ECONOMETRÍA-III. FEBRERO, 2006.

1). a) En el marco del modelo lineal general del Capítulo 1 de los apuntes, suponer un modelo con un solo regresor. La perturbación es un ruido blanco. Como estimador del parámetro del regresor se propone la suma de las observaciones del cociente de la variable dependiente respecto al regresor. Derivar la esperanza y varianza de este estimador.

b). En el marco del modelo lineal general del Capítulo 1 de los apuntes, derivar la esperanza y la matriz de varianzas y covarianzas del vector de los valores ajustados MCO de la variable dependiente.

(2 puntos)

---

2 Considerar el modelo:

$$y = X\beta + u$$

en donde X tiene k regresores.La esperanza de u es 0 y se quiere contrastar la hipótesis nula de homoscedasticidad frente a:

$$\sigma_t^2 = (\alpha_1 + \alpha_2 z_t)^2$$

utilizando el contrasta de los Multiplicadores de Lagrange:

$$LM = d(\tilde{\theta}_R)' I(\tilde{\theta}_R)^{-1} d(\tilde{\theta}_R)$$

a). Escribir el logaritmo de la función de verosimilitud, indicar como obtendría el gradiente y derivar la forma concreta que adoptan los elementos del gradiente. Determinar los elementos del vector θ y escribir la forma que toman los estimadores MV de θ con y sin restricciones.

b). Evaluar los elementos del gradiente utilizando los estimadores MV con y sin restricciones, respectivamente. Indicar como calcularía el estadístico LM utilizando los datos maestrales.

(2 puntos)

---

3). En el marco del modelo lineal general con k regresores

$$y = X\beta + u = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + u$$

se van a contrastar r restricciones lineales para β. Demostrar que los contrastes de Wald (W) y Multiplicadores de Lagrange (LM) pueden escribirse como una función de los estimadores, restringido y sin restringir, de la varianza de la perturbación del modelo. Demostrar también que el contraste LM puede escribirse como una función del contraste de la F. Derivar los resultados y escribir, en cada caso, la forma que adopta el resultado pedido.

(2 puntos)

---

4). El criterio AIC esta basado en la función de pérdida de la distancia de Kullback-Leibler.Utilizando este concepto resolver las dos cuestiones

siguientes:
1). Dos expertos predicen que la proporción de consumidores de un determinado producto será respectivamente .7 y .5. Si la verdadera proporción es .6 ¿Qué predicción de las dos está más próxima de la verdadera?.
2). Suponer que la verdadera distribución viene dada por la distribución Normal estandar N(0, 1) ¿ Qué modelo, el N(.5, 1) o el N (0, 1.5) está más próximo de la verdadera distribución?.

(2 puntos)

---

5). Considerar el siguiente modelo:

$$x_t = x_{t-1} + u_t$$
$$y_t = \lambda x_t + v_t$$

en donde u_t, v_t son ruidos blancos. Se pide:
a). Dibujar, aproximadamente, el gráfico y el correlograma de y_t. Demostrar que las dos variables están cointegradas y escribir las dos relaciones del modelo en forma de Mecanismo de Correccion de Error.
b). Demostrar que x_t es una variable exógena en la segunda relación. Derivar las propiedades del estimador MCO de λ.Derivar la distribución que sigue el t-ratio definido para contrastar la hipótesis nula de que λ es cero.

(2 puntos)