

1 Langrange 插值

问题: 用线性插值和抛物线插值方法求 $\sqrt{115}$

2 Newton 插值

已知函数 $f(x) = shx$ 的函数值如表所示, 构造 4 次 Newton 插值多项式并计算 $f(0.596) = sh0.596$ 的值。

k	0	1	2	3	4	5
x_k	0.40	0.55	0.65	0.80	0.90	1.05
$f(x_k)$	0.41075	0.57815	0.69675	0.88811	1.02652	1.25386

通过 MATLAB 计算得到的结果为:

k	x_k	$f[x_k]$	$f[x_{0k}]$	$f[x_{01k}]$	$f[x_{012k}]$	$f[x_{0123k}]$	$f[x_{01234k}]$
0	0.4000	0.4108					
1	0.5500	0.5782	1.1160				
2	0.6500	0.6967	1.1440	0.2800			
3	0.8000	0.8881	1.1934	0.3096	0.1973		
4	0.9000	1.0265	1.2315	0.3301	0.2005	0.0312	
5	1.0500	1.2539	1.2971	0.3622	0.2055	0.0325	0.0085

计算结果:

$$N_4(x) = 0.4108 + 1.116(x - 0.4) + 0.2800(x - 0.4)(x - 0.55)$$

$$+ 0.1973(x - 0.4)(x - 0.55)(x - 0.65) + 0.0312(x - 0.4)(x - 0.55)(x - 0.65)(x - 0.8)$$

$$sh0.596 = N_4(0.596) \approx 0.6319$$

3 Hermite 插值

问题: 设 $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$, $x_0 = \frac{1}{4}, x_1 = \frac{9}{4}$, 试求 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{4}, \frac{9}{4}]$ 上的 3 次 Hermite 插值多项式 $H(x)$

解答: 通过 MATLAB 计算可得最终的插值多项式为:

$$H(x) = -\frac{x^3}{16} + \frac{39x^2}{64} + \frac{117x}{256} - \frac{27}{1024}$$

4 分段线性插值

问题: $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $x \in [-5, 5]$, 取等距节点 $x_k = -5+k$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 10$), 试构造分段线性插值函数。

5 三次样条插值

问题: 已知 $y = f(x)$ 在节点 $x = -1, 0, 1$ 处的函数值 $y = -1, 0, 1$ 及在端点的导数值 $y'_0 = f'(-1) = 0, y'_1 = f'(1) = -1$, 求区间 $[-1, 1]$ 步长 0.25 的各点的函数值。