Sociología

Estadística MUY aplicada

Teresa Villagarcía

Probabilidad

- > ¿Por qué estudiamos probabilidad?
 - Proporción de piezas defectuosas producidas en un proceso industrial o a favor de una ley.
 Tomamos una muestra y obtenemos que el 3% es defectuoso. O el 40% está a favor

- ¿Cómo podremos extrapolar nuestras conclusiones al futuro?
 - Evidentemente si otro día se toma otra muestra, es difícil que obtengamos precisamente un 3% de piezas defectuosas. O el 40% a favor.

Probabilidad

- Sabemos que si nuestro servicio funciona bien recibimos en promedio 156 reclamaciones al mes.
 - Este mes hemos recibido 150. ¿Hemos mejorado?
 - El mes pasado recibimos 160. ¿Hemos empeorado?
 - Si recibimos 180 ¿qué debemos hacer?

- Cuando todo funciona bien nuestra máquina produce un 2% de piezas defectuosas.
 - Hoy hemos producido 1000 piezas y ha habido 23 piezas defectuosas. ¿Está mal la máquina?

La probabilidad es el arma que vamos a utilizar para poder generalizar nuestras conclusiones a toda la población de referencia.

Para introducir la Probabilidad vamos previamente a definir una serie de conceptos:

- > Experimento aleatorio
- > Sucesos
 - Elementales
 - Compuestos
- Espacio muestral
- Suceso seguro
- Suceso imposible

La Probabilidad se define sobre los sucesos y es una medida de la incertidumbre de un suceso

- > Si tenemos un suceso, A
- La probabilidad se define sobre A
- Se escribe P(A)
- Y representa la probabilidad de que A ocurra

Propiedades de la probabilidad

> P(A) está comprendida entre 0 y 1

$$0 \le P(A) \le 1$$

Todos tenemos una idea intuitiva de lo que es la probabilidad:

Sirve para medir incertidumbres.

¿Es probable que mañana haga 40°C?

¿Y que yo termine la clase afónica?

Propiedades de la probabilidad

No vamos a trabajar en clase la probabilidad y sus cálculos.

Variables Aleatorias

- Son las variables numéricas que pueden tomar valores al azar:
- > Ejemplos:
 - Nº de reclamaciones al mes en un servicio
 - Nº de servicios prestados
 - Nº personas que hay en un hotel.
 - Retrasos promedio en los trenes

Variables Aleatorias

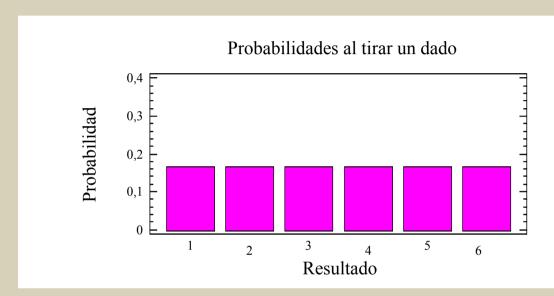
- > Pueden ser
 - Discretas:
 - Toman un conjunto de valores:
 - Número de hijos de una familia: 1,2,3, pero no 4.34
 - Continuas
 - Pueden tomar cualquier valor
 - Retrasos del tren: puede ser 5.34 minutos

¿Cómo se estudian las Variables Aleatorias?

- Definiendo todos los valores que puede tomar la variable
- > Y sus probabilidades.
- Ejemplo: Tirar un dado (discreta)

Valor	Probabilidad	
1	1/6=0.166	
2	1/6=0.166	
3	1/6=0.166	
4	1/6=0.166	
5	1/6=0.166	
6	1/6=0.166	

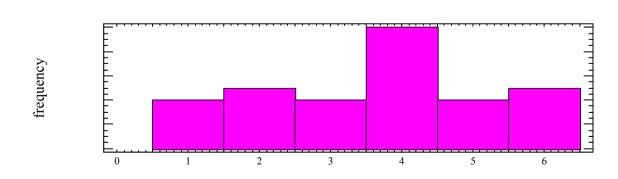
¿Cómo se estudian las Variables Aleatorias? DADO (Cont)



Valor	Probabilidad	
1	1/6=0.166	
2	1/6=0.166	
3	1/6=0.166	
4	1/6=0.166	
5	1/6=0.166	
6	1/6=0.166	



30 veces. Los datos se representan en el histograma:



Esta es la forma de trabajar:

- Tenemos una idea de cómo será el proceso cuando todo vaya bien (Dado equilibrado)
- 2. Tomamos datos (Tiramos el dado)
- 3. Comprobamos si todo va bien

¿Cómo se estudian las Variables Aleatorias?

- Definir en cada problema los valores y las probabilidades puede ser muy complejo.
 - Ejemplo: Niños y niñas en familias de cuatro hijos
- Lo simplificamos mediante distribuciones de probabilidad
 - Discretas: Distribución Bernouilli/ Binomial
 - Continuas: Distribución normal

Proceso de Bernouilli

- Estudia fenómenos con las características:
 - Existen dos posibles resultados:
 - Aceptable-Defectuoso, Niño-Niña,....
 - La proporción (probabilidad) de aparición de cada tipo es constante:
 - P(Aceptable)=constante
 - P(Defectuoso)=1-P(Aceptable)
 - Las observaciones son independientes
- > Ejemplos:

Proceso de Bernouilli: Ejemplos

- Una máquina produce piezas de dos tipos:
 - defectuosas en un 2% de los casos. Y aceptables en el 98%.
 - Probabilidades fijas P(D)=0.02 P(A)=0.98
 - Las observaciones son independientes
- Sexo de los niños nacidos en un hospital:
 - Dos tipos: niños y niñas
 - Probabilidades fijas P(Niño)=0.51 P(Niña)=0.49
 - En un hospital acaba de nacer un niño: No da información sobre el sexo del siguiente nacimiento.

