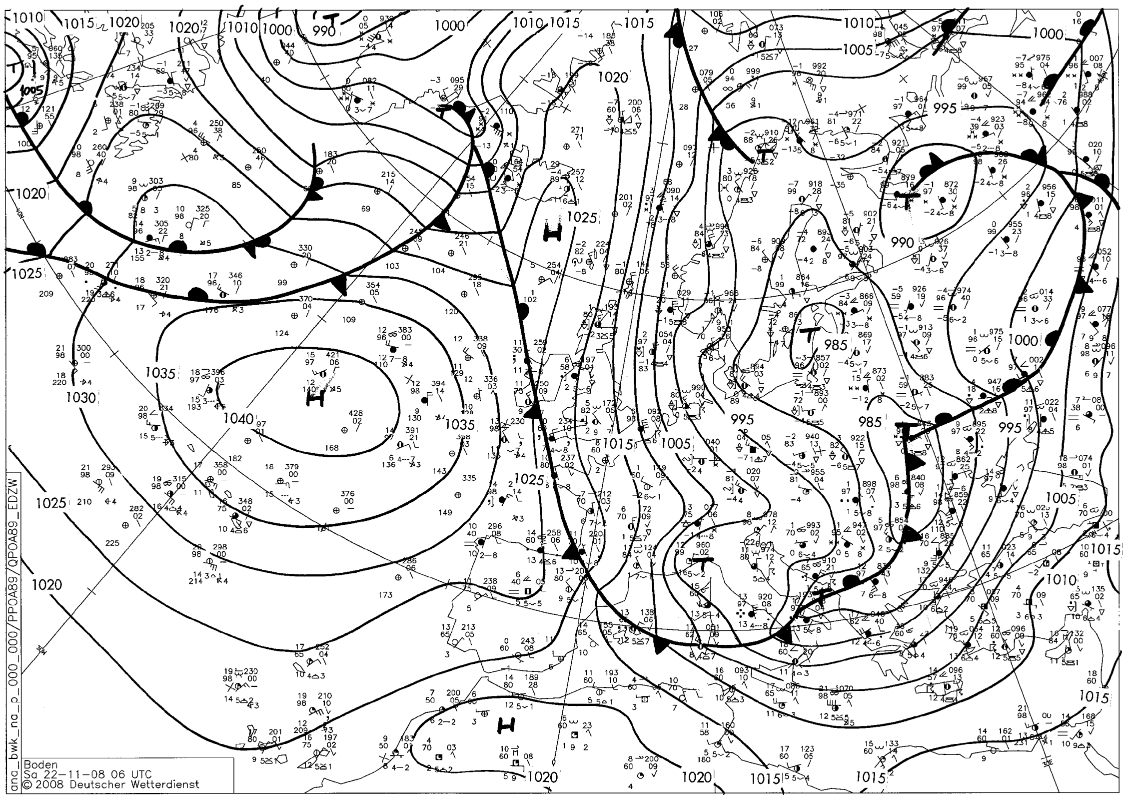
Dynamische Meteorologie

an der Mittelschule

Mentorierte Arbeit in Fachdidaktik Physik



Marco Didone, **ETH** Zürich, 2011 - v012015

Studentnummer: 96-725-919

Betreuer: Dr. Christian Helm, Departement Physik, **ETH** Zürich

Bild auf Deckblatt: Bodenwetterkarte über Europa am 22 November 2008 06 UTC (Quelle: Deutscher Wetterdienst DWD).

Dynamische Meteorologie an der Mittelschule

Version
Mai 2011, Marco Didone, **ETH** Zürich

Schulbereich
Gymnasien, für alle Profile geeignet

Fachliche Vorkenntnisse
Grundlagen der Kinematik und der Dynamik, Kreisbewegung, Definition des Drucks, Idealgasgleichung, Energieerhaltung, quadratische Gleichungen

Material
Formelbuch "Formeln, Tabelle, Begriffe", Taschenrechner (TI-89 für Kapitel 6) und Internetzugang für Video (Kapitel 1) und Broschüre (Kapitel 5)

Bearbeitungsdauer
8-9 Lektionen und 1 Lektion für die Prüfung

Einleitung

Arbeitsform, Bewertung, Didaktische Diskussion

- Die Schüler arbeiten in den geplanten 8-9 Lektionen in Zweiergruppen. Das Ziel ist, dass sie gegenseitig ihre Meinung austauschen und sich helfen.
- Man arbeitet direkt mit diesem Skript, welches 51 Aufgaben enthält, die verschiedene Fertigkeiten abdecken und fördern, die für die physikalische Arbeitsweise wichtig sind: Skizzieren, Abschätzen, Erstellung von Kräftediagrammen, Algebraisch und numerisch Rechnen, konsistenter Umgang mit Einheiten, Genauigkeit, Umgang mit dem Taschenrechner. Der Anhang E enthält die Lösungen aller Aufgaben und kann den Schülern verteilt werden oder nicht.
- Am Ende jedes Kapitels (ausser Kapitel 1) finden die Schüler einen Test, den sie erfolgreich lösen müssen, bevor sie das darauffolgende Kapitel bearbeiten. Nach jedem Test melden sich die Schüler beim Lehrer, der das O.K. für die Fortsetzung gibt.
- Der Lehrer bleibt während der Arbeitszeit zur Verfügung, aber soll nur dann einspringen, wenn von den Schülern explizit erwünscht.
- Zusätzlich zu den oben erwähnten Kontrolltests ist eine Schlussprüfung mit Bewertung geplant (Anhänge F und G).

Probleme und Alternative

- Das häufigste Problem ist, dass Schüler auch in Zweiergruppen nicht gleich schnell sind, und dass einige Gruppen nach 5-6 Lektionen, andere noch nicht nach 8 fertig sein werden. Eine Alternative wäre nach jedem Kapitel eine Repetition der wichtigsten Begriffe und eine Besprechung der schwierigsten Aufgaben in Form einer Diskussion im Plenum zu organisieren. Das wäre für die weniger begabten Schüler von Vorteil aber in Sinne des "selbst organisierten Lernen" nicht geeignet und würde das Erreichen der Lernziele auch nicht sicherstellen.
- Weiter könnte eine fehlende Schlussbewertung problematisch sein. Die Schüler würden den im Skript behandelten Stoff als "extra" empfinden und das Programm nicht ernst nehmen. Eine Schlussprüfung mit Bewertung ist durchaus möglich, in der die Lernziele (siehe nächste Seite) mit einem qualitativen und einem quantitativen Teil geprüft werden (siehe Anhänge F und G). Eine kurze Repetition vor dem Test wäre vielleicht sinnvoll.
- Als Alternative könnte man den im Programm behandelten Stoff in obligatorische und freiwillige Teile aufteilen, damit im Schnitt die Schüler mit ähnlichem Tempo vorwärts kommen. Die Aufteilung sollte dann dem Klassenniveau im Fach Physik angepasst werden. Als Vorschlag wurden die 10 schwierigsten (Teil-) Aufgaben mit einem Stern versehen, damit eine schnelle Gruppe weiss, dass sie zusätzliche Aufgaben zur Verfügung hat.
- Es ist selbstverständlich auch möglich nur einen Teil des Lernprogramms zu verwenden. Kapitel 1-3 können in 4-5 Lektionen, Kapitel 4-5 in 3 Lektionen und Kapitel 6 in einer Lektion (bis auf Aufgabe 50) behandelt werden.

Dynamische Meteorologie an der Mittelschule

(Für Schüler)

Inhaltsverzeichnis

Lernziele dieses Programms

Ziele Kapitel 1

- Sie wissen, warum und in welchen Gebieten zuverlässige Wettervorhersagen heutzutage sehr wichtig sind und können Beispiele nennen.

Ziele Kapitel 2

- Sie wissen, welche Kräfte auf ein Luftpaket in der freien Atmosphäre wirken und warum.
- Sie können die wirkenden Kräfte formal darstellen.
- Sie können anhand einer Wetterkarte die wichtigsten atmosphärendynamischen Grössen in einer Region abschätzen und damit die Stärke der wirkenden Kräfte vorhersagen.

Ziele Kapitel 3

- Sie wissen, warum man in der Meteorologie verschiedene Winddefinitionen hat.
- Sie wissen, wie und warum sich die verschiedenen Luftmassen um Hochdruck- und Tiefdruckgebieten bewegen.
- Sie kennen die Eigenschaften des geostrophischen Windes mit und ohne Reibung und des Gradientenwindes und deren Unterschied.
- Sie sind in der Lage, in einer Wetterkarte qualitativ anhand eines Kräfteplans zu zeigen, in welchen Regionen der Wind am stärksten und am schwächsten ist und können erklären warum.

Ziele Kapitel 4+5

- Sie kennen die Hauptlebensphasen eines Zyklons.
- Sie wissen, wie man eine Wetterkarte zeichnet.
- Sie kennen die fünf typischen Wetterlagen in Alpenraum und welcher Druckverteilung jede entspricht.

Ziele Kapitel 6

- Sie wissen, was eine numerische Wettervorhersage ist.
- Sie wissen, warum eine Wettervorhersage nie 100 % sicher ist.
- Sie sind in der Lage, für ein einfaches mechanisches Beispiel eine Bewegungsvorhersage machen.

Vorwort

Das Wetter gehört mit zu den Naturerscheinungen, die schon immer die Lebensgewohnheiten des Menschen entscheidend bestimmt und beeinflusst haben. Zwar ist im Laufe der Zeit diese Abhängigkeit für den durchschnittlichen Menschen weniger drastisch geworden, da die Erfolge der Technik viele Vorteile gebracht haben: besser isolierende Kleider, Hausisolation, Heiz- und Klimasysteme, wenige Arbeiten im Freien, usw.

Auf der anderen Seite sind wieder neue Abhängigkeiten enstanden. Die Arbeit vieler Berufsgruppen ist direkt oder indirekt mit dem Wetterablauf verbunden (Piloten, Seefahrer, aber auch Versicherungen, usw). Deshalb ist es sicherlich zu verstehen, dass sich die Meteorologie aus ihren rein empirischen Anfängen zu einer Wissenschaft mit gigantischem theoretischen Aufwand entwickelt hat. Dank der intensiven Forschung wurden die globalen Zusammenhänge verstanden, immer neuere und kompliziertere automatische Wetterbeobachtungssysteme entwickelt und Supercomputer für die Datenverarbeitung und für die numerische Simulation der Wetterentwicklung eingesetzt, so dass die Arbeit des Meteorologen nicht mehr nur ein kurzer Blick auf den Westhimmel ist (70 % der Wetterstörungen kommen aus Westen).

Es sieht so aus, als ob die Beschäftigung mit dieser faszinierenden Materie nur noch den Fachspezialisten vorbehalten sei. Trotz aller speziellen Technik lassen sich aber die Grundlagen der Atmosphärendynamik relativ einfach darstellen. Das Ziel dieser Arbeit ist es, Ihnen einen Einblick in die Ursachen und Zusammenhänge des Wettergeschehens im Rahmen Ihres physikalischen Vorwissens zu geben (Kapitel 2 und 3). In den Kapitel 4 und 5 werden Sie dann die Zusammenhänge anwenden, in dem Sie Ihre eigene Wetterkarte zeichnen. Im letzten Kapitel (6) werden Sie dann etwas über die numerische Wettervorhersage erfahren und mit ihrem Rechner eine eigene Vorhersage durchführen.

1 Einführung

24 Stunden Meteoschweiz

Einführung in Meteorologie und ihre Wichtigkeit für das heutige Leben mithilfe eines Meteoschweiz Films. Dauer 18 Min, erhältlich hier:

http://meteoschweiz.muvihd.ch/d/index.htm

2 Dynamik der Luftmassen: Kräfte im Spiel

Sämtliche Erscheinungen des Wetters spielen sich in der Lufthülle ab, die die Erdkugel allseits umgibt. Vor allem der unterste Teil, die Troposphäre, ist der eigentliche Reaktionsraum des Wetters. Sie enthält fast den gesamten Wasserdampf, welcher durch Kondensation zu Wolkenbildung und Niederschlag führt, und in ihr ist 80% der Atmosphärenmasse konzentriert. Die obere Grenze der Troposphäre heisst Tropopause und erreicht Höhen von 8-15 km je nach geographischer Breite. Auch die darüberliegenden Schichten, die Stratophäre und die Ionosphäre, sind zu einem geringen Teil am Wettergeschehen beteiligt.

Aufgabe 1: Die Atmosphäre als Gasgemisch

Recherchieren Sie nach der Zusammensetzung trockener Luft in der Troposphäre. Welche sind die Hauptkomponenten und in welchem Prozentsatz? Und welche sind nur Spurengase?

Aufgabe 2

Finden Sie die mittlere molare Masse trockener Luft mit Hilfe von Aufgabe 1. Vernachlässigen Sie dabei die Restgase. Ist feuchte Luft "leichter" oder "schwerer"?

Da Luftteilchen sich in der Atmosphäre bewegen, insbesondere beschleunigen und bremsen, müssen auf diese nach dem zweiten Newtonschen Axiom Kräfte wirken. Diese werden wir in den nächsten Seiten kennenlernen!

2.1 Die Druckkraft

Jedes Gasteilchen stellt eine winzige Masse dar, welche von der Erde durch die Gewichtskraft angezogen wird. Weil sich die Luftteilchen gegenseitig nicht ausweichen können, entsteht ein allseitiger Druck, der nach unten, also in Richtung Erdoberfläche ständig zunimmt: die Teilchen im obersten Teil der Atmosphäre drücken mit ihrem Gewicht auf die unteren und auf den untersten (in Bodennähe) ruht das gesamte Gewicht aller darüberliegenden Teilchen.
Für das Wettergeschehen ist von grosser Bedeutung, dass die Luftteilchen nicht gleichmässig verteilt sind und deshalb der Luftdruck nicht an allen Orten auf der Erdoberfläche gleich ist. Warum das so ist, ist einfach zu erklären! Sicher haben Sie schon beobachtet, wie warme Luft steigt und kalte Luft sinkt. Wenn zum Beispiel über einem grossen Landgebiet wegen starker Besonnung warme Luft entsteht, so resultiert daraus ein Trend zum Aufsteigen, weil durch Erwärmung das Luftvolumen zunimmt. Diese Expansion der Luft äussert sich in einer Verdünnung der Atmosphäre, worauf der Druck langsam zu sinken beginnt. Genau umgekehrt ist es, wenn sich Luft abkühlt, der Luftdruck nimmt langsam zu.

Aufgabe 3

Finden Sie 2 Beispiele aus dem Alltag, wo steigende warme Luft und sinkende kalte Luft beobachtet werden können.

Die Atmosphäre in Bodennähe ist also durch Regionen mit hohem und mit tiefem Luftdruck charakterisiert, was bewirkt, dass sich die Luft vom Ort des grösseren Drucks zum Ort mit kleinerem Druck in Bewegung setzt, ähnlich wie bei der Öffnung einer Gasflasche. Damit entstehen Windströmungen, die im kleinen lokalen Charakter haben, im grösseren aber ganze Kontinente oder Ozeane überstreichen können.

Aufgabe 4

Überlegen Sie, wovon es abhängt, ob eine Windströmung heftig oder schwach ist. Diskutieren Sie in der Gruppe.

Um herauszufinden, wie stark ein wegen eines Druckunterschieds Δp entstehender Wind ist, wurde in der Meteorologie folgendes Mass eingeführt: der sogenannte Druckgradient $\Delta p/\Delta x$ gibt an, wie gross der Druckunterschied Δp über eine Strecke Δx ist:

$$\text{Druckgradient} = \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{p_{\text{tief}} - p_{\text{hoch}}}{\text{Strecke}}$$

Die Windstärke wird dann um so heftiger, je grösser der Druckunterschied $\Delta p = p_{\text{tief}} - p_{\text{hoch}}$, bezogen auf die Distanz zwischen zwei Orten Δx , das heisst je grösser der Druckgradient, desto stärker ist der Wind. Da ein Wind einer Luftbewegung entspricht, müssen die Teilchen von einer (Druck-) Kraft in Bewegung gesetzt werden! Diese Kraft muss auch vom Druckgradient abhängen.

Aufgabe 5

Finden Sie die SI-Einheit des Druckgradienten heraus. Welche Grösse hat die gleichen Einheiten?

Tatsächlich kann man zeigen, dass die Druckkraft in x-Richtung pro m^3 Luft

$$\frac{F_p}{V} = -\frac{\Delta p}{\Delta x}$$

ist, oder dass, mit Hilfe der Definition der Dichte $\rho = \frac{m}{V}$, für die Druckkraft pro kg Luft gilt:

$$\frac{F_p}{m} = -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x}.$$

Aufgabe 6

Warum ist die Druckkraft proportional zum negativen und nicht zum positiven Druckgradienten?

In der Meteorologie ist es sehr hilfreich, die Druckverteilung auf der Erdoberfläche zu kennen, um eine Wetterprognose herzustellen: damit man vorhersagen kann, wo es starke und schwache Winde geben wird, muss man den Druckgradient abschätzen können. Aber wie kann man den Druck auf Papier zeichnen? Mit Barometern wird der Druck an mehreren Orten in einer Region gemessen, z.B. in Mitteleuropa. Anschliessend werden Punkte gleichen Luftdrucks miteinander verbunden. Die resultierenden Linien werden *Isobaren* genannt und zeigen die Verteilung von Hoch- und Tiefdruckgebieten auf Bodenniveau (im Kapitel 4.2 werden Sie Ihre eigene Wetterkarte zeichnen!). Die unterstehende Abbildung 1 zeigt als Beispiel die Druckverteilung am 26.12.1999, als der Orkan "Lothar" Zentraleuropa durchquerte. Wie man sehr leicht sieht, gibt es Regionen mit tiefem bzw. hohem Luftdruck und Regionen mit flachem bzw. mit hohem Druckgradient, wo die Isobaren weit auseinander bzw. dicht über eine kurze Distanz sind.

Aufgabe 7

Finden Sie in der Abbildung 1 eine Region mit tiefem und eine mit hohem Luftdruck, eine mit flachem und eine mit hohem Druckgradienten.

Aufgabe 8

Schätzen Sie den Druckgradienten und die Druckkraft pro kg Luft in der Region zwischen Zürich und Frankfurt, und zwischen Zürich und Rom ab. Suchen Sie dabei die Distanz von Zürich im Atlas, im Internet oder schätzen Sie sie ab (siehe auch Anhang A). Sind diese Kraft-Werte Ihrer Meinung nach vorstellbar, eher zu gross oder eher zu klein?

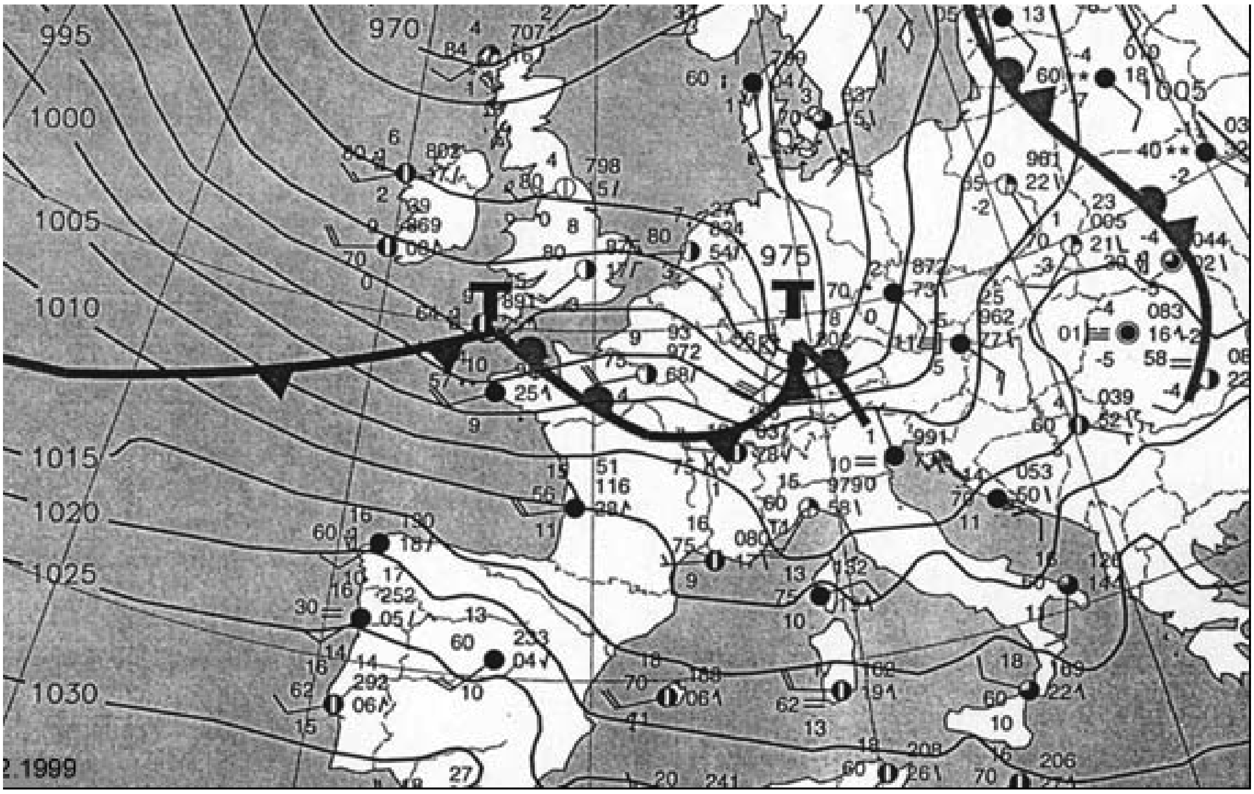


Abbildung 1: Druckverteilung am 26.12.1999 über Europa. Die dünnen schwarzen Linien entsprechen den Isobaren und sind mit 5 hPa Druckabstand gezeichnet (Quelle: Deutscher Wetterdienst DWD).

2.2 Die Fliehkraft[1]

Da sich die Erde um ihre eigene Achse dreht, bewegen sich alle Gegenstände und Menschen, die sich auf ihrer Oberfläche befinden, gleichförmig in Kreis: der Betrag ihrer Geschwindigkeit ist konstant. Die Richtung hingegen ändert sich laufend: nach dem Trägheitsprinzip ist dafür eine Beschleunigung notwendig. Die Erde ist also ein beschleunigtes Bezugsystem und kein Inertialsystem, in welchem sich auch die Luftteilchen befinden und mitdrehen, da sich auch die Erdtmosphäre mitdreht.
Sicher haben Sie das Thema "Kreisbewegung" im Physikunterricht schon behandelt: wir wollen hier die wichtigsten Begriffe wiederholen und einige Aspekte vertiefen.
Betrachten wir eine Kreisscheibe, die sich mit Winkelgeschwindigkeit ω dreht (Abbildung 2): Auf der Scheibe befindet sich eine Kugel, die durch eine Federwaage auf einer Kreisbahn gehalten wird. An der Federwaage können wir den Betrag der für die Kreisbewegung benötigten resultierenden Kraft (gesamten äusseren Kraft), die HIER Zentripetalkraft genannt wird, direkt ablesen. Bei dieser Beschreibung stehen wir neben der Scheibe als Beobachter. Wir bewegen uns selbst nicht mit.

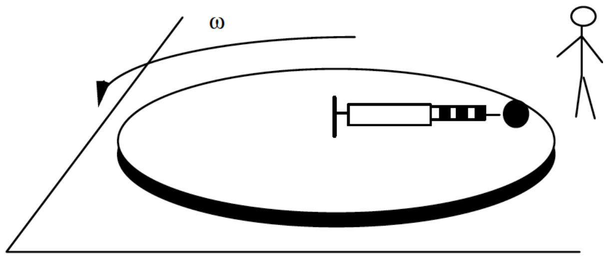


Abbildung 2: Auf einer rotierenden Scheibe befindet sich eine Kugel, die durch eine Federwaage auf einer Kreisbahn gehalten wird. Neben der Scheibe steht ein ruhender Beobachter.

Aufgabe 9

Erklären Sie die Existenz der Zentripetalkraft mit Hilfe der Newton'schen Gesetze. Was ist BEI EINER KREISBEWEGUNG der Zusammenhang zwischen Zentripetal- und resultierender Kraft?

Was ändert sich, wenn wir auf die Kreisscheibe steigen? Wie sieht der Vorgang dann aus? Die Kreisscheibe dreht sich immer noch mit gleicher Winkelgeschwindigkeit ω. An ihrem Rand sei ein Vorhang, so dass wir nur sehen, was auf der Scheibe vorgeht. Wir wissen also erst einmal gar nicht, ob die Scheibe sich dreht oder nicht.
Die Kugel ist jetzt, in Bezug auf die Kreisscheibe und unseren Standort auf der Scheibe, in Ruhe. Wir können sie mit den Augen fixieren und ihr folgen, ohne den Kopf zu drehen. Trotzdem können wir an der Federwaage immer noch eine Kraft ablesen. Ist diese eine neue Kraft? Um das Trägheitsgesetz trotzdem anwenden zu können, muss man eine neue Kraft einführen: die Federwaage bewirkt eine Kraft gegen das Kreiszentrum, mit

[1] Quelle: http://www.educ.ethz.ch/unt/um/phy/me/kreis/kreis.pdf

Betrag $m\omega^2 r$. Die scheinbare Kraft, die diese aufhebt, wirkt demzufolge vom Keiszentrum weg, dem Radius entlang nach aussen. Und ihr Betrag ist gleich gross: $F_z = m\omega^2 r$, oder mit Hilfe der Gleichheit $v = \omega \cdot r$ folgt:

$$F_z = m \cdot v^2/r.$$

Ein mitrotierender Beobachter benötigt also zur Beschreibung von Drehbewegungen eine zusätzliche nach aussen gerichtete Kraft, die Zentrifugalkraft oder Fliehkraft F_z. Ihr Betrag ist gleich gross wie jener der Zentripetalkraft, die ein neben der Scheibe ruhender Beobachter zur Beschreibung der Kreisbewegung braucht. Dieser "sieht" diese zusätzliche Kraft nicht denn sie ist von seinem Standpunkt aus gesehen gar nicht nötig: es braucht keine andere Kraft, welche die Zentripetalkraft aufhebt. Sie ist die resultierende Kraft! Aus diesem Grund gehört die Fliehkraft zu den Scheinkräften, Kräfte die nur in einem beschleunigtem System wirken.

