

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

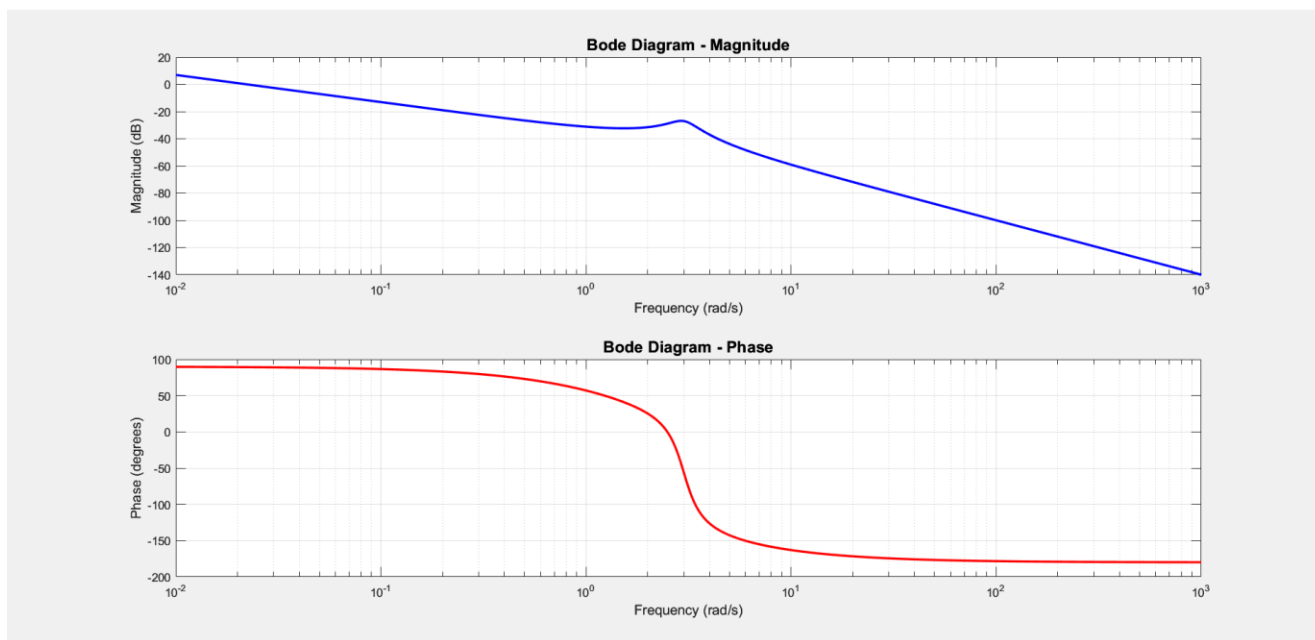


پروژه درس سیستم‌های کنترل خطی

استاد درس : دکتر تقی‌راد

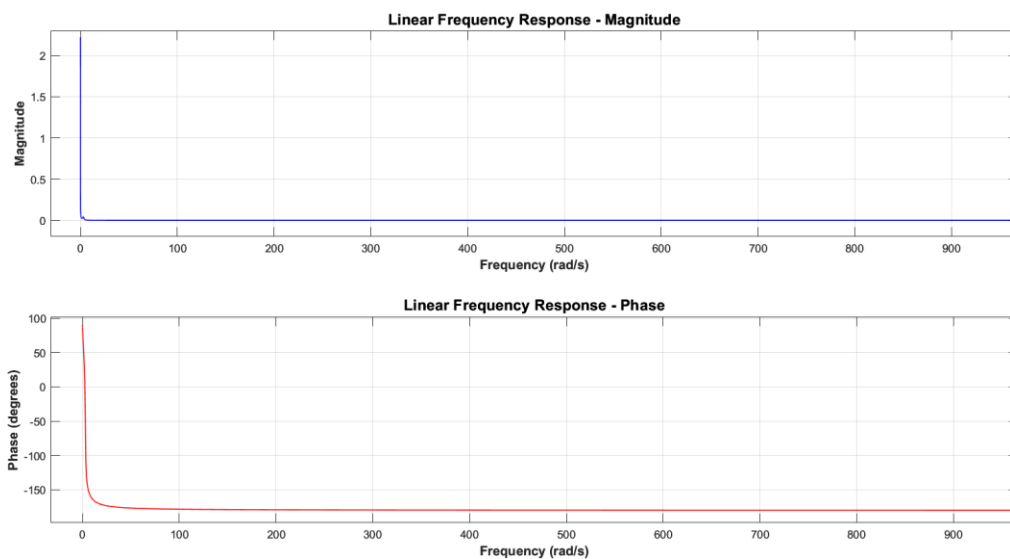
محمد ابراهیم همت ۴۰۱۲۳۹۱۳

سوال ۱



سوال ۲

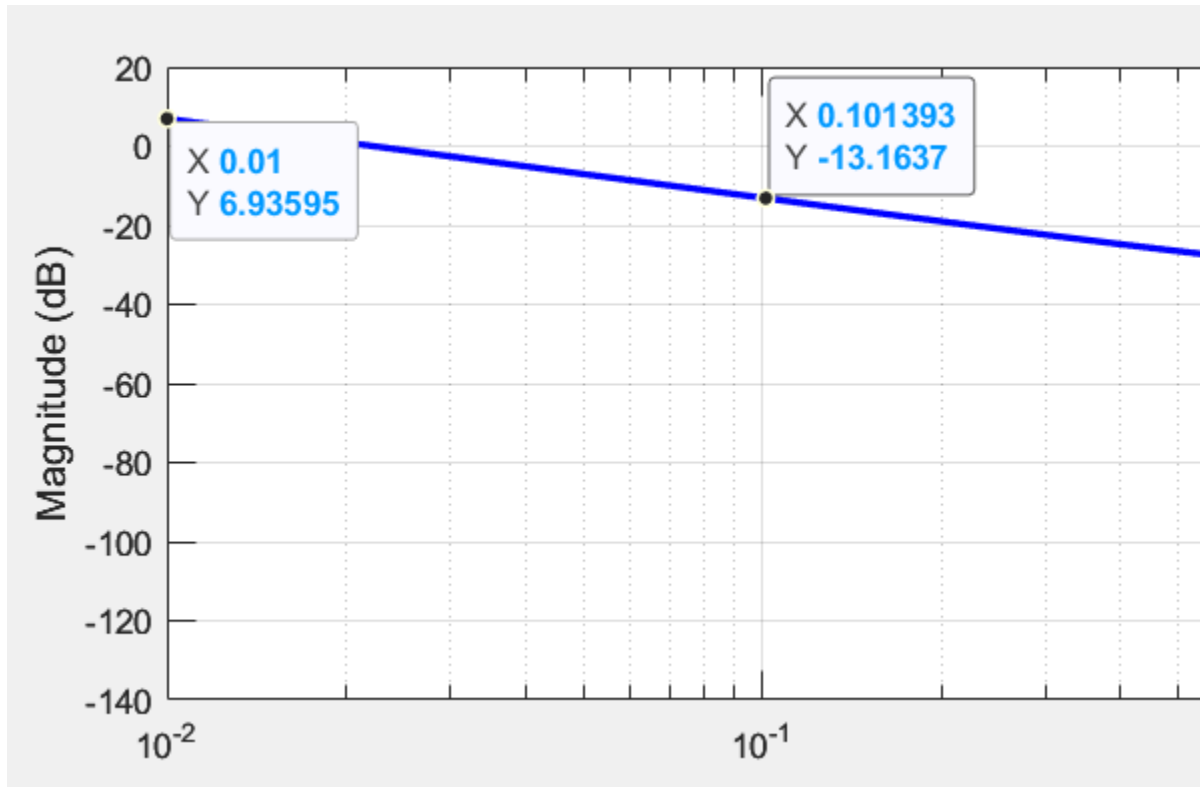
پاسخ فرکانسی:



نوع سیستم: با توجه به نمودار بودی می توان گفت شیب نمودار در نقطه شروع برابر با منفی ۲۰ دی بی می باشد در نتیجه با توجه به فرمول زیر می توان مرتبه سیستم را مشخص کرد.

