Maximiliano Martino Aprobado

Módulo Lollapatuza 1.

El módulo Lollapatuza provee un sistema de festival en el que se puede crear el festival, realizar transacciones, hackear a una persona en el festival, calcular el gasto de determinada persona, saber quien es la persona que mas gasto, calcular el puesto con menor stock de un item, obtener a las personas del festival y obtener todos los puestos del festival.

Interfaz

```
se explica con: Lollapatuza.
géneros: lolla.
```

Complejidad: $\Theta(P * log(I))$

Aliasing: No presenta aspectos de aliasing.

Operaciones básicas

```
CREARLOLLA(in p: dicc(nat, puesto), in a: conj(persona)) \rightarrow res: lolla
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{vendenAlMismoPrecio}(\text{significados}(p)) \land \text{NoVendieronAun}(\text{significados}(ps)) \land \neg \emptyset(a) \land \neg \emptyset(\text{claves}(p)) \} 
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} crearLolla(p,a)\}
Complejidad: \Theta(log(P) \times P + log(A) \times A + MaxId + A)
Descripción: Crea un nuevo Lollapatuza
Aliasing: No presenta aspectos de aliasing.
{\tt TRANSACCI\'ON}(\textbf{in/out}\ l\colon \texttt{lolla},\ \textbf{in}\ id\colon \texttt{nat}\ ,\ \textbf{in}\ a\colon \texttt{persona}\ ,\ \textbf{in}\ i\colon \texttt{item}\ ,\ \textbf{in}\ c\colon \texttt{cant})
\mathbf{Pre} \equiv \{l =_{\mathrm{obs}} l_0 \land a \in personas(l) \land def?(id, puestos(l)) \land_l \ haySuficiente?(obtener(id, puestos(l)), i, c)\}
\mathbf{Post} \equiv \{l =_{obs} vender(l_0, id, a, i, c)\}
Complejidad:\Theta(log(A) + log(I) + log(P))
Descripción: Registra la compra de una cantidad de un ítem particular, realizada por una persona en un puesto.
Aliasing: No presenta aspectos de aliasing.
\text{HACKEAR}(\mathbf{in/out}\ l : \texttt{lolla}, \ \mathbf{in}\ i : \mathtt{item}\ , \ \mathbf{in}\ a : \mathtt{persona}) \to res : \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{l =_{\mathrm{obs}} lo \land a \in \mathrm{personas}(l)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{ConsumioSinPromoEnAlgunPuestoPeroAEnPersonas(l, a, i)} \land_l (res \Rightarrow_l l = hackear(lo, a, i))\}
(\neg res \Rightarrow 1 = 10)
Complejidad: \Theta(log(A) + log(I) + log(P)) en el peor caso.
Descripción: Hackear un ítem consumido por una persona. Se hackea el puesto de menor ID en el que la persona
haya consumido ese ítem sin promoción.
Aliasing: No presenta aspectos de aliasing.
GASTOPERSONA(in l: lolla, in a: persona) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{a} \in \mathrm{personas}(\mathbf{l}) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} gastoTotal(l,a) \}
Complejidad: \Theta(log(A))
Descripción: Obtiene el gasto total de una persona.
Aliasing: No presenta aspectos de aliasing.
\operatorname{PERSONAQUEMASGASTO}(\operatorname{\mathbf{in}} l : \operatorname{\mathtt{lolla}}) 	o res: \operatorname{\mathtt{persona}}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} masGasto(l)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Obtiene la persona que más dinero gastó. Si hay más de una persona que gastó el monto máximo,
desempata por ID de la persona.
Aliasing: No present aspectos de aliasing.
MENORSTOCK(in l: lolla, in i: item, out x: bool) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{((\exists \ \mathbf{p} : \mathbf{puestoid})(\mathbf{def?}(\mathbf{p}, \ \mathbf{puestos}(\mathbf{l}))) \land_l \ \mathbf{stock}(\mathbf{obtener}(\mathbf{p}, \ \mathbf{puestos}(\mathbf{l}))) > 0) \longleftrightarrow \mathbf{x}) \land_l \ (\mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{L} \ \mathbf{res} = \mathbf{mestoid}) \}
norStock(l, i))}
```

1

stock mínimo, da el de menor ID. Si el item no esta en el menu de los puestos, devuelve false.

Descripción: Obtiene el ID del puesto de menor stock para un ítem dado. Si hay más de un puesto que tiene

```
PERSONAS(in l: lolla) \rightarrow res: conj(persona)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{personas}(\mathbf{l})\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Obtiene a todas las personas del festival.
Aliasing: Devuelve una referencia no modificable al conjunto de personas de l.
Puestos(in l: lolla) \rightarrow res: dicc(puestoid, puesto)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{puestosl}\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Obtiene a todos los puestos del festival.
Aliasing: Devuelve una referencia no modificable al diccionario de puestos de l.
```