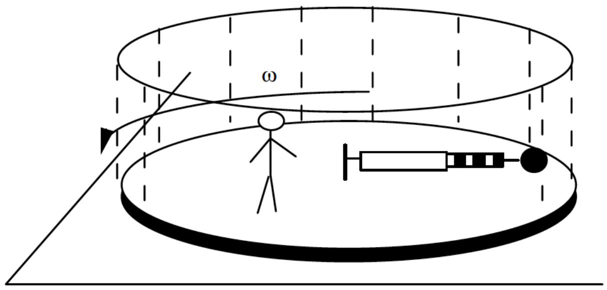


Abbildung 3: Der Beobachter befindet sich jetzt auf der Scheibe und rotiert mit.

Aufgabe 10: Ein Mensch am Äquator

Wie gross ist die Zentrifugalkraft F_z, die ein 70 kg schwerer Mensch am Äquator wegen der Erddrehung spürt? Welchem Bruchteil der Gewichtskraft entspricht das? Scheint er leichter oder schwerer zu sein und um wie viel (in Gramm)?

Aufgabe 11: Ein Mensch in der geographischen Breite α

In der Aufgabe 10 haben Sie gelernt, dass am Äquator die Zentrifugalkraft entgegen der Gewichtskraft wirkt und dass man leichter erscheint. Wir betrachten jetzt einen Mensch, der sich auf der geographischen der Breite α befindet und sich mit dem Boden um die Erdachse dreht (Abbildung 4).

a) Zeichnen Sie die Gravitationskraft und die Zentrifugalkraft, die auf ihn wirken, als Pfeile ins Diagramm unten. Überlegen Sie sich welcher Pfeil länger ist.

b) Zerlegen Sie die Zentrifugalkraft in eine zu $\vec{F}_g$ parallele und senkrechte Komponente.

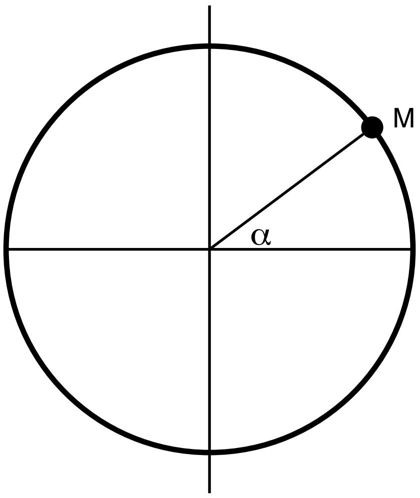


Abbildung 4: Ein Mensch M befindet sich auf der geographischen Breite α und dreht sich mit dem Boden um die Erdachse.

c) Was bewirkt die zu $\vec{F}_g$ parallele Komponente?

d) Was verursacht die zu $\vec{F}_g$ senkrechte Komponente? Warum ist deshalb die Erde keine exakte Kugel?

Die Aufgabe 11 zeigt, dass die Erdatmosphäre und das Wasser der Ozeane unter dem Einfluss der zu $\vec{F}_g$ senkrechten Komponente der Zentrifugalkraft zum Äquator gezogen würde. Dies ist in der Tat geschehen, die Meeresoberfläche (und die Atmosphäre) hat sich so eingestellt, dass sie der Form eines abgeplatteten Rotationsellipsoids entspricht und nicht einer Kugel. Die resultierende Kraft aus der Gravitationskraft und der zu ihr parallelen Komponente der Zentrifugalkraft ist die Schwerkraft mg, wobei, wie Sie wissen, g nicht überall gleich ist, sondern leicht variiert, weil die Erde keine exakte Kugel ist. Dieses Resultat ist wichtig: auf ein ruhendes Luftteilchen hat die Zentrifugalkraft, die durch die Erdrotation entsteht, eine vernachlässigbare Wirkung: die Erde ist keine exakte Kugel und die Schwerkraft ist leicht verändert.

In der Realität sind die Luftteilchen nicht in Ruhe und der Wind bläst oft nicht geradeaus, den Parallelkreisen entlang, sondern auf gekrümmten Bahnen mit Kurven im Uhrzeiger- und Gegenuhrzeigersinn, ähnlich wie die Eisenbahn oder ein Auto auf der Autobahn. Bei diesen "Kurven" spüren die Luftteilchen eine Zentrifugalkraft mit Betrag $m \cdot v^2/r$ nach aussen, die nichts mit der Erdrotation zu tun hat, wie die Kugel auf der drehenden Scheibe. Diese ist **nicht** vernachlässigbar. Die Aufgabe 12 veranschaulicht das Problem nochmals.

Aufgabe 12

Zeichnen Sie die auf die in der Abbildung 5 dargestellte rotierende Masse wirkenden Kräfte laut einem ruhenden (links) und einem mitbewegten Beobachter (rechts).

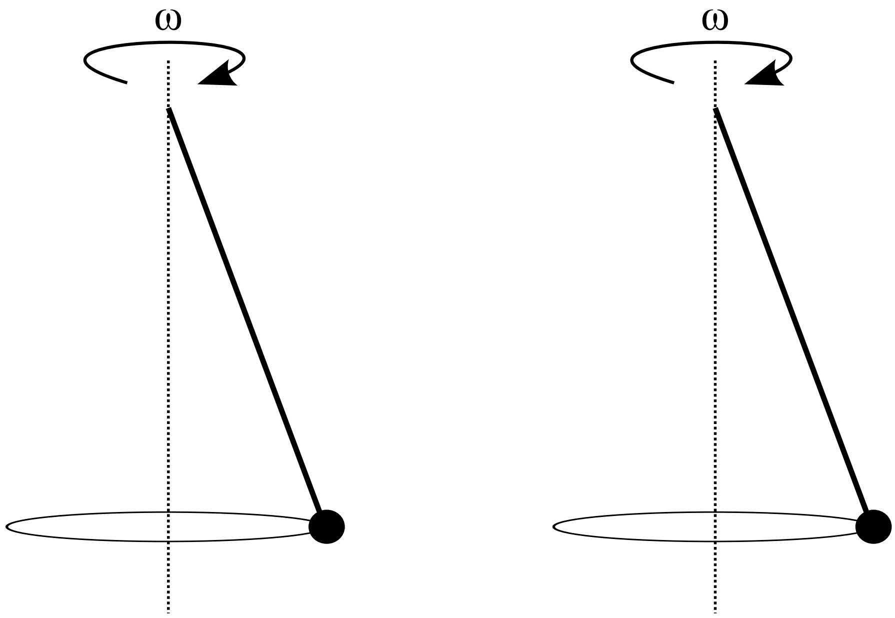


Abbildung 5: Abbildungen zur Aufgabe 12, links für Beobachter in Ruhe, rechts für mitbewegten Beobachter.

2.3 Die Corioliskraft

Betrachten wir einen Jungen, der in der Mitte eines im Gegenuhrzeigersinn rotierenden Karussels steht und einen Ball einem Beobachter am Rand des Karussels zuwirft (Abbildung 6). Auch in diesem Fall beschreibt der Beobachter den Vorgang auf zwei verschiedene Arten, je nachdem, ob er sich am Rand auf dem ruhenden Boden oder auf dem Karussel befindet.

Aufgabe 13

Zeichnen Sie die Bahn des geworfenen Balls für den ruhenden (oben) und für den mitrotierenden Beobachter (unten). Welcher fängt den Ball? Welcher beobachtet eine geradlinige gleichförmige Bewegung und welcher nicht?

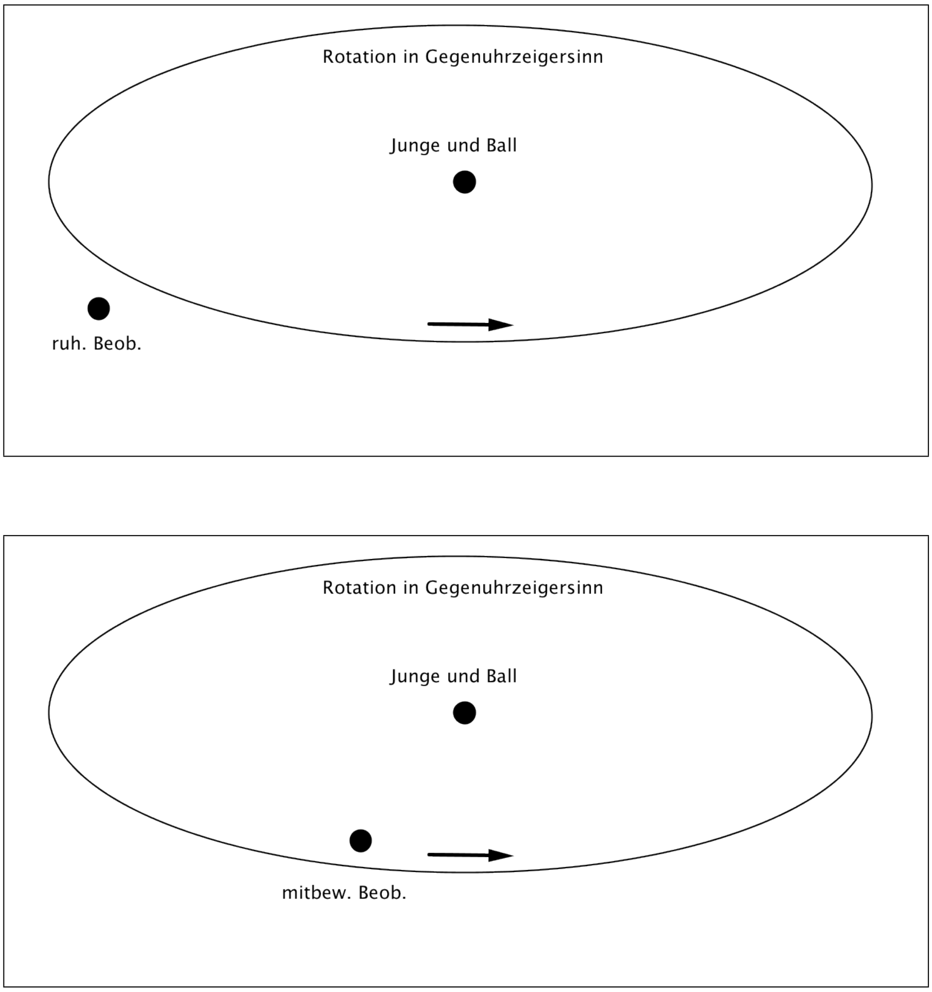


Abbildung 6: Ein Junge steht in der Mitte eines Karussels und wirft einen Ball nach aussen. Ein ruhender und ein mitbewegter Beobachter versuchen, den Ball zu fangen. Welcher hat Erfolg, welcher nicht und warum?

Im ersten Fall sieht der ruhende Beobachter eine Ballbewegung radial nach aussen (Figur 6a) und er schafft es den Ball zu fangen. Der mitbewegte Beobachter hingegen bewegt sich während des Vorgangs in Gegenuhrzeigersinn um die Drehachse und beobachtet hingegen eine Ablenkung des Balls nach rechts bezüglich dessen Bewegungsrichtung (Figur 6b). Er fängt den Ball nicht. Wieder sind wir mit einer Bewegung in einem rotierenden System konfrontiert, die unterschiedlich beschrieben werden kann. Wer hat recht? Wie können die beiden Ansichten physikalisch korrekt erklärt werden?

Ähnlich wie im vorherigen Fall (Zentrifugalkraft) erklären wir diesen Widerspruch mit einer Scheinkraft:

- In einem Inertialsystem (Abbildung 6a) bewegt sich der Ball geradlinig und gleichförmig. Nach dem Trägheitsprinzip ist die Summe der Kräfte gleich null, wenn wir die anfängliche Ballbeschleunigung vernachlässigen. Sowohl der Betrag als auch die Richtung Geschwindigkeit bleiben konstant. Der Beobachter fängt den Ball.

- In einem beschleunigten System (Abbildung 6b) führen wir eine Kraft ein, die auf den Ball **senkrecht** zur Bewegungsrichtung wirkt und den Ball nach rechts ablenkt. Der Beobachter fängt deshalb den Ball nicht. Diese Scheinkraft wird nach dem französischen Physiker de Coriolis (1792-1843) genannt ("Corioliskraft"). Der mitbewegter Beobachter erklärt die Ablenkung des Balls mit Hilfe der Corioliskraft, auch wenn in "Wirklichkeit" der Ball gerade aus fliegt und er sich bewegt!

Aufgabe 14

Ändert sich der Betrag der Geschwindigkeit wegen der Wirkung der Corioliskraft? Begründen Sie! (Hinweis: wie sind $\vec{v}$ und $\vec{F}_c$ gerichtet?)

Aufgabe 15

Wovon hängt es ab, ob die Ablenkung im rotierenden System stark oder schwach ist? D.h. ob die Corioliskraft einen grossen oder einen kleinen Betrag hat?

Aufgabe 16

Skizzieren Sie die Corioliskraft auf den Ball, wenn der am Rand des Karussels stehende und mitbewegte Beobachter ihn dem Jungen zurückwirft.

Man kann zeigen, der Betrag der Corioliskraft von der Masse m und der Geschwindigkeit v des bewegten Gegenstandes und von der Winkelgeschwindigkeit ω des rotierenden Systems abhängt:

$$F_c = 2m\, v\, \omega.$$

Diese Beziehung gilt aber nur, wenn $\vec{v} \perp \vec{\omega}$ senkrecht zueinander sind. Die Richtung wird hingegen mit drei Fingern der rechten Hand bestimmt ("Drei-Finger-Regel"): der Daumen zeigt in Richtung der Geschwindigkeit, der Zeigefinger weist in Richtung der Winkelgeschwindigkeit, d.h. der Drehachse, so dass die Drehung in Gegenuhrzeigersinn erfolgt; dann zeigt der Mittelfinger in Richtung der Corioliskraft, welche dann immer senkrecht zu $\vec{v}$ und $\vec{\omega}$ ist.

Aufgabe 17: Focaultsches Pendel

Ein langes Fadenpendel (500 g, 10 m) wird am Nordpol ausgelenkt und von 1.8 m Höhe losgelassen. Berechnen Sie:

a) die Geschwindigkeit v und

b) die Corioliskraft F_c des Pendels beim Durchgang durch die Ruhelage. In welche Richtung wirkt sie?

c) Um welchen Winkel dreht sich die Schwingungsrichtung in einer Stunde? Skizzieren Sie die Pendelbahn der ersten 24 Stunden.

d) Sie wiederholen den Versuch am Äquator. Um welchen Winkel dreht sich die Schwingungsrichtung in einer Stunde? Skizzieren Sie die Pendelbahn!

Die Luftteilchen bewegen sich in der Atmosphäre und wir alle sind mitbewegte Beobachter. Deswegen müssen wir auch die Corioliskraft als weitere Scheinkraft berücksichtigen. Die Erde ist aber keine rotierende Scheibe, sondern eine rotierende Kugel: die Richtung eines Luftteilchens am Nordpol in Bewegung vom Nordpol weg steht senkrecht auf der Erdachse, während die Richtung eines Teilchens am Äquator in Bewegung von Äquator nach Norden parallel zur Drehachse ist. Dies bewirkt, dass die Corioliskraft auf der Erde nicht überall gleich, sondern breitenabhängig ist (wenn Sie die Aufgabe 16 (Focaultsche Pendel) erfolgreich gelöst haben, haben Sie diese Eigenschaft schon bemerkt). Wir können uns die Situation wie folgt vorstellen:

Betrachten wir einen ruhenden Mensch am Nordpol. Sobald er sich nach Süden bewegt, entfernt er sich schnell von der Erdachse. Da seine Geschwindigkeit nur eine Nord-Süd-Komponente hat, bleibt er im Vergleich zum Boden, der in West-Ost-Richtung dreht, im Rückstand. Es resultiert eine Rechtsablenkung bezüglich einer Längenkreis und der Mensch "fällt" nach rechts.
Ein bezüglich des Bodens ruhender Mensch hat am Äquator hingegen eine Drehgeschwindigkeit von etwa 1700 km/h. Sobald er einen Schritt nach Norden oder Süden macht, nähert er sich leicht an die Erdachse, was bewirkt wieder eine Rechtsablenkung wegen seiner zu höhen Drehgeschwindigkeit. Er dreht schneller als der Boden und ist praktisch im voraus. Er fällt auch in diesem Fall nach rechts, bezüglich seiner Bewegungsrichtung.

Da sich der tropische Mensch viel langsamer an die Drehachse nähert als sich der polare Mensch von ihr entfernt, ist beim Ersten der Effekt zuerst sehr klein. Er muss ziemlich weit nach Norden fahren, bis er eine leichte Rechtsblenkung erfährt. Entscheidend für die Wirkung der Corioliskraft ist nicht nur die Stärke der Geschwindigkeit, sondern auch die Bewegungsrichtung, und zwar - genau gesagt - die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Drehachse und nicht parallel dazu.

Aufgabe 18

Ein Mensch M bewegt sich auf der Erdoberfläche von der Breite α in Richtung Nordpol mit Geschwindigkeit $\vec{v}$. Zerlegen Sie den Geschwindigkeitsvektor in eine zur Drehachse parallele und eine senkrechte Komponente. Welchen formalen Betrag hat die Komponente senkrecht zur Drehachse? (Hinweis Trigonometrie.)

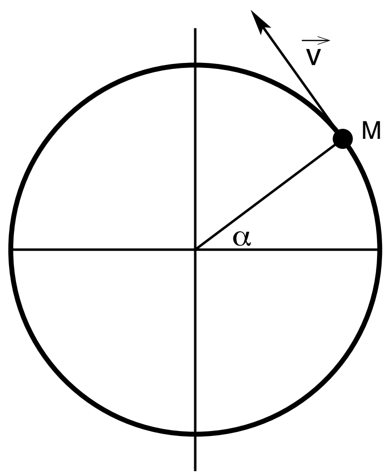


Abbildung 7: Ein Mensch M auf der Breite α bewegt sich mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ in Richtung Nordpol.

Die Corioliskraft hängt also nicht nur von der Geschwindigkeit, sondern genauer von der Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Erdachse ab. Mit Hilfe der Trigonometrie, schreiben wir formal:

$$F_c = 2m\,v\,\omega\sin\alpha.$$

Für Luftpakete heisst es, dass die Ablenkung nach rechts bezüglich der Bewegungsrichtung wegen der Erddrehung je stärker ist, desto höher die geographische Breite ist. Das ist der Grund, warum in der Nähe des Äquators keine Wirbelstürme erzeugt werden: die Corioliskraft verschwindet dort und keine Ablenkung der Luftpakete ist möglich. Die meisten entstehen zwischen dem zehnten und zwanzigsten Breitengrad, weil in den nördlicheren Regionen die Meerwassertemperatur die Mindesttemperatur von 27 Grad nicht erreicht wird. Auf einem Satellitenbild sieht man in Äquatornähe keine geordnete Struktur, sondern nur zufällige Wolkenhaufen.

Aufgabe 19

Welche Corioliskraft erfährt 1.0 kg Luft mit 100 km/h Geschwindigkeit nach Norden in den Breiten 20, 40, 60, 80 Grad? Vergleichen Sie die Werte mit den Ergebnissen der Aufgabe 8!

Aufgabe 20a

Ein Zug von 1000 t Masse fährt mit 250 km/h in einer geographischen Breite von 52 Grad nach Norden. Welche Corioliskraft erfährt er? In welche Richtung?

Aufgabe 20b

Welche zusätzliche Seitenkraft muss jedes Rad aufbringen, um den Zug in der Schiene zu halten, wenn dieser 1000 m lang ist, also aus 50 Wagen mit jeweils 4 Achsen besteht?

*Aufgabe 21

Welche seitliche Beschleunigung erfährt ein Artilleriegeschoss, welches mit 800 m/s nach Norden in einer geographischen Breite von 45° fliegt? Um wie viel verfehlt es das Ziel bei einer Flugzeit von 60 s?

2.4 Die Reibungskraft

Wenn Körper aneinander gleiten, tritt eine Reibungskraft auf, die diese Bewegung hemmt. Diese hängt von der Oberflächenbeschaffenheit der Kontaktflächen ab, wie Sie sicher schon gelernt haben. In hohen Lagen, etwa mehr als 2000 m über der Erdpbelrfläche kann man die **Reibungskraft** zwischen Erdoberfläche und Luft vernachlässigen. In Bodennähe nicht: die Bewegung der Luftteilchen wird von den Bergen, Wälder, Wasseroberflächen, usw. abgebremst. Die Reibung variiert mit der Beschaffenheit der Oberfläche (auf Meer klein, über Wald mittel, in den Bergen sehr hoch). In Allgemeinen gilt: höhere Reibung $\simeq$ geringere Windgeschwindigkeit; höhere Windgeschwindigkeit $\simeq$ geringere Reibung. Wie Sie schon in der Mechanik gelernt haben, wirkt die Reibung nämlich immer der Bewegungsrichtung entgegen.

Aufgabe 22

Nehmen Sie an, die Druckkraft sei überall gleich stark und nach rechts orientiert. Zeichnen Sie den Reibungskraftsvektor auf ein Luftpaket, das sich in den folgenden verschiedenen Situationen befindet. Zeichnen Sie die resultierende Kraft ebenfalls. Vernachlässigen Sie dabei sowohl Zentrifugal- als auch Corioliskraft.

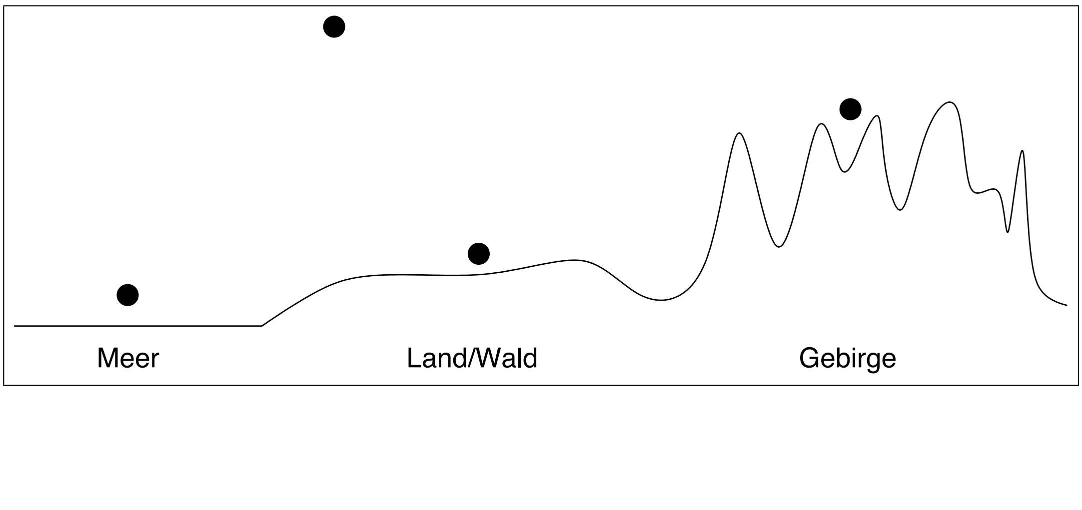


Abbildung 8: Reibungskraft auf Luftpakete über Meer, Land/Wald, Gebirge und in der freien Atmosphäre bei gleicher Druckkraft.

Test zum Kapitel 2

Aufgabe 23: Verständnis

Erklären Sie Ihrer Mutter, die von der Atmosphärenphysik nichts weiss, welche Kräfte auf ein Luftteilchen wirken und warum.

Aufgabe 24: formale Darstellung

Fassen Sie Betrag und Richtung der vier gelernten Kräfte als Kraft pro Masse zusammen (F/m, also Beschleunigung. Bei Reibung nur Richtung).

Aufgabe 25: Abschätzung der Kräfte am 31.01.2009 im Atlantik.

Berechnen Sie die Druck-, Flieh- und Corioliskraft pro Masseneinheit mit Hilfe der Aufgabe 24 im Punkt A (siehe Abbildung). Schätzen Sie dabei den Druckgradient, die Windgeschwindigkeit (schauen Sie dabei den Windpfeil im Kreis in der Nähe von A und schauen Sie die Befiederung an: jede Linie entspricht 10 Knoten Windstärke), den Krümmungsradius und die Breite ab (siehe auch Anhang A).

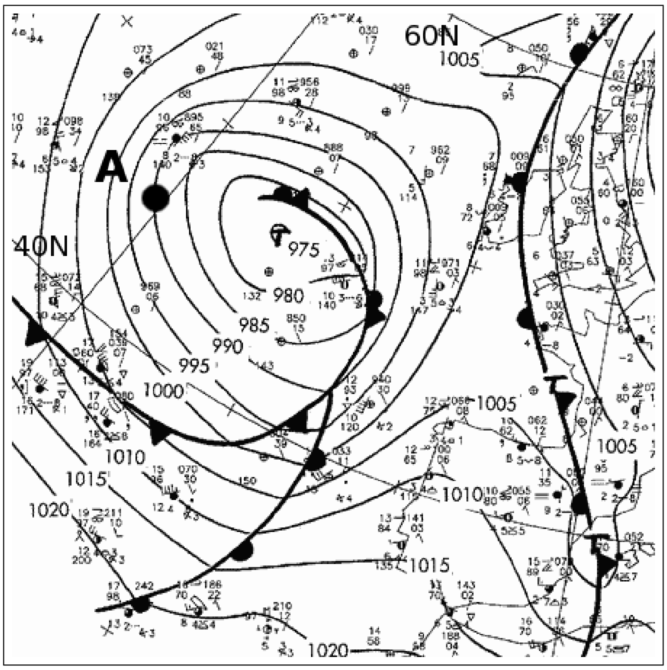


Abbildung 9: Bodenwetterkarte am 31.01.2009 (Quelle: Deutscher Wetterdienst DWD).

3 Kräfte erzeugen Wind

Im vorherigen Kapitel haben Sie gelernt, welche Kräfte auf Luftteilchen in der Atmosphäre wirken: Druck- und Flieh-, Coriolis- und Reibungskraft. Wichtig für die Luftbewegung ist aber die sogenannte resultierende Kraft, d.h. die vektorielle Summe der einzelnen Kräfte ("Pfeilsumme"), für welche, nach dem zweiten Newton'schen Gesetz, dem Aktionsprinzip gilt:

$$\vec{F}_{\text{res}} = m \cdot \vec{a} \ .$$

Wir möchten jetzt die Luftbewegung untersuchen, die entsteht, wenn nur zwei, drei oder alle Kräfte gleichzeitig wirken. Da die Druckverteilung ungleichförmig ist, gibt es immer einen Druckgradienten und deshalb wirkt die Druckkraft auf Luftteilchen immer. Auch die Corioliskraft wirkt in der Atmosphäre immer, wenn man nicht am Äquator ist und diese ist in den mittleren Breiten (Mitteleuropa) nicht vernachlässigbar klein: der Wind, der aus diesen beiden Kräften entsteht, wird geostrophischer Wind genannt.