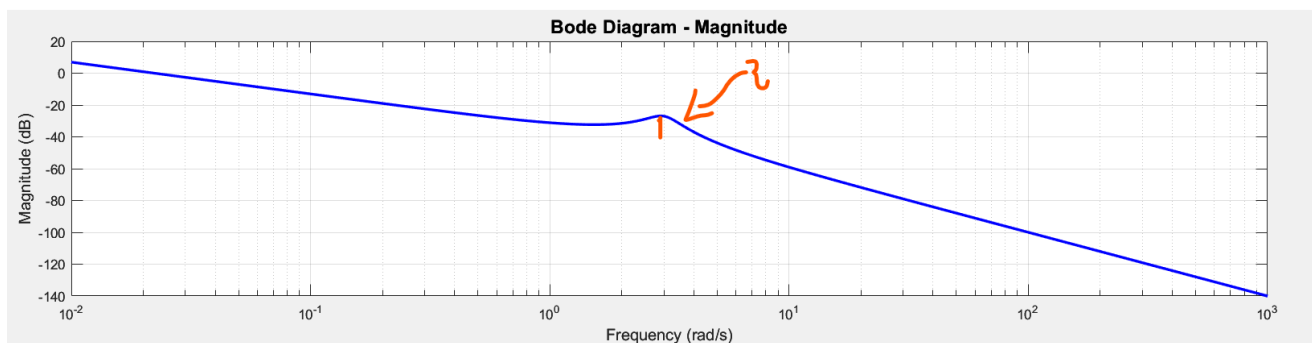
$$\frac{20 \log_{10}|G(jw_1)| - 20 \log_{10}|G(jw_2)|}{\log_{10} w_1 - \log_{10} w_2} = -20p$$

با جای گذاری دو نقطه (0.01 , 6.93595) و (0.101393 , -13.1637) که از روی نمودار بودی بدست آوردیم، می توان گفت
 تیپ سیستم نوع ۱ می باشد



مرتبه سیستم:

با توجه به نمودار بودی در دیاگرام اندازه می توان قله ای را مشاهده کرد که نشان دهنده وجود زتا است یعنی سیستم مرتبه دوم



با توجه به بخش قبل نتیجه می‌گیریم سیستم مرتبه ۳ می‌باشد.

میزان تأخیر سیستم :

میزان تأخیر سیستم برابر صفر می‌باشد زیرا باید نمودار فاز آن به سمت منفی بی نهایت برود.

نمونه سیستم تأخیر دار (وجود عامل \exp = نمودار بنفش):



تحلیل فرکانسی با نمودار بودی

37

• سیستم‌های غیر کمینه فاز

✓ نمودار اندازه همه توابع تمام گذر برابر یک یا 0db است

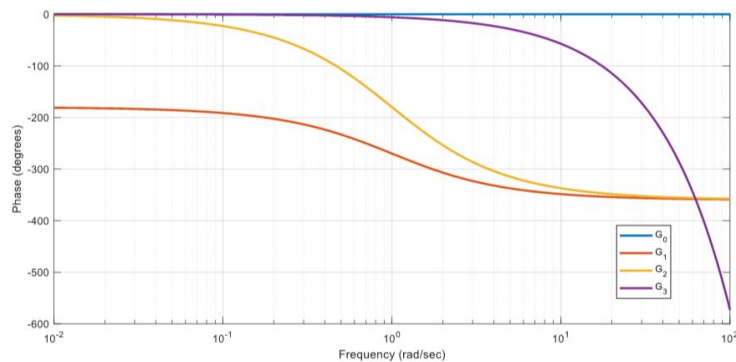
✓ نمودار فاز بخش‌های تمام گذر را با هم مقایسه کنید: بخش کمینه فاز دارای اندازه فاز کمتری است.

$$G_0(s) = 1$$

$$G_{ap1}(s) = \frac{s-1}{s+1}$$

$$G_{ap2}(s) = \frac{s^2-2s+1}{s^2+2s+1}$$

$$G_{ap3}(s) = e^{-0.1s}$$



December 5, 2021

دانشگاه صنعتی فوآمه، نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق، دپارتمان کنترل و سیستم، گروه رباتیک ارس

سیستم‌های کنترل قطعی
دکتر مهید رضا تقی راد

کمینه فاز بودن سیستم:

از بخش‌های قبل متوجه شدیم که یک سیستم تیپ ۱ مرتبه سوم داریم. این سیستم به خودی خود اختلاف فاز ۱۸۰ درجه‌ای ایجاد می‌کند اما با مشاهده مجدد نمودار فاز، درمی‌یابیم که اختلاف فاز ۲۷۰ درجه‌ای داریم و برای ایجاد ۹۰ درجه اختلاف فاز بدون اینکه مرتبه سیستم را افزایش دهیم باید یک صفر غیر کمینه فاز داشته باشیم در نتیجه سیستم کمینه فاز نیست.

سوال سوم:

با توجه به فرمول‌های جزوه و مقادیری که برای محاسبات دستی از روی نمودار بودی بدست می‌آوریم حل دستی به شکل زیر می‌باشد:



تحلیل فرکانسی با نمودار بودی

• نمودار بودی (Bode)

✓ سیستم های مرتبه بالاتر

- ویژگی لگاریتمی نمودار بودی سبب می شود نمودار سیستم های مرتبه بالاتر را بتوان از نمودار های پایه ارائه شده به دست آورد.
- تابع تبدیل جامع یک سیستم را بر حسب قطب و صفر های مرتبه اول و دوم و انتگرالگیرهای تکرار شونده در نظر بگیرید

$$H(s) = \frac{K(1 + \tau_1 s)^r \cdots (1 + 2\zeta\tau_2 s + \tau_2^2 s^2)^\ell}{s^m \cdot (1 + \tau_3 s)^k \cdots (1 + 2\zeta\tau_4 s + \tau_4^2 s^2)^p}$$

□ با استفاده از ویژگی لگاریتمی بهره سیستم از مجموع ترم های صورت منهای مجموع ترم های مخرج به دست می آید.

$$L = 20 \log_{10} K + r(20 \log_{10}|1 + j\tau_1 \omega|) + \cdots + \ell(20 \log_{10}|[1 + (\tau_2 \omega)^2] + j2\zeta\tau_2 \omega|) \\ - m(20 \log_{10}|j\omega|) - k(20 \log_{10}|1 + \tau_3 \omega|) - \cdots - p(20 \log_{10}|[1 + (\tau_4 \omega)^2] + j2\zeta\tau_4 \omega|)$$

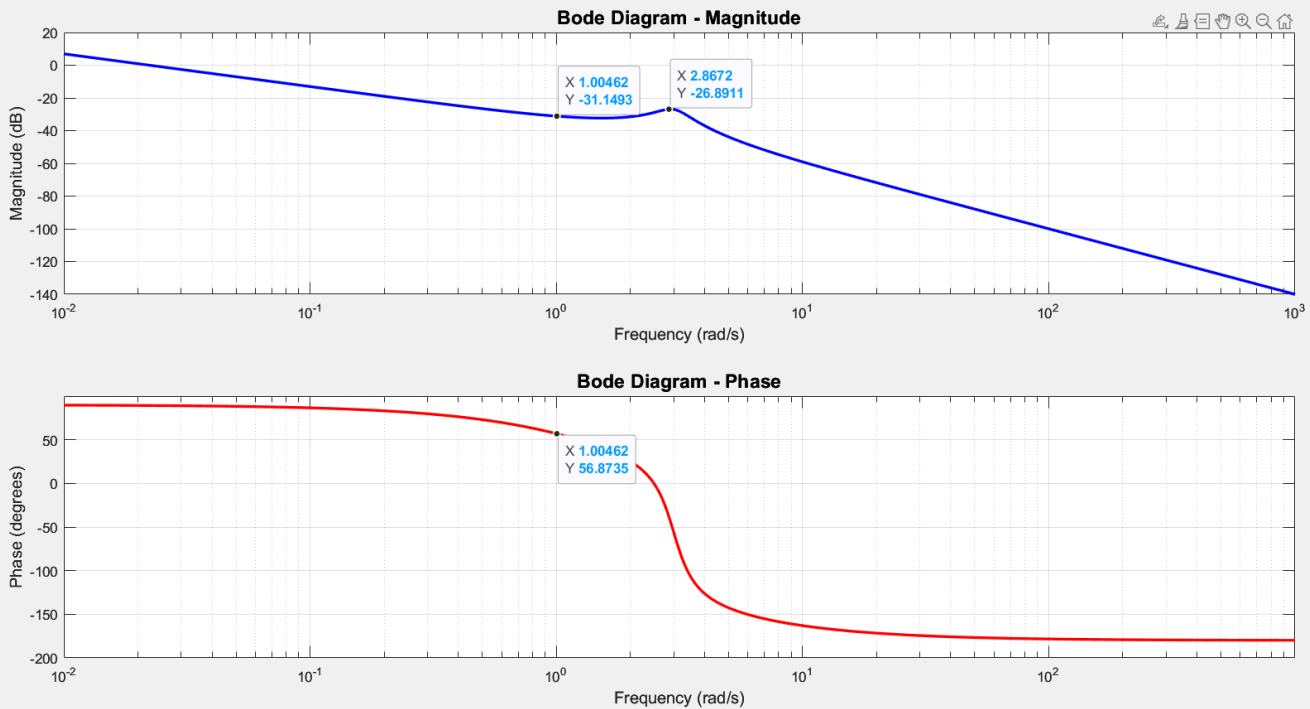
□ به صورت مشابه زاویه را از مجموع زاویه ترم های صورت منهای مجموع زاویه ترم های مخرج به دست آورید.

