PUBLICACIONES DE 4er CURSO

Grado: Economía

Asignatura: ECONOMETRÍA III

Tema 3: Evaluación
Apartado 3.3: Exogeneidad

Grupos:

Profesores: Antonio Aznar y M. Teresa Aparicio

Departamento de ANÁLISIS ECONÓMICO

Curso Académico 2014/15

Facultad de
Economía y Empresa
Universidad Zaragoza

EXOGENEIDAD

Definición de exogeneidad estricta

Considerar el siguiente modelo,

$$y_t = \beta x_t + u_t \qquad \text{t=1,2......,T} \qquad (3.3.1)$$

En donde y_t, x_t y u_t son variables aleatorias. Se dice que x es una variable estrictamente exógena cuando la esperanza de u_t es independiente de cualquier valor de x, x_s, e igual a cero para todo t y s. Esta hipótesis también se escribe cómo

$$E\left(u_t / x_s\right) = 0 \qquad \text{s, t=1,2,...,T}$$

Las implicaciones más importantes de esta hipótesis son las siguientes, (Ver Hayashi (2000))

1) $\quad Eu_t = 0 \quad$ t=1,2,…,T

Este resultado se obtiene teniendo en cuenta que, para cualquier par de variables, x y z se cumple que:

$$E\left[E\left(x/z\right)\right] = \int\int xf(x/z)g(z)dzdx = \int\int x\frac{f(x,z)}{g(z)}g(z)dzdx =$$

$$= \int x\left[\int f\left(x,z\right)dz\right]dx = \int xf\left(x\right)dx = Ex$$

2) x_t y u_t son ortogonales porque cumplen $E\left(u_t x_s\right) = 0$. Para llegar a este resultado, basta tener en cuenta que $E\left(u_t x_s\right) = Eu_t Ex_s$ y utilizar el resultado anterior.

Por otra parte, la condición de ortogonalidad implica que la covarianza entre las dos variables es cero.

$$Cov(u_t, x_s) = E(u_t x_s) - E(u_t Ex_s) = 0$$

Notación. En los desarrollos que siguen la varianza muestral de una variable, por ejemplo la x, la escribiremos como s_{xx} y el correspondiente momento poblacional como m_{xx}. Si se trata de una autocovarianza, el lag temporal lo indicaremos dentro de un paréntesis, $s_{xx}(k)$ y lo mismo para el momento poblacional. La covarianza muestral entre dos variables, por ejemplo la x y la u, la

escribimos como s_{xu} y el correspondiente momento poblacional como m_{xu}. La autocovarianza cruzada muestral la escribiremos como $s_{xu}(k)$ y de forma similar para el poblacional.
Los desarrollos que siguen se derivan suponiendo un marco estacionario en el que los momentos muestrales siempre tienden a los correspondientes momentos poblacionales.

Tres Casos de Alteración de la Hipótesis de Exogeneidad Estricta

Primer Caso: Variable Omitida

En este caso suponemos que

$$u_t = \gamma_1 w_t + v_t$$
$$x_s = \gamma_2 w_s + \varepsilon_s$$

Suponemos que w_t es independiente de todos los v_t y ε_t y que estas dos perturbaciones son independientes entre sí. A partir de estos supuestos se obtiene que

$$Cov(u_t, x_s) = m_{xu}(k) = \gamma_1\gamma_2 m_{ww}(k) \qquad (3.3.2)$$

Para t-s=k=0,1,2,……A partir de (3.3.2) se ve que la exogeneidad estricta no se cumple si esa expresión es diferente de cero y, al menos, eso ocurre si k=0.
Veamos ahora las consecuencias que se derivan para las propiedades del estimador MCO de β,

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_t y_t}{\sum x_t^2} = \beta + \frac{\sum x_t u_t}{\sum x_t^2} \qquad (3.3.3)$$

Multiplicando numerador y denominador por T se obtiene

$$\hat{\beta} - \beta = \frac{s_{xu}}{s_{xx}} = \gamma_1 \frac{s_{xw}}{s_{xx}} + \frac{s_{xv}}{s_{xx}}$$

