Микроэкономика-I

Павел Андреянов, PhD

27 апреля 2023 г.

План лекции

- Часть 1. Трейд + дорешать с прошлой лекции
- Часть 2. Больше КПВ. Повтор равновесия с производством.

Внимание, в это время, в прошлом году, я перестал регулярно перекладывать лекции в учебник, так что ориентируйтесь больше на слайды.

Парето всё (с консы)

Парето всё

На консультации я говорил о том, что максимизация взвешенной полезности это, вообще говоря, только достаточные условия, но не необходимые. Только когда все выпукло, непрерывно и строго монотонно вы получаете гарантированно (оба) Парето Фронта.

СИЛЬНЫЙ ПФ	если ~~непр~~ + стр. мон $\subset$	СЛАБЫЙ ПФ
$\cup$		$\cup$ $\parallel$ если выпукло
$\lambda \gg 0$	$\subset$	$\lambda \gneq 0$

Более того, если быть неаккуратным со знаком, то можно получить что-то вовсе неверное (см. последний пример на консультации с точками касания).

Трейд, пример 2 (с прошлой лекции)

Пример 2

Вернемся к примеру с прошлой лекции

Одна из двух стран (страна B) обладает абсолютным преимуществом в производстве всех товаров.

$$F^A(X, Y) = X + Y/2 - 1 \leqslant 0, \quad F^B(X, Y) = X/4 + Y/2 - 1 \leqslant 0$$

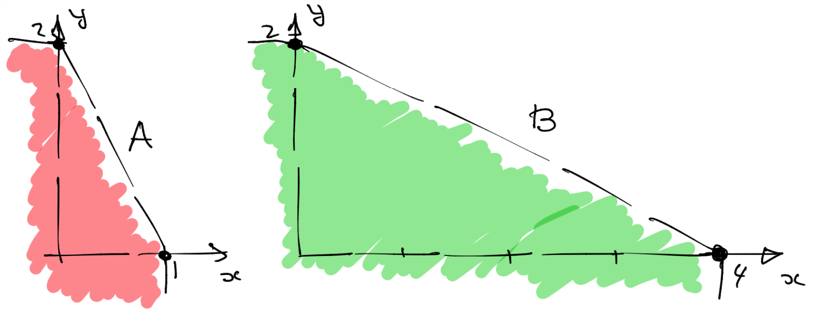
Полезность Кобб Дуглас у обоих:

$$U^i(x, y) = \log x + \log y, \quad i = A, B.$$

Напомню, что в трейде, у меня вектора X, Y уже как бы содержат в себе начальные запасы.

Пример 2

$$F^A(X,Y) = X + Y/2 - 1 \leqslant 0, \quad F^B(X,Y) = X/4 + Y/2 - 1 \leqslant 0$$



Пусть цена товара x нормирована $p = 1$, а товара y равна q.

Пример 2

Найдем равновесие в автаркии для первой страны A.

Опуская индекс страны, получаем УПП:

$$\frac{U'_x(x,y)}{U'_y(x,y)} = \frac{1/x}{1/y} = \frac{1}{q} = \frac{1}{1/2} = \frac{F'_X(X,Y)}{F'_Y(X,Y)}$$

Моментально получаем что $q = 1/2$ и $y = 2x$.

Подставляя в соответствующие технологические границы, мы получаем координаты потребления $x = 1/2, y = 1$ и полезность

$$U_A^{aut} = \log(1/2) + \log(1).$$

Пример 2

Найдем равновесие в автаркии для второй страны B.

Опуская индекс страны, получаем УПП:

$$\frac{U'_x(x,y)}{U'_y(x,y)} = \frac{1/x}{1/y} = \frac{1}{q} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{F'_X(X,Y)}{F'_Y(X,Y)}$$

Моментально получаем что $q = 2$ и $y = x/2$.

