

Lösungen zu den Erdbebenaufgaben

1. Geg.: P-Welle braucht $t_P = 160$ s für bekannte Strecke $s = 960$ km
 S-Welle braucht $\Delta t = 220$ s länger für dieselbe Strecke s , d.h., $t_S = 380$ s
 Ges.: Geschwindigkeiten v_P , v_S der P- resp. der S-Wellen

Lösung: Bestimme die Geschwindigkeit mit $v = s/t$

$$v_P = 960 \text{ km} / 160 \text{ s} = 6.0 \text{ km/s} = 6.0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$v_S = 960 \text{ km} / 380 \text{ s} = 2.5 \text{ km/s} = 2.5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

2. Geg.: P-Welle braucht $\Delta t = 61$ s länger für eine unbekannte Distanz L als die S-Wellen für dieselbe Distanz L .

$$v_P = 9.2 \text{ km/s}$$

$$v_S = 3.8 \text{ km/s}$$

Ges.: Distanz L des Erdbebenherds zum Beobachtungsstandort Fürstenfeldbrück, sowie der genaue Zeitpunkt des Erdbebens am 20. Jan. 2000.

Lösung: Als erstes benennen wir die unbekannten Laufzeiten, die wir für die Lösung brauchen:

Die P-Welle brauchte für die Distanz L die Zeit t_P

Die S-Welle brauchte für die Distanz L die Zeit t_S

Wir wissen zudem aus der Aufgabe: $t_S = t_P + \Delta t$

Also: $t_P = L / v_P \quad (1) \quad \Rightarrow \quad L = v_P \cdot t_P \quad (1')$

$$t_S = L / v_S \quad (2) \quad \Rightarrow \quad L = v_S \cdot t_S \quad (2')$$

$$t_S = t_P + \Delta t \quad (3) \quad \Rightarrow \quad L = v_S \cdot (t_P + \Delta t) \quad (3')$$

Wir setzen Gleichung (1) in Gleichung (3) ein.

$$t_S = t_P + \Delta t = L / v_P + \Delta t \quad \left| \text{mit Gleichung (2) können wir } t_S \text{ noch ersetzen:} \right.$$

$$L / v_S = L / v_P + \Delta t \quad \left| \text{Gleichung nach } L \text{ auflösen} \right.$$

$$L / v_S - L / v_P = \Delta t \quad \left| L \text{ ausklammern} \right.$$

$$L \left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P} \right) = \Delta t \quad \left| \text{durch die Klammer dividieren, Zahlen einsetzen} \right.$$

$$L = \Delta t / \left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P} \right) \quad \left| \text{Doppelbruch vereinfachen} \right.$$

$$L = \frac{\Delta t \cdot v_P \cdot v_S}{v_P - v_S}$$

Numerische Lösung: $L = 395$ km oder rund 400 km.

Die Laufzeit der P-Welle betrug damit: $t_P = L / v_P = 395 \text{ km} / 9.2 \text{ km/s} = 42.9 \text{ s}$

D.h. das Erdbeben fand 43 s vor dem Eintreffen der P-Welle in Fürstenfeldbrück statt, also:
 03:04:14 – 43 s = 03:03:31

Das Erdbeben geschah um 03:03:31 am 20. Jan. 2000, 400 km von Fürstenfeldbrück entfernt.

Alternativ können die drei Gleichungen (1') bis (3') auch in der Form rechts gelöst werden:

Aus (1') und (3') folgt:	$L = v_P \cdot t_P = v_S \cdot (t_P + \Delta t)$	$\left \text{nach } t_P \text{ auflösen} \right.$
	$t_P (v_P - v_S) = v_S \cdot \Delta t$	$\left \text{durch die Klammer dividieren} \right.$
	$t_P = v_S \cdot \Delta t / (v_P - v_S)$	$\left \text{Zahlen einsetzen und mit (1') } L \text{ berechnen} \right.$