

X24 — Добыча нефти

Месторождения нефти представляют собой пласт пористой проводящей жидкость среды, которую сверху перекрывает покрывка плохо проводящей жидкость горной породы. Под проводящей пористой средой должна находиться нефтематеринская порода. В течение длительного (порядка миллионов лет) времени, под действием высоких температур и давлений в практически бескислородной среды, органическое вещество нефтематеринской породы (кероген) распадается на углеводороды. Поры среды заполняются смесью этих углеводородов и воды, которой в среднем всегда больше. Эта смесь называется флюидом. Из-за увеличения удельного объема, а также из-за уплотнения горной породы с течением времени под силой тяжести, в поровой жидкости, флюиде, начинает увеличиваться давление. Это приводит к движению флюида. Непроводящая глинистая покрывка является естественной преградой для флюида. За миллионы лет он накапливается у поверхности раздела в "ловушках неровностях горной породы (см. рис.).

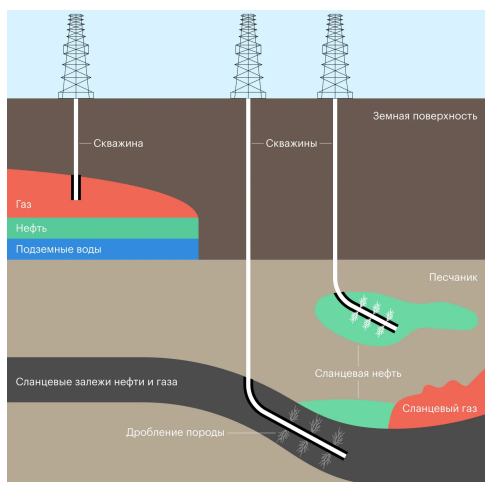


Рис. 1: Схематичное изображение месторождения нефти

Считайте известными следующие численные данные:

- Плотность нефти $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$;
- Атмосферное давление $p_0 = 1 \text{ атм} = 10^5 \text{ Па}$;
- Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Во всех частях задачи, кроме А, полностью им пренебрегайте.

Часть А. Оценка запасов нефти (1.5 балла)

Как было указано в предисловии, весь нефтяной флюид расположен в порах среды. Важной характеристикой среды является пористость - величина

$$\varphi = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{ср}}},$$

где $V_{\text{пор}}$ – объём, занимаемый порами в выделенном объёме среды $V_{\text{ср}}$.

A1^{0.30}

Пусть залежь нефти представляет собой участок древних речных отложений песчаника в форме параллелепипеда высотой $h = 10 \text{ м}$, шириной $b = 100 \text{ м}$ и длиной $L = 2000 \text{ м}$. Пористость породы $\varphi = 0.1$. Оцените запасы нефти m_n в данном месторождении. Выразите ответ через L, b, h, ρ и φ , а также приведите его численное значение в тоннах. Считайте, что нефтяной флюид целиком заполняет объём пор.

Одной из наиболее важных величин в отрасли, связанной с нефтью, является пластовое давление. Пластовым давлением $p_{пл}$ называют величину давления жидкостей в порах в том случае, когда поры соединены между собой. Данный случай чаще всего и реализуется в реальности.

Пластовое давление обусловлено тем, что флюид в порах сжат относительно нормальных условий. Сжатие флюида характеризуется сжимаемостью вещества β , которая определяется соотношением:

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp},$$

где p и V - давление и объём вещества, а производная dV/dp берётся при постоянном его количестве.

Далее во всех пунктах данной части задачи считайте, что все поры соединены между собой, поэтому распределение давления в них определяется по законам гидростатики.

A2^{0.30} Пусть пластовое давление нефти на дне залежей составляет $p_{пл} = 250$ атм. Найдите, при какой максимальной глубине залегания H_{max} месторождение будет фонтанирующим, т.е. нефть будет вытекать на поверхность под действием собственного давления. Выразите ответ через ρ , g и $p_{пл}$, а также приведите его численное значение. Сжимаемостью нефти можно пренебречь.