3.1 Der Geostrophische Wind

Wir betrachten ein ruhendes Luftteilchen, das sich zwischen einem Hoch- und einem Tiefdruckgebiet befindet. Wegen des Druckgradienten wird das Teilchen von der Druckkraft in Richtung Tief beschleunigt. Sobald seine Geschwindigkeit $v > 0$ wird, beginnt auch die Corioliskraft auf das Teilchen zu wirken: es erfährt eine Ablenkung nach rechts bezüglich der anfänglichen Bewegungsrichtung und bewegt sich nicht mehr in Richtung Tief, sondern ein wenig schräg. Steigt die Geschwindigkeit wegen der Druckkraft weiter, so wird seine Richtung noch mehr verändert, weil die Corioliskraft proportional zur Geschwindigkeit ist und das Teilchen bewegt sich noch mehr schräg bezüglich der "Hoch-Tief" Achse. Wichtig dabei ist, dass ein Teil der Corioliskraft gegen der Druckkraft wirkt und diese immer weniger Wirkung hat. Dieser Effekt ist in einem Kräfteplan am besten sichtbar:

Aufgabe 26: Kräfteplan

Die Abbildung 10 stellt das anfänglich ruhende Luftteilchen in vier verschiedenen Zeitpunkten dar. Zeichnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}$, die Druckkraft $\vec{F_p}$ und die Corioliskraft $\vec{F_c}$ als Pfeile massstäblich korrekt ein. Beantworten Sie dabei folgende Fragen: Ändert sich die Druckkraft? Ändert sich die Corioliskraft? Wie stehen Geschwindigkeit und Corioliskraft zueinander?

Aufgabe 27

Im Punkt 4 herrscht ein Kräftegleichgewicht zwischen Druck- und Corioliskraft. Wie gross ist dann die Beschleunigung des Luftteilchens? Wie ist seine Bewegung bezüglich der Isobaren? Fassen Sie das Kräftegleichgewicht formal zusammen.

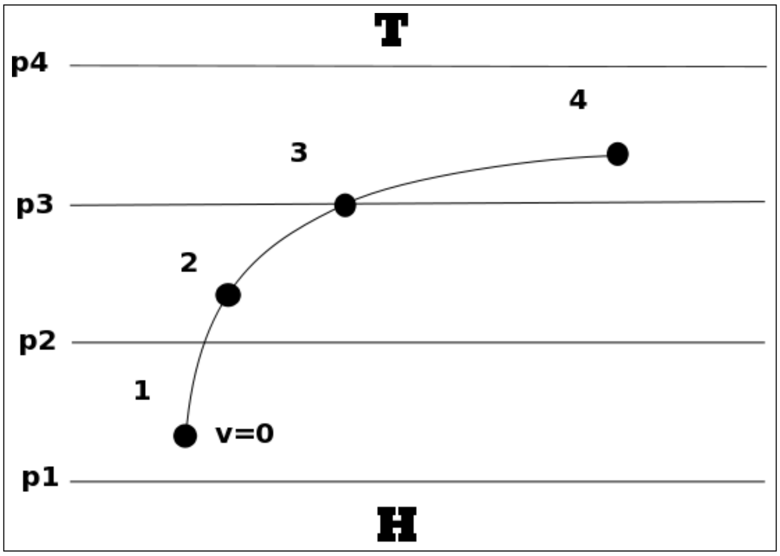


Abbildung 10: Ein anfänglich ruhendes Teilchen befindet sich zwischen einem Tief- und einem Hochdruckgebiet. Die dünne schwarze Kurve entspricht dem zurückgelegten Weg, die vier dünnen Geraden den Isobaren beim Druck $p_1, ..., p_4$.

Aufgabe 28

Finden Sie aus dem formalen Ausdruck des Kräftegleichgewichtes einen formalen Ausdruck für die Windgeschwindigkeit.

Aufgabe 29

Analysieren Sie die formale Lösung für die Windgeschwindigkeit der Aufgabe 28. Welche Grössen sind konstant und welche nicht? Wie kann man erreichen, dass der Wind sehr stark oder sehr schwach wird?

Das Resultat ist überraschend! Bei geradlinigen Luftströmungen, bei denen keine Zentrifugalkraft auftritt, bewegen sich die Luftteilchen den Isobaren entlang, mit einer Geschwindigkeit, die vom Druckgradient in der Region abhängt. Je höher der Gradient, d.h. je dichter sind die Isobaren aneinander, desto höher ist die Geschwindigkeit. In diesem Zustand sind Coriolis- und Druckkraft im Gleichgewicht, die resultierende Kraft verschwindet und die Geschwindigkeit ist konstant. Mit diesem Resultat sind Sie jetzt in der Lage, die Windgeschwindigkeit bei geradlinigen Strömungen in einer Wetterkarte abzuschätzen!

Aufgabe 30: Kräfteplan

Zeichnen Sie die Kraftvektoren $\vec{F_c}$ und $\vec{F_p}$ und den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ bei der folgenden Druckverteilung in den drei ausgewählten Punkten qualitativ, aber masstäblich korrekt ein. (Vernachlässigen Sie die Krümmung der Isobaren. Passen Sie auf: der Druckgradient ist nicht überall gleich!)

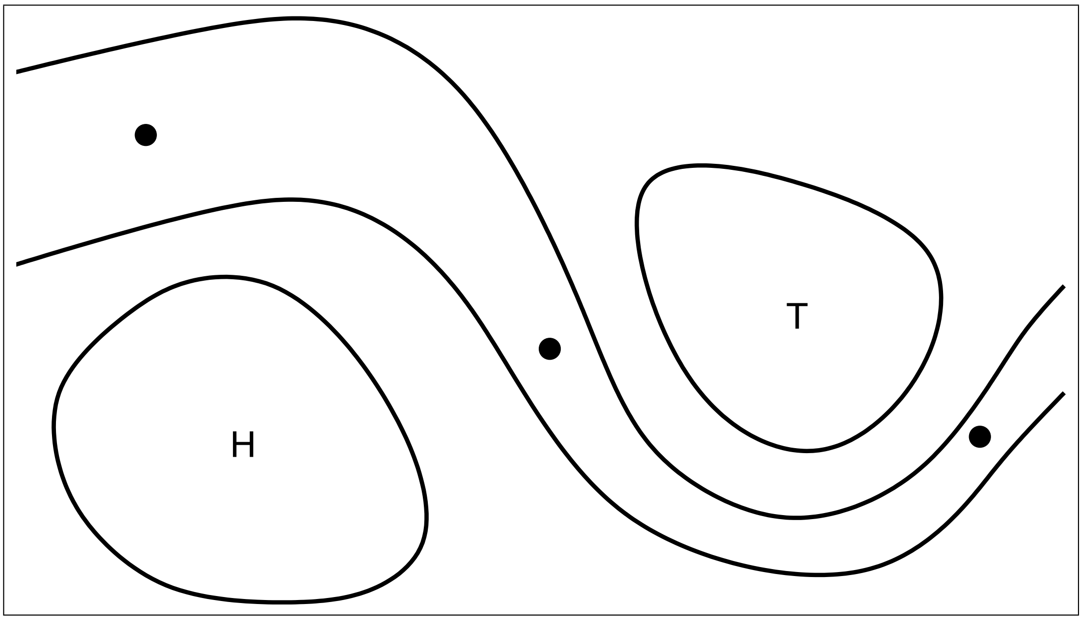


Abbildung 11: Die Corioliskraft wirkt immer nach rechts bezüglich der Bewegungsirchtung, die Druckkraft senkrecht zu den Isobaren von Hoch nach Tief. Erinnerung: je stärker der Druckgradient, also je näher aneinander die Isobaren sind, desto grösser ist der Druckgradient und deshalb auch die Corioliskraft und die Windgeschwindigkeit.

Aufgabe 31

Finden Sie die Windgeschwindigkeit in den ausgewählten Regionen A und B der nächsten Abbildung 12. Schätzen Sie dabei den Druckgradient und die Breite ab, Luftdichte ρ und Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung ω sind Ihnen schon bekannt. Vergleichen Sie Ihr Resultat mit den Stationsmeldungen in der Region (Hinweis: Anhänge A und B).

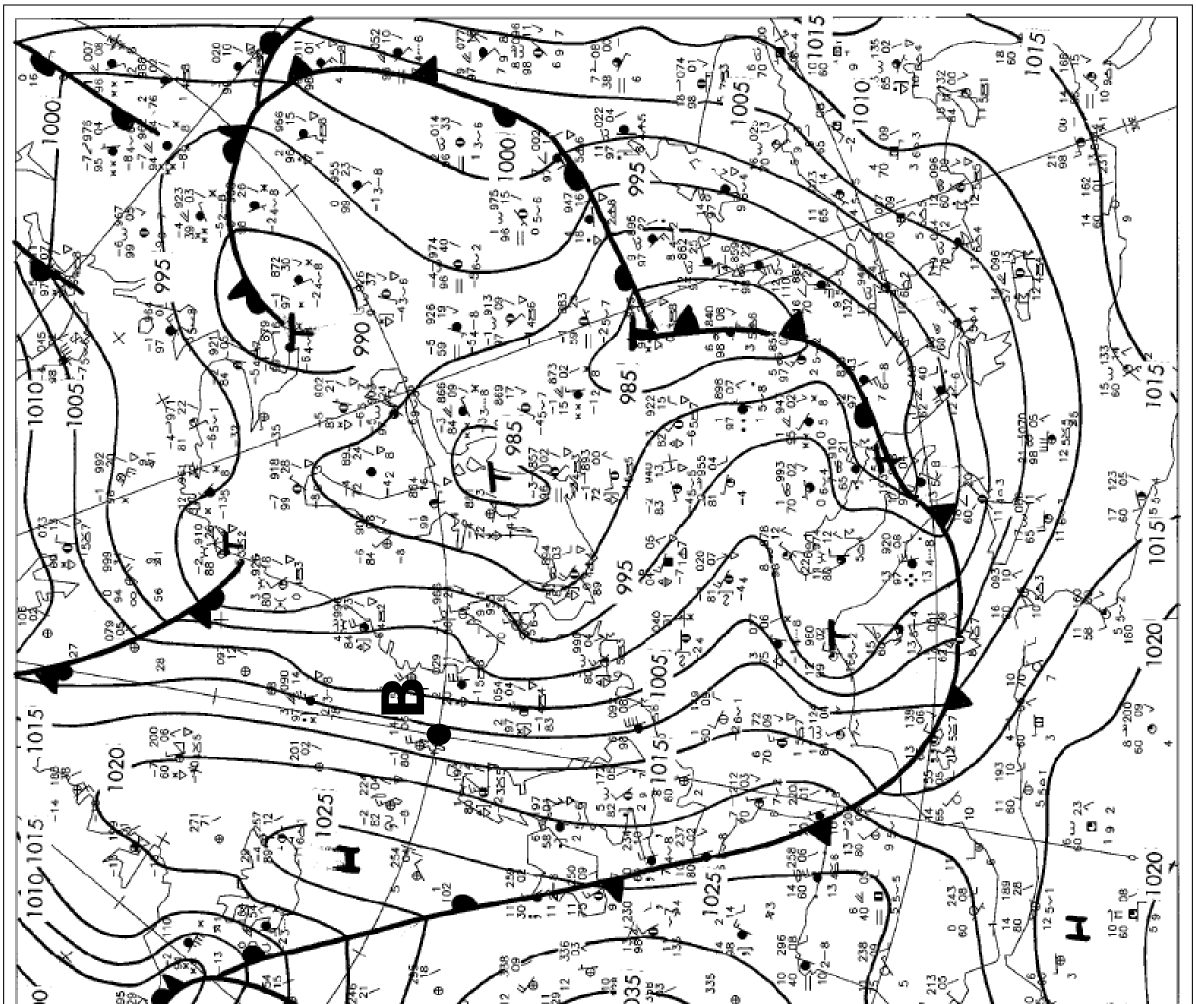


Abbildung 12: Bodenwetterkarte vom 22 November 2008 über Ostatlantik und Europa (Quelle: Deutscher Wetterdienst DWD).

3.2 Der Gradientenwind

Sie haben gerade gelernt, dass der Geostrophische Wind den Isobaren entlang strömt. Die Isobaren sind aber im Allgemeinen nicht geradlinig, wie man in der Abbildung 12 leicht sieht, und die Vernachlässigung der Zentrifugalkraft ist deshalb in den meisten Fällen nicht ganz korrekt. Im nächsten Schritt ist nicht nur $\vec{F}_p$ und $\vec{F}_c$ sondern auch $\vec{F}_z$, die Zentrifugalkraft, zu berücksichtigen: der Wind, der daraus ensteht, wird Gradientenwind genannt.

Aufgabe 32: Wo liegen Hoch und Tiefdruckgebiete?

In der Aufgabe 26 haben Sie die Entstehung des geostrophischen Windes mit einem Kräfteplan konstruiert. Auf welcher Seite liegen dann Tief- und Hochdruckgebiete bezüglich der Windrichtung? In welchen Uhrzeigersinn dreht der Wind wenn die Isobaren gekrümmt sind, bezüglich einem Hoch und einem Tief? (Hinweis: Schauen Sie die Abbildung 11 an.)

Erinnerung: Im vorherigen Kapitel haben Sie gesehen, dass die Zentrifugalkraft immer nach "aussen" wirkt, mit einem Betrag von $m \cdot v^2/r$, wobei hier v der Windgeschwindigkeit und r dem Krümmunsgradius der Isobaren entsprechen.

Aufgabe 33: Richtung der $\vec{F}_z$

Zeichnen Sie den Vektor der Zentrifugalkraft $\vec{F}_z$ in den drei gewählten Punkten qualitativ korrekt ein.

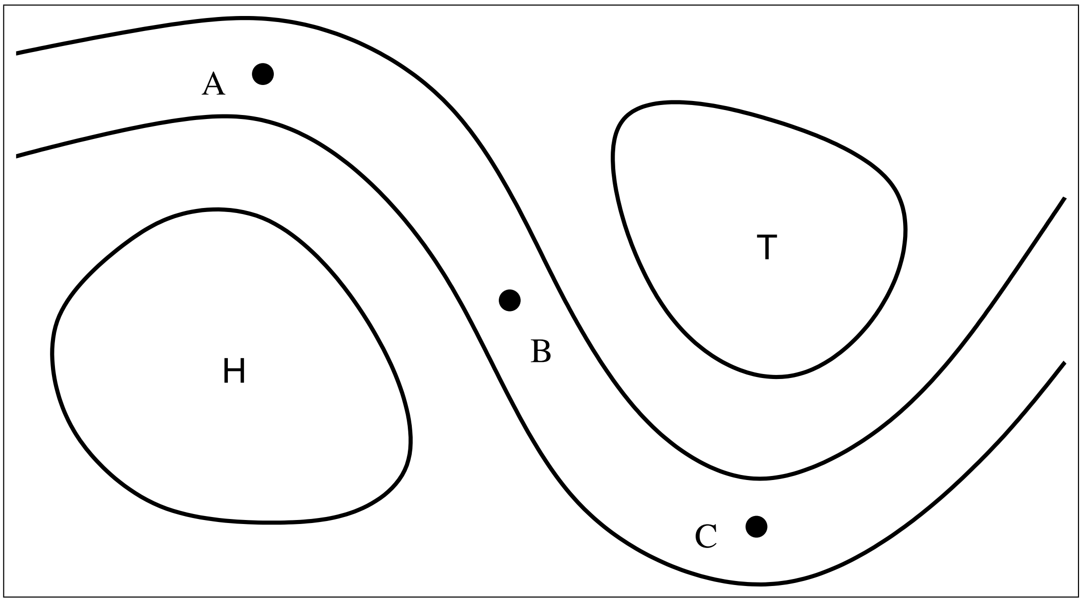


Abbildung 13: Abbildung zur Aufgabe 33.

In der Aufgabe 32 haben Sie gelernt, dass der Wind um Hochdruckgebiete in Uhrzeiger- und um Tiefdruckgebiete in Gegenuhrzeigersinn weht. Zusätzlich wissen Sie, dass die Druckkraft senkrecht zu den Isobaren vom Hoch zu Tief gerichtet und die Corioliskraft genau entgegengerichtet sind (Aufgaben 26-31). Dies bewirkt, dass um Hochdruckgebiete die Fliehkraft parallel zur Druckkraft und um Tiefdruckgebieten parallel zur Corioliskraft ist. Wieder wenden wir einen Kräfteplan an:

Aufgabe 34: Kräfteplan

Zeichnen Sie die Vektoren der Druck-, Coriolis- und der Zentrifugalkraft in den drei gewählten Punkten der folgenden Abbildung massstäblich korrekt ein. Hinweis: weil die Windgeschwindigkeit nicht unbegrenzt wachsen kann, muss es auch in diesem Fall zu einem Kräftegleichgewicht kommen!

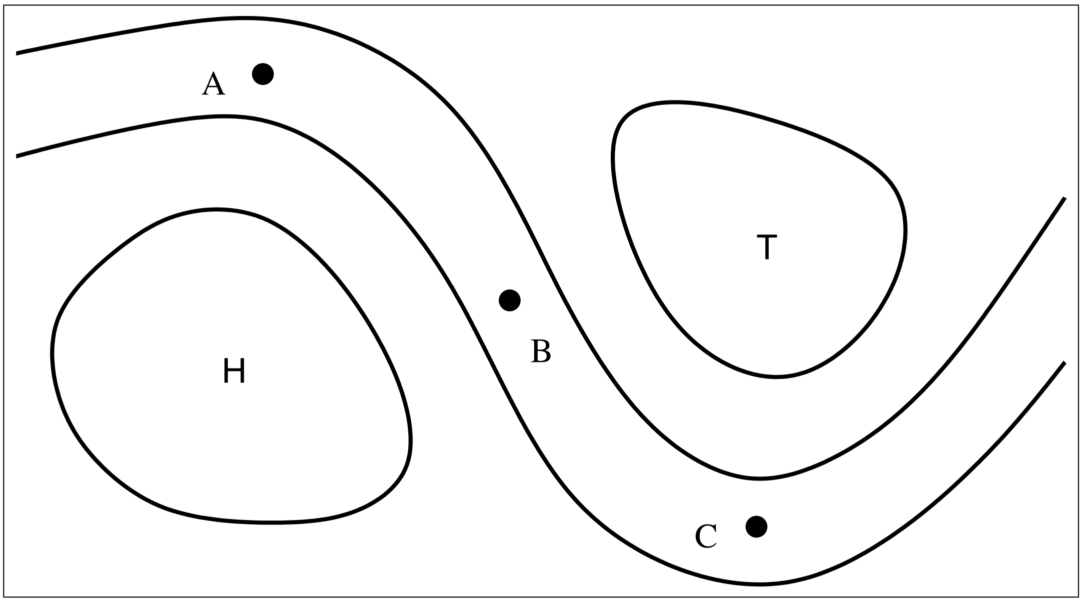


Abbildung 14: Abbildung zur Aufgabe 34.

Aufgabe 35

Wo ist die Windgeschwindigkeit bei gleichem Druckgradient und gleichem Krümmungsradius am grössten, bei Tief- oder Hochdruckgebieten oder dazwischen? Hinweis: welche Kräfte hängen von der Geschwindigkeit ab? Wie sind diese in den drei verschiedenen Punkten gerichtet?

Im ersten Fall (Tiefdruck) halten sich Druckkraft auf der einen Seite und die Summe aus Coriolis- und Zentrifugalkraft auf der anderen Seite das Gleichgewicht. Bei vorgegebenem Druckgradient ist also weniger Corioliskraft als im geostrophischen Fall nötig, um zu einem Kräftegleichgewicht zu kommen und der resultierende Gradientenwind um Tiefdruckgebiete ist schwächer als der geostrophische Wind, da $F_c \propto v$ ist. Im zweiten Fall (Hochdruck) unterstützt die Zentrifugalkraft die Druckkraft. Damit muss zur Erhaltung des Gleichgewichtes eine stärkere Coriolisablenkung wirken, was nur durch höhere Windgeschwindigkeiten erreicht werden kann. Der resultierende Gradientewind ist deshalb um Hochdruckgebiete stärker als der geostrophische Wind.

Aufgabe 36: Bewegungsgleichungen

Stellen Sie das zu den Punkten A und C der vorherigen Abbildung das entsprechende Kräftegleichgewicht mathematisch dar (als F/m, also Beschleunigung). Wie heissen diese Gleichungen in der Mathematik, wenn Sie die Geschwindigkeit v als Unbekannte ansehen?

*Aufgabe 37: Formal rechnen

Schreiben Sie die zwei quadratischen Gleichungen der Aufgabe 36 in Normalform mit v als Unbekannte und lösen Sie sie, wie Sie die Lösung von quadratischen Gleichungen in der Mathematik gelernt haben. Die Parameter r, α, ω sind immer positiv und $\Delta p/\Delta x$ ist hingegen immer negativ (Druckabnahme pro km).

*Aufgabe 38

In der Aufgabe 37 haben Sie zwei Lösungen für die Windgeschwindigkeit um Tiefdruckgebiete und zwei für Hochdruckgebiete hergeleitet. In der Natur tritt nur jeweils eine auf. Welche? Begründen Sie! (Hinweis: der Druckgradient $\Delta p/\Delta x$ ist immer negativ, ω, α und r immer positiv)

*Aufgabe 39: Berechnung des Gradientenwinds

Die folgende Abbildung stellt die Druckverteilung am 7. November 2009 um 06 Uhr über dem Ostatlantik und Westeuropa dar.

a) Schätzen Sie die Breite α und den Druckgradient $\Delta p/\Delta x$ für die Regionen A, B und C und den Krümmungsradius der Isobaren für A und C ab.

b) Berechnen Sie mit Hilfe der Aufgabe 37 die Windgeschwindigkeit des Gradientenwindes in den Regionen A und C.

c) Berechnen Sie die Windgeschwindigkeit des geostrophischen Windes in A, B und C.

d) Vergleichen Sie die Ergebnisse von b) und c) mit den Wettermeldungen in der Regionen A, B und C. Ist der Unterschied zwischen Gradienten- und geostrophischem Wind wesentlich?

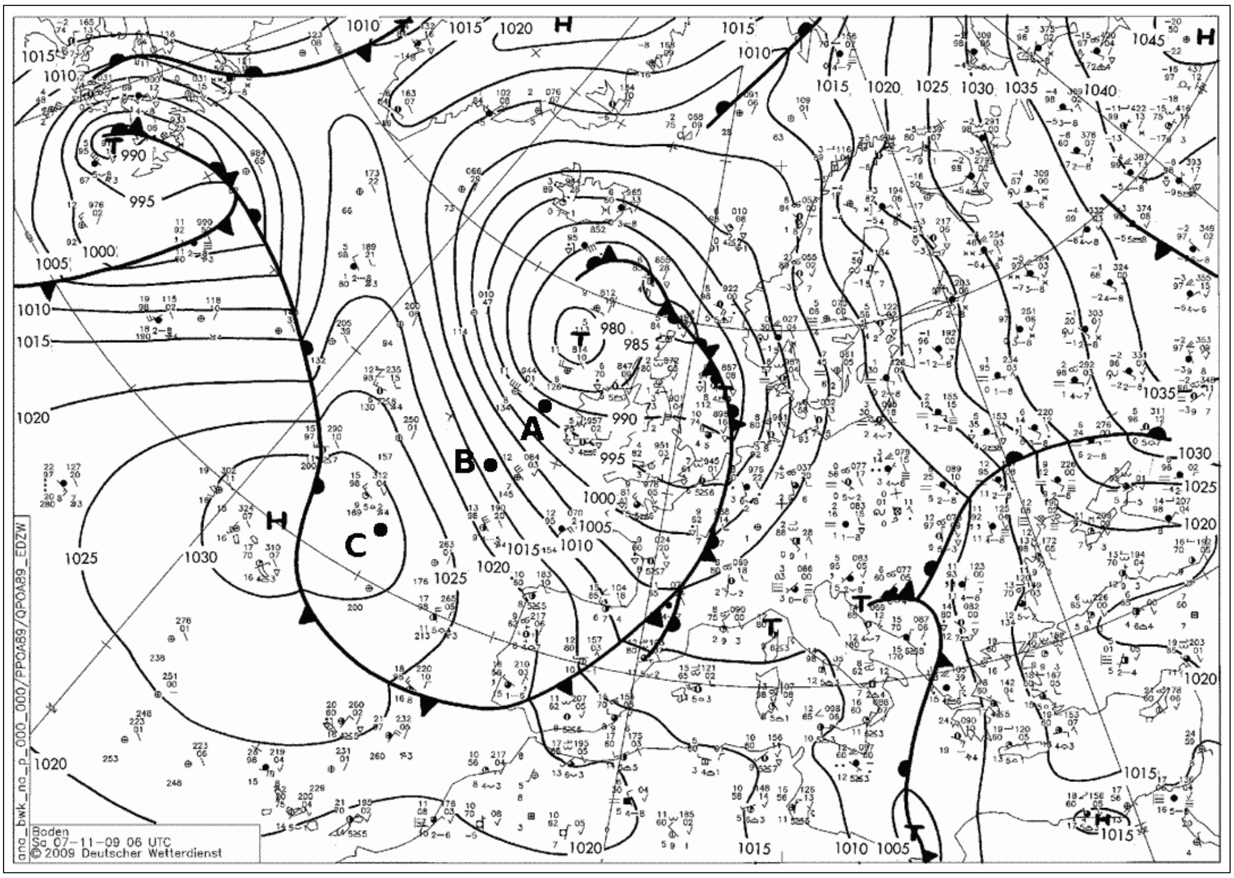


Abbildung 15: Druckverteilung am 7 November 2009 über Westeuropa (Quelle: Deutscher Wetterdienst DWD).

