



بسمه تعالی  
دانشکده مهندسی مکانیک  
دانشکدگان فنی  
دانشگاه تهران



# بهینه سازی سیستم‌های مکانیکی

تکلیف شماره دو

محمد مهدی خجسته ۸۱۰۶۹۷۲۸۰

استاد: دکتر شریعت پناهی

بهار ۱۴۰۲



$$f(x) = \sum_{i=1}^7 5 \sin^2[(x_i - 0.5)^2] + (x_i - 1)^2 + e^{-x_i^2}$$

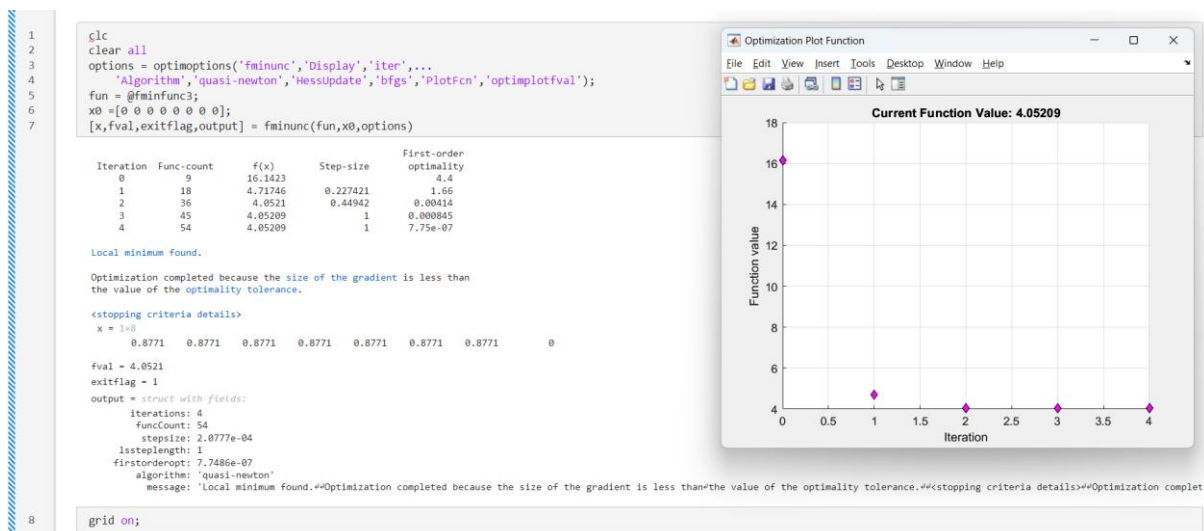
در ابتدا تابع فوق را در یک قسمت جدا به شکل زیر تعریف می کنیم:

```
fminfunc3.m
HW2 - Khojasteh - 810697280.mlx
+
1 function f = fminfunc3(x)
2 i=1:7;
3 y(i) = 5 .*sin((x(i) - 0.5).^2).^2 + (x(i) - 1).^2 + exp(- x(i).^2);
4 f=sum(y);
5 end
```

در ابتدا الگوریتم **BFGS** را برای قسمت HessUpdate قرار می دهیم.

- ۱- نقطه  $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  را به عنوان فرض اولیه  $(x_0)$  در نظر می گیریم:

برای این فرض اولیه پاسخ ها به شرح زیر است:

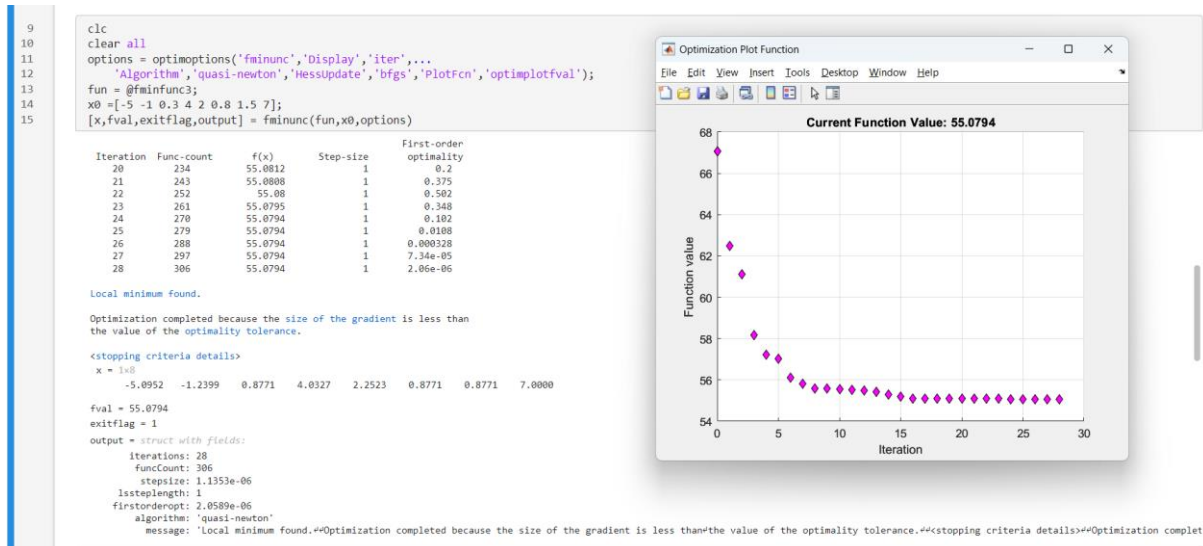


علت توقف در این است که طول گام در آخرین مرحله کمتر از مقدار از پیش تعیین شده برای برنامه برای طول گام است. لازم به ذکر است که با این حدس اولیه با تغییر هر متغیری که به شرط توقف منجر می شود.



- ۲- نقطه  $[7 \ 1.5 \ 0.8 \ 2 \ 4 \ 0.3 \ -1 \ -5]$  را به عنوان فرض اولیه ( $x_0$ ) در نظر می‌گیریم:

برای این فرض اولیه پاسخ‌ها به شرح زیر است:



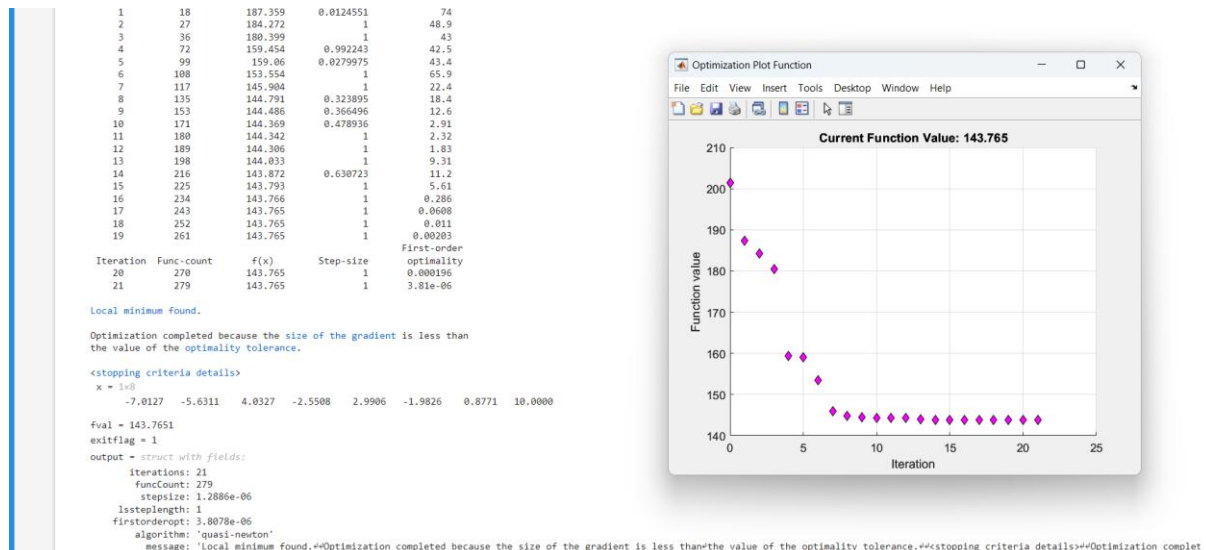
علت توقف این است که اندازه (سایز) گرادیان تابع در آخرین مرحله کمتر از مقدار از پیش تعیین شده برای برنامه برای آن است. حال این مقدار را کوچکتر می‌کنیم تا ببینیم جواب چه تغییری می‌کند؛ پس در قسمت `optimoptions` پارامتر `OptimalityTolerance` را تغییر می‌دهیم (نتایج کد این قسمت تحت عنوان 2-b در کد آورده شده است).