Из месторождения можно добыть далеко не всю нефть, а только её часть. Доля извлеченной нефти от общих запасов называется коэффициентом извлечения нефти (КИН) α . Как правило он невысок и почти никогда не достигает половины.

A3^{0.60} Оцените максимально возможный КИН α_{max} в режиме фонтанирования при пластовом давлении $p_{пл} = 250$ атм, если сжимаемость нефти $\beta = 5 \cdot 10^{-10}$ Па. Выразите ответ через β и $p_{пл}$, а также приведите его численное значение. Считайте, что отложения русла рек изолированы непроницаемыми глинами с малой пористостью. Глубина залежей H может быть выбрана произвольным образом.

A4^{0.30} При тех же самых данных оцените максимально возможный КИН α_{max} в режиме фонтанирования, если снизу в пластовых отложениях находится вода объемом kV_0 ($k = 9$) при начальных запасах нефти V_0 . Сжимаемость воды считайте равной сжимаемости нефти. Выразите ответ через β и $p_{пл}$, а также приведите его численное значение. Считайте что забор жидкости происходит сверху, т.е. забирается только нефть. Глубина залежей H может быть выбрана произвольным образом.

Часть В. Гидроразрыв пласта (3.2 балла)

Распространенный метод повышения отдачи нефти на месторождении заключается в том, что перед добычей в скважину под большим давлением закачивается специальная жидкость – расклинивающий агент. Это приводит к образованию трещины плоской формы порядка 100м в длину и не более 1см в ширину. Созданная в нефтесодержащих слоях трещина заметно упрощает приток нефти в скважину при том же давлении, что существенно ускоряет добычу и уменьшает затраты. Этот метод называется гидроразрывом пласта.

При описании трещины воспользуемся следующей моделью:

- Трещина состоит из двух одинаковых симметричных половин, лежащих в одной вертикальной плоскости (рис. а);
- Скорость жидкости, текущей в трещине, считайте направленной горизонтально вдоль трещины (рис. б);
- Скорость элементов жидкости, лежащих на одной вертикали, совпадают;
- Поток $Q = 6 \text{ м}^3/\text{мин}$ расклинивающей жидкости делится поровну между половинами рассматриваемой трещины, поступает в них при $x = 0$ и остаётся постоянным во всех сечениях xh (рис. б);
- Высота $h = 10 \text{ м}$ рассматриваемой трещины одинакова в любой её точке;

• Ширина трещины w (рис. а) зависит от избыточного по сравнению с горным давления $p' = p - \sigma_0$, где $\sigma_0 = \text{const}$, по закону

$$w = \frac{p'h}{E},$$

где $E = 10^{10}$ Па – модуль плоской деформации;

• Вязкость расклинивающей жидкости равна $\eta = 1.00$ Па · с.

На (рис. а) показан вид сверху на трещину, а на (рис. б) приведено поперечное сечение трещины wh , лежащее в вертикальной плоскости и перпендикулярное оси x , через которое течёт жидкость.

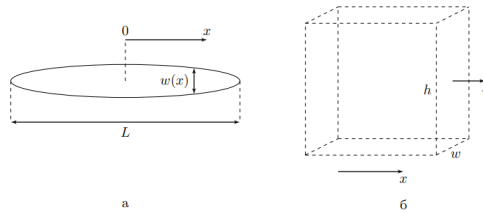


Рис. 2:

В пунктах В1 и В2 рассматривается половина трещины, соответствующая $x > 0$, в которой скорость расклинивающей жидкости направлена вдоль оси x .

В1^{1.00} Рассмотрим горизонтальное течение жидкости вдоль оси x между двумя параллельными плоскостями высотой h . Расстояние между плоскостями $w \ll h$. Определите объёмный расход (далее во всех пунктах задачи - поток) жидкости Q через поперечное сечение wh . Ответ выразите через η , w , h и градиент давления $dp(x)/dx$.

