

سیر مطالعاتی من برای ارائه پایان نامه کارشناسی ارشد

محسن مهرانی - استاد راهنما: دکتر سامان مقیمی عراقی

۱ مطالعه مقاله شماره [۱]:

در این مقاله مدلی را مشاهده کردیم که به کمک مدل KM یک شبکه نورونی کامل را توصیف کرده است. این شبکه شامل نورون‌های مهاری است که روشن شدن هر کدوم از آن‌ها باعث مهار شدن نورون‌های همسایه می‌شود. معادله تحول اختلاف پتانسیل هر کدام از نورون‌ها با محیط بیرونش از رابطه زیر داده می‌شود (g : ضریب اتصال هر جفت نورون، S : ماتریس اتصال، t_d زمان تاخیر میان زدن تیزه و تحریک آن، a_i یک پتانسیل تحریکی و خارجی):

$$\dot{v}_i = a_i - v_i - \frac{g}{N} \sum_{n|t_n < t} S_{i,l(n)} \delta(t - t_n - t_d) \quad (1)$$

پارامتر نظم سیستم را به کمک میدان (E) تعریف کرده است اما پارامتر نظم را انحراف از معیار آن در طول زمان معرفی کرده است.

$$\ddot{E} + 2\alpha\dot{E} + \alpha^2 E = 2\alpha N \sum_{n|t_n < t} \delta(t - t_n - t_d) \quad (2)$$

$$\sigma^2 = \langle E^2 \rangle_t - \langle E \rangle_t^2 \quad (3)$$

در طول زمان میدان E و σ را رصد کرده است و دیده‌است که میدان خاموش و روشن می‌شود و انحراف از معیار آن مقدار خوبی مثبت است چنان که این خاموش و روشن‌ها را با معنا نشان می‌دهد. حال ادعای این مقاله است که این خاموش و روشن شدن‌ها الگویی آشوبناک دارند و ادعا کرده است که به اندازه متناهی سامانه نیز وابسته نیست.

۱.۱ سوالات

۱. مدل $Kuramoto$ به قرار زیر است. چطور معادله ۱ به آن تبدیل می‌شود. دلتای یاد شده در معادله ۱ دلتای دیراک است؟ یا دلتایی که بیشینه آن عدد یک است؟

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + \sum_{j=1}^N a_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1 \dots N \quad (4)$$

۲. t_n چیست؟

۳. اگر قرار باشد جمعی که در رابطه ۱ نوشته ایم روی تمام زمان‌های از ازل تا t باشد پس آیا هر نرون حافظه‌ای از کل رخداد‌های گذشته دارد؟ حتی از لحظاتی که قبل از تیزه زدن‌ها وجود دارند؟

۴. میدان E به چه معناست؟ چطور تعریف کردیم؟ آیا مشخصه‌ای از کل سیستم است؟

پاسخ استاد:

۱. قرار نیست کوراموتو به این تبدیل بشود. ممکنه یه شباهت‌های کلی (به این معنی که مثلاً دور می‌زنند) باشه ولی کلاً دو تا معادله‌ی متفاوتند. در ضمن تابع دلتای دیراک است.

۲. کمیت‌های t_n زمان‌هایی است که تیزه‌ای در سیستم زده می‌شود. [می‌گوییم: پس احتمالاً معادله دیفرانسیلی ما دائم در حال به روز کردن سمت راست خودش است. هر وقت نرونی تیزه زد آن را در جمله سمت راست ذخیره می‌کنیم. پس احتمالاً تقارن زمانی نداریم مگر پس مدتی طولانی که تاثیر شرایط اولیه بسیار کوچک دیده شود.]

۳. داستان اینه که هر نرونی که تیزه بزنه، اطرافانش رو تحت تاثیر قرار می‌ده. پس وضعیت نرون به تمام تیزه‌های زمان‌های قبل وابسته است.

۴. هر وقت در هر جای دستگاه، تیزه‌ای زده بشه، کمیت E کمی بالا می‌ره و بعد افت پیدا می‌کنه. حالا اگر تند و تند جاهای مختلف تیزه زده بشه، این کمیت کم و بیش مقداری غیر صفر پیدا می‌کنه. [این کمیت را خودمون تعریف کرده‌ایم که بر حسب پارامترهای سیستم متحول می‌شود. مانند یک آشکارساز که به سامانه متصل می‌شود تا اندازه‌گیری خود را با یک عقربه نشان دهد.] اما اگر این تیزه زدن‌ها همگام باشه، یعنی همه با هم یه زمانی بزنند و بعد یه مدتی خاموش باشند، این کمیت، اول کلی زیاد می‌شه و بعد یه مدتی کم می‌مونه و در نتیجه انحراف معیارش زیاد می‌شه.