Representación

Representación de Lollapatuza

2. (2) $\equiv personas(a) =_{obs} e.personas$

El festival se representa con varios diccionarios logaritmicos, conjunto, listas, vectores, cola de prioridad y cons-

```
tantes.
    lolla se representa con estr
 \checkmark donde estr es tupla(puestos:
                                                diccLog(id, puesto),
                                                                                                       diccLog(id, itDiccLog(id,
                                                                               puestosIts:
                                puesto)), personas: conj(persona), gastoPersona: diccLog(persona, nat),
                                                        colaMin(tupla(id: persona, gasto: dinero)),
                                vector(nat) , comprasHackeables: diccLog(persona, diccLog(item, tupla(cola:
                                colaMin(tupla(id: puestoid, it: itDiccLog(puestoid,puesto))), enCola:
                                diccLog(puestoid,bool))))
    \text{Rep}: \text{estr} \longrightarrow \text{bool}
    \operatorname{Rep}(e) \equiv \operatorname{true} \iff (1) \wedge_l (2) \wedge_l (3) \wedge (4) \wedge_l (5) \wedge (6) \wedge (7) \wedge (8) \wedge (9) \wedge (10)
 \sqrt{1}. (1) \equiv claves(e.puestos) = claves(e.puestosIts)
 \checkmark2. (2) \equiv (\forall i: id)(def?(i, e.puestos) \Rightarrow_l
       Siguiente(significado(i, e.puestosIts)) = significado(i, e.puestos))
\sqrt{3}. (3) \equiv claves(e.gastoPersona) = e.personas = claves(e.comprasHackeables)
\sqrt{4}. (4) \equiv \log(\text{e.ordenGasto}) = \max(\text{e.personas}) + 1
\checkmark5. (5) ≡ (∃ p: persona)(p ∈ claves(e.gastoPersona)\land_l (\forallp<sub>2</sub>: persona)(p<sub>2</sub> ∈ claves(e.gastoPersona)\land_l p \neqp<sub>2</sub> \Rightarrow_l
       obtener(p, e.gastoPersona) > obtener(p_2, e.gastoPersona) \land p = proximo(e.masGastaron))
\checkmark6. (6) ≡ (\forall p: persona, i: item)(def?(p, e.comprasHackeables)) \land_l def?(i, obtener(p, e.comprasHackeables)) \Rightarrow_l
       (∀ id: puestoId)((def?(id, obtener(i, obtener(p, e.comprasHackeables)).enCola)) ⇔
       (\exists t: tupla)(esta?(t, obtener(i, obtener(p, e.comprasHackeables)).cola) \land_l t.id = id \land siguiente(t.it) = obtener(t.it)
       ner(t.id, e.puestos))))
\checkmark7. (7) \equiv (\forall a: persona)(a \in claves(e.gastoPersona)\Rightarrow_l
       Significado(e.gastoPersona, a) = SumaGastoPuestoAUX(Significados(e.puesto),a))
\checkmark8. (8) ≡ (\forall i:persona)(0 ≤ i < long(e.ordenGasto) \Rightarrow_l ((i \notin e.personas)\iff e.ordenGasto[i] < 0))
\sqrt{9}. (9) ≡ (\forall i: nat)(i < long(e.ordenGasto) \Rightarrow_l (e.ordenGasto[i] ≥ 0 \iff e.masGastaron[e.ordenGasto[i]].id = i))
\sqrt{10}. (10) ≡ (\forall i:int)(0 ≤ i < tamaño(e.masGastaron) ⇒<sub>l</sub> e.masGastaron[i].gasto = obtener(e.gastoPersona, e.masGastaron[i].id))
    Abs : estr e \longrightarrow \text{Lollapatuza}
                                                                                                                                 \{\operatorname{Rep}(e)\}
    Abs(e) \equiv (1) \land (2)
   1. (1) \equiv puestos(1) =_{obs} e.puestos
```

Funciones auxiliares (TAD)

■ SumaGastoPuestoAUX: cp: conj(puestos), a: persona \Rightarrow nat SumaGastoPuestoAUX(cp, a) \equiv if (\emptyset ?(cp)) then 0 else gastoDe(dameUno(cp), a) + SumaGastoPuestoAUX(a,dameUno(sinUno(cp)))

Algoritmos

```
iCrearLolla(in p: dicc(id, puesto), in a: conj(persona)) \rightarrow l: estr
 1: l.puestos \leftarrow p
 2: l.personas \leftarrow a
 3: 1.GastoPersona \leftarrow Vacio()
 4: l.comprasHackeables ← Vacio()
 5: i \leftarrow CrearIt(a)
 6: z \leftarrow CrearIt(a)
 7: l.masGastaron \leftarrow Vacia()
 8: l.ordenGasto \leftarrow Vacia()
 9: //ordenGasto es un vector cuyas posiciones se corresponden con las personas, y lo que hay en cada posicion es el
   orden que mantiene la persona en la cola de prioridad "masGastaron"
10: //el tamaño de ordenGasto es el del maxId de una persona del conjunto, y en las posiciones del vector que no se
    corresponden con ninquna persona que este en el conjunto, se le indexa un -1.
11: contador \leftarrow 0
12: maxPersona
13: while HaySiguiente(z) do
14:
        maxPersona \leftarrow Siguiente(z)
        Avanzar(z)
15:
16: end while
17: k \leftarrow 0
\sqrt{8}: while k < maxPersona + 1 do
        AgregarAtras(l.ordenGasto, -1)
19:
20:
        k++
        //-1 es una persona que no existe
22: end while
23: while HaySiguiente(i) do
        Definir(l.GastoPersona, Siguiente(i), 0)
25:
        Definir(l.comprasHackeables, Siguiente(i), Vacio())
        Encolar(l.masGastaron, \langle Siguiente(i), 0 \rangle)
26:
        l.ordenGasto[Siguiente(i)] \leftarrow contador
27:
        contador++
29:
        //asumimos que el diccionario de personas se recorre en orden creciente
        Avanzar(i)
30.
31: end while
32: j \leftarrow CrearIt(l.puestos)
33: while HaySiguiente(j) do
        Definir(l.puestosIts, SiguienteClave(j), j)
34:
35:
        Avanzar(j)
36: end while
```

