

ECONOMETRÍA-III. FEBRERO, 2008.

1). Para el modelo

$$y_t = \phi y_{t-1} + \beta x_t + u_t$$

se quiere contrastar la hipótesis nula de no autocorrelación frente a la alternativa de un proceso autorregresivo de orden 2.

a). Obtener la media y varianza de u_t bajo la hipótesis alternativa y obtener su gráfico y el del correlograma.

b). Escribir el logaritmo de la función de verosimilitud. Escribir el vector de estimadores máximo-verosímiles restringidos del vector de parámetros. Derivar el primer elemento del gradiente e indicar qué elementos del gradiente son cero cuando esos elementos son evaluados utilizando los estimadores sin restringir y los restringidos.

c). Escribir la región crítica del contraste de los Multiplicadores de Lagrange (LM) e indicar cómo se calcularía este contraste a partir de las observaciones muestrales. Comentar las ventajas e inconvenientes de utilizar el contraste de Durbin-Watson frente al contraste LM. (2,5 puntos)

2). Para el modelo:

$$y = X\beta + u \quad u \sim N(0, \sigma^2 I_T)$$

se tiene la siguiente información:

$$(X'X) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad y'y = 10 \quad T = 10$$

a). Derivar la media y varianza de los estimadores MCO de β . Obtener la varianza de $\hat{\beta}_1$ y estimarla insesgadamente.

b). Se estima el modelo con la restricción $\beta_2 = 0$. Calcular los estimadores restringidos de los elementos de β . Derivar la esperanza de estos estimadores e indicar en qué caso estos estimadores restringidos serán insesgados. ¿Serán insesgados con los datos de este ejemplo?

c). Se va a contrastar la restricción formulada en el apartado anterior utilizando el contraste F. Formular la región crítica e indicar la decisión que tomaría con los datos de este ejemplo. (2,5 puntos)

3). Un investigador está estudiando la relación entre la variable consumo (y) y la variable renta (x). Tras realizar un análisis univariante de las dos series, llega a la conclusión de que el consumo es un camino aleatorio con deriva mientras que la renta es un camino aleatorio sin deriva.

a). Derivar la media y varianza de las dos variables. Dibujar, aproximadamente, el gráfico de ambas variables y el de sus correlogramas.

b). Indicar, con detalle, el proceso que seguiría para contrastar si las dos variables están cointegradas.

c). Suponiendo que las dos variables están cointegradas y que la perturbación de la relación de cointegración es un ruido blanco, derivar la forma del mecanismo de corrección de error que relaciona las dos variables siendo el consumo la variable dependiente.(2,5 puntos)

4). Se va a seleccionar entre dos modelos econométricos: el primero con n regresores y el segundo con m regresores, estando el primero anidado en el segundo, es decir, $m > n$.

a). Derivar el contraste de los Multiplicadores de Lagrange (LM) para discriminar entre ambos modelos. Obtener el primer y último elementos del gradiente. Indicar cuántos y qué elementos del gradiente serán cero cuando son evaluados utilizando los estimadores restringidos.

b). Escribir la región crítica del contraste de tres formas diferentes pero equivalentes entre sí. Definir con precisión los elementos que entran en las tres regiones críticas.

c). Escribir el contraste LM derivado en a) en función del contraste F. (2,5 puntos)