

# Algoritmos y Estructuras de Datos II

Primer Cuatrimestre de 2018

Departamento de Computación  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad de Buenos Aires

## Trabajo Práctico 2

Diseño

**Grupo:**

Integrante	LU	Correo electrónico
Capdevielle, Tomás	245/17	tomas.capdevielle@gmail.com
Jiménez, Gabriel Gonzalo	407/17	gabrielnezzg@gmail.com
Martino, Maximiliano	123/17	maxii.martino@gmail.com
Soltz, Lucas Martín	205/17	lucas.m.soltz@gmail.com

**Reservado para la cátedra**

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

## 1. Informe

### Decisiones tomadas

- 1 Suponemos que no se puede hacer ninguna operación sobre una variable creada por el usuario (usando la operación *AsignarVariable*) durante la ejecución del programa.
- 2 Si el instante en el que asigna un valor a una variable ya existente es el mismo en que ocurre la última modificación de esa variable en *historialCompleto*, entonces sobrescribimos el valor tanto en *historialCompleto* como en su ventana.
- 3 Suponemos que no se puede pasar por parámetro una variable que no este entre las de la calculadora (es decir, las variables que se pasen como parámetro en las funciones *ValorVariableActual* y *ValorVariable* deben existir)

## 2. Módulo Calculadora

### Interfaz

**parámetros formales**

**géneros** programa, rutina, nat

**se explica con:** CALCULADORA

**géneros:** calculadora(p: programa, r: rutina, w:nat)

**usa:** instrucción, programa

Operaciones básicas de *calculadora*

NUEVACALCULADORA(in  $p$ : programa, in  $r$ : rutina, in  $W$ : nat)  $\rightarrow res$ : calculadora

**Pre**  $\equiv \{r \in \text{rutinas}(p)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{nuevaCalculadora}(p, r)\}$

**Complejidad:**  $O(\#p \cdot (|V| + |R|) + W \cdot \#V)$ , donde:

- $\#p$  es el tamaño del programa  $p$ , medido en cantidad total de instrucciones,
- $|V|$  es la longitud del nombre más largo de alguna de las variables que aparecen en el programa,
- $|R|$  es la longitud del nombre más largo de alguna de las rutinas que aparecen en el programa,

incluyendo la rutina  $r$ ,

- $\#V$  es la cantidad total de variables distintas que aparecen en el programa,
- $W$  es la capacidad de ventana.

**Descripción:** Dado un programa  $p$ , una rutina  $r$  y una capacidad de ventana  $W$ , construye una calculadora inicializada para ejecutar la rutina  $r$  del programa  $p$ .

**Aliasing:** No produce Aliasing

FINALIZÓ?(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$ : bool

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \neg \text{ejecutando?}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Indica si finalizó la ejecución del programa cargado en la calculadora  $c$ .

**Aliasing:** No produce Aliasing

EJECUTARUNPASO(in/out  $c$ : calculadora)

**Pre**  $\equiv \{\text{ejecutando?}(c) \wedge c = c_0\}$

**Post**  $\equiv \{c =_{\text{obs}} \text{ejecutarUnPaso}(c_0)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Ejecuta el siguiente paso de la rutina actual en el programa cargado en la calculadora  $c$ , efectuando una de las 8 operaciones posibles (ADD, SUB, MUL, PUSH, READ, WRITE, JUMP, JUMPZ), todas ellas en complejidad  $O(1)$ .

**Aliasing:** Dependiendo de la instrucción se podría llegar a modificar alguna variable de la calculadora.

ASIGNARVARIABLE(in/out  $c$ : calculadora, in  $x$ : variable, in  $n$ : int)

**Pre**  $\equiv \{c = c_0\}$

**Post**  $\equiv \{c =_{\text{obs}} \text{asignarVariable}(c_0, x, n)\}$

**Complejidad:**  $O(|x|)$ , donde  $|x|$  es la longitud del nombre de  $x$ .

**Descripción:** Asigna el valor  $n$  a la variable en memoria  $x$ ; en el caso de no existir dicha variable, la crea y la inicializa con el valor  $n$ . A diferencia de la instrucción WRITE, esta operación no incrementa el instante actual de la ejecución del programa.

**Aliasing:** Se modifica la variable  $v$ , o se crea.

INSTANTEACTUAL(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$ : nat

**Pre**  $\equiv \{\text{ejecutando?}(c)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{instanteActual}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Dada una calculadora  $c$ , indica el instante de la ejecución en el que se encuentra. Los instantes son los  $t \in \text{nat}$  tales que  $t \in \{0, 1, 2, \dots, \text{instante\_actual}\}$ .

**Aliasing:** No produce Aliasing.

**RUTINAACtual**(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$  : rutina

**Pre**  $\equiv \{ejecutando?(c)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{rutinaActual}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Dada una calculadora  $c$ , indica el nombre de la rutina que se esté ejecutando.

**Aliasing:** No produce Aliasing.

**INDICEINSTRUCCIONACtual**(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$  : nat

**Pre**  $\equiv \{ejecutando?(c)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{índiceInstrucciónActual}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Dada una calculadora  $c$ , indica el índice (número natural) de instrucción actual dentro de la rutina que se esté ejecutando.

**Aliasing:** No produce Aliasing.

**VALORVARIABLEATIEMPODADO**(in  $c$ : calculadora, in  $x$ : variable, in  $t$ : nat, in  $W$ : int)  $\rightarrow res$  : int

**Pre**  $\equiv \{t \leq \text{instanteActual}(c)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{valorHistóricoVariable}(c, x, t)\}$

**Complejidad:** determinada según el siguiente criterio:

- Si el valor consultado es de Acceso Reciente (el instante  $t$  consultado está dentro del intervalo de tamaño  $W$  que llega hasta el instante actual, i.e.  $t \geq \text{instanteActual} - W$ ), y además la variable  $x$  es una Variable Relevante (aparece en el código fuente del programa), entonces la complejidad temporal en peor caso es de  $O(|x| + \log(W))$ , donde  $|x|$  es la longitud del nombre de  $x$ .

- Si no se cumple ninguna de las dos condiciones descritas, la complejidad temporal en peor caso es de  $O(|x| + n)$ , donde  $n$  es la cantidad de veces que cambió de valor la variable  $x$ .

**Descripción:** Dada una calculadora  $c$ , una variable arbitraria  $x$  y un instante  $t$ , devuelve el valor de dicha variable en ese instante, donde  $t \in \text{nat}$ , tal que  $t \in \{0, 1, 2, \dots, \text{instanteActual}\}$

**Aliasing:** No produce Aliasing.

**VALORVARIABLEACtual**(in  $c$ : calculadora, in  $x$ : variable)  $\rightarrow res$  : int

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{valorActualVariable}(c, x)\}$

**Complejidad:**  $O(|x|)$ , donde  $|x|$  es la longitud del nombre de  $x$ .

**Descripción:** Dada una calculadora  $c$  y una variable arbitraria  $x$ , devuelve el valor actual de dicha variable.

**Aliasing:** No produce Aliasing.

**PILA**(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$  : pila(int)

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{pila}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Indica el estado actual de la pila de la calculadora  $c$ .

**Aliasing:** No produce Aliasing.

## Representación

### Representación de la Calculadora

El objetivo de este módulo es implementar un diccionario de variables con sus respectivos datos, un diccionario de rutinas con sus respectivos datos, una pila de enteros y una lista con datos acerca del estado actual de la calculadora.

### Estructura

calculadora se representa con *calc*

donde *calc* es *tupla*(*variables*: *diccString*(*datosVariable*),  
*rutinas*: *diccString*(*tupla*(*pPal*: *puntero*(*rutina*), *empieza*: *nat*, *termina*:  
*nat*)),  
*estadoActual*: *tupla*(*rutActual*: *puntero*(*rutina*), *terminaRut*: *nat*,  
*instanteActual*: *nat*, *finalizó*: *bool*),  
*instrucciones*: *vector*(*tupla*(*instrucción*: *instrucción*, *condición*: *bool*,  
*pRut*: *puntero*(*rutina*), *pVar*: *puntero*(*datosVariable*), *próxRut*: *int*) ),  
*índiceInstrucActual*: *nat*,  
*índicePróxInstruc*: *nat*,  
*pila*: *pila*(*int*))

donde *datosVariable* es *tupla*(*pVent*: *puntero*(*vent*) ,  
*historialCompleto*: *lista*(*tupla*(*instante*: *nat*, *valor*: *int*)) )

donde *vent* es *ventana*(*tupla*(*instante*: *nat*, *valor*: *int*) )

Observación: los tipos de datos *VARIABLE* y *RUTINA* son representado como *strings*, acorde a lo indicado en la especificación de dichos TADs en el enunciado de este trabajo.

