

# Tipos abstractos de datos básicos

Algoritmos y Estructuras de Datos II, DC, UBA.

## Índice

1. TAD <b>BOOL</b>	2
2. TAD <b>NAT</b>	3
3. TAD <b>TUPLA</b> ( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )	4
4. TAD <b>SECUENCIA</b> ( $\alpha$ )	4
5. TAD <b>CONJUNTO</b> ( $\alpha$ )	5
6. TAD <b>MULTICONJUNTO</b> ( $\alpha$ )	6
7. TAD <b>ARREGLO DIMENSIONABLE</b> ( $\alpha$ )	8
8. TAD <b>PILA</b> ( $\alpha$ )	8
9. TAD <b>COLA</b> ( $\alpha$ )	9
10. TAD <b>ÁRBOL BINARIO</b> ( $\alpha$ )	10
11. TAD <b>DICCIONARIO</b> (CLAVE, SIGNIFICADO)	11
12. TAD <b>COLA DE PRIORIDAD</b> ( $\alpha$ )	12



## 2. TAD NAT

### TAD NAT

**géneros**      nat

**exporta**      nat, generadores, observadores, +, −, ×, <, ≤, mín, máx

**usa**          BOOL

#### igualdad observacional

$$(\forall n, m : \text{nat}) \left( n =_{\text{obs}} m \iff \left( (n = 0? =_{\text{obs}} m = 0?) \wedge_L (\neg(n = 0?) \Rightarrow_L (\text{pred}(n) =_{\text{obs}} \text{pred}(m))) \right) \right)$$

#### observadores básicos

• = 0? : nat                       $\longrightarrow$  bool

pred : nat  $n$                        $\longrightarrow$  nat                       $\{ \neg(n = 0?) \}$

#### generadores

0 :                       $\longrightarrow$  nat

suc : nat                       $\longrightarrow$  nat

#### otras operaciones

• + • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

• − • : nat  $n \times$  nat  $m$                        $\longrightarrow$  nat                       $\{ m \leq n \}$

• × • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

• < • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  bool

• ≤ • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  bool

mín : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

máx : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

#### axiomas      $\forall n, m: \text{nat}$

0 = 0?                       $\equiv$  true

suc( $n$ ) = 0?                       $\equiv$  false

pred(suc( $n$ ))                       $\equiv$   $n$

$n + m$                        $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then**  $n$  **else**  $\text{suc}(n + \text{pred}(m))$  **fi**

$n - m$                        $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then**  $n$  **else**  $\text{pred}(n) - \text{pred}(m)$  **fi**

$n \times m$                        $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then** 0 **else**  $n \times \text{pred}(m) + n$  **fi**

$n < m$                        $\equiv$   $\neg(m = 0?) \wedge_L (n = 0? \vee_L \text{pred}(n) < \text{pred}(m))$

$n \leq m$                        $\equiv$   $n < m \vee n = m$

mín( $n, m$ )                       $\equiv$  **if**  $m < n$  **then**  $m$  **else**  $n$  **fi**

máx( $n, m$ )                       $\equiv$  **if**  $m < n$  **then**  $n$  **else**  $m$  **fi**

### Fin TAD

### 3. TAD TUPLA( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )

**TAD TUPLA**( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )

**igualdad observacional**

$$(\forall t, t' : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) (t =_{\text{obs}} t' \iff (\pi_1(t) =_{\text{obs}} \pi_1(t') \wedge \dots \wedge \pi_n(t) =_{\text{obs}} \pi_n(t')))$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

**géneros**  $\text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$

**exporta**  $\text{tupla}$ , generadores, observadores

**observadores básicos**

$$\pi_1 : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_1$$

$\vdots$

$$\pi_n : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_n$$

**generadores**

$$\langle \bullet, \dots, \bullet \rangle : \alpha_1 \times \dots \times \alpha_n \longrightarrow \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$$