Distribución Binomial Para procesos de Bernouilli

- En un proceso Bernouilli (dos resultados)
- Tomamos una muestra de n piezas y miramos cuantas hay de cada tipo.
- La distribución nos proporciona la probabilidad de obtener un número de piezas defectuosas

Distribución Binomial Para procesos de Bernouilli

• Ejemplo:

- Nuestro proceso produce un 2% de piezas defectuosas cuando *todo funciona bien.*
- Tomamos muestras de tamaño 20.
- La distribución binomial proporciona la probabilidad de obtener un número concreto de defectuosos.
- Se dice que el número de defectuosos en la muestra, X, se distribuye como una binomial de probabilidad 0,02 y tamaño 20:)
 - B(0.02; 20)

Distribución binomial B(20; 0.02)



Probabilidad de defectuoso 2%: P(D)=0.02

Muestras de tamaño n=20

X='Número de defectuosos en la muestra de 20 Observaciones'

P(tener 0 defectuosos)=66.7%=P(X=0)

P(tener 1 defectuoso)=27,24%=P(X=1)

P(tener 2 defectuosos)=5,28%=P(X=2)

P(tener 3 defectuosos)=0,64%=P(X=3)

P(tener 4 defectuosos)=0,05%=P(X=4)

Distribución binomial

Probabilidad de que nazca un niño: P(Niño)=0.51

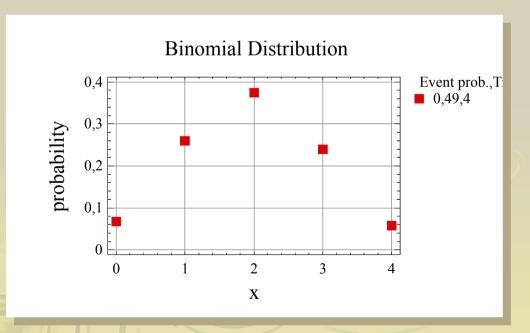
Probabilidad de que nazca una niña: P(Niña)=0.49

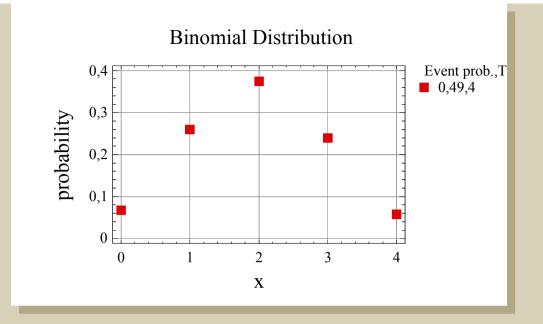
Familias con cuatro hijos.

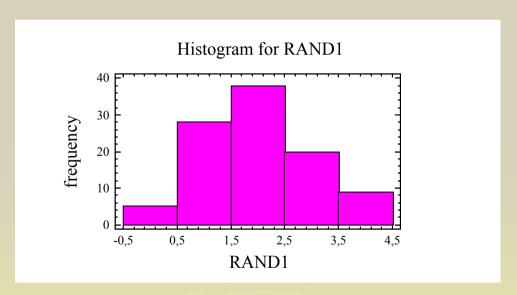
X='Número de niñas'

Obtenemos:

Número		
de niñas	Probabilidad	
X		
0	0,067	
1	0,259	
2	0,374	
3	0,240	
4	0,057	

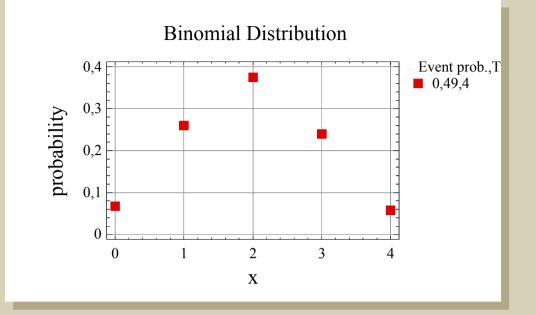


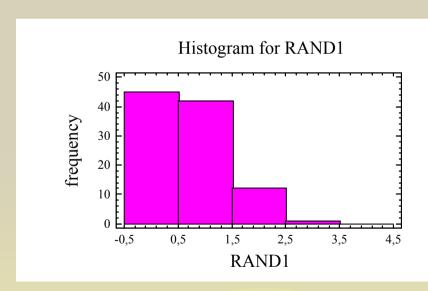




Hemos encontrado 134 familias con cuatro hijos y encontramos esos datos.

Si hubiéramos encontrado......





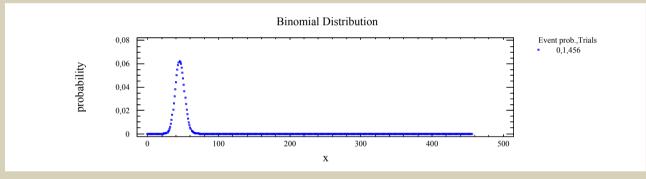
¿qué hay que pensar?

Repetimos el análisis para reclamaciones:

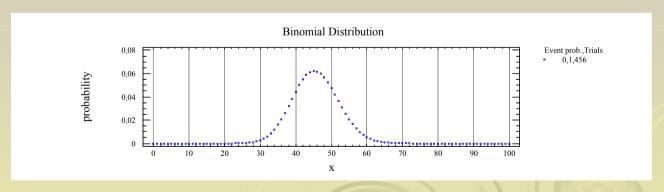
En nuestra empresa el 10% de los servicios acaban en una reclamación.

Este mes se han prestado 456 servicios. Esperaríamos 456x0,10=45 reclamaciones

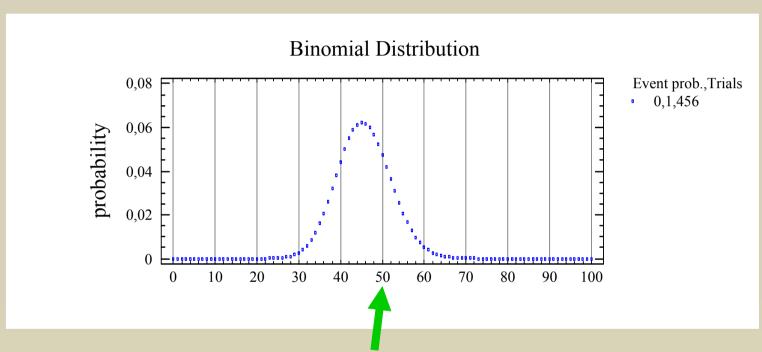
Y ha habido 50 reclamaciones. ¿Hemos trabajado mal?



Hacemos un zoom



Haciendo un zoom mayor



P(x>50)=21.9%

P(x mayor o igual que 50)=26,7%

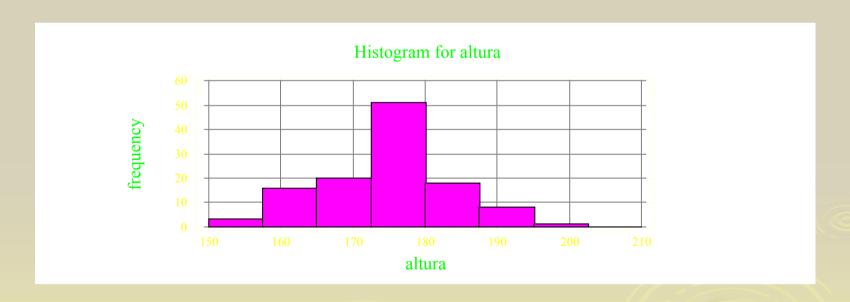
¿Y si hubiéramos recibido 30 reclamaciones?

