

1	2	3	4	Calificación

Probabilidad y Estadística (C)

Final - 20/12/2019

APELLIDO Y NOMBRES:..... Nº DE LIBRETA:

mail:.....@.....

Criterio de aprobación: Para aprobar este examen es necesario sumar al menos 60 puntos.

1. (20 puntos) Sean $(X_i)_{i \geq 1}$ variables aleatorias i.i.d., $X_i \sim \varepsilon(\lambda)$. Consideremos m_n , el mínimo de las primeras n variables, definido por

$$m_n = \min\{X_1, \dots, X_n\}. \quad (1)$$

Pruebe que m_n converge en probabilidad a 0.

2. (25 puntos) Una fábrica produce lámparas. Se observa la duración (en meses) de 35 lámparas elegidas al azar producidas por dicha fábrica, obteniéndose los siguientes valores, ordenados de menor a mayor,

0.89 , 1.43 , 2.55 , 3.36 , 3.50 , 3.53 , 4.42 , 4.88 , 7.06 , 7.78 ,
8.09 , 10.47 , 12.95 , 13.58 , 13.89 , 14.12 , 15.41 , 15.71 , 18.29 , 22.96
23.92 , 24.55 , 24.85 , 25.31 , 28.16 , 29.51 , 29.70 , 31.69 , 33.38 , 34.45 ,
45.02 , 56.75 , 69.48 , 95.01 , 106.17 ,

cuyo promedio es 24.08057.

- (a) Obtenga una estimación de la probabilidad de que una lámpara producida por esta fábrica dure más de 10 meses.
 - (b) Obtenga una estimación por intervalos para la probabilidad de que una lámpara producida por esta fábrica dure más de 10 meses, utilizando un procedimiento asintótico de nivel 0.95.
 - (c) Asuma ahora que la duración de una lámpara tiene una distribución exponencial. Estime por el método de máxima verosimilitud la probabilidad de que una lámpara producida por esta fábrica dure más de 10 meses.
3. (25 puntos) Se supone que 1 de cada 10 fumadores prefiere la marca A. Después de una campaña publicitaria en cierta región de ventas, se entrevistó a 200 fumadores para determinar la efectividad de la campaña. El resultado de esta encuesta mostró que 26 personas preferían la marca A.
 - (a) ¿Indican estos datos, a nivel aproximado 0.05, un aumento en la preferencia por la marca A? Calcular de manera aproximada el p -valor. ¿Cambian las conclusiones del ítem anterior a nivel 0.001 y a nivel 0.1?
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad aproximada de decidir que la campaña publicitaria no fue efectiva, cuando en realidad la proporción de preferencia por la marca A después de la campaña es 0.15 si se utiliza una región de rechazo de nivel aproximado 0.05? ¿Qué le podría sugerir a la empresa publicitaria si quisiera que la probabilidad pedida fuese a lo sumo 0.05?

4. (30 puntos) Sea $X(t)$ un proceso de Poisson(λt), y sea T la variable aleatoria definida como “Tiempo de espera hasta el primer evento”. Obtenga la distribución de T . Incluya previamente todas las definiciones y conceptos que considere pertinentes. Proponga un ejercicio (escriba el enunciado) cuya resolución requiera invocar la propiedad demostrada. NO incluya la resolución del ejercicio.