Examen ECONOMETRÍA-III Enero- 2010

1) Considerar los dos modelos siguientes:

M1:
$$y_t = \beta_1 x_{1t} + u_{1t}$$

M2: $y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + u_{2t}$

Para estimar β_1 se definen dos estimadores MCO, uno a partir de M1 y otro a partir de M2. suponiendo que genera los datos M2, se pide,

- a). Escribir la forma que toman ambos estimadores y derivar el sesgo y la varianza de ambos. Hallar el cociente de las dos varianzas y comentar de qué depende el resultado. Escribir los estimadores MCO de las varianza de los dos estimadores y derivar los sesgos de los mismos.
- b). Escribir los estimadores MCO de las varianzas de los dos estimadores de β_1 y derivar los sesgos de los mismos.
- 2). En el marco del Ejercicio 1, se va a discriminar entre los dos modelos utilizando el estimador máximoverosimil de las varianzas de los dos estimadores definidos en ese Ejercicio 1. Se pide,
- a). Establecer la región crítica del contraste suponiendo que M1 es la hipótesis nula. Derivar, también, el factor de parsimonia o de penalización de este procedimiento.
- b). Interpretar el procedimiento anterior como una aplicación del contraste F derivando el punto crítico implícito. Demostrar si este procedimiento garantiza que los tamaños de los dos errores de todo contraste convergen a cero conforme el tamaño muestral crece.
- 3) Suponer dos variables, y_{1t} e y_{2t} Que son I(1) y que están cointegradas. La perturbación de la relación de cointegración, suponiendo que la variable dependiente de esta relación es y_{1t} , sigue un proceso autorregresivo de orden 2 y la primera diferencia de y_{2t} es un ruido banco. Se pide,
- a). La esperanza y varianza de la perturbación de la relación de cointegración y dibujar aproximadamente su gráfico. Derivar también la esperanza y varianza de y_{2t} y su gráfico.
- b). Obtener la forma del modelo con mecanismo de corrección del error y derivar la esperanza y varianza de la perturbación de la relación que, en ese modelo, corresponde a y_{1t} .

4) a) Para un proceso que sigue un paseo aleatorio sin deriva, $y_t = y_{t-1} + u_t$, demostrar el orden de probabilidad de las expresiones:

$$\sum_{t=1}^{T} y_{t-1} u_{t} \quad y \quad \sum_{t=1}^{T} t u_{t}$$

b). Para un paseo aleatorio con deriva, $y_t = \delta + y_{t-1} + u_t$, demostrar el orden de probabilidad de las siguientes expresiones

$$\sum_{1}^{T} y_{t-1} u_{t} \quad y \qquad \sum_{1}^{T} t y_{t}$$

(2,5 puntos)