کدهای مربوط به هر بخش در فایل پیوست تقدیم شده است.



- ۳- نقطه  $[-10 \ -5 \ 4 \ -3 \ 2 \ -1 \ 0 \ 10]$  را به عنوان فرض اولیه ( $x_0$ ) در نظر می‌گیریم:

برای این فرض اولیه پاسخ‌ها به شرح زیر است:



علت توقف در این حالت این است که به حد تخمین و محاسبه تابع رسیدیم که این مورد با توجه به تعداد متغیرهای تابع و از رابطه محاسبه می‌شود. حال این مقدار را به افزایش می‌دهیم؛ برای این کار پارامتر  $\text{MaxFunctionEvaluations}$  را ۱۰۰۰ قرار می‌دهیم (نتایج کد این قسمت تحت عنوان 3-b در کد آورده شده است).

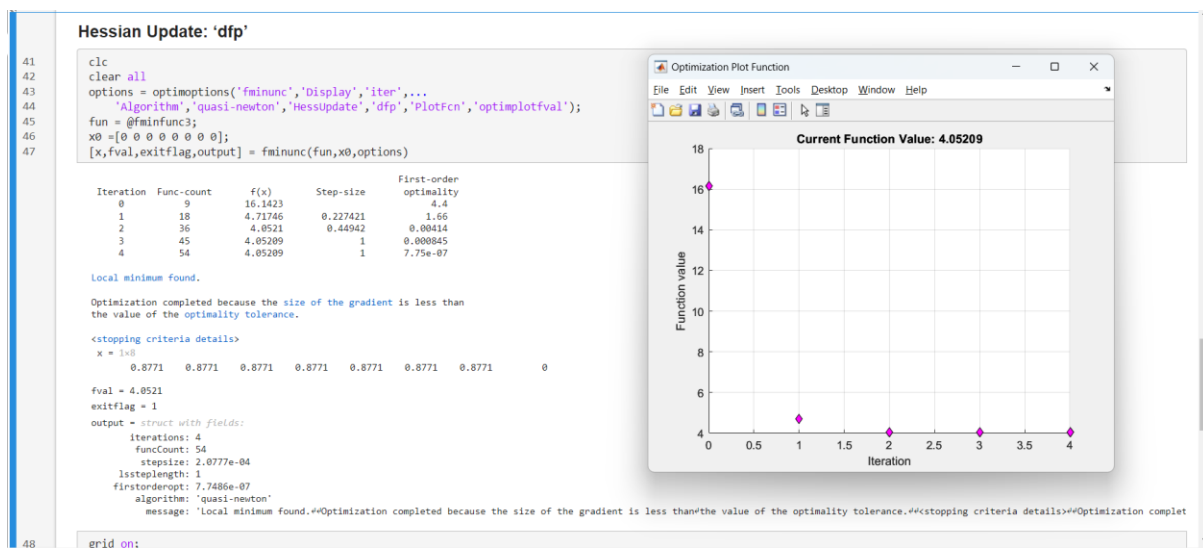
ادامه پاسخ تمرین در صفحه بعد...



