X24 — Добыча нефти

A1[0.30] Пусть залежь нефти представляет собой участок древних речных отложений песчаника в форме параллелепипеда высотой $h = 10$м, шириной $b = 100$м и длинной $L = 2000$м. Пористость породы $\varphi = 0.1$. Оцените запасы нефти $m_н$ в данном месторождении. Выразите ответ через L, b, h, ρ и φ, а также приведите его численное значение в тоннах. Считайте, что нефтяной флюид целиком заполняет объём пор.

0.10 Для объёма нефти получено:

$$V_н = \varphi bhL.$$

2 × 0.10 Получен правильный ответ (по 0.1 балла за выражение и численное значение):

$$m_н = \rho\varphi bhL = 160 \cdot 10^3 \text{тонн}.$$

A2[0.30] Пусть пластовое давление нефти на дне залежей составляет $p_{пл} = 250$атм. Найдите, при какой максимальной глубине залегания H_{max} месторождение будет фонтанирующим, т.е. нефть будет вытекать на поверхность под действием собственного давления. Выразите ответ через ρ, g и $p_{пл}$, а также приведите его численное значение. Сжимаемостью нефти можно пренебречь.

0.10 Получено выражение для H_{max}:

$$H_{max} = \frac{p_{пл}}{\rho g}.$$

0.20 Рассчитана величина H_{max}:

$$H_{max} \approx 3.125\text{км}$$

A3[0.60] Оцените максимально возможный КИН α_{max} в режиме фонтанирования при пластовом давлении $p_{пл} = 250$атм, если сжимаемость нефти $\beta = 5 \cdot 10^{-10}$ Па. Выразите ответ через β и $p_{пл}$, а также приведите его численное значение. Считайте, что отложения русла рек изолированы непроницаемыми глинами с малой пористостью. Глубина залежей H может быть выбрана произвольным образом.

0.30 Указано или используется, что максимальная доля запасов добывается в случае очень малых глубин залежей.

0.20 Получено выражение для α_{max}:

$$\alpha_{max} = \beta p_{пл}.$$

0.10 Определено численное значение для α_{max}:

$$\alpha_{max} \approx 1.25\%.$$

A4[0.30] При тех же самых данных оцените максимально возможный КИН α_{max} в режиме фонтанирования, если снизу в пластовых отложениях находится вода объемом kV_0 ($k = 9$) при начальных запасах нефти V_0. Сжимаемость воды считайте равной сжимаемости нефти. Выразите ответ через β и $p_{пл}$, а также приведите его численное значение. Считайте что забор жидкости происходит сверху, т.е. забирается только нефть. Глубина залежей H может быть выбрана произвольным образом.

0.10 Проявлено понимание, что из-за наличия в системе воды объём добываемой нефти увеличивается на величину, равную изменению объёма воды.

2 ×
0.10 Получен правильный ответ (по 0.1 балла за выражение и численное значение):

$$\alpha_{max} = 10\beta p_{\text{пл}} \approx 12.5\%.$$

B1[1.00] Рассмотрим горизонтальное течение жидкости вдоль оси x между двумя параллельными плоскостями высотой h. Расстояние между плоскостями $w \ll h$. Определите объёмный расход (далее во всех пунктах задачи - поток) жидкости Q через поперечное сечение wh. Ответ выразите через η, w, h и градиент давления $dp(x)/dx$.

0.40 Из условия постоянства импульса прямоугольного параллелепипеда получено:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{1}{\eta}\frac{dp}{dx}.$$

При неправильном знаке в последующих выкладках применяется PEP везде, кроме ответов.

0.10 Получено выражение для $dv(z)/dz$:

$$\frac{dv}{dz} = \frac{z}{\eta}\frac{dp}{dx}.$$

0.20 Получено выражение для $v(z)$:

$$v(z) = -\frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}\left(\frac{w^2}{4} - z^2\right).$$

0.10 Для потока Q записано:

$$Q = \int_{-w/2}^{w/2} v(z) \cdot h dz.$$

2 ×
0.10 Получено выражение для Q (по 0.1 балла за величину и знак):

$$Q = -\frac{w^3 h}{12\eta}\frac{dp}{dx}.$$

B2[1.00] В центре щели создается избыточное давление Δp. Найдите зависимость избыточного давления p' в щели от координаты x. Ответ выразите через Δp, Q, E, h, η и x.

0.10 Учтено, что в каждой половине трещины поток жидкости равен $Q/2$ и записано:

$$\frac{Q}{2} = -\frac{w^3 h}{12\eta}\frac{dp'}{dx}.$$

Если вместо $Q/2$ записано Q, то в последующих выкладках применяется PEP везде, кроме ответов.

