

Wurzeln, Potenzen und Potenzfunktionen

1. Vereinfache so weit als möglich: (ohne TR)

$$\text{a) } \frac{\frac{4a-1}{(x^2y)^3}z^2}{\frac{(2a)^{-3}}{(xy^2z)^{-2}}} = \quad \text{b) } \frac{-3r^{-1/6} \cdot r^{5/3}}{(2r^{3/4})^2} = \quad \text{c) } \left[8(2\sqrt[3]{4})^{1/2} - 7(4\sqrt{2})^{1/3}\right]^{6/5} =$$

$$\text{d) } \sqrt{t}\sqrt{t}\sqrt{t} = \quad \text{e) } \frac{\sqrt[3]{a^2}}{(\sqrt{a})^3} = \quad \text{f) } (\sqrt{u+v} + \sqrt{u-v})(\sqrt{u+v} - \sqrt{u-v}) =$$

$$\text{g) } \frac{3rs\sqrt{s+2r}\sqrt{s^3}}{\sqrt{s}} = \quad \text{h) } \sqrt[3]{a^{-2}} - 3\sqrt[6]{a^{-4}} = \quad \text{i) } \sqrt[4]{a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}} =$$

$$\text{j) } \frac{\sqrt{(x^2-1)(x-1)}}{\sqrt{x+1}} = \quad \text{k) } \frac{(x-1)^{2n+1}}{(\sqrt{1-x})^{2n+2}} = \quad \text{l) } \sqrt{m\sqrt{m}} \cdot \sqrt[3]{m\sqrt{m}} \cdot \sqrt[6]{m} =$$

2. Wie gross ist der prozentuale Fehler, wenn man $10^{24.05}$ auf 10^{24} gerundet wird? (10.87%)

3. Das Verhältnis der Oberfläche zweier Würfel beträgt 5:4. Berechne das Längenverhältnis der Kanten und das Volumenverhältnis. (1.118:1 und 1.398:1)

4. Zwei Freunde trinken zusammen ein Frappé aus einem kegelförmigen Glas, das 12.0 cm tief ist.

a) Der erste trinkt bis zur halben Tiefe und überlässt den Rest seinem Freund. In welchem Verhältnis haben sie geteilt? ($V_{Kegel} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$).

b) Bis zu welcher Tiefe darf der erste trinken, wenn beide gleich viel erhalten sollen?

5. Ein kegelförmiges Gefäss mit einem Radius von 10 cm und einer Tiefe von 24 cm wird bis zur halben Höhe mit Öl und anschliessend mit Wasser gefüllt. Wie dick ist die Ölschicht, die sich auf dem Wasser bildet? (1.04 cm)

6. Skizziere im gleichem Diagramm, gib \mathbb{D} und \mathbb{W} sowie die Umkehrfunktion (mit Test) an:

$$\text{a) } f_1(x) = x^{1/2} ; f_2(x) = x^{1/2} - 2 ; f_3(x) = (x+1)^{1/2} - 1 ; f_4(x) = 2(x-1)^{1/2} - 4$$

$$\text{b) } g_1(x) = x^{3/2} ; g_2(x) = 2x^{3/2} ; g_3(x) = (x-2)^{3/2} ; g_4(x) = \frac{1}{2}(x+1)^{3/2} - 4$$

$$\text{c) } h_1(x) = \frac{1}{x} ; h_2(x) = \frac{-3}{x} ; h_3(x) = \frac{2}{x-1} - 1$$

7. Gegeben sind die Funktionen: $f(x) = -\frac{3}{2}(x-2)^3+1$, $g(x) = 2(x-3)^4-5$, $h(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^4+3$. Gib \mathbb{D} und \mathbb{W} (damit die Funktion Umkehrbar ist) und die Umkehrfunktion (mit Test) an.

