

La función de consumo en España

1. Introducción

Con el objetivo de repasar los capítulos 8, 9, 10 y 11 del manual de econometría II analizamos la función de consumo en España entre 1940 y 1997. Repasaremos los conceptos de regresión espuria, contraste de raíces unitarias, cointegración, modelo de corrección de error, modelos con retardos distribuidos y modelización de lo general a lo específico. Realizaremos los cálculos de forma manual a partir de los datos tal y como se hace en los exámenes. Junto a este documento adjuntamos también otro de Excel ("*consumo.xls*") con las series de consumo y renta personal en logaritmos (pesetas de 1986) para que los alumnos puedan reproducir con el programa GRETl todos los cálculos realizados.

Puesto que el objetivo es fundamentalmente didáctico realizaremos primero los cálculos con el programa GRETl, en segundo lugar mostraremos como se realizan estos mismos cálculos de forma manual tal y como se deben hacer en el examen y finalmente analizaremos los resultados a partir de la teoría.

La función de consumo agregada fue planteada por vez primera en La teoría general de la ocupación, el interés y el dinero (Keynes, 1936), donde se señalaba que existe una relación estable entre el consumo agregado (y por tanto también entre el ahorro agregado) y la renta nacional.

Se postula así que la causa del consumo es la renta, de manera que a mayor renta mayor consumo y viceversa. El crecimiento del consumo derivado de un incremento unitario de la renta, es decir la pmc o propensión marginal a consumir, será mayor que cero y menor que uno, lo que significa que cuando la renta se incrementa no todo ese crecimiento se dedica a acrecentar el volumen de consumo, sino que una parte del mismo se ahorra. Keynes señaló también que «en general» cabía esperar que en términos proporcionales, el incremento del consumo fuese asimismo menor que el incremento de renta, o sea que «en general» la elasticidad sería también menor que la unidad, si bien esta circunstancia no es estrictamente necesaria para su teoría o, en otras palabras, una elasticidad superior a la unidad seguiría siendo compatible con la misma, lo que no podría decirse sin embargo de una pmc mayor que la unidad, único resultado contradictorio con su hipótesis teórica.

Tobin (1975) señala dos razones fundamentales por las que una teoría como ésta debe suscitar nuestro interés. La primera es la relevancia del ahorro como acumulación de riqueza y motor del crecimiento de la capacidad de producir bienes y servicios futuros. Como segunda razón apunta la preocupación por las situaciones de crisis como la que tuvo lugar en la denominada Gran Depresión de 1929, y la comprensión de sus causas. Si la demanda de inversión no es capaz de absorber todo el ahorro (la diferencia entre renta y consumo), caerán tanto la renta como el empleo.

De ahí la necesidad de tomar medidas en aquellas situaciones en las que el volumen de consumo no sea suficiente para que la diferencia entre éste y la renta, es decir el ahorro, iguale la demanda de inversión.

La función de consumo agregada de Keynes permitía considerar el consumo como una variable predecible en tanto que la inversión se consideraba mucho más inestable o, en una terminología más actual, más volátil. Aquí residía precisamente la explicación del ciclo: Cuando la inversión era menor que el ahorro disponible, se producirían situaciones de crisis. Por el contrario, si la demanda de inversión excedía el volumen de ahorro, estaríamos en la fase alta del ciclo, observándose situaciones de inflación. La situación de la economía en la época en la que Keynes escribió La teoría general... justifica que su interés fundamental fuesen los escenarios de crisis y sus posibles soluciones. En efecto, la economía de aquellos años se caracterizaba más

bien por las situaciones descritas en primer lugar, y la solución para él consistía en incrementar el gasto público para utilizar así el ahorro no demandado por la inversión privada. Esta relación entre consumo y renta supuso un gran acicate para el trabajo empírico, estimulado también por la creciente disponibilidad de datos agregados derivados de las respectivas Contabilidades Nacionales, que unos años antes habían comenzado a elaborarse sobre todo en USA. Keynes no precisó mucho ni sobre la forma funcional ni sobre las variables empíricas más apropiadas para proceder a la medición, lo que no impidió que los primeros investigadores procedieran a la medición utilizando una amplia gama de especificaciones, como puede verse en Thomas (1989). Según este autor la presentación que se hace en muchos manuales, señalando que la especificación más importante era la sencilla ecuación de regresión:

$$C_t = a + bY_t + V_t \quad [1]$$

donde C_t representaba el consumo agregado e Y_t la renta personal disponible, ambas expresadas en términos reales, no hace justicia a lo que verdaderamente sucedió, caracterizado más bien por el empleo de diversas variables explicativas y formas funcionales.

Nosotros partiremos de la siguiente especificación:

$$C_t = aY_t^b \quad [2]$$

Aplicando logaritmos neperianos tenemos:

$$\ln(C_t) = \ln(a) + b \cdot \ln(Y_t) + V_t \quad [3]$$

Es decir la misma que [1] pero con las variables consumo y renta en logaritmos, e n [3] el parámetro b es directamente la elasticidad consumo-renta.

2. Regresión espuria, raíces unitarias y cointegración

El problema econométrico que plantea la especificación de la ecuación [3] es que si consideramos las variables consumo y renta como dos procesos estocásticos, entonces no podemos utilizar la inferencia estadística puesto que las series no son estacionarias y los resultados de la regresión mínimo cuadrática (MCO) pueden ser falsos (regresión espuria). Es decir, en esencia el problema se plantea del mismo modo que al aplicar la metodología ARIMA, para aplicar la inferencia estadística, en principio, las series deben ser estacionarias.