P(x<30)=0.04

Resumiendo:

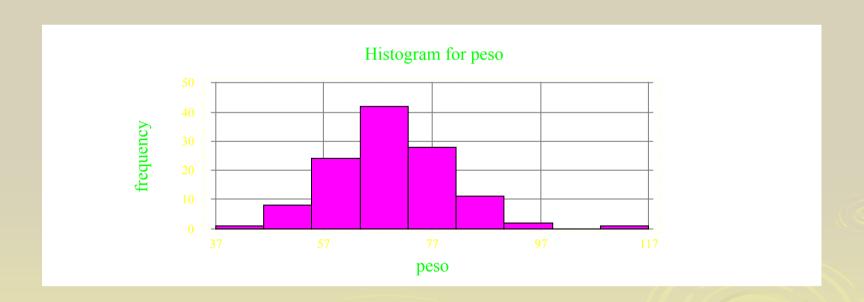
- La distribución binomial sirve para estudiar número de defectuosos de un total de n
- Es decir proporciones: estudiamos si la proporción de defectuosos permanece constante, aumenta o disminuye
- Ya tenemos una manera saber si mejoramos, nos mantenemos o empeoramos.

> Para variables continuas



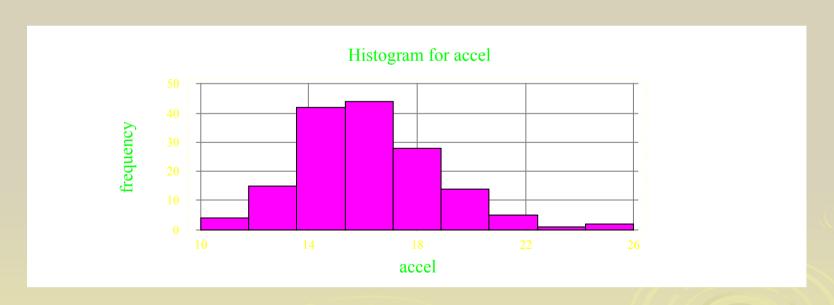
¿Cómo será la altura en general?

> Para variables continuas



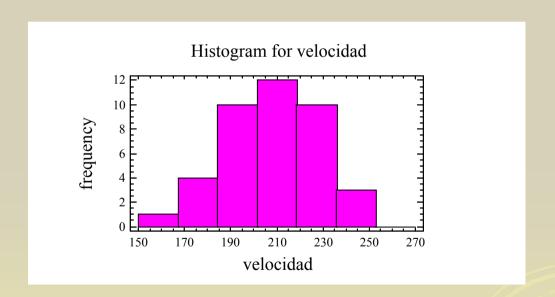
¿Cómo será el peso en general?

> Para variables continuas



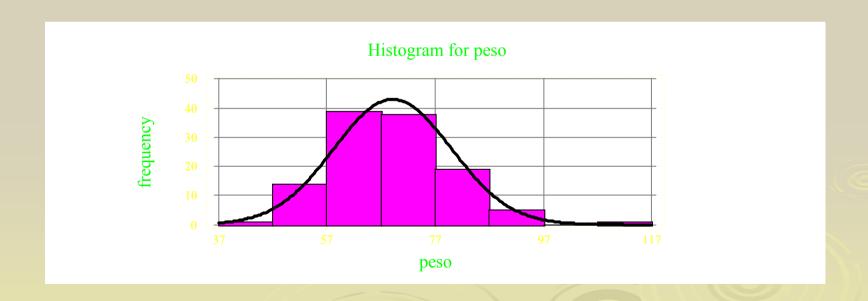
¿Cómo será en general la aceleración?

> Para variables continuas



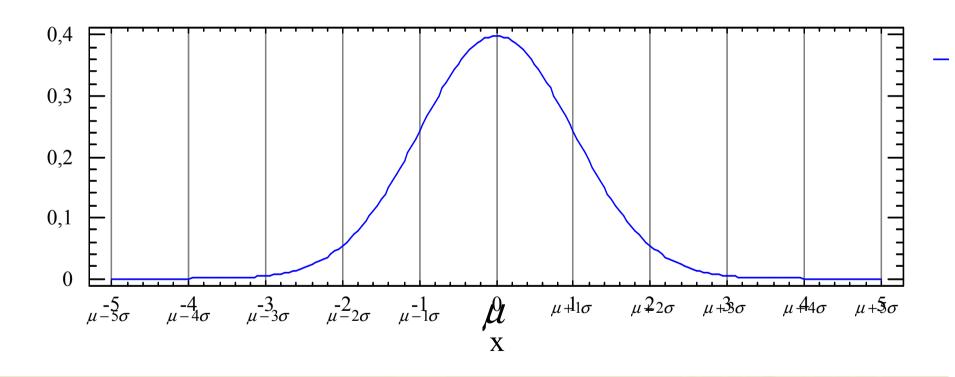
¿Cómo será en general al velocidad?

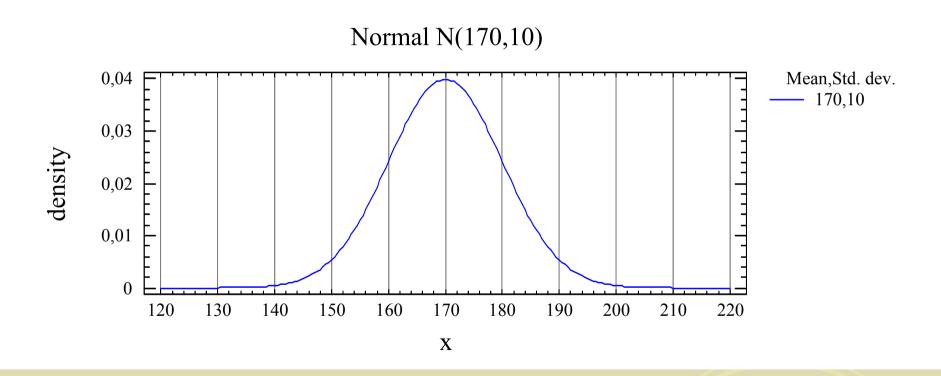
Queremos encontrar una curva que represente los datos y Usarla para generalizar nuestras conclusiones.