Поскольку расстояние между плоскостями уменьшается медленно по длине трещины, всегда считайте применимым результат, полученный в пункте В1.

В2^{1.00} В центре щели создается избыточное давление Δp . Найдите зависимость избыточного давления p' в щели от координаты x . Ответ выразите через Δp , Q , E , h , η и x .

В3^{0.20} Трещина заканчивается в положении, соответствующем равному нулю избыточному давлению. Определите длину трещины L . Ответ выразите через Δp , E , h , η и Q .

В4^{0.70} Определите объем трещины V . Ответ выразите через Δp , h , η , Q и E .

Критическое избыточное давление, выдерживаемое барьерами, составляет $\Delta p = 100$ атм.

В5^{0.30} Рассчитайте максимально возможные значения длины трещины L_{\max} и её объёма V_{\max} .

Часть С. Время добычи нефти (3.2 балла)

Пусть по краям нефтяного месторождения пробурено по скважине, каждая из которых создает трещину. Трещины параллельны боковым граням месторождения и полностью их перекрывают. Нагнетающая скважина создает повышенное давление, а добывающая - пониженное давление. Распространение жидкости в пласте описывается законом Дарси

$$\vec{v} = -\frac{k\nabla p}{\eta},$$

где \vec{v} - скорость течения жидкости, η - вязкость жидкости, а k - величина, называемая проницаемостью пласта для данной жидкости. В рамках данной задачи движение является одномерным, поэтому величину ∇p можно записать следующим образом:

$$\nabla p = \vec{e}_x \frac{dp}{dx}.$$

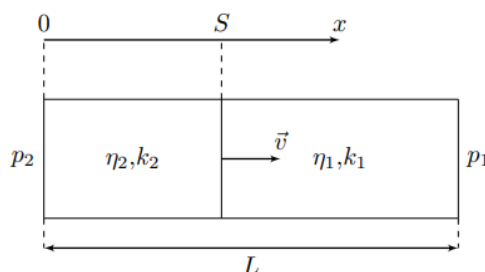


Рис. 3:

Рассмотрим следующую модель течения жидкости:

- Жидкости можно считать несжимаемыми;
- Жидкости текут по трубе постоянного сечения не перемешиваясь друг с другом;
- При течении жидкостей область их контакта (далее – фронт) всегда сохраняет плоскую форму, перпендикулярную направлению скорости жидкостей;
- Нагнетающая жидкость с проницаемостью k_2 и вязкостью $\eta_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с}$ поступает в трубку при давлении $p_2 = 350 \text{атм}$, а вытекающая жидкость с проницаемостью k_1 и вязкостью $\eta_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{Па} \cdot \text{с}$ вытекает из трубки при давлении $p_1 = 100 \text{атм}$;
- Длина трубки равна $L = 2 \text{км}$, а величина S обозначает координату x фронта;
- В начальный момент времени жидкость 1 полностью заполняет трубку, так что $S(0) = 0$;
- Считайте, что в каждой из жидкостей давление меняется вдоль пласта линейно.

C1^{1.00} Определите скорость v движения границы жидкостей при перемещении фронта на величину S . Ответ выразите через p_1 , p_2 , L , η_1 , η_2 , k_1 и k_2 .

В пунктах C2 и C3 считайте, что $k_1 = k_2 = k = 5 \cdot 10^{-12} \text{м}^2$.

C2^{0.90} Определите зависимость перемещения S фронта от времени t . Ответ выразите через p_1 , p_2 , L , η_1 , η_2 , k и t

C3^{0.50} Определите полное время τ вытеснения нефти из месторождения. Выразите ответ через p_1 , p_2 , L , η_1 , η_2 и k и рассчитайте его.

