

保护方程:维持马赛马拉保护区生态系统、经济和社会的数学方法

背景:自 1961 年成立以来,马赛马拉国家保护区一直在保护当地动植物、探索其固有的旅游潜力和满足当地马赛人的需求之间走着一条微妙的路线。随着时间的推移,肯尼亚政府制定了先进的政策,试图确保保护区的繁荣。本报告探讨了马赛马拉可行的政策和管理战略的范围,并提出了一套实施的最佳解决方案。

我们的项目由四部分组成。我们的目标是(1)模拟马赛马拉作为一个动态系统的相互依赖的过程,跨越时间,平衡人为因素和环境因素。然后,我们将(2)干扰肯尼亚政府范围内的模型参数,然后(3)衡量模型的长期行为变化,从而明确政策变化如何影响马赛马拉生态系统。最后,我们将(4)根据该模型提出可操作的政策和管理建议,并根据它们对该地区总效用的贡献程度进行排名。我们还将评论我们的模型在其他野生动物保护区的可扩展性。

方法:我们模拟了马赛马拉自然保护区中 6 个相互依存的区域:猎物、捕食者、旅游业、环境退化、偷猎和报复性杀戮。这对过程按照主题亲缘性进行分组。我们通过改进的捕食者和猎物种群的 Lotka-Volterra 系统来模拟动物群的相互作用。我们将旅游和环境退化视为人类对保护区的宏观影响,采用文献中的最小模型。最后,人类对动物的局部影响表现为偷猎猎物和对捕食者的报复性杀戮,灵感来自戈登-谢弗(Gordon-Schaefer)渔业生物经济模型,用于计算偷猎作为种群收获的影响。

为了制定政策,我们创建了一个效用函数来估计输入参数的社会效益。该函数计算马赛马拉系统的长期行为,作为选择关键参数的函数。然后,我们使用 L-BFGS-B 算法来识别社会效益最大化的参数。然后,我们的提案针对每个最具影响力的参数,按参数影响力排序。

结果:我们的函数模型是渐近稳定的,便于通过变化参数推断长期行为。在我们系统中的 26 个参数中,我们定性地确定了肯尼亚旅游和野生动物委员会可以通过政府投资直接影响的 8 个参数。在预算有限的情况下,效用函数显示,通过主要投资其中的 5 个参数来实现最大的社会效益,其顺序为:(1)每位游客的反偷猎执法率,(2-3)反偷猎执法的基线投资,(2-3)环境的基线投资,(4)对当地人口的投资,(5)偷猎的机会成本。我们制定了 13 项政策,每项政策都针对特定的参数,并根据它们修改的参数对它们进行排名。对系统的长期分析为我们的建议带来了信心。

结论:我们建议预算为 3.79 亿肯尼亚先令,比 2019 - 2020 财年分配给保护区的预算增加 46%。根据我们的优化,我们将看到一个均衡:猎物数量增加 24%,捕食者数量增加 78%,环境退化降低 19%,报复性杀戮减少 97%,偷猎率降低 50%,旅游率增加 7.5%。

关键词:ODEs, 效用函数, 长期行为, 优化, 稳定性, 雅可比线性化。

目录

保护方程:维持马赛马拉保护区生态系统、经济和社会的数学方法 1

1 介绍4

2 动态模型的简要概述 4

3 假设5

 3.1 马赛马拉5

 3.2 动物5

 3.3 旅游6

 3.4 环境退化6

 3.5 偷猎6

 3.6 报复性杀戮 6

4 建立动态模型7

 4.1 构建动物群的方程7

 4.2 构建宏观人类影响方程 7

 4.3 构建人类对动物群局部影响的方程 8

5 最终模型9

6 参数估计9

 6.1 从文献中估计9

 6.2 根据数据估算 11

 6.3 计算 11

 6.4 模型说明和分析 11

7 解决方案的长期行为 12

 7.1 平衡解的存在性 12

 7.2 雅可比矩阵的特征值分析 13

8 政策13

 8.1 参数效应 14

 8.2 效用函数 15

 8.3 策略生成 16

 8.4 主观策略 16

9 结果17

10 敏感性分析 17

11 解决方案和结果 18

 11.1 推广到其他野生动物管理领域18

11.2 优势与劣势18

 11.2.1 优势18

 11.2.2 弱点18

12 讨论19

 12.1 建议19

 12.2 对我们建议的经济影响的主观分析19

13 结论20

14 为肯尼亚旅游和野生动物委员会撰写的报告20

 14.1 预算分配情况20

 14.2 政策建议20

 14.3 预测效果21

 14.4 潜在的限制21

参考文献22

公众号: 数学建模大师

1 介绍

在过去的几十年里，马赛马拉自然保护区面临着日益严重的自然资源紧张和生存威胁。在旅游业不断增长的同时保持这种做法的可持续性，这是一个挑战。此外，除了偷猎等历史威胁外，气候变化等新威胁也开始导致马赛马拉的退化。此外，马赛的人口从 1989 年的不到 40 万激增到今天的 110 多万，他们是这一进程中越来越多的地方利益相关者。

对这些威胁的反应各不相同。自 2005 年以来，肯尼亚政府投资了各种反偷猎政策，如狗追踪单位。为了回应马赛利益相关者自己表达的担忧，肯尼亚政府在公园附近建立了各种所谓的“马赛保护区”。这些保护区是从玛拉人那里租来的土地，用于可持续的经济开发，比如旅游业。此外，马赛博马(马赛的住房单位，对保护他们的牛不受捕食者的伤害尤其重要)的防御工事增加，有助于减少对骚扰他们牛的捕食者进行报复性杀戮的发生率[7]。

鉴于政府对马赛马拉的繁荣感兴趣，我们希望研究保护区的最佳政策和管理决策是什么。为此，我们试图为保护区建立一个动态系统模型，该模型考虑了捕食者-猎物相互作用的行为，旅游-环境退化的相互作用，以及马赛报复性杀害捕食者和偷猎猎物对当地动物的影响。通过这个模型，我们可以预测由于我们输入的变化而导致的马赛马拉的变化，然后可以为保护区的政策建议提供信息，甚至扩展到其他野生动物保护工作。

2 动态模型的简要概述

我们的模型是一个动态系统，包含了保护区中 6 个关键过程之间的关系，它们的相互依赖性在下一页的图 1 中突出显示。通过将这些过程分组为 3 个主题，可以最好地理解它们：

动物种群-捕食者和猎物:捕食者和猎物种群直接相互依赖，但也受到外部影响:捕食者受到报复性杀戮和旅游的影响，猎物受到偷猎和迁徙的影响。

宏观人类影响-环境退化和旅游收入:人类在马赛马拉的存在，主要是由于旅游业，以环境退化的形式导致了大规模的负面生态系统影响。相反，这种旅游业的存在也可以通过投资于更强大的 bomas 和保护工作而产生收入，从而使该地区的人口受益。

人类对动物的局部影响-报复性杀戮和偷猎:当地人类行为也对动物种群产生可衡量的影响。马赛的养牛户经常参与对骚扰他们的牛的捕食者的报复性杀戮。此外，保护区内的许多猎物都有非常抢手的猎物，使它们成为偷猎的目标。

图 1 中的黑色节点都是动态系统的时间依赖过程。橙色的节点可能有助于概念化模型的流程，但不是独立建模的过程本身。

绿色箭头表示从起始节点到目标节点存在正因果关系，而红色箭头表示负因果关系。例如，我们在那里建立了模型

捕食者的增长率:捕食者的增长率与猎物的数量成正比。也就是说, 猎物数量的增加会导致捕食者数量的增长, 因为有更多的食物可用。

外部对猎物种群的负面影响:猎物种群受到捕食者和偷猎的阻碍, 这两者都与当前猎物种群成正比。

迁徙率:猎物向外迁徙的速度与环境退化成正比。固有向内迁移率取正常数。由于假定环境退化是周期性的, 这使得迁移模式也是周期性的。捕食者被认为不遵循迁徙模式, 因此它们的种群不受迁徙的影响。