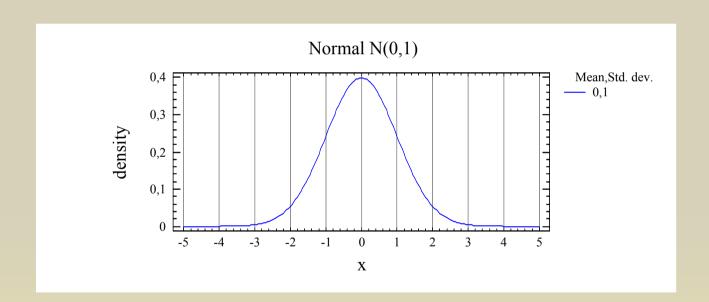


- La distribución normal se llama también CAMPANA DE GAUSS.
- El área que abarca bajo ella es 1
- > Se caracteriza por dos valores: Media μ y la desviación típica σ
- La normal se escribe:

$$N(\mu, \sigma)$$

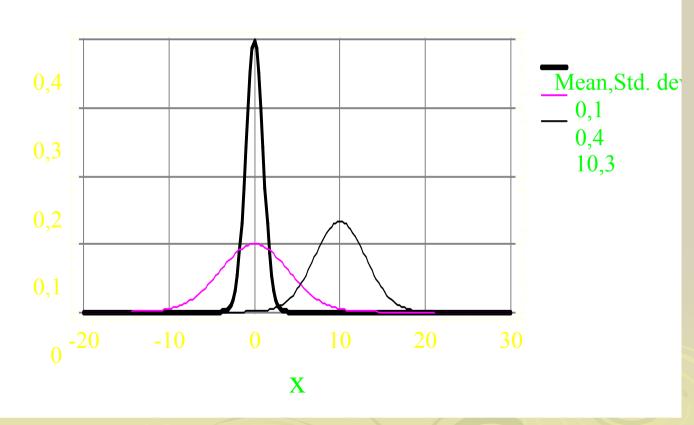






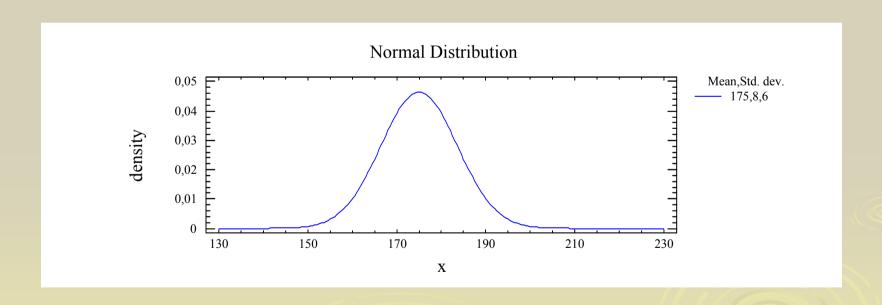
Distribución Normal





Distribución Normal

El área comprendida bajo la curva normal es la probabilidad de encontrar observaciones en ese intervalo.



Mean,Std. dev. — 175,8,6

N(175.8; 8.6)

230

P(170<X<180)=Area bajo la curva. Lo calcula la máquina

 \mathbf{X}

190

210

170

Normal Distribution

0,05

0,04

density 0,03

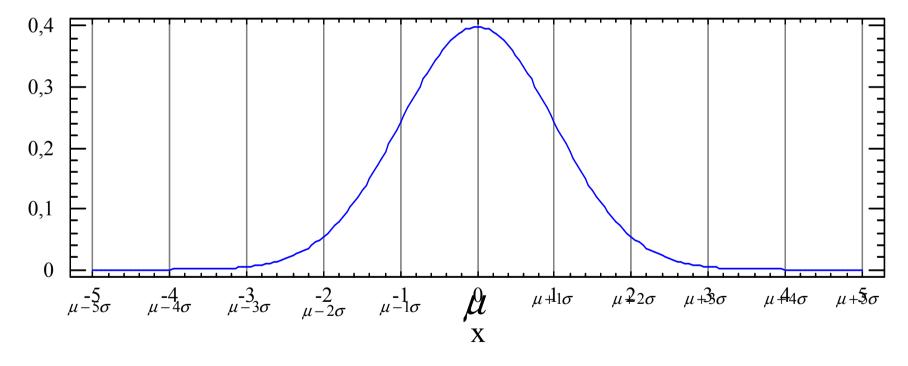
0,01

0

130

150

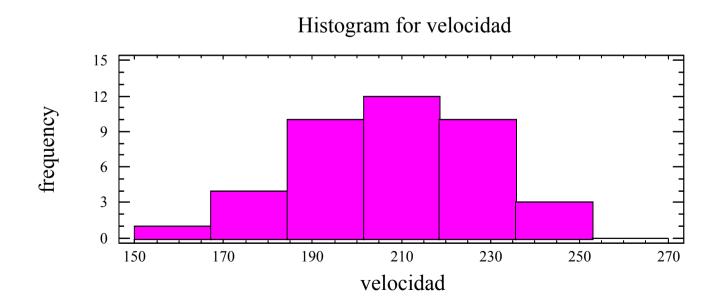
Distribución Normal: Algunas probabilidades



Entre $\mu - 2\sigma$ y $\mu + 2\sigma$ hay un 95% de probabilidad Entre $\mu - 3\sigma$ y $\mu + 3\sigma$ hay un 99.7% de probabilidad

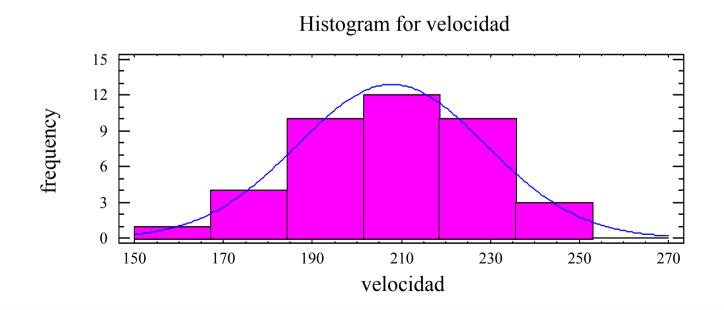
Cálculo de probabilidades con la normal

- El objetivo de las distribuciones es AJUSTARLAS a los datos.
- Este proceso se llama estimación. Y consiste en encontrar la normal que mejor ajusta a los datos:



Cálculo de probabilidades con la normal

- El objetivo de las distribuciones es AJUSTARLAS a los datos.
- Este proceso se llama estimación. Y consiste en encontrar la normal que mejor ajusta a los datos:



Se puede demostrar

La normal que mejor ajusta a los datos es

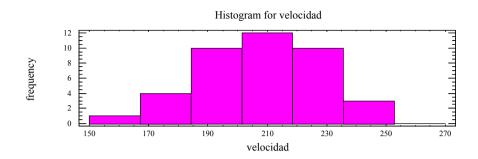
$$N(\mu, \sigma) = N(Media, desviación)$$