$$\angle H(j\omega) = r \tan^{-1}(\tau_1 \omega) + \cdots + \ell \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta\tau_2 \omega}{1 - (\tau_2 \omega)^2}\right) - m \frac{\pi}{2} - k \tan^{-1}(\tau_3 \omega) - \cdots - p \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta\tau_4 \omega}{1 - (\tau_4 \omega)^2}\right)$$

December 5, 2021

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق، دپارتمان کنترل و سیستم، گروه رباتیک ارس

سیستم های کنترل فطی
دکتر حمید رضا تقی راد



حل دستی:

$$H(s) = \frac{K(1+\tau_1 s)^r}{s^m(1+2\zeta\tau_4 s + \tau_4^2 s^2)^p} \rightarrow r=m=p=1$$

اینجا > 2 مرتبه زده شدن (5-2)

$$\Rightarrow \tau_1 = -1/2$$

در نقطه 2.8672 به بالاترین نقطه ای که نقطه جع می رود اشاره - نقطه 1/τ₄

$$\Rightarrow \tau_4 = 2.8672$$

$$\angle H(j\omega) = r \tan^{-1}(\tau_1 \omega) + \left[-m\pi/2 - p \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta\tau_4 \omega}{1 - (\tau_4 \omega)^2}\right) \right]$$

$$H(j\omega) \xrightarrow{\omega=1} \text{طبق بودن} \Rightarrow \angle H(j1) \approx 56.8735$$

$$\Rightarrow 56.8735 = 1 \times \tan^{-1}(-1/2 \times 1) + 1 \times \pi/2 - 1 \times \tan^{-1}(X)$$

$$\Rightarrow \tan^{-1}(X) = -173.4385512 \rightarrow X \approx 0.1150$$

$$\Rightarrow \frac{2 \times \zeta \times \frac{1}{2.8672} \times 1}{1 - \left(\frac{1}{2.8672}\right)^2} = 0.1150 \Rightarrow \zeta \approx 0.1448$$

$$L = 20 \log_{10} K + 1 \times (20 \log_{10} (\sqrt{1 + (\tau_1 \omega)^2})) - 1 \times 20 \log_{10} (\omega)$$

$$- 1 \times (20 \log_{10} (\sqrt{1 + (\tau_4 \omega)^2 + 2\zeta\tau_4 \omega})) \xrightarrow{\omega=1} -31.1423 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow 20 \log_{10} K + 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2.8672}\right)^2} - 0 - (20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2.8672}\right)^2 + 2 \times 0.1448 \times 2.8672})$$

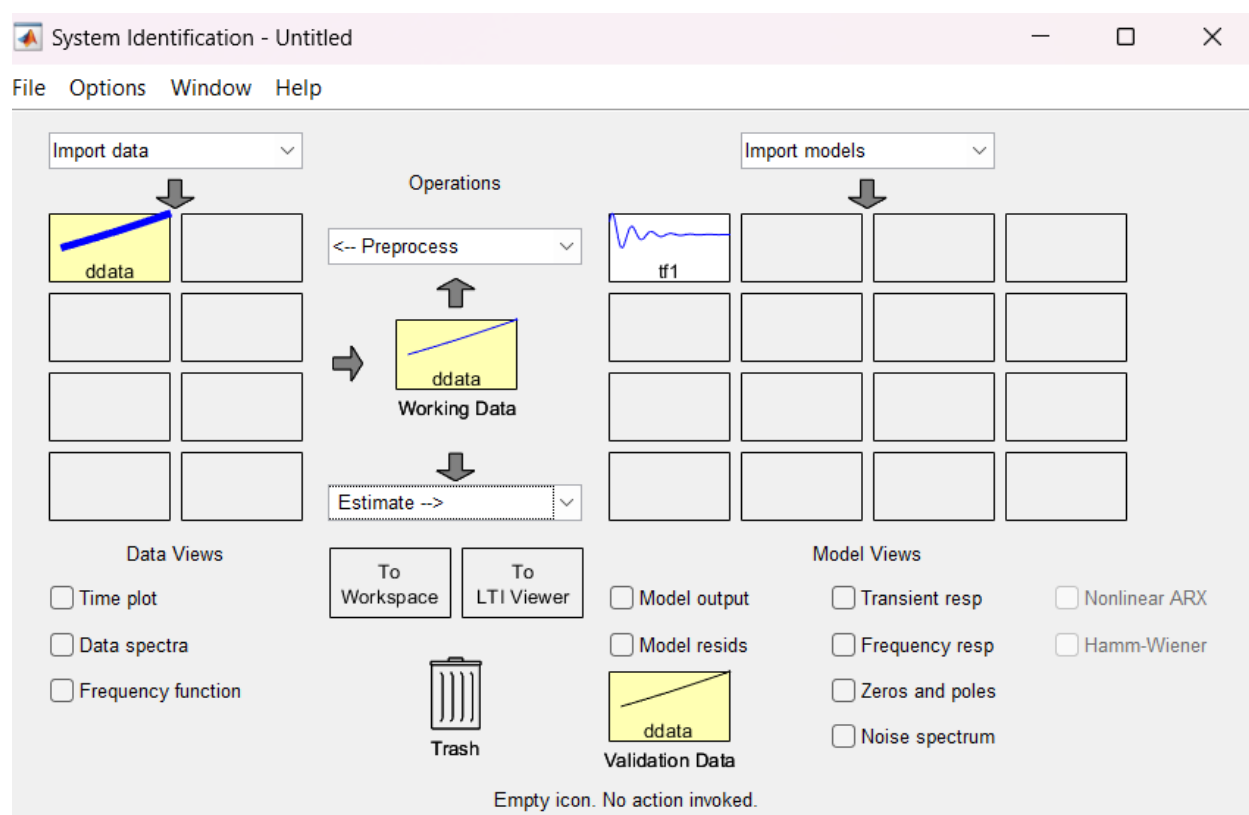
$$\Rightarrow K = 0.123 \xrightarrow{\text{در نهایت}} \frac{0.123 \times (5-2)}{s^3 + 0.8303 s^2 + 8.2215 s}$$


تابع برازش دستی :

$$\frac{0.123(s - 2)}{s^3 + 0.8303s^2 + 8.221s}$$

تابع حاصل از برازش با نرم افزار:

$$\frac{0.1(s - 2)}{s^3 + 0.9s^2 + 9s}$$




Import Data
—
□
✕

Data Format for Signals

Data Object (IDDATA, FRD/IDFRD)

Workspace Variable

Object

ddata

Type

FRD

Data Information

Data Name

ddata

Frequency unit:

rad/TimeUnit

Sample time

0

More


Import

Reset

Close

Help

Vbn,m :


Data/model info: tf1
—
□
✕

Model name:

tf1

Color:

[0,0,1]

From input "u1" to output "y1":

0.1 s - 0.2

s³ + 0.9 s² + 9 s

Name: tf1

Continuous-time identified transfer function.

Parameterization:

Number of poles: 3 Number of zeros: 1

Number of free coefficients: 5

Use "tfdata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

Diary and Notes

Details about Estimation Data

Import ddata

Transfer function estimation

Options = tfestOptions;

Options.InitialCondition = 'zero';

Options.EnforceStability = false;

tf1 = tfest(ddata, 3, 1, Options)

Show in LTI Viewer


Present


Export


Delete


Close

Help


39°F
Sunny


Search




10:05 AM
2/4/2025

سوال چهارم:

$$\Delta(s) = s^3 + 0.8303s^2 + (8.221 + 0.123k)s - 0.246k$$

طبق معادله مشخصه بالا معیار راث را مینویسیم.

s^3	1	$8.221+0.123k$
s^2	0.8303	$-0.246k$
s^1	$8.221+0.4193k$	0
s^0	$-0.246k$	0

سطر ۱ <<< +

سطر ۲ <<<< +

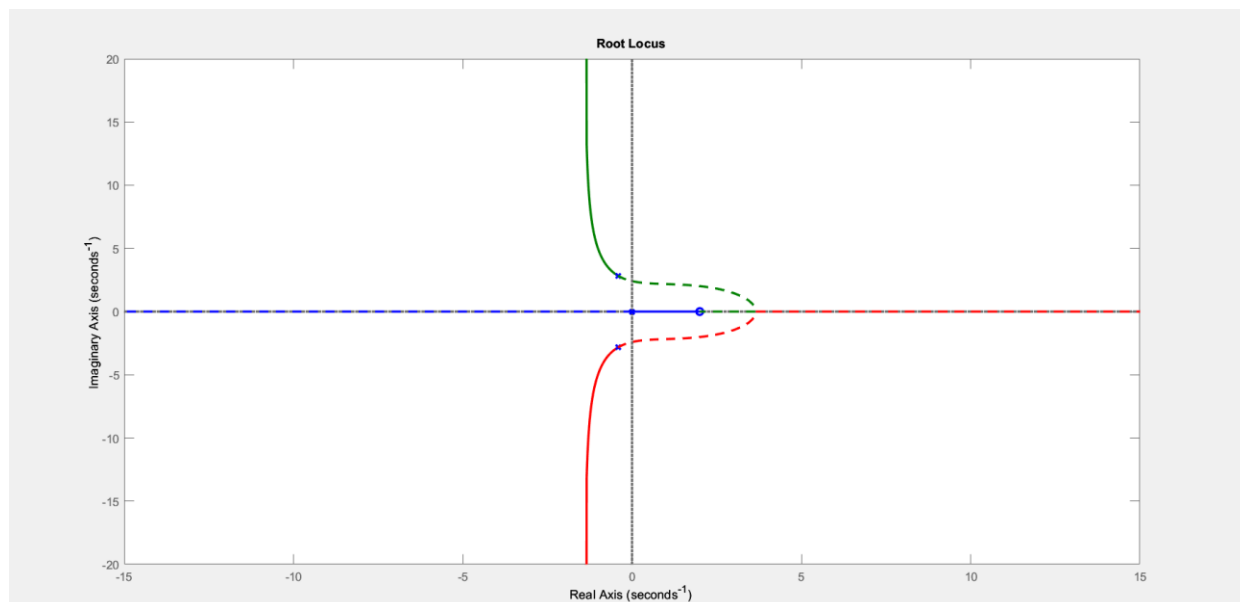
سطر ۳ <<<< باید مثبت باشد تا قطب ناپایدار نداشته باشد <<< $k > -19.606$