3.3 Der Gradientenwind mit Reibung

Bis jetzt wurde die Reibungskraft nicht berücksichtigt, was für die hohe Atmosphäre (mehr als 2000 m über der Erdoberfläche) eine sehr gute Näherung ist. In Bodennähe (unter 2000 m) wird aber die Luftbewegung von der Erdkruste durch Reibung abgeschwächt und lässt sich nicht mehr vernachlässigen. Wie oft in der Mechanik ist diese Kraft der Geschwindigkeit entgegengerichtet und je grösser desto rauer die Oberfläche. Demzufolge wird bei gleicher Druckkraft die Windgeschwindigkeit kleiner und deshalb auch die Corioliskraft. Um einen Gleichgewichtszustand zu erreichen ist nun die Richtung des Windvektors nicht mehr parallel zu den Isobaren. Dieser Effekt ist über Gebirgslandschaften grösser als über Wäldern und ist über dem Meer am kleinsten (siehe auch Aufgabe 22).

Aufgabe 40: Kräfteplan

Gegeben ist die Lage der Hoch- und Tiefdruckgebiete und die Windgeschwindigkeit des geostrophischen Windes mit Reibung in einer Region dazwischen. Rekonstruieren Sie den Kräfteplan massstäblich korrekt (weil die Isobaren gerade sind, verschwindet hier die Zentrifugalkraft $\vec{F}_z$).

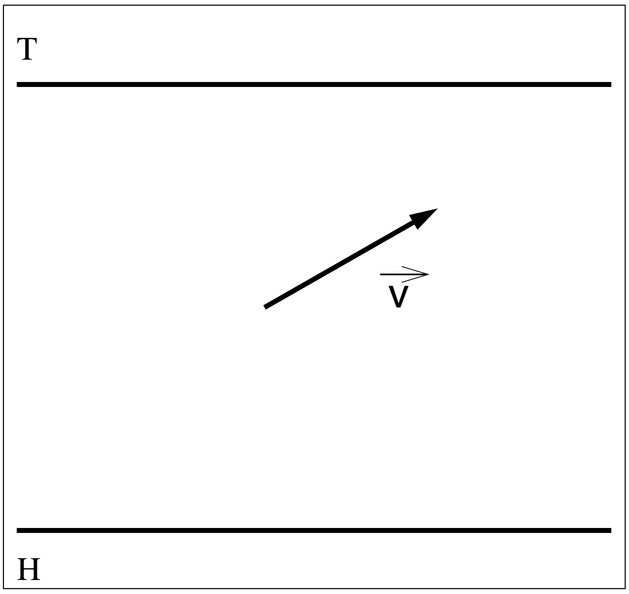


Abbildung 16: Abbildung zur Aufgabe 39

Die durch Reibung vernichtete kinetische Energie wird durch die Arbeit der Druckkraft wieder hergestellt, da sich die Luftteilchen dem Tiefdruckgebiet nähern und "Kraft mal Strecke in Kraftrichtung" der mechanischen Arbeit entspricht. In Bodennähe strömt also der Wind spiralförmig in ein Tiefdruckgebiet hinein, aus Hochdruckgebieten entsprechend heraus und die Windvektoren sind nicht parallel zu den Isobaren. Mit Berücksichtigung der Reibungskraft wird tatsächlich Luft von Regionen mit höherem Druck zu Regionen mit tieferem transportiert: man erreicht also einen Ausgleich der Druckdifferenzen, der mit dem Gradienten- oder geostrophischem Wind nicht möglich ist.

Test zum Kapitel 3 (Aufgabe 41)

Teilaufgabe a): Verständnis

Erklären Sie Ihrem kleinen Bruder, wie der Wind entsteht und wie die Luftteilchen sich in der Atmosphäre bewegen.

Teilaufgabe b): Verständnis

Erklären Sie ihm weiter, warum es sogar drei Definitionen von Wind gibt und inwiefern sie sich unterscheiden.

Teilaufgabe c): Anwendung

Ordnen Sie die Punkte A-F nach ihrer Windgeschwindigkeit. Berücksichtigen Sie dabei Druck-, Zentrifugal-, Coriolis-, und Reibungskraft und entscheiden Sie in jedem Punkt, ob der Geostrophische, der Gradienten- oder der Gradientenwind mit Reibung jeweils eine gute Näherung in diesem Punkt ist. Begründen Sie.

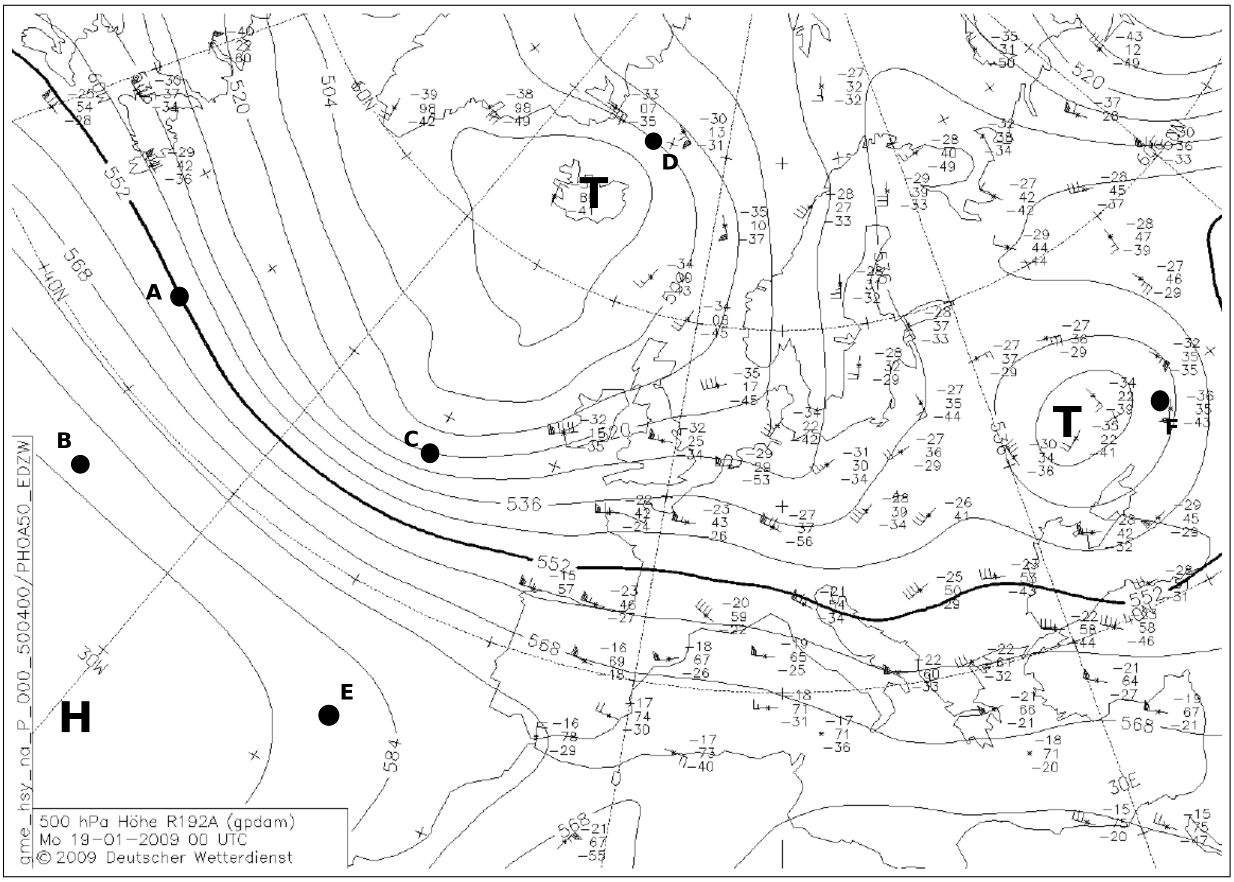


Abbildung 17: Druckverteilung am Montag 19 Januar 2009 über Westeuropa (Quelle: Deutscher Wetterdienst DWD).

4 Luftmassen

Wenn zwei Luftmassen verschiedenen Ursprungs zusammentreffen, sind diese wegen der sehr unterschiedlichen Eigenschaften wie Temperatur, Feuchtigkeit, Windrichtung usw. durch eine im Allgemeinen scharf markierte Kontaktfläche voneinander getrennt. Diese Trennfläche wird als Front bezeichnet. Diese wird in eine Bodenwetterkarte mit verschiedenen Farben eingezeichnet, je nach Eigenschaften.

4.1 Fronten

Jeder weiss, dass die Luft in den Polargebieten sehr kalt ist und dass die Luft in den Tropen sehr warm ist. Diese Luftmassen bilden ein grosses Kaltluft- und Warmluftreservoir in der Erdatmosphäre. Bei der Bewegung kalter Polarluft nach Süden und warmer Tropenluft nach Norden kommt es zu einem Kontakt, welcher Polarfront genannt ist und dies ist die Ausgangslage für die Entwicklung von Zyklonen, die das Wetter das ganze Jahr über Europa beeinflüssen.
Von besonderer Bedeutung für das europäische Wetter sind die Tiefdruckgebiete, die auf verschiedenen Zugstrassen, vom Atlantik kommend, das Festland erreichen. Ziel der nächsten Aufgabe ist es, den Werdegang und die Entwicklung eines Zyklons schematisch kennenzulernen.

Aufgabe 42: Enststehung und Entwicklung von Zyklonen

Die sieben Lebensphasen eines Zyklons und die entsprechenden Diagramme sind auf den nächsten Seiten dargestellt. Leider wurden sie versehentlich in einer falschen zeitlichen Reihenfolge zusammengestellt. Ihre Aufgabe ist es, zu jedem Text das passende Diagrammm zu finden und am Ende die richtige zeitliche Entwicklung zusammenzustellen (Text und Diagramm).

- a Die Kaltluft drängt weiter vor, indem sie sich keilförmig unter die Warmluft schiebt. Diese weicht nach oben aus und erzeugt ein Tief. Kalt- und Warmfront bilden sich jetzt aus.

- b Am Boden bleibt nur noch der restliche Kaltluftwirbel, der sich bald auflöst. Die neue Frontlinie stabilisiert sich wieder.

- c Die Katfront schliesst zur Warmfront (genannt Okklusion) auf und unterwandert die Warmluft völlig.

- d Die Warmluft ihrerseits versucht nun, ins Tief einzuströmen. Dabei rückt die Warmfront vor und überlagert die zurückweichende Kaltluft.

- e Entlang einer Frontlinie stehen sich Warm- und Kaltlufmassen gegenüber. Die Luftmassen vermischen sich wegen ihrer unterschiedlichen Dichte und Feuchtigkeit nicht.

- f Die Kaltluft mit ihrer höheren Dichte drückt den Frontenverlauf an einer Stelle ein, die Front wird nun wellenförmig verbogen.

- g Die Kaltfront bewegt sich durchschnittlich doppelt so schnell wie die vorauslaufende Warmluft.

(Hinweis: Textanfang e, Anfangsabbildung 5).

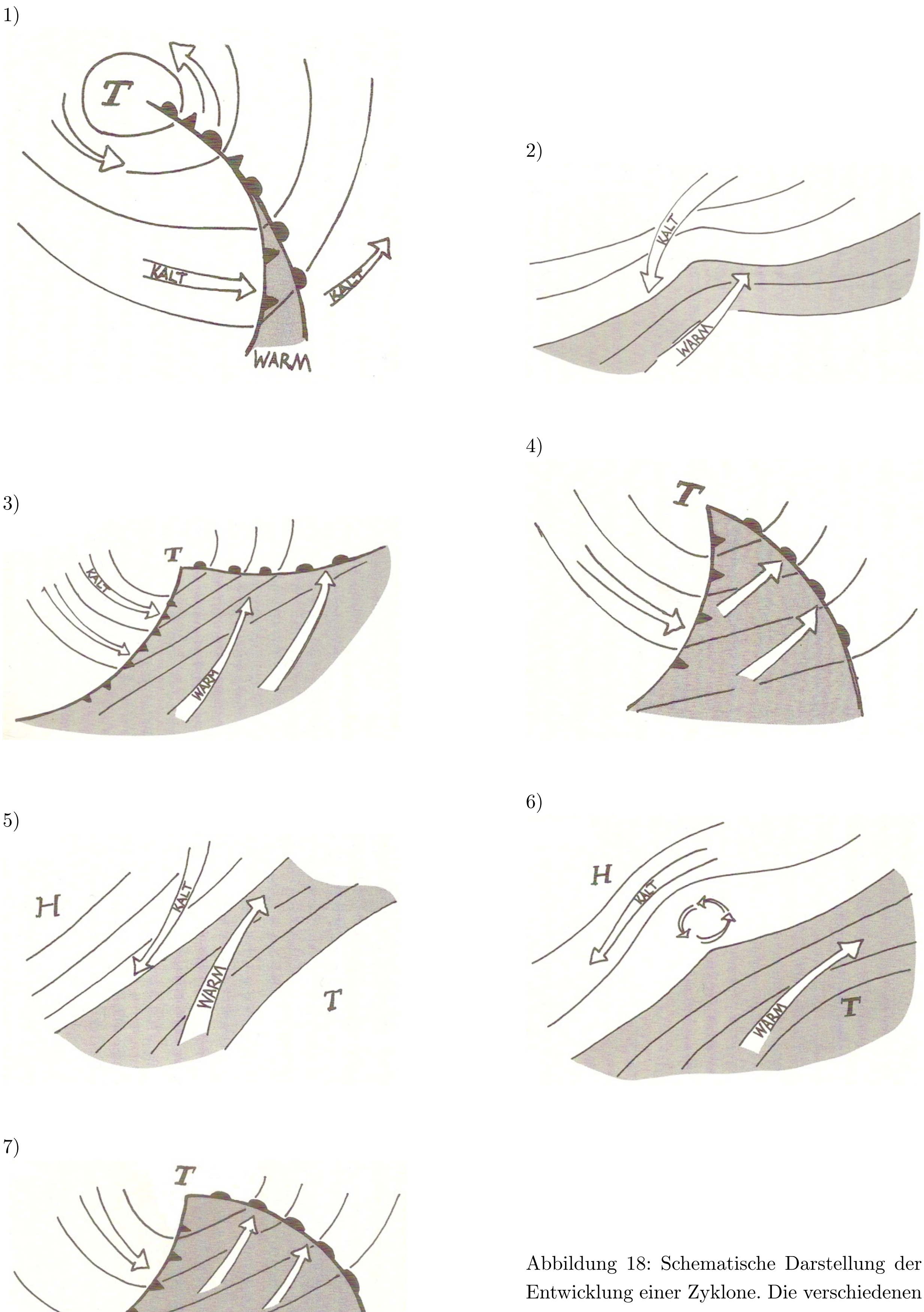


Abbildung 18: Schematische Darstellung der Entwicklung einer Zyklone. Die verschiedenen Schritte wurden versehentlich in einer falschen Reihenfolge zusammengestellt [Aus Suter B. und C. Rohrer, 1982].

4.2 Querprofil beim Frontduchgang

Kräfte, Winde, Lebensphasen eines Zyklons helfen uns die Dynamik der Wettersysteme ein wenig zu verstehen. Aber was soll man erwarten, wenn ein erwachsener Zyklon am einem Ort durchgeht?

- Bei einer Kaltfront verdrängt die kältere Luft die wärmere Luft am Boden. Da kalte Luft eine höhere Dichte als warme Luft hat, gleitet sie immer erst in den untersten Schichten der Atmosphäre und hebt die Letztere ohne Mühe auf. Die warme und feuchte Luft kondensiert rasch wegen der schnellen Abkühlung mit der Höhe und es bilden sich starke Niederschläge und Gewitter. Beim Kaltfrontdurchgang sinkt die Temperatur, steigt der Druck wegen der höheren Dichte und man beobachtet eine Intensivierung und eine Drehung des Windes von SW auf NW (vgl. Abbildung 16.3/4/7) . Das Wetter nach Frontdurchgang: windig, kühl, häufig Regenschauer je nach Jahreszeit.

- Bei einem Warmfrontdurchgang handelt es sich um Warmluft, die auf die bestehende Kaltluft aufgleitet. Wegen der tieferen Dichte, kommt diese Luft erstens in die Höhe und nur einige Stunden später zum Boden. Für die Warmluft ist es schwierig, die dichtere Kaltluft zu verdrängen, gleitet daher über die kalte Luft, steigt langsam und kondensiert. Aus diesem Grund bildet sich vor der Warmfront ein mehrere hundert Kilometer breiter Wolkenschirm mit immer dichteren und tieferen Wolken, aus dem langanhaltende Niederschläge fallen. Die Warmfront ist deshalb langsamer und wird in der letzten Lebensphase des Zyklons von der Kaltfront eingeholt. Der Warmfront folgt ein Sektor mit Warmluft und Aufheiterung (der sog. "Warmsektor"), bevor die zum Tiefdrucksystem gehörende Kaltfront (vgl. Abbildung 16.1) zum Kaltlufteinbruch und zu Wetterverschlechterung führt. Typische Beobachtungen beim Warmfrontdurchgang sind eine Temperaturzunahme, ein langsam fallender Druck, schwache Winde aus SW und Schleierwolken, die immer dichter werden.

Aufgabe 43: Frontdurchgang

Die Abbildung 19 auf der nächsten Seite stellt die Wettererscheinungen beim Durchgang einer Warm- und Kaltfront schematisch dar. Studieren Sie die Abbildung und:

- Zeichnen Sie in blau eine Zunahme des Druck und eine Abnahme der Temperatur, in rot einen Druckabfall und eine Temperaturzunahme nach.
- Kennzeichnen Sie in grün die Region mit Niederschlägen.
- Zeichnen Sie in braun eine Windrehung und eine Änderung der Windintensität nach.

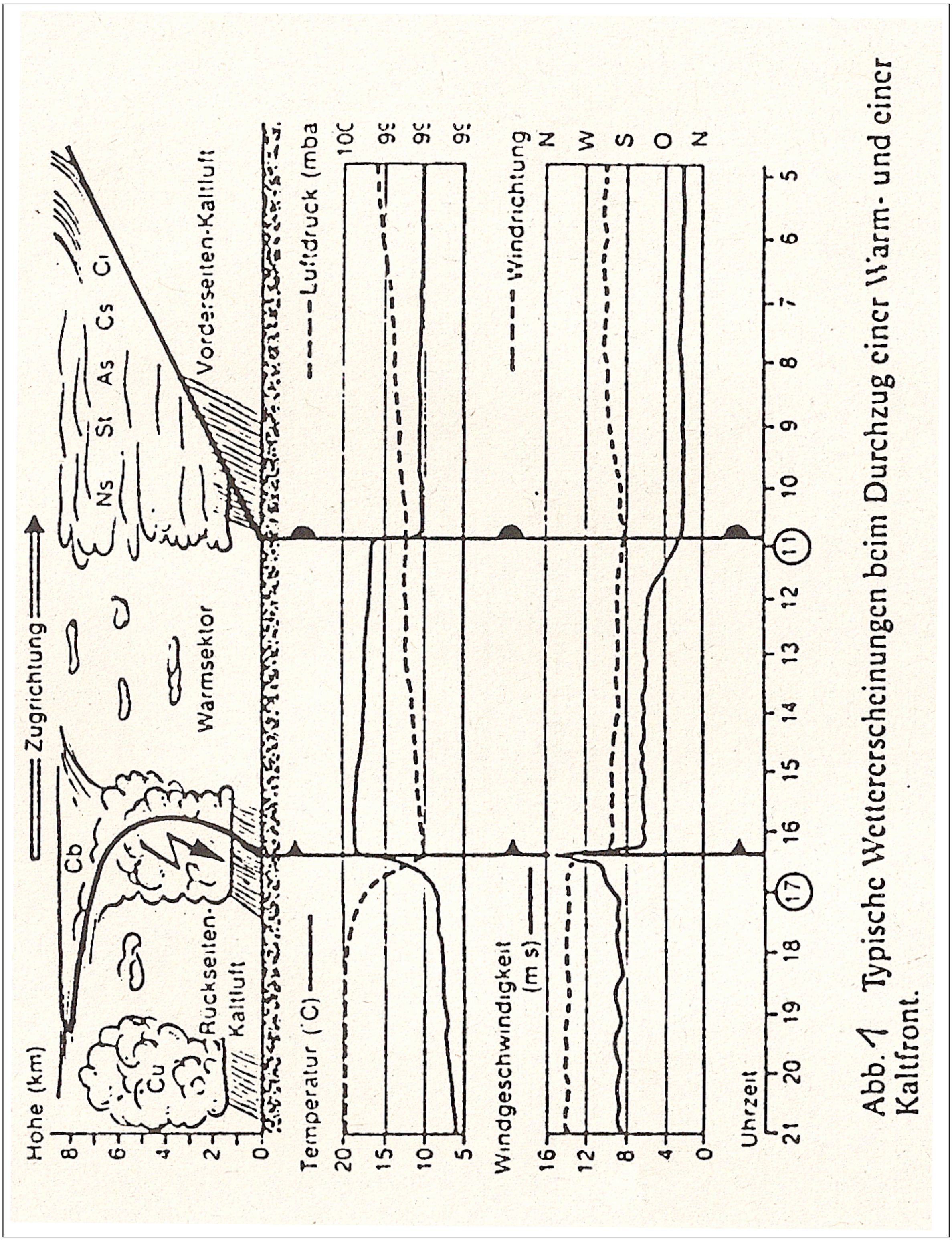


Abbildung 19: Typische Wettereschcheinungen beim Durchgang einer Warm- und einer Kaltfront [Aus der Vorlesung "Atmosphärenphysik II", ETH Zürich, 1999].

Test zu Kapitel 4: (Aufgabe 44) Eine eigene Wetterkarte!

Erstellen Sie Ihre eigene Bodenwetterkarte für den 23. Januar 2009. Ziel ist es, dass Sie in der Lage sind, eine Wetterkarte wie auf dem Deckblatt zu zeichnen. Auf der beiliegenden Karte des deutschen Wetterdienstes (am besten auf A3-Papier) sind zu einem festgesetzten Zeitpunkt durch Messungen und Beobachtungen gewonnene Wetterdaten wie Wind, Druck, Temperatur, Taupunkt, Niederschlag, und Druckänderung vieler Beobachtungsstellen auf einen Blick überschaubar dargestellt. Die beiliegende Tabelle hilft Ihnen, die Symbole zu interpretieren (Siehe Anhang B).

1. Bestimmen Sie die Lage von Hoch- und Tiefdruckgebieten. Suchen Sie dabei die Wetterstationen, die ein isoliertes Druckmaximum oder -minimum aufweisen. Beschriften Sie diese mit "H" für Hochdruck und "T" für Tiefdruck. Der Druck wird mit 3 Ziffern angegeben. Wenn der Druck höher als 1000 hPa ist, dann werden die ersten 2 Ziffer weggelassen: 023 $\simeq$ 1002.3 hPa, 255 $\simeq$ 1025.5 hPa. Wenn der Druck weniger als 1000 hPa beträgt, dann wird die erste Ziffer weggelassen: 761 $\simeq$ 976.1 hPa, 960 $\simeq$ 996.0 hPa. Die Angabe ist im Normalfall eindeutig, da der Druck in unseren Breiten fast zu 99% zwischen 950 und 1050 hPa liegt.

2. Finden Sie, wo die 1000 hPa Isobare durchgeht, und zeichnen Sie sie in die Karte ein.

3. Zeichnen Sie noch die Isobaren im Bereich von 950 hPa - 1050 hPa in 10 hPa-Schritten ein.

Sie sollten jetzt vor Ihnen die Druckverteilung am Boden haben. In den nächsten Schritten werden Sie die Karte zusätzlich mit Fronten und Regengebieten ergänzen.

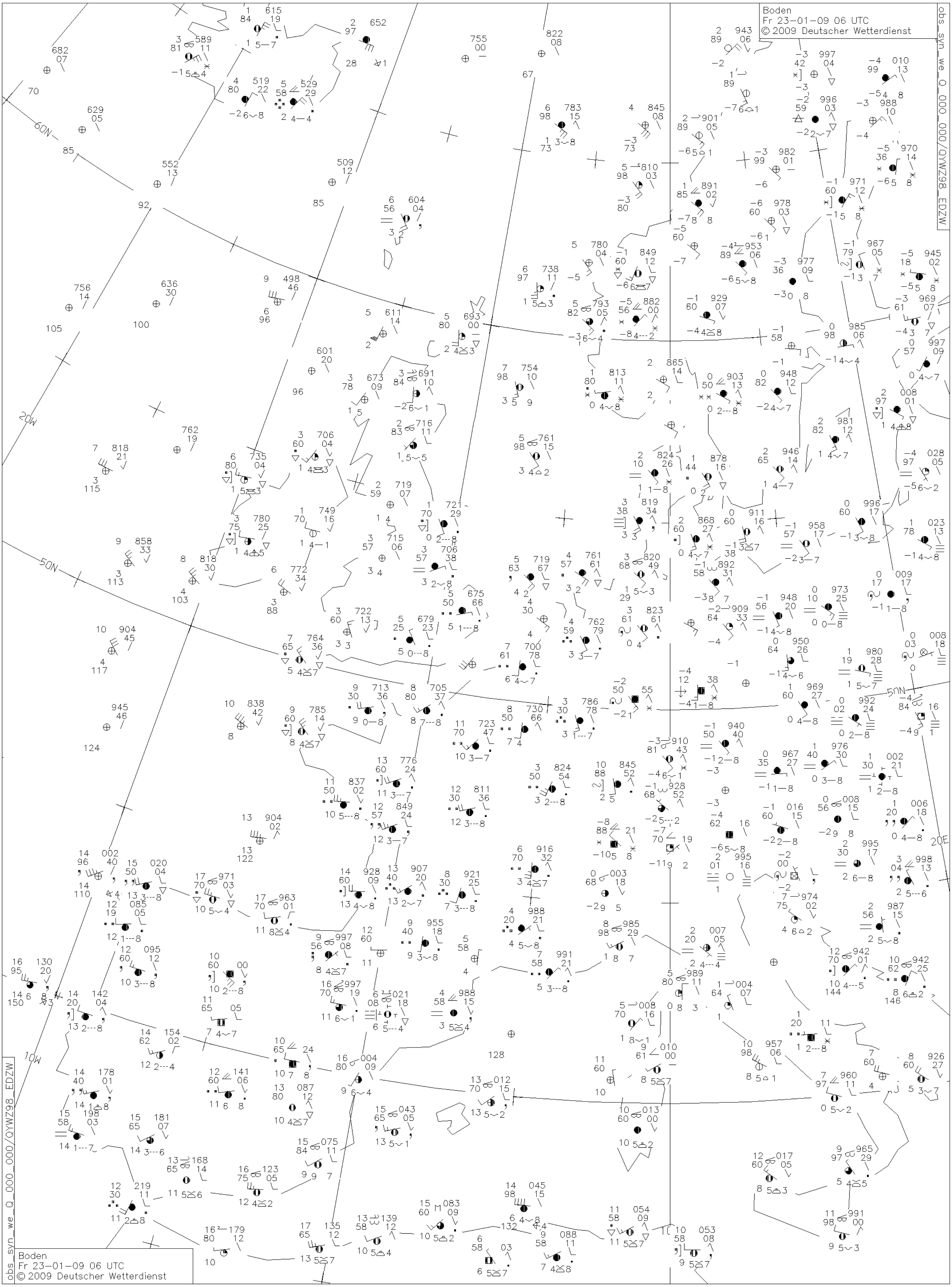
4. Für jede Station wird nun eine Druckänderunganalyse durchgeführt. Ist der Druckabfall in der letzten 3 Stunden $>$ 1 hPa wird die Station mit einem roten Strich versehen, ist er $>$ 2 hPa mit zwei Strichen, etc. Handelt es sich um einen Druckanstieg, wird jede Station mit blauen Strichen markiert.