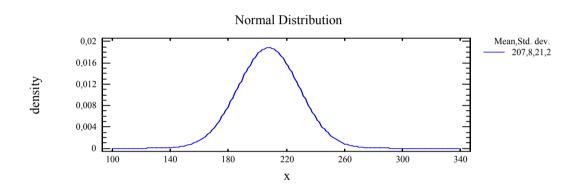
Ejemplo velocidad

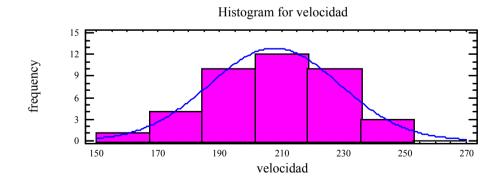
- La velocidad de una muestra de coches bastante deportivos, tiene un valor medio
- Media=207,82
- Desviación típica=21,219
- > POR TANTO LA NORMAL QUE AJUSTA ESTOS DATOS ES:

N(207.8; 21.2)

Veámoslo gráficamente.







Summary Statistics for velocida

Count = 40

Average = 207,821

Variance = 450,246

Standard deviation = 21,219

Minimum = 163,24

Maximum = 252,49

Range = 89,25

Stnd. skewness = -0.0390404

Stnd. kurtosis = -0.443825

Una vez estimada la NORMAL Podemos calcular probabilidades N(207.8, 21.2)

- > P(Velocidad < 200)=0.356
- > P(Velocidad < 250)=0.977
- > P(200<Velocidad<250)= 0.977 -0.356=0.621
- > En STATGRAPHICS vamos a:
 - Distributions
 Distribution fitting (uncensored)
 Ajustamos la normal
 Tail Areas

Otro ejemplo: Alturas de los estudiantes

Analysis Summary Histogram for altura Data variable: altura frequency 117 yelves ranging from 155,0 to 199,0 itted normal distribution: mean = 175,427standard deviation = 8,63065 Prodemos calcular Prodemos Calcular Notestribution N(175,4:86 babilidades todas las prodemos prodemos las pro 0,04 density 0,03 0,02 0,01 150 170 190 130 210

En Tail areas obtenemos:

P(Altura < 170) = 0,265031

P(Altura < 180) = 0,703636

P(170<Altura<180)=0,70-027=0,43

X

Proceso de estimación (resumen)

- Miramos los datos
- Vemos si parecen normales
- Les ajustamos la distribución normal N(media, desviación)
- > Ya podemos calcular probabilidades y...
- > TOMAR DECISIONES

Estimación de la binomial: Proporción de defectuosos

Para estimar la proporción de defectuosos, se toma una muestra grande cuando el proceso se sabe que está bien y se estima

P(D)=número de defectuosos/número total

Ejemplo

- > Hemos tomado 200 piezas y obtenido 4 defectuosas:
- \rightarrow P(D)=4/200=0.02 (El 2%)
- > Con este dato ya podemos calcular probabilidades:
- Tomamos normalmente muestras de tamaño 20. Como P(D)=0.02
- X=Número de defectuosos en 20 con P(D)=0.02 es una Binomial.
 - B(20, 0.02)

INTERVALOS de confianza

- Los intervalos de confianza proporcionan una zona en la que previsiblemente estará el valor auténtico del parámetro.
- Se calculan con una confianza determinada
- Normalmente 95%

INTERVALOS de confianza

- > Se calculan para:
 - Media
 - Varianza o desviación típica
 - Proporciones

INTERVALOS DE CONFIANZA MEDIA

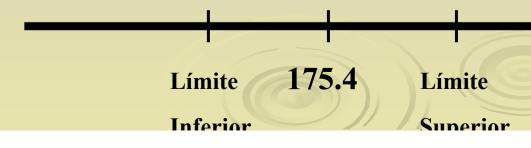
Hemos estimado la altura media de los estudiantes de ingeniería en

$$\bar{x} = 175.4$$

Un intervalo de confianza proporciona una zona en la que

con una confianza predeterminada estará la altura

media de verdad de esa población



INTERVALOS DE CONFIANZA MEDIA

- > Statgraphics:
- > Describe-One variable-Confidence intervals

Confidence Intervals for altura

95,0% confidence interval for mean: 175,427 +/- 1,58035 [173,847;177,008]

95,0% confidence interval for standard deviation: [7,64853;9,90463]



INTERVALOS DE CONFIANZA MEDIA

La fórmula que sirve para calcularlo está en la documentación y es:

$$\overline{x} - t_{\alpha/2} \hat{s} / \sqrt{n}$$

$$\overline{x} + t_{\alpha/2} \hat{s} / \sqrt{n}$$

n=número de datos

t es una distribución que viene en las tablas

s es la desviación típica

Si n>30 y la confianza es del 95% entonces t=2 y el intervalo es:

$$\overline{x} - 2\hat{s} / \sqrt{n}$$
 $\overline{x} + 2\hat{s} / \sqrt{n}$

Intervalo de confianza Varianza o desviación típica

- Hemos estimado que la media de altura era 175.4
- La desviación es 8.63
- > En describe-one variable-confidence intervals
- > Fórmulas en documentación.

```
Confidence Intervals for altura
```

```
95,0% confidence interval for mean: 175,427 +/- 1,58035 [173,847;177,008]
```

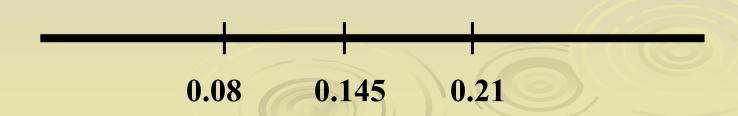
95,0% confidence interval for standard deviation: [7,64853;9,90463]

INTERVALOS DE CONFIANZA Binomial

- > Statgraphics:
- Codificando la variable como defectuoso = 1 y aceptable = 0
- Describe-One variable-Confidence intervals
- Tenemos una muestra de tamaño 117 con una proporción de 1 del 14.52 %. El intervalo de confianza será

95,0% confidence interval for mean: 0,145299 +/- 0,0648057 [0,0804935;0,210105]

MEAN = PROPORCION



Contrastes de hipótesis

- Contraste de hipótesis en estadística es contestar a preguntas
- Siempre se contesta en términos de probabilidad.
- > Es semejante a intervalos de confianza
- Un intervalo también puede resolver estos problemas.

Contrastes de hipótesis

Problema:

Tenemos un muestra de alturas de 2000 españoles.