۲.۱ مسائل پیشروی پیاده سازی شبیه سازی

۱.۲.۱ تابع بی کران دلتا

یکی از مشکلات شبیه سازی معادلات دیفرانسیلی حضور تابع دلتای دیراک است. این تابع در نقطه صفر خود دارای مقداری بینهایت است. برای برطرف کردن این معضل چه باید کرد؟ نکته در این جا نهفته است که چون ما برای حل عددی معادله دیفرانسیلی خود از زمان پیوسته استفاده نمی‌کنیم و از گام‌هایی با طول مثبت Δt استفاده می‌کنیم این مشکل به صورت زیر مدیریت

می شود.

$$v_i(t + \Delta t) = v_i(t) + \int_t^{t+\Delta t} \dot{v}_i dt \quad (5)$$

$$= v_i(t) + \int_t^{t+\Delta t} \left[a_i - v_i - \frac{g}{N} \sum_{n|t_n < t} S_{i,l(n)} \delta(t - t_n - t_d) \right] dt \quad (6)$$

$$\approx v_i(t) + [a_i - v_i(t)] \Delta t - \frac{g}{N} \sum_{n|t_n < t} S_{i,l(n)} \int_t^{t+\Delta t} \delta(t - t_n - t_d) dt \quad (7)$$

$$\approx v_i(t) + [a_i - v_i(t)] \Delta t - \frac{g}{N} \sum_{n|t_n < t} S_{i,l(n)} H(t + \Delta t - t_n - t_d) \quad (8)$$

حالا تابع پله کاملاً برای ما آشنا و قابل مدلسازی است. دقت شود که تابع پله یاد شده فقط در محدوده $t, t + \Delta t$ زندگی می کند و پس از آن اعتبار ندارد. معادله ۸ می گوید که باید برای تحول پتانسیل نوروں نام بررسی کنیم که آیا نوروںی در همسایگی آن تیزه زده است یا نه. اگر چنان باشد یک واحد به جمع تیزه زدگان اضافه کنیم.

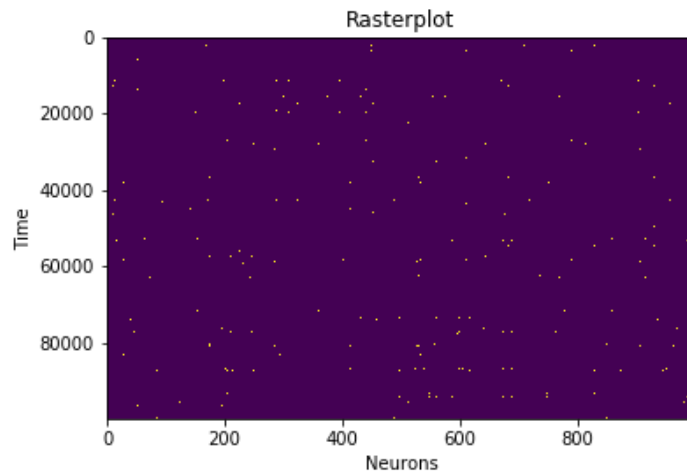
۲.۲.۱ ثبت تاریخ تیزه زدن ها

برای محاسبه تحول پتانسیل در رابطه ۸ چنان که توضیح داده شد نیاز به دانستن تاریخ تیزه زدن ها هستیم. در صورت ثبت زمان تیزه زدن برای هر نوروں، یک آرایه مربعی خواهیم داشت که شماره سطر آن می تواند معرف زمان باشد و ستون نماد شماره نوروں. شکل شماره (۱) اما مشکلی که برای این شبیه سازی رخ خواهد داد آن است که در صورت افزایش تعداد نوروں ها و زمان شبیه سازی با یک ابر آرایه روبرو خواهیم شد که امکان دارد در ذخیره سازی آن دچار مشکل شویم. به همین خاطر در شبیه سازی انجام شده تنها مجموع تیزه زدن ها را ذخیره کردیم تا یک آرایه یک ستونه داشته باشیم و در ذخیره سازی به مشکل نخوریم.