人类对捕食者的影响:马赛的报复性杀戮和旅游业都阻碍了捕食者的数量, 这两者都与目前的捕食者数量成正比。更多的掠食者意味着袭击农民牲畜的可能性更大, 而更多的游客数量则阻碍了掠食者的正常活动。

3.3 旅游

存在:旅游是一种内在现象。不管保存状态如何, 都会有非零水平的旅游。

游客不喜欢拥挤:游客有一种内在的倾向, 喜欢不那么拥挤、维护得更好的目的地, 这是由某种“吸引力”因素决定的。因此, 一个目的地的少数游客会比大量游客吸引更多的新游客。

环境退化:影响旅游业的唯一因素是旅游业本身(由于前面提到的拥挤, 更多的游客使旅游业难以增长)和环境退化, 这有负面影响。也就是说, 偷猎或报复性杀戮的存在, 以及动物种群的相对健康状况, 都不会影响旅游业。

统一行为:游客背景和行为的改变没有建模;即假定所有游客都属于同一类别, 而不是将其划分为奢华旅行者、冒险旅行者等。因此, 他们的影响在个人层面上也都是相同的。

3.4 环境退化

旅游业的影响:保护区的游客数量对环境有一种固有的、成比例的负面影响。

依照。可持续性投资:每位游客收入的一部分投资于环境保护;但是, 这种投资的积极影响严格小于每位游客平均污染带来的负面影响。这样, 旅游业对环境的净负面影响将保持不变。

基线投资:政府在环境保护方面有一个基线投资。

气候变化:气候变化对环境退化具有固定的积极影响。实际上, 随着全球变暖的恶化, 我们预计这种变化会随着时间的推移而增加, 而不是一个固定的常数。

3.5 偷猎

延迟因子:偷猎的变化受到信息因子延迟的调控。也就是说, 偷猎者对动物种群变化的反应会有一定的延迟。

偷猎焦点:偷猎只影响猎物。文献表明, 偷猎对猎物的影响明显高于对捕食者的影响[7]。

反偷猎投资:政府在反偷猎措施上的基线投资是非零的。

人均反偷猎投资:每位游客收入的一部分被用于反偷猎执法。

偷猎反馈回路:从文献[16][9]可以看出, 偷猎的变化受到当前偷猎水平的影响。

3.6 报复性杀戮

捕食者的 RK-1 效应:这种行为的发生率与捕食者的数量成正比。

博马斯:通过建造更强的博马斯,一部分旅游收入被转移到对马拉人的投资中,这减少了捕食者袭击牲畜的几率,从而减少了报复性杀戮的发生率。

报复性杀戮焦点:报复性杀戮只影响捕食者。

4 建立动态模型

作为一个随时间演化的动态系统的组成部分,建模的过程自然可以被描述为关于时间的常微分方程。我们创建了一个由 6 个常微分方程组成的系统来概括这些关系,其中前 2 个(捕食者种群和猎物种群)描述动物种群,后 2 个(游客数量和环境退化)描述宏观的人类影响,最后 2 个(偷猎可能性和报复性杀戮可能性)描述人类对动物群的局部影响。下面我们详细阐述模型构建过程,最终得到 6 个方程。

请注意,表 1 描述了方程中的所有参数。

4.1 构建动物群的方程

对于我们的捕食者-猎物相互作用,我们修改了受人尊敬的 Lotka-Volterra 模型,该模型被广泛用于描述两个种群相互作用的生物系统动力学,其中一个种群作为捕食者,另一个作为猎物[15]。用下面的方式写出我们的两个方程,可以使它们与 Lotka-Volterra 的关系明确:

$$\frac{dPrey}{dt} = b \left(1 - \frac{Prey}{k - \eta \cdot Degradation} \right) \cdot Prey - h_0 \cdot Predator \cdot Prey - \alpha \cdot Poaching \cdot Prey + m_0 - m \cdot Degradation$$

$$dPredator = \text{报复性杀戮} \cdot \text{捕食者} + S \cdot \text{旅游} \cdot \text{捕食者} dt$$

在这里, Lotka-Volterra 模型将是这两个方程的前两项的截断[15]。两个方程中的其余项表示我们的整体模型对这些方程的外部影响。

在猎物模型中,我们的额外项是:偷猎·猎物和 $m_0 - m \cdot$ 退化。第一项表示偷猎对猎物种群大小的负面影响。这个术语是一个“收获函数”,与渔业种群收获的 Gordon-Schaefer 模型相一致,该模型也被广泛用于模拟生物种群系统中的偷猎模式[12]。最后两个术语是迁移模型,其中 m_0 是基线向内迁移(积极影响), $m \cdot$ 退化是经环境退化修正的向外迁移率(负面影响)。

在捕食者模型中,我们的额外项是-报复性杀戮·捕食者- $S \cdot$ 旅游。这些项中的每一个都代表了不同的影响,都是负的(因此两者都被减去)。第一个是报复性杀戮的影响。根据文献记载,狮子等掠食者攻击马赛牛,引发掠食者的报复性杀戮是很常见的[16]。第二项则代表了捕食者对游客干扰的敏感性。这是一个重要的考虑因素,因为游客的存在确实会破坏捕食者的交配效率,以及对它们的种群水平产生其他负面影响。[3]

我们还使基线猎物种群的行为符合逻辑,以避免捕食者相对于猎物很少的情况,从而使捕食者种群经历不切实际的马尔萨斯式急剧增长。在这里,以下文献中的例子,我们有 b 猎物的出生率,乘以具有承载能力 k .[16]. 的逻辑增长方程。我们进一步选择通过环境退化来抵消承载能力,因为对生态系统的破坏会降低其维持尽可能多的动物的能力似乎是合理的。

4.2 构建宏观人类影响方程

$$\frac{d\text{Tourism}}{dt} = -\delta \cdot \text{Degradation} + \frac{A}{\text{Tourism}}$$

$$\frac{d\text{Degradation}}{dt} = (P_t - I_t) \cdot \text{Tourism} - (E_r + I_0) + G$$

模拟旅游收入和环境退化的两个方程的灵感来自于文献[11][6][17]中广泛使用的旅游建模中的“最小模型”。这个模型。考虑游客数量，旅游对环境的影响，以及他们的活动产生的收入。我们关注的是游客数量和环境退化。很明显，旅游人口的导数与环境退化呈负相关。同样，环境退化的导数与旅游业呈正相关，除非出现人均游客生态投资(I_t)超过人均游客污染(P_t)的情况(然而，我们假设这种情况永远不会出现)。也就是说，旅游和退化的解决方案将几乎是正弦的，并且彼此平衡。然而，这两个方程也有附加项，这些附加项对它们的值编码了其他影响。

旅游变量包含 $A/\text{Tourism}$ ，它是一个调节因子，旨在模拟旅游不足的目的地的吸引力。如果旅游人数太少，这个词就会急剧增长，从而确保方程的正弦行为不那么激进。值得注意的是， $A/\text{Tourism} < A$ so A 同时代表了给定改进系统的旅游业增长的上限。

另一方面，环境退化包括 $E_r + I_0$ and G . $E_r + I_0$ 表示环境的基线恢复率(没有任何外界帮助的恢复率)和基线政府对恢复的投入。 0 因此，显然两者对退化都有负面影响。 G 表示气候变化的影响，它独立于等式中的所有其他因素而增加了环境退化。

这两个过程被特别设计成反比关系，以模拟环境质量和游客数量方面的年度季节周期。

数据显示，旅游高峰往往发生在7月和8月，而由于雨季的影响，4月至5月是自然环境最繁茂的时期[10]。方程中创建的反馈回路遵循年循环，稍后讨论的初始条件已被更改，以使这些事件与现实世界的对应事件保持一致。

