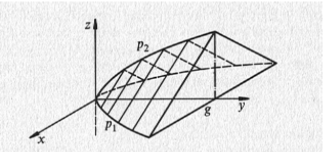
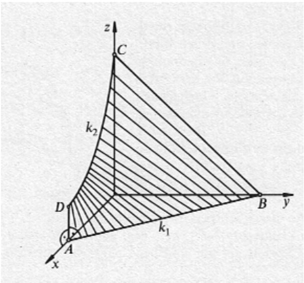
Übungsserie - Integralrechnung 6

1. Die Grundfläche eines Körpers ist durch die Parabel $y_1 = x^2$ und die Gerade $y = 4$ begrenzt. Der "First" liegt auf der Parabel $z = 3\sqrt{y}$. Die "Mantelfläche" besteht aus zur xz- Ebene parallele Strecken. Skizziere den Körper und berechne das Volumen. (24)



2. Das Dreieck ABC ist die Grundfläche eines Körpers. Die Querschnitte senkrecht zur x-Achse sind Segmente von Parabeln, deren Scheitel auf der Kurve $z = (4-2x)^{3/4}$ liegen. Welches Volumen hat es? $(256/33 \cdot \sqrt{2})$

3. Die Fläche $ABCD$ wird durch Strecken parallel zur yz-Ebene erzeugt. Die einen Endpunkte der Strecken liegen auf $y = 1 - x$, die anderen auf $z = e^{-x}$. Berechne das Volumen des Körpers, der durch die Fläche $ABCD$ und die drei Koordinatenebenen begrenzt wird. (1/2e)



4. Die Punkte der Kurven $z = 4 - x^2$ und $z = 4 - y$ mit gleicher z-Koordinate werden durch eine Gerade Strecke verbunden. Die entstehende Fläche zusammen mit den Koordinatenebenen begrenzen einen Körper. Skizziere ihn und berechne sein Volumen!

Und zuletzt wieder eine Maturitätsaufgabe:

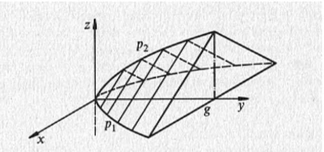
5. Gegeben seien $y = -ax^2 + a^5$ und $y = -\frac{x^2}{a} + a^3$ mit $(a > 0)$.
   - Skizziere den Graph dieser Funktionen
   - Berechne, als Funktion von a, den Inhalt der von diesen Graphen eingeschlossene Fläche. ()
   - Wie gross muss a sein, damit diese Fläche maximalen Inhalt hat?

   Lösungen $F = \frac{4}{3}a^5(1-a^2)$; $a = \sqrt{5/7}$

4 - M - MD - Besprechung am:

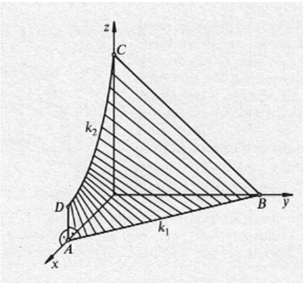
Übungsserie - Integralrechnung 6

1. Die Grundfläche eines Körpers ist durch die Parabel $y_1 = x^2$ und die Gerade $y = 4$ begrenzt. Der "First" liegt auf der Parabel $z = 3\sqrt{y}$. Die "Mantelfläche" besteht aus zur xz- Ebene parallele Strecken. Skizziere den Körper und berechne das Volumen. (24)



2. Das Dreieck ABC ist die Grundfläche eines Körpers. Die Querschnitte senkrecht zur x-Achse sind Segmente von Parabeln, deren Scheitel auf der Kurve $z = (4-2x)^{3/4}$ liegen. Welches Volumen hat es? $(256/33 \cdot \sqrt{2})$

3. Die Fläche $ABCD$ wird durch Strecken parallel zur yz-Ebene erzeugt. Die einen Endpunkte der Strecken liegen auf $y = 1 - x$, die anderen auf $z = e^{-x}$. Berechne das Volumen des Körpers, der durch die Fläche $ABCD$ und die drei Koordinatenebenen begrenzt wird. (1/2e)



4. Die Punkte der Kurven $z = 4 - x^2$ und $z = 4 - y$ mit gleicher z-Koordinate werden durch eine Gerade Strecke verbunden. Die entstehende Fläche zusammen mit den Koordinatenebenen begrenzen einen Körper. Skizziere ihn und berechne sein Volumen!

Und zuletzt wieder eine Maturitätsaufgabe:

5. Gegeben seien $y = -ax^2 + a^5$ und $y = -\frac{x^2}{a} + a^3$ mit $(a > 0)$.
   - Skizziere den Graph dieser Funktionen
   - Berechne, als Funktion von a, den Inhalt der von diesen Graphen eingeschlossene Fläche. ()
   - Wie gross muss a sein, damit diese Fläche maximalen Inhalt hat?

   Lösungen $F = \frac{4}{3}a^5(1-a^2)$; $a = \sqrt{5/7}$