### Invariante de representación:

$\text{Rep} : \text{calc} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(c) \equiv \text{true} \iff$

- 1 Las claves del *diccstring* *rutinas* son las rutinas del programa cargado en la calculadora.
- 2 Las claves del *diccstring* *variables* son las variables en la memoria de la calculadora.
- 3 Para toda instrucción en el vector *instrucciones* (primer campo de la tupla), vale que: si al hacerle *Op()* esta fuera *READ* o *WRITE*, entonces la variable asociada a esa instrucción deberá estar definida en el *diccstring* *variables*.
- 4 Para toda instrucción en el vector *instrucciones* (primer campo de la tupla), vale que: si al hacerle *Op()* esta fuera *JUMP* o *JUMPZ*, entonces el valor booleano (segunda posición de la tupla) es Verdadero si y solo si la rutina a la que quisiera saltar pertenece al conjunto de claves de *rutinas* y Falso en caso contrario.
- 5 Para toda instrucción en el vector *instrucciones* (primer campo de la tupla), vale que: si al hacerle *Op()* esta fuera *JUMP* o *JUMPZ*, entonces el puntero *pRut* apunta al significado del diccionario *rutinas* de la rutina a la que saltaría si el booleano de la segunda posición de la tupla es Verdadero.
- 6 Para toda instrucción en el vector *instrucciones* (primer campo de la tupla), vale que: si al hacerle *Op()* esta fuera *READ* o *WRITE*, entonces la variable a la que se le quiere aplicar la instrucción esta definida en el diccionario *variables* y *pVar* apunta al significado del diccionario *variables* de la variable a la que se quiere hacer un *READ* o *WRITE*.
- 7 Para toda variable definida en el diccionario *variables*, existe una instrucción en el vector *instrucciones* tal que su operación es *READ* o *WRITE* sobre esa variable.
- 8 Para toda instrucción en el vector *instrucciones* (primer campo de la tupla), se cumple: si al hacerle *Op()* esta fuera *JUMP* o *JUMPZ*, entonces, si el booleano de la segunda posición es Verdadero, *próxRut* contiene el índice de la instrucción en el vector *instrucciones* (que cumple que  $0 \leq \text{próxRut} < \text{Longitud}(\text{e.instrucciones})$ ) que sería la próxima en ejecutarse al hacerse el salto.

- 9  $0 \leq c.\text{índicePróxRut} < \text{Longitud}(c.\text{instrucciones})$
- 10  $c.\text{estadoActual.finalizó} = \text{true} \rightarrow c.\text{estadoActual.rutActual} = \text{NULL}$
- 11  $c.\text{índiceInstrucActual} = c.\text{índicePróxInstruc} - \text{Obtener}(c.\text{estadoActual}.*(\text{rutActual})).\text{empieza}$
- 12  $c.\text{estadoActual.rutActual} \neq \text{NULL} \rightarrow (c.\text{estadoActual.rutActual} \rightarrow \text{Def?}(\text{res.rutinas}, *(c.\text{estadoActual.rutActual})))$
- 13 Los significados de las variables definidas en el **diccstring** *variables* es una tupla donde *pVent* apunta a la ventana de la variable en el caso de ser una variable del código fuente; si fue agregada por el usuario, entonces no tiene ventana y *pVent* apunta a NULL. Además, *historialCompleto* es una lista enlazada de tuplas donde  $0 \leq \text{instante} \leq \text{instanteActual}$  y valor es aquel que obtuvo esa variable en ese instante. Las mismas condiciones se aplican para los campos de ventana.

#### Función de Abstracción:

$\text{Abs} : \text{calc } c \rightarrow \text{calculadora}$

$\{\text{Rep}(c)\}$

$\text{Abs}(c) \equiv c.\text{pila} =_{\text{obs}} \text{pila}(\text{calc}) \wedge$   
 $c.\text{estadoActual.instanteActual} =_{\text{obs}} \text{instanteActual}(\text{calc}) \wedge$   
 $c.\text{estadoActual.rutActual} =_{\text{obs}} \text{rutinaActual}(\text{calc}) \wedge$   
 $c.\text{índiceInstrucActual} =_{\text{obs}} \text{índiceInstrucciónActual}(\text{calc}) \wedge$   
 $\text{armarVec}(c.\text{instrucciones}) =_{\text{obs}} \text{programa}(\text{calc}) \wedge$   
 $(\forall t: \text{nat})(t \leq c.\text{instanteActual} \rightarrow_L (\forall x: \text{variable})(\text{Def?}(c.\text{variables}, x) \rightarrow_L \text{Obtener}(c.\text{variables}, x).\text{historialCompleto}[t] =_{\text{obs}} \text{valorHistóricoVariable}(\text{calc}, v, t)))$

#### Función Auxiliar armarVec

$\text{armarVec}: \text{vector}(\text{tupla}(\text{instrucción}, \text{bool}, \text{puntero}(\text{rutina}), \text{puntero}(\text{datosVariable}), \text{int})) \rightarrow \text{res}: \text{vector}(\text{instrucciones})$   
 $\text{armarVec}(a) \equiv \text{if}(\text{Vacio?}(a)) \text{ then } <> \text{ else } \pi_1(\text{prim}(a)) \bullet \text{armarVec}(\text{fin}(a)) \text{ fi}$