در این حالت **dfp** را در قسمت HessianUpdate قرار می‌دهیم.

- ۱- نقطه  $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  را به عنوان فرض اولیه ( $x_0$ ) در نظر می‌گیریم:

برای این فرض اولیه پاسخ‌ها به شرح زیر است:



علت توقف در این حالت این است که به حد تخمین و محاسبه تابع رسیدیم با توجه به اینکه تا نقطه کمینه فاصله زیادی داریم این مقدار را افزایش می‌دهیم؛ برای این کار پارامتر MaxFunctionEvaluations را قرار می‌دهیم (نتایج کد این قسمت تحت عنوان 1-b در کد آورده شده است).

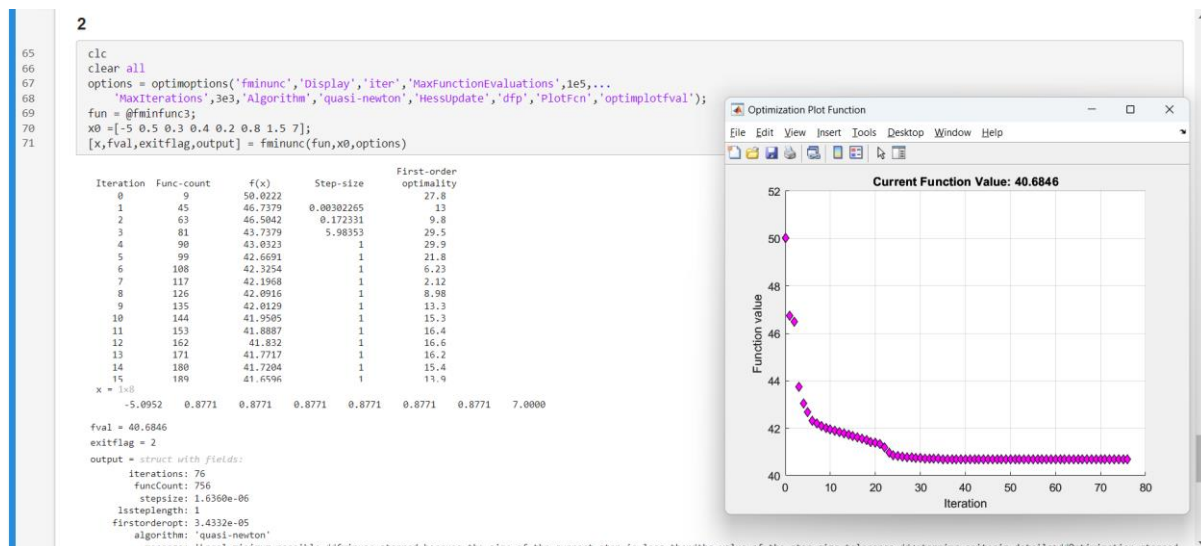
الگوریتم به این دلیل متوقف شد که به حداکثر تعداد تکرار از پیش تعیین شده توسط خود تابع متلب، یعنی ۴۰۰ تکرار، رسیدیم. پس اکنون برای ادامه الگوریتم مقدار پارامتر MaxIterations را برابر ۳۰۰۰ قرار می‌دهیم (نتایج کد این قسمت تحت عنوان 1-c در کد آورده شده است).

ادامه پاسخ تمرین در صفحه بعد...



- ۲- نقطه  $[-5 \ 0.5 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.2 \ 0.8 \ 1.5 \ 7]$  را به عنوان فرض اولیه ( $x_0$ ) در نظر می‌گیریم.