5. Bestimmen Sie die Lage der Fronten. Verwenden Sie dazu die Temperaturänderungen, die Luftdruckänderungen und die Änderungen der Windrichtungen und Geschwindigkeit, die typischerweise mit einer Front verbunden sind (siehe auch Abb. 19)

6. * Entscheiden Sie, um welchen Typ einer Front es sich handelt und zeichnen Sie diese in die Karte ein (Kaltfront in blau, Warmfront in rot). Bestimmen Sie, wie sie sich entlang des Druckgradienten weiterbewegt.

7. * Zeichnen Sie die Regionen mit kontinuierlichem Regen als grüne Umrisse in die Karte ein. Wo befinden sich diese typischerweise in Bezug auf die Front?

8. * Vergleichen Sie Ihre Karte mit der schematischen Darstellung der Wettererscheinungen beim Frontdurchgang (Aufgabe 8).


Boden
Fr 23-01-09 06 UTC
© 2009 Deutscher Wetterdienst
obs_syn_we_Q_000_000/QYWZ98_EDZW
60N
50N
20W
10W
20E

5 Typische Wetterlagen im Alpenraum

Broschüre erhältlich hier: *http://www.meteoschweiz.admin.ch/teasers/de/services/typische_ wetterlagen.Related.0001.DownloadFile.tmp/download.pdf*

Einige der im Alpenraum auftretenden Wetterlagen zeichnen sich durch ein typisches, immer etwa ähnliches Erscheinungsbild aus: bei den Strömungslagen herrscht eine eindeutige Windströmung von einer gewissen Stärke, Ausdehnung und Dauer. Je nach Windrichtung entstehen durch den Einfluss der Alpen ganz spezifische Wetterlagen mit starken regionalen Unterschieden.

Wir können unter sechs verschiedenen Wetterlagen unterscheiden:

- Westwind
- Bise
- Südföhn
- Nordföhn
- Hoch
- Flache Druckverteilung

Aufgabe 45

Informieren Sie sich anhand der Broschüre "Typische Wetterlagen im Alpenraum", die von Meteoschweiz publiziert wurde, über die Merkmale jeder Wetterlage und fassen Sie sie kurz zusammen. Wie ist das Wetter in Zürich, Genf und in Lugano in den verschiedenen Fällen?

Aufgabe 46

Im Anhang C finden Sie sechs verschiedene Wettersituationen der letzten Jahren. Versuchen Sie jeweils die richtigen Wetterlagen zuzuordnen. Welche sind die wichtigsten Parameter, die Sie angeschaut haben, um den Entscheid zu treffen?

6 Modellvorhersage

Auch wenn die Gesetze, die die Wetterentwicklung bestimmen, schon seit etwa 200 Jahre bekannt sind (Kräfte (Kapitel 3), Massenerhaltung und einige Gesetze der Thermodynamik wie die Idealgasgleichung), ist deren Lösung praktisch unmöglich. Warum? Es ist undenkbar für jedes einzelnen Luftteilchen Gleichungen aufzustellen, die dessen Bewegung bestimmen, und diese zu lösen. Das Problem? Es gibt Milliarden von Milliarden von Milliarden Luftteilchen in der Atmosphäre....

Aufgabe 47: Wie viele Luftteilchen gibt es in einem m^3?

Wie viele Teilchen enthält 1.0 m^3 Luft auf der Erdoberfläche bei Normaldruck und -temperatur?

Wegen dieser sehr, sehr grossen Teilchenanzahl ist das Lösen sämtlicher Gleichungen unmöglich. Das ist der Grund, warum es auch unmöglich ist, das genaue Wetter in zwei Jahren, Monaten oder auch Wochen zu wissen und warum nur kurzfristige Simulationen der Wetterentwicklung möglich sind. Um dieses Problem zu beheben, hat man die folgende Strategie entwickelt:

- Die Grundgleichungen werden vereinfacht, ohne das wesentliche zu verlieren.

- Die Anfangsdaten werden mit Hilfen von Satellitenbildern, Flugzeugen, Schiffen und Wetterstationen gesammelt.

- Man wendet sogenannte numerische Methoden an, die es ermöglichen aus den bekannten Anfangsdaten in sehr kleinen Zeitintervallen unter Berücksichtigung der vereinfachten Grundgleichungen die Bewegung einiger Luftpakete zu berechnen, wobei ein Luftpaket einer Menge Teilchen mit ähnlichen Eigenschaften entspricht.

- Dank Supercomputern werden alle Rechnungen für die Vorhersage rechtzeitig abgeschlossen. Die Vorhersage von Donnerstag auf Samstag muss vor Samstag zur Verfügung stehen!

- Je leistungsfähiger der Supercomputer, desto mehr Luftpakete können berücksichtigt werden und desto mehr Tage enthält die Vorhersage.

Als Beispiel sind für eine zehntägige Vorhersage der ganzen Welt etwa 120'000'000 Gleichungssystemen zu lösen, was 20'000'000'000'000 Rechnungen entsprechen. Heutzutage braucht ein Supercomputer etwa 3 Stunden um diese Rechnungen abzuschliessen und die Vorhersage zu liefern. Als Vergleich würde eine Million gut ausgebilteter Mathematiker, 24 Stunden pro Tag eingestellt mit einer Leistung von 1 Rechnung pro 5 Sekunde, nach 3 Jahren das Resultat in den Händen haben!

Wegen der obengenannten Vereinfachungen ist es aber bis heute unmöglich die 100 % sichere Entwicklung zu kennen, was viele Leuten nicht wissen. Sie zeigen dem Meteorologen nur die **wahrscheinlichste** Wetterentwicklung. Solche Vorhersagen werden normalerweise alle 6 Stunden durchgeführt. Man hat also durchgehend die Möglichkeit, einen Wetterbericht zu bestätigen oder diesen zu verändern oder erweitern.

In Abbildung 20 sind Vorhersage und Beobachtung einer meteorologischen Grösse (zum Beispiel Temperatur) zu sehen. Die Abweichung (der Fehler) zwischen Modell und Beobachtung nimmt mit der Simulationszeit zu. Der Tag, bis zu dem das Modell zuverlässig ist, ist unterschiedlich. Er verschiebt sich je nachdem, ob die Atmosphäre ruhig oder chaotisch ist: im ersten Fall sind die obigen Vereinfachungen eine gute Näherung, im zweiten Fall eher nicht. Dank seiner Erfahrung und dem Vergleich mit darauffolgenden Modell-outputs kann der Meteorologe die Zuverlässigkeit der Vorhersage einschätzen und den bestmöglichen Wetterbericht verfassen.

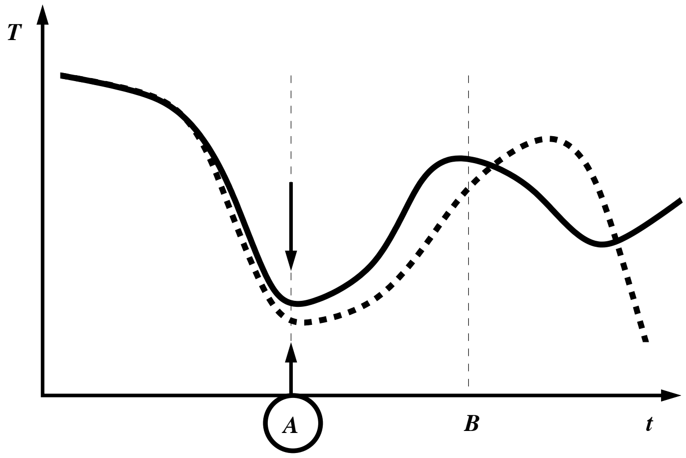


Abbildung 20: Vorhersage (gestrichelt) und Beobachtung (durchgezogen) einer meteorologischen Grösse (hier Temperatur T). Die Abweichung (der Fehler) zwischen dem Modell und der Beobachtung nimmt mit der Simulationszeit zu. Bis zu Tag A stimmen Modell und Beobachtung gut überein, zwischen Tag A und Tag B zeigt es eine richtige Tendenz, nach Tag B hat die Vorhersage keinen Wert.

Im nächsten Abschnitt werden wir Modellvorhersagen näher kennenlernen, indem wir das Konzept der numerischen Methoden auf ein einfaches Ihnen bekanntes Beispiel anwenden. Sie werden dann ihre erste Computersimulation rechnen und graphisch darstellen können!

6.1 Ein Algorithmus für alle Bewegungen

In der Kinematik haben Sie die gleichmässig beschleunigte Bewegung kennengelernt, bei der die folgenden Zusammenhänge gelten:

$$v(t) = a \cdot t + v_0$$

$$s(t) = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

wobei s Ort, v Geschwindigkeit, a die konstante Beschleunigung, s_0 die Anfangsposition und v_0 die Anfangsgeschwindigkeit bei einer eindimensionalen Bewegung sind. Im Alltag entsprechen diese Formeln nur selten der Realität, zum Beispiel bei Reibung auf einer schiefen Ebene oder bei einer konstant ziehenden Kraft. Normalerweise ist eine Bewegung gar nicht gleichmässig beschleunigt. Nach dem Newton'schen Aktionsprinzip ($F = m \cdot a$) ist a proportional zur Kraft, die z.B. von der Auslenkung einer Feder oder von der Geschwindigkeit eines Autos im Fall des Luftwiderstandes abhängt. Sehr selten kann man mit komplizierteren Rechnungen (Integralrechnung) eine exakte Lösung einer Bewegung im Fall einer nicht konstanten Kraft finden. Wenn sich die Kraft in Abhängigkeit von vielen Parametern ändert, kann keine exakte Lösung der Bewegung als Funktion der Zeit gefunden werden.

In diesem Fall wird ein relativ einfaches Konzept angewendet, das ähnlich ist zu den Vereinfachungen, die bei Wettermodellen gemacht werden: die Zeit wird in sehr kleine Intervalle Δt unterteilt (sagen wir n Intervalle) und man vereinfacht die Aufgabe, indem man eine konstante Kraft (also Beschleunigung) in jedem Zeitintervall annimmt. Da ein Intervall sehr klein ist (0.01 s zum Beispiel) hofft man, dass der Fehler bei dieser Annahme klein bleibt, was in den meisten Fällen erfüllt ist. Falls dies nicht der Fall ist, wird es z.B. mit noch kleineren Zeitintervallen versucht. Mit Hilfe von vorgegebenen Anfangswerten (s_0, v_0, a_0) werden dann mit den obigen Gleichungen Ort s_1, Geschwindigkeit v_1 und Beschleunigung a_1 am Ende des ersten Zeitintervalls Δt berechnet. Diese sind dann die Anfangswerte, um Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung am Ende des zweiten Intervalls zu berechnen, usw. Am Ende des Verfahrens, also nach der Zeit $n \cdot \Delta t$ (man sagt "nach n Zeitschritten") kennt man den Endort, die Endgeschwindigkeit und die Endbeschleunigung. Diese sind selbstverständlich Näherungen, aber entsprechen ziemlich genau der Realität, wenn der Zeitschritt richtig gewählt wird.

Als Beispiel betrachten wir mit diesem Konzept die Bewegung einer an einer Feder hängenden Masse. Aus dem bekannten Hooke'schen Gesetz $F_f = -D \cdot s$ (mit Minus, da die Federkraft F_f der Auslenkung s entgegengerichtet ist) gilt im Gleichgewichtszustand:

$$F_g = m \cdot g = -D \cdot s = F_f \qquad \Longrightarrow \qquad g = -\tfrac{D \cdot s}{m} \; .$$

Wenn man die Masse zusätzlich um einige Zentimeter (x) über die Gleichgewichtslage anhebt und loslässt, beginnt die Masse zu schwingen. Dann gilt für die Beschleunigung der schwingenden Masse:

$$F_{res} = F_f = -D \cdot x = m \cdot a \qquad \Longrightarrow \qquad a = -\tfrac{D \cdot x}{m}$$

wobei hier x der Auslenkung bezüglich der Gleichgewichtslage entspricht und sich ständig ändert. Als Beispiel rechnen wir x, v, und a am Ende des ersten Zeitintervalls $\Delta t = 0.01$ s für den Fall $m = 1$ kg, $D = 10$ N/m, Anfangsauslenkung $x_0 = 0.1$ m und Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$.

Zur Zeit $t_0 = 0$ s gilt:

$$x(t_0) = x_0 = 0.1 \text{ m}$$

$$v(t_0) = v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$a(t_0) = a_0 = -\tfrac{D \cdot x_0}{m} = -\tfrac{10\,\text{N/m} \cdot 0.1\,\text{m}}{1\,\text{kg}} = -1 \text{ m/s}^2$$

Zur Zeit $t_1 = 0.01$ s (also nach einem Zeitintervall Δt) gilt wegen der Bewegungsgleichungen für die beschleunigte Bewegung:

$$x_1 = \tfrac{1}{2} a_0 \cdot \Delta t^2 + v_0 \cdot \Delta t + x_0 = \tfrac{-1\,\text{m}}{2\,\text{s}^2} \cdot (0.01\,\text{s})^2 + 0 \text{ m} + 0.1 \text{ m} = 0.09995 \text{ m}$$

$v_1 = a_0 \cdot \Delta t + v_0 = -1\,\mathrm{m/s}^2 \cdot 0.01\,\mathrm{s} + 0$ m/s = -0.01 m/s

$a_1 = -\frac{D \cdot x_0}{m} = -\frac{10\,\mathrm{N/m} \cdot 0.1\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{kg}} = -1$ m/s^2

wobei x_0, v_0, a_0 die Anfangswerte und $\Delta t = 0.01$ s sind.

Zur Zeit $t_2 = 0.02\,\mathrm{s}$ (also nach insgesamt zwei Zeitintervallen Δt) gilt:

$x_2 = \frac{1}{2} a_1 \cdot \Delta t^2 + v_1 \cdot \Delta t + x_1 = ...$

$v_2 = a_1 \cdot \Delta t + v_1 = ...$

$a_2 = -\frac{D \cdot x_1}{m} = ...$

wobei x_1, v_1, a_1 die Endwerte des ersten Schritts und $\Delta t = 0.01$ s sind.

Nach n Zeitintervallen betragen also die Werte:

$$x_n = \frac{1}{2} a_{n-1} \cdot \Delta t^2 + v_{n-1} \cdot \Delta t + x_{n-1} \quad (1)$$

$$v_n = a_{n-1} \cdot \Delta t + v_{n-1} \quad (2)$$

$$a_n = -\frac{D \cdot x_{n-1}}{m} \quad (3)$$

Aufgabe 48: Eigene Simulation durch Rechnen

Rechnen Sie jetzt selber Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung der hängenden Masse am Ende des zweiten und des dritten Zeitschritts aus!

Mit Δt= 0.01 s müssen 2000 Schritte berechnet werden, um 20 Sekunden Bewegung zu simulieren. Da dies ziemlich langweilig sein könnte, übergeben wir die Aufgabe einem Computer. Das Problem kann ziemlich schnell mit Excel gelöst werden: Jede Zeile entspricht einem Zeitintervall, mit absoluter Zeit in der ersten Kolonne, Auslenkung in der zweiten, Geschwindigkeit in der dritten und Beschleunigung in der vierten.

Aufgabe 49: Eigene Simulation mit Ti-89

Auch Ihr Taschenrechner TI-89 kann ebenfalls für Sie die Bewegung der an einer Feder hängenden Masse berechnen. Gehen Sie wie folgt vor:

1. Mode $\longrightarrow$ Graph $\longrightarrow$ Sequence
2. Y-Editor: Tippen Sie die drei Gleichungen (1)-(3) ein. Da auf dem TI-89 kein Index x_n für $x_1, x_2, x_3, ...$ erlaubt ist, schreibt man den Index n in Klammern. Zusätzlich benutzen wir die Variablen $u1$, $u2$ und $u3$ statt s, v und a und $ui1$, $ui2$ und $ui3$ (”i” heisst hier ”initial”, ”Anfangswert”) für die Anfangsbedingungen s_0, v_0 und a_0. Die drei obigen Gleichungen werden dann:

   $u1(n) = u1(n-1) + u2(n-1) \cdot t + u3(n-1)/2 \cdot t^2$
   $ui1 = 0.1$

   $u2(n) = u2(n-1) + u3(n-1) \cdot t$
   $ui2 = 0$

   $u3(n) = -D/m \cdot u1(n-1)$
   $ui3 = -D/m \cdot 0.1$

3. Wählen Sie mit F4 die Funktion, die Sie einzeichnen möchten: Sie können die Auslenkung $u1$, die Geschwindigkeit $u2$ oder die Beschleunigung $u3$ in Funktion der Zeit zeichnen lassen. Der Stil (bold, dotted, ...) kann mit F6 gewählt werden.

4. Mit WINDOW passen Sie die Intervalle auf der $x-$ und $y-$Achse ein. Der Parameter n entspricht der Anzahl Zeitschritte, die Sie rechnen möchten (Wieviele Δt sollen berechnet werden?).

5. Drücken Sie die Home-Taste: Sie müssen noch Werte zu den Grössen m (Masse), D (Federkonstante), t (Zeitintervall) vergeben: Mit m ’STO’ 1 wählen Sie 1 kg als Masse, D ’STO’ 10 für 10 N/m, und t ’STO’ 0.01 für 0.01 s.

   Zeichnen Sie alle drei Funktionen einmal ein, spielen Sie mit WINDOW und mit n. Dann gehen Sie weiter...

6. * Wie lange dauert eine Schwingung? Lesen Sie den Wert graphisch ab! Vergleichen Sie ihn mit dem theoretischen Wert von 1.987 s. Wie gross ist der Fehler in Prozent, den Sie bei dieser Simulation machen?

7. * Wie ändert sich die Schwingungsdauer, wenn sich D ändert? Nimmt sie zu oder ab? Und wenn Sie m ändern?

8. * Fassen Sie einige Messwerte zusammen und finden Sie eine passende Funktion $T(D, M)$.

Die letzte Aufgabe hat Ihnen ein Gefühl gegeben, wie eine Modellvorhersage hergestellt werden kann. Man braucht Gleichungen, die die Bewegung beschreiben, Vereinfachungen, die diese Gleichungen für einen Rechner tauglich machen und einen Computer, der Schritt für Schritt die Entwicklung der Bewegung (Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung) ausrechnet. Im Fall der Atmosphäre übernehmen die Luftteilchen/Luftpakete die Rolle der an der Feder hängenden und schwingenden Masse. Es gibt aber viel, viel mehr Luftteilchen und diese wechselwirken untereinander: die Gleichungen sind deshalb viele mehr, die Vereinfachungen auch und es braucht mehr Computer-Power. Das Konzept bleibt aber gleich.

6.2 Beispiel eines Modelloutputs

Im Anhang D finden Sie eine 7-tägige Modellvorhersage des europäischen Modells ECMWF (*www.ecmwf.int*) von Montag, dem 2. (Tag der Anfangsdaten) bis Montag, dem 9. Februar 2009.

Aufgabe 50

Die Diagramme der Vorhersage wurden versehentlich in einer falschen Reihenfolge zusammengestellt. Nur das erste und das letzte Diagramm befinden sich am richtigen Ort. Schneiden Sie die verschiedene Diagramme aus und stellen Sie sie in die richtige zeitliche Reihenfolge zusammen.

Aufgabe 51

Versuchen Sie die Wetterentwicklung zu visualisieren. Vergleichen Sie die verschiedenen Wetterlagen mit den typischen Wetterlagen im Alpenraum (Kap. 5), um eine Vorhersage für das Wochenende in Zürich und in Lugano herzustellen.

7 Links

Bei Interesse findet man im Internet sehr viele Modelloutputs, die täglich aktualisiert werden:

- ECMWF Model (EU): *http://www.wetterzentrale.de/topkarten/fsecmeur.html*
- GFS Model (USA): *http://www.wetterzentrale.de/topkarten/fsavneur.html*
- COSMO Meteoschweiz: *http://www.meteoschweiz.admin.ch/web/de/wetter/modelle/Vorhersagen.html*

Eine Sammlung befindet sich auch auf *http://www.westwind.ch*

8 Literatur und Bildquellen

- Liljequist, G. u. K. C. 2006. Allgemeine Meteorologie. Springer Verlag.
- Suter B. und C. Rohrer, 1982. Wetter, Bausteine für das Werken. Verlag des Schweizerischen Vereins für Handarbeit und Schulreform SVHS.
- Deutscher Wetterdienst (*http://www.dwd.de*)
- Meteoschweiz (*http://www.meteoschweiz.ch*)
- Leitprogramm der ETH "Kreisbewegung" (*http://www.educ.ethz.ch/unt/um/phy/me/kreis/kreis.pdf*)

A Wie schätzt man Abstände ab?

Um Abstände auf einer Karte vernünftig abzuschätzen, benutzt man eine Eigenschaft der Breitenkreise (die Kreise, welche parallel zur Äquatorebene mit konstanter geographischen Breite verlaufen). Weil der Abstand zwischen Äquator und Nordpol $2\pi R_E/4$ beträgt, wobei R_E dem Erdradius entspricht, gilt für den Abstand zweier Breitenkreise mit einem Breitenunterschied von 1°:

$$\Delta h = \frac{2\pi R_E}{4\cdot 90} = \frac{2\pi\cdot 6370\,\mathrm{km}}{4\cdot 90} \sim 110 \text{ km}/1°$$

Um einen Abstand zwischen den Punkten A und B auf einer Wetterkarte abzuschätzen (siehe Abbildung unten), wird er zuerst auf einen Längenkreis übertragen. Zweitens schätzt man welchem Breitenunterschied der übertragene Abstand entspricht und das Resultat wird mit 110 km/1° multipliziert.