## Algoritmos

---

<b>iNuevaCalculadora</b> (in $p$ : programa, in $r$ : rutina, in $W$ : nat) $\rightarrow$ $res$ : calculadora	
1: $res.estadoActual.instanteActual \leftarrow 0$	$\triangleright O(1)$
2: $res.estadoActual.finalizó \leftarrow \text{false}$	$\triangleright O(1)$
3: $res.pila \leftarrow \text{Vacía}()$	$\triangleright O(1)$
4: $res.variables \leftarrow \text{Vacío}()$	$\triangleright O(1)$
5: $res.rutinas \leftarrow \text{gets Vacío}()$	$\triangleright O(1)$
6: $res.índiceInstrucActual \leftarrow 0$	$\triangleright O(1)$
7: $\text{lista}(\text{tupla}(\text{nat}, \text{variable})) \text{ vars} \leftarrow \text{Vacía}()$	$\triangleright O(1)$
8: $\text{nat } i \leftarrow 0$	$\triangleright O(1)$
9: $\text{nat } j \leftarrow 0$	$\triangleright O(1)$
10: $\text{nat } empieza \leftarrow 0$	$\triangleright O(1)$
11: <b>while</b> $i < \text{CantidadRutinas}(p)$ <b>do</b>	$\triangleright O(\#p)$
12: $\text{string RutCompleta} \leftarrow \text{RutinaI}(p, i)$	$\triangleright O( R )$
13: $\text{puntero}(\text{string}) \text{ punt} \leftarrow \&\text{RutCompleta}$	$\triangleright O(1)$
14: $\text{tupla}(\text{puntero}(\text{string}), \text{nat}, \text{nat}) \text{ cont} \leftarrow \langle \text{punt}, \text{empieza}, \text{empieza} + \# \text{InstruccionesRutinaI}(p, i) - 1 \rangle$	$\triangleright O(1)$
15: $\text{Definir}(res.rutinas, \text{RutinaI}(p, i, \text{cont}))$	$\triangleright O( V )$
16: <b>if</b> $\text{RutinaI}(p, i) = r$ <b>then</b>	$\triangleright O( R )$
17: $res.índicePróxInstruc \leftarrow \text{empieza}$	$\triangleright O(1)$
18: $res.estadoActual.rutActual \leftarrow \&\text{obtener}(res.rutinas, r).pPal$	$\triangleright O( R )$
19: $res.estadoActual.terminaRut \leftarrow \text{empieza} + \# \text{InstruccionesRutinaI}(p, i) - 1$	$\triangleright O(1)$
20: <b>else</b>	
21: $\text{done}$	
22: <b>end if</b>	
23: $\text{empieza} \leftarrow \text{empieza} + \# \text{InstruccionesRutinaI}(p, i)$	$\triangleright O(1)$
24: $i++$	$\triangleright O(1)$
25: <b>end while</b>	
26: $i \leftarrow 0$	$\triangleright O(1)$
27: <b>while</b> $i < \text{TotalInstrucciones}(p)$ <b>do</b>	$\triangleright O(\#p)$
28: <b>if</b> $\text{Op}(\text{InstrucciónI}(p, i)) = \text{JUMP} \vee_L \text{Op}(\text{InstrucciónI}(p, i)) = \text{JUMPZ}$ <b>then</b>	$\triangleright O(1)$
29: <b>if</b> $\text{Def?}(res.rutinas, \text{NombreRutina}(\text{InstrucciónI}(p, i)))$ <b>then</b>	$\triangleright O( R )$
30: $\text{punt} \leftarrow \&(\text{obtener}(res.rutinas, \text{nombreRutina}(\text{InstrucciónI}(p, i))))$	$\triangleright O( R )$
31: $\text{AgregarAtrás}(res.instrucciones, \langle \text{InstrucciónI}(p, i), \text{true}, \text{punt}, \text{NULL}, 0 \rangle)$	$\triangleright O(1)$
32: <b>else</b>	
33: $\text{AgregarAtrás}(res.instrucciones, \langle \text{InstrucciónI}(p, i), \text{false}, \text{NULL}, \text{NULL}, 0 \rangle)$	$\triangleright O(1)$
34: <b>end if</b>	
35: <b>else if</b> $\text{Op}(\text{InstrucciónI}(p, i)) = \text{READ} \vee_L \text{Op}(\text{InstrucciónI}(p, i)) = \text{WRITE}$ <b>then</b>	$\triangleright O(1)$
36: $\text{AgregarAtrás}(\text{vars}, \langle i, \text{NombreVariable}(\text{InstrucciónI}(p, i)) \rangle)$	$\triangleright O(1)$
37: $\text{AgregarAtrás}(res.instrucciones, \langle \text{InstrucciónI}(p, i), \text{true}, \text{NULL}, \text{NULL}, 0 \rangle)$	$\triangleright O(1)$
38: <b>else</b>	
39: $\text{AgregarAtrás}(res.instrucciones, \langle \text{InstrucciónI}(p, i), \text{true}, \text{NULL}, \text{NULL}, 0 \rangle)$	$\triangleright O(1)$
40: <b>end if</b>	
41: $i++$	$\triangleright O(1)$
42: <b>end while</b>	
43: $i \leftarrow 0$	$\triangleright O(1)$
44: <b>while</b> $\text{Longitud}(\text{vars}) > 0$ <b>do</b>	$\triangleright O(\#V)$
45: $\text{ventana}(\text{int}) \text{ vent} \leftarrow \text{NuevaVentana}(W)$	$\triangleright O(W)$
46: $\text{puntero}(\text{ventana}(\text{int})) \text{ punV} \leftarrow \&(\text{vent})$	$\triangleright O(1)$
47: $\text{lista}(\text{tupla}(\text{nat}, \text{int})) \text{ list} \leftarrow \text{Vacía}()$	$\triangleright O(1)$
48: $\text{tupla}(\text{puntero}(\text{ventana}), \text{lista}(\text{tupla}(\text{nat}, \text{int}))) \text{ tup} \leftarrow \langle \text{punV}, \text{list} \rangle$	$\triangleright O(1)$
49: $\text{Definir}(res.variables, \text{Primero}(\text{vars}).\text{campo2}, \text{tup})$	$\triangleright O( V )$
50: $\text{puntero}(\text{datosVariable}) \text{ punt} \leftarrow \&(\text{Obtener}(res.variables, \text{Primero}(\text{vars}).\text{campo2}))$	$\triangleright O( V )$

```

51:   res.instrucciones[p, Primero(vars).campo1].pVar ← punt           ▷ O(1)
52:   Fin(vars)                                                         ▷ O(1)
53: end while
54:  $i \leftarrow 0$                                                      ▷ O(1)
55: while  $i < \text{TotalInstrucciones}(p)$  do                             ▷ O(#p)
56:   if  $((\text{Op}(\text{InstrucciónI}(p, i)) = \text{JUMP} \vee_L \text{Op}(\text{InstrucciónI}(p, i)) = \text{JUMPZ}) \wedge_L \text{res.instrucciones}[i].\text{condición} = \text{true})$  then           ▷ O(1)
57:     nat pos ← Obtener(res.rutinas, NombreRutina(InstrucciónI(p, i))).comienza           ▷ O(1)
58:     res.instrucciones[i]. próxRut ← pos                                           ▷ O(1)
59:   else
60:     res.instrucciones[i]. próxRut ←  $i + 1$                                          ▷ O(1)
61:   end if
62:    $i++$                                                          ▷ O(1)
63: end while

```

Complejidad:  $O(\#p \cdot (|V| + |R|) + W \cdot \#V)$  (ver Interfaz)

Justificación: Crear el vector de variables cuesta  $O(\#p \cdot |V|)$ . Y

$O(\#V \cdot (|V| + W) = \#v \cdot |V| + \#v \cdot W \leq \#p \cdot |v| + \#v \cdot W$ , pues  $\#v \leq \#p$ . Por lo tanto, la complejidad del algoritmo en peor caso es  $O(\#p \cdot (|V| + |R|) + W \cdot \#V)$ .

**iFinalizó?**(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$ : bool

```
1:  $res \leftarrow c.\text{estadoActual}.\text{finalizó}$            ▷ O(1)
```

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: El acceso a componente de una tupla y la asignación son operaciones elementales.

**iEjecutarUnPaso**(in/out  $c$ : calculadora)

```

1: nat  $i \leftarrow c.\text{instrucciones}[c.\text{índicePróxInstruc}]$            ▷ O(1)
2: if  $\text{Op}(i.\text{instrucción}) = \text{ADD}$  then                                     ▷ O(1)
3:   if  $\text{EsVacía?}(c.\text{pila})$  then                                         ▷ O(1)
4:     Apilar( $c.\text{pila}$ , 0)                                               ▷ O(1)
5:   else if  $\text{Tamaño}(c.\text{pila}) = 1$  then                                   ▷ O(1)
6:     done                                                            ▷ No hacer nada
7:   else
8:     int  $a \leftarrow \text{Desapilar}(c.\text{pila})$                              ▷ O(1)
9:     int  $b \leftarrow \text{Desapilar}(c.\text{pila})$                              ▷ O(1)
10:    Apilar( $a + b$ )                                                    ▷ O(1)
11:   end if
12:    $c.\text{índicePróxInstruc}++$                                            ▷ O(1)
13:    $c.\text{índiceInstrucActual}++$                                          ▷ O(1)
14: else if  $\text{Op}(i.\text{instrucción}) = \text{SUB}$  then                             ▷ O(1)
15:   if  $\text{EsVacía?}(c.\text{pila})$  then                                         ▷ O(1)
16:     Apilar( $c.\text{pila}$ , 0)                                               ▷ O(1)
17:   else if  $\text{Tamaño}(c.\text{pila}) = 1$  then                                   ▷ O(1)
18:     int  $a \leftarrow \text{Desapilar}(c.\text{pila})$                              ▷ O(1)
19:     Apilar( $-a$ )                                                       ▷ O(1)
20:   else
21:     int  $b \leftarrow \text{Desapilar}(c.\text{pila})$                              ▷ O(1)
22:     int  $c \leftarrow \text{Desapilar}(c.\text{pila})$                              ▷ O(1)
23:     Apilar( $c - b$ )                                                    ▷ O(1)
24:   end if
25:    $c.\text{índicePróxInstruc}++$                                            ▷ O(1)
26:    $c.\text{índiceInstrucActual}++$                                          ▷ O(1)
27: else if  $\text{Op}(i.\text{instrucción}) = \text{MUL}$  then                             ▷ O(1)
28:   if  $\text{EsVacía?}(c.\text{pila})$  then                                         ▷ O(1)

