

# Микроэкономика-I

---

Павел Андреянов, PhD

27 апреля 2023 г.

- Часть 1. Трейд + дорешать с прошлой лекции
- Часть 2. Больше КПВ. Повтор равновесия с производством.

## Трейд, пример 2 (с прошлой лекции)

---

## Пример 2

Вернемся к примеру с прошлой лекции

Одна из двух стран (страна В) обладает абсолютным преимуществом в производстве всех товаров.

$$F^A(X, Y) = X + Y/2 - 1 \leq 0, \quad F^B(X, Y) = X/4 + Y/2 - 1 \leq 0$$

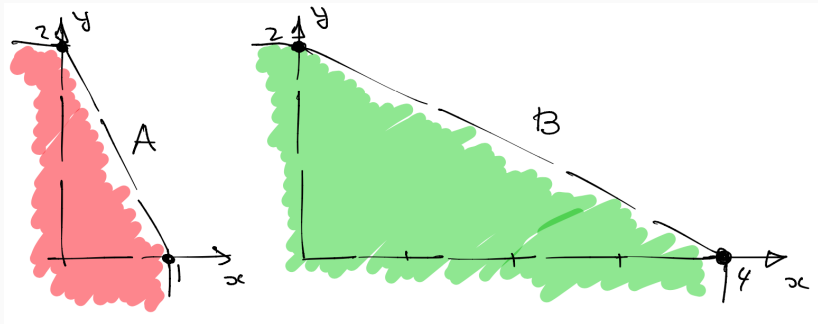
Полезность Кобб Дуглас у обоих:

$$U^i(x, y) = \log x + \log y, \quad i = A, B.$$

Напомню, что в трейде, у меня вектора  $X, Y$  уже как бы содержат в себе начальные запасы.

## Пример 2

$$F^A(X, Y) = X + Y/2 - 1 \leq 0, \quad F^B(X, Y) = X/4 + Y/2 - 1 \leq 0$$



Пусть цена товара  $x$  нормирована  $p = 1$ , а товара  $y$  равна  $q$ .

## Пример 2

Найдем равновесие в автаркии для первой страны  $A$ .

Опуская индекс страны, получаем УПП:

$$\frac{U'_x(x, y)}{U'_y(x, y)} = \frac{1/x}{1/y} = \frac{1}{q} = \frac{1}{1/2} = \frac{F'_X(X, Y)}{F'_Y(X, Y)}$$

Моментально получаем что  $q = 1/2$  и  $y = 2x$ .

Подставляя в соответствующие технологические границы, мы получаем координаты потребления  $x = 1/2, y = 1$  и полезность

$$U_A^{aut} = \log(1/2) + \log(1).$$

## Пример 2

Найдем равновесие в автаркии для второй страны  $B$ .

Опуская индекс страны, получаем УПП:

$$\frac{U'_x(x, y)}{U'_y(x, y)} = \frac{1/x}{1/y} = \frac{1}{q} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{F'_X(X, Y)}{F'_Y(X, Y)}$$

Моментально получаем что  $q = 2$  и  $y = x/2$ .

Подставляя в соответствующие технологические границы, мы получаем координаты потребления  $x = 2, y = 1$  и полезность