0.20 Записано выражение для объёма с подстановкой эмпирической формулы для $w(x)$:

$$\frac{Q}{2} = -\frac{h^4 p'^3}{12\eta E^3}\frac{dp'}{dx}.$$

0.50 Получено уравнение для определения p' соотношение:

$$\int_{\Delta p}^{p'(x)} p'^3 dp' = \frac{p'^4(x) - \Delta p^4}{4} = -\frac{6Q\eta E^3 x}{h^4}.$$

0.20 Получено правильная зависимость $p'(x)$ (по 0.1 балла за правильные величины обоих слагаемых и знак):

$$p'(x) = \sqrt[4]{\Delta p^4 - \frac{24Q\eta E^3 x}{h^4}}.$$

B3[0.20] Трещина заканчивается в положении, соответствующем равному нулю избыточному давлению. Определите длину трещины L. Ответ выразите через Δp, E, h, η и Q.

0.10 Для своей формулы правильно выражена полудлина трещины:

$$\frac{L}{2} = \frac{\Delta p^4 h^4}{24Q\eta E^3}.$$

0.10 Получено выражение для L:

$$L = \frac{\Delta p^4 h^4}{12Q\eta E^3}.$$

B4[0.70] Определите объем трещины V. Ответ выразите через Δp, h, η, Q и E.

0.10 Записано выражение для объёма V:

$$V = 2\int_0^L hw(x)dx.$$

0.20 Для своей формулы получено выражение для объёма как интеграл функции от x:

$$V = \frac{2h^2\Delta p}{E}\int_0^L \sqrt[4]{1 - \frac{24Q\eta E^3 x}{h^4\Delta p^4}}dx.$$

0.20 Верно вычислен интеграл:

$$\int_0^1 \sqrt[4]{1 - z}dz = \frac{4}{5}.$$

0.20 Получено выражение для V:

$$V = \frac{h^6\Delta p^5}{15Q\eta E^4}.$$

B5[0.30] Рассчитайте максимально возможные значения длины трещины L_{max} и её объёма V_{max}.

0.10 Определено численное значение L_{max}:

$$L_{max} \approx 83\text{м}.$$

Оценивается только правильное число.

0.20 Определено численное значение V_{max}:

$$V_{max} = 6.7\text{м}.$$

Оценивается только правильное число.

C1[1.00] Определите скорость v движения границы жидкостей при перемещении фронта на величину S. Ответ выразите через p_1, p_2, L, η_1, η_2, k_1 и k_2.

2 ×
0.20 Получены градиенты давлений в жидкостях 1 и 2:

$$\frac{\partial p_н}{\partial x} = -\frac{\eta_1 v}{k_1} \qquad \frac{\partial p_в}{\partial x} = -\frac{\eta_2 v}{k_2}.$$

0.40 Получена связь разности давлений со скоростью v:

$$p_2 - p_1 = \frac{\eta_2 x v}{k_2} + \frac{\eta_1 (L-x) v}{k_1}.$$

0.20 Получено выражение для v:

$$v = \frac{p_2 - p_1}{\frac{\eta_1 L}{k_1} + \left(\frac{\eta_2}{k_2} - \frac{\eta_1}{k_1}\right) S}.$$

C2[0.90] Определите зависимость перемещения S фронта от времени t. Ответ выразите через p_1, p_2, L, η_1, η_2, k и t

0.20 Выражено время dt, за которое фронт перемещается на величину dS:
0.20 Получена зависимость времени t от перемещения S:

$$t = \frac{1}{k(p_2 - p_1)} \int_0^S (\eta_1 L + (\eta_2 - \eta_1) x) dx = \frac{1}{k(p_2 - p_1)} \left(\eta_1 L S + \frac{(\eta_2 - \eta_1) S^2}{2} \right).$$

0.10 Составлено квадратное уравнение относительно S:

$$S^2 - \frac{2\eta_1 L S}{\eta_1 - \eta_2} + \frac{2k(p_2 - p_1)t}{\eta_1 - \eta_2} = 0.$$

0.20 Решено квадратное уравнение относительно S:

$$S(t) = \frac{\eta_1 L}{\eta_1 - \eta_2} \pm \sqrt{\left(\frac{\eta_1 L}{\eta_1 - \eta_2}\right)^2 - \frac{2k(p_2 - p_1)t}{\eta_1 - \eta_2}}.$$

0.20 Выбран нужный корень и получена правильная зависимость $S(t)$:

$$S(t) = \frac{\eta_1 L}{\eta_1 - \eta_2} - \sqrt{\left(\frac{\eta_1 L}{\eta_1 - \eta_2}\right)^2 - \frac{2k(p_2 - p_1)t}{\eta_1 - \eta_2}}.$$

C3[0.50] Определите полное время τ вытеснения нефти из месторождения. Выразите ответ через p_1, p_2, L, η_1, η_2 и k и рассчитайте его.