4.3 构建人类对动物群局部影响的方程

$$\frac{d\text{Poaching}}{dt} = \gamma [r_p \text{Prey} - (\Omega + \sigma_p (\lambda_0 + \lambda \cdot \text{Tourism}))] \cdot \text{Poaching}$$

$$\frac{d\text{Retaliatory Killings}}{dt} = c \cdot \text{Predator} - B \cdot \text{Tourism}$$

偷猎和报复性杀戮在主题是相似的，因为它们都与动物种群数量呈负相关。具体来说，偷猎与猎物数量有关，报复性杀戮与捕食者数量有关。需要注意的是，这些方程都是每天平均偷猎或报复性杀戮倾向，而不是攻击的总次数。偷猎的方程是根据文献[9]修改的，也从 Gordon-Schaefer 模型[12]中描述的“收获努力”中获得灵感，因为偷猎方程代表了偷猎的收益减去成本，包括金钱和其他方面的成本。

偷猎的收益由术语 $r_p \cdot \text{Trem}$ 给出， r_p 其中 p represents 为每只被偷猎的猎物的利润。同样， $\Omega + \sigma_p (\lambda_0 + \lambda \cdot \text{Tourism})$ 可以被认为偷猎的成本函数。它对偷猎的影响，累计抵消了所有偷猎的收入。最后，这个行为是由其调控的 γ ，在文献中可以看到，这代表了偷猎者对激励波动的适应性[9]。

总成本为 Ω ，偷猎的机会成本(即偷猎而不是其他活动的损失)加上总体执法投资(包括基线投资和旅游收入产生的投资)乘以 σ_p ，这代表了偷猎风险的某种度量。因此，我们将偷猎的相对损失添加到活动风险和执法存在的乘积中。因为 r_p 是每次偷猎的收益， $(r_p \cdot \text{Prey})$ 是偷猎带来的潜在货币收益。所以，减去这个

该金额的成本函数是对参与偷猎活动的风险评估建模的一种尝试。

至于报复性杀戮方程，它只是每个捕食者的报复性杀戮率乘以捕食者数量，使其与捕食者的总体数量呈正相关。通过B，将另一部分旅游收入转移到 boma 建设中，创造了一个抵消术语，表示为类似于其他转移到减轻污染和投资于执法的转移。

5 最终模型

在我们的动态模型中，将前面的六个方程统一起来，并简化前两个结果。所有 6 个函数相对于时间都是单变量，但我们省略了系统中的时间依赖性，以避免混乱。此外，在运行 ode 的数值模拟时，我们注意到周期持续了大约 150 个单位，因此我们在变量2/5中添加了一个阻尼器，以使每个时间单位对齐为一天。这不会影响系统的任何短期或长期行为，这样做是为了便于推理。下面是这些方程的列表：

$$\frac{dPrey}{dt} = \left[b \left(1 - \frac{Prey}{k - \eta \cdot Degradation} \right) - h_0 \cdot Predator - \alpha \cdot Poaching \right] \cdot Prey + m_0 - m \cdot Degradation \tag{5.1}$$

$$\frac{dPredator}{dt} = [h_1 \cdot Prey - d - \beta \cdot Retaliatory Killings - S \cdot Tourism] \cdot Predator \tag{5.2}$$

$$\frac{dTourism}{dt} = -\delta \cdot Degradation + \frac{A}{Tourism} \tag{5.3}$$

$$\frac{dDegradation}{dt} = (P_t - I_t) \cdot Tourism - (E_r + I_0) + G \tag{5.4}$$

$$\frac{dPoaching}{dt} = \gamma [r_p Prey - (\Omega + \sigma_p (\lambda_0 + \lambda \cdot Tourism))] \cdot Poaching \tag{5.5}$$

$$\frac{dRetaliatory Killings}{dt} = c \cdot Predator - B \cdot Tourism \tag{5.6}$$

表 1 列出了该方程组中使用的所有变量的摘要。

6 参数估计

我们的模型中总共有 26 个不同的参数，以及 6 个启动条件(当t= 0 时)，每个建模过程一个。这些参数的值可以从文献(在同行编辑的研究论文中)、数据(在官方数据集中)或计算(从我们的模型和假设中构建)中找到，并在表 2 和表 3 中列出。

6.1 从文献中估计

从文献中估计了猎物、捕食者和旅游业的初始条件，来源普遍认为猎物数量在数百万左右，捕食者数量在数千左右，每年到马赛马拉旅游的人数约为 30 万[7][9][16]。此外，偷猎和报复性杀戮的初始条件，代表了对偷猎和报复性杀戮的努力

表 1:6 个方程的动力系统中使用的变量

Equation	Variable	Definition
(4.1): Prey	Prey	Quantity of prey, in hundred-thousands
	b	Birth rate
	k	Carrying capacity
	η	Effect of degradation on total resources
	h_0	Hunting effect on prey
	α	Poaching effectiveness
	m_0	Baseline inwards migration
	m	Outward migration damper due to degradation
(4.2): Predator	Predator	Quantity of predator, in thousands
	h_1	Conversion of prey biomass into predators
	d	Death rate
	β	Effectiveness of retaliatory killings
	S	Sensitivity of predators to tourist distractions
(4.3): Tourism	Tourism	Tourist visits, in hundred-thousands
	δ	Effect of degradation on tourism
	A	Tourism saturation damper
(4.4): Environment	Degradation	Degradation relative to baseline
	E_r	Baseline recovery rate
	I_0	Baseline government investment
	P_t	Average pollution per tourist
	I_t	Investment in environment per tourist
	G	Impact of climate change
(4.5): Poaching	Poaching	Unit of effort exerted by poachers
	γ	Speed of poaching adjustment
	r_p	Revenue per poach
	Ω	Opportunity cost of poaching
	σ_p	Risk of poaching
	λ_0	Base law enforcement rate
	λ	Investment in law enforcement per tourist
(4.6): Retaliation	Retaliatory Killings	Unit of effort exerted for retaliation
	c	Rate of retaliatory killings per predator
	B	Investment in strong bomas per tourist

表 2:常量的基线值

Variables	Prey							Predator				Tourism	
	b	k	η	h_0	α	m_0	m	h_1	d	β	S	δ	A
Values	0.3	120	1	0.05	0.01	1.5	0.5	0.05	0.17	0.1	0.01	0.01	0.01

Variables	Degradation					Poaching						Ret. Kill.	
	E_r	I_0	P_t	I_t	G	γ	r_p	Ω	σ_p	λ_0	λ	c	B
Values	0.5	0.5	0.3	0.1	0.4	1	0.05	0.6	0.01	5	35	0.375	0.5

表 3:起始条件值

Processes	Prey	Predator	Tourism	Degradation	Poaching	Retaliatory killings
Values	34	4	3	3	1.3	15

分别根据文献选取，并修改为我们模型的日变化 t ，而不是年变化[7][9]。

出生率 b 是用一年中出生的小牛总数除以角马的总数，然后外推到所有猎物物种[2][14]。

狩猎对猎物 h_0 的影响以及猎物生物量转化为捕食 h_1 者是对文献[16]中数值的修正。值得注意的是，我们对这些值的实现已经大大减少，因为我们将其解释 t 为以天为单位的变化，而不是以年为单位的变化，并且还包含了一个关于迁徙变化的术语，从而减少了对所有猎物种群增长进行建模的必要性。

我们对报复性杀戮 β ，的有效性和对强 bomas B 的投资的价值来自文献，并进行了轻微修改[16]。

偷猎有效性 α 、偷猎速度、每次偷猎调整 γ ，收益、偷猎 rp 机会成本 Ω 和偷猎风险 $p\sigma_{are}$ 的值均取自文献[9]，稍作修改。

该参数 S 从现有文献中确定为相关，其值是相对于我们选择用于 Prey 和 Tourism 的单位计算的[8]。

6.2 根据数据估算

为了 k , 表示马赛马拉生态系统中猎物的承载能力，我们研究了塞伦盖蒂-马赛马拉地区角马的稳定种群，然后除以马赛马拉面积相对于整个地区的比例[19]。

η , 通过对 1980 - 2000 年角马种群数量下降情况的观察得出其承载能力对环境退化的敏感性[4]。我们得出了每年减少 1%的数值。

为了获得一个值 m_0 ，我们从国家地理提供的数据中获得了这个值[13]。

6.3 计算

选择无单元退化初始值，结合旅游的季节效应模拟自然生态系统的季节动态[10]。

我们可以通过 ODE for Tourism 计算出的值 A 。为了便于计算，假设我们的积分常数为 0，我们可以找到 Tourism 与 A 某一时刻的关系，

$$\frac{d\text{Tourism}}{dt} \approx \frac{A}{\text{Tourism}} \implies \frac{\text{Tourism}^2}{2} \approx At \implies \text{Tourism} \approx \sqrt{2At}$$