**axiomas**  $\forall a_1 : \alpha_1 \dots \forall a_n : \alpha_n$

$$\pi_1(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_1$$

$$\vdots \equiv \vdots$$

$$\pi_n(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_n$$

**Fin TAD**

### 4. TAD SECUENCIA( $\alpha$ )

**TAD SECUENCIA**( $\alpha$ )

**igualdad observacional**

$$(\forall s, s' : \text{secu}(\alpha)) \left( s =_{\text{obs}} s' \iff \left( \begin{array}{l} \text{vacía?}(s) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(s') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(s) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{prim}(s) =_{\text{obs}} \text{prim}(s') \wedge \text{fin}(s) =_{\text{obs}} \text{fin}(s'))) \end{array} \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{secu}(\alpha)$

**exporta**  $\text{secu}(\alpha)$ , generadores, observadores, &, o, ult, com, long, está?

**usa** **BOOL**, **NAT**

**observadores básicos**

$$\text{vacía?} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\text{prim} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \alpha \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

$$\text{fin} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha) \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

**generadores**

$\langle \rangle$  :  $\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$   
 $\bullet \bullet \bullet$  :  $\alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\bullet \circ \bullet$  :  $\text{secu}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$   
 $\bullet \& \bullet$  :  $\text{secu}(\alpha) \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$   
 ult :  $\text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \alpha$   $\{\neg \text{vacía?}(s)\}$   
 com :  $\text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$   $\{\neg \text{vacía?}(s)\}$   
 long :  $\text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$   
 está? :  $\alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

**axiomas**  $\forall s, t: \text{secu}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(\langle \rangle) \equiv \text{true}$   
 $\text{vacía?}(e \bullet s) \equiv \text{false}$   
 $\text{prim}(e \bullet s) \equiv e$   
 $\text{fin}(e \bullet s) \equiv s$   
 $s \circ e \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } e \bullet \langle \rangle \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \circ e) \text{ fi}$   
 $s \& t \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } t \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \& t) \text{ fi}$   
 $\text{ult}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } \text{prim}(s) \text{ else } \text{ult}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$   
 $\text{com}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } \langle \rangle \text{ else } \text{prim}(s) \bullet \text{com}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$   
 $\text{long}(s) \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{long}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$   
 $\text{está?}(e, s) \equiv \neg \text{vacía?}(s) \wedge_{\text{L}} (e = \text{prim}(s) \vee \text{está?}(e, \text{fin}(s)))$

**Fin TAD**

## 5. TAD CONJUNTO( $\alpha$ )

**TAD CONJUNTO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$(\forall c, c' : \text{conj}(\alpha)) (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(a \in c =_{\text{obs}} a \in c')))$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{conj}(\alpha)$

**exporta**  $\text{conj}(\alpha)$ , generadores, observadores,  $\emptyset?$ ,  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\#$ ,  $\bullet - \{\bullet\}$ , dameUno, sinUno,  $\subseteq$ ,  $\bullet - \bullet$

**usa** **BOOL**, **NAT**

**observadores básicos**

$\bullet \in \bullet$  :  $\alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

**generadores**

$\emptyset$  :  $\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$

Ag :  $\alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\emptyset?$  :  $\text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$vacio?$	$: conj(\alpha)$	$\longrightarrow bool$	
$\{\bullet, \dots, \bullet\}$	$: \alpha \times \dots \times \alpha$	$\longrightarrow conj(\alpha)$	
$\#$	$: conj(\alpha)$	$\longrightarrow nat$	
$\bullet - \{\bullet\}$	$: conj(\alpha) \times \alpha$	$\longrightarrow conj(\alpha)$	
$\bullet \cup \bullet$	$: conj(\alpha) \times conj(\alpha)$	$\longrightarrow conj(\alpha)$	
$\bullet \cap \bullet$	$: conj(\alpha) \times conj(\alpha)$	$\longrightarrow conj(\alpha)$	
$dameUno$	$: conj(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \alpha$	$\{-\emptyset?(c)\}$
$sinUno$	$: conj(\alpha) \ c$	$\longrightarrow conj(\alpha)$	$\{-\emptyset?(c)\}$
$\bullet \subseteq \bullet$	$: conj(\alpha) \times conj(\alpha)$	$\longrightarrow bool$	
$\bullet - \bullet$	$: conj(\alpha) \times conj(\alpha)$	$\longrightarrow conj(\alpha)$	

