

Matematycznie

Mariusz Mazepa

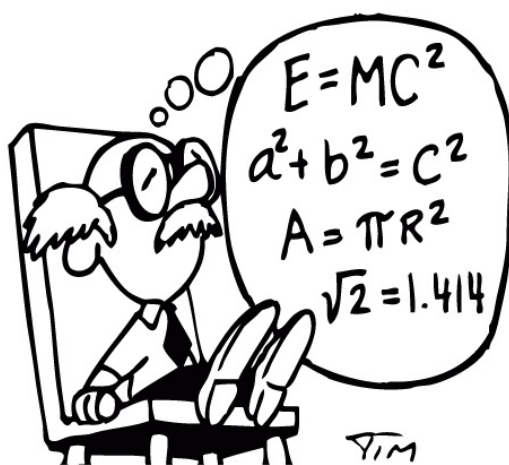
22.12.2014

Streszczenie

Dokument ten prezentuje nie tyle możliwości systemu \LaTeX , co bardziej umiejętności autora dokumentu w działaniu w systemie \LaTeX . Opierać się one będą na różnych wzorach matematycznych, równaniach, macierzach i tym podobnych. Znajdą się tu również ilustracje, tabele i inne rzeczy, które odnoszą się w jakiś sposób do nazywanej przez wielu matką nauk ścisłych - matematyki.

1. Wstęp do matematyki

Matematyka – nauka dostarczająca narzędzi do otrzymywania ścisłych wniosków z przyjętych założeń, zatem dotycząca prawidłowości rozumowania. Ponieważ ścisłe założenia mogą dotyczyć najróżniejszych dziedzin myśli ludzkiej, a muszą być czynione w naukach ścisłych, technice a nawet w naukach humanistycznych, zakres matematyki jest szeroki i stale się powiększa.



Rysunek 1: Matematyczny myśliciel

Wiele dziedzin nauki i technologii, w pewnym momencie zaczyna definiować swoje pojęcia z dostatecznie dużą precyzją, aby można było stosować do nich metody matematyczne, co często zapoczątkowuje kolejny dział matematyki teoretycznej lub stosowanej. Tak stało się np. z mechaniką klasyczną, mechaniką statystyczną, ekonomią (ekonometria), lingwistiką (lingwistyka matematyczna), teorią gier, a nawet niektórymi działami politologii (teoria głosowań). Obecnie standardem w naukach eksperymentalnych jest potwierdzanie istnienia obserwowanych zależności za pomocą metod statystyki, będącej działem matematyki. Pomaga to odróżnić rzeczywiste zależności od przypadkowej zbieżności. Leonardo da Vinci stwierdził w Traktacie o malarstwie: „Żadne ludzkie badania nie mogą być nazywane prawdziwą nauką, jeśli nie mogą być zademonstrowane matematycznie.”

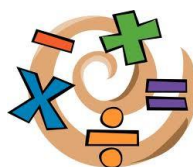
2. Coś więcej, coś mniej, ileś razy więcej, ileś razy mniej...

W matematyce występuje kilka podstawowych oznaczeń:

- **plus** ("+") służący do dodawania,
- **minus** ("-") służący do odejmowania,
- **kropka** lub **x** (w informatyce **gwiazdka** ("*")) służące do mnożenia,
- **dwukropek** (":") lub **kreska ułamkowa** (poniżej) służące do dzielenia ,

$$\frac{\text{licznik}}{\text{mianownik}}$$

- **"podwójny myślnik"** ("=") oznaczający równość, po którym występuje wynik.



