

## Übungsserie - Komplexe Zahlen 3

1.  $zw - 1 = (1 + 2z)iw$ . Für welche  $z$  ist  $w$  reell?

2. Berechne und stelle die Resultate graphisch dar:  $\sqrt[3]{i + \sqrt[4]{16}}$

3. Stelle folgende Menge graphisch dar:

$$3 < |z - 1| \leq 5 \text{ und } \pi/6 < \arg z \leq \pi/3$$

4. Für welche  $z$  ist der Funktionswert reell?  $f(z) = (\sqrt{3} + 2i)z$

5. Gib den Drehpunkt und den Drehwinkel der Drehung an. Nimm zur Kontrolle das Dreieck  $A(1), B(2), C(2+2i)$ . Berechne die zu den Bildpunkten  $A', B', C'$  gehörenden Funktionswerten und zeichne alle sechs Punkte in eine Gauss'sche Ebene.

a)  $f(z) = i(z - 2) + 2$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}(-1 + i)z$

6. Berechne die zu den Punkten  $A, B, C$  gehörenden Funktionswerten. Zeichne die Original- und die Bildfigur in eine gauss'sche Ebene. Berechne den Drehpunkt, den Drehwinkel und den Streckefaktor. Zeichne den Fixpunkt und kontrolliere!

a)  $f(z) = (1 + 2i)z + 8i$ ; Dreieck  $A(-2), B(-4i), C(2 - 4i)$

b)  $f(z) = (-3 - i)z - 15 - 8i$ ; Parallelogramm  $A(-9 - 3i); B(-6 - 2i); C(-5); D(-8 - i)$

7. Gib die Gleichung  $f(z) = az + c$  der Drehstreckung mit Fixpunkt  $z_0$ , Drehwinkel  $\alpha$  und Streckefaktor  $k$ :

a)  $z_0 = (0, 0), \alpha = \pi/2, k = 3$

b)  $z_0 = \sqrt{2}i, \alpha = 3\pi/4, k = 2$

8. Berechne und stelle graphisch dar:

a)  $\ln(1 + i)$

b)  $\ln 2i$

c)  $\ln 5$

d)  $\ln(4 - 4i)$

9. Sei  $f(z) = \frac{1}{z}$ . Bestimme das Bild der angegebenen Kurve  $k$ .

a)  $k : z = i + t$

b)  $k : z = \frac{1}{2}e^{i\varphi}$

c)  $k : z = 2 + e^{i\varphi}$

d)  $k : |z - 2| \leq 4$

(Hinweis zu c) und d): Bestimme zuerst den Funktionswert einiger Punkten auf den gegebenen Kurven.)

## Übungsserie - Komplexe Zahlen 3

1.  $zw - 1 = (1 + 2z)iw$ . Für welche  $z$  ist  $w$  reell?

2. Berechne und stelle die Resultate graphisch dar:  $\sqrt[3]{i + \sqrt[4]{16}}$

3. Stelle folgende Menge graphisch dar:

$$3 < |z - 1| \leq 5 \text{ und } \pi/6 < \arg z \leq \pi/3$$

4. Für welche  $z$  ist der Funktionswert reell?  $f(z) = (\sqrt{3} + 2i)z$

5. Gib den Drehpunkt und den Drehwinkel der Drehung an. Nimm zur Kontrolle das Dreieck  $A(1), B(2), C(2+2i)$ . Berechne die zu den Bildpunkten  $A', B', C'$  gehörenden Funktionswerten und zeichne alle sechs Punkte in eine Gauss'sche Ebene.

a)  $f(z) = i(z - 2) + 2$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}(-1 + i)z$

6. Berechne die zu den Punkten  $A, B, C$  gehörenden Funktionswerten. Zeichne die Original- und die Bildfigur in eine gauss'sche Ebene. Berechne den Drehpunkt, den Drehwinkel und den Streckefaktor. Zeichne den Fixpunkt und kontrolliere!

a)  $f(z) = (1 + 2i)z + 8i$ ; Dreieck  $A(-2), B(-4i), C(2 - 4i)$

b)  $f(z) = (-3 - i)z - 15 - 8i$ ; Parallelogramm  $A(-9 - 3i); B(-6 - 2i); C(-5); D(-8 - i)$

7. Gib die Gleichung  $f(z) = az + c$  der Drehstreckung mit Fixpunkt  $z_0$ , Drehwinkel  $\alpha$  und Streckefaktor  $k$ :

a)  $z_0 = (0, 0), \alpha = \pi/2, k = 3$

b)  $z_0 = \sqrt{2}i, \alpha = 3\pi/4, k = 2$

8. Berechne und stelle graphisch dar:

a)  $\ln(1 + i)$

b)  $\ln 2i$

c)  $\ln 5$

d)  $\ln(4 - 4i)$

9. Sei  $f(z) = \frac{1}{z}$ . Bestimme das Bild der angegebenen Kurve  $k$ .

a)  $k : z = i + t$

b)  $k : z = \frac{1}{2}e^{i\varphi}$

c)  $k : z = 2 + e^{i\varphi}$

d)  $k : |z - 2| \leq 4$

(Hinweis zu c) und d): Bestimme zuerst den Funktionswert einiger Punkten auf den gegebenen Kurven.)