Complejidad: El primer while recorre todas las personas del festival, A veces. El segundo while recorre MaxId veces y usa Agregar Atras que es constante. El tercer while tambien recorre todas las personas del festival, A veces. Luego cada definir cuesta $\Theta(log(A))$ y $\Theta(log(P))$, encolar cuesta $\Theta(log(A))$ y lo demas tambien es $\Theta(1)$. El cuarto while recorre todos los puestos, P veces y usa definir. La complejidad es entonces: $\Theta(1) + \sum_{i=1}^{P} (\Theta(log(i))) + \sum_{i=1}^{A} (\Theta(log(i))) = \Theta(log(P) * P + log(A) * A + MaxId + A)$ Donde A es la cantidad total de personas distintas en el festival, P es la cantidad total de puestos distintos en el festival y MaxId es el id mas grande de las personas.

```
iTransaccion(in/out l: estr, in id: nat, in a: persona, in i: item, in c: cant)
 1: huboDesc
 2: gasto \leftarrow Vender(Significado(e.puestos, id), a , i , c, huboDesc)
 3: Significado(l.GastoPersona, a) += gasto
A: SiftUpTrack(l.masGastaron, l.ordenGasto[a], l.ordenGasto, gasto)
 5: //cada vez que hay una transaccion se reacomoda la cola con los gastos de las personas
 6: //mediante la funcion SiftUpTrack, y un vector que llamamos ordenGasto, que guarda las posiciones en el heap
 7: //antes de cada transaccion.
 8: //no usamos heapify porque en peor caso habria que reacomodar todo el heap, y en ese caso no seria Log(A).
 9: if ¬huboDesc then
       if ¬Definido(Significado(l.comprasHackeables, a), i) then
10:
/11:
           Definir(Significado(l.comprasHackeables, a), i, (ColaVacia(), Vacio()))
       end if
12:
       if ¬Definido?(Significado(Significado(l.comprasHackeables, a), i).enCola,id) then
13:
           encolar(Significado(Significado(LomprasHackeables, a), i).cola, (id, Significado(LouestosIts, id)))
14:
15:
           Definir(Significado(Significado(LeomprasHackeables, a), i).enCola, id, true)
       end if
16.
17: end if
    Complejidad: Significado() en diccLog es \Theta(log(n)) y tambien tenemos \Theta(log(P)) para encolar un nuevo id de
    puesto en la cola de prioridad. Vender tiene complejidad \Theta(log(A) + log(I)). Luego, usamos SiftUpTrack que tiene
    complejidad \Theta(log(A)). Queda entonces: \Theta(log(A)) + \Theta(log(I)) + \Theta(log(P)) = \Theta(log(A) + log(I) + log(P)) donde
    P es cantidad total de puestos, A cantidad total de personas, I cantidad total de items en el puesto a comprar.
```

```
iHackear(in/out \ l: estr, in \ i: item, in \ a: persona) \rightarrow res: bool
 1: if Definido?(Significado(a, l.comprasHackeables), i) then
       puestoId \leftarrow Proximo(Significado(Significado(l.comprasHackeables, a), i).cola).id
 3:
 4:
       puestoIt \leftarrow Proximo(Significado(Significado(l.comprasHackeables, a), i).cola).it
       gasto ← Olvidar(SiguienteSignificado(puestoIt), a, i, noHack)
 5:
       Significado(l.gastoPersona, a) - = gasto
 6:
       SiftDownTrack(l.masGastaron, l.ordenGasto[a],l.ordenGasto, gasto)
 7:
       //este caso es analogo al de la transacción, cuando tenemos que reducir el gasto de una persona
 8:
       //para el reordenamiento del heap usamos SiftDownTrack, y tambien utilizamos el vector ordenGasto
 9:
       //para guardarnos las posiciones de las personas en la cola.
10:
       if noHack then
11:
12:
           Desencolar(Significado(Significado(l.comprasHackeables, a), i).cola)
13:
       end if
       return true
14:
15: else
       return false
16:
17: end if
```