Rysunek 2: Oznaczenia matematyczne

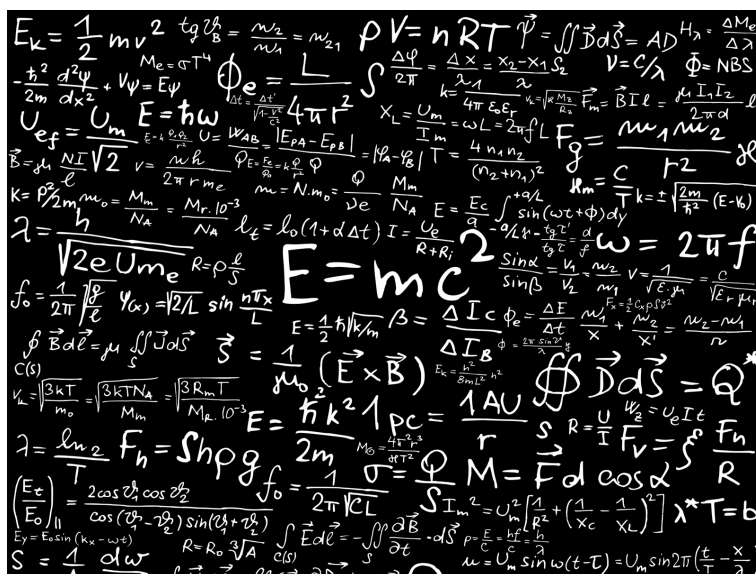
Wynik działania (co najmniej) dwuargumentowego przy użyciu któregośkolwiek z powyższych oznaczeń również posiada nazwę, uściślając:

- wynik dodawania to **suma**,
- wynik odejmowania to **różnica**,
- wynik mnożenia to **iloczyn**,
- wynik dzielenia to **iloraz**.

Ale to generalnie wszyscy wiemy, więc dalej zajmijmy się czymś nieco bardziej złożonym.

3. Przykłady wzorów matematycznych

W matematyce istnieje wiele **wzorów matematycznych**, posługując się którymi możemy wykonywać o wiele bardziej złożone działania (niż tylko wymienione wcześniej dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie) w prostszy i nieco szybszy sposób - oczywiście pod warunkiem, że znamy wzory i umiemy się nimi posługiwać.



Rysunek 3: Wzory matematyczne

Jak to widać na powyższym obrazku wzorów matematycznych jest wiele. Jest jednak kilka z nich, które każdy szanujący się adepty matematyki znać powinien. Dla przykładu:

- wzór na pole trójkąta:

$$P = \frac{a * h}{2}$$

gdzie **a** to długość podstawy, **h** to wysokość trójkąta.

- wzór na objętość sześcianu:

$$a^3$$

gdzie **a** to długość krawędzi sześcianu.

Istnieją też bardziej skomplikowane wzory, które również warto znać, jednak niekoniecznie wszyscy adepci matematyki są wyposażeni w tak obszerną wiedzę. Dla przykładu:

- jedynka trygonometryczna:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

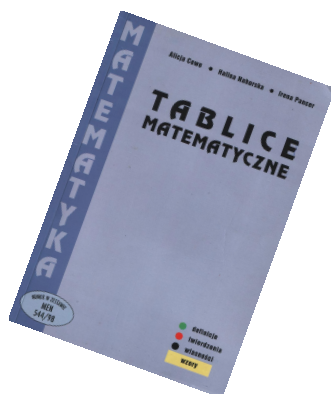
- symbol Newtona:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! * (n - k)!}$$

- objętość kuli:

$$V = \frac{4}{3} * \pi * r^3$$

Takich wzorów jest wiele. Jednak nie sposób wszystkich spamiętać, dlatego też często korzystamy z tablic matematycznych.



(a) Okładka



(b) Wnętrze

Rysunek 4: Przykładowy egzemplarz książki z tablicami matematycznymi

Warto więc, będąc wielbicielem matematyki, zaopatrzyć się w jeden chociaż egzemplarz tablic matematycznych. Dzięki temu zawsze będziemy mieli gdzie zajrzeć (poza internetem), gdy będziemy potrzebowali jakiegoś konkretnego wzoru.