Y teniendo en cuenta que,

$$s_{xw} = \gamma_2 s_{ww} + s_{w\varepsilon} \xrightarrow{p} \gamma_2 m_{ww}$$

ya que por hipótesis, $s_{w\varepsilon} \xrightarrow{p} m_{w\varepsilon} = 0$. También

$$s_{xv} = \gamma_2 s_{wv} + s_{\varepsilon v} \xrightarrow{p} 0$$

Por cumplirse $s_{wv} \xrightarrow{p} m_{wv} = 0$ y $s_{\varepsilon v} \xrightarrow{p} m_{\varepsilon v} = 0$
Reuniendo todos estos resultados podemos escribir

$$\hat{\beta} - \beta \xrightarrow{p} \gamma_1 \gamma_2 \frac{m_{ww}}{m_{xx}}$$

Por lo tanto, se trata de un estimador inconsistente y a la estimación no se le puede dar una interpretación causal.

Segundo Caso: Relaciones Simultáneas.

En este caso se tiene que,

$$x_s = \gamma z_s + \varepsilon_s \qquad \text{s=1,2,…,T} \quad (3.3.4)$$

En donde z y ε son independientes entre si, z es independiente de u, pero ε y u son dependientes. Es decir,

$$m_{z\varepsilon} = m_{zu} = 0 \quad pero \quad m_{u\varepsilon} \neq 0.$$

Veamos un ejemplo.

$$y_t = \beta x_t + u_t$$
$$x_t = y_t + z_t$$

Es un modelo con tres variables: y_t, consumo, x_t, PIB y z_t es el gasto autónomo. Suponemos que el consumo y el PIB son variables endógenas y que el gasto autónomo es una variable exógena. Por lo tanto, esta variable, el gasto autónomo, es la variable z_s en (3.3.4). A partir de las dos relaciones, que llamamos Forma Estructural, podemos obtener las dos relaciones de la Forma Reducida

$$x_t = \frac{z_t}{1-\beta} + \frac{u_t}{1-\beta} \qquad (3.3.5)$$

$$y_t = \frac{\beta}{1-\beta} z_t + \frac{u_t}{1-\beta} \quad (3.3.6)$$

La expresión (3.3.5) es la equivalente a la (3.3.4) con

$$\gamma = \frac{1}{1-\beta} \quad y \quad \varepsilon_t = \frac{u_t}{1-\beta}$$

A partir de los supuestos comentados anteriormente

$$Cov(u_t, \varepsilon_t) = m_{u\varepsilon} = \frac{m_{uu}}{1-\beta} \qquad (3.3.7)$$

$$\text{cov}(y_t, u_t) = \frac{m_{zu}}{1-\beta} + \frac{m_{uu}}{1-\beta} = \frac{m_{uu}}{1-\beta} \quad (3.3.8)$$

Por ser $m_{zu} = 0$. La no exogeneidad de y_t se refleja en (3.3.8).
El estimador MCO de β puede escribirse como

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_t y_t}{\sum x_t^2} = \frac{\sum x_t y_t / T}{\sum x_t^2 / T} = \frac{s_{xy}}{s_{xx}}$$

Sustituyendo, primero, y_t por (3.3.1) y, en segundo lugar, x_t por (3.3.4) se obtiene,

$$\hat{\beta} = \beta + \frac{s_{xu}}{s_{xx}} = \beta + \gamma \frac{s_{zu}}{s_{xx}} + \frac{s_{u\varepsilon}}{s_{xx}} \xrightarrow{p} \beta + \frac{m_{u\varepsilon}}{m_{xx}} \quad (3.3.9)$$

Por lo tanto, es un estimador inconsistente y la estimación no admite una interpretación causal.
Para aplicar estos resultados al ejemplo tener en cuenta que

$$m_{u\varepsilon} = \frac{m_{uu}}{1-\beta} \qquad \text{por } (3.3.7)$$

$$m_{xx} = \frac{m_{zz}}{(1-\beta)^2} + \frac{m_{uu}}{(1-\beta)^2}$$

Sustituyendo en (3.3.9),

$$\hat{\beta} = \beta + \frac{m_{uu}(1-\beta)}{m_{zz} + m_{uu}} = \beta + \frac{1-\beta}{1 + \dfrac{m_{zz}}{m_{uu}}}$$

Se ve como el signo del sesgo depende de si β es mayor o menor que uno y su tamaño depende de la importancia relativa de la varianza de la variable exógena respecto a la de la perturbación del modelo.