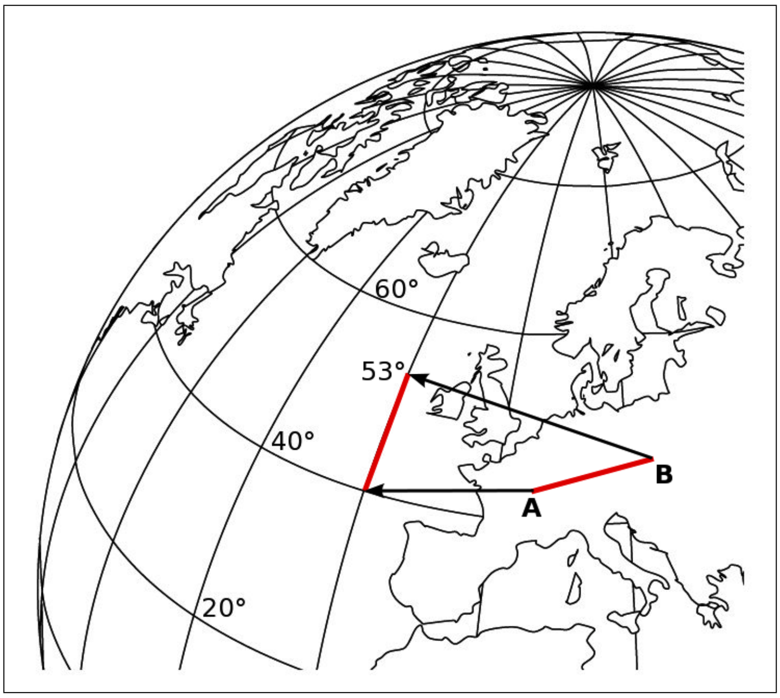


Abbildung 21: Quelle: *http://www.freeusandworldmaps.com*

Im Beispiel der Abbildung ergibt sich:

$$\Delta s \simeq \Delta\alpha \cdot \Delta h = (53° - 40°)\cdot 110 \text{ km}/1° \simeq 1400 \text{ km}$$

B Eine eigene Wetterkarte - Wetterkartensymbole

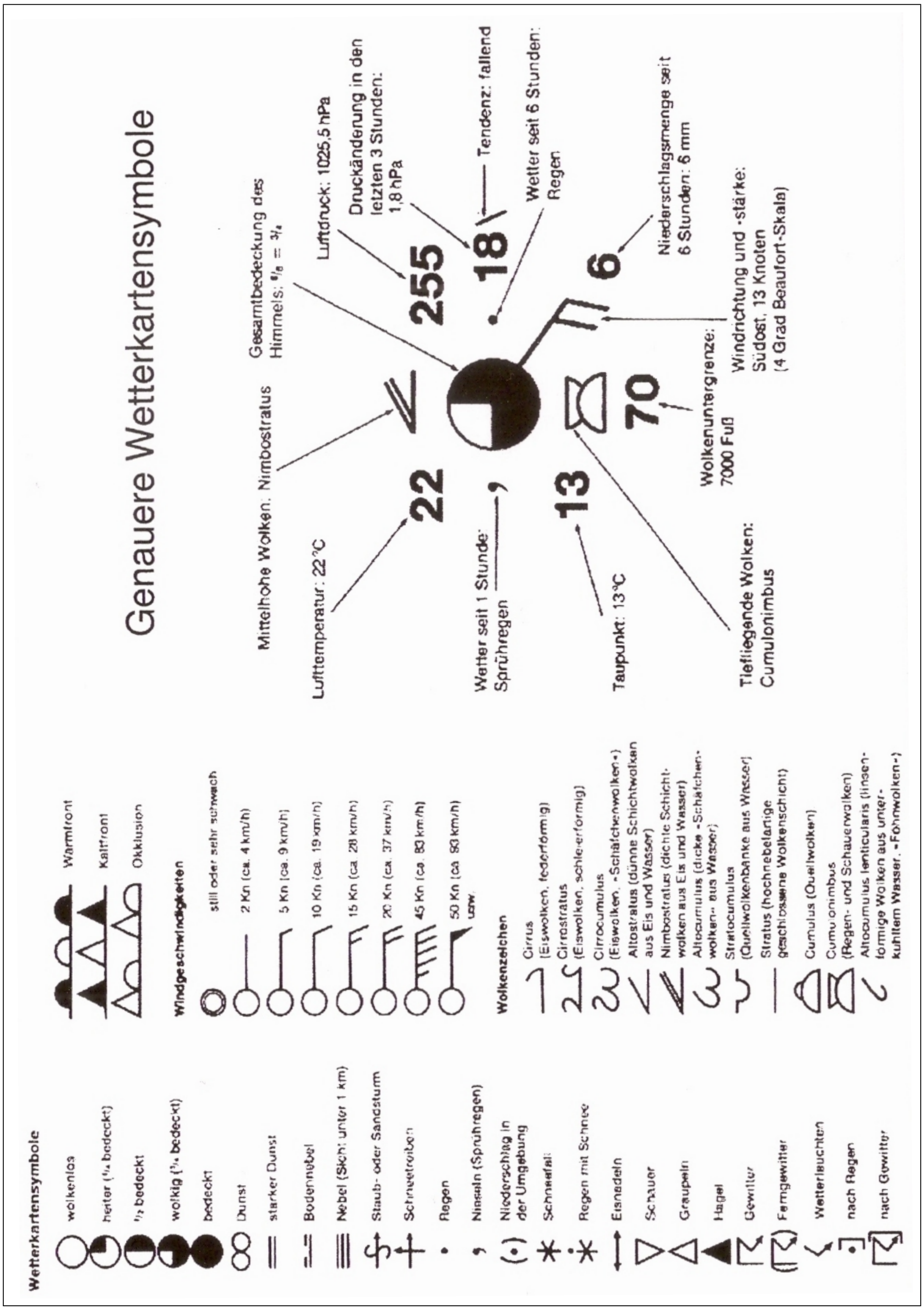
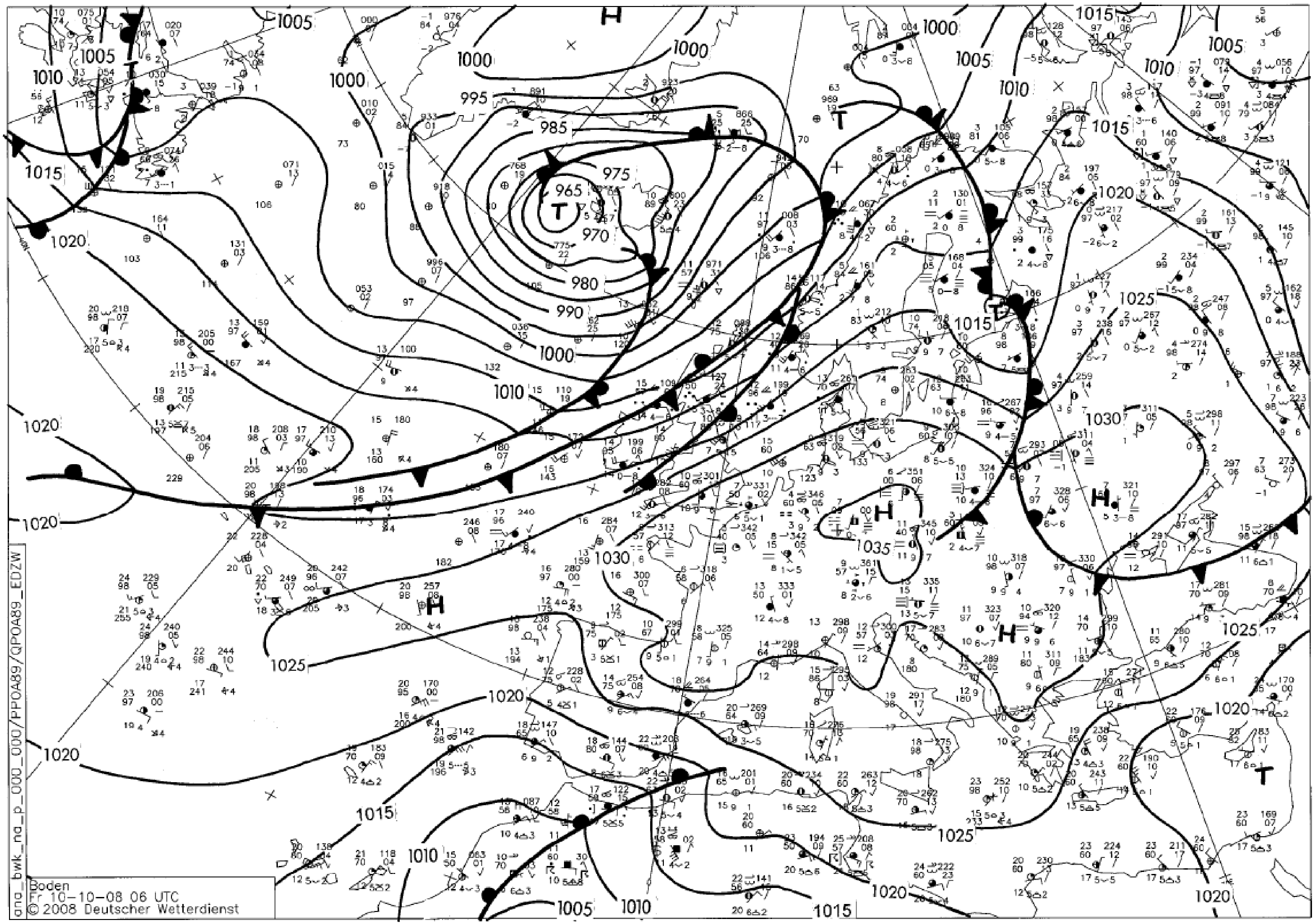


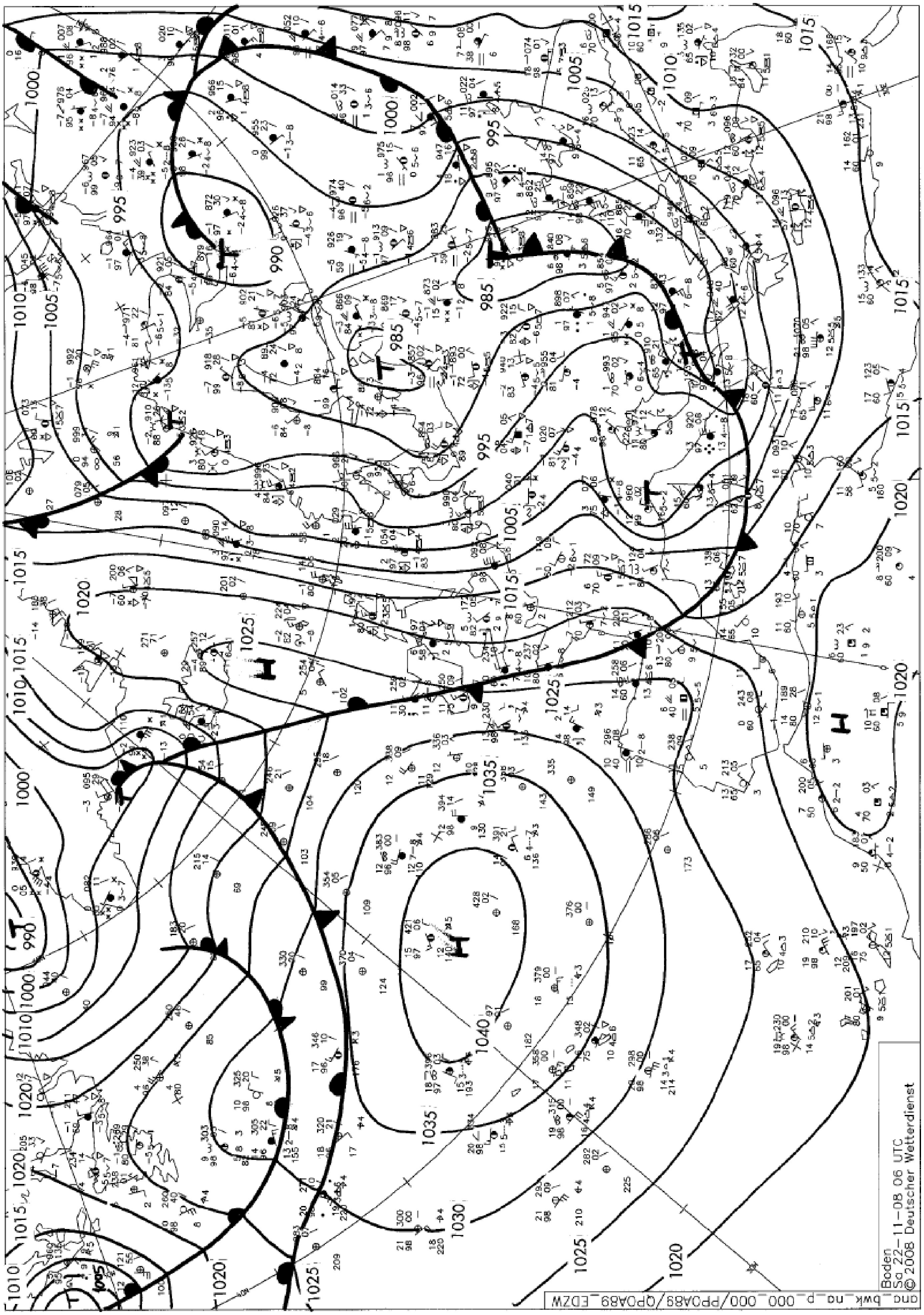
Abbildung 22: Wetterkartensymbole (Quelle: deutscher Wetterdienst DWD.)

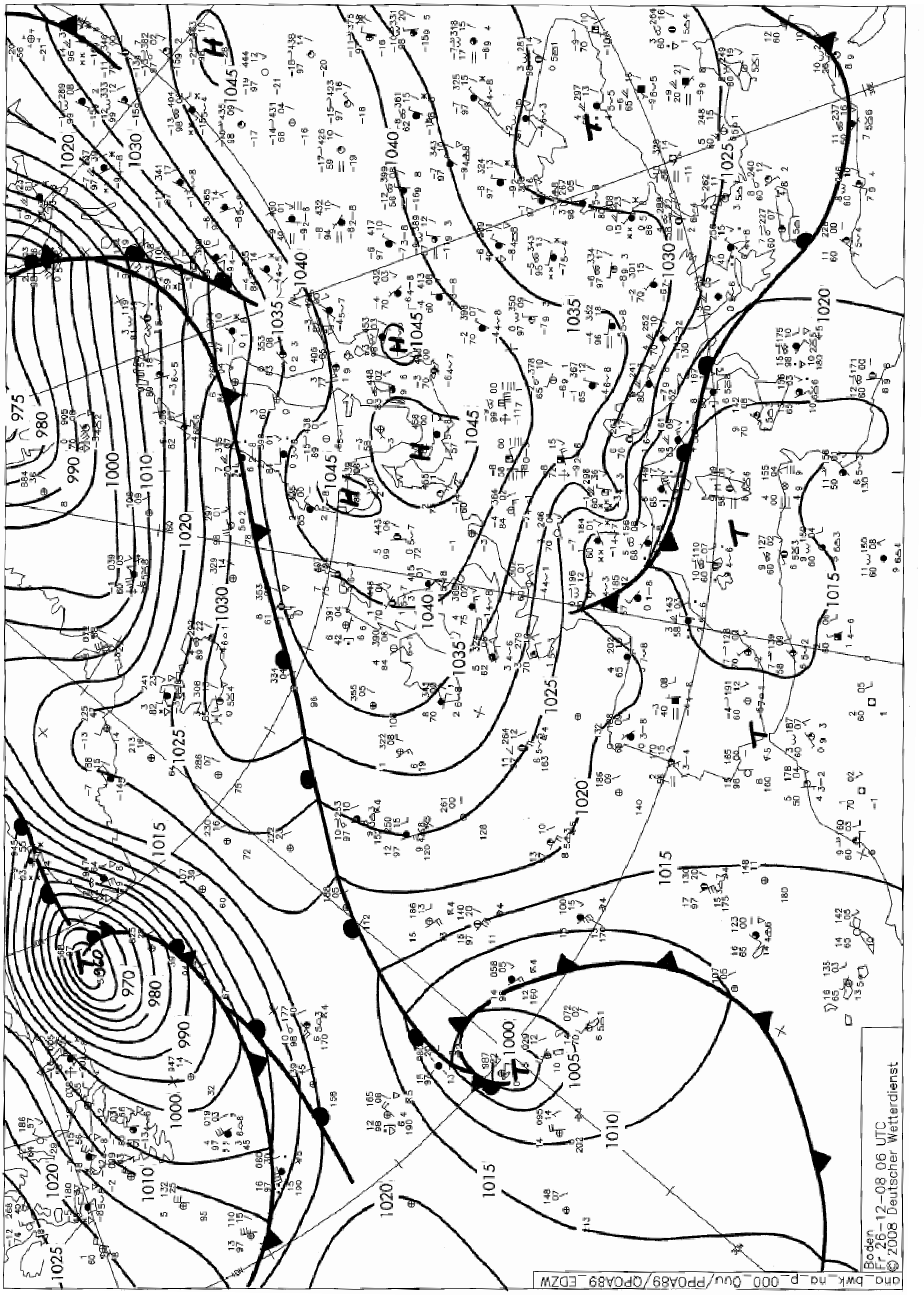
C Wetterlagen im Alpenraum

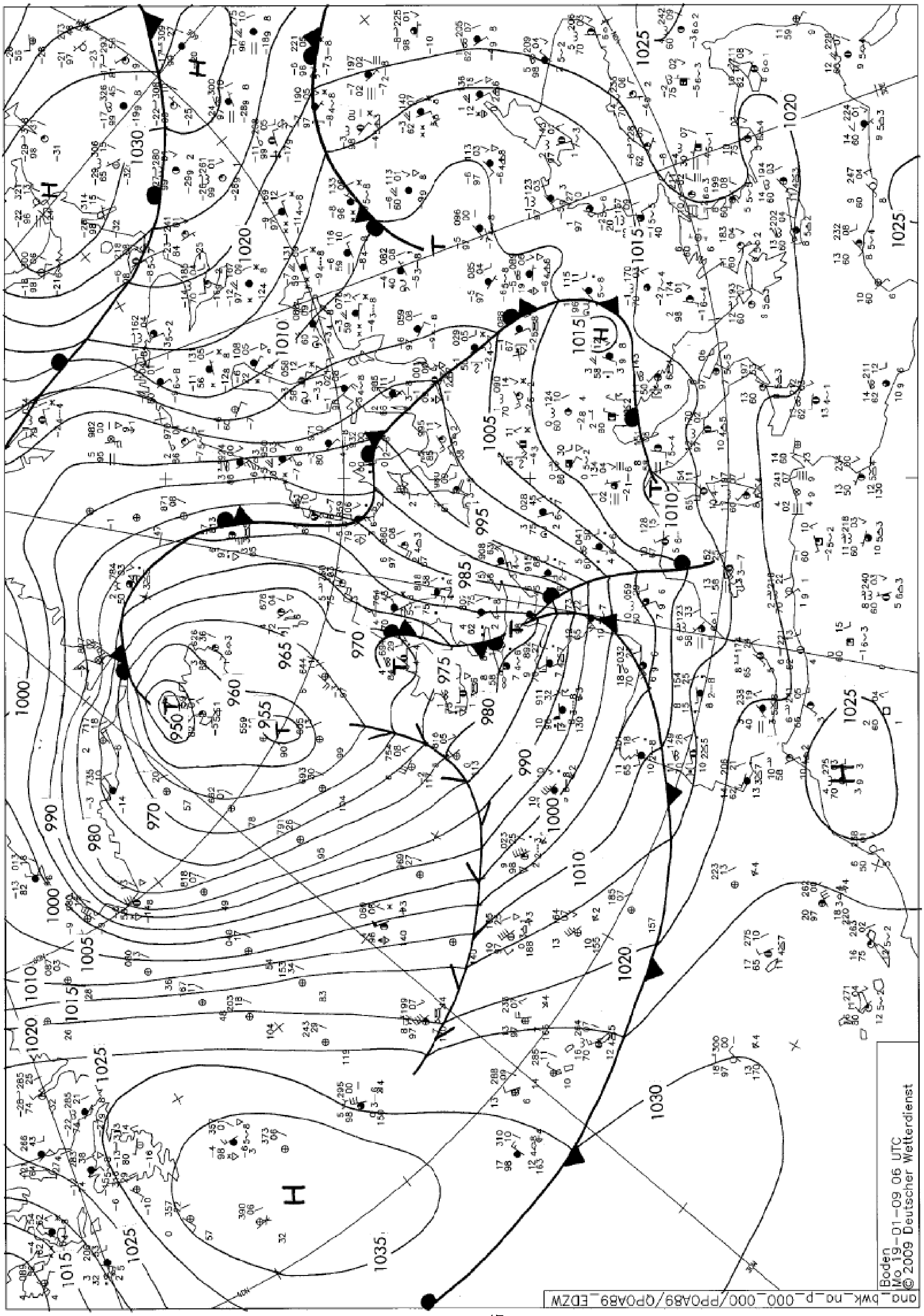
In diesem Anhang finden Sie sechs verschiedene Wettersituationen der letzten Jahre zur Lösung der Aufgabe 45, Kapitel 5. Versuchen Sie jeweils die richtige Wetterlage zuzuordnen. Welche sind die wichtigsten Parameter, auf die Sie geachtet haben, um den Entscheid zu treffen? (Quelle: Deutscher Wetterdienst DWD)

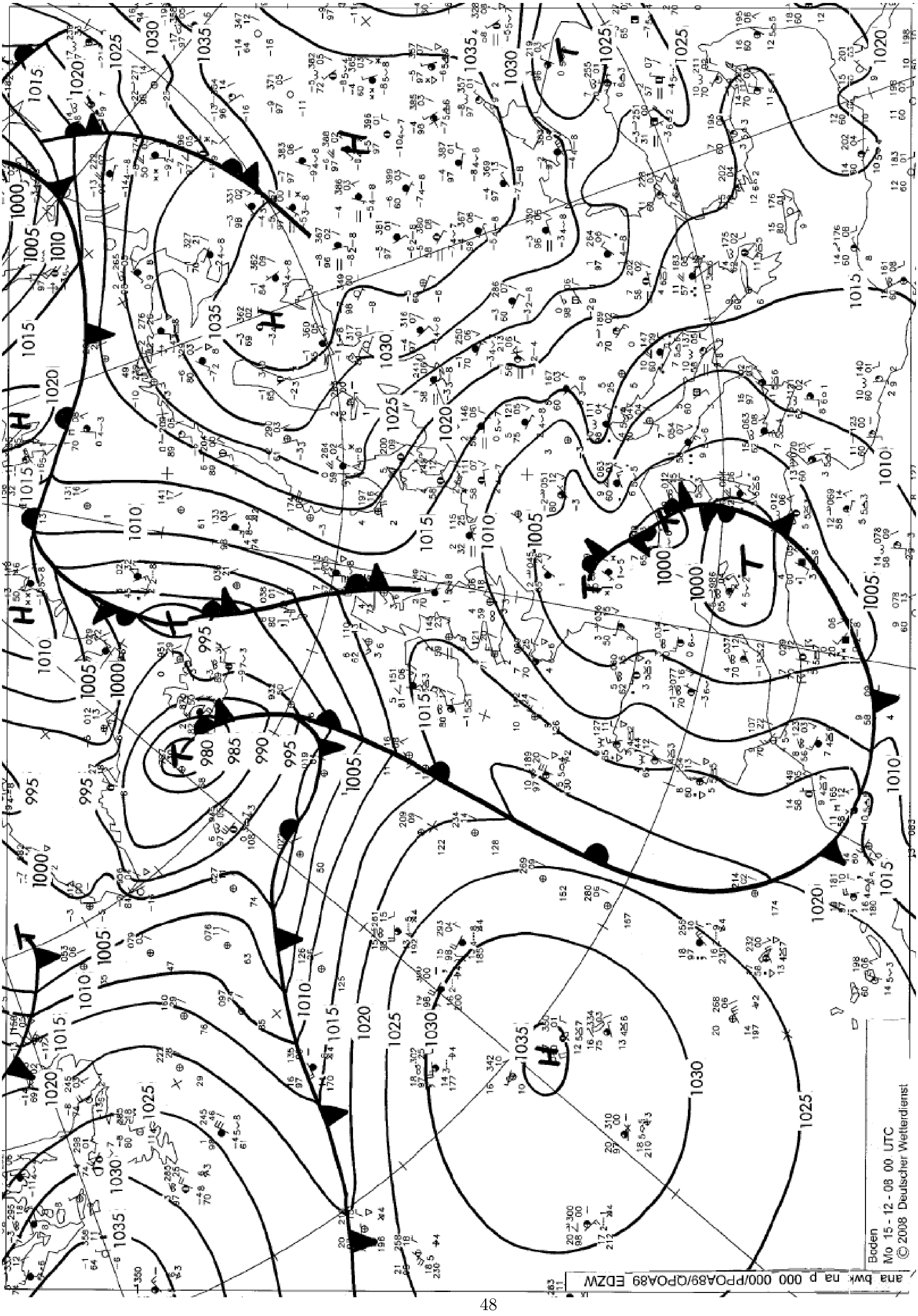


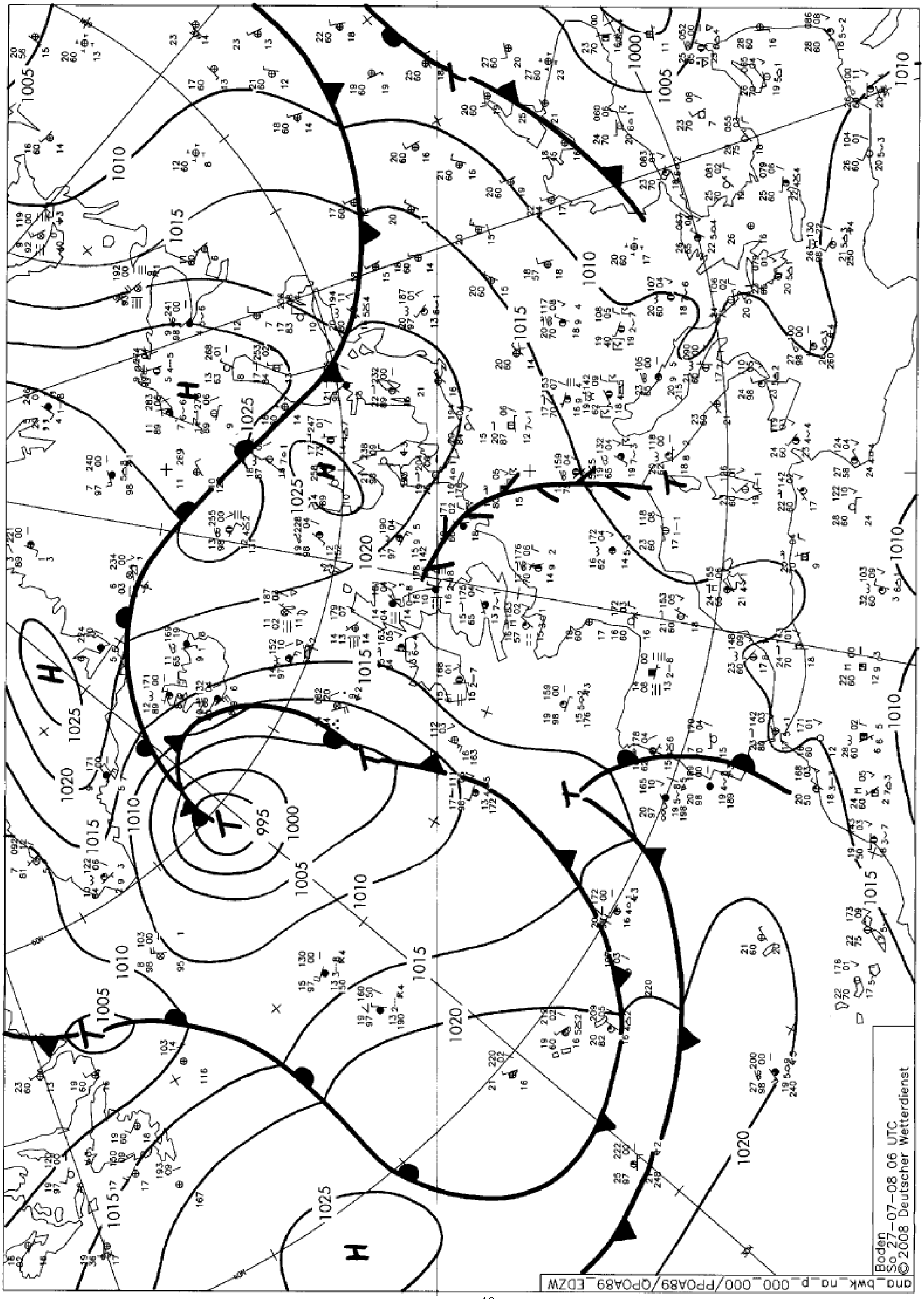
Boden
Fr 10-10-08 06 UTC
© 2008 Deutscher Wetterdienst
ana_bwk_na_p_000_000/PPOA89/QPOA89_EDZW


Boden
Sa 22-11-08 06 UTC
© 2008 Deutscher Wetterdienst


Boden
Fr 26-12-08 06 UTC
© 2008 Deutscher Wetterdienst
ana_bwk_na_p_000_00u/PP0A89/QP0A89_EDZW


Boden
Mo 19-01-09 06 UTC
© 2009 Deutscher Wetterdienst


Boden
Mo 15 - 12 - 08 00 UTC
© 2008 Deutscher Wetterdienst
ana bwk na p 000 000/PPOA89/QPOA89 EDZW


Boden
So 27-07-08 06 UTC
© 2008 Deutscher Wetterdienst

D Modelloutput

Aufgabe 49, Kapitel 6

Die acht Diagramme der Vorhersage wurden versehentlich in einer falschen Reihenfolge zusammengestellt. Nur das erste und das letzte Diagramm befinden sich am richtigen Ort. Schneiden Sie die verschiedenen Diagramme aus und stellen Sie sie in der richtigen zeitlichen Reihenfolge zusammen.

