

A23 — Снижение орбиты МКС

A1^{0.50} Найдите зависимость давления p_h от высоты h . Зависимость может содержать интегральное выражение. Это уравнение называется основной барометрической формулой. *Подсказка:* считайте, что температура и ускорение свободного падения являются функциями h .

Записано выражение для изменения давления воздуха $dp_h = -g_h(M/V)dh$	0.10
Получено дифференциальное уравнение $\frac{dp_h}{p_h} = -\frac{g_h \mu}{RT_h} dh$	0.10
Получена финальная формула $p_h = p_0 \exp\left(-\frac{\mu}{R} \int_0^h \frac{g_h}{T_h} dh\right)$	0.30

A2^{0.30} Получите стандартную барометрическую формулу: зависимость давления от высоты p_h^{sta} , считая, что температура и ускорение свободного падения не зависят от h . Рассчитайте величину $h_0 = \frac{RT}{\mu g_0}$ при $T = 425\text{K}$.

Получена стандартная барометрическая формула $p_h^{sta} = p_0 \exp\left(-\frac{h}{h_0}\right)$, $h_0 = \frac{RT}{\mu g_0}$	0.10
Вычислено значение $h_0 \approx 12.4\text{км}$	0.20

A3^{0.60} Получите уточнённую барометрическую формулу: зависимость давления от высоты p_h^{imp} , считая, что температура постоянна, а ускорение свободного падения зависит от высоты h . *Подсказка:* для последнего используйте линейное приближение, считая $z_h = h/R_E \ll 1$.

Получена зависимость g_h в линейном приближении $g_h = g_0(1 - 2z_h)$	0.10
Посчитан интеграл $\int_0^h g_h dh = g_0 h(1 - z_h)$	0.20
Получена улучшенная барометрическая формула $p_h^{imp} = p_0 \exp\left(-\frac{h(1-z_h)}{h_0}\right)$	0.30

A4^{0.40} Рассчитайте отношение значений давлений, вычисленных по стандартной и по уточнённой барометрическим формулам при $h = 4.0 \times 10^5\text{м}$. Далее используйте уточнённую формулу.

Получено аналитическое выражение $\frac{p_h^{imp}}{p_h^{sta}} = \frac{\exp\left(-\frac{h(1-z_h)}{h_0}\right)}{\exp\left(-\frac{h}{h_0}\right)} = e^{\frac{h^2}{h_0 R_E}}$	0.20
Получен численный ответ $\frac{p_h^{imp}}{p_h^{sta}} \approx 7.54$	0.20

A5^{0.20} Найдите плотность воздуха ρ_h и концентрацию нейтральных молекул воздуха n_h на высоте h , используя линейное приближение.

Получена формула для плотности воздуха $\rho_h = \rho_0 \exp\left(-\frac{h(1-z_h)}{h_0}\right)$	0.10
Получена формула для концентрации молекул воздуха $n_h = N_A \frac{\rho_0}{\mu} \exp\left(-\frac{h(1-z_h)}{h_0}\right)$	0.10

B1^{0.50} Найдите скорость станции v_h и период обращения τ_h , если станция движется по орбите высотой h .

Получено выражение $g_h = \frac{v_h^2}{R_E(1+z_h)}$, где $g_h = \frac{g_0}{(1+z_h)^2}$	0.10
Найдена скорость станции $v_h \quad v_h = \sqrt{\frac{g_0 R_E}{1+z_h}}$	0.10
Найдён период обращения станции $\tau_h \quad \tau_h = 2\pi \frac{R_E+h}{v_h} = 2\pi \sqrt{\frac{R_E}{g_0}} (1+z_h)^{3/2}$	0.30

B2^{0.50} Найдите полную энергию E_S станции, двигающейся по круговой орбите радиусом $R_E + h$.

Получены выражения для кинетической и потенциальной энергий $E_K = \frac{M_S \cdot v_h^2}{2}$, $E_P = -M_S g_h R_E (1 + z_h)$	0.20
Найдена полная энергия станции $E_S = E_K + E_P = -\frac{M_S g_0 R_E}{2(1+z_h)}$	0.30

B3^{1.00} На станцию действует некоторая суммарная тормозящая сила \vec{F}_{drag} . В результате МКС замедляется, и высота её орбиты уменьшается на dh за малое время dt . Запишите закон изменения энергии МКС, считая известным значение F_{drag} .

Получено выражение для работы тормозящей силы $dA_{drag} = -F_{drag} \cdot v_h \cdot dt$	0.30
Получено выражение для изменения полной энергии $dE_S = +\frac{M_S g_0}{2(1+z_h)^2} dh$	0.20
Записан закон изменения энергии $\frac{M_S g_0}{2(1+z_h)^2} dh = F_{drag} \cdot v_h \cdot dt$	0.50

B4^{0.50} Найдите скорость снижения станции u_h . Подсказка: скорость снижения зависит от силы трения, от высоты станции и от её массы.