Soluciones

Estimador de Variable Instrumental

Suponemos que disponemos de la variable z_t, que es observable, y que es independiente de la perturbación del modelo pero correlacionada con el regresor. Cumplidos estos requisitos podemos decir que la variable z_t es una variable instrumental.
Entonces, el estimador de variable instrumental es

$$\hat{\beta}_{IV} = \frac{s_{zy}}{s_{zx}} = \beta + \frac{s_{zu}}{s_{zx}} \xrightarrow{p} \beta + \frac{m_{zu}}{m_{zx}} = \beta$$

Por ser

$$m_{zu} = 0 \quad y \quad m_{zx} \neq 0$$

Estimador de los Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E)

Este estimador está basado en las siguientes dos etapas:

1. A partir del modelo (3.3.4) estimaremos el parámetro de esa relación por MCO pudiendose escribir

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{s_{zx}}{s_{zz}}$$

Siendo z_t independiente de ε_t este estimador es consistente. A continuación se define la variable

$$\hat{x}_t = \hat{\gamma}_1 z_t$$

2. En la segunda etapa estimaremos el parámetro β utilizando (3.3.1) pero cambiando x_t con $\hat{x}_t$ de forma que el estimador será

$$\hat{\beta}_{2E} = \frac{s_{\hat{x}y}}{s_{\hat{x}\hat{x}}} = \frac{\hat{\gamma}_1 s_{zy}}{\hat{\gamma}_1^2 s_{zz}} = \frac{\left(\beta s_{zz} + s_{zu}\right)/(1-\beta)}{\hat{\gamma}_1 s_{zz}}$$

$$\xrightarrow{p} \frac{(\beta m_{zz} + m_{zu})/1-\beta}{m_{zz}/1-\beta} = \beta$$

Se trata de un estimador consistente y la estimación puede ser interpretada causalmente. En este caso se puede demostrar fácilmente que los dos estimadores son equivalentes. Basta tener en cuenta que

$$\hat{\beta}_{2E} = \frac{s_{\hat{x}y}}{s_{\hat{x}\hat{x}}} = \frac{\hat{\gamma}_1 s_{zy}}{\hat{\gamma}_1 s_{\hat{x}z}} = \frac{s_{zy}}{\frac{s_{xz}}{s_{zz}} s_{zz}} = \frac{s_{zy}}{s_{zx}} = \hat{\beta}_{IV}$$

Para el ejemplo considerado, el estimador de Variable Instrumental es

$$\hat{\beta}_{IV} = \frac{s_{gac}}{s_{gay}}$$

El estimador en dos etapas es

$$\hat{\beta}_{2E} = \frac{s_{\hat{y}c}}{s_{\hat{y}\hat{y}}}$$

en donde

$$\hat{y}_t = \hat{\gamma} ga_t = \frac{s_{gay}}{s_{gaga}} ga_t$$

Tercer Caso: Errores en Variables.

En este caso el modelo es

$$y_t = \beta x_t^* + v_t \qquad (3.3.10)$$

$$x_t = x_t^* + \varepsilon_t \qquad (3.3.11)$$

Sustituyendo (3.3.11) en (3.3.12) se obtiene

$$y_t = \beta(x_t - \varepsilon_t) + v_t = \beta x_t + u_t$$

con $u_t = v_t - \beta\varepsilon_t$. Suponemos que x_t^* es una variable aleatoria no observable que es independiente de v_t y ε_t.Bajo estos supuestos se obtiene que

$$m_{xu} = Cov(x_t, u_t) = Cov\left[\left(x_t^* + \varepsilon_t\right), \left(v_t - \beta\varepsilon_t\right)\right] =$$

$$= m_{x^*v} - \beta m_{x^*\varepsilon} + m_{\varepsilon v} - \beta m_{\varepsilon\varepsilon} = -\beta m_{\varepsilon\varepsilon}$$

En lo que respecta al estimador MCO se tiene que

$$\hat{\beta} = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} = \beta + \frac{s_{xu}}{s_{xx}} \xrightarrow{p} \beta + \frac{(-\beta)m_{\varepsilon\varepsilon}}{m_{x^*x^*} + m_{\varepsilon\varepsilon}}$$

Por tanto, se trata de un estimador inconsistente, que no admite una interpretación en términos de causalidad.