然后我们将其设置为 10-2 左右，以适应肯尼亚现有的向上旅游趋势。这个值是无界的，但增长速度如此之快，以至于它不会成为模型中的问题。

其余的值， $m, S, Er, I_0, Pt, It, G, \lambda_0, \lambda, C$ 和 σp ，是根据文献的主观估计创建的。[9][7][10][8]。总的来说，我们发现模型对这些估计并不是非常敏感，我们建议在以后的分析中改变， I_0, Pt, It, λ_0 的水平。

6.4 模型说明和分析

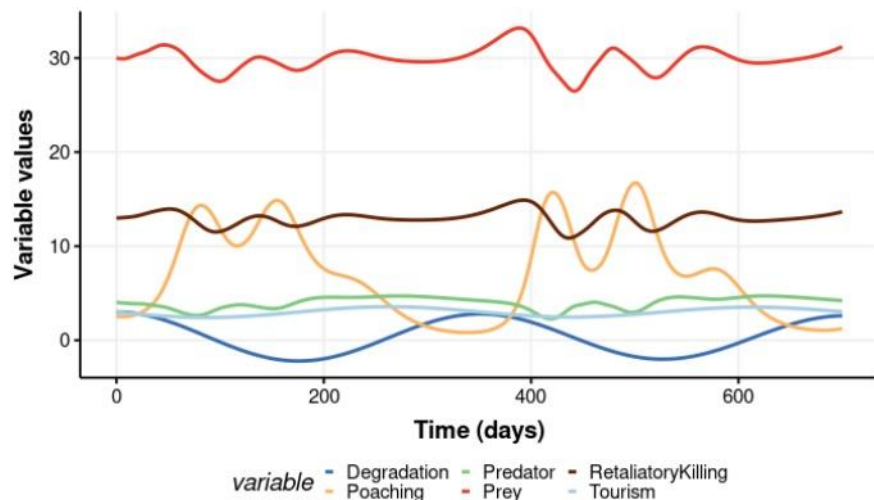


图 2:基线模型行为

使用这些基线常数，我们可以使用数值方法模拟模型，并观察出现什么样的趋势。在图 2 中，出现了明显的周期性，反映了马赛马拉生态系统在现实世界中的周期性。需要注意的是单位上的差异;捕食者变量以十万为单位测量，而猎物变量以数千只动物为单位测量。旅游业以每年 10 万游客来衡量，所以每天大约有 273 个独特的新游客。偷猎、报复性杀人和环境恶化都是抽象的变量。重要的是要记住，偷猎增加一个单位并不会导致猎物减少一个单位，因为两者都是在不同的尺度上建模的。相反，偷猎减少一个单位将乘以 $\alpha \cdot \text{Prey}$ ，然后从猎物的导数中减去这个乘积。这就解释了为什么图 2 中捕食者、猎物、偷猎和报复性杀戮线的变化幅度不同。同样地，环境退化的程度也被增强了，以至于它是显而易见的。

7 解决方案的长期行为

为了提出适当的政策，了解参数如何影响系统的长期行为是至关重要的。

7.1 平衡解的存在性

该模型具有以下非平凡空线，这些空线是通过将每个微分方程设为零并根据常数求解每个值得到的：

$$\text{Tourism} = \frac{E_r + I_0 - G}{P_t - I_t}$$

由于大多数其他 nulllines 都可以表示为这个旅游值的函数，所以设为 $r = E_r + I_0 - G / P_t - I_t$ 。我们

然后可以得到以下 nulllines:

$$\text{Predator} = \frac{B}{C} \tau (= \mu) \quad \text{Deg} = \frac{A}{\delta} \tau (= \omega) \quad \text{Prey} = \frac{1}{r_p} (\Omega + \sigma_p (\lambda_0 + \lambda \tau)) (= \pi)$$

为求偷猎和复仇杀人的空线， π 令 Prey 的值等于上述值，令 μ Pred 的值等于上述值， ω 令 Deg 的值等于上述值。我们得到的空线如下：

$$\begin{aligned} \text{Revenge Killings} &= \frac{h_1 \pi - S \tau - d}{\beta} (= v) \\ \text{Poaching} &= \frac{1}{\alpha} \left(b \left(1 - \frac{\pi}{k - \eta \omega} \right) - h_o \mu \right) + \frac{1}{\alpha \pi} (m_0 - m \omega) (= \phi) \end{aligned}$$

为了将来的简单性，允许偷猎的值相等 ϕ ，也允许上面得到的复仇杀戮的值相等 ϵ 。有一个点，所有非平凡的零线相交，允许我们确定一个非平凡的平衡点，其中维度按顺序列出(猎物，捕食者，旅游，退化，偷猎，报复性杀戮)。

$$\left(\frac{\Omega + \sigma_p \lambda_0}{r_p} + \frac{\sigma_p \lambda}{r_p} \tau, \frac{B}{c} \tau, \frac{E_r + I_0 - G}{P_t - I_t}, \frac{A}{\delta \tau}, \frac{b - \frac{b \pi}{k - \eta \omega} - h_0 \mu + m_0 + m \omega}{\alpha \pi}, \frac{h_1 \pi - S \tau - d}{\beta}\right) \tag{7.1}$$

请注意，公式 7.1 中所述的第三个坐标，表示引入点的旅游平衡坐标，被纯粹地写成模型中常数变量的和和商，这些变量保持不变。这个平衡点很有用，因为它允许我们通过计算这一点的雅可比矩阵来线性化系统。

7.2 雅可比矩阵的特征值分析

为了找到解的长期行为，我们需要找到系统在相关平衡点处的雅可比矩阵的特征值[15]。我们继续使用 τ , π , ω , v 上面的 $\text{and} \phi$ 。为了以更简单的方式表示雅可比矩阵，我们指定了 T ， Π 和 M as 如下方程：

$$T = b - \frac{2\pi}{k - \eta \omega} - h_0 \mu - \alpha \phi, \quad \Pi = h_1 \pi - d - \beta v - S \tau, \quad M = \gamma r_p \pi - \gamma (\Omega + \sigma_p \lambda_0) - \gamma \sigma_p \lambda \tau$$

得到的矩阵就是雅可比矩阵：

$$J_{eq} = \begin{bmatrix} T & -h_0 \pi & 0 & \frac{\eta \pi^2}{(k - \eta \omega)^2} - m & -\alpha \pi & 0 \\ h_1 \mu & \Pi & -S \mu & 0 & 0 & -\beta \mu \\ 0 & 0 & -\frac{A}{\tau^2} & -\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_t - I_t & 0 & 0 & 0 \\ \gamma r_p \phi & 0 & -\gamma r_p \lambda \phi & 0 & M & 0 \\ 0 & c & -B & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7.2}$$

然后我们可以通过软件计算特征值来确定解的长期行为，代码见附录 14。使用表 2 的值，在非平凡平衡点计算的雅可比矩阵的所有六个特征值都表明渐近稳定-所有特征值的实部都是负的。