**axiomas**  $\forall c, d: conj(\alpha), \forall a, b: \alpha$

$a \in \emptyset$	$\equiv false$
$a \in Ag(b, c)$	$\equiv (a = b) \vee (a \in c)$
$\emptyset?(\emptyset)$	$\equiv true$
$\emptyset?(Ag(b, c))$	$\equiv false$
$vacio?(\emptyset)$	$\equiv \emptyset?(\emptyset)$
$vacio?(Ag(b, c))$	$\equiv \emptyset?(Ag(b, c))$
$\#(\emptyset)$	$\equiv 0$
$\#(Ag(a, c))$	$\equiv 1 + \#(c - \{a\})$
$\{a_1, \dots, a_n\}$	$\equiv Ag(a_n, \dots, Ag(a_1, \emptyset))$
$c - \{a\}$	$\equiv c - Ag(a, \emptyset)$
$\emptyset \cup c$	$\equiv c$
$Ag(a, c) \cup d$	$\equiv Ag(a, c \cup d)$
$\emptyset \cap c$	$\equiv \emptyset$
$Ag(a, c) \cap d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } Ag(a, c \cap d) \text{ else } c \cap d \text{ fi}$
$dameUno(c) \in c$	$\equiv true$
$sinUno(c)$	$\equiv c - \{dameUno(c)\}$
$c \subseteq d$	$\equiv c \cap d = c$
$\emptyset - c$	$\equiv \emptyset$
$Ag(a, c) - d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } c - d \text{ else } Ag(a, c - d) \text{ fi}$

**Fin TAD**

## 6. TAD MULTICONJUNTO( $\alpha$ )

**TAD MULTICONJUNTO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : multiconj(\alpha)) \ (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(\#(a, c) =_{\text{obs}} \#(a, c'))))$$

**parámetros formales**

<b>géneros</b>	$\alpha$	
<b>géneros</b>	$\text{multiconj}(\alpha)$	
<b>exporta</b>	$\text{multiconj}(\alpha), \text{generadores}, \text{observadores}, \in, \emptyset?, \#, \cup, \cap, \epsilon, \bullet - \{ \bullet \}, \text{dameUno}, \text{sinUno}$	
<b>usa</b>	$\text{BOOL}, \text{NAT}$	
<b>observadores b�sicos</b>		
$\#$	$: \alpha \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
<b>generadores</b>		
$\emptyset$	$:$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
$\text{Ag}$	$: \alpha \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
<b>otras operaciones</b>		
$\bullet \in \bullet$	$: \alpha \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
$\emptyset?$	$: \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
$\#$	$: \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
$\bullet - \{ \bullet \}$	$: \text{multiconj}(\alpha) \times \alpha$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
$\bullet \cup \bullet$	$: \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
$\bullet \cap \bullet$	$: \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
$\text{dameUno}$	$: \text{multiconj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \alpha \qquad \{-\emptyset?(c)\}$
$\text{sinUno}$	$: \text{multiconj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha) \qquad \{-\emptyset?(c)\}$
<b>axiomas</b>	$\forall c, d: \text{multiconj}(\alpha), \forall a, b: \alpha$	
$\#(a, \emptyset)$	$\equiv 0$	
$\#(a, \text{Ag}(b, c))$	$\equiv \text{if } a = b \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi} + \#(a, c)$	
$a \in c$	$\equiv \#(a, c) > 0$	
$\emptyset?(\emptyset)$	$\equiv \text{true}$	
$\emptyset?(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv \text{false}$	
$\#(\emptyset)$	$\equiv 0$	
$\#(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv 1 + \#(c)$	
$\emptyset - \{a\}$	$\equiv \emptyset$	
$\text{Ag}(a, c) - \{b\}$	$\equiv \text{if } a = b \text{ then } c \text{ else } \text{Ag}(a, c - \{b\}) \text{ fi}$	
$\emptyset \cup c$	$\equiv c$	
$\text{Ag}(a, c) \cup d$	$\equiv \text{Ag}(a, c \cup d)$	
$\emptyset \cap c$	$\equiv \emptyset$	
$\text{Ag}(a, c) \cap d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } \text{Ag}(a, c \cap (d - \{a\})) \text{ else } c \cap d \text{ fi}$	
$\text{dameUno}(c) \in c$	$\equiv \text{true}$	
$\text{sinUno}(c)$	$\equiv c - \{\text{dameUno}(c)\}$	