$$U_B^{aut} = \log(2) + \log(1).$$

## Пример 2

Найдем равновесие при международной торговле

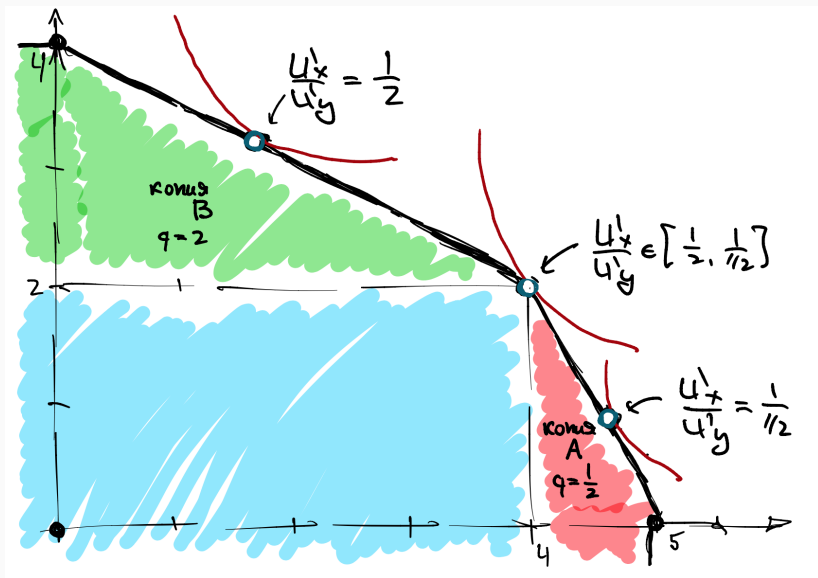
Для этого надо понять, в каком из трех режимов работает экономика:

- 1)  $q = 1/2$ , то есть страна  $A$  не заметила разницы
- 2)  $q = 2$ , то есть страна  $B$  не заметила разницы
- 3)  $q \in (1/2, 2)$ , то есть обе страны строго выиграли

Это легко визуализировать на совместной КПВ



## Пример 2



## Пример 2

Далее будет перебор случаев, поэтому рекомендую завести табличку (даже несколько)

страна	$X$	$Y$	$x$	$y$
$A$				
$B$				

Случай  $q = 1/2$

---

## Пример 2

Если  $q = 1/2$  то мы находимся на «правой арке» КПВ

- страна  $A$  не заметила разницы между автаркией и международной торговлей, то есть

$$x_A = 1/2, y_A = 1$$

но производить она может любую точку вдоль старой КПВ

- страна  $B$  производит только первый товар, то есть

$$X_B = 4, Y_B = 0$$

но покупает какую-то внутреннюю точку

## Пример 2

Мы разом заполнили половину таблички

страна	$X$	$Y$	$x$	$y$
$A$			$1/2$	$1$
$B$	$4$	$0$		

## Пример 2

Соответственно бюджет во второй стране равен

$$4p + 0q = 4.$$

Спрос во второй стране выводится по формулам кобб-дугласа

$$x_B = \frac{4}{2p} = 2, \quad y_B = \frac{4}{2q} = 2/q = 4.$$

Мы заполнили табличку еще больше

страна	$X$	$Y$	$x$	$y$
$A$			$1/2$	$1$
$B$	$4$	$0$	$2$	$4$

## Пример 2

страна	$X$	$Y$	$x$	$y$
$A$			$1/2$	$1$
$B$	$4$	$0$	$2$	$4$

Наконец, первой стране ничего не остается как произвести

$$X_A = x_A + x_B - X_B = 1/2 + 2 - 4 = -3/2$$

$$Y_A = y_A + y_B - Y_b = 1 + 4 - 0 = 5$$

Это явно противоречие, потому что **в трейде, как правило, нельзя производить отрицательные количества товаров**, все товары потребительские.

Однако, в домашке у вас будет специально по-другому.

Случай  $q = 2$

---



## Пример 2

Если  $q = 2$  то мы находимся на «левой арке» КПВ

- страна  $B$  не заметила разницы между автаркией и международной торговлей, то есть

$$x_B = 2, y_B = 1$$

- страна  $A$  производит только второй товар, то есть

$$X_A = 0, Y_A = 2$$

но покупает какую-то внутреннюю точку

## Пример 2

Соответственно бюджет в первой стране равен  $2q$ . Спрос в первой стране выводится по формулам кобб-дугласа

$$x_A = \frac{2q}{2p} = 2, \quad y_A = \frac{2q}{2q} = 1$$

Наконец, второй стране ничего не остается как произвести

$$X_A = x_a + x_b - X_B = 2 + 2 - 0 = 4$$

$$Y_A = y_a + y_b - Y_b = 1 + 1 - 2 = 0$$

Чудесным образом, это попадает в КПВ первой страны, УРА!!!