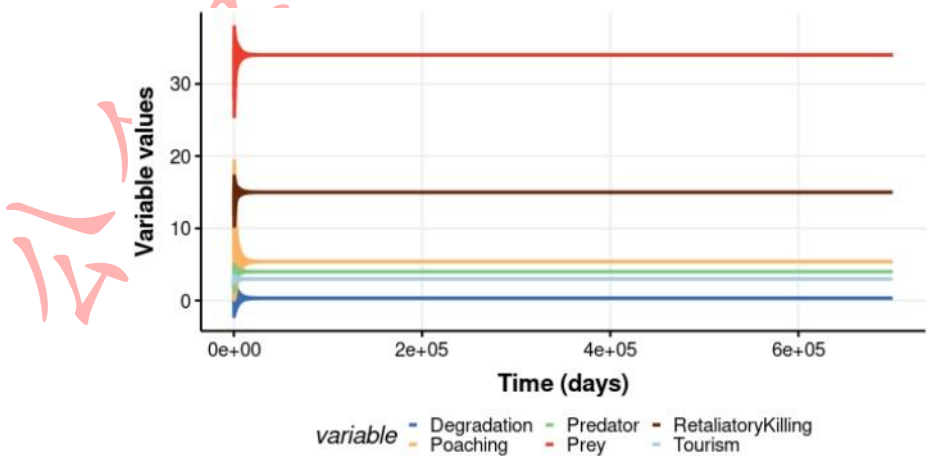


图 3:长期模型行为

这与我们的模拟结果相匹配，见图 3。当我们将时间增加到任意大的值时，只要初始值都为正，这六个变量似乎收敛到稳定值。

观察图 4，我们看到系统的行为向内螺旋向平衡点，类似于二维线性方程系统中的螺旋汇的行为。这为渐近平衡计算提供了计算上的证实。

8 政策

为了提供有用的政策建议，我们需要确定政府能够直接影响哪些常数系数，并衡量它们对马赛马拉保护区不同地区的影响。为了制定合理的政策，我们决定构建一个效用函数 U ，将这些常数作为输入变量。然后，我们在一个合理的域内最大化效用，并解释这些结果告诉我们的内容。政策建议的最后一步是将客观效用分析与对这些政策的非建模后果的主观分析结合起来。

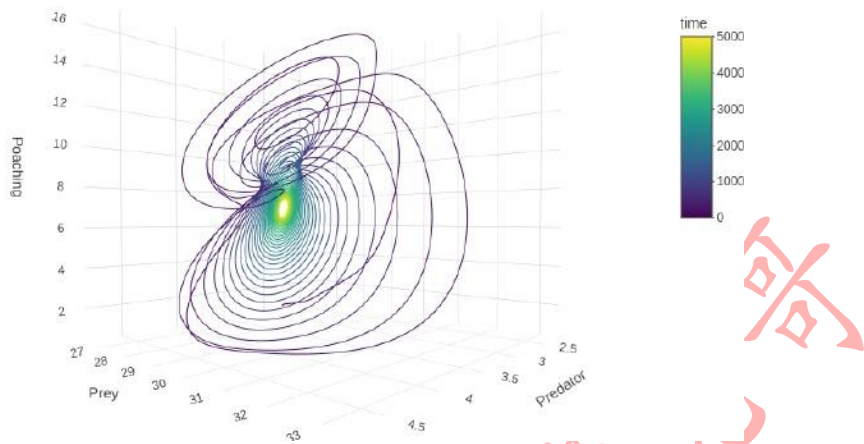


图 4:猎物、捕食者和偷猎互动的长期行为

8.1 参数效应

为了制定政策，我们确定了政府政策能够影响的 8 个模型参数，描述见表 1，这些数据分别是： $A, I_0, P_t, I_t, \lambda_0, \lambda, B$ ，我们选择的基线值见表

2。观察平衡点 7.1 的坐标，我们立即注意到，所有 8 个参数都在确定平衡点的位置方面发挥作用，强调了它们的重要性。

我们从旅游业零曲线中出现的政策参数开始，因为旅游业的影响会导致多米诺骨牌效应，从而改变模型的所有其他方面，如 1 所示。参数 I_0 (基线投资)、 P_t (每位 游客的污染)和 I_t (每位游客的投资)都存在于旅游业零曲线和我们的变量 τ 中，因此它们是自然的第一个要检查的候选者。然而，由于 $P_t I_t$ 代表平衡，我们将只绘制 P_t vs I_0 ，我们注意到增加 P_t 类似于 I_t 减少，反之亦然。

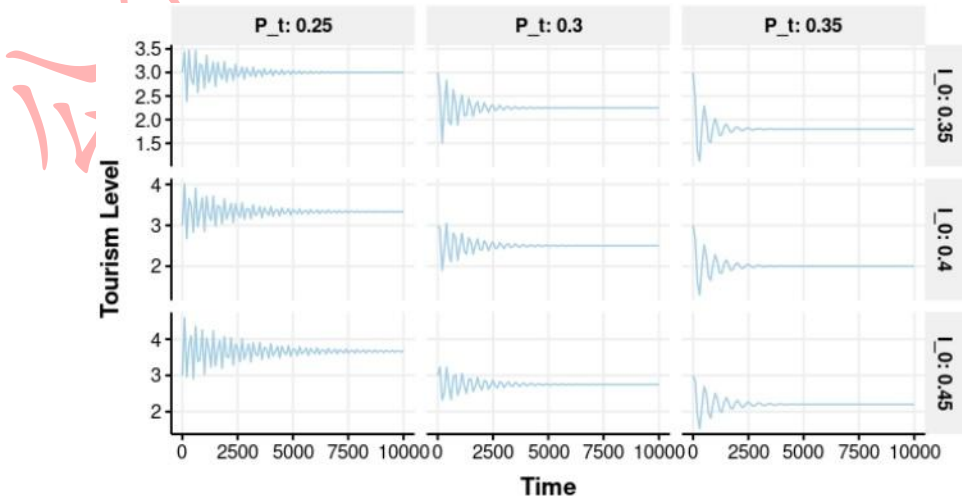


图 5:变化 I_0 和 P_t 对平衡的影响

如图 5 所示，改变和 I_0 的值 P_t 对旅游业的零下降有显著影响。As P_t 增加时，旅游业的均衡显著下降，而值只有微小的变化，这意味着两个值之间存在负相关。同样，as I_t 增加，Tourism 的均衡显著增加，这意味着

两个值之间存在正相关关系。在我们的模型中，随着 $I0$ 增加，旅游的均衡点向上移动，这意味着两个值之间存在正相关关系。值得注意的是 Pt ，的变化对均衡值 $I0$ 的影响远大于。

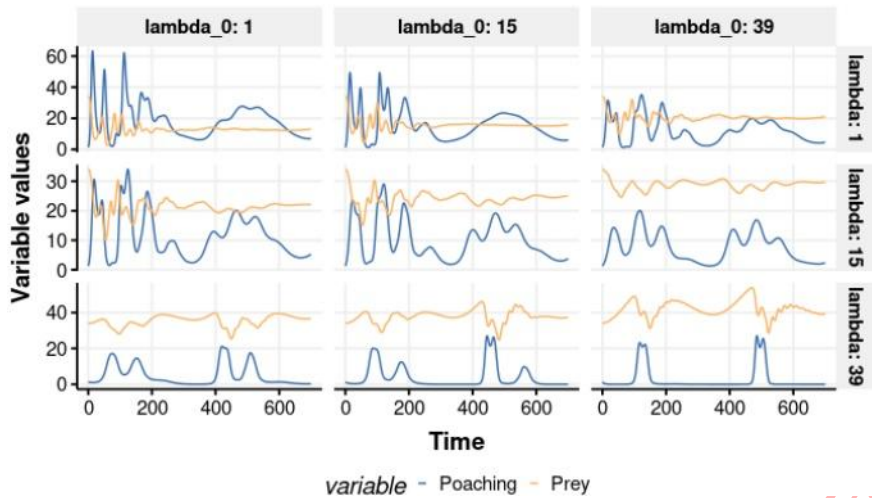


图 6:变化 λ_0 和 λ 对平衡值的影响

接下来，我们可以分析基本执法率 λ_0 和每位游客 λ 执法率的变化对猎物和偷猎的平衡解的影响，如图 6 所示。增加 λ_0 has 增加溶液稳定性的效果，将猎物溶液向上移动，偷猎溶液向下移动，正如预期的那样。 λ 也有类似的效果，但效果要大得多。事实上，在底部的场景中，大量增加 λ 导致偷猎急剧减少，而猎物急剧增加。值得注意的是，增加 λ on 我们的解决方案的效果远远大于增加 λ_0 的效果。

