

تقسیم ریاضیاتی (امتیازی)

- محدودیت زمان: 2 ثانیه
- محدودیت حافظه: 512 مگابایت

آنیا یک عدد صحیح x دارد. او این عدد را به صورت یک عدد باینری (دودویی) به طول n به شما نشان خواهد داد.

دو نوع عملیات وجود دارد:

۱. جایگزینی x با $\lfloor \frac{x}{2} \rfloor$ ، که $\lfloor \frac{x}{2} \rfloor$ بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی $\frac{x}{2}$ است.
۲. جایگزینی x با $\lceil \frac{x}{2} \rceil$ ، که $\lceil \frac{x}{2} \rceil$ کوچکترین عدد صحیح بزرگتر یا مساوی $\frac{x}{2}$ است.

آنیا چندین عملیات را انجام خواهد داد تا زمانی که x به ۱ برسد. هر بار، او به طور **مستقل** انتخاب می‌کند که عملیات اول یا عملیات دوم را با احتمال $\frac{1}{2}$ انجام دهد.

آنیا می‌خواهد (**امید ریاضی**) **عملیاتی** را که برای تبدیل x به ۱ انجام خواهد داد، به پیمانه‌ی $7 + 10^9$ بداند. با این حال، به نظر می‌رسد کمی دشوار است، پس لطفاً به او کمک کنید!

امید ریاضی برای متغیر تصادفی گستته

اگر X یک **متغیر تصادفی گستته** باشد که می‌تواند مقادیر \dots, x_3, x_2, x_1 را با احتمال‌های متناظر $P(X = x_1), P(X = x_2), P(X = x_3), \dots$ نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E[X] = \sum_i x_i \cdot P(X = x_i)$$

- مثال: اگر یک تاس شش وجهی منصفانه را پرتاب کنید، مقادیر ممکن $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ هستند و احتمال هر یک $P(X = x_i) = \frac{1}{6}$ است.

$$\begin{aligned} E[X] &= 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6) = \frac{21}{6} = 3.5 \end{aligned}$$

این بدان معناست که در بلندمدت، میانگین پرتابهای تاس شما ۳.۵ خواهد بود.

پیمانه همنهشتی (Congruence Modulo)

پیمانه همنهشتی (یا همنهشتی به پیمانه‌ی m) یک رابطه در نظریه اعداد است که بیان می‌کند دو عدد صحیح، هنگامی که بر یک عدد صحیح مثبت (که به آن پیمانه می‌گویند) تقسیم شوند، باقی‌مانده‌های یکسانی دارند.

ورودی

خط اول شامل یک عدد صحیح واحد t است ($1 \leq t \leq 10^5$) — تعداد نمونه‌های آزمایشی (Test Cases). در ادامه، شرح نمونه‌های آزمایشی آمده است.

ورودی برای هر نمونه آزمایشی

- **خط اول** هر نمونه آزمایشی شامل یک عدد صحیح واحد n است ($1 \leq n \leq 10^5$) — **طول** نمایش باینری (دودویی) عدد x .
- **خط دوم** هر نمونه آزمایشی شامل یک رشته باینری به طول n است: عدد x در نمایش باینری، که از پرارزش‌ترین بیت (Least Significant Bit) به کمارزش‌ترین بیت (Most Significant Bit) ارائه شده است. تضمین می‌شود که **مجموع** n در تمام نمونه‌های آزمایشی از 10^5 تجاوز نمی‌کند.

خرожی

برای هر نمونه آزمایشی، یک عدد صحیح واحد را چاپ کنید که امید ریاضی** را که آنیا برای تبدیل x به ۱ انجام خواهد داد، به**پیمانه‌ی $7 + 10^9$ نمایش می‌دهد.

به طور رسمی، فرض کنید $M = 10^9 + 7$. می‌توان نشان داد که پاسخ دقیق را می‌توان به صورت یک کسر $\frac{p}{q}$ تحویل ناپذیر بیان کرد، که در آن p و q اعداد صحیح بوده و $(q \neq 0 \pmod{M})$.

شما باید عددی صحیح برابر با $(q^{-1} \cdot p) \pmod{M}$ را خروجی دهید. به عبارت دیگر، شما باید چنین عددی x را خروجی دهید که $x \cdot q \equiv p \pmod{M}$ باشد و $0 \leq x < M$.

مثال

در اینجا چند نمونه برای فهم بهتر صورت سوال و قالب ورودی و خروجی تست‌ها داده می‌شود.

ورودی نمونه ۱

```
3
3
110
3
100
10
1101001011
```

خروجی نمونه ۱

```
500000006
2
193359386
```

برای سادگی، عملیات اول را **عملیات ۱ (OPER 1)** و عملیات دوم را **عملیات ۲ (OPER 2)** می‌نامیم.

در اولین نمونه آزمایشی، $x = 6$ است و شش سری عملیات ممکن وجود دارد:

• سری ۱:

$$6 \xrightarrow{\text{OPER 1}} 3 \xrightarrow{\text{OPER 1}} 1$$

تعداد عمليات: ٢

$$\text{احتمال: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

• سرى :٣



تعداد عمليات: ٣

$$\text{احتمال: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

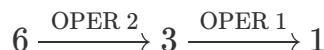
• سرى :٤



تعداد عمليات: ٣

$$\text{احتمال: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

• سرى :٤



تعداد عمليات: ٢

$$\text{احتمال: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

• سرى :٥



تعداد عمليات: ٣

$$\text{احتمال: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

• سرى :٦



تعداد عمليات: ٣

$$\text{احتمال: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

محاسبه امید ریاضی:

بنابراین، تعداد مورد انتظار عملیات برابر است با:

$$E = 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{1}{8}$$

$$E = 2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) + 3 \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right)$$

$$E = 2 \cdot \frac{2}{4} + 3 \cdot \frac{4}{8}$$

$$E = 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

مقدار $\frac{5}{2}$ به پیمانه‌ی $10^9 + 7$ برابر است با:

$$\frac{5}{2} \equiv 500000006 \pmod{10^9 + 7}$$