0.10 Указано или следует из решения, что $\tau = t(L)$.
2 ×
0.20 Получен правильный ответ для τ (по 0.2 балла за выражение и численное значение):

$$\tau = \frac{(\eta_1 + \eta_2) L^2}{2k(p_2 - p_1)} \approx 26 \text{лет}.$$

C4$^{0.80}$ При каком условии на параметры системы движение границы будет устойчивым, то есть при малом отклонении формы границы от плоской это отклонение не будет возрастать? Запишите условие устойчивости через η_1, η_2, k_1 и k_2. Устойчиво ли течение жидкости, рассмотренное в пунктах C2 и C3?

0.30 Указано или следует из решения, что отклонение не будет возрастать, если $v(x+dx)<v(x)$.

0.40 Сделан вывод, что критерием устойчивости является следующее неравенство:

$$\frac{\eta_2}{k_2}>\frac{\eta_1}{k_1}.$$

0.10 Сделан вывод, что движение рассматриваемого течения является неустойчивым.

D1$^{0.80}$ Найдите зависимость скорости течения жидкости в такой трубе от расстояния до оси трубы $v(r)$, максимальное значение скорости v_{max} и полный поток Q жидкости через сечение цилиндра. Ответы выразите через Δp, η, L, R и r.

0.30 Из условия постоянства импульса цилиндра радиусом r получено:

$$\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{r\,\Delta p}{2\,\eta L}.$$

0.20 Получен правильная зависимость $v(r)$:

$$v(r)=\frac{\Delta p(R^2-r^2)}{4\eta L}.$$

0.10 Для потока Q записано:

$$Q=\int_0^R v(r)\cdot 2\pi r dr.$$

0.20 Получено выражение для потока Q:

$$Q=\frac{\pi\Delta p R^4}{8\eta L}.$$

D2$^{0.20}$ Выразите распределение скорости течения жидкости $v(r)$ через полный поток Q, R и r.

0.20 Получена правильная зависимость $v(r)$:

$$v(r)=\frac{2Q}{\pi R^2}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right).$$

D3$^{0.20}$ Найдите поток Q в сечении забоя на расстоянии h от его нижнего края и соответствующее выражение для вертикальной скорости $v(r,h)$ в зависимости от расстояния до оси r и высоты h. Ответы выразите через Q_0, H, R, r и h.

0.10 Получена правильная зависимость $Q(h)$:

$$Q(h)=\frac{Q_0 h}{H}.$$

0.10 Получена правильная зависимость $v(r,h)$:

$$v(r,h) = \frac{2Q_0 h}{\pi R^2 H}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right).$$

D4$^{0.30}$ Рассмотрим кольцо высотой dh с внутренним и внешним радиусами r и $r+dr$ соответственно. Используя тот факт, что жидкость несжимаема, покажите, что из условия постоянства объёма жидкости внутри выделенного кольца следует соотношение:

$$\frac{\partial v}{\partial h} = -\frac{1}{r}\frac{\partial(u_r r)}{\partial r}.$$

Вы можете использовать это соотношение, даже если не смогли его доказать.

0.10 Правильно записан поток вектора скорости через основания кольца:

$$q_{\text{осн}} = q = 2\pi r dr v(r,h+dh) - 2\pi r dr v(r,h).$$

0.10 Правильно записан поток вектора скорости через боковую поверхность кольца:

$$q_{\text{бок}} = 2\pi dh(r+dr)u_r(r+dr,h) - 2\pi dh r u_r(r,h).$$

0.10 Из условия $q = q_{\text{осн}} + q_{\text{бок}} = 0$ показано требуемое.

D5$^{0.50}$ Найдите радиальную скорость течения жидкости $u_r(r,h)$ в зависимости от расстояния до оси r и высоты h, а также максимальную величину её модуля $u_{r(max)}$. Ответы выразите через Q_0, R, H, h и r.

0.10 Правильно выполнено интегрирование выражения, полученного в D4:

$$r u_r(r,h) = -\frac{2Q_0}{\pi R^2 H}\int\limits_0^r \left(1 - \frac{z^2}{R^2}\right) z dz.$$

2 × 0.10 Получена правильная зависимость $u_r(r,h)$ (по 0.1 балла за величину и знак):

$$u_r(r,h) = -\frac{Q_0}{\pi R^2 H}\left(r - \frac{r^3}{2R^2}\right).$$

0.10 Определено расстояние r_{max}, соответствующее $u_{r(max)}$:

$$r_{max} = \sqrt{\frac{2}{3}}R.$$

0.10 Получен правильный ответ для $u_{r(max)}$:

$$u_{max} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2}\frac{Q_0}{\pi R H}.$$

D6$^{0.10}$ Чему равно отношение $u_{r(max)}/v_{max}$? Ответ выразите через R и H.

0.10 Получен правильный ответ:

$$\frac{u_{r(max)}}{v_{max}} = \frac{\sqrt{2}R}{3\sqrt{3}H}$$