```



```

29:     Apilar(c.pila, 0)                                ▷ O(1)
30:     else if Tamaño(c.pila) = 1 then                  ▷ O(1)
31:         int  $a \leftarrow$  Desapilar(c.pila)              ▷ O(1)
32:         Apilar(0)                                     ▷ O(1)
33:     else
34:         int  $b \leftarrow$  Desapilar(c.pila)              ▷ O(1)
35:         int  $c \leftarrow$  Desapilar(c.pila)              ▷ O(1)
36:         Apilar( $c \cdot b$ )                               ▷ O(1)
37:     end if
38:     c.índicePróxInstruc++                             ▷ O(1)
39:     c.índiceInstrucActual++                           ▷ O(1)

40: else if Op(i.instrucción) = PUSH then                ▷ O(1)
41:     int  $a \leftarrow$  ValorPush(i.instrucción)          ▷ O(1)
42:     Apilar(c.pila,  $a$ )                               ▷ O(1)
43:     c.índicePróxInstruc++                             ▷ O(1)
44:     c.índiceInstrucActual++                           ▷ O(1)

45: else if Op(i.instrucción) = READ then                ▷ O(1)
46:     if  $i.*(pVar).*(pVent)$  = NULL then                ▷ O(1)
47:         Apilar(c.pila, 0)                             ▷ O(1)
48:     else
49:         int  $a \leftarrow i.*(pVar).*(pVent)[\text{Tam}(i.*(pVar).*(pVent)) - 1].\text{valor}$  ▷ O(1)
50:         Apilar(c.pila,  $a$ )                             ▷ O(1)
51:     end if
52:     c.índicePróxInstruc++                             ▷ O(1)
53:     c.índiceInstrucActual++                           ▷ O(1)

54: else if Op(i.instrucción) = WRITE then              ▷ O(1)
55:     if EsVacía?(c.pila) then                          ▷ O(1)
56:         tupla(instante: nat, valor: int)  $a \leftarrow \langle c.\text{estadoActual.instanteActual}, 0 \rangle$  ▷ O(1)
57:         if EsVacía?( $i.*(pVar).\text{historialCompleto}$ )  $\vee_L$  Último( $i.*(pVar).\text{historialCompleto}$ ).instante  $\neq$ 
c.estadoActual.instanteActual then                    ▷ O(1)
58:             Registrar( $i.pVar.*pVent$ ,  $a$ )              ▷ O(1)
59:             AgregarAtrás( $i.*(pVar).\text{historialCompleto}$ ,  $a$ ) ▷ O(1)
60:         else
61:             Último( $i.*(pVar).\text{historialCompleto}$ ).valor  $\leftarrow$  0 ▷ O(1)
62:             ventana(int)  $v \leftarrow i.*(pVar).*(pVent)$  ▷ O(1)
63:              $v[\text{Tam}(v) - 1].\text{valor} \leftarrow 0$           ▷ O(1)
64:         end if
65:         AgregarAtrás( $i.pVar.\text{historialCompleto}$ ,  $a$ )    ▷ O(1)
66:     else
67:         int  $b \leftarrow$  Desapilar(c.pila)              ▷ O(1)
68:         tupla(instante: nat, valor: int)  $a \leftarrow \langle c.\text{estadoActual.instanteActual}, b \rangle$  ▷ O(1)
69:         Registrar( $i.pVar.pVent$ ,  $a$ )                   ▷ O(1)
70:         AgregarAtrás( $i.pVar.\text{historialCompleto}$ ,  $a$ )    ▷ O(1)
71:     end if
72:     c.índicePróxInstruc++                             ▷ O(1)
73:     c.índiceInstrucActual++                           ▷ O(1)

74: else if Op(i.instrucción) = JUMP then                ▷ O(1)
75:     if i.condición = false then                      ▷ O(1)
76:         c.estadoActual.finalizó  $\leftarrow$  true          ▷ O(1)
77:         c.estadoActual.rutActual  $\leftarrow$  NULL         ▷ O(1)
78:     else
79:         c.estadoActual.rutActual  $\leftarrow$  i.pRut        ▷ O(1)
80:         c.índicePróxInstruc  $\leftarrow$  i.próxRut         ▷ O(1)
81:         c.estadoActual.terminaRut  $\leftarrow$   $*(i.pRut).\text{termina}$  ▷ O(1)
82:         c.índiceInstrucActual  $\leftarrow$  0              ▷ O(1)
83:     end if

```

```

84: else if Op(i.instrucción) = JUMPZ then                                ▷  $O(1)$ 
85:   if EsVacía?(c.pila) ∨ tope(c.pila) = 0 then                        ▷  $O(1)$ 
86:     if i.condición = false then                                       ▷  $O(1)$ 
87:       c.estadoActual.finalizó ← true                                   ▷  $O(1)$ 
88:       c.estadoActual.rutActual ← NULL                                ▷  $O(1)$ 
89:     else
90:       c.estadoActual.rutActual ← i.pRut                               ▷  $O(1)$ 
91:       c.índicePróxInstruc ← i.próxRut                                ▷  $O(1)$ 
92:       c.estadoActual.terminaRut ← *(i.pRut).termina                 ▷  $O(1)$ 
93:       c.índiceInstrucActual ← 0                                       ▷  $O(1)$ 
94:     end if
95:   else
96:     c.índicePróxInstruc++                                             ▷  $O(1)$ 
97:     c.índiceInstrucActual++                                           ▷  $O(1)$ 
98:   end if
99: end if
100: c.estadoActual.instanteActual++                                       ▷  $O(1)$ 
101: if c.índiceInstrucActual - 1 = c.estadoActual.terminaRut then      ▷  $O(1)$ 
102:   c.estadoActual.finalizó = true                                       ▷  $O(1)$ 
103:   c.estadoActual.rutActual ← NULL                                     ▷  $O(1)$ 
104: else
105:   done
106: end if

```

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Todas las operaciones utilizadas tienen complejidad constante.

**iAsignarVariable(in/out c: calculadora, in x: variable, in n: int)**

```

1: tupla(instante: nat, valor: int) tup ← ⟨ c.estadoActual.instanteActual, n ⟩
2: if c.variables.Def?(c.variables, x) then
3:   int d ← Obtener(c.variables, x)                                     ▷  $O(|x|)$ 
4:   if Último(d.historialCompleto).instante = c.estadoActual.instanteActual then
5:     Último(d.historialCompleto).valor ← n
6:   else
7:     AgregarAtrás(d.historialCompleto, tup)
8:   end if
9:   puntero(int) t ← &(obtener(c.variables, x))                       ▷  $O(|x|)$ 
10:  ventana(int) v ← *(t).*(pVent)                                     ▷  $O(1)$ 
11:  if v[Tam(v) - 1].instante = c.estadoActual.instanteActual then    ▷  $O(1)$ 
12:    v[Tam(v) - 1].valor ← n                                           ▷  $O(1)$ 
13:  else
14:    Registrar(v, tup)                                                 ▷  $O(1)$ 
15:  end if
16: else
17:  puntero(ventana(int)) punt ← NULL                                   ▷  $O(1)$ 
18:  lista(int) list ← Vacía()                                           ▷  $O(1)$ 
19:  AgregarAtrás(list, tup)                                             ▷  $O(1)$ 
20:  tupla(puntero(ventana(int)), lista(int)) nueva ← ⟨ punt, list ⟩    ▷  $O(1)$ 
21:  c.variables.Definir(c.variables, x, nueva)                         ▷  $O(|x|)$ 
22: end if

```

Complejidad:  $O(|x|)$

Justificación: Definir y obtener en la estructura elegida para almacenar las variables (el diccString) tiene complejidad  $O(|x|)$ , donde  $|x|$  es la longitud de la variable más larga.

---



---

**iInstanteActual**(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$ : nat

1:  $res \leftarrow c.estadoActual.instanteActual$   $\triangleright O(1)$ 
Complejidad:  $O(1)$ 
Justificación: El acceso a componente de una tupla y la asignación son operaciones elementales.

---



---



---

**iRutinaActual**(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$ : rutina

1:  $res \leftarrow *c.estadoActual.rutActual$   $\triangleright$  Desreferencia del puntero
Complejidad:  $O(1)$ 
Justificación: Los accesos a componentes de una tupla, las asignaciones y las *desreferencias* de punteros tienen complejidad  $O(1)$ 


---



---



---

**iIndiceInstrucciónActual**(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$ : nat

1:  $res \leftarrow c.índiceInstrucActual$   $\triangleright O(1)$ 
Complejidad:  $O(1)$ 
Justificación: El acceso a componente de una tupla y la asignación son operaciones elementales.

---



---



---

**iValorVariableATiempoDado**(in  $c$ : calculadora, in  $x$ : variable, in  $t$ : nat, in  $W$ : int)  $\rightarrow res$ : int

```

1: if  $c.estadoActual.instanteActual - W \leq t \wedge_L \text{Obtener}(c.variables, x).pVent \neq \text{NULL}$  then
2:    $res \leftarrow \text{BinaryT}(*(\text{Obtener}(c.variables, x).pVent), t)$   $\triangleright O(|x| + \log(W))$ 
3: else
4:   itLista(tupla)  $p \leftarrow \text{CrearItUlt}(\text{Obtener}(c.variables, x).historialCompleto)$   $\triangleright O(|x|)$ 
5:   while  $\text{Anterior}(p).valor \neq x \wedge_L \text{Anterior}(p).instante > t$  do  $\triangleright O(n)$ 
6:     Retroceder( $p$ )  $\triangleright O(1)$ 
7:   end while
8:    $res \leftarrow \text{Anterior}(p).valor$   $\triangleright O(1)$ 
9: end if

```

Complejidad:  $O(|x| + \log(W))$  o bien  $O(|x| + n)$ , donde  $n$  es el largo de la lista enlazada *historialCompleto* de la estructura. (ver interfaz)

Justificación: En el caso de que se pida un instante de acceso reciente, la complejidad se explica mediante el algoritmo de búsqueda binaria  $O(\log(W))$ , sumado al costo de la operación *obtener* del **diccString** *variables*, que es de  $O(|x|)$  en peor caso (ya que dicho diccionario está montado sobre un Trie). Caso contrario, también hay que buscar en el **diccString** de *variables*, acarreado el correspondiente costo ya mencionado, pero además se debe recorrer, en peor caso, la totalidad de la lista enlazada *historialCompleto*, lo cual conlleva una complejidad adicional de  $O(n)$ , siendo  $n$  la longitud de dicha lista.