Подставляя в соответствующие технологические границы, мы получаем координаты потребления $x = 2, y = 1$ и полезность

$$U_B^{aut} = \log(2) + \log(1).$$

Пример 2

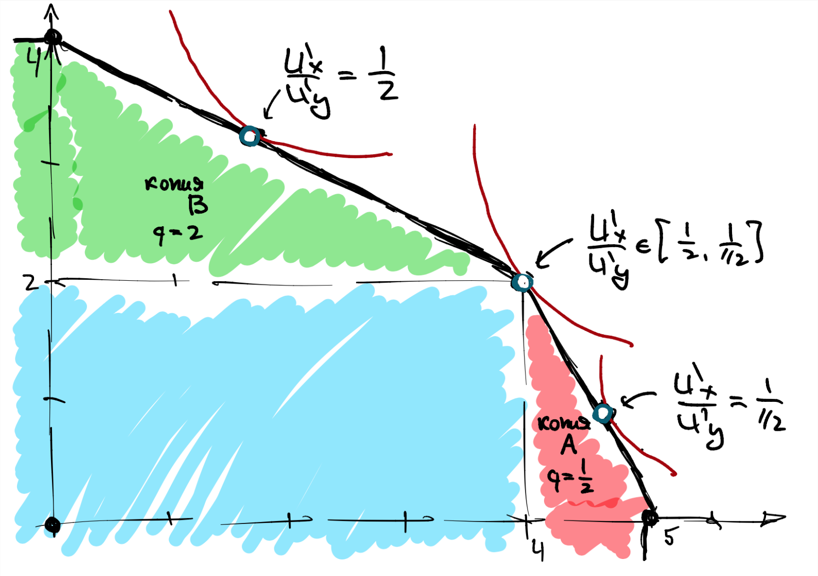
Найдем равновесие при международной торговле

Для этого надо понять, в каком из трех режимов работает экономика:

- 1) $q = 1/2$, то есть страна A не заметила разницы
- 2) $q = 2$, то есть страна B не заметила разницы
- 3) $q \in (1/2, 2)$, то есть обе страны строго выиграли

Это легко визуализировать на совместной КПВ

Пример 2



$\frac{u'_x}{u'_y} = \frac{1}{2}$
$\frac{u'_x}{u'_y} \in [\frac{1}{2}, \frac{1}{1/2}]$
$\frac{u'_x}{u'_y} = \frac{1}{1/2}$
копия B
q = 2
копия A
$q = \frac{1}{2}$
4
2
4
5

Пример 2

Далее будет перебор случаев, поэтому рекомендую завести табличку (даже несколько)

страна	X	Y	x	y
A				
B				

Случай $q = 1/2$

Пример 2

Если $q = 1/2$ то мы находимся на «правой арке» КПВ

- страна A не заметила разницы между автаркией и международной торговлей, то есть

$$x_A = 1/2,\ y_A = 1$$

  но производить она может любую точку вдоль старой КПВ
- страна B производит только первый товар, то есть

$$X_B = 4,\ Y_B = 0$$

  но покупает какую-то внутреннюю точку

Пример 2

Мы разом заполнили половину таблички

страна	X	Y	x	y
A			$1/2$	1
B	4	0		

Пример 2

Соответственно бюджет во второй стране равен

$$4p + 0q = 4.$$

Спрос во второй стране выводится по формулам кобб-дугласа

$$x_B = \frac{4}{2p} = 2,\ y_B = \frac{4}{2q} = 2/q = 4.$$

Мы заполнили табличку еще больше

страна	X	Y	x	y
A			$1/2$	1
B	4	0	2	4

Пример 2

страна	X	Y	x	y
A			$1/2$	1
B	4	0	2	4

Наконец, первой стране ничего не остается как произвести

$$X_A = x_A + x_B - X_B = 1/2 + 2 - 4 = -3/2$$
$$Y_A = y_A + y_B - Y_b = 1 + 4 - 0 = 5$$

Это явно противоречие, потому что в трейде, как правило, нельзя производить отрицательные количества товаров, все товары потребительские.

Однако, в домашке у вас будет специально по-другому.

Случай $q = 2$

Пример 2

Если $q = 2$ то мы находимся на «левой арке» КПВ

- страна B не заметила разницы между автаркией и международной торговлей, то есть

$$x_B = 2,\ y_B = 1$$

- страна A производит только второй товар, то есть

$$X_A = 0,\ Y_A = 2$$

но покупает какую-то внутреннюю точку

Пример 2

Соответственно бюджет в первой стране равен $2q$. Спрос в первой стране выводится по формулам кобб-дугласа

$$x_A = \frac{2q}{2p} = 2,\ y_A = \frac{2q}{2q} = 1$$

Наконец, второй стране ничего не остается как произвести

$$X_A = x_a + x_b - X_B = 2 + 2 - 0 = 4$$
$$Y_A = y_a + y_b - Y_b = 1 + 1 - 2 = 0$$

Чудесным образом, это попадает в КПВ первой страны, УРА!!!

