CAPÍTULO 9

EJERCICIOS PRÁCTICOS

9.1). Se va a estimar una función de producción utilizando datos sobre el producto (Q), trabajo (L), y capital (K). Se parte del siguiente modelo.

$$\log Q = \beta_1 + \beta_2 \log K + \beta_3 \lg L + u_t$$

en donde se supone que u_t es un ruido blanco distribuido como : N(0, σ^2).

Se siguen tres estrategias con los siguientes tres resultados:

A). Se estima el modelo sin ninguna restricción obteniendose:

$$\log Q = -0{,}177 + 0{,}2305 \log K + 0{,}8073 \log L$$

$$\hat{\sigma}^2 = 0{,}00338 \qquad \hat{Var}(\hat{\beta}_3) = 0{,}021$$

B). Se estima el modelo teniendo en cuenta la restricción de rendimientos constantes, $\beta_2 + \beta_3 = 1$, obteniendose:

$$\log Q = 0{,}01454 + 0{,}2541 \log K + 0{,}7458 \log L$$

$$\hat{\sigma}^2 = 0{,}0032565 \qquad \hat{Var}(\hat{\beta}_3) = 0{,}0016$$

C). Se estima el modelo con la restricción: $\beta_2 = 0$, obteniendose:

$$\log Q = -1{,}33 + 1{,}2993 \log L$$

$$\hat{\sigma}^2 = 0{,}005294 \qquad \hat{Var}(\hat{\beta}_3) = 0{,}032$$

Se pide:

1). Explicar las diferentes estimaciones obtenidas del parámetro β_3.

2). Explicar las diferentes estimaciones obtenidas de σ^2 .

3). ¿ Como puede explicarse que la varianza estimada del estimador MCO de β_3 sea menor en la estrategia B que en las otras dos estrategias? ¿Que ocurriria con estas varianzas estimadas si se utilizara el mismo estimador de σ^2 en las tres estrategias?.

9.2). Suponer que el proceso generador de datos viene dado por:

$$y_t = y_t^p + y_t^t$$
$$y_t^p = y_{t-1}^p + u_t$$
$$c_t = y_t^p + w_t$$
$$p_t = p_{t-1} + v_t$$

en donde y es la renta, c es el consumo, p el índice de precios e y^p e y^t son, respectivamente, la renta permanente y la renta transitoria; u, v, w, e y^t son ruidos blancos independientes entre sí.

1). Derivar el orden de integración de c e y.Demostrar que ambas variables están cointegradas y derivar las propiedades de la perturbación de la relación de cointegración.

2). En el modelo con mecanismo de corrección de error derivar y escribir las relaciones correspondientes a c y p.Obtener la media y varianza de las perturbaciones aleatorias de ambas relaciones.

Un investigador estima las siguientes tres relaciones:

	R^2	DW
$c_t = 9{,}16 + 0{,}4p_t$ (28,7) (5,12)	0,15	0,08
$c_t = 2{,}48 + 0{,}069t$ (6,35) (16,9)	0,66	0,16
$\Delta c_t = 0{,}048 + 0{,}28\Delta y_t$ (2,33) (2,15)	0,31	2,27

(Entre paréntesis aparecen los t-ratios bajo la hipótesis nula de que el coeficiente es cero.)

A la vista de estos resultados el investigador obtiene las siguientes conclusiones:

(i). El consumidor está sujeto a ilusión monetaria.

(ii). La variable c tiene una tendencia determinista.

(iii). La propension marginal a consumir gira en torno a 0,28.

Evaluar si estas conclusiones son o no correctas haciendo explícitas las razones y resultados que os llevan a esa evaluación.

9.3). Para explicar la demanda de un producto se consideran los dos siguientes modelos:

$$M1:\ q_t = \beta_1 y_t + u_{1t}$$

$$M2:\ q_t = \beta_1 y_t + \beta_2 p_t + u_{2t}$$

en donde q es la cantidad demandada, y es la renta, y p es el precio del producto.Sean $\hat{u}_1$ y $\hat{u}_2$ los vectores de residuos MCO respectivos.

1). Suponiendo que el modelo que genera los datos es M2, derivar la esperanza y varianza de $\hat{u}_1$ y la esperanza de $\hat{u}_1'\hat{u}_1$.

2). Se estima β_1,con MCO, utilizando M1; Se pide derivar la esperanza de este estimador suponiendo que genera los datos M2. En caso de que se demuestre que el estimador sea sesgado comentar de que depende el signo del sesgo.

3). Demostrar que la varianza del estimador definido en 2), es siempre menor que la varianza del estimador MCO del mismo parámetro definido a partir del modelo M2.

4). Indicar en que dos casos se mantendría lo dicho en 3) para la varianza estimada.

9.4). Suponer que el modelo que genera los datos es:

$$y = \beta_0 + X\beta + u = Z\delta + u$$

en donde X tiene k regresores. Por motivos de la investigación que se está llevando a cabo, el investigador transforma las variables originales en la forma siguiente:

$$y^* = p_0 y + il_0$$
$$X^* = XP$$

en donde p_0 y l_0 son constantes, i es el vector de unos y P es una matriz diagonal de constantes de orden k. Se pide:

1). Derivar la relación existente entre los estimadores MCO aplicados a las variables originales y los obtenidos con las variables transformadas.