✓ Complejidad: Significado() y Definido?() Sobre I, Significado sobre A. También usamos SiftDownTrack que como opera sobre todas las personas del festival tiene una complejidad $\Theta(log(A))$. Olvidar() cuesta $\Theta(log(A)) + \Theta(log(I))$, o sea no cambia la complejidad. Normalmente hackear es $\Theta(log(A)) + \Theta(log(I)) = \Theta(log(A) + log(I))$. Si el puesto deja de ser hackeable , para ese item, es decir la cantidad llega a cero, entonces podemos tener $\Theta(log(P))$ por desencolar ese id de puesto. (eliminar el nodo del heap es O(log(n)) en peor caso). Hackear entonces es $\Theta(log(A)) + \Theta(log(I)) + \Theta(log(P)) = \Theta(log(A) + log(I) + log(P))$ donde A es la cantidad de personas que compraron algo en el puesto e I es la cantidad de items distintos que compró la persona a en el puesto sin descuento.

```
GastoPersona(in l: estr, in a: persona) \rightarrow res: nat
1: return Significado(l.GastoPersona, a)
Complejidad: \Theta(log(A)) donde A es la cantidad total de personas en el festival.
```

```
PersonaQueMasGasto(in l: estr) \rightarrow res: persona
1: return Proximo(l.masGastaron)

Complejidad: \Theta(1)
```

```
{\bf MenorStock}({\bf in}\ l : {\sf estr},\ {\bf in}\ i : {\sf item},\ {\bf out}\ x : {\sf bool}) 	o res: {\sf puestoid}
 1: it \leftarrow CrearIt(l.puestos)
 2: stockDelMenor \leftarrow 0
 3: res \leftarrow 0
 4: while HaySiguiente(it) do
        p \leftarrow SiguienteSignificado(it)
        pid \leftarrow SiguienteClave(it)
 6:
        if Stock(p, i) > 0 then
 7:
            if stockDelMenor == 0 || (stockDelMenor > Stock(p, i)) || (stockDelMenor == Stock(p, i) & & res >
                stockDelMenor \leftarrow Stock(p, i)
 9:
                res \leftarrow pid
10:
            end if
11:
12:
        end if
13: end while
14: x \leftarrow stockDelMenor! = 0
15: return res
    Complejidad: El primer while recorre todos los puestos del festival, P veces, y por cada vez uso stock() que tiene
    \overline{\text{complejidad }\Theta(log(I)))}. Exceptuando el resto que es \Theta(1) queda: \sum_{1}^{P}(\Theta(log(I))) = \Theta(P*log(I)) donde P es la
    cantidad de puestos en el festival e I es la cantidad de items totales.
```

```
\overline{\mathbf{iPersonas}(\mathbf{in}\ l : \mathbf{estr})) \to res : \operatorname{conj}(\operatorname{persona})}
1: \mathbf{return}\ l.\operatorname{personas}
\underline{\operatorname{Complejidad:}}\ \Theta(1)
```

```
egin{aligned} \overline{\mathbf{iPuestos}}(\mathbf{in}\ l\colon \mathbf{estr})) &\to res: \mathrm{dicc}(\mathrm{id,puesto}) \\ 1: \mathbf{return}\ l.\mathrm{Puestos} \\ & \underline{\mathrm{Complejidad:}}\ \Theta(1) \end{aligned}
```

1.1. Modulo Puesto de Comida

```
se explica con: PUESTO DE COMIDA. géneros: puesto.
```

Interfaz

Operaciones básicas

```
CREARPUESTO(in p: dicc(item,nat), in s: dicc(item,nat), in d: dicc(item,dicc(cant,nat))) \rightarrow res:
puesto
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{claves}(p) = \text{claves}(s) \land \text{claves}(d) \subseteq \text{claves}(p) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} crearPuesto(p,s,d)\}\
Complejidad: \Theta(I*m)
Descripción: Crea un nuevo puesto
Aliasing: No present aaspectos de aliasing. (1) + (((1))) = (I^*m) STOCK(in p: puesto, in i: item) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{true\}
\mathbf{Post} \equiv \{ (\mathbf{i} \in menu(p) \Rightarrow_{l} \mathbf{res} = stock(p, i)) \land (\neg (\mathbf{i} \in menu(p) \Rightarrow_{l} \mathbf{res} = 0)) \}
Complejidad:\Theta(log(I))
Descripción: Devuelve el stock de un item en un puesto.
Aliasing: Devuelve una copia del valor del dicc stock.
DESCUENTO(in p: puesto, in i: item , in c: cant) \rightarrow res : nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ i \in menu(p) \}
Post \equiv \{res =_{obs} descuento(p,i,c)\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un descuento para un determinado item y una cantidad.
Aliasing: Devuelve una copia del valor del dicc descuentos.
GASTO(in p: puesto, in a: persona) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{true\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{gastosDeVentas}(p, \text{ventas}(p, a))\}
Complejidad: \Theta(log(A))
Descripción: Devuelve el gasto total de una persona en un puesto.
Aliasing: Devuelve copia.
Vender(in/out \ p: puesto, in \ a: persona, in \ i: item, in \ c: cant, out \ huboDesc: bool) 
ightarrow res : dinero
\mathbf{Pre} \equiv \{ p = p_0 \land c > 0 \land \operatorname{stock}(p_0, i) \ge c \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathbf{p} = \text{vender}(\mathbf{p}_0, a, i, c) \land_l res = gastosDe1Venta(p, \langle i, c \rangle) \}
Complejidad:\Theta(log(I) + log(A)) donde I es la cantidad de items en el puesto y A es la cantidad de personas que
compraron algo en el puesto.
Descripción: Vende un item, devuelve el costo de la operacion, y retorna true si hubo descuento en la venta.
Aliasing: Recibe huboDesc, referencia modificable y lo convierte en true si hubo descuento o false si no.
OLVIDAR(in/out p: puesto, in a: persona, in i: itembool) \rightarrow res: dinero
\mathbf{Pre} \equiv \{p = p_0 \land i \in \text{menu}(p) \land \text{consumioSinPromo?}(p,a,i)\}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{olvidarItem}(\mathbf{p}_0, a, i) = p \}
Complejidad:\Theta(log(I) + log(A))
Descripción: Olvida una venta de un item en un puesto, tambien repone el stock del item, devuelve el gasto de
la persona en el puesto y retorna el valor del item.
Aliasing: Recibe noHack, referencia modificable y lo convierte en true si el puesto ya no es hackeable (ventasSin-
```