با توجه به اینکه نقطه شروع قبلی تعداد دفعات تکرار زیادی را می‌خواست این بار نقطه‌ای نزدیکتر به جواب را در نظر می‌گیریم و همچنین تغییراتی که در شرایط توقف دادیم را نگه می‌داریم و فقط مقادیر آن‌ها را تغییر می‌دهیم. برای این فرض اولیه پاسخ‌ها به شرح زیر است:



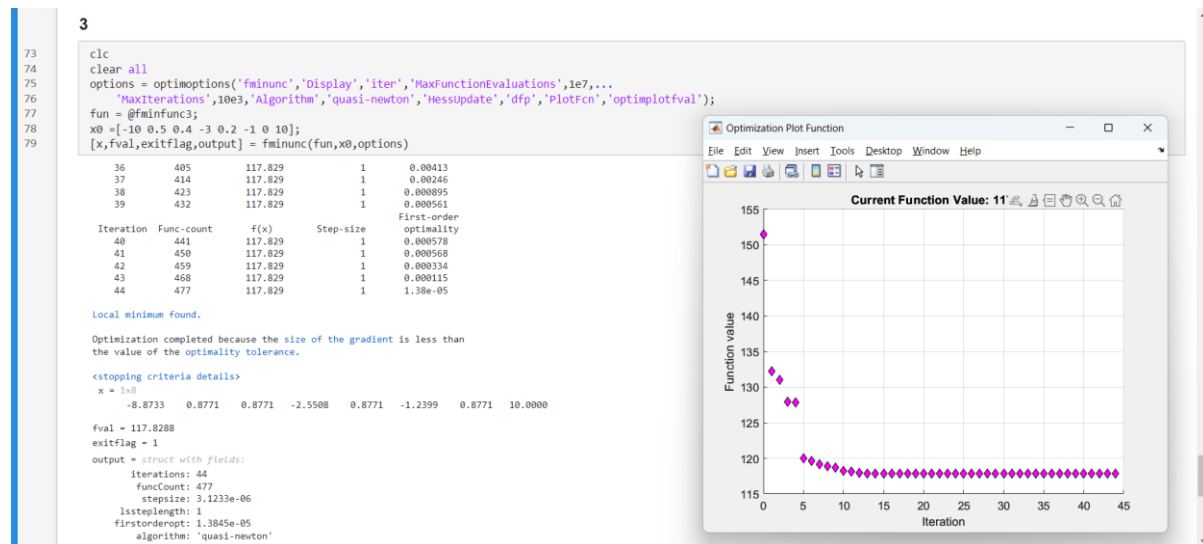
مشاهده می‌شود که با این فرض اولیه به نقطه کمینه رسیدیم و تعداد دفعات تکرار کمتری مورد نیاز بود و همچنین علت توقف در این حالت برابر شدن طول گام با حداقل طول گام از پیش تعیین شده توسط خود تابع متلب می‌باشد.

ادامه پاسخ تمرین در صفحه بعد...



- ۳- نقطه  $[-10 \ 0.5 \ 0.4 \ -3 \ 0.2 \ -1 \ 0 \ 10]$  را به عنوان فرض اولیه ( $x_0$ ) در نظر می گیریم:

و همچنین تغییراتی که در شرایط توقف دادیم را نگه می داریم برای این فرض اولیه پاسخها به شرح زیر است:



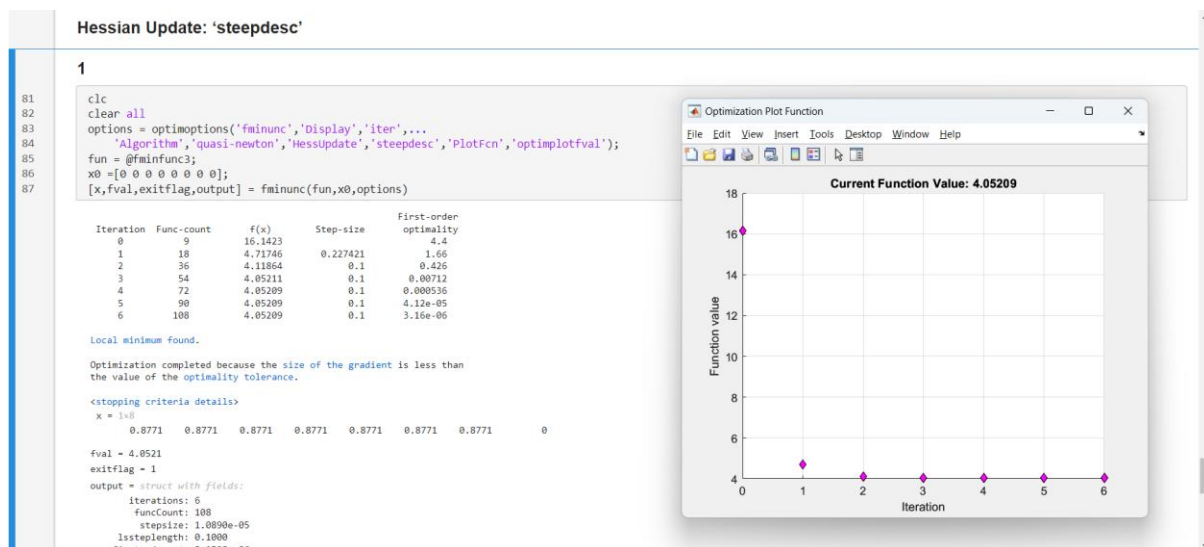
ادامه پاسخ تمرین در صفحه بعد...



در این حالت **steepdesc** را در قسمت HessianUpdate قرار می‌دهیم.

- ۱- نقطه  $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  را به عنوان فرض اولیه ( $x_0$ ) در نظر می‌گیریم:

برای این فرض اولیه پاسخ‌ها به شرح زیر است:



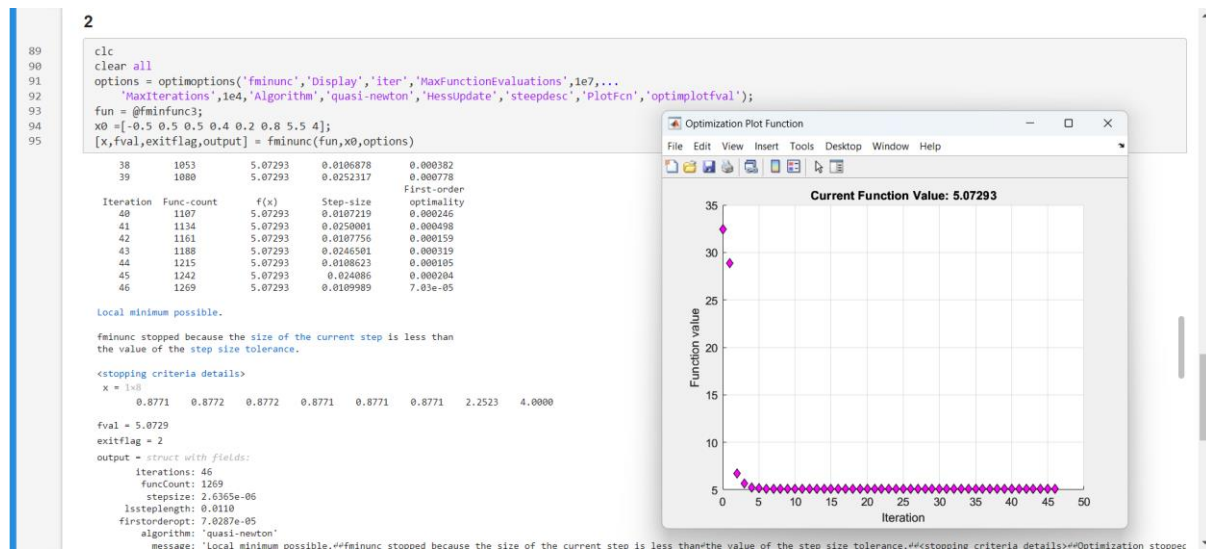
ادامه پاسخ تمرین در صفحه بعد...