En este caso la solución también será utilizar un estimador de variable instrumental. Pero ahora es más difícil porque la variable x_t^* no es observable. Para obviar este problema, se han buscado variables instrumentales que nos lleven a estimadores consistentes.

Contraste de Hausman

Es el procedimiento más utilizado para contrastar la hipótesis de exogeneidad estricta. Planteamos

H_0 : La variable x es estrictamente exógena

H_1 : La variable x no es estrictamente exógena

El contraste de Hausman se basa en dos estimadores diferentes del parámetro. El primero, $\hat{\beta}_0$, bajo la hipótesis nula es consistente y eficiente y, bajo la alternativa, es inconsistente. El segundo, $\hat{\beta}_1$, es consistente bajo las dos hipótesis pero no es eficiente bajo la hipótesis nula. La diferencia entre los dos es $\hat{q} = \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0$. Hausman demuestra que, bajo la hipótesis nula, se cumple que $Var(\hat{q}) = V_1 - V_0$ en donde

$V_0 = Var(\hat{\beta}_0) \quad y \quad V_1 = Var(\hat{\beta}_1)$. Si $Var(\hat{q})$ es un estimador consistente de la varianza, entonces el estadístico de contraste viene dado por,

$$m = \frac{\hat{q}^2}{Var(\hat{q})}$$

Hausman demuestra que este estadístico, bajo la hipótesis nula, se distribuye como una χ^2 con un grado de libertad. La **región crítica** del contraste viene dada por

$$m > \chi^2_\varepsilon(1)$$

en donde ε es el nivel de significación.

Si aplicamos el contraste de Hausman a los casos estudiados previamente $\hat{\beta}_0$ es el estimador MCO y $\hat{\beta}_1$ es el estimador de variable instrumental. Podemos escribir

$$\hat{\beta}_0 = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} = \beta + \frac{s_{xu}}{s_{xu}} \quad con \quad V_0 = \frac{\sigma^2}{Ts_{xx}}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{s_{zy}}{s_{zx}} = \beta + \frac{s_{zu}}{s_{zx}} \quad con \quad V_1 = \frac{\sigma^2 s_{zz}}{T(s_{xz})^2}$$

Por lo tanto la varianza es

$$Var(\hat{q}) = V_1 - V_0 = \frac{\sigma^2}{Ts_{xx}}\left[\frac{s_{xx}s_{zz}}{(s_{xz})^2} - 1\right] = V_0(\frac{1}{r^2} - 1) = V_0\frac{1-r^2}{r^2}$$

en donde r^2 es el coeficiente de determinación entre las variables x y z. El estadístico resultante es

$$m = \frac{\hat{q}^2 r^2}{(1-r^2)\hat{V}_0}$$

Otros contrastes de exogeneidad pueden verse en Aznar(1989).

Ejemplo 1. La Relación Educación-Salarios(Carter Hill et al. (2012)).

Se trata de determinar cual es el efecto sobre el salario de una persona según la educación recibida. Utilizando una muestra de 428 mujeres casadas se obtuvieron los siguientes resultados

$$\begin{array}{l} \ln(salario) = -0{,}52 + 0{,}10 \times educ + 0{,}04 \times \exp er - 0{,}001 \times \exp \\ \quad (se) \qquad\quad (0{,}19) \;\; (0{,}014) \qquad\quad (0{,}013) \qquad\qquad\quad (0{,}0004) \qquad\quad (1 \end{array}$$

en donde educ = años de educación y exper= años de experiencia en el trabajo. Si este modelo estuviera bien especificado y la variable educ fuera realmente estrictamente exógena entonces cabría hacer una interpretación causal de la estimación del parámetro de esta variable diciendo que si se tiene un año más de educación, el salario se incrementará en un 10%. Pero algunos autores piensan que hay razones para pensar que el modelo no está bien especificado porque faltan variables como la habilidad personal que afecta tanto a la perturbación del modelo como a la variable educ. En ese caso ya no se puede mantener la hipótesis de exogeneidad.