最后，我们可以分析变化 A 和 B , 分别代表旅游饱和阻尼器和 bomas 强度的影响，如图 7 所示。值得注意的是，变化 A 似乎对平衡解没有明显的影响，因为图没有垂直变化。另一方面， B 对系统的稳定性和捕食者、报复性杀戮和旅游的平衡解都有显著的影响。也就是说，随着 B 的增加，报复性杀戮的平均率显著下降，表明存在负相关关系，而捕食者的平衡种群显著增加，表明存在正相关关系。旅游业保持不变。

8.2 效用函数

效用函数 U 将我们在 8.1 节中提到的 8 个参数作为输入，计算系统的长期行为，根据一组预先确定的权重计算实现这些参数的成本，然后返回一个任意的“社会效益”，权衡对动物、旅游、环境、偷猎、马赛人的利益和实施成本的影响。政策构建是一个主观的领域，通过平衡权重，我们可以改变重点。

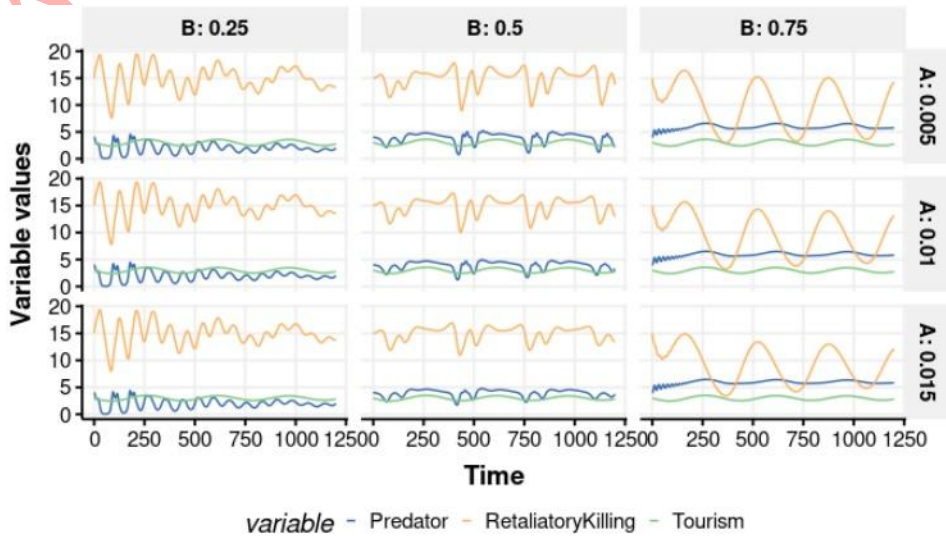


图 7:变化A和B对均衡的影响

保护区内不同区域的变化。我们测量长期行为的方法是通过分析公式 7.1 中平衡点上的六个主要变量的值。让 \vec{y} 代表 eq 均衡状态下 $Prey$ 变量的值，外推到其他五个主要变量，我们得到向量 \vec{Y} 。然后，我们将权重表示为 \vec{w} 。8 个有影响的参数表示为 \vec{X} 。重要的是要注意， \vec{Y} 的值取决于 \vec{X} 的值，因为平衡点受到 \vec{X} 中的值的影响。

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} A \\ I_0 \\ \vdots \\ \Omega \end{bmatrix}, \quad \vec{Y} = \begin{bmatrix} Prey_{eq} \\ Predators_{eq} \\ \vdots \\ Retaliatory\ Killings_{eq} \end{bmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_5 \end{bmatrix}$$

然后，我们可以构造以 $U(\vec{X})$ 为输入的效用函数

$$U(\vec{X}) = \vec{Y} \cdot \vec{w} - Cost(\vec{X}), \quad Cost(\vec{X}) \approx c(\vec{X} \cdot \vec{X})$$

其中 $Cost$ 表示实施这些政策的成本， c 是一个权重。我们选择对成本进行二次建模，由于变量的大小不同而进行了一些轻微的更改，以模拟收益递减，但在对成本进行指数建模时也看到了类似的结果。然后，我们在软件中实现这些函数，参见附录 14 的代码。

8.3 策略生成

为了产生政策建议，我们需要报告资源在这 8 个参数中的最佳配置。最优分配来自于效用函数的最大化，这是通过实现“有限内存准牛顿算法来解决具有简单变量界的大型非线性优化问题”(称为 L-BFGS-B[5])来完成的。由于变量的边界约束，该算法对我们的问题至关重要。

确定权重向量 \vec{w} 是一项主观活动。通过权衡 $w_0 = 10^6$ ， $w_1 = 10^3$ 和 $w_2 = 10^6$ ，我们选择了优先考虑猎物、捕食者和 w_2 6, 游客数量，有效地将这些项的总和转化为马赛马拉动物总数和每年游客总数的估计。偷猎的权重 $w_3 = 0$ 以阻止偷猎，报复性杀戮的权重 $w_4 = -10^3$ ，因为它们代表了捕食者对马赛族牲畜的攻击，我们的主要考虑因素之一是马赛族人口的需求。环境退化的单位是任意的，并且随着旅游业的发展而波动，因此我们给出了类似的权重。最后，我们查看了当前的政府预算，并估计了 KSh 投资于马赛马拉的总额，以确定 $=5 \cdot 10^5$ 。

表 4:效用函数输出

Parameters	A	I_0	$P_t - I_t$	λ	λ_0	B	Ω	Total Investment
Values	0.01	8.71	0.01	27.1	8.71	1.19	0.950	...
Cost (KSh)	100k	87.1m	100k	271m	87.1m	11.9m	9.50m	~KSh379 million

根据表 4，到目前为止最重要的投资参数是 λ (每 10 万游客反偷猎措施的单位投资)。 I_0 (基线政府投资) 和 λ_0 (基本执法率) 是下个最重要的投资参数，其次是 A (boma 实力) 和 (机会成本) 作为第三个优先事项。最后，我们有了平衡的 $pt-it$ 和 A 。投资增加偷猎的机会成本是相当抽象的，但我们将其解释为支持当地经济，以便潜在的未来偷猎者决定采用平民职业。

人们立即注意到，跨参数的估计投资成本只是参数值乘以权重 c 。这是模型当前的一个缺陷，它具有一般成本权重，而不是每个参数一个成本权重。

8.4 主观策略

根据效用函数的结果，很明显， $A_{and} t t < 0.05$ 只分配了少量的投资，因此，在预算有限的情况下，改变它们的价值并没有相对增加多少效用。因此，我们决定不考虑专门处理这些参数的政策，而是将重点放在其他参数上，从最大到最小的预算分配顺序：

1. λ : (每位游客反偷猎执法率)

- (一)将一部分旅游收入用于购买反偷猎设备。
- (b)为训练和部署一支反偷猎部队开展大规模捐赠活动，并在旅游区进行宣传。
- (c)要求在保护区内经营的旅游机构向反偷猎部队提供其住宿周围地区的闭路电视录像。

2. λ_0 : (反偷猎执法基线投入)

- (a)增加对护林员拦截偷猎者的交通基础设施的投资，包括道路和飞机跑道的砾石铺设。
- (b)为护林员建立专门的反偷猎实践培训项目。
- (c)在保护区附近为反偷猎者建立专门的住宿场所。

3. I_0 : (环境基线投资)

- (a)增加对环境保护基础设施的投资，包括水坝、太阳能电池板和马赛炉灶和太阳能倡议。
- (b)鼓励在旅游场所发展生态友好型基础设施。

4. B : (对当地人口的投资)

- (a)直接资助识别和加强最易受捕食者伤害的 bomas。
- (b)促进露天市场，使家庭能够更好地获得高质量的建筑材料。
- (c)投资于现有的马赛炉灶和太阳能倡议。

