circ}} \tag{35}$$