PUBLICACIONES DE 4er CURSO

Grado: Economía

Asignatura: ECONOMETRÍA III

Tema 4: Variables no estacionarias
Apartado 4.2: Cointegración

Grupos: 241, 242

Profesores: Antonio Aznar y M. Teresa Aparicio

Departamento de ANÁLISIS ECONÓMICO

Curso Académico 2014/15

Facultad de
Economía y Empresa
Universidad Zaragoza

En este apartado vamos a prestar atención al concepto de Cointegración y a los procedimientos propuestos en la literatura para contrastar su presencia.

Comenzaremos con la definición contenida en el trabajo de Engle y Granger (1987):

<u>Definición 4.3.1</u>: "Los componentes de un vector y_t se dice que están cointegrados de orden d, b, y lo denotamos por: $y_t \sim CI(d, b)$, si (i) todos los componentes de y_t son I(d), (ii) existe un vector $\alpha(\neq 0)$ tal que $Z_t = \alpha' y_t \sim I(d-b)$, $b > 0$. El vector α es el vector de cointegración".

Lo más habitual ha consistido en tomar $d = b = 1$, de forma que todos los elementos de y_t son I(1) y Z_t es I(0), es decir, estacionaria.

Considerar el siguiente ejemplo de Banerjee et al. (1993). Las relaciones del modelo son:

$$y_{1t} + \lambda y_{2t} = u_{1t}$$

$$y_{1t} + \beta y_{2t} = u_{2t}$$

en donde:

$$u_{1t} = u_{1t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$u_{2t} = \rho u_{2t-1} + \varepsilon_{2t} \qquad |\rho| < 1$$

$$E\varepsilon_{1t} = E\varepsilon_{2t} = 0 \quad \forall t \text{ y } Cov(\varepsilon_{1t}\, \varepsilon_{2t}) = \sigma_{12}$$

Resolviendo y_{1t} e y_{2t} a partir de este sistema se obtiene:

$$y_{1t} = \beta(\beta-\lambda)^{-1}u_{1t} - \lambda(\beta-\lambda)^{-1}u_{2t}$$

$$y_{2t} = -(\beta-\lambda)^{-1}u_{1t} + (\beta-\lambda)^{-1}u_{2t}$$

Por ser u_{1t} un paseo aleatorio y u_{2t} una variable estacionaria, tanto y_{1t} como y_{2t} son I(1). Además, la combinación $\{y_{1t} + \beta y_{2t}\}$ es estacionaria por lo que ambas variables están cointegradas.

Para contrastar si existe o no cointegración se han propuesto dos tipos de métodos: Uniecuacionales y Multiecuacionales. Los primeros están basados en el vector de residuos MCO de las posibles regresiones de cointegración, después de adoptar una normalización. Los multiecuacionales consideran el modelo en su conjunto y adoptan otro tipo de normalización. El método más conocido de estos últimos es el contraste de Johansen.

Un análisis comparado de la mayor parte de los contrastes hoy disponibles puede encontrarse en Maddala y Kim (1998).

El punto de partida de los métodos uniecuacionales es el vector de residuos MCO obtenidos a partir de la relación de cointegración definidos como:

$$\hat{u}_t = y_{1t} - \hat{\beta} y_{2t}$$

en donde $\hat{\beta}$ es el estimador MCO. Los contrastes más utilizados en el trabajo aplicado han sido los siguientes: CRDW, DF y DFA.

El contraste CRDW se basa en el estadístico de Durbin-Watson:

$$\text{CRDW} = \frac{\sum(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum \hat{u}_{t-1}^2}$$

Aproximadamente, este estadístico puede escribirse como:

$$\text{CRDW} \approx 2(1 - \hat{\phi})$$

en donde: $\hat{\phi} = \dfrac{\sum \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum \hat{u}_{t-1}^2}$

La hipótesis nula de que no hay cointegración se mantiene cuando ϕ está próxima a 1 o, equivalentemente, cuando CRDW toma un valor muy pequeño. Los puntos críticos pueden verse en la tercera columna del Cuadro 4.3.1. Así, por ejemplo, si el número de variables es 3 y el número de observaciones es 100 entonces se rechaza la existencia de cointegración si se cumple que CRDW < 0,48.

Para el contraste Dickey-Fuller (DF) se parte del modelo:

$$\Delta\hat{u}_t = \phi\hat{u}_{t-1} + e_t$$

Como ya se ha comentado para el análisis univariante, la hipótesis nula de no cointegración toma la forma: H_0: $\phi = 0$. Para ello, se define el t-ratio como:

$$t = \frac{\hat{\phi}}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}}} \tag{4.3.1}$$

y la hipótesis nula se rechaza para un nivel de significación del 5% cuando este estadístico toma un valor menor que el correspondiente punto crítico que aparece en la cuarta columna del Cuadro 4.3.1.

Para el contraste DFA se parte del siguiente modelo:

$$\Delta\hat{u}_t = \phi\hat{u}_{t\text{-}1} + \sum_{i=1}^{p} \delta_i \, \Delta\hat{u}_{t-i} + e_t \tag{4.3.2}$$

Se define el t-ratio como en (4.3.1) y la hipótesis nula de no cointegración se rechaza, utilizando un nivel de significación del 5%, cuando este estadístico t-ratio toma un valor inferior al punto crítico correspondiente que aparece en la última columna del Cuadro 4.3.1.

Así, por ejemplo, siguiendo con el caso anterior de 3 variables y 100 observaciones, concluiremos que no hay cointegración cuando el valor del estadístico DF es superior a -3,93 y cuando el valor del estadístico DFA es superior a -3,62.

Un análisis de las características de estos contrastes puede verse en Banerjee et al. (1993).

CUADRO 4.5. Puntos Críticos de los Contrastes de Cointegración (Nivel Significación 5%)

Número de Variables	Tamaño Muestral	CRDW	DF	DFA
2	50	0,72	-3,67	-3,29
	100	0,38	-3,37	-3,17
	200	0,20	-3,37	-3,25
3	50	0,89	-4,11	-3,75
	100	0,48	-3,93	-3,62
	200	0,25	-3,78	-3,78
4	50	1,05	-4,35	-3,98
	100	0,58	-4,22	-4,02
	200	0,30	-4,18	-4,13
5	50	1,19	-4,76	-4,15
	100	0,68	-4,58	-4,36
	200	0,35	-4,48	-4,43

Fuente: Para el CRDW obtenidos de Sargan y Barghava (1983) y para DF y DFA de Engle y Yoo (1987)