Para llevar a cabo una estimación de variable instrumental es necesario encontrar una variable que esté correlacionada con educ pero no con el término de error. Esto no es fácil pero, en este caso, se dispone de datos sobre la educación de la madre, variable que llamaremos meduc. La primera etapa del estimador de variable instrumental consiste en hacer la regresión de educ sobre las dos variables presentes en el modelo y la variable meduc. Los resultados obtenidos son:

$$educ = 0{,}97 + 0{,}048 \times \exp er - 0{,}001 \times \exp er^2 + 0{,}267\, meduc$$
$$(se) \quad (0{,}42) \ \ (0{,}041) \qquad\qquad (0{,}001) \qquad\qquad\qquad (0{,}031) \qquad\quad (1.2)$$

La segunda etapa de variable instrumental consiste en repetir la regresión (1.1) pero utilizando como regresor $educ$ en lugar de educ. Los resultados son los siguientes,

$$\ln(salarios) = 0{,}19 + 0{,}05 \times ed\hat{uc} + 0{,}04 \times \exp er - 0{,}001 \times \exp er^2$$
$$(se) \qquad (0{,}47) \ \ (0{,}037) \qquad\quad (0{,}013) \qquad\qquad\quad (0{,}0004) \qquad\quad (1.3)$$

Dos hechos destacan en esta regresión: el cambio en la estimación del coeficiente de educ y que el error estandar del estimador de este coeficiente es 2,5 veces mayor que en la regresión anterior y la variable educ no es significativa. Para tratar de resolver este problema de ineficiencia se repite el ejercicio incluyendo en la primera etapa no solo la educación de la madre sino también la del padre. Los resultados mejoran ligeramente: la estimación de la variable educ pasa a ser 0,06 y el error estandar 0,031 por lo que ahora la variable es significativa.

Para contrastar si la variable educ es exógena se aplica el contraste de **Hausman**. La base de este contraste en este caso es la diferencia entre las estimaciones del parámetro de la variable educ en las regresiones (1.1) y (1.3). Una forma alternativa y equivalente de ejecutar este contraste es utilizando un proceso en dos etapas como sigue:

- Calcular los residuos de la regresión (1.2) incluyendo en esa regresión la variable educación del padre. Sean $\hat{v}_t$ estos residuos.
- Estimar el modelo (1.1) añadiendo esta variable de residuos. Si utilizando el t-ratio para contrastar la hipótesis nula de que el coeficiente de esta variable residuos es cero, esta hipótesis nula se rechaza, entonces concluimos diciendo que la variable educ no es exógena. Los resultados que se obtienen son los siguientes

Variable	Estimación	t-ratio
Constante	0,048	0,121
Educ	0,061	1,981

Exper $Exper^2$ Residuos	0,044 -0,0009 0,058	3,336 -2,270 1,671

Por lo tanto, la hipótesis nula no se rechaza y podemos concluir con que la variable educ es exógena. Eso significa que, después de quitar la influencia de las variables meduc y pduc, en la variable educ no queda nada relevante que explique la variable dependiente. La variable educ y la perturbación del modelo no comparten nada. Por eso decimos que la variable educ es exógena. Si el coeficiente de los residuos es diferente de cero, entonces en la variable educ hay una parte compartida con la perturbación aleatoria y no es exógena.
Wooldridge (2010, p. 93), comenta otras propuestas hechas en la literatura de variables instrumentales alternativas a la educación de la madre y del padre. Ver también Hayashi (2000, p.236) y Gujarati(2011, p. 324)

Ejemplo 2. Relaciones simultáneas de Oferta y Demanda. (Maddala(1977))
Suponer que q es la cantidad intercambiada de una mercancía agrícola y que p es su precio. A partir de los desarrollos de teoría económica, las curvas de oferta y demanda de ese producto agrícola pueden formularse así:

$$\text{Oferta: } q_t = a_1 + b_1 p_t + c_1 ll_t + u_{1t} \qquad (2.1)$$

$$\text{Demanda: } q_t = a_2 + b_2 p_t + c_2 y_t + u_{2t} \qquad (2.2)$$

Las variables ll_t e y_t son, respectivamente, indicador de pluviosidad y renta. Las dos son independientes de las perturbaciones aleatorias, u_{1t} y u_{2t}. Suponemos que estas perturbaciones tienen una esperanza igual a cero y no tienen ni autocorrelación ni heteroscedasticidad.
Las dos relaciones (2.1)-(2.2) constituyen lo que se llama la **forma estuctural**. A partir de estas relaciones podemos despejar la cantidad y los precios y obtener dos relaciones que explican estas dos variables en función de las demás, llegandose a la **forma reducida** que podemos escribir como,