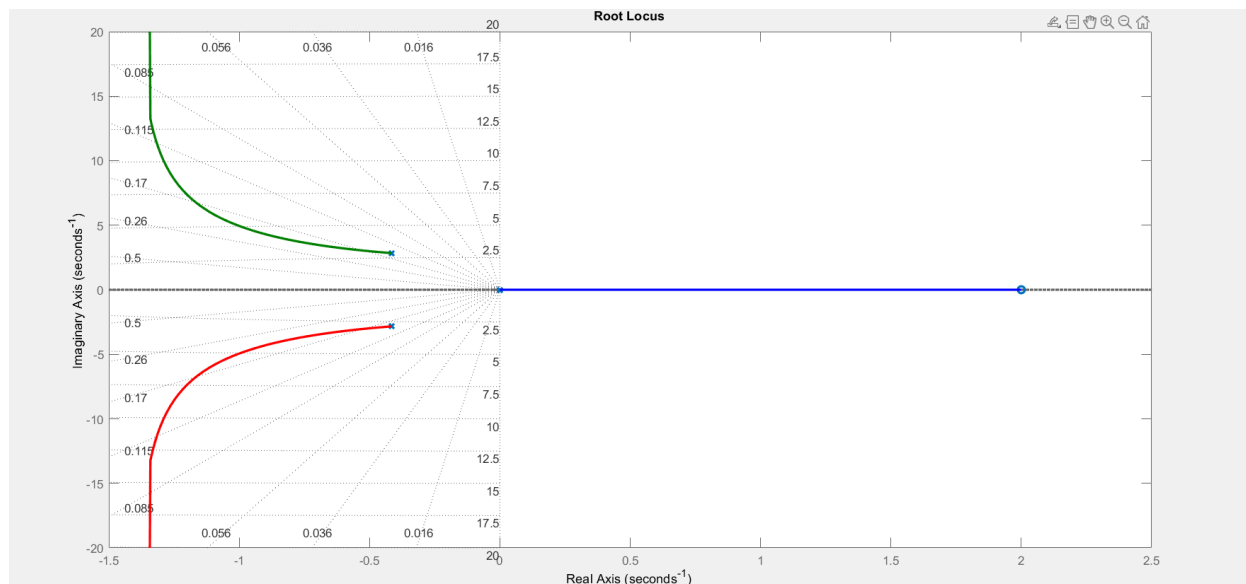
سطر ۴ <<<< باید مثبت باشد تا قطب ناپایدار نداشته باشد <<< $k < 0$

اشتراک: $-19.606 < k < 0$

در نتیجه برای پایداری باید شرط $-19.606 < k < 0$ برقرار باشد.

سوال پنجم:





با توجه به شکل بالا می‌توان گفت کنترل کننده تناسبی مناسب پایداری این تابع نمی‌باشد زیرا که فقط در اندازه آن تاثیرگذار می‌باشد و در اینجا برای پایداری باید اثر قطب روی مبدا را که باعث ناپایداری می‌شود را کم یا از بین برد.

$$k(1 + T_d s) \lll \text{PD}$$

$$k\left(\frac{T_d}{s} + 1\right) \llll \text{PI}$$

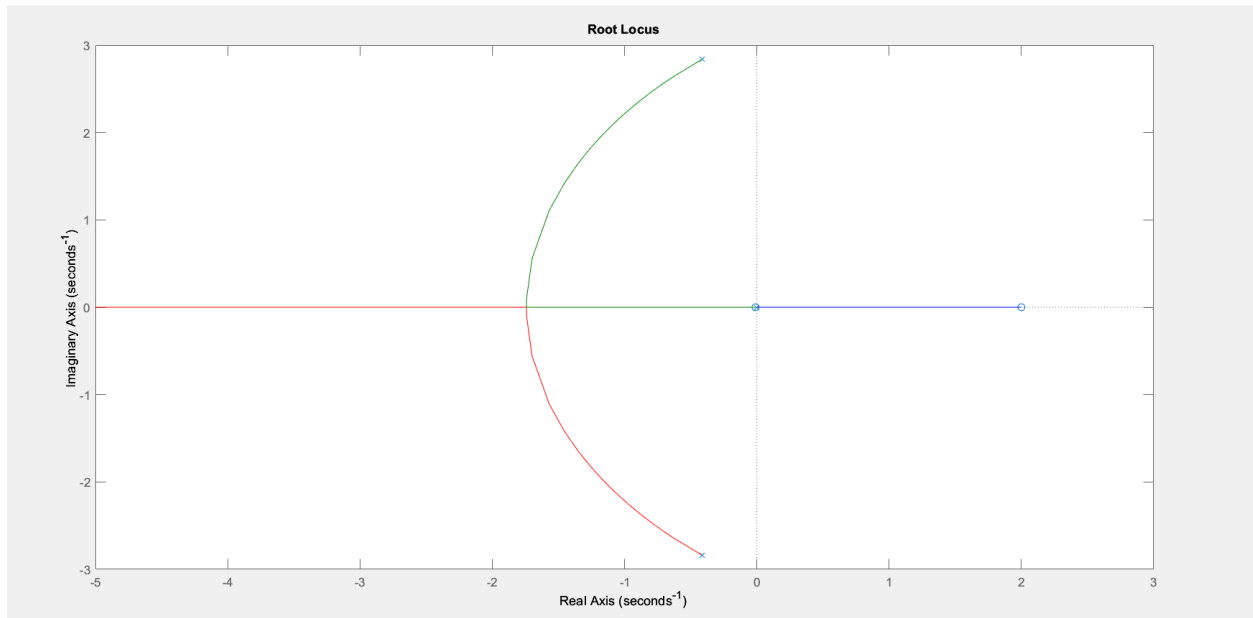
همانطور که از ظاهر PI مشخص است به ما یک صفر دیگر در مخرج اضافه می‌کند که این باعث ناپایداری بحرانی می‌شود و اثر قطب را که از بین نمی‌برد که هیچ بلکه شرایط را بدتر خواهد کرد.

پس به سراغ PD می‌رویم :

این امکان را به ما می‌دهد که بتوانیم اثر قطب در مخرج را کم یا صفر کنیم به صورتی که سیستم رو به پایداری برود. با قرار دادن عبارت برابر با صفر می‌توانیم به مقدار مورد نظر برسیم.

$$k(1 + T_d s) = 0 \gggggg s = -\frac{k_p}{k_d}$$

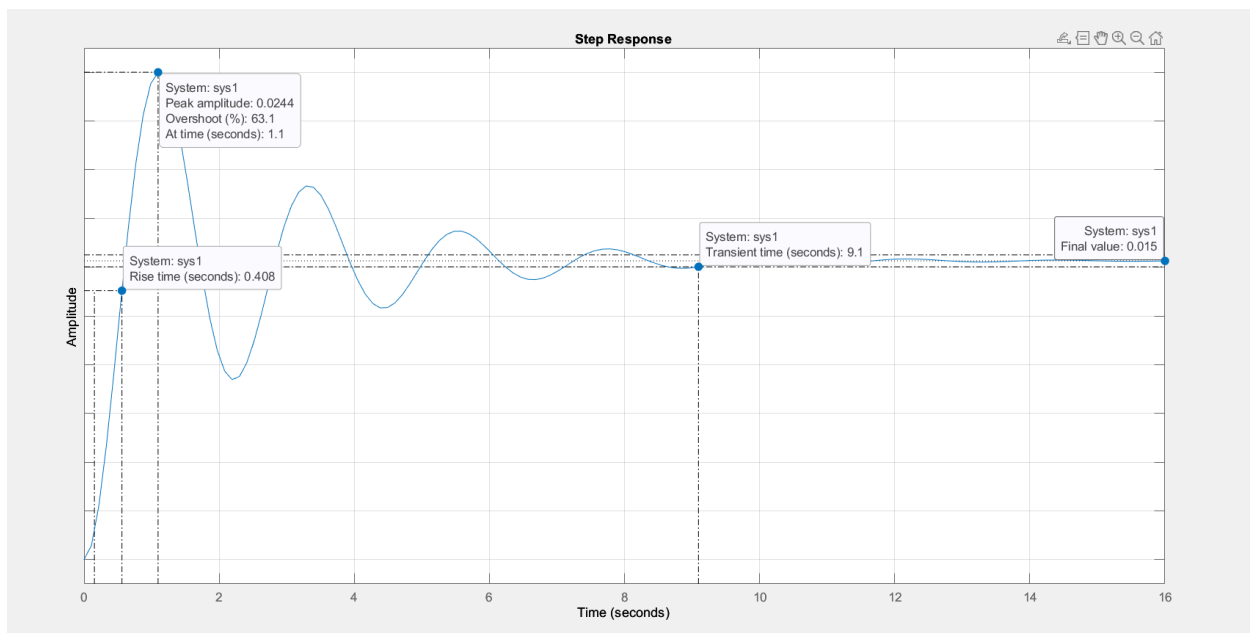
می‌توانیم با اختیار فرضا مقادیر ۰.۱ و ۱۰ به ترتیب برای مقادیرهای k_p و k_d رو به سوی پایداری حرکت کنیم.