Descuento para un item en particular esta vacia)

Representación

Representación de Puesto de Comida

```
puesto se representa con estr
   donde estr es tupla(stock:
                                           diccLog(item, cantidad),
                                                                                      descuentos:
                                                                                                           diccLog(item, tupla(desc:
                              vector(descuento), cortes: vector(nat)), gastoPorPersona: diccLog(persona,
                              gastoTotalEnPuesto), precios: diccLog(item, precio), ventas: diccLog(persona,
                              lista(tupla(item: item, cantidad: cantidad))),
                                                                                                                      ventas Sin Descuento:
                              diccLog(persona, diccLog(item, lista(itLista(tupla(item, cantidad))))))
\operatorname{Rep} \; : \; \operatorname{estr} \; \; \longrightarrow \; \operatorname{bool}
\operatorname{Rep}(e) \equiv \operatorname{true} \iff (1) \wedge (2) \wedge_{l} (3) \wedge (4) \wedge (5)
1. (1) \equiv claves(e.descuentos) \subseteq claves(e.stock) \land claves(e.precios) = claves(e.stock) \land
   claves(e.ventas) = claves(e.gastoPorPersona) \land claves(e.ventas) = claves(e.ventasSinDescuento)
2. (2) \equiv (\forall i: item)(def?(i, e.descuentos) \Rightarrow_l ordenado(obtener(i, e.descuentos).cortes) \land
   long(obtener(i, e.descuentos).cortes) > 0 \land_l obtener(i, e.descuentos).cortes[0] = 0 \land_l
   long(obtener(i, e.descuentos).desc) = obtener(i, e.descuentos).cortes[long(obtener(i, e.descuentos).cortes)]+1)
3. (3) \equiv (\forall i: nat)(i < long(cortes)-1 \Rightarrow_l (\forall j: nat)(cortes[i] < j < cortes[i+1] \Rightarrow_l desc[j] = desc[cortes[i]]))
4. (4) \equiv (\forall a : persona)(def?(a, e.ventas) \Rightarrow_l \text{gastosDeVentas}(p, \text{obtener}(a, e. \text{ventas})) = \text{obtener}(a, e. \text{gastoPorPersona}))
5. (5) \equiv (\forall a : persona, i : item)(def?(a, e.ventasSinDescuento)) \land (def?(i, obtener(a, e.ventasSinDescuento)))
 Abs : estr e \longrightarrow PuestoDeComida
                                                                                                                                      \{\operatorname{Rep}(e)\}\
Abs(e) \equiv (1) \land (2) \land (3) \land (4) \land (5)
1. (1) \equiv menu(p) =<sub>obs</sub> claves(e.stock)
2. (2) \equiv (\forall i : item)(def?(i, e.precios) \Rightarrow_l precio(p,i) = obtener(i, e.precios) \land stock(p,i) = obtener(i, e.stock))
3. (3) \equiv (\forall i : item)(def?(i, e.descuentos)) \Rightarrow_i (\forall c : cantidad)(def?(c, obtener(c, obtener(i, e.descuentos)))) \Rightarrow_i des
   cuento(p,i,c) = obtener(c, obtener(i,e.descuentos)))
4. (4) \equiv (\forall i : item)(def?(i, e.descuentos)) \Rightarrow_l (\forall c : cantidad)(\neg def?(c, obtener(c, obtener(i, e.descuentos)))) \Rightarrow_l des
   \operatorname{cuento}(p,i,c) = 0 \lor_l (\exists c2: \operatorname{cantidad})((c2 < c) \land_l \operatorname{obtener}(c2, \operatorname{obtener}(i,e.\operatorname{descuentos}) = \operatorname{descuento}(p,i,c))))
```

5. (5) $\equiv (\forall a : persona)(def?(a, e.ventas) \Rightarrow_l ventas(p,a) = obtener(a, e.ventas))$