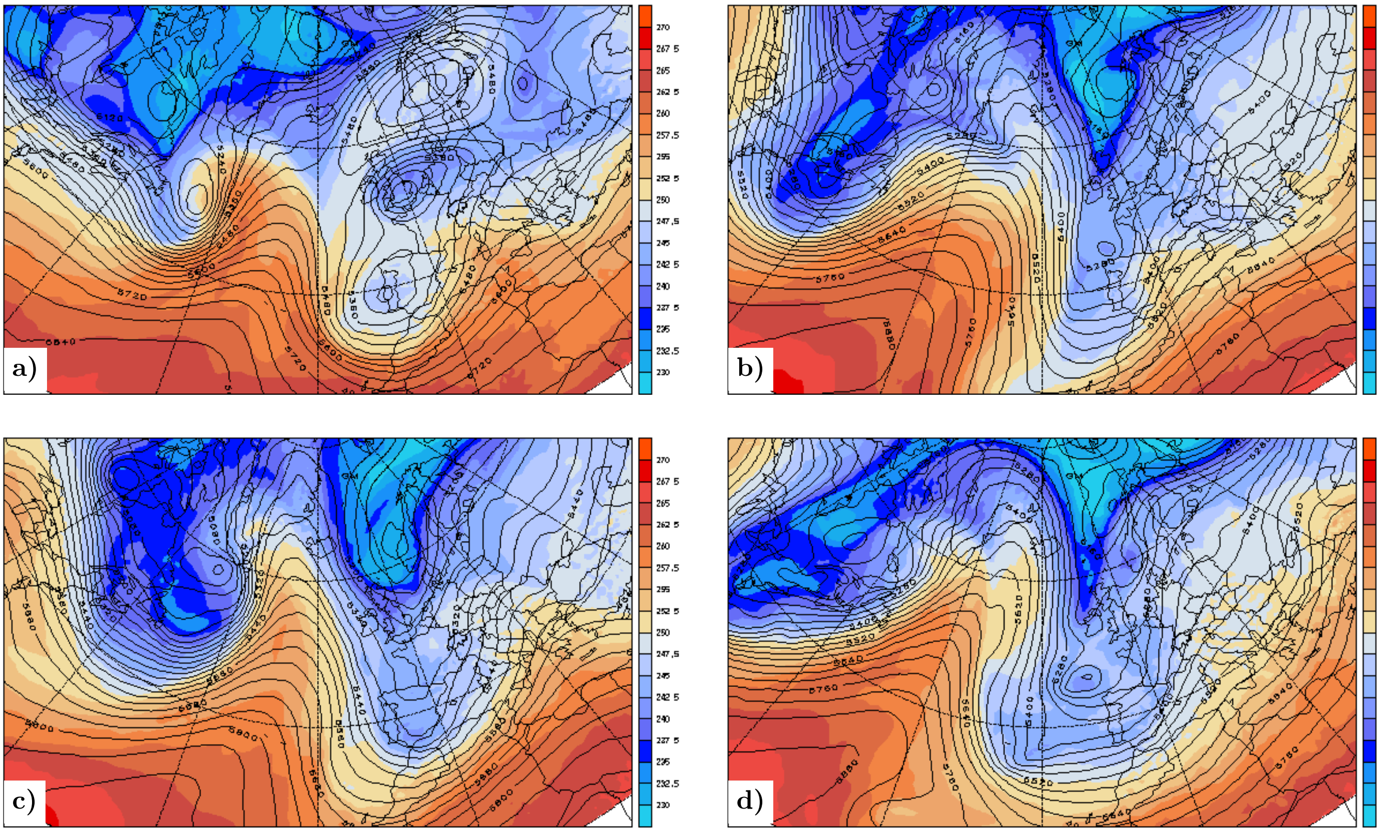


Abbildung 23: ECMWF Global Model Wettervorhersage vom 02.02.2009 00 UTC. Schwarze Konturen entsprechen dem Luftdruck auf etwa 6000 m Höhe, farbige der Temperatur auf derselben Höhe (Quelle: ECMWF (*www.ecmwf.int*) und Institut für Atmosphäre und Klima, ETH Zürich)

.

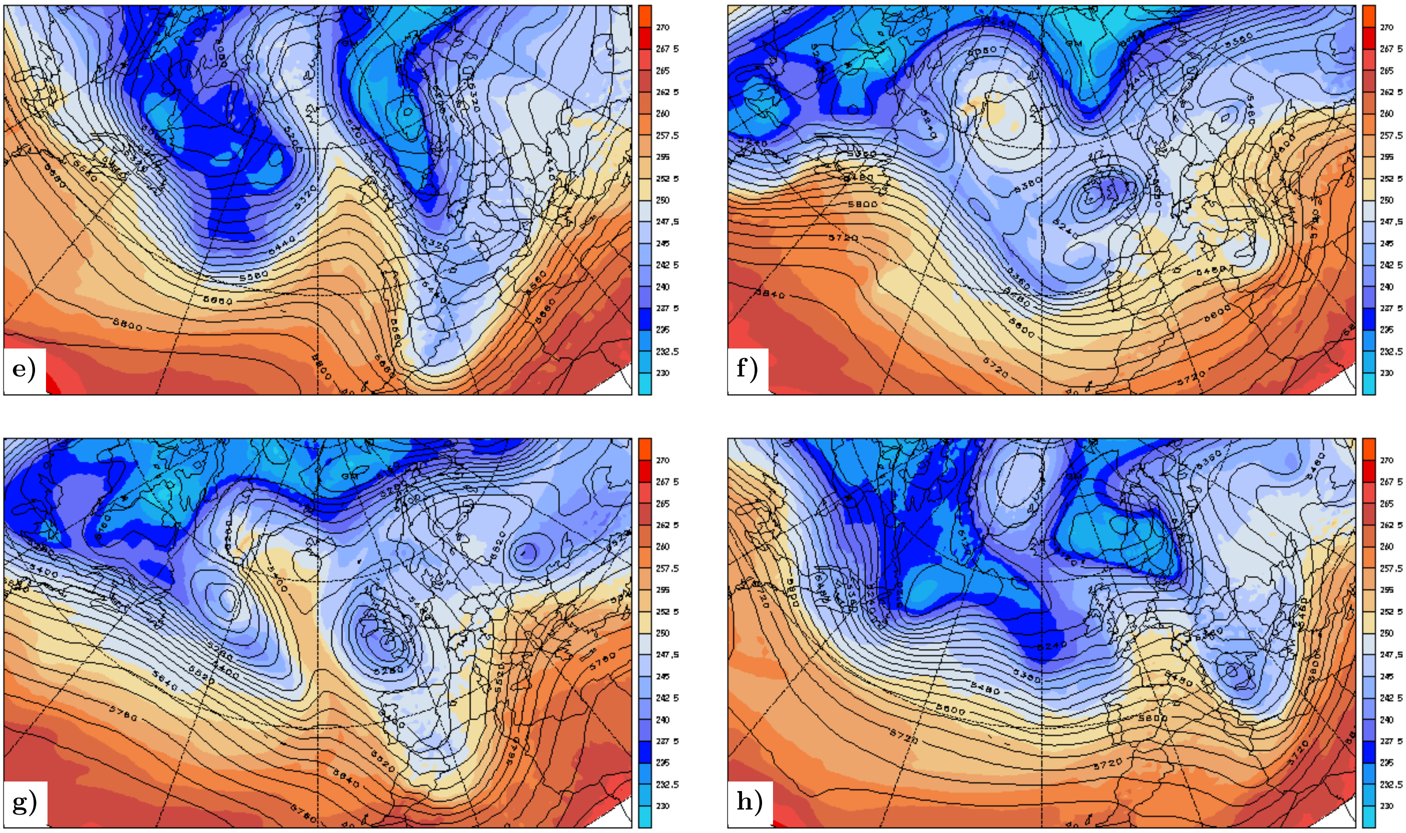


Abbildung 24: ECMWF Global Model Wettervorhersage vom 02.02.2009 00 UTC. Schwarze Konturen entsprechen dem Luftdruck auf etwa 6000 m Höhe, farbige der Temperatur auf derselben Höhe (Quelle: ECMWF (*www.ecmwf.int*) und Institut für Atmosphäre und Klima, ETH Zürich).

E Lösungen der Aufgaben

Kapitel 2: Aufgaben 1 - 22

1. 78% N_2, 21 % O_2, 0.9 % Ar, Spurengase: Ne, He, H_2.

2. $M = 0.78 M_{N2} + 0.21 M_{O2} + 0.09 M_{Ar} =$
   $= 0.78 \cdot 2 \cdot 14$ g/mol $+ 0.21 \cdot 2 \cdot 16$ g/mol $+ 0.09 \cdot 40$ g/mol $= 28.9$ g/mol

3. Steigend: Talwind am Nachmittag, Wasserdampf kochenden Wassers, Gewitterwolke
   Sinkend: Kaltluftsee über Mittelland im Winter, Bergwind, Gletscherwind im Sommer.

4. Druckunterschied gross $\Longrightarrow$ Wind stark
   Druckunterschied klein $\Longrightarrow$ Wind schwach.

5. $[\frac{\Delta p}{\Delta x}] = \frac{Pa}{m} = \frac{N}{m^3} = \frac{[F]}{[V]}$

6. Luft bewegt sich von hohem Druck p_1 zu tiefem Druck p_2, d.h $\Delta p = p_2 - p_1 < 0$. Die Kraft F_p muss aber > 0 sein, deswegen $-\Delta p/\Delta x$.

7. p_{tief}: Zentraldeutschland - Druckgradient hoch: Süddeutschland
   p_{hoch}: Südspanien - Druckgradient tief: Griechenland

8. ZH-FR: $\frac{\Delta p}{\Delta x} \simeq \frac{975\,\text{hPa} - 1000\,\text{hPa}}{300\,\text{km}} = -8.3\,\text{mPa/m}$

   $F/m = -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} = -\frac{1}{1.293\,\text{kg/m}^3}\frac{975\,\text{hPa} - 1000\,\text{hPa}}{300\,\text{km}} = 6.4$ mN/kg

   ZH-RO: $\frac{\Delta p}{\Delta x} \simeq \frac{1000\,\text{hPa} - 1010\,\text{hPa}}{700\ \text{km}} = -1.4\,\text{mPa/m}$

   $F/m = -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} = -\frac{1}{1.293\,\text{kg/m}^3}\frac{1000\,\text{hPa} - 1010\ \text{hPa}}{700\,\text{km}} = 1.1$ mN/kg

   Die Werte entsprechen der Beschleunigung, wenn nur die Druckkraft wirken würde. Nach $v = a \cdot t$ würde die Windgeschwindigkeit im ersten Fall nach einer Stunde auf 83 km/h wachsen, was glaubhaft ist.

9. Die Zentripetalkraft bei einer Kreisbewegung der resultierende Kraft. Nach dem Aktionsprinzip gilt:

   $F = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{r}$

   wobei v^2/r der Beschleunigung (radial gerichtet, nach innen) entspricht, damit ein Körper einen Kreis mit konstanter (tangentialer) Geschwindigkeit v zurücklegt.

10. $F_z = m\omega^2 r = m(\frac{2\pi}{T})^2 \cdot r = 70\,\text{kg} \cdot (\frac{2\cdot\pi}{24\cdot 3600\,\text{s}})^2 \cdot 6370$ km $= 2.4$ N

    $\frac{F_z}{F_g} = \frac{m(\frac{2\pi}{T})^2 \cdot r}{mg} = \frac{4\pi^2 r}{T^2 g} = \frac{4\pi^2 \cdot 6370\,\text{km}}{(24\cdot 3600\,\text{s})^2 \cdot 9.81\,\text{m/s}^2} = 0.34\%$

    $\Delta m = \frac{F_z}{F_g} \cdot m = \frac{F_z}{g} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2 g} = \frac{4\pi^2 \cdot 70\,\text{kg}}{(24\cdot 3600\,\text{s})^2 \cdot 981\,\text{m/s}^2} = 0.24$ kg leichter, weil F_z gegen F_g wirkt.

11. a $\oplus$ b) Nächste Seite.

    c) Wie beim Mensch am Äquator: der Mensch scheint leichter zu sein.

    d) Die Gegenständen werden in Richtung Äquator beschleunigt. Das ist der Grund, warum die Erde keine exakte Kugel ist.

12. a $\oplus$ b) Zentrifugalkraft auf rotierendes Pendel.

13. a $\oplus$ b) (siehe Nächste Seite)

14. Nein, weil F_c immer senkrecht zu $\vec{v}$ und deshalb zu $\vec{s}$, d.h die von der F_c verrichtete mechanische Arbeit ist null und die kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$ bzw. der Betrag der Geschwindigkeit bleiben erhalten.

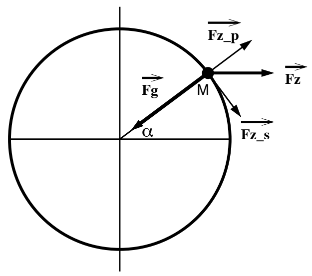


Abbildung 25: Lösung Aufgabe 11 a $\oplus$ b

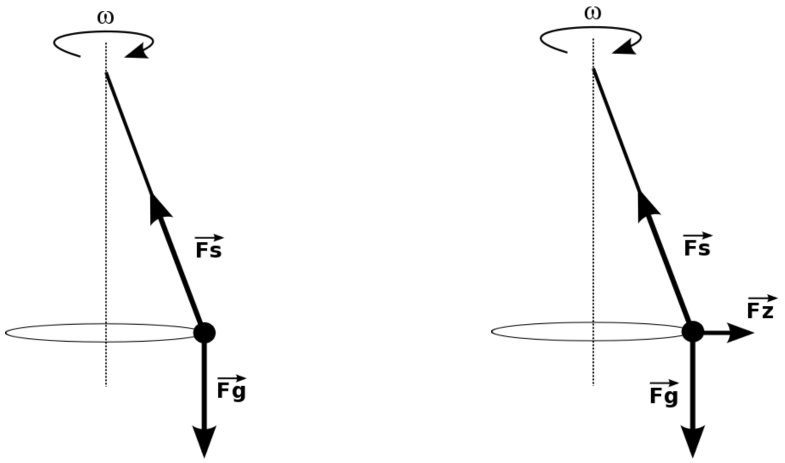


Abbildung 26: Lösung Aufgabe 12 a $\oplus$ b

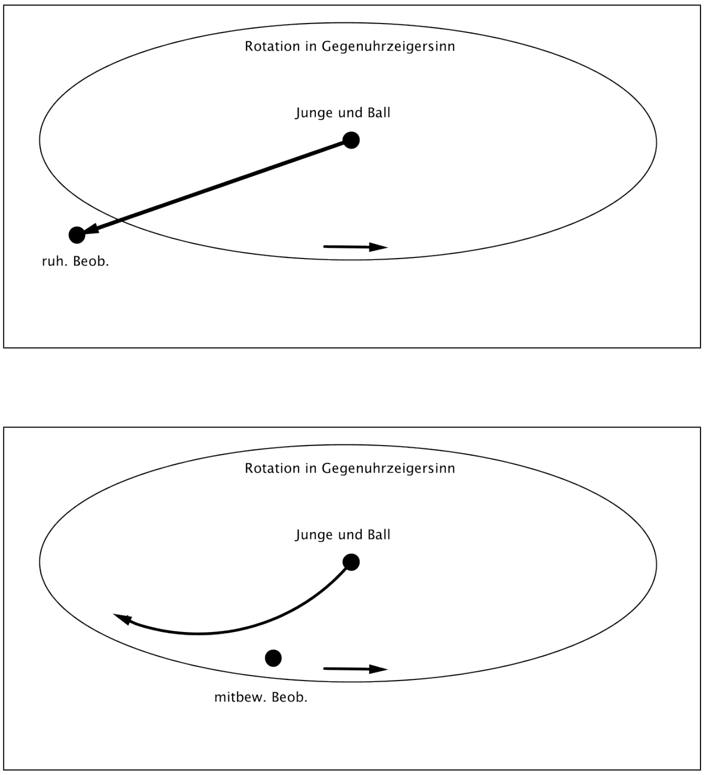


Abbildung 27: Lösungen Aufgabe 13 a $\oplus$ b)

15. ω gross $\Longrightarrow F$ gross (Teller dreht sich schneller)
m gross $\Longrightarrow F$ gross (nach dem Aktionsprinzip $F = m \cdot a$)
v gross $\Longrightarrow F$ gross (je schneller meine Bewegung von der Drehachse radial nach aussen auf einer rotierenden Scheibe ist, desto mehr Mühe habe ich gerade zu stehen.)

16. Wenn der mitbewegte Beobachter den Ball zurückwirft:

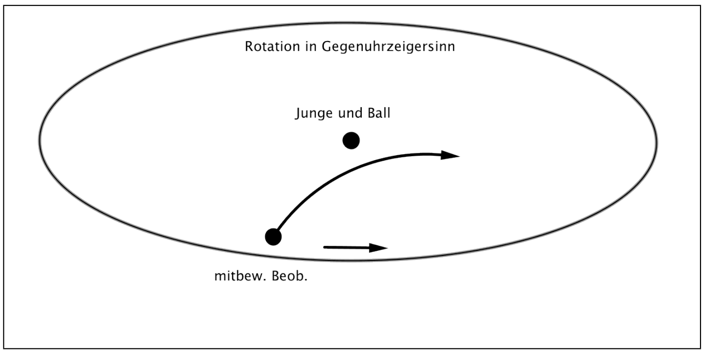
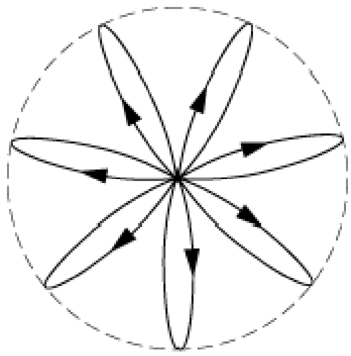
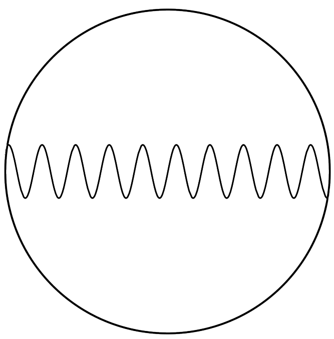


Abbildung 28: Lösung Aufgabe 16

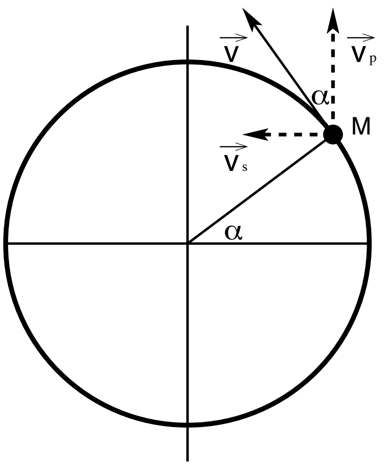
17. a) Aus Energieerhaltung:
$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s}^2 \cdot 1.8\,\mathrm{m}} = 5.9$ m/s
b) $F_c = 2m\omega v = 2m\omega\sqrt{2gh} = 2 \cdot 0.500\,\mathrm{kg} \cdot \frac{2\pi}{24 \cdot 3600\,\mathrm{s}}\sqrt{2 \cdot 9.81\,\mathrm{m/s}^2 \cdot 1.8\,\mathrm{m}} = 0.43$ mN
Sie wirkt senkrecht zur Bewegungsrichtung nach rechts.
c) Foucault-Pendel am Nordpol (Beispiel aus *http://www.techniklexikon.net/images/p1407-pendel.gif*):



Winkel pro Stunde: $\alpha = \frac{360°}{24} = 15°$
d) Foucault-Pendel am Äquator (Sicht aus einem Festpunkt in der Amosphäre):
Winkel pro Stunde: $\alpha = 0°$



18. Zerlegung des Geschwindigkeitsvektors ($\vec{v}_p$ für die Komponente parallel zur Drehachse, $\vec{v}_s$ für die Senkrechte).



$$\vec{v_s} = \vec{v} \sin\alpha$$

19. $F_c = 2m\omega v \sin\alpha = 2 \cdot 1.0\,\text{kg} \cdot \frac{2\pi}{24 \cdot 3600\,\text{s}} \cdot \frac{100}{3.6}\,\text{m/s} \cdot \sin 20 = 1.4$ mN

    $F_c(40) = 2.6$ mN, $F_c(60) = 3.5$ mN, $F_c(80) = 4.0$ mN

20. a) $F_c = 2m\omega v \sin\alpha = 2 \cdot 10^6\,\text{kg} \cdot \frac{2\pi}{24 \cdot 3600\,\text{s}} \cdot \frac{250}{3.6}\,\text{m/s} \cdot \sin 52 = 8.0$ kN nach Osten.

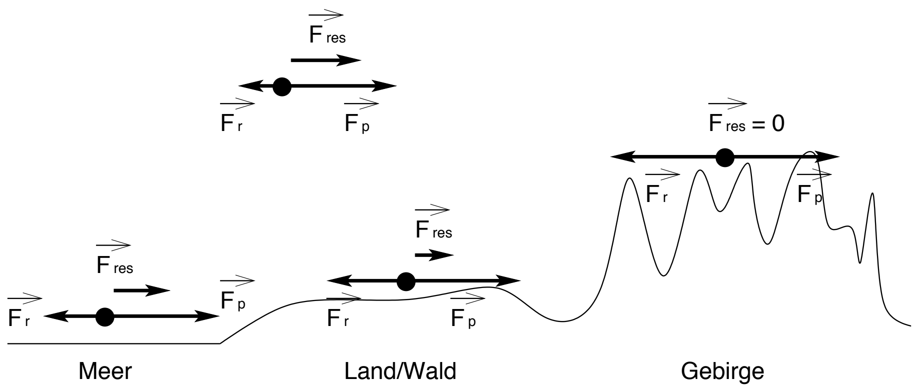
    b) Anzahl Räder: $n = 200$

    $F_r = \frac{F_c}{n} = \frac{2m\omega v \sin\alpha}{n} = \frac{2 \cdot 10^6\,\text{kg} \cdot \frac{2\pi}{24 \cdot 3600\,\text{s}} \cdot \frac{250}{3.6}\,\text{m/s} \cdot \sin 52}{200} = 40$ N

21. $a = \frac{F_c}{m} = 2\omega v \sin\alpha = 2 \cdot \frac{2\pi}{24 \cdot 3600\,\text{s}} \cdot 800\,\text{m/s} \cdot \sin 45 = 82$ mN

    $\Delta s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\omega v \sin\alpha \cdot t^2 = \omega v t^2 \sin\alpha = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600\,\text{s}} \cdot 800\,\text{m/s} \cdot (60\,\text{s})^2 \cdot \sin 45 = 0.15$ km

22. Mit Reibungskraft:



Test zum Kapitel 2: Aufgaben 23 - 25

23. Siehe Kapitel 3

24. $\frac{F_p}{m} = -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x}$; von Hoch- nach Tiefdruckgebiet, senkrecht zu Isobaren.

    $\frac{F_z}{m} = \frac{v^2}{r}$; radial nach aussen.

    $\frac{F_c}{m} = 2\omega v \sin\alpha$; senkrecht zur Geschwindigkeit nach rechts.

    F_r ist der Geschwindigkeit entgegengerichtet.

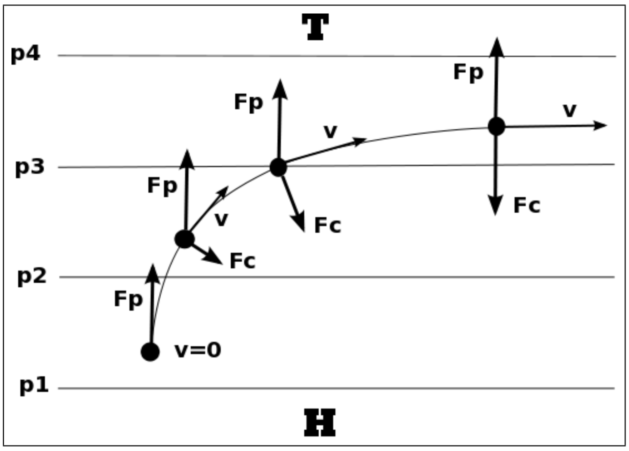
25. Aus Diagramm: Windgeschwindigkeit $\sim$ 3 Linien im Wettersymbol$\sim$ 30 Knoten $\sim$ 60 km/h; Breite $\alpha \sim 50°$; $r \simeq 200$ km; $-\frac{\Delta p}{\Delta x} \sim \frac{15 \text{ hPa}}{300 \text{ km}} \sim 5$ mPa/m.

$\frac{F_p}{m} = \frac{5\,\text{mPa/m}}{1.293\,\text{kg/m}^3} = 3.9$ mN/kg ; $\quad \frac{F_z}{m} = (\frac{60\,\text{m}}{3.6\,\text{s}})^2 \cdot \frac{1}{200000\,\text{m}} = 1.4$ mN/kg

$\frac{F_c}{m} = 2 \cdot \frac{2\pi}{24 \cdot 3600\,\text{s}} \cdot \frac{60\,\text{m}}{3.6\,\text{s}} \sin 50 = 1.9$ mN/kg

Kapitel 3: Aufgaben 26 - 39

26. Kräfteplan in vier verschiedenen Zeitpunkten:



27. $-\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} - 2\omega v \sin\alpha = 0$ d.h. $F_{res} = 0$ und die Bewegung ist gleichförmig, mit Tiefdruck auf der linken und Hochdruck auf der rechten Seite, parallel zu den Isobaren.

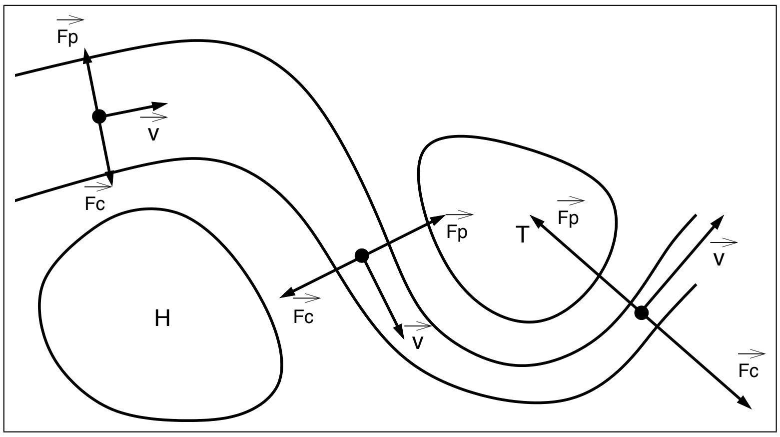
28. $v = -\frac{1}{2\rho\omega \sin\alpha}\frac{\Delta p}{\Delta x}$ Aus der Gleichung in Aufgabe 27.