8. Wie viele 13. Wurzeln 100-stelliger Zahlen sind Elemente von \mathbb{N} ? (7992563 Zahlen, eher schwierig)

Wurzeln, Potenzen und Potenzfunktionen

1. Vereinfache so weit als möglich: (ohne TR)

$$\text{a) } \frac{\frac{4a-1}{(x^2y)^3}z^2}{\frac{(2a)^{-3}}{(xy^2z)^{-2}}} = \quad \text{b) } \frac{-3r^{-1/6} \cdot r^{5/3}}{(2r^{3/4})^2} = \quad \text{c) } \left[8(2\sqrt[3]{4})^{1/2} - 7(4\sqrt{2})^{1/3}\right]^{6/5} =$$

$$\text{d) } \sqrt{t}\sqrt{t}\sqrt{t} = \quad \text{e) } \frac{\sqrt[3]{a^2}}{(\sqrt{a})^3} = \quad \text{f) } (\sqrt{u+v} + \sqrt{u-v})(\sqrt{u+v} - \sqrt{u-v}) =$$

$$\text{g) } \frac{3rs\sqrt{s+2r}\sqrt{s^3}}{\sqrt{s}} = \quad \text{h) } \sqrt[3]{a^{-2}} - 3\sqrt[6]{a^{-4}} = \quad \text{i) } \sqrt[4]{a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}} =$$

$$\text{j) } \frac{\sqrt{(x^2-1)(x-1)}}{\sqrt{x+1}} = \quad \text{k) } \frac{(x-1)^{2n+1}}{(\sqrt{1-x})^{2n+2}} = \quad \text{l) } \sqrt{m\sqrt{m}} \cdot \sqrt[3]{m\sqrt{m}} \cdot \sqrt[6]{m} =$$

2. Wie gross ist der prozentuale Fehler, wenn man $10^{24.05}$ auf 10^{24} gerundet wird? (10.87%)

3. Das Verhältnis der Oberfläche zweier Würfel beträgt 5:4. Berechne das Längenverhältnis der Kanten und das Volumenverhältnis. (1.118:1 und 1.398:1)

4. Zwei Freunde trinken zusammen ein Frappé aus einem kegelförmigen Glas, das 12.0 cm tief ist.

a) Der erste trinkt bis zur halben Tiefe und überlässt den Rest seinem Freund. In welchem Verhältnis haben sie geteilt? ($V_{Kegel} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$).

b) Bis zu welcher Tiefe darf der erste trinken, wenn beide gleich viel erhalten sollen?

5. Ein kegelförmiges Gefäss mit einem Radius von 10 cm und einer Tiefe von 24 cm wird bis zur halben Höhe mit Öl und anschliessend mit Wasser gefüllt. Wie dick ist die Ölschicht, die sich auf dem Wasser bildet? (1.04 cm)

6. Skizziere im gleichem Diagramm, gib \mathbb{D} und \mathbb{W} sowie die Umkehrfunktion (mit Test) an:

$$\text{a) } f_1(x) = x^{1/2} ; f_2(x) = x^{1/2} - 2 ; f_3(x) = (x+1)^{1/2} - 1 ; f_4(x) = 2(x-1)^{1/2} - 4$$

$$\text{b) } g_1(x) = x^{3/2} ; g_2(x) = 2x^{3/2} ; g_3(x) = (x-2)^{3/2} ; g_4(x) = \frac{1}{2}(x+1)^{3/2} - 4$$

$$\text{c) } h_1(x) = \frac{1}{x} ; h_2(x) = \frac{-3}{x} ; h_3(x) = \frac{2}{x-1} - 1$$

7. Gegeben sind die Funktionen: $f(x) = -\frac{3}{2}(x-2)^3+1$, $g(x) = 2(x-3)^4-5$, $h(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^4+3$. Gib \mathbb{D} und \mathbb{W} (damit die Funktion Umkehrbar ist) und die Umkehrfunktion (mit Test) an.

8. Wie viele 13. Wurzeln 100-stelliger Zahlen sind Elemente von \mathbb{N} ? (7992563 Zahlen, eher schwierig)