

Übungsserie - Integralrechnung 5

- * a) Für welche Werte von $c \in \mathbb{R}$ berühren sich $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$ und $f'(x)$?
b) Berechne die Fläche, die $f(x)$ und $f'(x)$ einschliessen (a) 4/3 b) 9/4)
- * Sei $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$
a) Für welche Werte von $(a, b) \in \mathbb{R}$ ist $g(x) = \frac{ax+b}{e^x}$ eine Stammfunktion von $f(x)$? (-1,0)
b) Zeige, dass die Fläche zwischen $f(x)$ und der x -Achse im ersten Quadranten endlich ist. (1/e)
- $f(x) = x \sin x$, $x \in [0, \pi]$ wird um die x -Achse gedreht. Bestimme das Volumen des Rotationskörpers. (Hinweis: $2 \sin x \cos x = \sin(2x)$)
- $y = (1 - \frac{x}{k})\sqrt{x}$ mit $x \in [0, k]$, $k > 0$. Für welche k ist das Volumen des Rotationskörper $\frac{4}{3}\pi$? (4)
- Berechne $\int_0^3 \sqrt{x-1} dx$.
- * Für welchen Wert von $a > 1$ begrenzt der Graph der Funktion $y = \ln a \cos(ax)$ mit der x -Achse Flächenstücke maximalen Inhalts? (e)
- * Zwei verschiedene Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ haben dieselbe zweite Ableitung

$$f_i''(x) = \frac{3}{16}x - 1.$$

Ihre Graphen gehen beide durch den Ursprung des Koordinatensystems und berühren die x -Achse.

- Wie lauten die Gleichungen der Funktionen f_1 und f_2 ?
 - Welchen Inhalt hat das von den beiden Graphen und von der Geraden $g : x = 8$ eingeschlossene Flächenstück? (64)
- Berechne das Rotationsvolumen, das erzeugt wird, wenn man die von den Koordinatenachsen und dem Graphen der Funktion $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ mit $a > 0$ eingeschlossene Fläche um die x -Achse rotiert? ($\frac{\pi}{15}a^3$)

Übungsserie - Integralrechnung 5

- * a) Für welche Werte von $c \in \mathbb{R}$ berühren sich $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$ und $f'(x)$?
b) Berechne die Fläche, die $f(x)$ und $f'(x)$ einschliessen (a) 4/3 b) 9/4)
- * Sei $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$
a) Für welche Werte von $(a, b) \in \mathbb{R}$ ist $g(x) = \frac{ax+b}{e^x}$ eine Stammfunktion von $f(x)$? (-1,0)
b) Zeige, dass die Fläche zwischen $f(x)$ und der x -Achse im ersten Quadranten endlich ist. (1/e)
- $f(x) = x \sin x$, $x \in [0, \pi]$ wird um die x -Achse gedreht. Bestimme das Volumen des Rotationskörpers. (Hinweis: $2 \sin x \cos x = \sin(2x)$)
- $y = (1 - \frac{x}{k})\sqrt{x}$ mit $x \in [0, k]$, $k > 0$. Für welche k ist das Volumen des Rotationskörper $\frac{4}{3}\pi$? (4)
- Berechne $\int_0^3 \sqrt{x-1} dx$.
- * Für welchen Wert von $a > 1$ begrenzt der Graph der Funktion $y = \ln a \cos(ax)$ mit der x -Achse Flächenstücke maximalen Inhalts? (e)
- * Zwei verschiedene Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ haben dieselbe zweite Ableitung

$$f_i''(x) = \frac{3}{16}x - 1.$$

Ihre Graphen gehen beide durch den Ursprung des Koordinatensystems und berühren die x -Achse.

- Wie lauten die Gleichungen der Funktionen f_1 und f_2 ?
 - Welchen Inhalt hat das von den beiden Graphen und von der Geraden $g : x = 8$ eingeschlossene Flächenstück? (64)
- Berechne das Rotationsvolumen, das erzeugt wird, wenn man die von den Koordinatenachsen und dem Graphen der Funktion $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ mit $a > 0$ eingeschlossene Fläche um die x -Achse rotiert? ($\frac{\pi}{15}a^3$)