به نام خدا



سیستمهای کنترل خطی فعالیت امتیازی

استاد درس: دكتر تقى راد

نام و نام خانوادگی: محمدابراهیم همت

شماره دانشجویی: ۴۰۱۲۳۹۱۳

روش راث-هرویتز و دلیل مشتقگیری هنگام صفر شدن یک سطر

روش راث–هرویتز

روش راث-هرویتز یک روش تحلیلی و بدون نیاز به حل معادله مشخصه برای بررسی پایداری یک سیستم دینامیکی است. این روش از روی ضرایب چندجملهای مشخصه جدول راث را تشکیل میدهد و بدون محاسبه ریشههای معادله، تعیین میکند که آیا همه ریشهها دارای قسمت حقیقی منفی هستند (یعنی سیستم پایدار است) یا خیر.

معیار پایداری در روش راث-هرویتز

برای اینکه همه ریشههای معادله مشخصه در نیم صفحه چپ قرار بگیرند (سیستم پایدار باشد) ، شرط لازم و کافی این است که همه عناصر ستون اول جدول راث دارای علامت یکسان باشند. اگر تعداد تغییر علامت در این ستون وجود داشته باشد، نشان دهنده وجود ریشههایی با قسمت حقیقی مثبت است، که به معنی ناپایداری سیستم است.

چرا هنگام صفر شدن یک سطر، مشتق می گیریم؟

در برخی موارد، در هنگام تشکیل جدول راث، ممکن است یک سطر کامل صفر شود. این وضعیت نشاندهنده آن است که سیستم دارای جفت ریشههای مختلط روی محور موهومی است که میتواند باعث ایجاد نوسان پایدار شود. اما مشکل اینجاست که وقتی یک سطر صفر شود، فرمول محاسبه ردیف بعدی دچار مشکل میشود و دیگر نمیتوان جدول را ادامه داد.

راه حل: استفاده از مشتق معادله کمکی

در این حالت، یک چندجملهای کمکی (Auxiliary Polynomial) ساخته می شود که معادلهای از ضرایب سطر قبلی (یعنی سطری که قبل از صفر شدن ظاهر شده) است. سپس برای ادامه محاسبات، از مشتق این معادله نسبت به ای استفاده می شود.

چرا مشتق می گیریم:

۱. حذف مشکل تقسیم بر صفر: اگر مستقیماً با سطر صفرشده کار کنیم، در محاسبات دچار تقسیم بر صفر میشویم. مشتق گیری
این مشکل را برطرف می کند.

۲. ایجاد اطلاعات جدید از سیستم : مشتق معادله کمکی همچنان اطلاعات پایداری را در خود دارد و میتواند به جای سطر صفرشده استفاده شود.

۳. امکان ادامه محاسبات جدول راث : بدون مشتق گیری، جدول ناقص میماند و تحلیل پایداری ناتمام خواهد بود.