**Fin TAD**





$\text{vacía?} : \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$   
 $\text{tope} : \text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \alpha$   $\{\neg \text{vacía?}(p)\}$   
 $\text{desapilar} : \text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$   $\{\neg \text{vacía?}(p)\}$

**generadores**

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$   
 $\text{apilar} : \alpha \times \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\text{tamaño} : \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

**axiomas**  $\forall p: \text{pila}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$   
 $\text{vacía?}(\text{apilar}(e,p)) \equiv \text{false}$   
 $\text{tope}(\text{apilar}(e,p)) \equiv e$   
 $\text{desapilar}(\text{apilar}(e,p)) \equiv p$   
 $\text{tamaño}(p) \equiv \text{if } \text{vacía?}(p) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{desapilar}(p)) \text{ fi}$

**Fin TAD**

## 9. TAD COLA( $\alpha$ )

**TAD COLA( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{cola}(\alpha)) \left( c =_{\text{obs}} c' \iff \left( \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \left( \neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c')) \right) \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{cola}(\alpha)$

**exporta**  $\text{cola}(\alpha), \text{generadores}, \text{observadores}, \text{tamaño}$

**usa**  $\text{BOOL}, \text{NAT}$

**observadores básicos**

$\text{vacía?} : \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$   
 $\text{próximo} : \text{cola}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha$   $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$   
 $\text{desencolar} : \text{cola}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$   $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

**generadores**

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$   
 $\text{encolar} : \alpha \times \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\text{tamaño} : \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

**axiomas**  $\forall c: \text{cola}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e,c)) \equiv \text{false}$   
 $\text{próximo}(\text{encolar}(e,c)) \equiv \text{if vacía?}(c) \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$   
 $\text{desencolar}(\text{encolar}(e,c)) \equiv \text{if vacía?}(c) \text{ then } \text{vacía} \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$   
 $\text{tamaño}(c) \equiv \text{if vacía?}(c) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

**Fin TAD**

## 10. TAD ÁRBOL BINARIO( $\alpha$ )

**TAD ÁRBOL BINARIO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall a, a' : \text{ab}(\alpha)) \left( a =_{\text{obs}} a' \iff \left( \text{nil?}(a) =_{\text{obs}} \text{nil?}(a') \wedge_L (\neg \text{nil?}(a) \Rightarrow_L (\text{raiz}(a) =_{\text{obs}} \text{raiz}(a'))) \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**       $\alpha$

**géneros**       $\text{ab}(\alpha)$

**exporta**       $\text{ab}(\alpha)$ , generadores, observadores, tamaño, altura, tamaño, inorder, preorder, postorder

**usa**             $\text{BOOL}$ ,  $\text{NAT}$ ,  $\text{SECUENCIA}(\alpha)$

**observadores básicos**

$\text{nil?}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$	
$\text{raiz}$	$: \text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \alpha$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
$\text{izq}$	$: \text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
$\text{der}$	$: \text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$

**generadores**

$\text{nil}$	$:$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$
$\text{bin}$	$: \text{ab}(\alpha) \times \alpha \times \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\text{altura}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
$\text{tamaño}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
$\text{inorder}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
$\text{preorder}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
$\text{postorder}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
$\text{esHoja?}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$