4. Macierze

Macierz – w matematyce układ liczb, symboli lub wyrażeń zapisanych w postaci prostokątnej tablicy. Choć słowo „macierz” oznacza najczęściej macierz dwuwskaźnikową, to możliwe jest rozpatrywanie macierzy wielowskaźnikowych (zob. notacja wielowskaźnikowa). Macierze jednowskaźnikowe nazywa się często wektorami wierszowymi lub kolumnowymi, co wynika z zastosowań macierzy w algebrze liniowej. W informatyce macierze modeluje się zwykle za pomocą (najczęściej dwuwymiarowych) tablic.

Dla lepszego naświetlenia sprawy - poniższy układ równań można przedstawić w postaci macierzy.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \\ 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 11x_4 + 13x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 11x_2 + 2x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}$$

Macierz ta będzie wyglądała następująco:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 11 & 13 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 0 \\ 7 & 11 & 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Z macierzami można się ”bawić” na wiele sposobów, na przykład doprowadzać je do postaci schodkowej albo upraszczać do satysfakcjonującej nas formy. Macierze można dodawać, odejmować, mnożyć, dzielić... dzieje się to, co prawda, czasem nieco inaczej, niż w przypadku standardowych działań na liczbach - nie oznacza to jednak, że jest to trudne, przynajmniej przy bliższym poznaniu tematu.

5. Tabliczka mnożenia

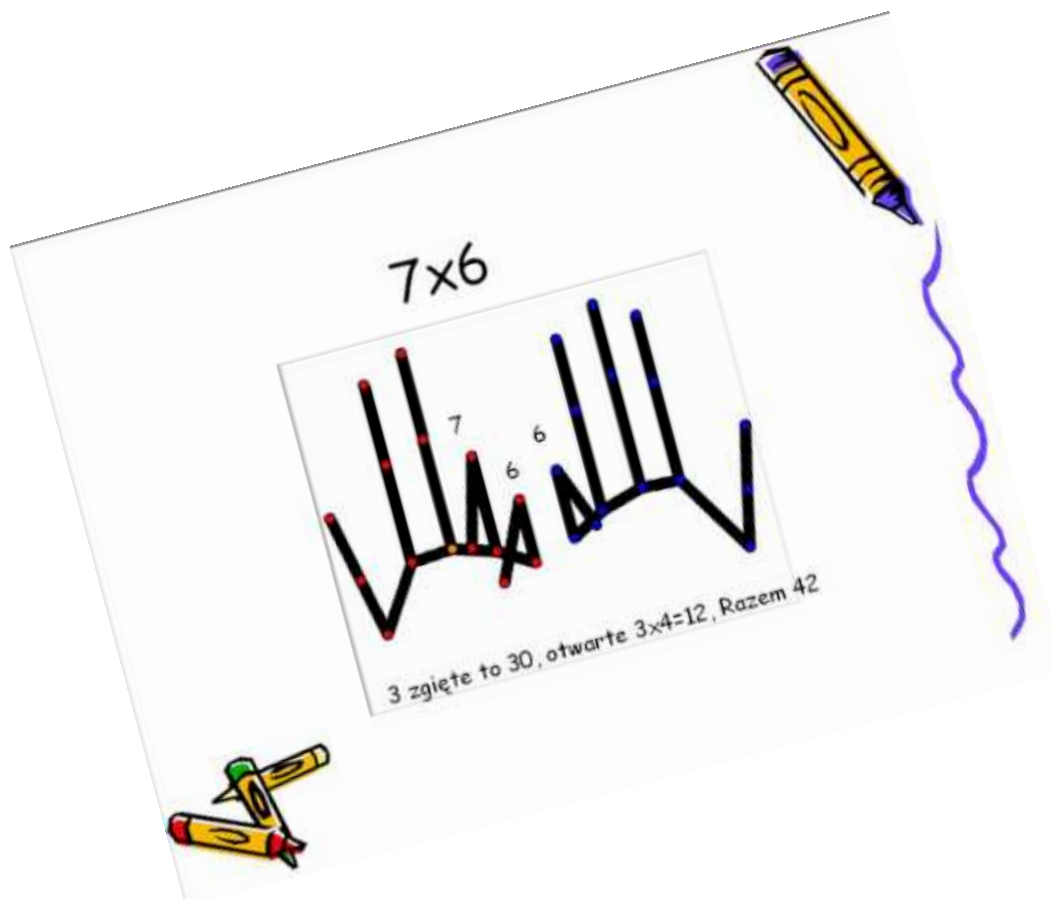
Teraz się troszeczkę cofniemy do rzeczy nieco prostszej, jaką jest tabliczka mnożenia. Niby rzecz prosta, niby rzecz łatwa, jednak nie zawsze i nie dla wszystkich tak oczywista, jaką się zdaje. Dla przykładu - tabliczka mnożenia do 100:

