

### **ECONOMETRÍA-III. SEPTIEMBRE, 2008.**

**( Las dos primeras preguntas son obligatorias para todos. Los estudiantes que hayan realizado el trabajo deben elegir una de las dos últimas)**

1). Responder a las siguientes cuestiones:

a). Suponer un modelo lineal general con dos regresores. Se estima el parámetro del primer regresor suponiendo, primero, que no hay restricciones y, a continuación, se estima suponiendo que la suma de los coeficientes de los dos regresores es cero. Derivar la forma que toman ambos estimadores, demostrar si son insesgados y derivar la varianza de cada uno de ellos.

b). Se ha obtenido una muestra de tamaño 5 a partir de una población normal con media y varianza desconocidas. Escribir la función de verosimilitud y derivar el gradiente. Obtener el estimador máximo-verosímil de la media y derivar su esperanza matemática.

(2,5 puntos)

---

2) Responder a las siguientes cuestiones:

a). Para un proceso autorregresivo de segundo orden con media diferente de cero que es estacionario, derivar su media y su varianza y dibujar, aproximadamente, el gráfico del proceso y el de su función de autocorrelación.

b). Para una serie que tiene solo una tendencia estocástica, dibujar, aproximadamente, su gráfico y obtener su media y su varianza.

(2,5 puntos)

---

3). Un investigador está estudiando la relación entre la variable consumo (y) y la variable renta (x). Tras realizar un análisis univariante de las dos series, llega a la conclusión de que el consumo es un camino aleatorio con deriva mientras que la renta es un camino aleatorio sin deriva.

a). Obtener la media y varianza de las dos variables. Dibujar, aproximadamente, el gráfico de ambas variables y el de sus correlogramas.

b). Repetir lo indicado en el apartado anterior para las primeras diferencias de las dos variables. ¿Qué modelo debería especificar el investigador si desea estudiar la relación entre el consumo y la renta?

c). Estudiar la convergencia de las sumas de cuadrados de las dos variables y de las sumas de cuadrados de las primeras diferencias de ambas variables.

( 2,5 puntos)

---

### ECONOMETRÍA-III. SEPTIEMBRE, 2008.

4). Supongamos el modelo lineal:

$$y_t = \beta x_t + u_t$$

$$\text{con } E u_t = 0 \quad \text{Cov}(u_i, u_j) = 0 \quad \text{Var}(u_t) = \sigma_t^2$$

a). Definir el estimador MCO de  $\beta$  y derivar su media y su varianza.

b). Suponer que, para estimar la varianza del estimador MCO de  $\beta$ , se utiliza la siguiente expresión:

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum x_t^2}$$

Derivar la esperanza y comentar las propiedades de este estimador.

c). Si suponemos que:  $\sigma_t^2 = \sigma^2 z_t^2$  y dividimos el modelo original por  $z_t$  se obtiene:

$$\frac{y_t}{z_t} = \beta \frac{x_t}{z_t} + \frac{u_t}{z_t}$$

Derivar las propiedades de la perturbación de este nuevo modelo y aplicando MCO estimar  $\beta$ , derivar la media y varianza de este nuevo estimador y compararlo con el obtenido en a).

(2,5 puntos)

---