- ۲- نقطه  $[-0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.4 \ 0.2 \ 0.8 \ 5.5 \ 4]$  را به عنوان فرض اولیه ( $x_0$ ) در نظر می‌گیریم.

با توجه به اینکه نقطه شروع قبلی تعداد دفعات تکرار زیادی را می‌خواست این بار نقطه‌ای نزدیکتر به جواب را در نظر می‌گیریم و همچنین تغییراتی که در شرایط توقف دادیم را نگه می‌داریم و فقط مقادیر آن‌ها را تغییر می‌دهیم. برای این فرض اولیه پاسخ‌ها به شرح زیر است:



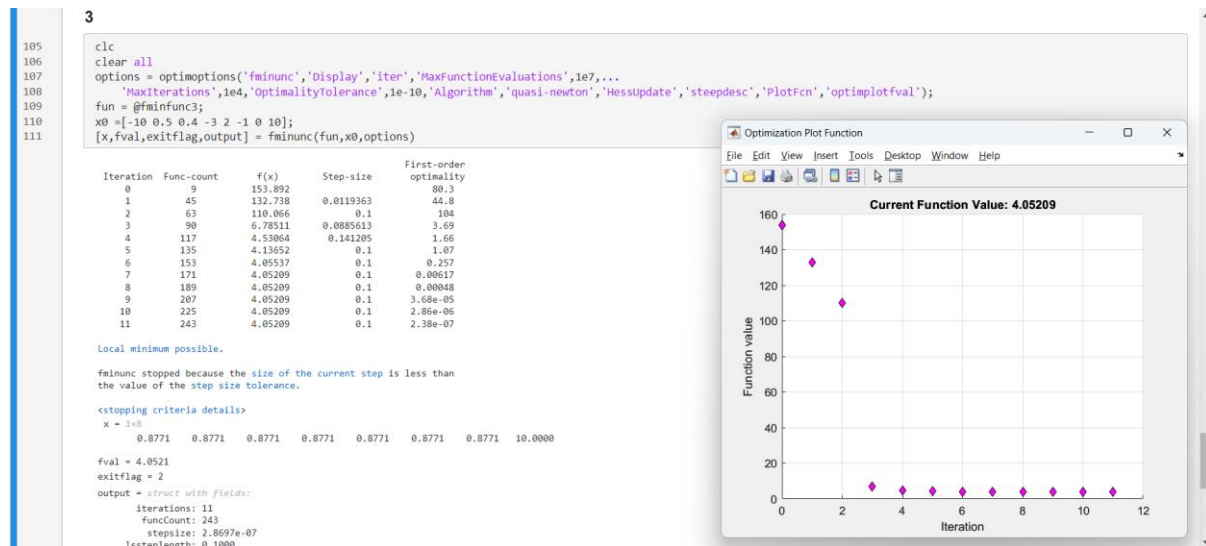
در این حالت علت توقف این است که اندازه (سایز) گرادیان تابع در آخرین مرحله کمتر از مقدار از پیش تعیین شده برای برنامه برای آن است. حال در قسمت optimoptions پارامتر OptimalityTolerane را قرار می‌دهیم (نتایج کد این قسمت تحت عنوان 2-b در کد آورده شده است).

ادامه پاسخ تمرین در صفحه بعد...



- ۳- نقطه  $[-10 \ 0.5 \ 0.4 \ -3 \ 2 \ -1 \ 0 \ 10]$  را به عنوان فرض اولیه ( $x_0$ ) در نظر می‌گیریم:

و همچنین تغییراتی که در شرایط توقف دادیم را نگه می‌داریم برای این فرض اولیه پاسخ‌ها به شرح زیر است:



ادامه پاسخ تمرین در صفحه بعد...



با توجه به نقاط شروع اولیه و روند پیشروی میتوان گفت که الگوریتم BFGS بیشترین نرخ همگرایی دارد و بعد از آن Steepest Descent و در نهایت DFP که به سختی و با تعداد تکرار بسیار بالاتر به نقطه کمینه همگرا می شود.