

## 0803插值拟合作业参考答案

1.解： 利用Matlab自定义Lagrange函数:

```
function yi=Lagrange(x,y,xi)
m=length(x);n=length(y);p=length(xi);
if m~=n error
end
s=0;
for k=1:n
t=ones(1,p);
for j=1:n
if j~=k
t=t.*(xi-x(j))/(x(k)-x(j));
end
end
s=s+t*y(k);
end
yi=s;
```

在命令窗口输入题目已知条件

$$x = [4 \quad 9];$$

$$y = [2 \quad 3];$$

调用自定义的Lagrange函数

$$y1 = Lagrange(x, y, 7)$$

求得 $\sqrt{7}$  的近似值为2.6000 .

2.解： 利用Matlab自定义nmatrix函数:

```
function newton=nmatrix(xlist,ylist)
m=length(xlist);
for i=1:m
newton(i,1)=ylist(i);
end
for j=2:m
for i=j:m
newton(i,j)=(newton(i,j-1)-newton(i-1,j-1))/(xlist(i)-xlist(i-j+1));
end
end
```

依题意，欲求二阶和四阶均差，

取 $x=[0.5 \ 1.0 \ 1.5 \ 2.0 \ 2.5]$ .

由 $f(x) = 3x^3 + 1$ ,得

$y=[1.3750 \ 4.0000 \ 11.1250 \ 25.0000 \ 47.8750]$ .

调用自定义的nmatrix函数

$$nmatrix(x, y)$$

求得2 阶均差  $f[0, 1, 2] = 9.0000$  和 4 阶均差  $f[0, 1, 2, 3, 4] = 0$ .

3.解: 由已知条件

$x$	0	1	2
$y$	1	2	0
$y'$		0	

用基函数方法构造  $H_3(x)$  。

令

$$H_3(x) = A_0(x)y_0 + A_1(x)y_1 + A_2(x)y_2 + B_1(x)y'_1$$

其中,  $A_0(x), A_1(x), A_2(x), B_1(x)$  均为三次多项式, 且满足条件

$$\begin{aligned} A_0(0) &= 1 & A_0(1) &= A'_0(1) = A_0(2) = 0 \\ A_1(1) &= 1 & A_1(0) &= A'_1(1) = A_1(2) = 0 \\ B'_1(1) &= 1 & B_1(0) &= B_1(1) = B_1(2) = 0 \\ A_2(2) &= 1 & A_2(0) &= A_2(1) = A'_2(1) = 0 \end{aligned}$$

依条件可设  $A_0(x) = C(x-1)^2(x-2)$ , 由  $A_0(0) = 1$ , 可得:

$$C = -\frac{1}{2}, \quad A_0(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2(x-2)$$

同理

$$A_1(x) = -x(x-2), A_2(x) = \frac{1}{2}x(x-1)^2, B_1(x) = -x(x-1)(x-2)$$

所以

$$H_3(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2(x-2) \times 1 - x(x-2) \times 2 - x(x-1)(x-2) \times 0 + \frac{1}{2}x(x-1)^2 \times 0 = -\frac{1}{2}(x+1)^2(x-2)$$

4.解: 利用Matlab自定义lineint函数:

```
function yi=lineint(x,y,xi)
```

```
n=length(x);
```

```
m=length(y);
```

```
if n~=m
```

```
error('向量x, 与y的长度必须一致');
```

```
end
```

```
for k=1:n-1
```

```
if x(k)≤ xi and xi ≤ x(k+1)
```

```
yi=(xi-x(k+1))/(x(k)-x(k+1))*y(k)+(xi-x(k))/(x(k+1)-x(k))*y(k+1);
```

```
return;
```

```
end
```

end

end

在命令窗口输入题目已知条件

$$x=[0 \ 1 \ 2]$$

$$y=[1 \ 0.5 \ 0.2]$$

$$xi = 1.5$$

调用自定义的lineint函数

$$y1 = lineint(x, y, xi)$$

求得 $f(1.5)$  的近似值为0.3500 .

5.解： 本题直接使用matlab求解:

$$pp = csape([0 \ 1 \ 2], [4 \ 5 \ 7], 'complete', [0.13, -0.13])$$

$$\%csape(x0, y0, 'conds', 'valconds');$$

%其中condsæcomplete, second, periodic分别为边界一阶导数条件，二阶导数条件，周期条件

%valconds:边界的导数值

$$yy = pp.coefs$$

解出yy=

$$\begin{bmatrix} 0.3800 & 0.4900 & 0.1300 & 4.0000 \\ -1.8800 & 1.6300 & 2.2500 & 5.0000 \end{bmatrix}$$

$$\text{所以三次样条函数为 } y = \begin{cases} y = 0.38x^3 + 0.49x^2 + 0.13x + 4 & 0 \leq x < 1 \\ y = -1.88x^3 + 1.63x^2 + 2.25x + 5 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

6.解： 先将样本点数据输入给 Matlab 工作空间，然后用多项式拟合函数去拟合数据，在命令行输入如下程序，得到二次多项式系数矩阵 A，可观察拟合情况如图所示。

$$x = [111, 149, 177, 204, 222, 244, 264, 280, 299, 311]$$

$$y = [5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50]$$

$$A = polyfit(x, y, 2)$$

$$z = polyval(A, x)$$

$$\text{plot}(x, y, 'r*', x, z, 'b')$$

legend('实验数据', '二次拟合')

$$>> A$$

$$A = 0.0005 - 0.0010 - 1.5006$$

故二次多项式为  $y = 0.0005x^2 - 0.0137x - 0.3867$ .

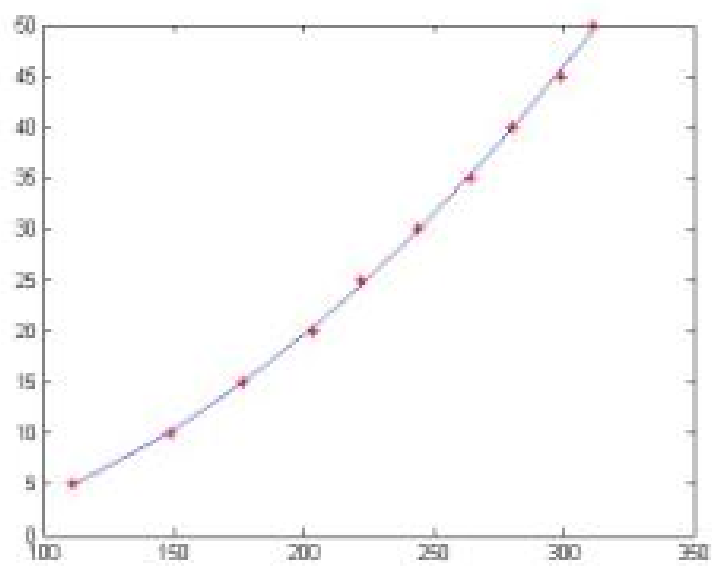


图 1: 拟合图