Записано определение скорости снижения $u_h = \frac{dh}{dt}$	0.10
Найдена скорость снижения u_h $u_h = \frac{2F_{drag}}{M_S g_0} v_h (1 + z_h)^2 = \frac{2F_{drag}}{M_S} \sqrt{\frac{R_E}{g_0}} (1 + z_h)^{3/2}$	0.40

B5^{0.50} Найдите изменение высоты H_h станции за один оборот вокруг Земли и полное время T_h , за которое станция упадёт на поверхность Земли с начальной высоты h . Подсказка: используйте соотношения $h_0 \ll h \ll R_E$.

Найдено изменение высоты за один оборот H_h $H_h = u_h \tau_h = \frac{4\pi R_E}{M_S g_0} F_{drag} \cdot (1 + z_h)^3$	0.10
Найдено время падения станции $T_h = \frac{M_S}{2} \sqrt{\frac{g_0}{R_E}} \int_0^h \frac{1}{F_{drag}(h) \cdot (1+z_h)^{3/2}} dh$ Считая $F_{drag}(h) = const$: $T_h = \frac{M_S R_E}{F_{drag}} \sqrt{\frac{g_0}{R_E}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z_h}}\right) \approx \frac{M_S h}{2F_{drag}} \sqrt{\frac{g_0}{R_E}}$	0.40

C1^{0.50} Найдите силу сопротивления воздуха F_{air} , скорость уменьшения высоты орбиты u_h^{air} и изменение высоты за один оборот H_h^{air} в этом случае.

Найдена сила сопротивления F_{air} $F_{air} = \rho_h \cdot v_h^2 \cdot S$	0.30
Найдена скорость снижения u_h^{air} $u_h^{air} = \frac{2\rho_0 S \sqrt{g_0 R_E^3}}{M_S} (1 + z_h)^{1/2} \cdot \exp\left(-\frac{h(1-z_h)}{h_0}\right)$	0.10
Найдено изменение высоты за один оборот H_h^{air} $H_h^{air} = u_h^{air} \tau_h = \frac{4\pi S R_E^2}{M_S} \rho_0 \cdot (1 + z_h)^2 \cdot \exp\left(-\frac{h(1-z_h)}{h_0}\right)$	0.10

C2^{0.50} Найдите полное время T_h^{air} , за которое станция упадёт на поверхность Земли с начальной высоты h из-за сопротивления атмосферы. Подсказка: используйте соотношения $h_0 \ll h \ll R_E$.

Получено интегральное выражение для T_h^{air} $T_h^{air} = \frac{M_S}{2\rho_0 S \sqrt{g_0 R_E^3}} \int_0^h \left(1 - \frac{h}{2R_E}\right) e^{h/h_0} dh$	0.10
Использовано приближение $h_0 \ll h \ll R_E$	0.10
Найдено время падения станции T_h^{air} $T_h^{air} = \frac{M_S h_0}{2\rho_0 S \sqrt{g_0 R_E^3}} \left(1 - \frac{h}{2R_E}\right) \cdot e^{h/h_0}$ Другие возможные ответы:	0.30
<ul style="list-style-type: none"> Без приближений: $T_h^{air} = \frac{M_S h_0}{2\rho_0 S \sqrt{g_0 R_E^3}} \left(1 - \frac{h-h_0}{2R_E}\right) \cdot e^{h/h_0}$ С учётом всех приближений: $T_h^{air} = \frac{M_S h_0}{2\rho_0 S \sqrt{g_0 R_E^3}} \cdot e^{h/h_0}$ 	

D1^{0.30} Найдите среднюю (за 24 часа) тормозящую силу F_{ion} , обусловленную столкновениями с этими частицами. Ночью ионизацией молекул можно пренебречь.
Найдите также плотность ионизированных молекул кислорода ρ_{ion} .

Найдена средняя тормозящая сила F_{drag} $F_{ion} = \frac{1}{2} \rho_{ion} \cdot S \cdot v_h^2$	0.20
Найдена плотность ионизированных молекул кислорода ρ_{ion} $\rho_{ion} = \frac{\mu_{ion}}{N_A} \cdot n_{ion}$	0.10

D2^{0.70} Найдите скорость уменьшения высоты орбиты станции u_h^{ion} , связанную со взаимодействием с ионами атомарного кислорода. Найдите также изменение высоты за один оборот H_h^{ion} в этом случае. Подсказка: используйте соотношения $h_0 \ll h \ll R_E$.

