

偏微分方程作业

1. 考虑均匀一维杆的平衡温度分布，杆有热源 $Q/K_0 = x$ ，以及边界条件 $u(0) = 0$ 和 $u(L) = 0$

(a) 确定整个杆内单位时间内产生的热能；

(b) 确定单位时间内杆由 $x = 0$ 点和 $x = L$ 点流出的热能；

(c) (a) 和 (b) 的结果之间应当存在什么关系？

2. 设 $u(x, y, z, t)$ 表示一种污染物的浓度 (单位体积内的含量)

(a) 在区域 R 内污染物总量的表达式是什么？

(b) 假设污染物的流 J 与浓度的梯度成比例 (这有道理吗？)，写出污染物守恒的表达式

(c) 推导出支配污染物扩散的偏微分方程

3. (导弹追踪问题)：某军的一导弹基地发现正北方向 120 km 处海面上有敌舰一艘以 90 km/h 的速度向正东方向行驶，该基地立即发射导弹跟踪追击敌舰，导弹的速度为 450 km/h ，自动导航系统使导弹在任意时刻都能对准敌舰。试问导弹在何时何处击中敌舰？

4. (香烟过滤嘴的作用)：过滤嘴作用与它的材料和长度有什么关系，人体吸入的毒物量与哪些因素有关，其中哪些因素影响大？请分析吸烟时毒物进入人体的过程，建立过程的数学模型。