Teoría de Lenguajes

Práctica 6
(Lenguajes libres de contexto)

1. Para cada uno de los siguientes lenguajes, construir un autómata de pila que los acepte. Hacer también una versión determinística en los casos en que sea posible.

   (a) $\{a^n b^n\}$

   (b) $\{a^n b^m \mid m > n\}$

   (c) $\{a^n b^m \mid m \neq n\}$

   (d) $\{\omega \# \omega^r \mid \omega \in \{a,b\}^*\}$

   (e) $\{\omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge \omega = \omega^r\}$

   (f) $\{\omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge \omega \neq \omega^r\}$

   (g) $\{\omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge |\omega|_a = |\omega|_b\}$

   (h) $\{\omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge |\omega|_a > |\omega|_b\}$

   (i) $\{\omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge |\omega|_a \neq |\omega|_b\}$

   (j) $\{\omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge |\omega|_a = 2|\omega|_b\}$

   (k) $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee j \neq k\}$

   (l) $\{a^i b^j \mid j = 2i\} \cup \{a^i c^j \mid i = 2j\}$

   (m) Cadenas de paréntesis balanceados.

2. Para el autómata de pila que se define más abajo:

   - Definir "por comprensión" el lenguaje generado.
   - Definir una GLC G tal que $L(G) = L(A)$.

   $A = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F\rangle$
   Donde:

   $Q = \{q_0, q_1\}$

   $\Sigma = \{a, b, c\}$

   $\Gamma = \{Z_0, A, B, C\}$

   $F = \{q_0\}$

$$\delta: \begin{array}{rclrcl} \delta(q_0, a, Z0) & = & (q_1, AZ_0) & \delta(q_0, b, Z_0) & = & (q_1, BZ_0) \\ \delta(q_1, a, A) & = & (q_1, AC) & \delta(q_1, b, B) & = & (q_1, BC) \\ \delta(q_1, c, A) & = & (q_1, \lambda) & \delta(q_1, c, B) & = & (q_1, \lambda) \\ \delta(q_1, c, C) & = & (q_1, \lambda) & \delta(q_1, \lambda, Z_0) & = & (q_0, Z_0) \end{array}$$

3. Construir autómatas de pila para los lenguajes de la práctica 5 que no sean regulares y sean libres de contexto.

4. Un lenguaje L se dice libre de prefijos si ninguna cadena de L es un prefijo propio de otra cadena de L. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas (explicar) o falsas (contraejemplo).

   (a) $L = N(M)$ para un APD $\Rightarrow L$ es libre de prefijos.

   (b) $L = N(M)$ para un APND $\Rightarrow L$ es libre de prefijos.

   (c) $L = L(M)$ para un APD $\Rightarrow L$ es libre de prefijos.

   $N(M)$ es el lenguaje aceptado por el autómata M por pila vacía.

5. Dar una Gramática Libre de Contexto para cada uno de los lenguajes del ejercicio 1.

6. Dar una gramática libre de contexto que genere el lenguaje de las fórmulas de la lógica de predicados de primer orden, basada en las variables x, y, las constantes c, d y los símbolos de predicados p, q, r, s, usando todos los conectivos lógicos usuales.
   Por ej.: $\forall x(\exists y(p(x, y))) \Rightarrow \exists x((q(x, c) \wedge r(d, x)) \vee \neg s(x))$

7. Definir traductores de pila que realicen las siguientes traducciones. Hacerlos determinísticos de ser posible.

   (a) $\{(a^i b^j, a^j b^i)\}$

   (b) $\{(\omega, \omega^r) \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$

   (c) $\{(\omega, \omega\omega^r) \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$

   (d) $\{(\omega, \omega^r\omega) \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$

   (e) $\{(\omega, \omega^r 1^k) \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge k = |\omega|_0\}$

   (f) $\{(\omega, \omega^r 1^k) \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge 0 \leq k \leq |\omega|_0\}$

   (g) $\{(\omega, 1^k) \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge ||\omega|_0 - |\omega|_1| = k\}$

   (h) $\{(\omega, a^i b^j) \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge i = |\omega|_a \wedge j = |\omega|_b\}$

   (i) $\{(a^i b^j, \omega) \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge |\omega|_a = i \wedge |\omega|_b = j\}$

   (j) $\{(\omega, c^k) \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge k = \text{mín}(|\omega|_a, |\omega|_b)\}$

   (k) $\{(\omega, c^k) \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge k = \text{máx}(|\omega|_a, |\omega|_b)\}$

   (l) $\{(a^i b^j, c^k) \mid i \leq k \leq j\}$

   (m) $\{(\omega, c^k) \mid \omega \in \{a,b\}^* \wedge |\omega|_a \leq k \leq |\omega|_b)\}$

   (n) $\{(\omega, a^i b^j) \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = ||\omega|_0 - |\omega|_1| \wedge j = |\omega|_0 + |\omega|_1\}$

   (o) $\{(\omega, \gamma) \mid \omega, \gamma \in \{0,1\}^* \wedge |\omega|_0 = |\gamma|_0 \wedge |\omega|_1 = |\gamma|_1\}$

8. Determinar si es verdad o no que:

(a) L es libre de contexto $\Rightarrow L^2$ es libre de contexto.

(b) L es libre de contexto $\Rightarrow \forall n L^n$ es libre de contexto.

(c) L es libre de contexto $\Rightarrow L^*$ es libre de contexto.

(d) L es libre de contexto $\Rightarrow L^r$ es libre de contexto.

(e) L es libre de contexto $\Rightarrow \{\omega\omega \mid \omega \in L\}$ es libre de contexto.

(f) $\forall i \in \mathbf{N} L_i$ es regular $\Rightarrow \cup_{i \in \mathbf{N}} L_i$ es libre de contexto.