Algoritmos

```
iCrearPuesto(in p: dicc(item,nat), in s: dicc(item, nat), in d: dicc(item, dicc(cant, nat))) \rightarrow res: estr
 1: res.stock \leftarrow s
 2: res.precios \leftarrow p
 3: res.GastoPorPersona \leftarrow Vacio()
 4: res.ventas \leftarrow Vacio()
 5: res.descuento \leftarrow Vacio()
 6: res.ventasSinDescuento \leftarrow Vacio()
 7: itItems \leftarrow CrearIt(d)
 8: while HaySiguiente(itItems) do
        desc \leftarrow Vacia()
 9:
        AgregarAtras(desc, 0)
10:
        cortes \leftarrow Vacia()
11:
12:
        AgregarAtras(cortes, 0)
13:
        itDesc \leftarrow CrearIt(SiguienteSignificado(itItems))
14:
        pos \leftarrow 0
        prev \leftarrow 0
15:
        while HaySiguiente(itDesc) do
16:
            AgregarAtras(cortes, SiguienteClave(itDesc))
17:
            while pos < SiguienteClave(itDesc) do
18:
               AgregarAtras(desc, prev)
19:
20:
               pos++
            end while
21:
            prev \leftarrow SiguienteSignificado(itDesc)
22:
23:
            Avanzar(itDesc)
        end while
24:
        Definir(res.descuentos, SiguienteClave(itItems), (desc, cortes))
25:
26:
        Avanzar(itItems)
27: end while
28: return res
```

```
 \begin{split} & \overline{\textbf{iStock}(\textbf{in }e \colon \textbf{estr}, \textbf{ in }i \colon \textbf{item}) \to res : \textbf{nat}} \\ & \textbf{if Definido?}(\textbf{e.stock}, \textbf{i}) \textbf{ then} \\ & res \leftarrow Significado(\textbf{e.stock}, \textbf{i}) \\ & \textbf{else} \\ & res \leftarrow 0 \\ & \textbf{end if} \\ & \underline{\textbf{Complejidad: Definido?}(\textbf{) y Significado}(\textbf{) en diccLog es }\Theta(log(n))} \\ & \underline{\textbf{O}(log(I)) + \Theta(log(I)) = \Theta(log(I)) \text{ Donde I es la cantidad de items distintos en el puesto.} \end{split}
```

```
iDescuento(in \ e : estr, in \ i : item, in \ c : cant) \rightarrow res : nat
 1: if Definido?(e.descuentos, i) then
        descuentosItem \leftarrow Significado(e.descuentos, i)
        if c \ge Longitud(descuentosItem.desc) then
 3:
 4:
            res \leftarrow descuentosItem.desc[long(descuentosItem.desc) - 1]
        else
 5:
            res \leftarrow descuentosItem.desc[c]
 6:
        end if
 7:
 8: else
        res \leftarrow 0
 9:
10: end if
```

Complejidad: Como tenemos todos los descuentos organizados en un vector, lo unico que no es $\Theta(1)$ es Definido?() y Significado() por lo que queda una complejidad total de $\Theta(log(I))$ donde I es la cantidad de items distintos en el puesto.

```
iGasto(in e: estr, in a: persona) → res: nat

1: if Definido?(e.gastoPorPersona, a) then

2: res \leftarrow Significado(e.gastoPorPersona, a)

3: else

4: res \leftarrow 0

5: end if
```

Complejidad: $\Theta(log(A))$ por Definido?() y Significado() donde A es la cantidad de personas distintas que compraron algo en el puesto.

```
iVender(in/out p: estr, in a: persona, in i: item, in c: cant, out huboDesc: bool) \rightarrow res: dinero
 1: Significado(p.stock, i) \leftarrow Significado(p.stock, i) - c
 2: desc \leftarrow Descuento(p, i, c)
 3:\ valorVenta \leftarrow ((100-desc)*Significado(p.precio,i))/100
 4: Significado(p.gastoPorPersona, a) \leftarrow Significado(p.gastoPorPersona, a) + valorVenta
 5: huboDesc \leftarrow desc > 0
 6: if ¬Definido?(p.ventas, a) then Definir(p.ventas, a, Vacía())
 7: end if
 8: it \leftarrow AgregarAtras(Significado(p.ventas, a), \langle i, c \rangle)
 9: if ¬huboDesc then
        if ¬Definido?(p.ventasSinDescuento, a) then
10:
           Definir(p.ventasSinDescuento, a, Vacío())
11:
        end if
12:
        if ¬Definido?(Significado(p.ventasSinDescuento, a), i) then
13:
           Definir(Significado(p.ventasSinDescuento, a), i, Vacía())
14:
        end if
15:
        AgregarAtras(Significado(Significado(p.ventasSinDescuento, a), i), it)
16:
17: end if
18: return valorVenta
    Complejidad: Definido?() y Significado() sobre I y luego sobre A \Rightarrow \Theta(log(A)) + \Theta(log(I)) = \Theta(log(A) + log(I))
```

```
iOlvidar(in/out p: estr, in a: persona, in i: item, out <math>noHack: bool) \rightarrow res: dinero
 1: compra \leftarrow Ultimo(Significado(Significado(p.ventasSinDescuento, a), i))
 2: Siguiente(compra).cant--
 3: if Siguiente(compra).cant == 0 then
 4:
        EliminarSiguiente(compra)
        Eliminar Anterior (Crear It Ult (Significado (Significado (p. ventas Sin Descuento, a), i)))
 6: end if
 7: Significado(p.stock, i)++
 8: res \leftarrow Significado(p.precios, i)
 9: Significado(p.gastoPorPersona, a) \leftarrow Significado(p.gastoPorPersona, a) - res
10: noHack \leftarrow false
1: if EsVacía?(Significado(Significado(p.ventasSinDescuento,a), i)) then
        noHack \leftarrow true
12:
13: end if
14: return res
    Complejidad: Significado() sobre I y luego sobre A \Rightarrow \Theta(log(A) + log(I))
```