29. ω, ρ sind konstant. Das heisst:

    Druckgradient $-\frac{\Delta p}{\Delta x}$ gross $\longrightarrow v$ gross.

    Geographische Breite α klein $\longrightarrow v$ gross (Tropenregion).

30. Kräfteplan geostrophischen Winds und Windgeschwindigkeit:



31. Abgeschätzte Grössen:

    Punkt A: $\alpha \sim 33°$; $-\Delta p/\Delta x \sim 15$ hPa/500 km $= 3.0$ mPa/m
    Punkt B: $\alpha \sim 60°$; $-\Delta p/\Delta x \sim 15$ hPa/1200 km $= 1.3$ mPa/m
    Konstanten: $\omega = 2\pi/(24 \cdot 3600\ \mathrm{s})$; $\rho = 1.293\,\mathrm{kg/m}^3$

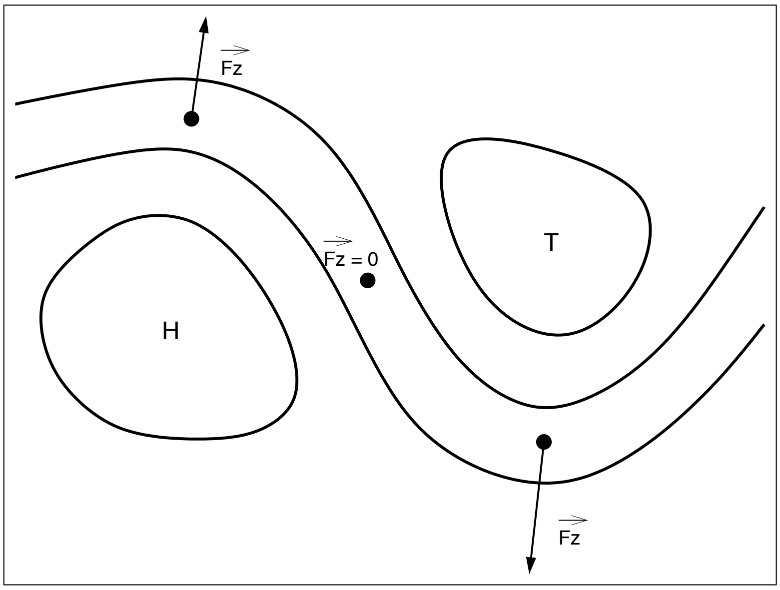
    mit formaler Lösung aus Aufgabe 28:

    $v_A = \frac{1.3\,\mathrm{mPa/m}}{2 \cdot 1.293\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 2\pi/(24 \cdot 3600\,\mathrm{s}) \cdot \sin 33°} = 13\,\mathrm{m/s} = 24$ Kn (Knoten)

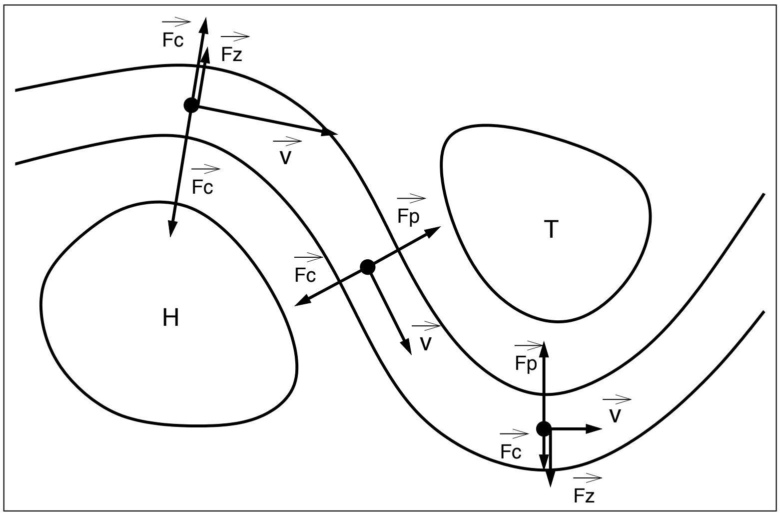
    $v_B = \frac{3.0\,\mathrm{mPa/m}}{2 \cdot 1.293\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 2\pi/(24 \cdot 3600\,\mathrm{s}) \cdot \sin 60°} = 18\,\mathrm{m/s} = 35$ Kn (Knoten)

32. Tiefdruck auf linker und Hochdruck auf rechter Seite. Um Tiefdruck im Gegenuhrzeigersinn, um Hochdruck im Uhrzeigersinn.

33. Richtung der Zentrifugalkraft:



34. Kräfteplan Gradientenwind und Windgeschwindigkeit:



35. Bei H, weil nur so $\vec{F}_c$ am grössten wird, weil sie das Gleichgewicht mit $\vec{F}_p + \vec{F}_z$ halten muss und weil $\vec{F}_c \propto \vec{v}$ ist.

36. Quadratische Gleichungen mit v als Unbekannte.

Bei T: $-\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{v^2}{r} + 2\omega v \sin\alpha$

Bei H: $-\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} + \frac{v^2}{r} = 2\omega v \sin\alpha$

37. Bei T: $v^2 + 2\omega r \sin\alpha \cdot v + \frac{r}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} = 0 \quad \Longrightarrow \quad v = -\omega r \sin\alpha \pm \sqrt{\omega^2 r^2 \sin^2\alpha - \frac{r}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x}}$

Bei H: $v^2 - 2\omega r \sin\alpha \cdot v - \frac{r}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} = 0 \quad \Longrightarrow \quad v = \omega r \sin\alpha \pm \sqrt{\omega^2 r^2 \sin^2\alpha + \frac{r}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x}}$

38. Bei T: Es ist nur die positive Wurzel möglich. Da $\Delta p/\Delta x$ negativ ist, ist die Wurzel grösser als $\omega r \sin\alpha$, deshalb wäre für die Wahl des negativen Vorzeichens die Geschwindigkeit v negativ. Dies ist aber nicht möglich, da der Wind in die Richtung der Kräfte vom Hoch- zum Tiefdruckgebiet zeigen muss.

Bei H: nur negative Wurzel möglich, weil falls $\Delta p/\Delta x = 0$ wäre, müsste auch der Wind null sein. Dies ist nur mit negativer Wurzel möglich (mit positiver Wurzel wäre der Wind $2\omega r \sin\alpha$).

39. a) $\alpha_A \sim 53°$; $\alpha_B \sim 49°$; $\alpha_C \sim 44°$; $r_A \sim 600$ km ; $r_C \sim 1200$ km

$\left(-\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_A \sim \frac{15\,\text{hPa}}{350\text{ km}}$; $\left(-\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_B \sim \frac{15\text{ hPa}}{500\text{ km}}$; $\left(-\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_C \sim \frac{7\text{ hPa}}{600\text{ km}}$

mit $\omega = \frac{2\pi}{24\cdot 3600\,\text{s}}$ und $\rho = 1.293\,\text{km/m}^3$

b) A ist in der Nähe eines Tiefdruckgebiets: $v_A = -\omega r \sin\alpha + \sqrt{\omega^2 r^2 \sin^2\alpha - \frac{r}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x}}$

$v_A = -\frac{2\pi}{24\cdot 3600\,\text{s}} \cdot 6\cdot 10^5\text{ m} \cdot \sin 53° + \sqrt{\left(\frac{2\pi}{24\cdot 3600\,\text{s}} \cdot 6\cdot 10^5\text{ m} \cdot \sin 53°\right)^2 + \frac{6\cdot 10^5\text{ m}}{1.293\,\text{kg/m}^3} \cdot \frac{1.5\cdot 10^3\text{ Pa}}{3.5\cdot 10^5\text{ m}}}$

$v_A = 22$ m/s $= 42$ Knoten

C ist in der Nähe eines Hochdruckgebietes: $v = \omega r \sin\alpha - \sqrt{\omega^2 r^2 \sin^2\alpha + \frac{r}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x}}$

$v_C = \frac{2\pi}{24\cdot 3600\,\text{s}} \cdot 1.2\cdot 10^6\text{ m} \cdot \sin 44° - \sqrt{\left(\frac{2\pi}{24\cdot 3600\,\text{s}} \cdot 1.2\cdot 10^6\text{ m} \cdot \sin 44°\right)^2 - \frac{1.2\cdot 10^6\text{ m}}{1.293\,\text{kg/m}^3} \cdot \frac{7.0\cdot 10^2\text{ Pa}}{6\cdot 10^5\text{ m}}}$

$v_C = 9.7$ m/s $= 19$ Knoten

c) Geostrophischer Wind: $v = -\frac{1}{2\rho\omega\sin\alpha}\frac{\Delta p}{\Delta x}$

$v_A = \frac{1}{2\cdot 1.293\,\text{kg/m}^3 \cdot \frac{2\pi}{24\cdot 3600\,\text{s}} \cdot \sin 53°} \cdot \frac{1.5\cdot 10^3\text{ Pa}}{3.5\cdot 10^5\text{ m}} = 29$ m/s $= 55$ Knoten

$v_B = \frac{1}{2\cdot 1.293\,\text{kg/m}^3 \cdot \frac{2\pi}{24\cdot 3600\,\text{s}} \cdot \sin 49°} \cdot \frac{1.5\cdot 10^3\text{ Pa}}{5.0\cdot 10^5\text{ m}} = 21$ m/s $= 41$ Knoten

$v_C = \frac{1}{2\cdot 1.293\,\text{kg/m}^3 \cdot \frac{2\pi}{24\cdot 3600\,\text{s}} \cdot \sin 44°} \cdot \frac{7.0\cdot 10^2\text{ Pa}}{6\cdot 10^5\text{ m}} = 8.9$ m/s $= 14$ Knoten

d) Aus der Wetterkarte: $v_A = 40$ Knoten, $v_B = 30$ Knoten, $v_C = 15$ Knoten. Sowohl geostrophischer als auch Gradientenwind entsprechen der Realität: Hohe Geschwindigkeit um A, tiefe Geschwindigkeit um C. Die geostrophische Näherung ist besser bei schwachen Geschwindigkeiten, die Gradientenwind-Näherung bei hohen.

40. Geostrophischer Wind mit Reibung (siehe Abbildung 29):

Test zum Kapitel 3: Aufgabe 40

41. a ⊕ b: Die Antworte sind im Skript, Kapitel 3, zu finden. Antwort zu c:

- Nach dem geostrophischen Wind: je grösser der Druckgradient, desto grösser ist die Windeschwindigkeit.
- Bei gekrümmten Isobaren ist bei gleichem Druckgradient die Windgeschwindigkeit in Gegenuhrzeigersinn (Tiefdruckgebiet) schwächer als in Uhrzeigersinn (Hochdruckgebiet).
- Lösung: E (min), B, F, D, A, C (max)

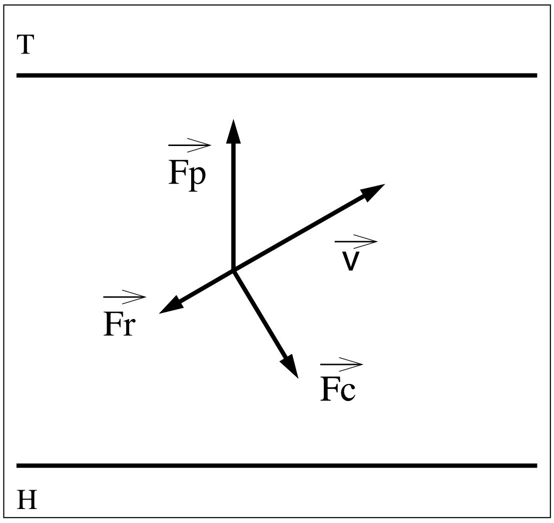


Abbildung 29: Lösung Aufgabe 40. Die resultierende Kraft verschwindet und $\vec{F}_v \perp \vec{v}$.

Kapitel 4 und Test zum Kapitel 4: Aufgaben 41 - 43

42. Reihenfolge: 5e; 2f; 3a; 7d; 4g; 1c; 6b.

43. a $\oplus$ b $\oplus$ c:

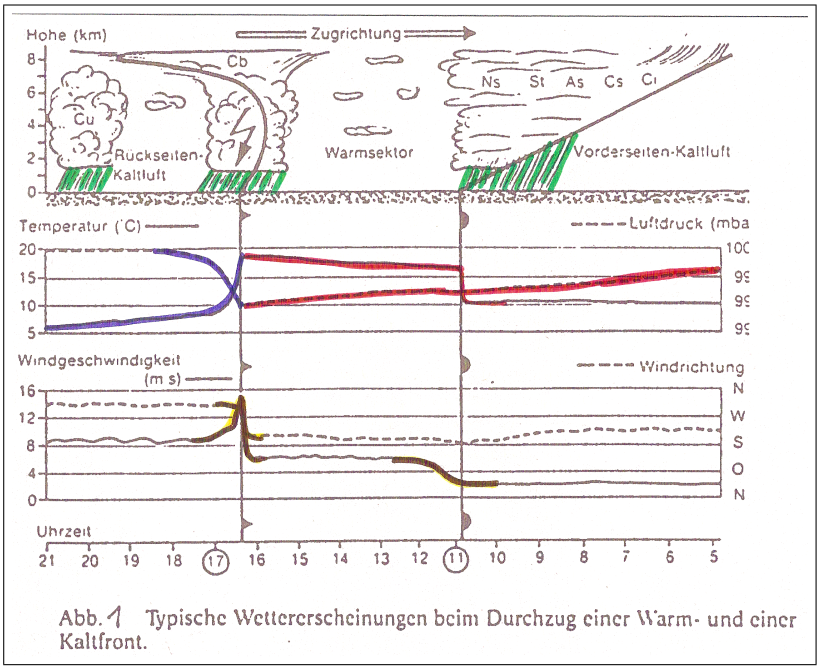


Abbildung 30: Quelle: Vorlesung "Atmosphärenphysik II", ETH Zürich, 1999, bearbeitet.

44. Eine eigene Wetterkarte (siehe nächste Seite).

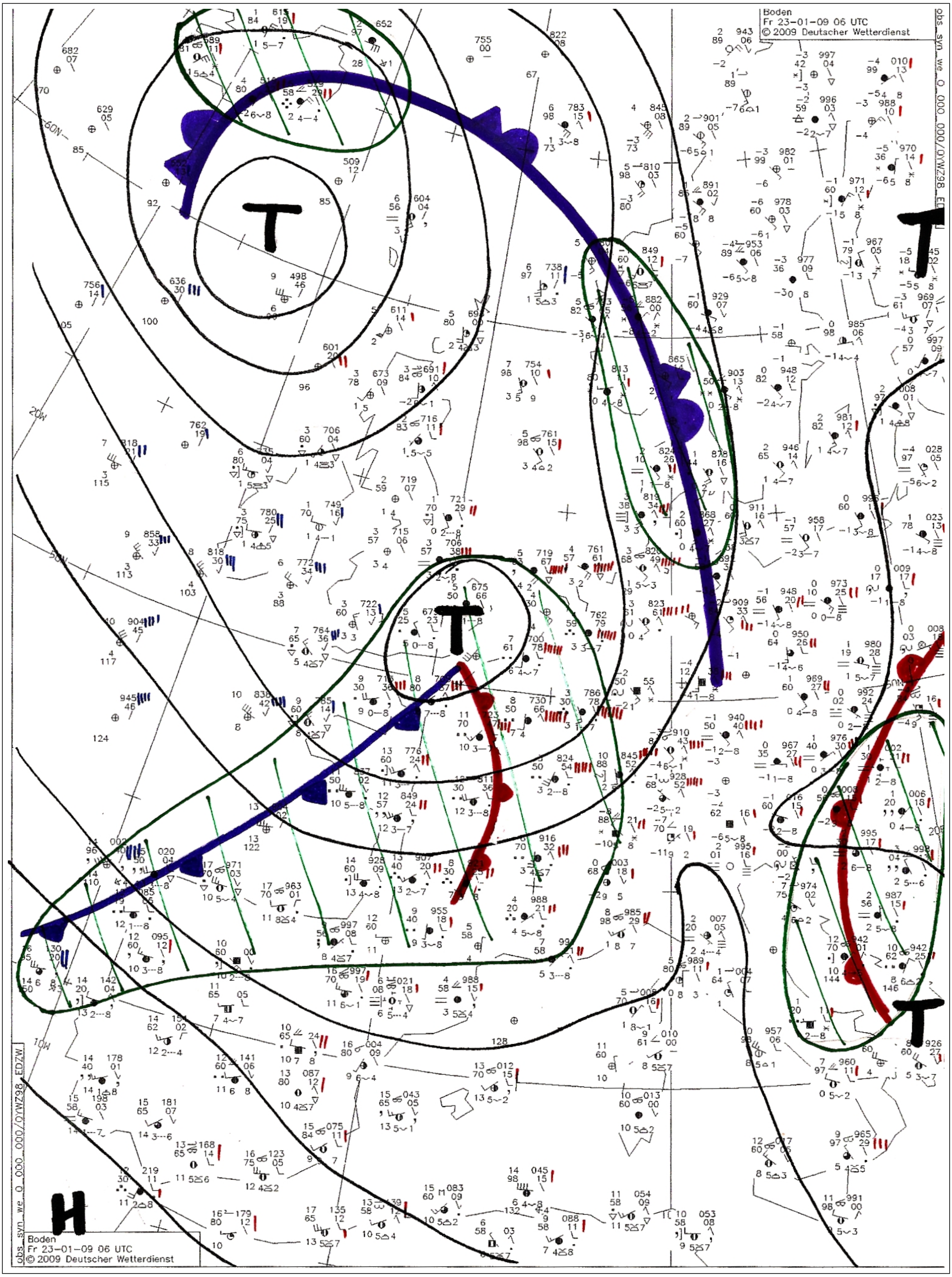


Abbildung 31: Quelle: Deutscher Wetterdienst DWD, bearbeitet.

Kapitel 5: Aufgaben 44 - 45

45. Lösungen sind in der Broschüre.

46. a) Hochdruck, Nordföhn, Bise, Westwind, Südföhn, Schwache Druckverteilung.
    b) Druckverteilung, Windrichtung bei Meldungen der Wetterstationen, Frontenlage

Kapitel 6: Aufgaben 46 - 50

47. Lösung: $N = \frac{p_0 \cdot V}{k \cdot T_0} = \frac{1.013 \cdot 10^5 \text{Pa} \cdot 1\text{m}^3}{1.3807 \cdot 10^{-23} \text{J/K} \cdot 273\text{K}} = 2.7 \cdot 10^{25}$ Teilchen (Aus Gasgesetz)

48. Lösung: s_2 = 0.08990 m, v_2 = -0.02000 m/s, a_2 = -0.99950 m/s^2, s_3 = 0.08965 m ,
    v_3 = -0.029995 m/s, a_3 = 0.89900 m/s^2.

49. $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad \Longrightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$

50. Reihenfolge: a - g - f - d - b - c - e - h

51. Samstag (c - e) und Sonntag (e - h):

    Es handelt sich um eine Westwindlage mit ausgeprägten (Polar-)wellen, die das Wetter über Mitteleuropa bestimmen. Am Samstag befindet sich die Schweiz im Warmsektor mit SW-Strömung. Das Wetter ist sowohl in Zürich als auch in Lugano bedekt und regnerisch. Am Sonntag zieht die Kaltfron über die Schweiz, der Wind dreht aus Norden und der Druck steigt. In Zürich wird es kälter und immer noch regnerisch. In Lugano bildet sich eine Nordföhnlage, mit schönem Wetter und etwa 10°C wärmer als in Zürich.
    Beobachtungen:

    Samstag: ZH Regen/Schnee, 2/4°C, SO-SW. LUG Regen, 3/5°C, N schwach.
    Sonntag: ZH Regen/Schnee, -1/1°C, W. LUG bewölkt, ab 12:00 Schön, 1/13°C, N

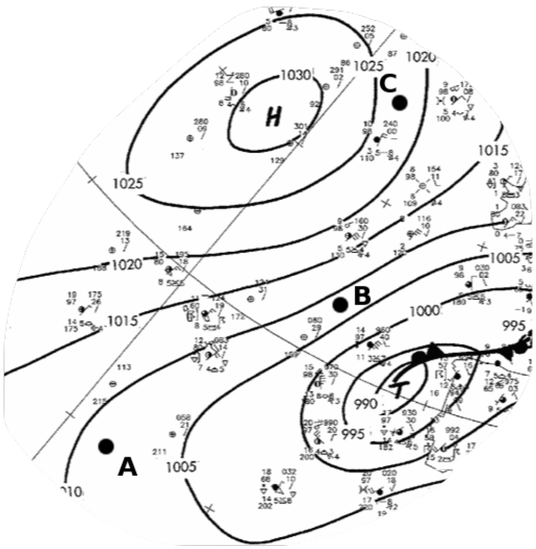
F Prüfung - Dynamische Meteorologie - Teil A

Ohne Hilfsmittel, 15 min für Teil A, bei Aufgabe 5 ist ein 10%-Fehler erlaubt.

1. Was ist eine Scheinkraft? Begründen Sie Ihre Antwort mit Beispielen aus der Meteorologie. (3P)

2. Warum sind Wettervorhersagen nie 100% sicher? Begründen Sie. (2P)

3. Wo ist der Wind am stärksten und am schwächsten (A, B oder C?) und warum? (3P)



4. Wieso ist bei gleichem Druckgradient die Windgeschwindigkeit um Hochdruckgebiete höher als bei Tiefdruckgebieten? Begründen Sie mit einem Kräfteplan. (3P)

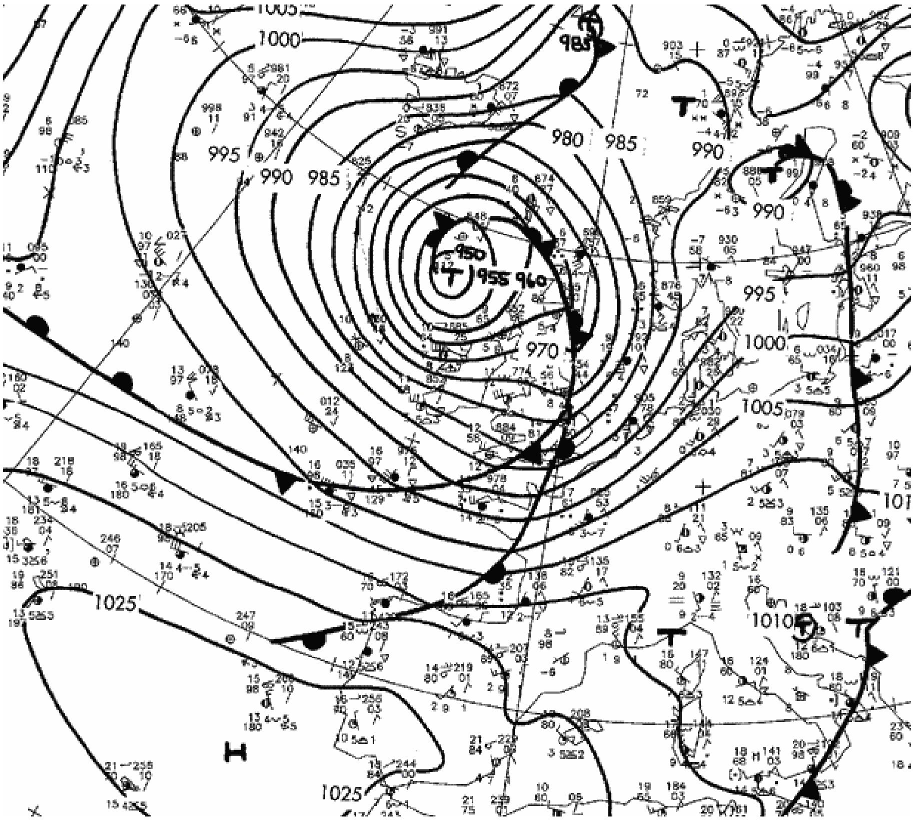
5. An einem Tag wird in Zürich ein Luftdruck von 1020 hPa und in Lugano von 1010 hPa gemessen. Schätzen Sie die Druckkraft in mN ab, die auf 1.0 Kg Luft wirkt. ($\rho \sim 1.3\,\mathrm{kg/m^3}$) (3P)

G Prüfung - Dynamische Meteorologie - Teil B

Hinweise:

- 30 min für Teil B. Erlaubte Hilfsmittel: Formelbuch "Formeln, Tabellen, Begriffe", Taschenrechner, A5 vorne handgeschriebener Spickzettel
- Numerisches Resultat IMMER mit formaler Herleitung
- Ergebnis als gerundete Dezimalzahl mit richtiger Anzahl signifikanter Ziffern in wissenschaftlicher Form oder mit Vorsätze angeben.

Die nächste Abbildung zeigt den Bodendruck über Westeuropa am 11/11/2010.



1. Schätzen Sie geographische Breite und Druckgradient über Westfrankreich (Bretagne) ab. (3P)
2. Berechnen Sie die Druck-, die Zentripetal- und die Corioliskraft, die in dieser Region auf 1 kg Luft wirken. (6P)
3. Skizzieren Sie mit 3 verschiedenen Farben alle auf die Luftteilchen wirkende Kräfte **massstäblich** korrekt. (3P)
4. Berechnen Sie die geostrophische Windgeschwindigkeit in km/h und in Knoten in dieser Region. (4P)
5. Vergleichen Sie Ihr Resultat mit den Wettermeldungen. Stimmen sie überein? (1P)
6. Wie lange braucht die Kaltfront, um die Schweiz mit dieser Geschwindigkeit zu erreichen? (3P)
7. Um welche Wetterlage handelt es sich? Begründen Sie. (2P)
8. Formulieren Sie die bestmögliche Wettervorhersage für den nächsten und übernächsten Tag in Zürich. (3P)

Total (A $\oplus$ B): 39P

Bestätigung der Eigenständigkeit

Ich bestätige, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und in schriftliche Form gebracht habe, dass sich die Mitwirkung anderer Personen auf Beratung und Korrekturlesung beschränkt hat und dass alle verwendeten Unterlagen und Gewährspersonen aufgeführt sind.[2]

Marco Didone, Mai 2011.

[2]Alle Abbildungen ohne Quellenangabe wurden von mir gezeichnet.