**axiomas**       $\forall a, b : \text{ab}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{nil?}(\text{nil})$	$\equiv \text{true}$
$\text{nil?}(\text{bin}(a,e,b))$	$\equiv \text{false}$
$\text{raiz}(\text{bin}(a,e,b))$	$\equiv e$
$\text{izq}(\text{bin}(a,e,b))$	$\equiv a$
$\text{der}(\text{bin}(a,e,b))$	$\equiv b$
$\text{altura}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{máx}(\text{altura}(\text{izq}(a)), \text{altura}(\text{der}(a))) \text{ fi}$

```

tamaño(a)      ≡ if nil?(a) then 0 else 1 + tamaño(izq(a)) + tamaño(der(a)) fi
inorder(a)     ≡ if nil?(a) then <> else inorder(izq(a)) & (raiz(a) • inorder(der(a))) fi
preorder(a)    ≡ if nil?(a) then <> else (raiz(a) • preorder(izq(a))) & preorder(der(a)) fi
postorder(a)   ≡ if nil?(a) then <> else postorder(izq(a)) & (postorder(der(a)) o raiz(a)) fi
esHoja?(a)     ≡ if nil?(a) then false else (nil?(izq(a)) & nil?(der(a))) fi

```

**Fin TAD**

## 11. TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)

**TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)****igualdad observacional**

$$(\forall d, d' : \text{dicc}(\kappa, \sigma)) \left( d =_{\text{obs}} d' \iff \left( (\forall c : \kappa) (\text{def?}(c, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(c, d') \wedge_{\text{L}} (\text{def?}(c, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(c, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(c, d'))) \right) \right)$$

**parámetros formales****géneros**      clave, significado**géneros**      dicc(clave, significado)**exporta**      dicc(clave, significado), generadores, observadores, borrar, claves**usa**          BOOL, NAT, CONJUNTO(CLAVE)**observadores básicos**

```

def?      : clave × dicc(clave, significado)      → bool
obtener   : clave c × dicc(clave, significado) d  → significado      {def?(c, d)}

```

**generadores**

```

vacío     :                               → dicc(clave, significado)
definir   : clave × significado × dicc(clave, significado) → dicc(clave, significado)

```

**otras operaciones**

```

borrar    : clave c × dicc(clave, significado) d  → dicc(clave, significado)      {def?(c, d)}
claves    : dicc(clave, significado)              → conj(clave)

```

**axiomas**       $\forall d : \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}), \forall c, k : \text{clave}, \forall s : \text{significado}$ 

```

def?(c, vacío)      ≡ false
def?(c, definir(k, s, d)) ≡ c = k ∨ def?(c, d)
obtener(c, definir(k, s, d)) ≡ if c = k then s else obtener(c, d) fi
borrar(c, definir(k, s, d)) ≡ if c = k then
                                if def?(c, d) then borrar(c, d) else d fi
                                else
                                    definir(k, s, borrar(c, d))
                                fi
claves(vacío)      ≡ ∅
claves(definir(c, s, d)) ≡ Ag(c, claves(d))

```

**Fin TAD**

## 12. TAD COLA DE PRIORIDAD( $\alpha$ )

**TAD COLA DE PRIORIDAD( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{colaPrior}(\alpha)) \left( c =_{\text{obs}} c' \iff \left( \begin{array}{l} \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \\ \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \end{array} \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**operaciones**  $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$

Relación de orden total estricto<sup>1</sup>

**géneros**  $\text{colaPrior}(\alpha)$

**exporta**  $\text{colaPrior}(\alpha)$ , generadores, observadores

**usa** **BOOL**

**observadores básicos**

$\text{vacía?} : \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha$   $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$   $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

**generadores**

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$

**axiomas**  $\forall c : \text{colaPrior}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_{\text{L}} \text{próximo}(c) < e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_{\text{L}} \text{próximo}(c) < e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

**Fin TAD**

<sup>1</sup>Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

**Antirreflexividad:**  $\neg a < a$  para todo  $a : \alpha$

**Antisimetría:**  $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$  para todo  $a, b : \alpha, a \neq b$

**Transitividad:**  $((a < b \wedge b < c) \Rightarrow a < c)$  para todo  $a, b, c : \alpha$

**Totalidad:**  $(a < b \vee b < a)$  para todo  $a, b : \alpha$