2. Módulo Cola de prioridad min heap

Copiar(in $a: colaMin(\alpha)) \rightarrow res: colaMin(\alpha)$

Interfaz

Parámetros formales

 $\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}$

géneros función

```
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} a\}
                         Complejidad: \Theta(copy(a))
                         Descripción: función de copia de cola min heap
         función
                         \bullet < \bullet(\mathbf{in} \ c1, c2 : colaMin(\alpha)) \rightarrow res : colaMin(\alpha)
                         \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
                         \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} (c1 < c2)\}\
                         Complejidad: \Theta(1)
                         Descripción: función de copia de cola min heap
    se explica con: Cola de prioridad(\alpha).
    géneros: colaMin(\alpha).
Operaciones básicas
     Vacia() \rightarrow res : colaMin(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{true\}
    Post \equiv \{res =_{obs} vacia\}
    Complejidad: \Theta(1)
    \texttt{HEAPIFY}(\textbf{in } v : \mathtt{vector}(\alpha)) \to res : \mathtt{colaMin}(\alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{true\}
    Post \equiv \{res =_{obs} heapify(v)\}\
    Complejidad: \Theta(n)
    VACIA?(\mathbf{in}\ c: colaMin(\alpha)) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{true\}
    Post \equiv \{res =_{obs} vacia?(c)\}\
     Complejidad: \Theta(1)
     ENCOLAR(\mathbf{in/out}\ c: \mathbf{colaMin}(\alpha), \mathbf{in}\ e: \alpha)
    \mathbf{Pre} \equiv \{\mathbf{c} = \mathbf{c}_0\}
```

```
Post \equiv \{c = encolar(e, c_0)\}\
 Complejidad: \Theta(log(n))
 DESENCOLAR(in/out c: colaMin(\alpha))
 \mathbf{Pre} \equiv \{\mathbf{c} = \mathbf{c}_0\}
 \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \neg vacia(c_0) \land_l (res \Rightarrow_l c = desencolar(c_0)) \land (\neg res \Rightarrow c = c_0)\}
 Complejidad: \Theta(log(n))
 PROXIMO(in c: colaMin(\alpha)) \rightarrow res : \alpha
 \mathbf{Pre} \equiv \{\neg vacia(c)\}
 Post \equiv \{res =_{obs} proximo(c)\}\
 Complejidad: \Theta(1)
 \betaIFTUPTRACK(in/out c: colaMin((persona, dinero)),in i: nat, in/out v: vector(dinero), in canti: dinero)
 \mathbf{Pre} \equiv \{c = c_0 \land_l v = v_0 \land_l \neg vacia(c) \land_l \neg vacia(v) \land_l long(v_0) = maxId(c_0)\}\
 \mathbf{Post} \equiv \{ \mathbf{c} =_{\mathbf{obs}} \mathbf{compraCola}(\mathbf{c}_0, \mathbf{i}, \mathbf{canti}) \land_l \mathbf{v} = \mathbf{fixVectorSegunCola}(\mathbf{v}_0, c) \}
 Complejidad:\Theta(log(n))
SIFT DOWN TRACK (in/out c: colaMin((persona, dinero)), in i: nat, in/out v: vector(dinero), in canti:
 dinero)
 \mathbf{Pre} \equiv \{c = c_0 \land_l v = v_0 \land_l \neg vacia(c) \land \neg vacia(v) \land_l long(v_0) = maxId(c_0)\}\
 \mathbf{Post} \equiv \{c =_{obs} \mathsf{hackeoCola}(c_0, i, \mathsf{canti}) \land_l v = \mathsf{fixVectorSegunCola}(v_0, c)\}
 Complejidad:\Theta(log(n)) donde n es el tamaño de la cola.
```

Representación

Representación de cola de prioridad min heap

```
\begin{aligned} &\operatorname{colaMin}(\alpha) \text{ se representa con estr} \\ &\operatorname{vector}(\alpha) \\ &\operatorname{Rep}: \operatorname{estr} \longrightarrow \operatorname{bool} \\ &\operatorname{Rep}(e) \equiv \operatorname{true} \Longleftrightarrow (\forall i : \operatorname{nat})(0 < i < \operatorname{Longitud}(e) \Rightarrow_l e[i] \leq e[(i-1)/2]) \\ &\operatorname{Abs}: \operatorname{estr} e \longrightarrow \operatorname{Cola} \operatorname{de \ prioridad} \\ &\operatorname{Abs}(e) \equiv \operatorname{c \ cola}(\alpha) \ / \ \operatorname{heapify}(e) = \operatorname{c} \end{aligned} \tag{Rep}(e)
```

Funciones auxiliares (TAD)

- heapify: v: $secu(\alpha) \Rightarrow cola(\alpha)$ heapify(v) \equiv heapifyAux(v, long(v)/2 - 1)
- heapifyAux: v: $secu(\alpha)$, i: $nat \Rightarrow secu(\alpha)$ heapifyAux(v, i) \equiv if i > 0 then heapifyAux(siftDown(v, i), i-1) else siftDown(v, i)