5. Ω : (偷猎的机会成本)

- (a)通过基础设施建设、品牌推广、投资者发展激励政策等，规划将纳罗克镇转型为度假城市。
- (b)为该地区的技术专业开办贸易学校和学徒计划。
- (c)通过文化节突出保护区在全国的重要性。

9 结果

根据第 8.3 节进行的优化，我们建议表 4 所示的最优投资。将我们在表 2 中确定的原始系数与具有最优系数的模型进行比较，可以得出一个平衡点，猎物数量增加 24%，捕食者数量增加 78%，环境退化降低 19%，报复性杀戮减少 97%，偷猎率降低 50%，平均每年预期游客增加 7.5%。这些数字是如何推导出来的，参见附录 14 中的代码。

10 敏感性分析

为了对我们的数学模型有信心，我们必须通过敏感性分析来证明它的稳健性。我们对模型的输入参数进行了 One-At-a-Time (OAT) 灵敏度分析。我们在每个变量的最大范围内对其进行扰动，然后在 7.2 中讨论的非平凡平衡点处计算雅可比矩阵的特征值。这提供了对每个变量如何影响系统的长期行为的见解。代码见附录 14。

单独迭代每个参数可以发现，调整大部分参数并不会改变平衡点的分类。例外情况是 It , Pt 和 m ，需要 $It < Pt$ 和 $m < 53.77$ 。打破这些规则会导致不稳定的平衡。第一个条件， $It < Pt$ 是我们假设的一部分。的限制 m 是由于这样一个事实，即过度的迁移将导致系统超过我们作为假设的增长的逻辑极限。

11 解决方案和结果

11.1 推广到其他野生动物管理领域

我们的模型可以合理地推广到其他野生动物保护区，只需根据新的环境修改参数，并考虑以下几点：

1. 我们正在建模的环境是一个相对较小的、某种程度上同质的保护区，这使我们能够将整个区域视为一个细胞。对于更大、更多变的保留区，可能需要将位置分成更小的单元，然后分别对每个单元进行建模。

2. 我们的模型通过模拟报复性杀戮和 **boma** 投资，考虑了与大量自治的当地人口相邻的影响。然而，这些现象是马赛马拉特有的，所以任何概括都需要修改。例如，在其他保护区中，我们对博马强度的描述，与对当地民众的投入成正比，可以用对当地民众的直接投资来代替。同样，报复性杀戮的术语也可以用一个详细描述偷猎对捕食者影响的术语来代替。

3. 马赛马拉的预算受到纳罗克县地方政府资金的限制，这是相当低的。与此同时，在预算高得多的地方，可以合理地探索新技术或新想法，从而改变政府投资的使用效率。因此，对任何这样的野生动物保护区进行建模都需要重新思考政府投资究竟如何影响不同的参与者。

4. 植物群和动物群的组成是一个关键的考虑因素。在我们的案例中，我们将偷猎作为一个因素，因为马赛马拉是一个有利于偷猎的生态系统。然而，其他生态系统并不一定会受到偷猎的影响。另一方面，我们的模型没有考虑到其他威胁，比如入侵物种的存在，这在各个国家公园都是一个巨大的威胁[1]。因此，我们的模型最适合遭受偷猎的公园，而不适合遭受入侵物种等其他大规模威胁的公园。

11.2 优势与劣势

11.2.1 优势

1. 对于我们的参数选择，动态系统具有渐近稳定的平衡，这提高了推理能力，并且可以更好地分析参数变化如何影响整个系统。

2. 我们的模型具有明显的周期振荡行为。这反映了在现实中，马赛马拉从 7 月到 10 月有一个强烈的动物迁徙期，因此也集中了这一时期的大多数旅游活动和偷猎活动。

3. 我们的微分方程系统很大程度上受到了文献的启发，特别是洛特卡-沃尔泰拉方程，生物经济人口收获的戈登-谢弗模型，以及旅游业的最小模型。所有这 3 个模型都经过了实地检验，为我们的流程提供了强大的支柱。

11.2.2 弱点

1. 我们的模型将所有动物群分为两个简单的“捕食者”和“猎物”。诚然，大规模的生物多样性生态系统确实可以通过类似 Lotka-Volterra 的过程来建模，但这种简化确实忽略了某些细微差别，比如大型捕食者主要是如何捕食大型猎物的。

2. 在我们的系统中，环境退化和旅游业不受任何其他过程的因果影响，而是完全相互影响。这与现实中这些过程的可能行为不相符。例如，该地区的大多数旅游都是生态旅游，是为了观察动物群——因此，如果动物群数量大大减少，我们预计旅游业也会减少。同样，动物数量的减少应该会造成生态系统的不平衡，从而导致环境的进一步恶化。

3. 我们假设每个游客产生的污染总是大于每个游客产生的投资收益，因此旅游业总是对环境产生直接的负面影响。因此，这并不允许我们考虑可能导致足够的旅游收入再投资或充分减少旅游污染的政策，从而使每个游客的投资超过每个旅游的污染。

4. 我们将气候变化的影响建模为一个确定性常数 G 。实际上，气候变化应该是时间的函数，因为随着时间的推移，它往往会变得更加明显。此外，这种影响本身并不是一种慢性影响，而更可能是一个连续的随机过程，以代表气候灾难的随机间隔达到峰值。因为我们没有 G 以这种方式建模，所以我们无法提出提高保护区气候适应能力的政策。

5. 马赛的人口从 1989 年的不到 40 万增长到今天的 110 多万。然而，我们根本没有对这种人口增长进行建模，尽管很明显，更大的人口可能会导致更多的报复性杀戮，甚至更严重的环境恶化。

6. 在效用函数中，我们假设参数每增加 1 个单位我们的波动成本在所有参数上是相同的。这与现实不符，有些变量可能很难通过政策来改变(比如 Ω ，这是偷猎的机会成本，可以通过使经济普遍更加繁荣来改变)。

12 讨论

基于我们的模型，我们发现最有效的投资形式将是增加 λ 参数的投资形式，即基于旅游数量的反偷猎活动的相对投资金额。其次，对 I_0 的基线投资 λ_0 也被认为是至关重要的，分别代表对反偷猎基础设施和环境保护基础设施的投资。然而，除了我们的数值分析之外，还有一些重要的主观因素需要考虑。

12.1 建议

我们的政策建议对玛拉人的影响是通过报复性杀戮的发生率来模拟的。政策建议 4 是增加对 bomas 力量的投资，这将导致报复性杀戮事件的减少，从而减少玛拉人的牛损失。这间接模拟了玛拉人投资的好处，因为对 bomas 的投资隐式建模为总体投资的比例。然而，这并不能完全反映我们的政策建议对它们的影响。例如，对玛拉的一些投资可以很容易地转移到更高质量的水、更好的教育和炉灶与太阳能项目上。虽然这将导致博马实力的小幅增长，但总体估计的社会效益将更高。因此，对玛拉的总体影响可能比所模拟的更为显著。

12.2 对我们建议的经济影响的主观分析

在分析地方经济时，我们需要考虑两个因素，对旅游业的政策影响和对地方经济的直接投资政策。旅游业是马赛玛拉周边地区的主要经济驱动力，也是分析生态系统变化时需要考虑的重要参数[10]。旅游业减少对人类的影响是巨大的，不仅当地经济因其主要产业的减少而受到损害，而且整个肯尼亚的国民经济也受到损害。在 2019 冠状病毒病大流行期间，这种人为影响得到了观察和量化，在分析旅游业与环境之间复杂的平衡时，我们考虑了其后果[18]。在第 8.4 节中，我们主观建议的政策中没有一个是概述了直接增加马赛玛拉对游