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Nie jest to rzecz specjalnie trudna ani skomplikowana, aczkolwiek to właśnie dzięki niej większość młodych adeptów matematyki zdobywa umiejętność posługiwania się mnożeniem, mnożenia szybszego, a przede wszystkim mnożenia w pamięci.

Wielu młodych ludzi uczęszczających do szkoły podstawowej (czasem nie tylko) zawdzięcza swoje dobre oceny zaznajomieniu się i pełnemu zrozumieniu działania tabliczki mnożenia.

Istnieje też wiele alternatywnych metod wyuczenia się szybszego mnożenia niż rozpisywanie go na kartce. Jednym z nich jest mnożenie na palcach, które działa w sposób przedstawiony na poniższym obrazku:

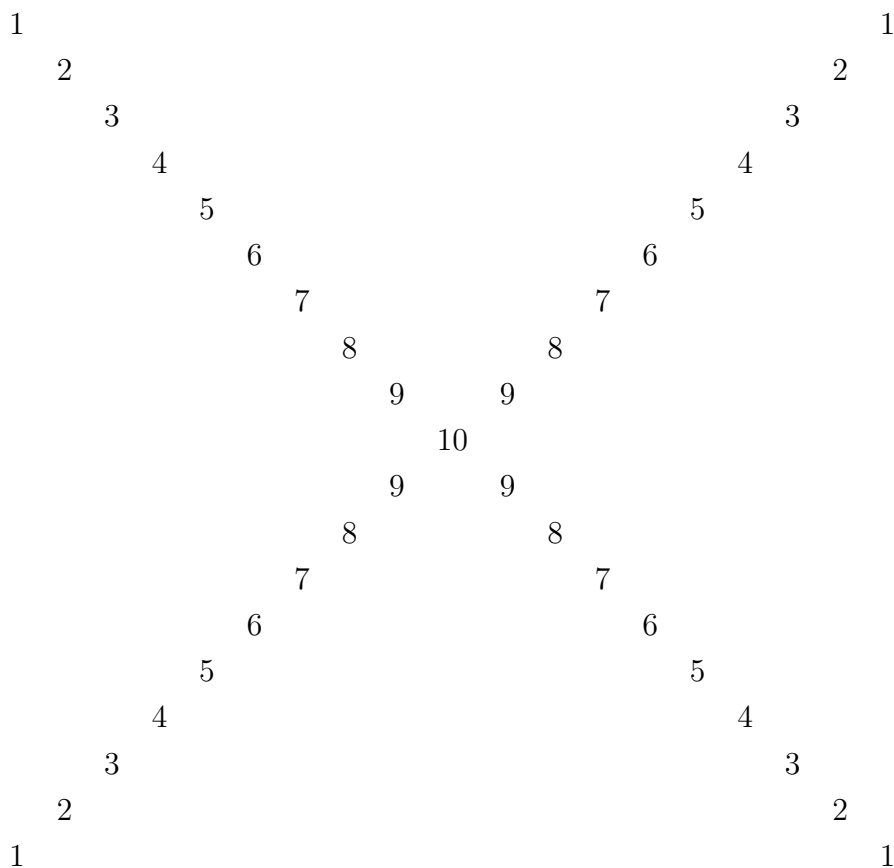


Rysunek 5: Sposób mnożenia na palcach

Na pierwszy rzut oka może się to wydawać nieco trudne do zrozumienia, jednak po pewnym czasie praktykowania nie trudno o stwierdzenie, że alternatywne sposoby liczenia (szczególnie te, które jesteśmy w stanie "legalnie" wykonywać zawsze i wszędzie, jak ten powyżej) mogą wielokrotnie ustrzec nas przed złymi ocenami.