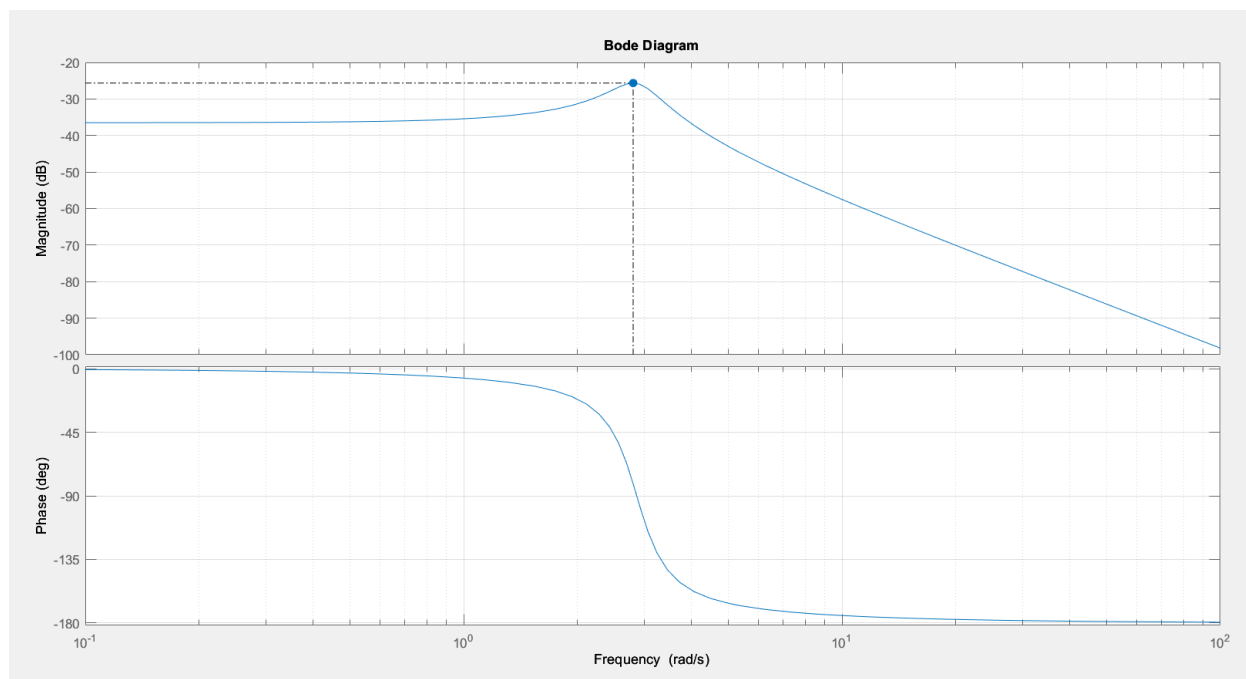


سوال ششم:

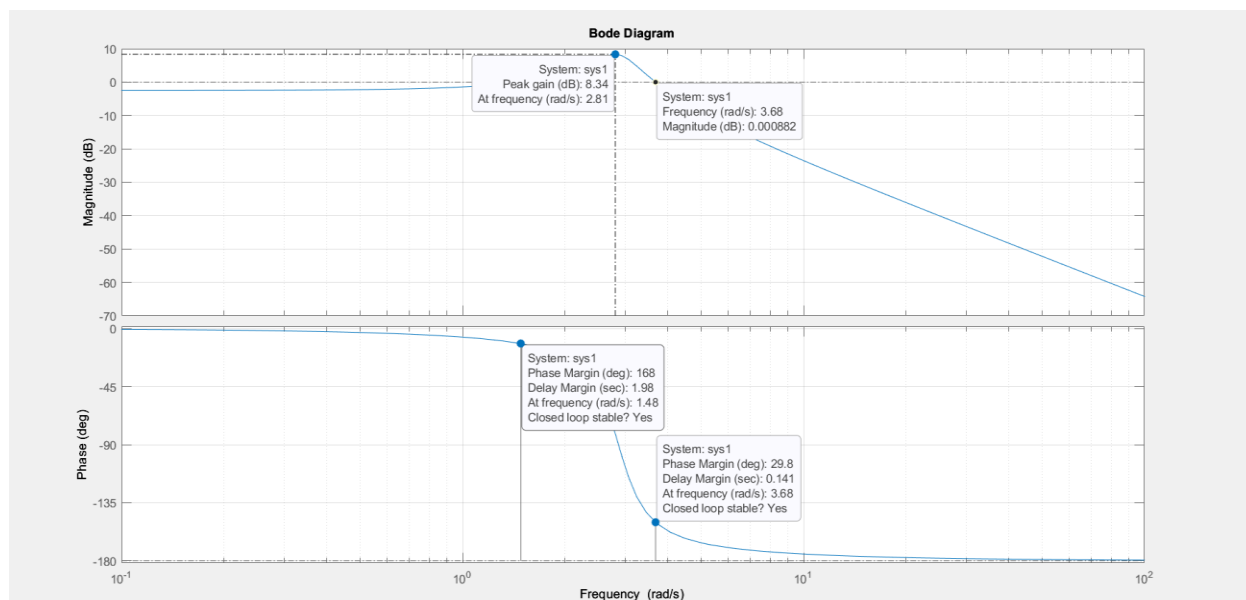
اگر عبارت مورد نظر را حذف کنیم به عبارت زیر میرسیم:

$$\frac{0.123}{s^2 + 0.8303s^1 + 8.221}$$





طبق نمودار بودی صفر دسی بل قطع نمی شود در نتیجه مفدارى گین می دهیم تا نمودار از ۰ عبور کند. (gain= 50)



برای داشتن فراجش مناسب از lead استفاده می کنیم.

$$G(s) = \frac{6.15}{s^2 + 0.8303s + 8.221}$$

$$P_m \rightarrow 29.8^\circ$$

$$\omega_c \rightarrow 3.68 \text{ rad/s}$$

$$10\% \text{MP} \rightarrow \text{MP} = e^{-\pi \xi / \sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\text{MP} = 11 \Rightarrow L_{\text{nd}} = -\pi \xi / \sqrt{1-\xi^2}$$