Algoritmos

```
oxed{iVacia()} 
ightarrow v : colaMin(lpha) \ vector(lpha) \ v \leftarrow Vacia() \ oxed{return} \ v \ egin{array}{c} Complejidad: \ \Theta(1) \ \end{array}
```

```
iHeapify(in v: vector(\alpha)) \rightarrow res: colaMin(\alpha)
  i \leftarrow n/2
  while i >= 0 do
      SiftDown(v, i)
      i - -
  end while
  {f return} v
  Complejidad: \Theta(n), pues el numero maximo posible de intercambios es n.
\overline{iVacia?(in \ c : estr) \rightarrow bool}
  \mathbf{return} \ Longitud(c) == 0
  Complejidad: \Theta(1)
iEncolar(in/out c: estr, in e: \alpha)
  AgregarAtras(c, e)
  SiftUp(c, Longitud(c)-1) \\
  Complejidad: \Theta(log(n))
\overline{iDesencolar(in/out \ c : estr)}
  Swap(c, 0, Longitud(c) - 1)
  Eliminar(c, Longitud(c) - 1)
  SiftDown(c,0)
  Complejidad: \Theta(log(n))
\overline{\mathbf{iProximo}}(\mathbf{in}\ c : \mathtt{estr}) \to res : \alpha
  return c[0]
  Complejidad: \Theta(1)
SiftUp(in/out c: estr, in i: nat)
  while i > 0 \& \& c[i] < c[(i-1)/2] do
      Swap(c, i, (i - 1)/2)
      i \leftarrow (i-1)/2
  end while
  Complejidad: \Theta(log(n))
```

```
SiftDown(in/out c: estr, in i: nat)
   izq \leftarrow i*2+1
   der \leftarrow i*2+2
   while i < Longitud(c)/2 do
       \mathbf{if} \ \mathrm{der} < \mathrm{Longitud}(c) \ \& \ \& \ \min(c[\mathrm{izq}], \, c[\mathrm{der}]) < c[\mathrm{i}] \ \mathbf{then}
            Swap(c, i, minIndex(c, izq, der))
            i \leftarrow minIndex(c, izq, der)
            izq \leftarrow i * 2 + 1
            der \leftarrow i*2+2
       \mathbf{else}
            if c[izq] < c[i] then
                 Longitud(c)/2-1
                 Swap(c, i, izq)
                i \leftarrow izq
            end if
       end if
   end while
   Complejidad: \Theta(log(n))
```

```
SiftUpTrack(in/out c: estr, in i: nat, in v: vector(dinero), in canti: dinero)

//SiftUpTrack es una version modificada de SiftUp, que nos permite modificar el vector ordenGasto, a medida que se produce el reordenamiento de las personas en el heap

c[i].gasto += canti

while i > 0 && c[i] < c[(i-1)/2] do

actual \leftarrow c[i].id

old \leftarrow c[(i-1)/2].id

v[old] \leftarrow i

v[actual] \leftarrow (i-1)/2

Swap(c,i, (i-1)/2)

i \leftarrow (i-1)/2

end while

Complejidad: \Theta(log(n))
```

```
\mathbf{SiftDownTrack}(\mathbf{in/out}\ c : \mathbf{estr}, \mathbf{in}\ i : \mathbf{nat}, \mathbf{in}\ v : \mathbf{vector}(\mathbf{dinero}), \mathbf{in}\ canti : \mathbf{dinero})
  //SiftDownTrack es una version modificada de SiftDown, que nos permite modificar el vector ordenGasto, a medida
  que se produce el reordenamiento de las personas en el heap.
  c[i].gasto - \leftarrow canti
  izq \leftarrow i * 2 + 1
  der \leftarrow i * 2 + 2
  while i < Longitud(c)/2 do
       actual \leftarrow c[i].id
       if der < Longitud(c) \& \& min(c[izq], c[der]) < c[i] then
           nuevaPos \leftarrow minIndex(c, izq, der)
           old \leftarrow c[nuevaPos].id
           v[old] \leftarrow i
           v[actual] \leftarrow nuevaPos
           Swap(c, i, nuevaPos)
           i \leftarrow nuevaPos
           izq \leftarrow i * 2 + 1
           der \leftarrow i * 2 + 2
       else
           if c[izq] < c[i] then
                old \leftarrow c[nuevaPos].id
                v[old] \leftarrow i
                v[actual] \leftarrow izq
                Swap(c, i, izq)
                i \leftarrow izq
           end if
       end if
  end while
  Complejidad: \Theta(log(n))
```

A continuación definimos las relaciones de orden para las tuplas que usamos a lo largo del trabajo.

```
\checkmark • (in t1, t2: (puestoid, it(diccLog(puestoid, puesto))) \rightarrow bool return t1.id < t2.id
```

```
ullet ullet < ullet ( 	ext{in} \ t1, t2 \colon \langle 	ext{id} \colon 	ext{persona, gasto} \colon 	ext{dinero} \rangle ) 	o bool
	ext{return } t1. 	ext{gasto} < t2. 	ext{gasto} \mid \mid (t1. 	ext{gasto} == t2. 	ext{gasto} \&\& \ t1. 	ext{id} < t2. 	ext{id} )
```