Случай  $q \in (1/2, 2)$

---

## Пример 2

Если  $q \in (1/2, 2)$  то мы находимся на «изломе» КПВ

- страна  $A$  производит только второй товар, то есть

$$X_A = 0, Y_A = 2$$

- страна  $B$  производит только первый товар, то есть

$$X_B = 4, Y_B = 0$$

При этом каждая страна покупает внутреннюю точку

## Пример 2

Бюджет первой страны равен  $2q$  а спрос соответственно

$$x_A = \frac{2q}{2p} = q, \quad y_A = \frac{2q}{2q} = 1$$

Бюджет второй страны равен 4 а спрос соответственно

$$x_B = \frac{4}{2p} = 2, \quad y_B = \frac{4}{2q} = 2/q$$

Приравнивая избыточный спрос  $x$  к нулю получаем

$$x_a + x_b - X_a - X_b = q + 2 - 0 - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad q = 2.$$

Формально, это противоречие, потому что  $q \in (1/2, 2)$ .

## Как перебирать случаи

---

## Пример 2

Если вы не можете угадать режим решения с самого начала, рекомендую начать с «излома», и если цена не попала в интервал перейти сразу к тому случаю, на который она пытается вам «указать».

В данном случае, цена  $q$  оказалась справа от интервала  $(1/2, 2)$  соответственно правильный режим это  $q = 2$ , или «левая верхняя арка» КПВ.

Но правильное решение тем не менее на изломе, так бывает если случайно сильно (не-)повезет с параметрами задачи.

## Трейд, новый пример 3

---



## Пример 3

Рассмотрим более сложный пример, с «разными» агентами.

Пусть у нас «сферические» технологии

$$F^A(X, Y) = X^2 + Y^2 - 16 \leq 0, \quad F^B(X, Y) = X^2 + Y^2 - 9 \leq 0$$

Полезность Кобб Дуглас у первого:

$$U^A(x, y) = \log x + \log y$$

и Леонтьев у второго

$$U^B(x, y) = \min(x, \sqrt{2}y)$$

## Пример 3

Найдем равновесие в автаркии для первой страны  $A$ .

Опуская индекс страны, получаем УПП:

$$\frac{U'_x(x, y)}{U'_y(x, y)} = \frac{1/x}{1/y} = \frac{p}{q} = \frac{2X}{2Y} = \frac{F'_X(X, Y)}{F'_Y(X, Y)}$$

Моментально получаем что  $x = y$  и  $p = q$ .

Подставляя в соответствующие технологические границы, мы получаем координаты потребления  $x = 4, y = 4$  и полезность

$$U_A^{aut} = 2 \log 4.$$

## Пример 3

Найдем равновесие в автаркии для второй страны  $B$ .

Помним, что интересующее нас геометрическое место точек описывается уравнением

$$x = \sqrt{2}y$$

Подставляя в соответствующие технологические границы, мы получаем координаты потребления  $x = \sqrt{6}$ ,  $y = \sqrt{3}$  и

$$U_B^{aut} = \sqrt{6}$$

Цены можно, по прежнему, вытащить из фоков для фирмы

$$\frac{p}{q} = \frac{2X}{2Y} = \frac{F'_X(X, Y)}{F'_Y(X, Y)}.$$

## Пример 3

Попробуем общее равновесие.

Для построения совместного КПВ можно

- воспользоваться геометрической интуицией
- построить руками через наклон
- $\max X_{sum}$  при заданном  $Y_{sum}$  или наоборот.

Последний подход мне сейчас нравится больше всего.

## Пример 3

Но в этой задаче нам это даже и не поможет, поэтому придется идти через избыточный спрос...

Пусть цены нормированы к  $(1, q)$ .

страна	$X$	$Y$	$x$	$y$
$A$	?	?	?	
$B$	?	?	?	

Чтобы найти  $q$  достаточно узнать все про товар  $x$ :

$$x_A(q) + x_B(q) - X_A(q) - X_B(q) = 0$$

...немного подумав, убеждаемся что **вычитать запасы тут не надо, потому что это трейд, тут запасы зашиты в  $X, Y$ .** Да и как их вычесть, если они в задаче даже не известны?