---



---



---

**iValorVariableActual**(in  $c$ : calculadora, in  $x$ : variable)  $\rightarrow res$ : int

```

1: itLista(tupla)  $p \leftarrow \text{CrearItUlt}(\text{Obtener}(c.variables, x).historialCompleto)$   $\triangleright O(|x|)$ 
2:  $res \leftarrow \text{Anterior}(p).valor$   $\triangleright O(1)$ 

```

Complejidad:  $O(|x|)$ 
Justificación: La complejidad de crear el iterador es  $O(1)$ , y la de *obtener* en el **diccString** es  $O(|x|)$ 


---



---



---

**iPila**(in  $c$ : calculadora)  $\rightarrow res$ : pila(int)

1:  $res \leftarrow c.pila$   $\triangleright O(1)$ 
Complejidad:  $O(1)$ 
Justificación: La operación de asignación es elemental.

---

Función Auxiliar de búsqueda binaria

**Pre**  $\equiv$  La ventana está ordenada y no es vacía

**Post**  $\equiv$   $res$  es el valor asociado al instante  $t$  en la ventana  $w$ .

**Descripción:** Esta función busca un cierto instante dado en la ventana de una variable, y devuelve el valor que tiene dicha variable en dicho instante.

---

**BinaryT** (**in**  $w$  : ventana( $\alpha$ ), **in**  $t$  : nat)  $\rightarrow res$  : int

```

1: if Tam( $w$ ) = 1 then                                      $\triangleright O(1)$ 
2:    $res \leftarrow w[0].valor$                                 $\triangleright O(1)$ 
3: else if  $w[Tam(w) - 1].instante \leq t$  then              $\triangleright O(1)$ 
4:    $res \leftarrow w[Tam(w) - 1].valor$                     $\triangleright O(1)$ 
5: else
6:   nat  $low \leftarrow 0$                                       $\triangleright O(1)$ 
7:   nat  $high \leftarrow Tam(w) - 1$                           $\triangleright O(1)$ 
8:   while  $low + 1 < high \wedge_L w[low].instante \neq t$  do  $\triangleright O(\log(Tam(w)))$ 
9:     nat  $mid \leftarrow low + (high - low)/2$                 $\triangleright O(1)$ 
10:    if  $w[mid].instante \leq t$  then                        $\triangleright O(1)$ 
11:       $low \leftarrow mid$                                     $\triangleright O(1)$ 
12:    else
13:       $high \leftarrow mid$                                     $\triangleright O(1)$ 
14:    end if
15:  end while
16:   $res \leftarrow w[low].valor$                               $\triangleright O(1)$ 
17: end if

```

Complejidad:  $O(\log(W))$ , donde  $W$  es el tamaño de la ventana.

Justificación: Al ser un algoritmo de búsqueda binaria sobre un arreglo ordenado, por lo visto en clase, se sabe que la complejidad en peor caso es de  $O(\log(W))$ .

---

## Servicios Usados

De Vector

- AgregarAtrás debe ser  $O(1)$

De Puntero( $\alpha$ )

- $*\bullet$  debe ser  $O(1)$
- $\&\bullet$  debe ser  $O(1)$

### 3. Módulo Diccionario\_String

#### Interfaz

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**se explica con:** `DICC(String,  $\alpha$ ), CONJ(String)`.

**géneros:** `diccString( $\alpha$ )`.

Operaciones básicas del diccionario

`VACIO()`  $\rightarrow res : \text{diccString}(\alpha)$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacío}\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** genera un diccionario vacío.

`DEFINIR(in/out  $d : \text{diccString}(\alpha)$ , in  $s : \text{string}$ , in  $a : \alpha$ )`

**Pre**  $\equiv \{d =_{\text{obs}} d_0\}$

**Post**  $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{definir}(p, a, d)\}$

**Complejidad:**  $O(|P| + \text{copiar}(a))$  siendo P la clave mas larga.

**Descripción:** define  $a$  en  $d$  con la clave  $s$ .

**Aliasing:** el elemento  $a$  se define por copia.

`DEF?(in  $p : \text{string}$ , in  $d : \text{diccString}(\alpha)$ )  $\rightarrow res : \text{bool}$`

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{def?}(p, d)\}$

**Complejidad:**  $O(|P|)$  siendo P la clave mas larga.

**Descripción:** devuelve `true` si y sólo si la  $p$  tiene una definicion en  $d$ .

`OBTENER(in  $p : \text{string}$ , in  $d : \text{diccString}(\alpha)$ )  $\rightarrow res : \alpha$`

**Pre**  $\equiv \{\text{def?}(s, d)\}$

**Post**  $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{obtener}(p, d))\}$

**Complejidad:**  $O(|P|)$  siendo P la clave mas larga.

**Descripción:** devuelve el significado de la la clave  $p$  en  $d$ .

**Aliasing:**  $res$  es modificable si y sólo si  $d$  es modificable.

`CLAVES(in  $d : \text{diccString}(\alpha)$ )  $\rightarrow res : \text{conj}(\text{string})$`

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{claves}(d))\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve del conjunto de claves de  $d$ . Aliasing:  $res$  se modifica sii  $\text{claves}(d)$  se modifica

## Representación

### Representación del Diccionario\_String

En este módulo se utiliza un trie (estructura de datos vista en la materia) para definir un diccionario cuyas claves son string. La idea tras esta decisión consiste en que la complejidad temporal en peor caso de las operaciones *definir* y *obtener* no dependa de la cantidad de claves, sino de la longitud de la clave.

### Estructura

`diccString( $\alpha$ )` se representa con `estr`

donde `estr` es `tupla(raíz: puntero(nodo),  
                          claves: conj(string) )`

donde `nodo` es `tupla(definición: puntero( $\alpha$ ),  
                          siguientes: arreglo(puntero(nodo)),  
                          itClave: puntero(itConj(string)))`

### Invariante de representación en castellano:

- Si raíz es *NULL* entonces el conjunto de claves es vacío.
- Si la raíz no es *NULL* entonces el conjunto de claves es no vacío.
- Todos los elementos del conjunto de claves están definidos en el `diccString`.
- Ningún nodo tiene entre sus siguientes a un nodo que esta “antes” que él.

### Función de Abstracción:

$\text{Abs} : \text{estr } d \longrightarrow \text{dicc}(\text{string}, \alpha)$

$\{\text{Rep}(d)\}$

$\text{Abs}(d) \equiv \text{dic} : \text{dicc}(\text{string}, \alpha) /$   
 $\text{claves}(\text{dic}) =_{\text{obs}} d.\text{claves} \wedge$

$(\forall s: \text{string}) ((\text{def?}(s, \text{dic}) =_{\text{obs}} s \in d.\text{claves}) \wedge_{\text{L}}$   
 $(\text{def?}(s, \text{dic}) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(s, \text{dic}) =_{\text{obs}} \text{significado de } s \text{ en la estructura}))$

## Algoritmos

---



---

**iVacio()**  $\rightarrow res : \text{diccString}(\alpha)$

- 1: puntero(nodo)  $iRaiz \leftarrow NULL$   $\triangleright O(1)$
  - 2: conj(string)  $iClaves \leftarrow \text{Vacio}()$   $\triangleright O(1)$
  - 3:  $res \leftarrow \langle iRaiz, iClaves \rangle$   $\triangleright O(1)$
  - 4: Complejidad:  $O(1)$
  - 5: Justificación:  $O(1) + O(1) + O(1)$
- 

---



---

**iClaves(in  $d : \text{diccString}(\alpha)$ )**  $\rightarrow res : \text{conj}(\alpha)$

- 1:  $res \leftarrow d.claves$   $\triangleright O(1)$
  - 2: Complejidad:  $O(1)$
- 