Случай $q \in (1/2, 2)$

Пример 2

Если $q \in (1/2, 2)$ то мы находимся на «изломе» КПВ

- страна A производит только второй товар, то есть

$$X_A = 0,\ \ Y_A = 2$$

- страна B производит только первый товар, то есть

$$X_B = 4,\ \ Y_B = 0$$

При этом каждая страна покупает внутреннюю точку

Пример 2

Бюджет первой страны равен $2q$ а спрос соответственно

$$x_A = \frac{2q}{2p} = q, \quad y_A = \frac{2q}{2q} = 1$$

Бюджет второй страны равен 4 а спрос соответственно

$$x_B = \frac{4}{2p} = 2, \quad y_B = \frac{4}{2q} = 2/q$$

Приравнивая избыточный спрос x к нулю получаем

$$x_a + x_b - X_a - X_b = q + 2 - 0 - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad q = 2.$$

Формально, это противоречие, потому что $q \in (1/2, 2)$.

Как перебирать случаи

Пример 2

Если вы не можете угадать режим решения с самого начала, рекомендую начать с «излома», и если цена не попала в интервал перейти сразу к тому случаю, на который она пытается вам «указать».

В данном случае, цена q оказалась справа от интервала $(1/2, 2)$ соответственно правильный режим это $q = 2$, или «левая верхняя арка» КПВ.

Но правильное решение тем не менее на изломе, так бывает если случайно сильно (не-)повезет с параметрами задачи.

Трейд, новый пример 3

Пример 3

Рассмотрим более сложный пример, с «разными» агентами.

Пусть у нас «сферические» технологии

$$F^A(X, Y) = X^2 + Y^2 - 16 \leqslant 0, \quad F^B(X, Y) = X^2 + Y^2 - 9 \leqslant 0$$

Полезность Кобб Дуглас у первого:

$$U^A(x, y) = \log x + \log y$$

и Леонтьев у второго

$$U^B(x, y) = \min(x, \sqrt{2}y)$$

Пример 3

Найдем равновесие в автаркии для первой страны A.

Опуская индекс страны, получаем УПП:

$$\frac{U'_x(x,y)}{U'_y(x,y)} = \frac{1/x}{1/y} = \frac{p}{q} = \frac{2X}{2Y} = \frac{F'_X(X,Y)}{F'_Y(X,Y)}$$

Моментально получаем что $x = y$ и $p = q$.

Подставляя в соответствующие технологические границы, мы получаем координаты потребления $x = 4, y = 4$ и полезность

$$U_A^{aut} = 2\log 4.$$

Пример 3

Найдем равновесие в автаркии для второй страны B.

Помним, что интересующее нас геометрическое место точек описывается уравнением

$$x = \sqrt{2}y$$

Подставляя в соответствующие технологические границы, мы получаем координаты потребления $x = \sqrt{6}, y = \sqrt{3}$ и

$$U_B^{aut} = \sqrt{6}$$

Цены можно, по прежнему, вытащить из фоков для фирмы

$$\frac{p}{q} = \frac{2X}{2Y} = \frac{F'_X(X, Y)}{F'_Y(X, Y)}.$$

Пример 3

Попробуем общее равновесие.

Для построения совместного КПВ можно

- воспользоваться геометрической интуицией
- построить руками через наклон
- max X_{sum} при заданном Y_{sum} или наоборот.

Последний подход мне сейчас кажется наиболее универсальным.

Пример 3

Но в этой задаче нам это даже и не поможет, поэтому придется идти через избыточный спрос...

Пусть цены нормированы к $(1, q)$.

страна	X	Y	x	y
A	?	?	?	
B	?	?	?	

Чтобы найти q достаточно узнать все про товар x:

$$x_A(q) + x_B(q) - X_A(q) - X_B(q) = 0$$

...немного подумав, убеждаемся что вычитать запасы тут не надо, потому что это трейд, тут запасы зашиты в X, Y. Да и как их вычесть, если они в задаче даже не известны?

Пример 3

Пусть цены $(1, q)$ тогда производство определяется фоком

$$\frac{1}{q} = \frac{2X}{2Y} = \frac{F'_X(X,Y)}{F'_Y(X,Y)}$$

подставляя в технологии получаем

$$X_A^2 = \frac{16}{1+q^2}, \quad Y_A^2 = \frac{16q^2}{1+q^2}, \quad X_B^2 = \frac{9}{1+q^2}, \quad Y_B^2 = \frac{9q^2}{1+q^2}$$

и бюджеты стран

$$I_a = 16\sqrt{1+q^2}, \quad I_b = 9\sqrt{1+q^2}$$