$$\Rightarrow \xi = 0.575$$

$$P_m \Rightarrow 100\xi = 57.5^\circ$$

$$57.5^\circ - 29.8^\circ = 27.7^\circ \Rightarrow \phi_m$$

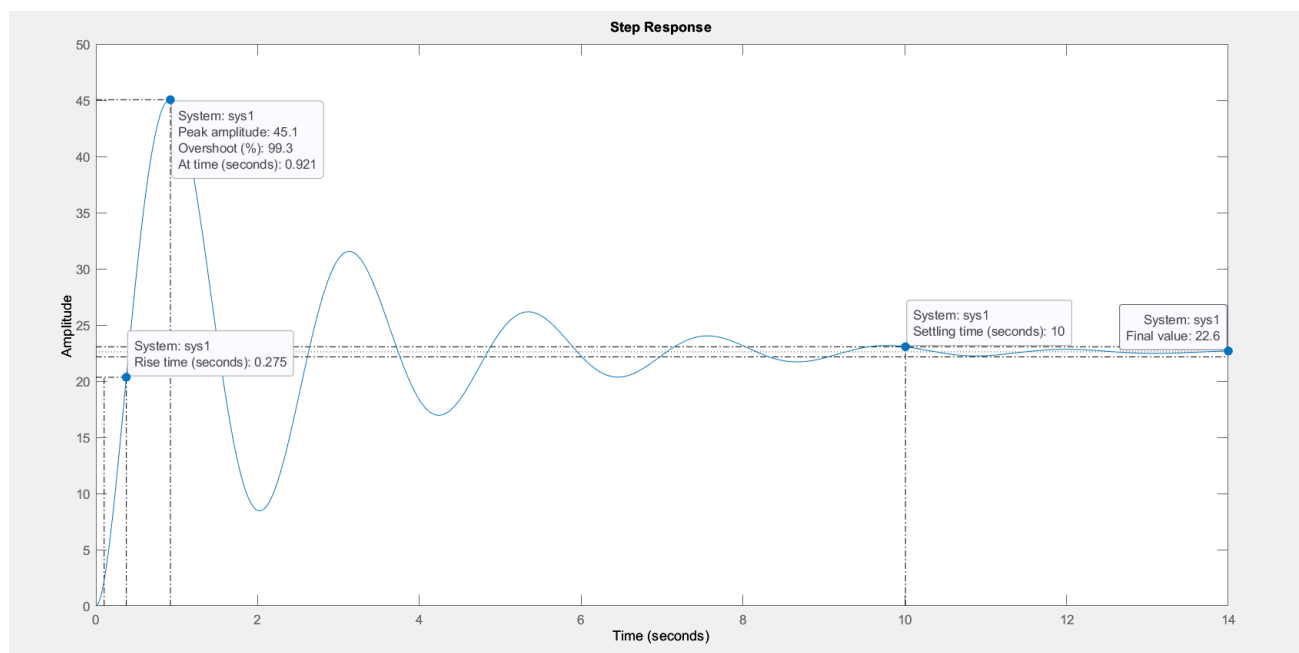
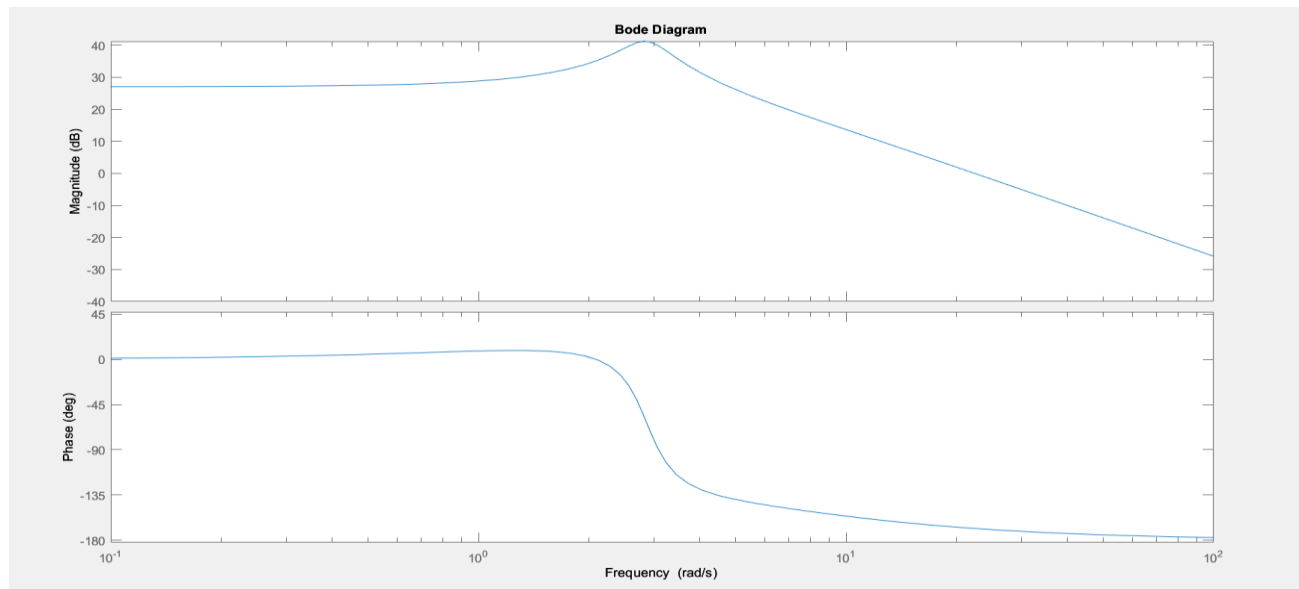
$$\Rightarrow \alpha = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m} \Rightarrow \alpha = 2.37$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_c} = 0.164$$

$$\Rightarrow \frac{K_c}{\sqrt{\alpha}} = 30.22$$

$$\Rightarrow L_{\text{cad}} \Rightarrow 30.22 \times \frac{0.4495s + 1}{0.164s + 1}$$

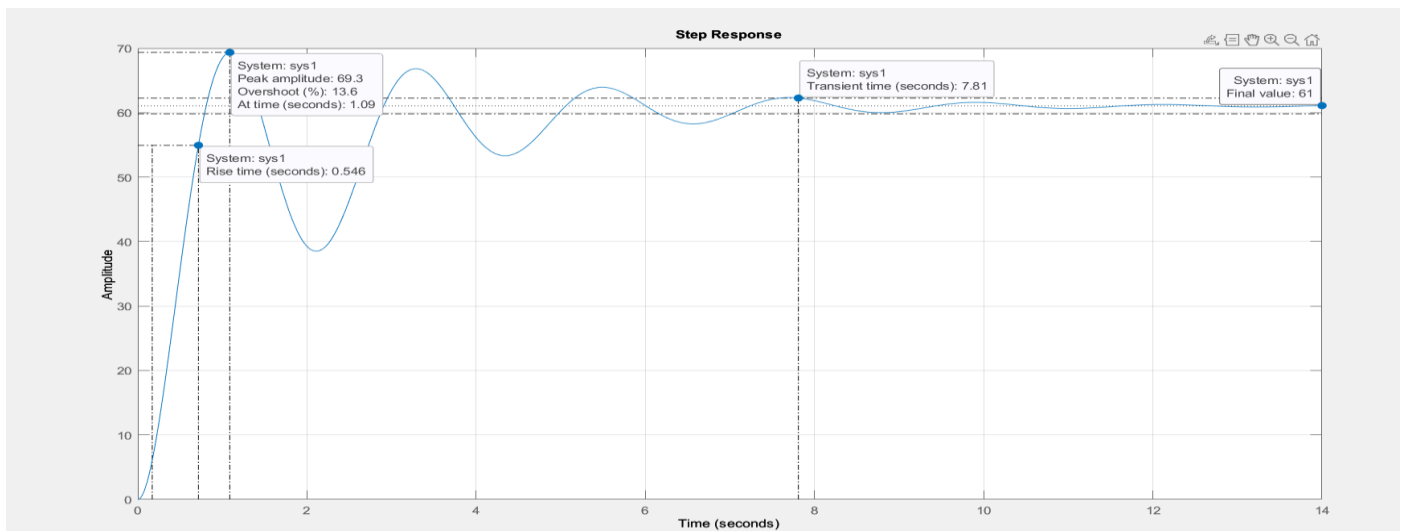
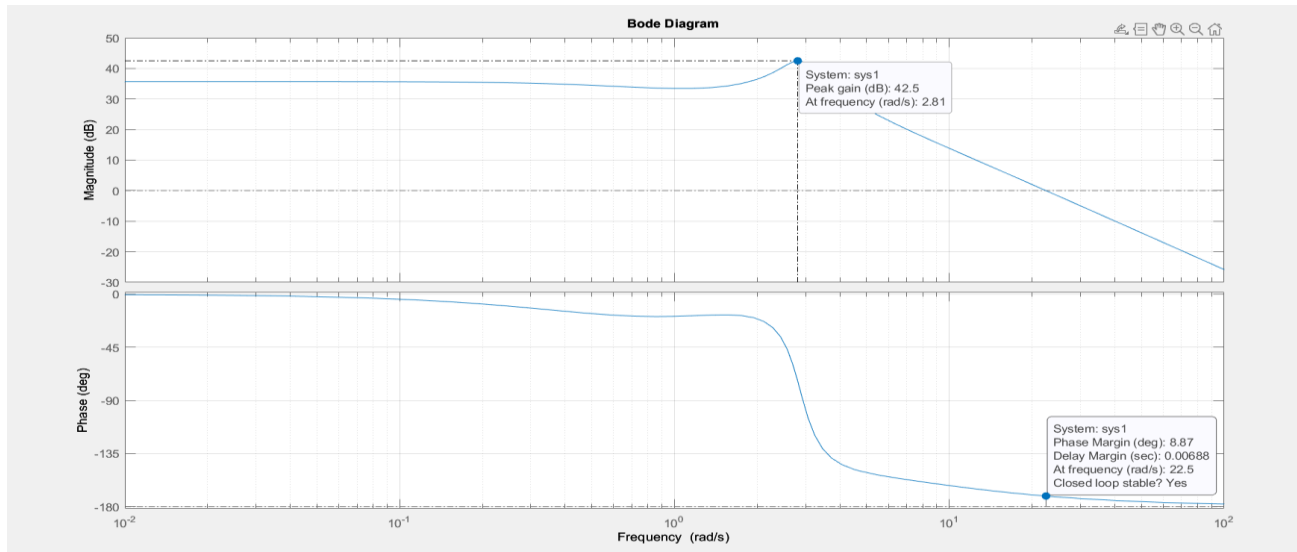
$$lead = 30.22 \left(\frac{0.449s + 1}{0.164s + 1} \right) \left(\frac{6.15}{s^2 + 0.80303s + 8.221} \right)$$