Media=173 y desviación=10cm.

Hace 10 años la media era de 168.

¿Ha aumentado la altura de los españoles o es una casualidad de la muestra?

Contrastes de hipótesis

Problema:

Las bolsas de un fabricante soportan 16 Kg tomamos una muestra y, a la vista de su media y desviación ¿Debemos creer al fabricante?

Problema:

La duración de una enfermedad es de 15 días. Se estudia un nueva droga en 20 pacientes y se observa que, en promedio la duración son 13 días. ¿Es mejor la nueva droga? ¿Es una casualidad?

Problema:

Tenemos un muestra de alturas de 2000 españoles. Media=173 y desviación=10cm.

Hace 10 años la media era de 168.

¿Ha aumentado la altura de los españoles o es una casualidad de

la muestra?

Metodología:

Definimos un Hipótesis nula H₀ que es lo que se quiere comprobar

y una hipótesis alternativa H₁ que es lo que observamos

 H_0 : Media=168

H₁: Media>168

 H_0 : Media=168

H₁: Media distinta 168

Problema:

Tenemos un muestra de alturas de 2000 españoles. Media=173 y desviación=10cm.

Hace 10 años la media era de 168.

¿Ha aumentado la altura de los españoles o es una casualidad de

la muestra?

La decisión se toma en términos de probabilidad de que ocurra H₀ con los datos que obtenemos.

La herramienta para decidir se llama p-valor

Describe

Hipotesis Test

 H_0 : Media=168 H_1 : Media>168

El p-valor

- El p-valor da una idea de lo verosímil que es la hipótesis nula con los datos que tenemos
- P-valor es bajo....Poco razonable que Ho sea verdad
- P-valor alto.....Es bastante posibe que Ho sea verdad

P-valor

100 (1) -

 El p-valor da la verosimilitud de Ho con los datos que tenemos. Si es bajo (menor que 0,05) rechazamos Ho. Si es alto, no rechazamos Ho

$$75(0,75)$$
 —

)

P-valor

 El p-valor da la verosimilitud de Ho con los datos que tenemos. Si es bajo (menor que 0,05) rechazamos Ho. Si es alto, no rechazamos Ho Zona

100 (1)

75(0,75)

de 50 (0,5)

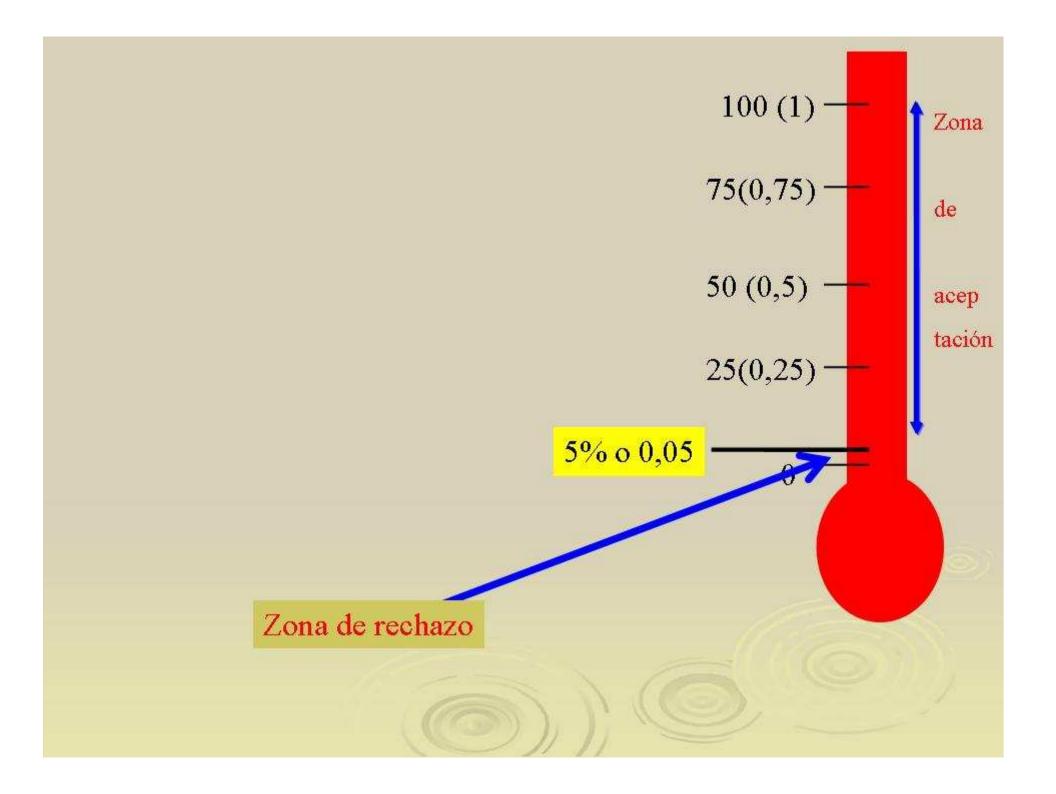
25(0,25)

No rechazo

No rechazo

5% o 0,05

Zona de rechazo



Problema:

Tenemos un muestra de alturas de 2000 españoles. Media=173 y desviación=10cm.

Hace 10 años la media era de 168.

¿Ha aumentado la altura de los españoles o es una casualidad de

la muestra?

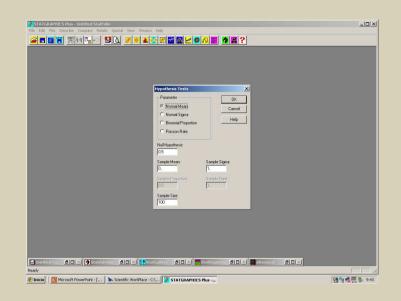
La decisión se toma en términos de probabilidad de que ocurra H₀ con los datos que obtenemos.