Найдена скорость снижения u_h^{ion} $u_h^{ion} = \rho_{ion} \cdot \frac{S \sqrt{g_0 R_E^3}}{M_S} (1 + z_h)^{1/2}$	0.30
Найдено изменение высоты за один оборот H_h^{ion} $H_h^{ion} = u_h^{ion} \tau_h = \frac{2\pi S R_E^2 \rho_{ion}}{M_S} (1 + z_h)^2$	0.40

E1^{0.60} Оцените величину возникающего в проводящих частях станции тока I_{ind} .

Найдено число электронов, попадающих на станцию за время dt $dN = n_{ion} \cdot v_h \cdot S \cdot dt$	0.30
Найдено выражение для тока I_{ind} $I_{ind} \approx e \frac{dN}{dt} = e \cdot S \cdot n_{ion} \cdot \sqrt{\frac{g_0 R_E}{1 + z_h}}$	0.30

E2^{0.60} Получите приближённое выражение для тормозящей силы Ампера F_{ind} в направлении, противоположном направлению движению станции.
Пусть ϕ - угол между магнитным полем Земли \vec{B} , направленным вдоль меридианов, и скоростью МКС \vec{v} . Для простоты считайте, что длина станции L равна корню квадратному из её площади S . Кроме того, вместо подсчёта среднего значения $\sin(\phi)$ вы можете аппроксимировать его значением $\sin(\pi/2 - \theta)$. Вы можете использовать дискретное число точек для подсчёта среднего значения.

Усреднение синуса угла между направлением магнитного поля и скоростью станции	0.20
Записана формула для силы Ампера F_{ind} $F_{ind} = B \cdot I_{ind} \cdot L \cdot \langle \sin(\phi) \rangle$	0.20
Найдено финальное выражение для силы Ампера F_{ind} $F_{ind} = \frac{1}{2} \cdot B \cdot I_{ind} \cdot \sqrt{S} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot B \cdot S^{3/2} \cdot n_{ion} \cdot \sqrt{\frac{g_0 R_E}{1 + z_h}}$ либо $F_{ind} = \sin(\pi/2 - \theta) \cdot B \cdot I_{ind} \cdot \sqrt{S} \approx 0.62 \cdot e \cdot B \cdot S^{3/2} \cdot n_{ion} \cdot \sqrt{\frac{g_0 R_E}{1 + z_h}}$	0.20

E3^{0.80} Найдите скорость снижения станции из-за её взаимодействия с магнитным полем Земли. Найдите также изменение высоты за один оборот H_h^{ind} в этом случае. Подсказка: используйте соотношение $h \ll R_E$.

Найдена скорость снижения $u_h^{ind} u_h^{ind} \approx n_{ion} \frac{eBS^{3/2}R_E}{M_S} (1 + z_h)$	0.30
Найдено изменение высоты за один оборот $H_h^{ind} H_h^{ind} = u_h^{ind} \tau_h = \frac{2\pi eB(SR_E)^{3/2} n_{ion}}{M_S \sqrt{g_0}} (1 + z_h)^{5/2}$	0.50

F1^{0.40} Рассчитайте необходимые величины и заполните Таблицу 1 в листе ответов.

h , км	T_h^{air} , дней	u_{air} , м/день	u_{ion} , м/день	u_{ind} , м/день	Σ , м/день	u_{ISS} , м/день
350						
375						
400						
410						

Заполнена таблица

h , км	T_h^{air} , дней	u_{air} , м/день	u_{ion} , м/день	u_{ind} , м/день	Σ , м/день	u_{ISS} , м/день
350	358	171	0.67	1.3	173	~ 170 [в 2008]
375	2688	28.7	0.67	1.3	30.7	—
400	20181	4.9	0.67	1.3	6.9	≤ 100 [в 2021]
410	45205	2.4	0.67	1.3	4.4	≤ 70 [в 2022]

20 × 0.02

F2^{0.40} Рассчитайте необходимые величины и заполните Таблицу 2 в листе ответов.

h , км	H_h^{air} , м	H_h^{ion} , м	H_h^{ind} , м
350			
375			
400			
410			

Значения H_h^{air} на указанных высотах

h , км	H_h^{air} , м	H_h^{ion} , м	H_h^{ind} , м
350	10.6	0.04	0.08
375	1.8	0.04	0.08
400	0.31	0.04	0.08
410	0.15	0.04	0.08

4 × 0.10

F3^{0.20} МКС обращается по орбите на высотах выше 380 км. Расположите три рассмотренных эффекта торможения станции в порядке убывания их влияния.

Получен правильный ответ

- Сопротивление атмосферы
- Сила Ампера
- Столкновения с ионизированными молекулами кислорода

0.20