$$p_t = \frac{a_1 - a_2}{b_2 - b_1} + \frac{c_2}{b_2 - b_1} y_t - \frac{c_1}{b_2 - b_1} ll_t + \frac{u_{1t} - u_{2t}}{b_2 - b_1} \quad (2.3)$$

$$q_t = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{b_2 - b_1} + \frac{b_1 c_2}{b_2 - b_1} y_t - \frac{b_2 c_1}{b_2 - b_1} ll_t + \frac{b_2 u_{1t} - b_1 u_{2t}}{b_2 - b_1} (2.4)$$

En forma compacta esta forma reducida puede escribirse como

$$p_t = \pi_{11} + \pi_{12} y_t + \pi_{13} ll_t + v_{1t} \qquad (2.3)$$

$$q_t = \pi_{21} + \pi_{22} y_t + \pi_{23} ll_t + v_{2t} \qquad (2.4)$$

En la forma reducida tenemos 9 parámetros, los 6 que son coeficientes de las variables, incluida la constante, y los 3 que corresponden a las varianzas y covarianza de las dos perturbaciones aleatorias. Este es el mismo número de parámetros que tiene la forma estructural por lo cual se dice que las relaciones de la forma estructural están identificadas. Eso significa que se pueden obtener estimadores máximo verosímiles de todos los parámetros de la forma estructural. Decimos entonces que los parámetros de la forma estructural están exactamente identificados. (notar que los parámetros de la forma reducida siempre están identificados).

Pero no siempre es posible tener este tipo de identificación. Suponer, por ejemplo,

Oferta: $q_t = a_1 + b_1 p_t + c_1 ll_t + u_{1t}$ (2.5)

Demanda: $q_t = a_2 + b_2 p_t + u_{2t}$ (2.6)

Si obtenemos la forma reducida se ve que el número de parámetros es 7, mientras en el sistema estructural (2.5)-(2.6) hay 8. Por lo tanto el sistema no está exactamente identificado. Analizando las relaciones de los parámetros de las dos formas se ve con claridad que la función de demanda está identificada pero no así la de oferta.

Volviendo al caso de identificación exacta podría pensarse en estimar los parámetros de la función de oferta o de demanda aplicando los MCO. Pero hay un problema y es que la variable precios no es independiente de las perturbaciones de las dos relaciones de la forma estructural. Suponer que se quiere estimar la oferta escrita en (2.1). Utilizando (2.3) se tiene que

$$m_{pu_1} = \pi_{22} m_{yu_1} + \pi_{23} m_{llu_1} + m_{vu_1} = m_{vu_1}$$

Ya que por los supuestos establecidos $m_{yu_1} = m_{llu_1} = 0$.

Suponiendo que las dos perturbaciones de la forma estructural son independientes, podemos escribir,

$$m_{vu_1} = \frac{m_{u_1u_1}}{b_2 - b_1}$$

Por lo tanto, para estimar los parámetros de las dos relaciones estructurales del modelo es necesario utilizar un estimador de variable instrumental o un estimador en dos etapas. El proceso sería el siguiente: En primer lugar, la variable instrumental se obtiene a partir de (2.3). Se estima esta relación con MCO y se obtiene

$$p_t = \hat{\pi}_{21} + \hat{\pi}_{22} y_t + \hat{\pi}_{23} ll_t$$

Si se va a estimar la función de oferta entonces se estima la relación (2.1) sustituyendo la variable precios por la variable instrumental que acabamos de definir.

Referencias

Aznar, A. (1989): Econometric Model Selection: A new Approach" Kluwer.

Carter Hill, R., W. E. Griffiths and G. C. Lim(2012): Principles of Econometrics. Wiley.

Gujarati, D. (2011): Econometrics by example. Palgrave.

Hayashi, F. (2000) : Econometrics**.** Princeton University Press.

Maddala, G. S. (1977): Econometría. McGraw Hill.

Maddala, G. S. (1992): Introduction to Econometrics. Macmillan.

Wooldridge (2010): Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data. MIT Press.