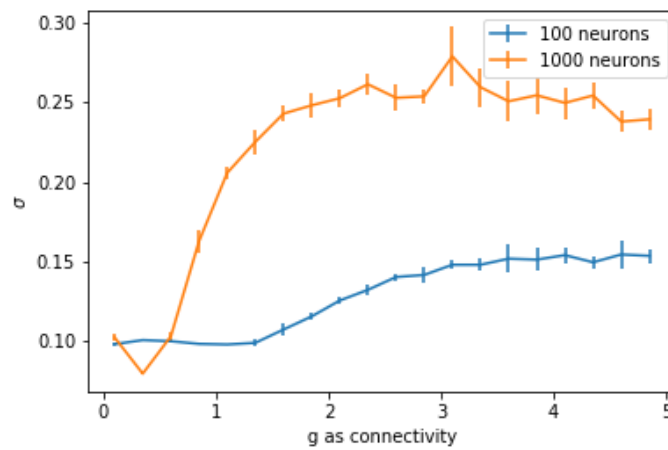
۳.۱ نتایج

در این قسمت به خروجی شبیه سازی می پردازیم. این شبیه سازی برای ۱۰۰۰ ثانیه اجرا شده است که در آن هر گام زمانی برابر ۰.۱ ثانیه گرفته شده است. بقیه پارامترها هم کاملاً از صورت مقاله برداشته شده اند. کد شبیه سازی در پوشه مسئله همگامی برای مدل کوراموتو قابل مشاهده است.

مهم ترین شاخصه ما برای ردگیری همگامی، انحراف معیار E است که با زیگما σ نمایش می دهیم. جهش به وجود آمده در شکل (۲) به این معنی است که سامانه از حالت ناهم گامی به هم گامی تغییر فاز داده است. نکته قابل توجه آن است که با افزایش تعداد نوروں ها این دو فاز از یک دیگر متمایز تر می شوند و فاصله ی رفتاری آن ها بیشتر می شود.



شکل (۱) ثبت لحظه‌ای تیزه زدن هر نورون به صورت مجزا - در این نمودار ضریب تاثیر هر نورون روی همسایه‌هایش $g = 5$ بوده است. چنان که انتظار می‌رفت شاهد هم‌گامی هستیم.



شکل (۲) تغییر فاز از ناهم‌گامی به هم‌گامی برای دو جمعیت متفاوت

۲ شبیه سازی مدل چرخنده

در این مدل به جای آن که برای شبکه خود از مدل انباشت-شلیک استفاده کنیم از مدل چرخنده استفاده می کنیم. این مدل نسبت به مدل قبلی شامل ویژگی های مثبتی است. یکی از ویژگی های خوب آن این است که برای قسمت شلیک یک منحنی پیوسته ارائه می کند و دیگر پتانسیل آن نیازی به بازنشانی لحظه ای ندارد. برای توصیف فاز هر نوروں از معادلات زیر استفاده می کنیم:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_i = I_i - \cos(\theta_i) - gE \\ \dot{E} = M - \alpha E \\ \dot{M} = -\alpha M + \frac{\alpha^2}{N} \sum_n \delta(t - t_n - t_d) \end{cases} \quad (9)$$

برای تشخیص هم گامی ما شاخصه نظم را مطابق زیر تعریف کردیم:

$$s = \frac{1}{N} \sum_i \sin^2(\theta_i) \quad (10)$$

۱.۲ شبیه سازی

حال می خواهیم که شبکه کامل شامل این نوروں ها را مدلسازی کنیم تا مجدداً پرسیم آیا تغییر در قدرت اتصال g می تواند باعث شود تا تغییر فاز از ناهم گامی به هم گامی رخ دهد؟ برای مشاهده دفترچه شبیه سازی به آدرس [مسئله همگامی برای مدل چرخنده](#) مراجعه کنید.

۱.۱.۲ مشکل: شاخصه نظم

مهم ترین علاقه مندی ما هم گام شدن نوروں ها هستند. یعنی اگر همگی در یک فاز همراه هم باشند هم گامی کامل داریم. اما شاخصه نظم ما اعداد متفاوتی را نشان خواهد اگر همگی در ابتدای ربع دوم باشند یا همگی در انتهای آن. پس شاید بهتر باشد شاخصه نظم خود را تغییر دهیم.

۲.۱.۲ مشکل: به پیمانه گرفتن

در معادلات برای ما مهم است که تنها روابط هندسی فاز هر نوروں را بدانیم. حال برای آن که هم فازها را تشخیص دهیم می توانیم فازهای خارج از دایره ی صفر تا 2π را به آن مجدداً بازرسانیم. اما جالب است اگر این تغییر را در میانه حلقه شبیه سازی انجام دهیم آمار فاز نوروں ها نیز تغییر می کند. در حالتی که $g = 0$ است انتظار داریم تا همگی در فازهای متفاوتی به صورت یکنواخت توزیع شده باشند اما با به پیمانه زدن این اتفاق نمی افتد و حول صفر و 2π انباشتگی ملاحظه می شود.

۲.۲

- [1] Luccioli, Stefano and Politi, Antonio. Irregular collective behavior of heterogeneous neural networks. *Phys. Rev. Lett.*, 105:158104, Oct 2010. [1](#)