---



---

**iObtener(in  $p : \text{string}$ , in  $d : \text{diccString}(\alpha)$ )**  $\rightarrow res : \alpha$

- 1: puntero(nodo)  $n \leftarrow raiz$   $\triangleright O(1)$
  - 2: nat  $i \leftarrow 0$   $\triangleright O(1)$
  - 3: **while**  $i < \text{Longitud}(p)$  **do**  $\triangleright$  Se repite  $|p|$   $O(1)$
  - 4:      $actual \leftarrow (*actual).siguientes[\text{ord}(p[i])]$   $\triangleright O(1)$
  - 5:      $i \leftarrow i + 1$   $\triangleright O(1)$
  - 6: **end while**
  - 7:  $res \leftarrow (*actual).definicion$   $\triangleright O(1)$
  - 8: Complejidad:  $O(|P|)$
  - 9: Justificación: Siendo  $|P|$  el largo de la clave mas larga, sea cual sea  $p$ ,  $|p| \leq |P|$  entonces  $O(|p|) = O(|P|)$
-



---

**iDefinir**(in/out  $d: \text{diccString}(\alpha)$ , in  $p: \text{string}$ , in  $a: \alpha$ )

```

1: Puntero(nodo)  $actual \leftarrow raiz$   $\triangleright O(1)$ 
2: Nat  $i \leftarrow 0$   $\triangleright O(1)$ 
3: bool  $esNueva \leftarrow false$   $\triangleright O(1)$ 
4: while  $i < \text{Longitud}(p)$  do  $\triangleright$  Se repite  $|p|$   $O(1)$ 
5:   if  $(*actual).siguientes[\text{ord}(p[i])] = NULL$  then  $\triangleright O(1)$ 
6:     arreglo(puntero(Nodo))  $sig \leftarrow \text{CrearArreglo}(256)$   $\triangleright O(1)$ 
7:     for  $i = 0$  to  $256$  do  $\triangleright$  se repite siempre 256 veces  $O(1)$ 
8:        $sig[i] \leftarrow NULL$   $\triangleright O(1)$ 
9:     end for
10:     $(*actual).siguientes[\text{ord}(p[i])] \leftarrow \& \langle NULL, sig, NULL \rangle$   $\triangleright O(1)$ 
11:     $esNueva \leftarrow true$   $\triangleright O(1)$ 
12:  end if
13:   $actual \leftarrow (*actual).siguientes[\text{ord}(p[i])]$   $\triangleright O(1)$ 
14:   $i \leftarrow i + 1$ 
15: end while
16: if  $(*actual).definicion \neq NULL$  then  $\triangleright O(1)$ 
17:    $(*actual).definicion \leftarrow NULL$   $\triangleright$  se libera la memoria acupada por definicion  $O(1)$ 
18: end if
19:  $(*actual).definicion \leftarrow \& \text{copiar}(a)$   $\triangleright O(\text{copiar}(\alpha))$ 
20: if  $esNueva$  then  $\triangleright O(1)$ 
21:    $(*actual).itClave \leftarrow \text{claves.AgregarRapido}(s)$   $\triangleright O(1)$ 
22: end if
23: Complejidad:  $O(|P| + \text{copiar}(\alpha))$ 
24: Justificación: Siendo  $|P|$  el largo de la clave mas larga, sea cual sea  $p$ ,  $|p| \leq |P|$  entonces  $O(|p|) = O(|P|)$  mas lo que cueste copiar a.

```

---



---

**iDef?**(in  $p: \text{string}$ )  $\rightarrow res: bool$ 

```

1: Nat  $i \leftarrow 0$   $\triangleright O(1)$ 
2: bool  $pertenece \leftarrow true$   $\triangleright O(1)$ 
3: puntero(nodo)  $actual \leftarrow raiz$   $\triangleright O(1)$ 
4: while  $i < \text{Longitud}(p) \wedge pertenece$  do  $\triangleright$  Se repite  $|p|$   $O(1)$ 
5:   if  $(*actual).siguientes[\text{ord}(p[i])] = NULL$  then  $\triangleright O(1)$ 
6:      $pertenece \leftarrow false$   $\triangleright O(1)$ 
7:   end if
8:    $actual \leftarrow (*actual).siguientes[\text{ord}(p[i])]$   $\triangleright O(1)$ 
9:    $i \leftarrow i + 1$   $\triangleright O(1)$ 
10: end while
11: if  $(*actual).significado = NULL$  then  $\triangleright O(1)$ 
12:    $pertenece \leftarrow false$   $\triangleright O(1)$ 
13: end if
14:  $res \leftarrow pertenece$   $\triangleright O(1)$ 
15: Complejidad:  $O(|P|)$ 
16: Justificación: Siendo  $|P|$  el largo de la clave mas larga, sea cual sea  $p$ ,  $|p| \leq |P|$  entonces  $O(|p|) = O(|P|)$ 

```

---

**Pre**  $\equiv \{\text{desde no nulo}\}$

**Post**  $\equiv \{\text{deveulve la cantidad de punteros no nulos en } \text{desde.siguientes}\}$

---



---

**iCuentaHijos**(in *desde*: puntero(nodo)  $\rightarrow$  *res* : nat)

```

1: nat i  $\leftarrow$  0                                 $\triangleright O(1)$ 
2: nat hijos  $\leftarrow$  0                             $\triangleright O(1)$ 
3: while i < 256 do                                 $\triangleright$  se repite siempre 256 veces  $O(1)$ 
4:   if (*actutal).siguiente[i]  $\neq$  NULL then
5:      $O(1)$ 
6:     suma  $\leftarrow$  suma + 1                         $\triangleright O(1)$ 
7:     i  $\leftarrow$  i + 1                             $\triangleright O(1)$ 
8:   end if
9: end while
10: res  $\leftarrow$  hijos                                 $\triangleright O(1)$ 
11: Complejidad:  $O(1)$ 
12: Justificación:  $O(1) + O(1) + O(256) + O(1) + O(1) + O(1) = O(261) = O(1)$ 

```

---

## Servicios Usados

De Conjunto Lineal

- Vacio() debe ser  $O(1)$
- AgregarRapido( conj( $\alpha$ ),  $\alpha$  ) debe ser  $O(\text{copy}(a))$
- EliminarSiguiente(itConj( $\alpha$ )) debe ser  $O(1)$

De String

- Longitud(string) debe ser  $O(1)$

De Char

- ord(char) debe ser  $O(1)$

## 4. Módulo Instrucción

### Interfaz

**parámetros formales**  
**géneros**    `int, string`

**se explica con:** INSTRUCCIÓN

**géneros:** instrucción

**usa:** Operación

Operaciones básicas de instrucción

**OP**(**in**  $i$ : instrucción)  $\rightarrow res$  : operación

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{op}(i)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Indica qué operación corresponde a la instrucción  $i$ .

**VALORPUSH**(**in**  $i$ : instrucción)  $\rightarrow res$  : `int`

**Pre**  $\equiv \{\text{op}(i) = \text{PUSH}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{constanteNumérica}(i)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Indica el valor a *pushear* si la instrucción  $i$  es PUSH.

**NOMBREVARIABLE**(**in**  $i$ : instrucción)  $\rightarrow res$  : `string`

**Pre**  $\equiv \{\text{op}(i) = \text{WRITE} \vee \text{op}(i) = \text{READ}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{nombreVariable}(i)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Indica el nombre de la variable a leer o modificar si la instrucción  $i$  es READ o WRITE.

**NOMBRE Rutina**(**in**  $i$ : instrucción)  $\rightarrow res$  : `rutina`

**Pre**  $\equiv \{\text{op}(i) = \text{JUMP} \vee \text{op}(i) = \text{JUMPZ}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{nombreRutina}(i)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Indica el nombre de la rutina a la que se salta, si la instrucción  $i$  es JUMP o JUMPZ.

