PUBLICACIONES DE 4º CURSO

Curso: 4º

Grado: Economía

Asignatura: ECONOMETRÍA III

ENUCIADOS EJERCICIOS PARTE 1

Profesores: Antonio Aznar y Mª Isabel Ayuda

Departamento de ANÁLISIS ECONÓMICO

Curso Académico 2015/16

Facultad de
Economía y Empresa
Universidad Zaragoza

EJERCICIOS PARTE PRIMERA

Ejercicio 1.1. (Ejercicio 2.6. Stock-Watson)

Considerar la siguiente distribución de probabilidad conjunta entre situación laboral y titulación universitaria para el año 2008 en EE.UU.

	Desempleados (Y=0)	Empleados (Y=1)	Total
No universitario (X = 0)	0,037	0,622	0,659
Universitario (X = 1)	0,009	0,332	0,341
Total	0,046	0,954	1,000

Se pide:

a) La distribución de probabilidad, media y varianza de Y.
b) La distribución de probabilidad, media y varianza de X.
c) La distribución de probabilidad, media y varianza de Y dado X=0.
d) La distribución de probabilidad, media y varianza de Y dado X=1.
e) La covarianza y la correlación entre Xe Y. ¿Son independientes?
f) Demuestre que la tasa de desempleo está dada por 1-E(Y).
g) Calcule la tasa de desempleo para (i) titulados universitarios y (ii) no universitarios.
h) Un miembro de esta población seleccionado aleatoriamente dice estar desempleado. ¿Cuál es la probabilidad de que este trabajador sea titulado universitario? ¿Y titulado no universitario?
i) Comprobar el cumplimiento de la Ley de Esperanzas Iteradas.

Ejercicio 1.2

Sea X una variable aleatoria discreta que puede tomar n valores $x_1, x_2, \ldots x_n$ con una función de distribución de probabilidad, f(x), tal que $f(x_i) = P(X = x_i)$. Por ser una probabilidad se cumple que $0 \le f(x) \le 1$ y,

$$f(x_1) + \ldots + f(x_n) = \sum_x f(x) = 1$$

Se pide

1) Definir la esperanza y varianza de X y de una función dada de esa variable g(X).
2) Sea a una constante. Derivar E(a) y Var(a).
3) Sean a y b constantes. Derivar E(aX+b) y Var(aX+b).

Ejercicio 1.3

Sean X e Y dos variables aleatorias con una función de probabilidad conjunta f(x,y). Se pide:

1. Obtener la esperanza y varianza de g(X,Y), en donde g(X,Y) es una función de ambas variables.
2. Obtener E(X+Y) y Var(X+Y).

3. Sean a y b constantes. Obtener $E\left(aX+bY\right)$ y $Var\left(aX+bY\right)$.
4. Demostrar que, en general, $E\left(XY\right)=E(X)E(Y)$.

Ejercicio 1.4

Sean dos variables aleatorias X con esperanza μ_X y varianza σ_X^2 e Y con esperanza μ_Y y varianza σ_Y^2, cuya covarianza es $\sigma_{X,Y}$ y *a* y *b* dos parámetros. Se pide calcular:

a) $E\left(a+bY\right)$
b) $Var\left(a+bY\right)$
c) $E\left(aX+bY\right)$
d) $Var\left(aX+bY\right)$
e) $Var\left(aX-bY\right)$
f) $E\left(Y^2\right)$
g) $Cov\left(a+bX,Y\right)$
h) $E\left(XY\right)$
i) $Cov(\overline{Y},Y_j)$

Ejercicio 1.5 (Ejercicio 2.22, Stock-Watson)

Supóngase que se dispone de una cantidad de dinero para invertir-por simplicidad1 $- y se está planificando colocar una fracción w en un fondo de inversión colectiva en acciones y el resto, en un fondo de inversión colectiva en bonos. Supóngase que 1 $ invertido en acciones genera una rentabilidad R_s el primer año y que 1 $ invertido en bonos genera una rentabilidad R_b. Supóngase que R_s es aleatoria con media 0,08 (8%) y desviación típica de 0,07, y que R_b es aleatoria con media 0,05(5%) y desviación típica 0,04. La correlación entre R_s y R_b es 0,25. Si se coloca una fracción w del dinero en el fondo de acciones y el resto 1-w en el fondo de bonos, entonces la rentabilidad de la inversión es $R=wR_s+(1-w)R_b$.

a) Calcule la media y la varianza de R suponiendo que w = 0,5.
b) ¿Qué valor de w hace la media de R lo más grande posible? ¿Cuál es la desviación típica de R para ese valor de w?
c) ¿Cuál es el valor de w que minimiza la desviación típica de R?

Ejercicio 1.6

Una muestra de T = 5 observaciones con los siguientes valores {1,2,4,2,1} se ha obtenido siguiendo un proceso aleatorio a partir de una población con distribución normal:

$$f\left(y_t;\theta\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left[-\frac{\left(y_t-\mu\right)^2}{2\sigma^2}\right]$$

con parámetros $\mu\ y\ \sigma^2$.

a) Suponer que la varianza es conocida e igual a la unidad y que el parámetro desconocido es $\theta=\{\mu\}$.

- **(1)** Derivar el logaritmo de la función de verosimilitud, el gradiente y la matriz de segundas derivadas.
- **(2)** Derivar y calcular el estimador MV, $\tilde{\theta}$.
- **(3)** Calcular $l\left(\tilde{\theta}\right), d\left(\tilde{\theta}\right)\ y\ H\left(\tilde{\theta}\right)$.

b) Repetir (a) para el caso en que la varianza es desconocida, $\theta=\left\{\sigma^2\right\}$ y la media es conocida igual a 2.

c) Repetir (a) cuando tanto la media como la varianza son desconocidos, $\theta=\left\{\mu,\sigma^2\right\}$.

Ejercicio 1.7

Supongamos una serie temporal compuesta de *T* extracciones *iid* a partir de la siguiente distribución de probabilidad de Piosson:

$$f(y_t;\theta)=\frac{\theta^{y_t}\exp[-\theta]}{y_t!},\qquad y_t=0,1,2,3,....$$

donde $\theta>0$ es un parámetro desconocido.

Se pide:

a) La función de verosimilitud y su logaritmo y los valores de ambas para los diez primeros valores enteros del parámetro.

b) El gradiente y el elemento de información.

c) La cota de Cramer-Rao comentando la utilidad de la misma.

d) El estimador máximo-verosímil y sus propiedades.

Ejercicio 1.8 (Ejercicio 3.1, Stock-Watson)

En una población, $\mu_Y=100$ y $\sigma_Y^2=43.0$. Utilice el teorema central del límite para contestar las siguientes preguntas:

a) En una muestra aleatoria de tamaño $n=100$, hallar $\Pr(\overline{Y}<101)$.

b) En una muestra aleatoria de tamaño $n = 64$, hallar $\Pr(101 < \overline{Y} < 103)$.

c) En una muestra aleatoria de tamaño $n = 165$, hallar $\Pr(\overline{Y} > 98)$.