La herramienta para decidir se llama p-valor

Describe

Hipotesis Test

 H_0 : Media=168 H_1 : Media>168

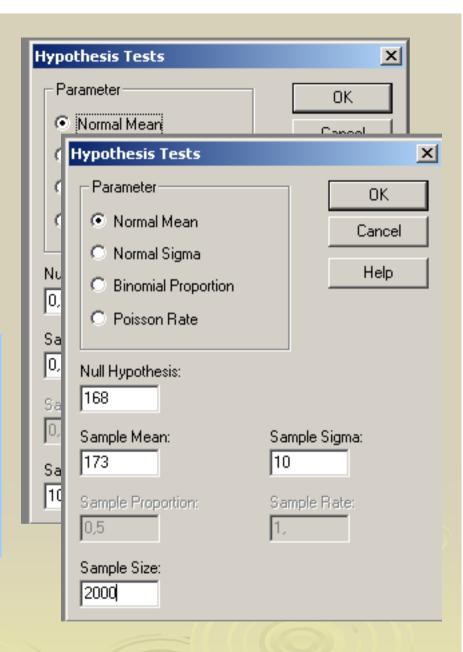


Pide: Null hypothesis. H₀ Media=168

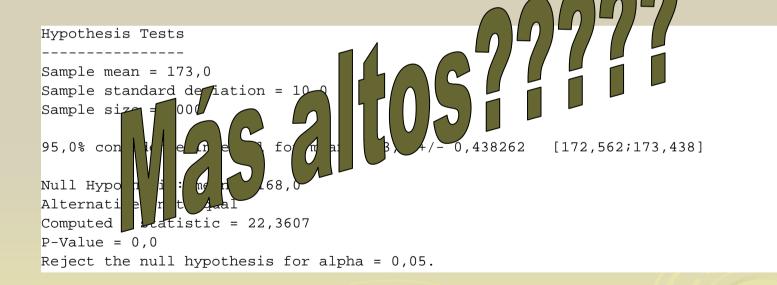
Media de la muestra: 173

Desviación de la muestra: 10

Tamaño de la muestra: 2000



RESULTADOS



P-valor

100 (1)

H₀: Media=168 H₁: Media>168

75(0,75)

50 (0,5)

25(0,25)

5% o 0.05

Zona de rechazo

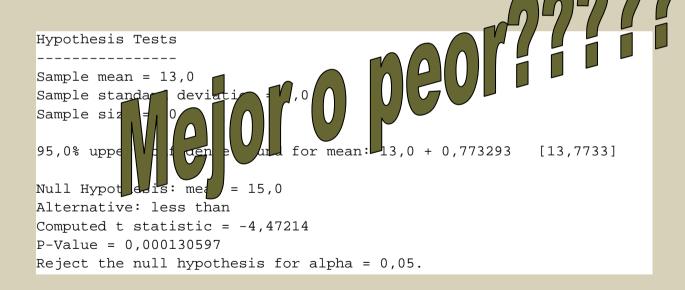
```
Hypothesis Tests
Sample mean = 173,0
Sample standard deviation = 10,0
Sample size = 2000
95,0% confidence interval for mean: 173,0 +/- 0,438262 [172,562;173,438]
Null Hypothesis: mean = 168,0
Alternative: not equal
Computed t statistic = 22,3607
P-Value = 0,0
Reject the null hypothesis for alpha = 0.05.
```

Problema: 100(1) Las bolsas de un fabricante Zona la sta e su media (14kg) y desviacion (0.5Kg) ¿Debemos creer al fabricante? 75(0,75) de Hypothesis Tests Sample mean = 14.0Sample standard deviation = 0.5No 50 (0,5) Sample size = 20recha 95,0% confidence interval for mean: 14,0 +/- 0,234008 [13,766;14,234] ZO Null Hypothesis: mean = 16,0 25(0,25) Alternative: not equal Computed t statistic = -17,8885P-Value = 2,39586E-13Reject the null hypothesis for alpha = 0.05. 5% 0 0,05 Zona de rechazo H₀: Media=16 H₁: Media<16

Problema:

La duración de una enfermedad es de 15 días. Se estudia un nueva droga en 20 pacientes y se observa que, en promedio la duración son 13 días con desviación típica de 2 días.

¿Es mejor la nueva droga? ¿Es una casualidad?



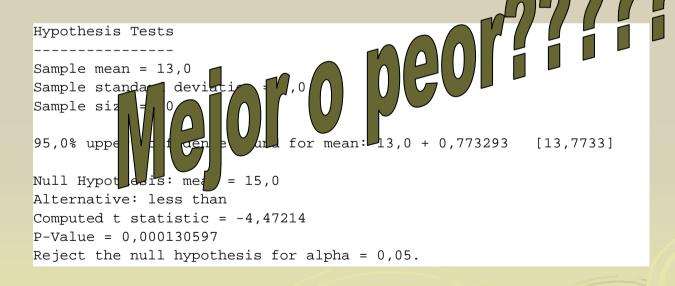
H₀: Media=15

H₁: Media<15

Problema:

La duración de una enfermedad es de 15 días. Se estudia un nueva droga en 20 pacientes y se observa que, en promedio la duración son 13 días con desviación típica de 2 días.

¿Es mejor la nueva droga? ¿Es una casualidad?



H₀: Media=15

H₁: Media<15

Podemos contrastar

- Media de la muestra (Normal mean)
- Desviación de la muestra (Normal sigma)
- Proporción de defectuosos (Binomial proportion)
- Diferencia de medias
- > Diferencia de proporciones

Siempre con la misma idea de p-valor

Proporción

- El proceso debe producir en buenas condiciones un 2% de defectuosos.
- ¿Cómo saber si funciona bien?
- > Tomando muestras constantemente y contrastando si la proporción de verdad puede ser 2%.
- > Tomamos una muestra:
 - n=20 obtenemos 1 defectuoso.

 H_0 : prop= 0,02

H₁: prop distinta 0,02

Proporc

Hypothesis Tests				Į.	×
Hypothesis Tests				×	1
Parameter————			OK	7	J
C Normal Mean			Cancel	_	J
C Normal Sigma				-	
Binomial Proportion			Help		
C Poisson Rate					
Null Hypothesis:					
Sample Mean: 0,	San 1.	nple S	igma:		
Sample Proportion: 0,05	San 1,	Sample Rate:			
Sample Size:					

Hypothesis Tests

Sample proportion = 0,05

Sample size = 20

Approximate 95,0% confidence interval for p: [0,00126! | | 20

Null Hypothesis: proportion = 0,02

Alternative: not equal

P-Value = 0,664784

Do not reject the null hypothesis for alpha = 0,05.

Contraste para la diferencia de medias o proporciones

Problema:

Probamos dos marcas de neumáticos. El resultado es:

TIPO 1: Tamaño de la muestra: n₁

Media 1

Desviación típica 1

¿Son iguales o distintos?

