Examen ECONOMETRÍA-III
Febrero- 2010

1) Considerar los dos modelos siguientes:

$$\text{M1: } y_t = \beta_1 x_{1t} + u_{1t}$$
$$\text{M2: } y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + u_{2t}$$

Para estimar β_1 se definen dos estimadores MCO, uno a partir de M1 y otro a partir de M2. Suponiendo que genera los datos M2, se pide,

a). Escribir la forma que toman ambos estimadores y derivar el sesgo y la varianza de ambos. Hallar el cociente de las dos varianzas y comentar de qué depende el resultado. Escribir los estimadores MCO de las varianza de los dos estimadores y derivar los sesgos de los mismos.

b). Se va a discriminar entre los dos modelos utilizando el estimador máximo verosímil de la varianza de ambos estimadores. Se pide definir la región crítica del contraste suponiendo que M1 es la hipótesis nula. Derivar, también, el factor de parsimonia o de penalización de este procedimiento.

(2,5 puntos)

2) Suponer dos variables, y_{1t} e y_{2t} que son I(1) y que están cointegradas. La perturbación de la relación de cointegración, suponiendo que la variable dependiente de esta relación es y_{1t}, sigue un proceso autorregresivo de orden 1 y la primera diferencia de y_{2t} es, también, un proceso autorregresivo de primer orden. Se pide,

a). Derivar las formas VAR y mecanismo de corrección del error del modelo.

b). Escribir el vector de perturbaciones del modelo VAR y obtener la esperanza y matriz de varianzas y covarianzas de dicho vector.

(2,5 puntos)

3). a) Para un proceso que sigue un paseo aleatorio sin deriva, se estima el modelo $y_t = \phi y_{t-1} + u_t$. Demostrar el orden de probabilidad del estimador MCO de ϕ.

b). Repetir la misma estimación que en a), suponiendo ahora que el proceso que genera los datos es un paseo aleatorio con deriva.

(2,5 puntos)

4). En el modelo

$$y_t = \phi y_{t-1} + \beta x_t + u_t$$

se va a contrastar la hipótesis nula de no autocorrelación frente a la alternativa de un proceso autorregresivo de segundo orden utilizando los Multiplicadores de Lagrange. Se pide:

a) Obtener la esperanza, varianza, los dos primeros valores de la función de autocorrelación y el gráfico del proceso tanto bajo la hipótesis nula como bajo la hipótesis alternativa. Indicar si sería útil utilizar el contraste de Durbin-Watson en esta situación.

b). Escribir la función de verosimilitud de la muestra. Decir cuantos elementos tiene el gradiente y cuales de ellos son cero cuando el gradiente se evalúa con los estimadores restringidos. Derivar el elemento del gradiente correspondiente a β. Escribir la región crítica del contraste.

(2,5 puntos)