در نمودارهای بالا همانطور که مشاهده می‌کنید نمودارهای (بودی و ورودی پله) زمان نشست خوبی داریم ۱۰ ثانیه اما اورشوت مناسب رسیدیم حال از یک lag استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 K_c &= 2.7 \Rightarrow K_1 = K_c - 1 \Rightarrow K_1 = 1.7 \\
 \Rightarrow \alpha &= \frac{1}{2.7}, \omega_c \Rightarrow \text{مقطع بردی} = 22.2 \text{ rad/s} \\
 T &= \frac{1}{\omega_c} \sqrt{\left(\frac{K_1}{0.05}\right)^2 - 1} \Rightarrow T = 1.53 \Rightarrow \alpha T = 0.57 \\
 \Rightarrow \text{Lag} &\Rightarrow 2.7 \times \frac{0.575 + 1}{1.535 + 1}
 \end{aligned}$$

$$\text{lag} = 30.22 \left(\frac{0.449s + 1}{0.164s + 1} \right)^{2.7} \left(\frac{0.57s + 1}{1.53s + 1} \right) \left(\frac{6.15}{s^2 + 0.80303s + 8.221} \right)$$



خب حالا می بینیم که اورشوتی به اندازه ۱۳.۶ و زمان نشست ۷.۸۱ ثانیه دارد و این خواسته مسئله را برآورده کرده است.

در مقایسه :

زمان نشست نسبت به حالت اولیه کنترل نشده زودتر، زمان برخاست نسبت به حالت اولیه کنترل نشده دیرتر شده است و نقطه اورشوت یکسانی دارند.

فاینال ویلو بیشتری نسبت به حالت اولیه کنترل نشده و مشاهده می شود که با افزودن کنترل کننده ها حاشیه فاز سیستم کمتر شده است و این امر باعث بهبود پایداری سیستم شده است.

سوال هفتم :

قسمت اول :

میتوان ابتدا تابع را در عدد 50- ضرب کرد . علامت منفی هیچ تغییری در اندازه دیاگرام بودی ایجاد نمیکند و فقط فاز مارجین را مکمل میکند که باز هم تغییری رد روند ما ایجاد نمیکند ما نمیتوانیم lag منفی داشته باشیم برای همین با استفاده از یک lead منفی اینکار را انجام میدهم

محاسبات دستی:

$$G(s) = \frac{6.15(s-2)}{s^3 + 0.8303s^2 + 8.2215s}$$

$$P = 54.7$$

$$\omega_c = 3.8 \Rightarrow m_p = 0.11 \Rightarrow \xi = 0.575$$

$$\Rightarrow P_m = 1 - \xi = 57.5 \Rightarrow \phi_m = 57.5 - 54.7 = 2.8$$

$$\alpha = \frac{1 + \sin(2.8)}{1 - \sin(2.8)} \Rightarrow \alpha = 1.1027 \text{ --- Lead}$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_c} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\sqrt{1.1027} \times 3.8} \Rightarrow \tau = 0.251$$

$$\Rightarrow \frac{K_c}{\tau \alpha} = \frac{-50}{\sqrt{1.1027}} = -47.6147 \Rightarrow \text{Lead} = -47.6147 \times \frac{0.2775+1}{0.2515+1}$$

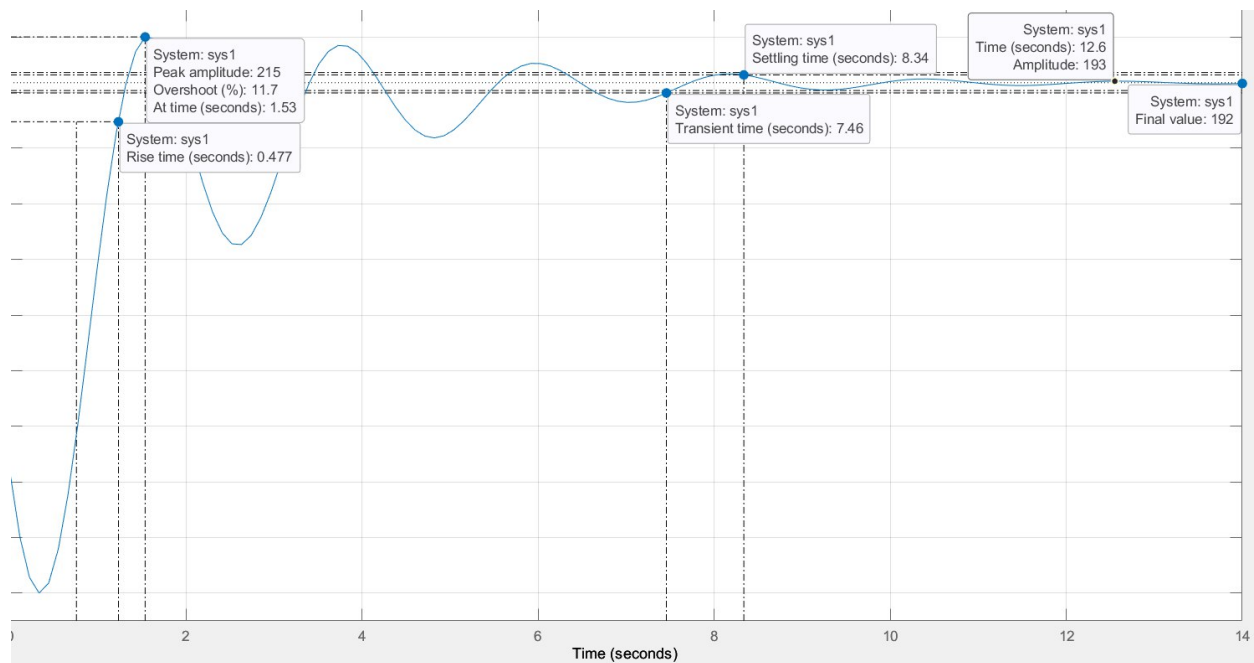
$$s \rightarrow 0 \Rightarrow \text{ess} \left(\frac{8.221}{-47.6147x - 2 \times 50 \times 0.123 \times \log} \right) \Rightarrow < 0.02$$

$$\Rightarrow \log > 0.7 \Rightarrow K = 2.7 \rightarrow K_i = 1.7$$

$$\alpha = \frac{1}{2.7}, \omega_c = 22.2, T = \frac{1}{\omega_c} \sqrt{\left(\frac{K_i}{0.05}\right)^2 - 1}$$

$$\Rightarrow \log = \frac{2.7 \times (0.575 + 1)}{1.585 + 1}$$

$$\Rightarrow \text{ess} = \frac{8.221}{-47.6147x - 2 \times 50 \times 0.123 \times 2.7} \Rightarrow \text{ess} = 0.0082 = 0.82\%$$



قسمت دوم :

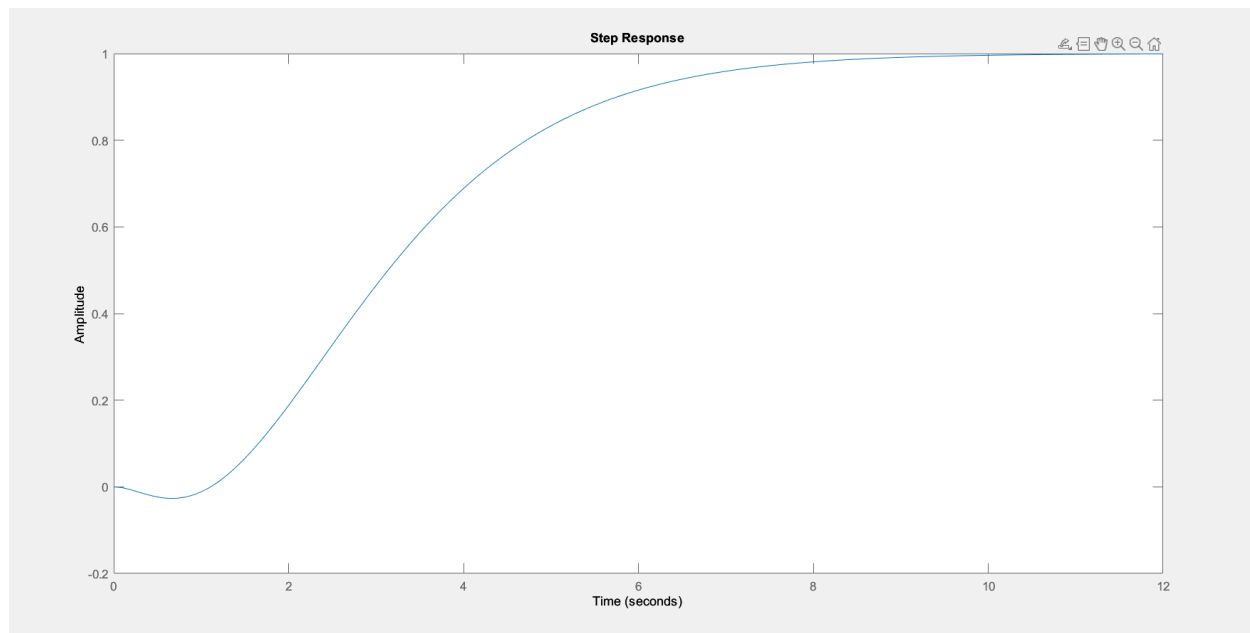
ابتدا تابع متمم حساسیت سیستم را تشکیل می‌دهیم، فرکانس گذر بهره را برابر یک در نظر می‌گیریم همچنین به علت وجود صفر غیر کمینه فاز باید پهنای باند کمتر از ۲ باشد، درجه نسبی سیستم برابر ۲ می‌باشد و یک صفر غیر کمینه فاز داریم پس برای تابع متمم حساسیت خواهیم داشت :

