Examen ECONOMETRÍA-III
Septiembre- 2010

1) Considerar los dos modelos siguientes:

$$M1: y_t = \beta_1 x_{1t} + u_{1t}$$
$$M2: y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + u_{2t}$$

Se dispone de la siguiente información

$$\left(X'X\right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad y'y = 10 \qquad T = 10$$

a). Estimar β_1 con MCO, utilizando ambos modelos. Comparar las propiedades (media y varianza) de los dos estimadores suponiendo que genera los datos el modelo restringido. Estimar insesgadamente la varianza de los dos estimadores. Obtener las propiedades (media y varianza) del estimador restringido de β_2.

b). Se va a discriminar entre los dos modelos utilizando el estimador máximo verosímil, definido a partir de cada modelo, de la varianza de los dos estimadores de β_1. Escribir la forma que adoptaría la regla de discriminación si lo escribimos como un contraste F derivando el punto crítico implícito. Aplicar esa regla y determinar el modelo que sería rechazado en este caso. Comparar este punto crítico con el que corresponde al criterio SBIC. (2,5 puntos)

2) a) Definir lo que es la función de potencia de un contraste. Comentar la relación que existe entre esta función y el tamaño del error tipo 2 del contraste. Enunciar, sin demostrar, el contenido del Lema de Neyman-Pearson y comentar la relevancia del mismo para determinar la región crítica de un contraste.

b). Suponer una muestra de tamaño 100 obtenida a partir de una población que tiene una media desconocida y una varianza igual a la unidad. Se quiere contrastar la hipótesis nula de que la media es igual a 2, para lo cual se propone una región crítica que especifica que, en valor absoluto, la media muestral sea superior a 3. Definir el tamaño del error tipo 1 e indicar el camino a seguir para calcular su valor. Derivar el gradiente y valorarlo utilizando el estimador restringido. Obtener la media y varianza del estimador restringido de la media asociado con la hipótesis nula.

(2,5 puntos)

3). Un investigador está estudiando la relación entre la variable consumo (y) y la variable renta (x). Tras realizar un análisis univariante de las dos series, llega a la conclusión de que el consumo es un camino aleatorio con deriva mientras que la renta es un camino aleatorio sin deriva.

a). Obtenerr la media y varianza de las dos variables. Dibujar, aproximadamente, el gráfico de ambas variables y el de sus correlogramas. Estudiar la convergencia de las sumas de valores de ambas variables.

b). Indicar las etapas del proceso que seguiría para especificar un modelo econométrico que relacionara ambas variables, comentando en cada etapa los instrumentos econométricos que se utilizarían. Un posible resultado al que se puede llegar es que las dos variables están cointegradas. En este caso, especificar la forma que adoptarían los modelos VAR y de mecanismo de corrección del error, asumiendo las hipótesis que sean necesarias.

(2,5 puntos)

4). a) Se ha obtenido una muestra de tamaño 5 siguiendo el muestreo aleatorio simple a partir de una población con media y varianza desconocidas. Evaluar los elementos del gradiente utilizando los estimadores máximo verosímiles sin restringir y restringidos, suponiendo que la restricción especifica que la media es cero. Derivar el sesgo y la varianza del estimador restringido de la media. Definir la región crítica del contraste de la razón de verosimilitud para la hipótesis nula de que la media es cero.

b). Definir lo que es un proceso integrado de orden d y definir la cointegración. Para un paseo aleatorio con deriva, $y_t = \delta + y_{t-1} + u_t$, demostrar la convergencia de $\sum_{1}^{T} y_t u_t$.

(2,5 puntos)