C4^{0.80} При каком условии на параметры системы движение границы будет устойчивым, то есть при малом отклонении формы границы от плоской это отклонение не будет возрастать? Запишите условие устойчивости через η_1 , η_2 , k_1 и k_2 . Устойчиво ли течение жидкости, рассмотренное в пунктах C2 и C3?

Часть D. Течение нефти в забое скважины (2.1 балла)

Забой скважины - цилиндрический участок скважины с проницаемыми стенками, через который может проникать нефть. В рамках данной части задачи вам предлагается изучить распределение поля скоростей жидкости внутри данного цилиндра.

Для начала рассмотрим классическое течение жидкости с вязкостью η в трубе длиной L радиусом R , к концам которой приложена разность давлений Δp . В пунктах D1 и D2 боковая поверхность цилиндра непроницаема, т.е. жидкость через стенки не выходит, а движение каждого её элемента является одномерным.

D1^{0.80} Найдите зависимость скорости течения жидкости в такой трубе от расстояния до оси трубы $v(r)$, максимальное значение скорости v_{max} и полный поток Q жидкости через сечение цилиндра. Ответы выразите через Δp , η , L , R и r .

D2^{0.20} Выразите распределение скорости течения жидкости $v(r)$ через полный поток Q , R и r .

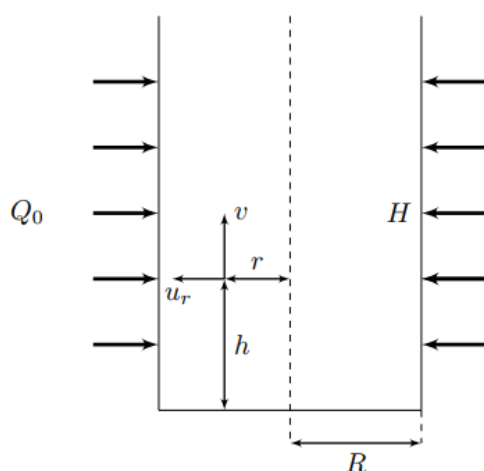


Рис. 4:

Далее перейдём непосредственно к анализу течения жидкости в забое скважины. Он представляет собой цилиндр радиусом R и высотой H , через стенки которого поступает полный поток нефти Q_0 .

При решении задачи используйте следующие модель и обозначения:

- Величина h является расстоянием, отсчитываемым от нижнего края забоя;
- Жидкость поступает в забой равномерно по всей площади боковой поверхности цилиндра, а её поток через нижний край забоя равен нулю;
- Величина u_r обозначает радиальную компоненту скорости течения жидкости, направленную от оси цилиндра;
- Несмотря на наличие радиальной компоненты скорости течения жидкости, она является малой, поэтому при нахождении распределения осевой компоненты скорости v течения жидкости используйте результаты, полученные в пунктах D1 и D2.

D3^{0.20} Найдите поток Q в сечении забоя на расстоянии h от его нижнего края и соответствующее выражение для вертикальной скорости $v(r, h)$ в зависимости от расстояния до оси r и высоты h . Ответы выразите через Q_0 , H , R , r и h .

D4^{0.30} Рассмотрим кольцо высотой dh с внутренним и внешним радиусами r и $r + dr$ соответственно. Используя тот факт, что жидкость несжимаема, покажите, что из условия постоянства объёма жидкости внутри выделенного кольца следует соотношение:

$$\frac{\partial v}{\partial h} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(u_r r)}{\partial r}.$$

Вы можете использовать это соотношение, даже если не смогли его доказать.

D5^{0.50} Найдите радиальную скорость течения жидкости $u_r(r, h)$ в зависимости от расстояния до оси r и высоты h , а также максимальную величину её модуля $u_{r(max)}$. Ответы выразите через Q_0 , R , H , h и r .

D6^{0.10} Чему равно отношение $u_{r(max)}/v_{max}$? Ответ выразите через R и H .