$$T_d = \frac{\frac{s}{\tau} + 1}{(s + 1)^3} \gggg T_d(2) = 0 \gggg \tau = -2$$

$$s_d = 1 - T_d = \frac{s^3 + 3s^2 + 3.5s}{(s + 1)^3}$$

$$C(s) = \frac{T_d}{s_d \times p} = \frac{-4 \times (s^2 + 0.8303s + 8.221)}{s^2 + 3s + 3.5}$$

$$L(s) = C(s) \times P(s) = \frac{-0.492(s - 2)}{s(s^2 + 3s + 3.5)}$$

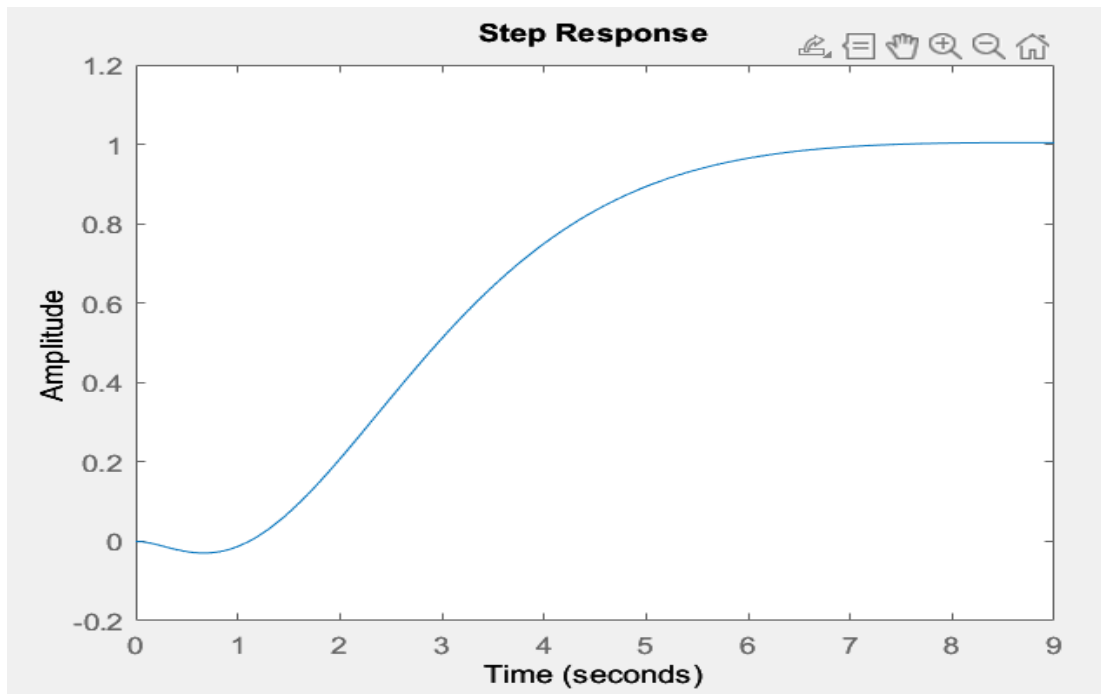


K=1 >>>

Undershoot = ۲.۶۷۶۱

Settling time = ۷.۹۴۲۵

در اینجا مشاهده می‌شود که زمان نشست بالای ۶ ثانیه است و اندرشوت زیر ۶ می‌باشد
برای کم کردن زمان نشست گین کنترلر را افزایش می‌دهیم.

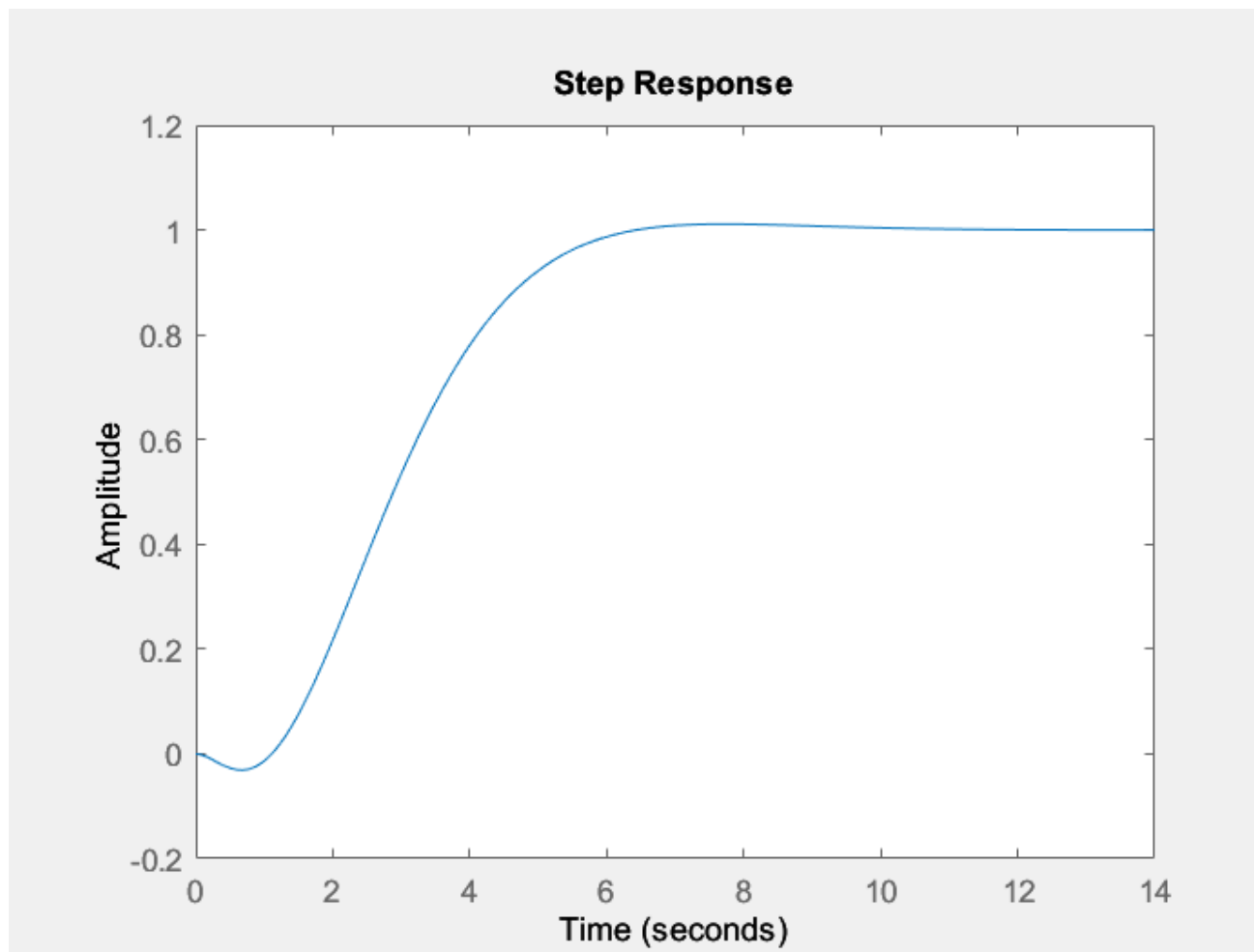


K=1.1 >>>

Undershoot = ۲.۹۵۱۴

Settling time = ۶.۳۹۰۹

در اینجا مشاهده می‌شود که زمان نشست بالای ۶ ثانیه است و اندرشوت زیر ۶ می‌باشد.
ای کم کردن زمان نشست گین کنترلر را نیز باز هم افزایش می‌دهیم.



$K=1.15$ >>>

Undershoot = ۳.۰۹۳۱

Settling time = ۵.۸۳۳۱

در اینجا مشاهده می شود که زمان نشست به زیر ۶ ثانیه است و اندرشوت زیر ۶ می باشد
کنترلر ما گین خوبی دارد..