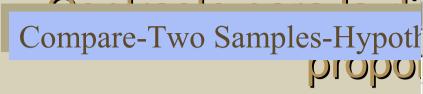
TIPO 2: Tamaño de la muestra: n₂

Media 2

Desviación típica 2

 H_0 : media 1= media 2 (Diferencia=0)

H₁: media 1 distinta de media 2



Problema:

Probamos dos marcas de neumáticos. El 1

TIPO 1: Tamaño de la muestra: $n_1=10$

Media 1 = 47.856Km

Desviación típica 1: 1500 Km

TIPO 2: Tamaño de la muestra: $n_2 = 15$

Media 2= 52.321

Desviación típica 2: 1800Km

Compare: Normal Means Normal Sigmas Binomial Proportions C Poisson Rates Null Hypothesis for Difference of Means: 0.0 Sample 1 Mean: 47856 1500

100

Hypothesis Tests (Compare)

 Sample 1 Mean:
 Sample 2 Mean:

 47856
 52321

 Sample 1 Sigma:
 Sample 2 Sigma:

 1500
 1800

 Sample 1 Proportion:
 Sample 2 Proportion:

 0,5
 0,5

 Sample 1 Rate:
 Sample 2 Rate:

 1,
 1,

 Sample 1 Size:
 Sample 2 Size:

 10
 15

100

X

0K

Cancel

Help

 H_0 : media 1= media 2

H₁: media 1 distinta de media 2

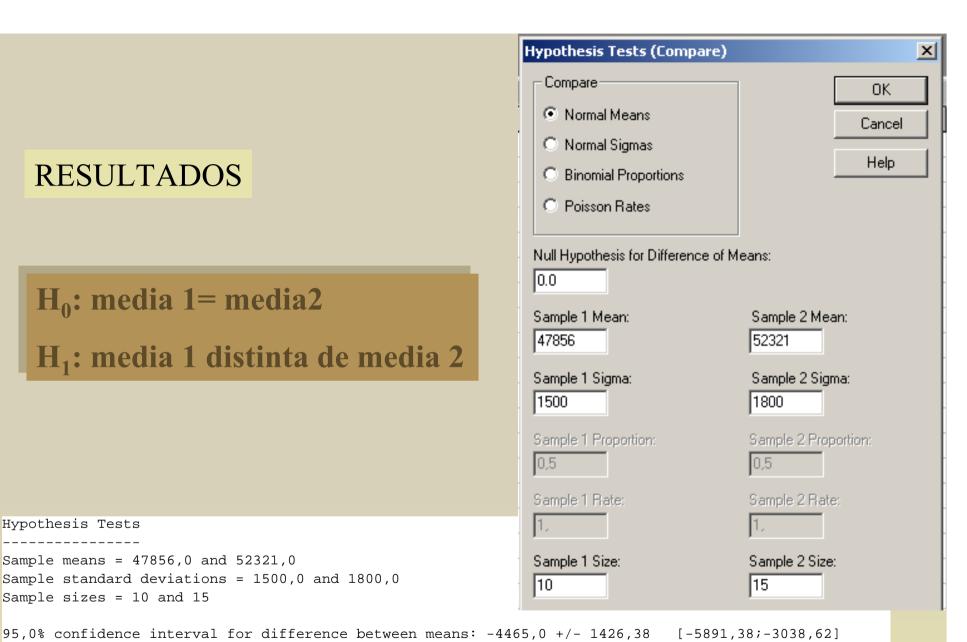
RESULTADOS

 H_0 : media 1= media 2

H₁: media 1 distinta de media 2

Hypothesis Tests Sample means = 47856,0 and 52321,0Sample standard deviations = 1500,0 and 1800,0 Sample sizes = 10 and 15

Null Hypothesis: difference between means = 0,0 Alternative: not equal Computed t statistic = -6,47554P-Value = 0.00000131452Reject the null hypothesis for alpha = 0.05.



¿Son iguales o distintas?

Comparación de proporciones.

Problema:

Probamos dos máquinas y estudiamos el número de defectuosos. El resultado es:

MAQUINA 1: Tamaño de la muestra: n₁

Defectuosos: D₁

Proporción de defectuosos: p₁=D₁/n₁

MAQUINA 2: Tamaño de la muestra: n₂

Defectuosos: D₂

Proporción de defectuosos: p₂=D₂/n₂

 $H_0: p_1=p_2$

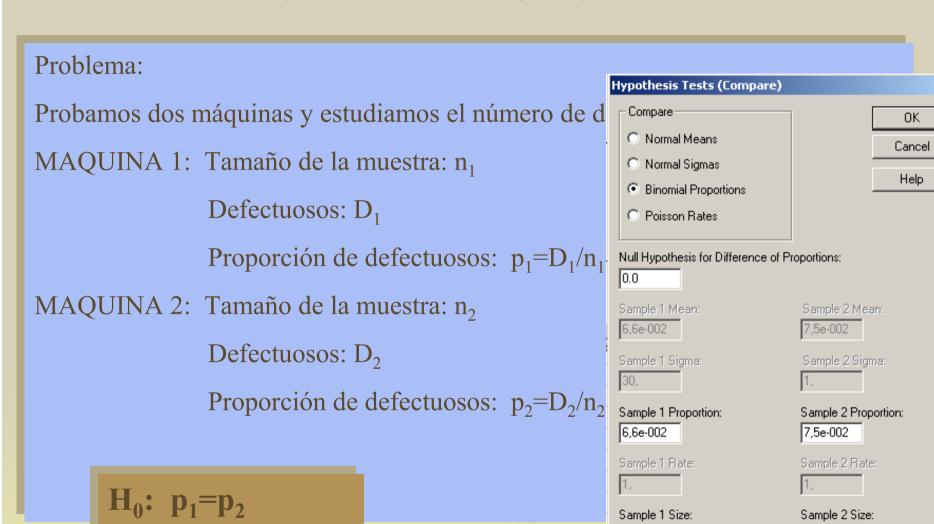
 H_1 : p_1 distinta p_2

¿Son iguales o distintas?

 H_1 : p_1 distinta p_2

Comparación de proporciones.

X



Hypothesis Tests

Sample proportions = 0,066 and 0,075

Sample sizes = 30 and 80

Approximate 95,0% confidence interval for difference between proportions: [-0,114947;0,0969469]

Null Hypothesis: difference between proportions = 0,0

Alternative: not equal

Computed z statistic = -0,162069

P-Value = 0.871247

Do not reject the null hypothesis for alpha = 0.05.

 $H_0: p_1=p_2$

 H_1 : p_1 distinta p_2

30

ciones.

hesis Tests (Compare)	x				
pare	OK				
Vormal Means	Cancel				
Normal Sigmas	Help				
3 inomial Proportions	Пер				
^o oisson Rates					
ypothesis for Difference of Proportions:					
le 1 Mean: 002	Sample 2 Mean: 7,5e-002				
le 1 Sigma:	Sample 2 Sigma:				
le 1 Proportion: 002	Sample 2 Proportion: 7,5e-002				
le 1 Rate:	Sample 2 Rate:				
ole 1 Size:	Sample 2 Size:				

¿Para qué sirve la estadística?