客吸引力的投资，但我们建议的变化包括显著增加IO，根据我们的假设和模型，这将对旅游业产生二次影响。在我们概述的 5 项主要政策中，有两项是对当地人口和当地经济的投资。与投资旅游业相比，对基础设施的直接投资是提升当地经济的更有保障的方法。此外，投资于反偷猎基础设施也加强了当地经济，因为使用了当地的劳动力，甚至可能是当地的材料。配对政策点 4.b)和 2.c)相辅相成，因为 4.b)促进当地建筑业的发展，2.c)投资需要建设的基础设施。

13 结论

根据我们的模型，我们建议预算为 3.79 亿肯尼亚先令，比 2019 - 2020 财年分配给保护区的预算增加 46%。这是通过合理的手段得出的，但需要进行大量的主观分析。根据我们对这一预算分配的优化，从长期来看，这项投资将使猎物数量增加 24%，捕食者数量增加 78%，环境退化率降低 19%，报复性杀戮减少 97%，偷猎率降低 50%，旅游率提高 7.5%。有了这个模型，我们期望肯尼亚旅游和野生动物委员会能够优化其资金的使用，以确保保护的长期健康，并让游客世代代享受它的美丽。

14 为肯尼亚旅游和野生动物委员会撰写的报告

马赛马拉是世界上最具代表性的野生动物管理区之一。在对保护区的历史发展和当前问题进行了长时间的分析之后，我们开发了一个数学模型，模拟了马赛马拉周围的动物、环境和人类活动。更具体地说，我们分析了捕食者、猎物、偷猎者、游客、马赛人和环境退化之间的相互作用。这使我们了解到对不同政策的投资如何影响马赛马拉生态系统和整体经济的一些关键见解，并制定政策建议以保护这一独特的环境。

14.1 预算分配情况

我们建议每年向马赛马拉投入大约 3.8 亿肯尼亚先令的预算。我们认识到这个数字比目前的年度投资增加了 46%，但我们相信，由于游客数量的增加和马赛人经济活动的增加，将会有回报。如果要减少预算，我们建议从所有建议的地区平均减少同等比例的预算。

表 5:建议投资的领域。总投资:约 3.79 亿肯尼亚先令

Areas	Tourism Promotion	Environment	Anti-pollution	Anti-poaching
Cost (KSh)	100k	87.1m	100k	271m
Areas	Anti-poaching infrastructure	Maasai People	Local Economy	
Cost (KSh)	87.1m	11.9m	9.50m	

14.2 政策建议

根据预算分配建议，我们制定了一套政策和管理建议，供委员会审议。这些建议是根据每个领域的资金可用性，按优先级排序的。这些政策全部或部分可以实施，其他政策可以替代，因为最重要的考虑因素是每个地区的预算分配。我们对五个最重要的投资领域进行了从 1 到 5 的排序。

1. 将旅游收入转用于到反偷猎执法中
- (a)将一部分旅游收入转用于购买反偷猎设备。
- (b)为训练和部署一支反偷猎部队开展大规模捐赠活动，并在旅游区进行宣传。
- (c)要求在保护区内经营的旅游机构向反偷猎部队提供其住所周围地区的闭路电视录像。
2. 反偷猎执法基础设施基线投资

(a)增加对护林员拦截偷猎者的交通基础设施的投资，包括道路和飞机跑道的砾石铺设。

(b)为护林员建立专门的反偷猎实践培训项目。

(c)在保护区附近为反偷猎者建立专门的住宿场所。

3. 环境方面的基线投资

(a)增加对环境保护基础设施的投资，包括水坝、太阳能电池板和马赛炉灶和太阳能倡议。

(b)鼓励在旅游场所发展生态友好型基础设施。

4. 对当地人口的投资

(a)直接资助识别和加强最易受捕食者伤害的 bomas。(b)促进露天市场，使家庭能够更好地获得高质量的建筑材料。

(c)投资于现有的马赛炉灶和太阳能倡议。

5. 对当地经济的投资

(a)规划通过基础设施建设、品牌推广和投资者发展激励政策，将纳罗克镇改造为度假城市。

(b)为该地区的技术专业开办贸易学校和学徒计划。(c)通过文化节突出保护区在全国的重要性。

14.3 预测效果

委员会应该注意到，数学模型带有一些固有的不确定性。尽管如此，根据我们的模型预测，按照提出的预算，保护区内的稳定动物数量将增加约 25%，环境退化程度将降低约 20%，几乎完全消除报复性杀戮，偷猎率将减少一半，最重要的是，预计每年的平均游客数量将增加 7.5%。

14.4 潜在的限制

委员会应该意识到我们的数学模型的潜在局限性。我们对动物种群的预测并没有区分动物物种之间的差异，也没有特别强调物种的数量，因此任何政策建议都应该考虑到它们对生态系统多样性的影响。此外，虽然我们的模型包含了马赛人的一些需求，但他们的人口增长并未包括在模型中，因此分析我们的政策建议并考虑到对马赛人的长期影响是至关重要的。最后，委员会需要考虑的至关重要的一点是，我们的模型预测了马赛人马拉的长期发展，因此，委员会必须认识到任何被忽视的潜在短期障碍。

参考文献

- [1] Invasive species, national parks, and you (u.s. national park service).
- [2] Wildebeest: National geographic. Accessed: 2023-02-19.
- [3] Tourism development as a threat to the great masai mara ecosystem, Sep 2017.
- [4] Serengeti wildebeest population regulation, Jul 2018.
- [5] R. H. Byrd, P. Lu, J. Nocedal, and C. Zhu, A limited memory algorithm for bound constrained optimization, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 16 (1995), pp. 1190–1208.
- [6] R. Casagrandi and S. Rinaldi, A theoretical approach to tourism sustainability, *Conservation Ecology*, 6 (2002), p. 15. Accessed: 2023-02-19.
- [7] I. Dennis and P. Craig, Ritual vs. retaliatory killing of african lions in the ngorongoro conservation area, *Endangered Species Research*, 6, pp. 67–74. Accessed: 2023-02-19.
- [8] K. Higginbottom, *Wildlife Tourism: Impacts, Management and Planning*, Common Ground Publishing, Pty. Ltd., 2004.
- [9] M. H. Holden and J. Lockyer, Poacher-population dynamics when legal trade of naturally deceased organisms funds anti-poaching enforcement, *Journal of Theoretical Biology*, 517 (2021), p. 110618.
- [10] L. Juma, I. Bakos Phd, and A. Khademi-Vidra, Nature interpretation and visitor management objectives: A survey of tourist attitudes at maasai mara national reserve, kenya, *Sustainability*, 12 (2020).
- [11] E. Kaslik and M. Neamtu, Dynamics of a tourism sustainability model with distributed delay, *Chaos, Solitons & Fractals*, 133 (2020), p. 109610. Accessed: 2023-02-19.
- [12] F. Mansal, T. Nguyen-Huu, P. Auger, and M. Balde, A mathematical model of a fishery with variable market price: Sustainable fishery/over-exploitation, *Acta Biotheoretica*, 62 (2014), pp. 305–323. Accessed: 2023-02-19.
- [13] N. Page, Wildebeest migration.
- [14] Parks, Wildebeest, (2023). Accessed: 2023-02-19.
- [15] J. C. Polking, A. Boggess, and D. Arnold, *Differential equations with boundary value problems*, Pearson, 2 ed., 2018.
- [16] S. T. D., S. N., N. C. L., and M. O. D., Optimal control of a threatened wildebeest-lion prey-predator system in the serengeti ecosystem. Accessed: 2023-02-19.
- [17] W. W., A. I., and M. S., A theoretical approach to tourism sustainability, *Ecological Modelling*, 251 (2013), pp. 103–113. Accessed: 2023-02-19.
- [18] K. Wanjala, The economic impact assessment of the novel coronavirus on tourism and trade in kenya: Lessons from preceding epidemics, *Finance amp; Economics Review*, 2 (2020), p. 1–10.
- [19] A. v. Zandbergen, Masai mara vs serengeti – which park should you choose? – safaribookings.