

ECONOMETRÍA-III. ENERO, 2007.

- 1). Se conoce que el tipo de interés en un país es igual a una constante más un ruido blanco. Se pide,
- Obtener la media y la varianza del tipo de interés. Dibujar el gráfico de la serie y el de su función de autocorrelación (correlograma).
 - Definir el estimador MCO de la constante y demostrar que es insesgado y consistente. Derivar la varianza de ese estimador.
 - Para un periodo con 100 observaciones, se va a contrastar la hipótesis nula de que la constante es uno para lo cual se especifica como región crítica que el valor absoluto de la media del tipo de interés, en ese periodo, sea superior a 2. Definir la función de potencia de este contraste y derivar el tamaño del error tipo 1.

(2 puntos)

2).Se ha obtenido una muestra de tamaño 5 siguiendo el muestreo aleatorio simple a partir de una población con media y varianza desconocidas. Se pide:

- Escribir la función de verosimilitud de la muestra.
- Evaluar los elementos del gradiente utilizando los estimadores máximo verosímiles sin restringir y restringidos, suponiendo que la restricción especifica que la media es cero.
- Especificar la región crítica que correspondería al contraste de los multiplicadores de Lagrange (LM) si se contrasta como hipótesis nula la restricción comentada en el apartado anterior. Comentar los tamaños de los dos errores que se cometen utilizando este contraste en el marco indicado.

(2 puntos)

3). En el marco del modelo lineal general con k regresores

$$y = X\beta + u = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + u$$

se van a contrastar r restricciones lineales para β . Demostrar que los contrastes de la Razon de Verosimilitud (LR) y Multiplicadores de Lagrange (LM) pueden escribirse como:

$$LR = T \log \frac{\hat{\sigma}_R^2}{\hat{\sigma}^2}$$
$$LM = \frac{T(\hat{\sigma}_R^2 - \hat{\sigma}^2)}{\hat{\sigma}_R^2}$$

en donde $\hat{\sigma}_R^2$ y $\hat{\sigma}^2$ son los estimadores de la varianza de u con y sin restricciones, respectivamente. T es el tamaño muestral. Demostrar también que el contraste LR puede escribirse como:

$$LR = T \log\left(1 + \frac{rF}{T - k}\right)$$

en donde F es el contraste de la F y T es el tamaño muestral.

(2 puntos)

4). Un investigador está interesado en la relación entre el consumo y la renta de un país. A partir de los datos disponibles, llega a la conclusión de que la renta tiene tendencia determinista y estocástica, mientras el consumo solo tiene tendencia estocástica. Se pide:

- a). La esperanza matemática y varianza de las dos variables. También se pide la representación gráfica de las mismas.
- b). Estudiar la convergencia de la suma de los cuadrados de las observaciones de las dos variables, determinando su orden de probabilidad.
- c). Indicar cual sería el modelo econométrico que habría que especificar para estudiar la relación entre ambas variables. Indicar, también, como se estimaría dicho modelo.

(2 puntos)

5). El criterio AIC esta basado en la función de pérdida de la distancia de Kullback-Leibler. Utilizando este concepto resolver las tres cuestiones siguientes:

- a). Dos expertos predicen que la proporción de consumidores de un determinado producto será respectivamente 0'7 y 0'5. Si la verdadera proporción es 0'6 ¿Qué predicción de las dos está más próxima de la verdadera?.
- b). Suponer que la verdadera distribución viene dada por la distribución Normal standard $N(0, 1)$ ¿Qué modelo, el $N(0'5, 1)$ o el $N(0, 1'5)$ está más próximo de la verdadera distribución?.
- c). Suponiendo que el criterio AIC se utiliza para discriminar entre dos modelos anidados, derivar el factor de parsimonia y el punto crítico implícito cuando se interpreta como un contraste de la F.

(2 puntos)