**PUSH**(**in**  $n$ : `int`)  $\rightarrow res$  : instrucción

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{IPUSH}(n)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Instrucción correspondiente a la operación PUSH

**ADD**()  $\rightarrow res$  : instrucción

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{IADD}\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Instrucción correspondiente a la operación ADD

**SUB**()  $\rightarrow res$  : instrucción

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{ISUB}\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Instrucción correspondiente a la operación SUB

**MUL**()  $\rightarrow res$  : instrucción

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{IMUL}\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Instrucción correspondiente a la operación MUL

READ(**in**  $x$  : variable)  $\rightarrow res$  : instrucción

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{IREAD}(x)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Instrucción correspondiente a la operación READ

WRITE(**in**  $x$  : variable)  $\rightarrow res$  : instrucción

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{IWRITE}(x)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Instrucción correspondiente a la operación WRITE

JUMP(**in**  $r$  : rutina)  $\rightarrow res$  : instrucción

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{IJUMP}(r)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Instrucción correspondiente a la operación JUMP

JUMPZ(**in**  $r$  : rutina)  $\rightarrow res$  : instrucción

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{IJUMPZ}(r)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Instrucción correspondiente a la operación JUMPZ

## Representación

### Representación de la Instrucción

Esta estructura corresponde a la representación del TAD Instrucción, con la debida especificación e implementación en pseudo-código de sus observadores y generadores, utilizando 4 campos distintos para la tupla denominada *instruc*: *op*, donde se establece la operación que da lugar a la instrucción construida; *valor*, usada para indicar el entero que sirve de parámetro para la operación PUSH, que coloca el valor en cuestión en el tope de la pila de la calculadora; *rut*, correspondiente al nombre de la rutina que va aparejado a las operaciones JUMP y JUMPZ, y hace referencia a la rutina del programa cargado en la calculadora a la que se va a saltar; y finalmente *var*, que se refiere a la variable (string) que se lee o escribe (en las operaciones READ y WRITE, respectivamente) en la calculadora al ejecutar dichas operaciones.

### Estructura

**instrucción se representa con *instruc***

donde *instruc* es *tupla*(*op*: operación,  
                           *valor*: int,  
                           *rut*: rutina,  
                           *var*: variable)

Observación: el tipo de datos OPERACIÓN es representado con un *string*.

### Invariante de representación:

$\text{Rep} : \text{instruc} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(i) \equiv \text{true} \iff$

1 Una vez creada una instrucción, el campo *i.op* será usado y los demás campos se inicializarán siguiendo el esquema:

- El campo *i.valor* si y sólo si *i.op* es PUSH;
- El campo *i.rut* si y sólo si *i.op* es JUMP o JUMPZ;
- El campo *i.var* si y sólo si *i.op* es READ o WRITE;

### Función de Abstracción:

$\text{Abs} : \text{instruc } i \longrightarrow \text{instrucción}$

$\{\text{Rep}(i)\}$

$\text{Abs}(i) \equiv i.op =_{\text{obs}} \text{operación}(\text{instrucción}) \wedge$   
                   *i.valor* =<sub>obs</sub> constanteNumérica(instrucción)  $\wedge$   
                   *i.rut* =<sub>obs</sub> nombreRutina(instrucción)  $\wedge$   
                   *i.var* =<sub>obs</sub> nombreVariable(instrucción)

## Algoritmos

---



---

**iOp**(in  $i$ : instrucción)  $\rightarrow res$ : operación

1:  $res \leftarrow i.op$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$

---



---



---

**iValorPush**(in  $i$ : instrucción)  $\rightarrow res$ : int

1:  $res \leftarrow i.valor$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$

---



---



---

**iNombreVariable**(in  $i$ : instrucción)  $\rightarrow res$ : variable

1:  $res \leftarrow i.var$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$

---



---



---

**iNombreRutina**(in  $i$ : instrucción)  $\rightarrow res$ : rutina

1:  $res \leftarrow i.rut$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$

---



---



---

**iPush**(in  $n$ : int)  $\rightarrow res$ : instrucción

1:  $res.op \leftarrow \text{PUSH}$   $\triangleright O(1)$

2:  $res.valor \leftarrow n$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$

---



---



---

**iAdd**()  $\rightarrow res$ : instrucción

1:  $res.op \leftarrow \text{ADD}$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$

---



---



---

**iSub**()  $\rightarrow res$ : instrucción

1:  $res.op \leftarrow \text{SUB}$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$

---

---



---

**iMul()**  $\rightarrow res$  : instrucción
1:  $res.op \leftarrow \text{MUL}$  $\triangleright O(1)$ Complejidad:  $O(1)$ Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$ 


---



---

**iRead(in  $x$  : variable)**  $\rightarrow res$  : instrucción
1:  $res.op \leftarrow \text{READ}$  $\triangleright O(1)$ 2:  $res.var \leftarrow x$  $\triangleright O(1)$ Complejidad:  $O(1)$ Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$ 


---



---

**iWrite(in  $x$  : variable)**  $\rightarrow res$  : instrucción
1:  $res.op \leftarrow \text{WRITE}$  $\triangleright O(1)$ 2:  $res.var \leftarrow x$  $\triangleright O(1)$ Complejidad:  $O(1)$ Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$ 


---



---

**iJump(in  $r$  : rutina)**  $\rightarrow res$  : instrucción
1:  $res.op \leftarrow \text{JUMP}$  $\triangleright O(1)$ 2:  $res.rut \leftarrow r$  $\triangleright O(1)$ Complejidad:  $O(1)$ Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$ 


---



---

**iJumpZ(in  $r$  : rutina)**  $\rightarrow res$  : instrucción
1:  $res.op \leftarrow \text{JUMPZ}$  $\triangleright O(1)$ 2:  $res.rut \leftarrow r$  $\triangleright O(1)$ Complejidad:  $O(1)$ Justificación: Las asignaciones, al ser operaciones elementales, tienen complejidad  $O(1)$



## 5. Módulo Programa

### Interfaz

**parámetros formales**  
**géneros**    rutina

**usa:** Instrucción

**se explica con:** PROGRAMA

**géneros:** programa.

Operaciones básicas de programa

**NUEVOPROGRAMA()**  $\rightarrow res : \text{programa}$

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{nuevoPrograma}\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Crea una nueva instancia de programa.

**AGREGARINSTRUCCIÓN(in/out  $p : \text{programa}$ , in  $r : \text{rutina}$ , in  $i : \text{instrucción}$ )**

**Pre**  $\equiv \{p = p_0\}$

**Post**  $\equiv \{p =_{\text{obs}} \text{agInstrucción}(p_0, r, i)\}$

**Complejidad:**  $O(\text{cantidadRutinas}(p))$

**Descripción:** Agrega la instrucción  $i$  a la rutina  $r$ . Si esta no existe, la crea.

**CANTIDADRUTINAS(in  $p : \text{programa}$ )**  $\rightarrow res : \text{nat}$

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \#rutinas(p)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la cantidad total de rutinas del programa  $p$ .

**RUTINA(in  $p : \text{programa}$ , in  $i : \text{nat}$ )**  $\rightarrow res : \text{rutina}$

**Pre**  $\equiv \{0 \leq i < \text{CantidadRutinas}(p)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{dameUno}(\text{rutinas}(p))\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la rutina asociada al número  $i$  en el programa  $p$ .

**#INSTRUCCIONESRUTINA(in  $p : \text{programa}$ , in  $i : \text{nat}$ )**  $\rightarrow res : \text{nat}$

**Pre**  $\equiv \{0 \leq i < \text{CantidadRutinas}(p)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{longitud}(\text{RutinaI}(p, i))\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la cantidad de instrucciones de la rutina asociada al número  $i$ .

**INSTRUCCIÓNJDERUTINA(in  $p : \text{programa}$ , in  $i : \text{nat}$ , in  $j : \text{nat}$ )**  $\rightarrow res : \text{instrucción}$

**Pre**  $\equiv \{0 \leq i < \text{CantidadRutinas}(p) \wedge_L 0 \leq j < \#InstruccionesRutinaI(p, i)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{instrucción}(p, \text{RutinaI}(p, i), j)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la  $j$ -ésima instrucción de la rutina asociada al índice  $i$

TOTALINSTRUCCIONES(**in**  $p$ : programa)  $\rightarrow res$  : nat

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{\sum_{i=1}^{CantidadRutinas(p)-1} \#InstruccionesRutinaI(p,i)\}$

**Complejidad:**  $O(CantidadRutinas(p))$

**Descripción:** Devuelve la cantidad total de instrucciones del programa  $p$ .

INSTRUCCIÓN(**in**  $p$ : programa, **in**  $i$ : nat)  $\rightarrow res$  : instrucción

**Pre**  $\equiv \{0 \leq i < TotalInstrucciones(p)\}$

**Post**  $\equiv \{(\exists r : \text{nat})(0 \leq r < CantidadRutinas(p))\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la  $j$ -ésima instrucción de la rutina asociada al índice  $i$

## Representación

### Representación del Programa

La siguiente estructura se utiliza para representar el TAD PROGRAMA de esta forma: El vector de instrucciones *prog* contiene todas las instrucciones que componen el programa, sin hacer distinción sobre la rutina en la que se encuentren. Por otro lado, el vector *rutinas* almacena las rutinas del programa a través de tuplas, que contienen 3 componentes, a saber:

- *nombre*: corresponde al nombre de la rutina;
- *empieza*: valor natural que se refiere al índice asociado a la primera instrucción de dicha rutina en el vector de instrucciones *prog*.
- *termina*: de manera similar que *empieza*, este valor natural hace referencia al índice asociado a la última instrucción de la rutina en el vector de instrucciones *prog*.