2). Estudiar la relación para los residuos MCO.

3). Demostrar que el coeficiente de determinación y los t-ratios que se utilizan para contrastar la significatividad de los coeficientes individuales no cambian.

9.5). Suponer que se desea estimar la demanda de automóviles (y) como una función de la renta (x), utilizando datos microeconómicos sobre los gastos de las familias. Se sabe que la función de demanda de las familias urbanas es:

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 x_t + u_{1t}$$

en donde u_{1t} es una variable aleatoria con media cero y varianza σ_1^2. La función de demanda para las familias rurales es:

$$y_t = \alpha_2 + \beta_2 x_t + u_{2t}$$

en donde u_{2t} es una variable aleatoria con media cero y varianza σ_2^2.

Indicar como deberían de estimarse los parámetros del modelo en los siguientes casos:

a). No se tiene ninguna información sobre los parámetros.

b). Se conoce que $\beta_1 = \beta_2$.

c). Se conoce que $(\beta_1, \sigma_1^2) = (\beta_2, \sigma_2^2)$.

d). Se conoce que $(\alpha_1, \beta_1, \sigma_1^2) = (\alpha_2, \beta_2, \sigma_2^2)$.

e). Se conoce que $(\alpha_1, \beta_1) = (\alpha_2, \beta_2)$

9.6). Sean R_t y π_t, respectivamente, el tipo nominal de interés y la tasa de inflacción. Considerar el siguiente modelo:

$$R_t = \beta\pi_t + u_{1t}$$

$$\Delta\pi_t = u_{2t}$$

con:

$$u_{1t} = \rho_{11}u_{1t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$u_{2t} = \rho_{22}u_{2t-1} + \varepsilon_{2t}$$

siendo ε_{1t} y ε_{2t} ruidos blancos independientes entre sí. Se pide:

1). Indicar qué condiciones deben de cumplir ρ_{11} y ρ_{22} para que haya cointegración en el modelo.

2). Escribir la forma VAR del modelo y la forma con mecanismo de corrección de error.

3). Indicar como estimaría el efecto a largo plazo de π_t sobre R_t y derivar las propiedades asintóticas de ese estimador.

4). Definir el predictor óptimo de R un periodo hacia delante suponiendo que en el modelo hay cointegración. Definir el predictor óptimo en el caso en que: β=0 y ρ_{11}=1.

9.7). Para estudiar la relación entre el tipo nominal de interes y la tasa de inflacción se parte del siguiente modelo.

$$R_t = \beta\pi_t + \sum_{i=1}^{p}\phi_i res_{t-i} + \sum_{i=1}^{p}\delta_i\Delta\pi_{t-i} + u_t$$

en donde res son los residuos de la relación de cointegración . Suponiendo p=1,2,3. Se comparan los tres modelos resultantes utilizando la siguiente información:

Tabla 1. Análisis de Esfericidad

	DW	LM1	LM2	LM4	BP	JB
M1	1,99	.49(.48)	13.02(.008)	14.65(.005)	.01(.8)	5.08(.08)
M2	1.93	.39(.52)	2.69(.26)	3.45(.48)	.09(.75)	3.89(.14)
M3	1.99	2.23(.13)	3.00(.22)	3.51(.47)	.02(.02)	1.61(.01)

(Entre paréntesis figuran los valores de probabilidad)

Se parte de : T=99, $k_i = 5{,}7y9$; $\hat{\sigma}_1^2 = .53 ... AIC_2 = -.87 .... SBIC_3 = -.65$

Se pide:

1). Completar los valores que faltan de $\hat{\sigma}^2$, AIC y SBIC.

2). Analizar la esfericidad del modelo.

3). Indicar qué modelo sería elegido utilizando cada uno de los siguientes criterios: $\overline{R}^2$, AIC y SBIC.

4.) Indicar qué modelo sería elegido haciendo un análisis conjunto de Esfericidad y Ajuste-Parsimonia.

9.8). Friedman y Meiselman (1963) en un trabajo de gran impacto en la Ciencia Económica propusieron estudiar empíricamente los dos modelos siguientes:

$$C_t = \alpha_1 + \beta_1 M_t + u_{1t}$$

$$C_t = \alpha_2 + \beta_2 A_t + u_{2t}$$

en donde C_t es el consumo, M_t es la oferta monetaria y A_t es el gasto autónomo en el periodo t.

Explicar como se llevarían a cabo las siguientes estrategias y valorar su aceptabilidad:

1). Se utiliza el coeficiente de determinación para discriminar entre los dos modelos.

2). Se utiliza la razón de verosimilitud para hacer la discriminación.

3). Se define el modelo.

$$C_t = \delta_0 + \delta_1 M_t + \delta_2 A_t + u_{1t}$$

y utilizando el t-ratio se contrastan sucesivamente $\delta_1 = 0$ y

$\delta_2 = 0$.

4). Se utilizan los estadísticos AIC y SBIC.

5). Se define, para ambos modelos, el error de predicción un periodo hacia delante y se elige aquel modelo al que corresponde el menor error al cuadrado.
