

دوستان محترم سلام

در این سری از تمرینات و سری‌های بعدی ممکن است با تمرینی مواجه شوید که قبلاً در کلاس حل شده‌است، در این صورت نیازی به تحویل پاسخ آن‌ها نیست. هدف اصلی از ارائه این تمرین‌ها آشنایی شما با انواع سوالات مربوط به هر مبحث است.

۱- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_X(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ 2-x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

الف) تابع توزیع تجمعی X را بیابید.

ج) مقدار $p(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$ را محاسبه کنید.

۲- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع توزیع زیر باشد، تابع چگالی احتمال و $p(X > 3)$ را بیابید.

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - (1+x)e^{-x} & x \geq 0 \end{cases}$$

۳- نشان دهید که تابع زیر یک تابع احتمال متغیر تصادفی گسسته X است. آیا $E(X)$ وجود دارد؟

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{x(x+1)} & x = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

۴- جعبه‌ای دارای ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. از داخل جعبه یک مهره به تصادف خارج می‌کنیم و آن را با دو مهره دیگر از همان رنگ به جعبه باز می‌گردانیم. سپس دو مهره دیگر بدون جایگذاری و به تصادف از جعبه خارج می‌کنیم و متغیر تصادفی X را برابر تعداد مهره‌های سفید مشاهده شده در این دو مهره انتخابی در نظر می‌گیریم. تابع احتمال X و واریانس آن را به دست آورید.

۵- تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر داده شده است:

$$f_X(x) = \begin{cases} k_1 x & 0 < x < 1 \\ k_2 (2-x) & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

الف) اگر $E(X)=1$ باشد مقدار k_1 و k_2 را تعیین کنید.

ب) اگر $X > \frac{1}{2}$ باشد، احتمال آن که X از $\frac{3}{2}$ کمتر باشد را بیابید.

۶- در هر مورد امید ریاضی و واریانس متغیر تصادفی X را بیابید. (راهنمایی: مقادیر p ، n ، λ اعدادی ثابت هستند).

$$a) p_X(x) = p^x(1-p)^{1-x} ; x=0,1 , p \in (0,1)$$

$$b) p_X(x) = \binom{n}{x} p^x(1-p)^{n-x} ; x=0,1,2,\dots,n , n \in \mathbb{N} , p \in (0,1)$$

$$c) f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} ; x>0 , \lambda > 0$$

«شاد و موفق باشید»