De esta forma, quedan representadas todas las instrucciones del programa por un lado, y su forma de organización en rutinas, por otro.

### Estructura

**programa se representa con estr**

donde **estr** es `tupla(prog: vector(instrucción),  
rutinas: vector( tupla(nombre: rutina, empieza: nat, termina: nat) ))`

**Observación:** el tipo de datos RUTINA es representado con un *string*.

### Invariante de representación:

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(p) \equiv \text{true} \iff (\text{Longitud}(p.\text{rutinas}) = 0 \wedge_L \text{Longitud}(p.\text{prog}) = 0) \vee_L$   
 $(\text{Longitud}(p.\text{prog}) = (p.\text{rutinas}[\text{Longitud}(p.\text{rutinas}) - 1].\text{termina} + 1))$

### Función de Abstracción:

$\text{Abs} : \text{estr } p \rightarrow \text{programa}$

$\{\text{Rep}(p)\}$

$\text{Abs}(p) \equiv \text{armarConj}(p.\text{rutinas}) =_{\text{obs}} \text{rutinas}(\text{programa}) \wedge$   
 $((\forall r: \text{rutina})(r \in \text{rutinas}(\text{programa}) \rightarrow_L p.\text{rutinas}[\text{damePos}(p.\text{rutinas}, r)].\text{termina} -$   
 $p.\text{rutinas}[\text{damePos}(p.\text{rutinas}, r)].\text{empieza} + 1 = \text{longitud}(\text{programa}, r)) \wedge$   
 $((\forall r: \text{rutina})(\forall n: \text{nat})((r \in \text{rutinas}(\text{programa}) \wedge 0 \leq n < \text{longitud}(\text{programa}, r)) \rightarrow_L$   
 $p.\text{prog}[p.\text{rutinas}[\text{damePos}(p.\text{rutinas}, r)].\text{empieza} + n] = \text{instrucción}(\text{programa}, r, n)))$

### Función Auxiliar armarConj

**armarConj:** `vector(tupla(rutina, nat, nat)) → res: conj(rutina)`

**armarConj**(*a*)  $\equiv$  **if**(Vacio?(*a*)) **then** vacío **else** Ag( $\pi_1(\text{prim}(a))$ , fin(*a*)) **fi**

### Función Auxiliar damePos

**damePos:** `vector(tupla(rutina, nat, nat)) x rutina → res: nat`

**damePos**(*a*, *r*)  $\equiv$  **if**  $\pi_1(\text{prim}(a)) = r$  **then** 0 **else** 1 + **damePos**(fin(*a*), *r*) **fi**

## Algoritmos

---

**iNuevoPrograma()**  $\rightarrow res : \text{programa}$

1:  $res.prog \leftarrow \text{vacía}()$   $\triangleright O(1)$   
 2:  $res.rutinas \leftarrow \text{vacía}()$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones son operaciones básicas, por lo que su complejidad es  $O(1)$ , y la operación  $Vacia()$  del módulo básico  $Vector(\alpha)$  es  $\theta(1)$ .

---



---

**iAgregarInstrucción(in/out  $p : \text{programa}$ , in  $r : \text{rutina}$ , in  $i : \text{instrucción}$ )**

1:  $nat\ j \leftarrow 0$   $\triangleright O(1)$   
 2: **while**  $j < \text{Longitud}(p.rutinas) \wedge p.rutinas[j].nombre \neq r$  **do**  $\triangleright O(\text{CantidadRutinas}(p))$   
 3:    $j++$   $\triangleright O(1)$   
 4: **end while**  
 5: **if**  $j < \text{Longitud}(p.rutinas)$  **then**  $\triangleright O(1)$   
 6:    $\text{AgregarAtrás}(p.prog, i)$   $\triangleright O(1)$   
 7:    $nat\ t \leftarrow p.rutinas[j].termina + 1$   $\triangleright O(1)$   
 8:   **while**  $t < \text{Longitud}(p.prog)$  **do**  $\triangleright O(\text{CantidadRutinas}(p))$   
 9:      $\text{swap}(p.prog, t, \text{Longitud}(p.prog) - 1)$   $\triangleright O(1)$   
 10:     $t++$   $\triangleright O(1)$   
 11:   **end while**  
 12:    $p.rutinas[j].termina++$   $\triangleright O(1)$   
 13: **else**  
 14:    $\text{AgregarAtrás}(p.prog, i)$   $\triangleright O(1)$   
 15:    $\text{tupla}(rutina, nat, nat)\ nuevaTup \leftarrow \langle r, \text{Longitud}(p.prog) - 1, \text{Longitud}(p.prog) - 1 \rangle$   $\triangleright O(1)$   
 16:    $\text{AgregarAtrás}(p.rutinas, nuevaTup)$   $\triangleright O(1)$   
 17: **end if**

Complejidad:  $O(\text{cantidadRutinas}(p))$

Justificación: En ambos ciclos se recorre el vector de rutinas.

---



---

**iCantidadRutinas(in  $p : \text{programa}$ )**  $\rightarrow res : nat$

1:  $res \leftarrow \text{Longitud}(p.rutinas)$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones son operaciones básicas, por lo que su complejidad es  $O(1)$ , y la operación  $\text{Longitud}()$  del módulo básico  $Vector(\alpha)$  es  $\theta(1)$ .

---



---

**iRutinaI(in  $p : \text{programa}$ , in  $i : nat$ )**  $\rightarrow res : rutina$

1:  $res \leftarrow p.rutinas[i].nombre$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones son operaciones básicas, por lo que su complejidad es  $O(1)$ , y la operación  $\bullet[\ ]\bullet$  del módulo básico  $Vector(\alpha)$  es  $\theta(1)$ .

---

---

**i#InstruccionesRutinaI**(in  $p$ : programa, in  $i$ : nat)  $\rightarrow res$ : nat

1:  $res \leftarrow p.rutinas[i].termina - p.rutinas[i].empieza + 1$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones son operaciones básicas, por lo que su complejidad es  $O(1)$ , y la operación  $\bullet[\ ]\bullet$  del módulo básico Vector( $\alpha$ ) es  $\theta(1)$ .

---



---

**iInstrucciónJDeRutinaI**(in  $p$ : programa, in  $i$ : nat, in  $j$ : nat)  $\rightarrow res$ : instrucción

1:  $res \leftarrow p.prog[p.rutinas[i]+j]$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones son operaciones básicas, por lo que su complejidad es  $O(1)$ , y la operación  $\bullet[\ ]\bullet$  del módulo básico Vector( $\alpha$ ) es  $\theta(1)$ .

---



---

**iTotalInstrucciones**(in  $p$ : programa)  $\rightarrow res$ : nat

1: nat  $i \leftarrow 0$   $\triangleright O(1)$

2:  $res \leftarrow 0$   $\triangleright O(1)$

3: **while**  $i < \text{CantidadRutinas}(p)$  **do**  $\triangleright O(\text{CantidadRutinas}(p))$

4:      $res \leftarrow res + \#InstruccionesRutinaI(p, i)$

5:      $i++$   $\triangleright O(1)$

6: **end while**

Complejidad:  $O(\text{CantidadRutinas}(p))$

Justificación: Se recorre una vez el vector de rutinas, y la función  $\#InstruccionesRutinaI$  es  $O(1)$ .

---



---

**iInstrucciónI**(in  $p$ : programa, in  $i$ : nat)  $\rightarrow res$ : instrucción

1:  $res \leftarrow p.prog[i]$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones son operaciones básicas, por lo que su complejidad es  $O(1)$ , y la operación  $\bullet[\ ]\bullet$  del módulo básico Vector( $\alpha$ ) es  $\theta(1)$ .

---

### Función Auxiliar Swap

**Pre**  $\equiv 0 \leq i < \text{Longitud}(v) \wedge 0 \leq j < \text{Longitud}(v) \wedge v = v_0$

**Post**  $\equiv$  Todos los elementos de  $v$  siguen iguales salvo en las posiciones  $i$  y  $j$ , donde ocurre que:  $v[i] = v_0[j] \wedge v[j] = v_0[i]$

**Descripción:** Intercambia los valores asociados a los índices  $i$  y  $j$  del vector.

---



---

**Swap** (in/out  $v$ : vector( $\alpha$ ), in  $i$ : nat, in  $j$ : nat)

1:  $a \leftarrow v[i]$

2:  $v[i] \leftarrow v[j]$

3:  $v[j] \leftarrow a$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Las asignaciones son operaciones elementales, y la indexación en vectores es  $O(1)$ .

---