6. Wielki, cyfrowy X

A teraz coś na rozluźnienie - wielki, cyfrowy X, czyli X ułożony z cyfr od 1 do 10.

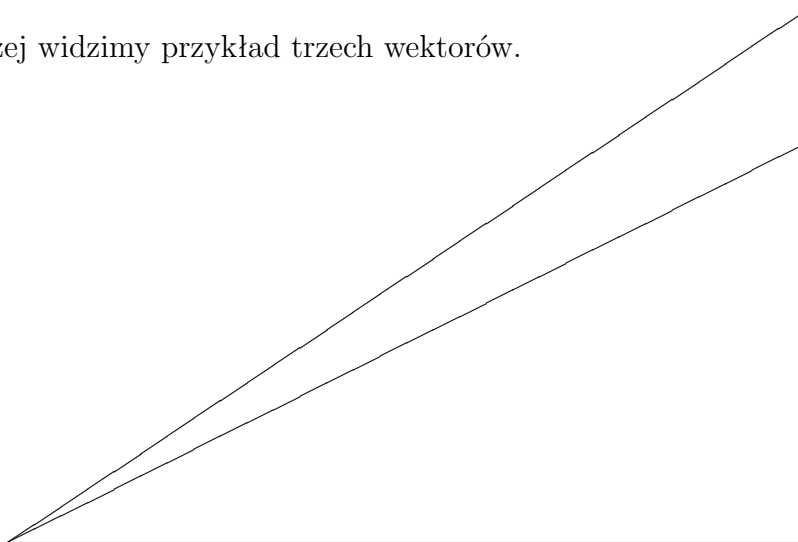


Bardzo ciekawie to wygląda i jest dość interesujące, zwłaszcza dlatego, że owy wielki, cyfrowy X został stworzony przy pomocy funkcji tabular.

7. Grafika wektorowa

Grafika wektorowa (obiektowa) – jeden z dwóch podstawowych rodzajów grafiki komputerowej, w której obraz opisany jest za pomocą figur geometrycznych (w przypadku grafiki dwuwymiarowej) lub brył geometrycznych (w przypadku grafiki trójwymiarowej), umiejscowionych w matematycznie zdefiniowanym układzie współrzędnych, odpowiednio dwu- lub trójwymiarowym. Drugim z podstawowych typów grafiki komputerowej jest grafika rastrowa.

Poniżej widzimy przykład trzech wektorów.



8. Podsumowanie

Matematyka zawiera w sobie wiele interesujących, godnych poznania rejonów. Warto więc **zacząć ją poznawać** i **stale rozwijać swoją wiedzę** w tej dziedzinie nauk ścisłych.



Rysunek 6: Koniec

Bardziej zainteresowanych poszerzeniem wiedzy matematycznej zachęcam do zapoznania się również z innymi źródłami wiedzy. Dziękuję za uwagę.

$$o^o o^o o_o o^o o_o o^o o_o o^o o_o o^o o_o o^o o_o o^o o_o o^o o_o o^o o_o (*v*)$$

Spis treści

1	Wstęp do matematyki	2
2	Coś więcej, coś mniej, ileś razy więcej, ileś razy mniej...	3
3	Przykłady wzorów matematycznych	4
4	Macierze	6
5	Tabliczka mnożenia	7
6	Wielki, cyfrowy X	9
7	Grafika wektorowa	10
8	Podsumowanie	11

Literatura

- [1] Wikipedia, *wybrane artykuły*, pl.wikipedia.org
- [2] Wujek Google, *wyszukane obrazki*, google.pl
- [3] Własna kreatywność, *opracowanie tekstów*, mój mózg.