Gretl

Para introducir los datos abrimos el programa gretl y seleccionamos: [archivo](#) → [abrir datos](#) → [importar](#) → [Excel](#) → [buscar el archivo “consumo”](#) y [seleccionarlo](#) → [comenzar a importar en columna 2 y fila 1](#) y [aceptar](#). Gretl nos informa de que los datos han sido importados “sin fecha”, para poner fecha seleccionar “si” → [serie temporal](#) → [anual](#) → “1940” → [aplicar](#). Para visualizar el gráfico de las series del consumo y renta en logaritmos: [ver](#) → [gráficos](#) → [series temporales](#) → [seleccionar las dos series “LR” y “LC”](#) → [aceptar](#).

El gráfico 1 muestra las dos series LR y LC que son respectivamente la renta y el consumo en logaritmos en pesetas de 1986.

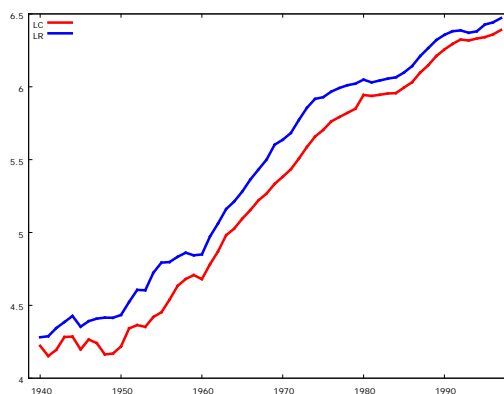


Gráfico 1

Fuente: Consejo de Economía Nacional y FBBVA en colaboración con el IVIE

A simple vista se observa que ambas series no son estacionarias, también se puede apreciar el fuerte crecimiento a partir del plan de estabilización (1959), hasta la crisis del petróleo (1973-1980) que en España se alargó hasta la mitad de los años ochenta como consecuencia de la reconversión industrial) y la crisis de 1993.

La regresión entre ambas series, ecuación [3] se reproduce en el cuadro 1 ([gretl: modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “LC”, variable independiente “LR”](#)).

Modelo 1: estimaciones MCO utilizando las 58 observaciones 1940-1997 Variable dependiente: LC				
	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,371650	0,0629278	-5,906	2,16e-07 ***
LR	1,03733	0,0114990	90,21	2,51e-062 ***
Media de la vble. dep.		5,252036	D.T. de la vble. dep.	0,783785
Suma de cuad. residuos		0,239312	D.T. de la regresión	0,065371
R-cuadrado		0,993166	R-cuadrado corregido	0,993044
F(1, 56)		8137,926	Valor p (de F)	2,51e-62
Log-verosimilitud		76,92402	Criterio de Akaike	-149,8480
Criterio de Schwarz		-145,7272	Crit. de Hannan-Quinn	-148,2429
rho		0,833724	Durbin-Watson	0,241559

Cuadro 1

Estimación de la ecuación [3]

Para poder realizar posteriormente el análisis de cointegración guardamos los residuos ([Gretl: en la ventana de estimación del modelo anterior → guardar → residuos → nombre “U1” → aceptar](#))

El cálculo manual a partir de la matriz de varianzas, covarianzas y medias es:

	LC	LR
LC	0.603727	0.578025
LR	0.578025	0.557225
Medias	5.252036	5.421322

Cuadro 2

Varianzas, covarianzas y medias

Puesto que se trata de una regresión simple, el parámetro b es directamente el cociente entre la covarianza y la varianza de la variable exógena:

$$b = \frac{S_{x,y}}{S_x^2} = \frac{0,578}{0,557} = 1,04$$

Como la ecuación se cumple para las medias, es decir, $\bar{Y} = a + b\bar{X}$;

$$5,25 = a + 1,04 \cdot 5,42; a = 5,25 - 1,04 \cdot 5,42 = -0,39$$

Cuyos resultados son muy parecidos a los del cuadro 1, las diferencias son errores de redondeo, de manera que la estimación del modelo [3] es:

$$\text{Ln}(C_t) = -0,37 + 1,04\text{Ln}(C_t) + U1_t \quad [4]$$

(-5,91) (90,21)

$$R^2 = 0,993, \quad SSR = 0,24, \quad D-W = 0,24$$

A juzgar por los principales estadísticos $t(90)$ y $F(8138)$, la ecuación presenta buenos resultados pero la regresión puede ser espuria debido a la no estacionaridad de las series de renta y consumo y por presentar un elevado R^2 superior al $D-W$, situación típica de una regresión espuria ($R^2 = 0,99 > D-W = 0,24$). En estas situaciones se recomienda realizar la regresión en diferencias o contrastar si consumo y renta están cointegradas, en cuyo caso la ecuación [4] no sería espuria y los contrastes realizados válidos.

La ecuación en diferencias sería:

$$d[\text{Ln}(C_t)] = a + bd[\text{Ln}(Y_t)] + V_t \quad [5]$$

El gráfico 2 muestra las series en diferencias. Puesto que están en logaritmos, la serie en diferencias reproduce directamente las tasas de variación de ambas variables en tanto por uno (Gretl: para calcular las series en diferencias, seleccionar la variables “LR” y “L C” y seleccionar → añadir → primera diferencia de las series seleccionadas. Para mostrar el gráfico seleccionar ver → grafico → series de tiempo → y seleccionar las series “d_LC” y “d_LR” → aceptar).

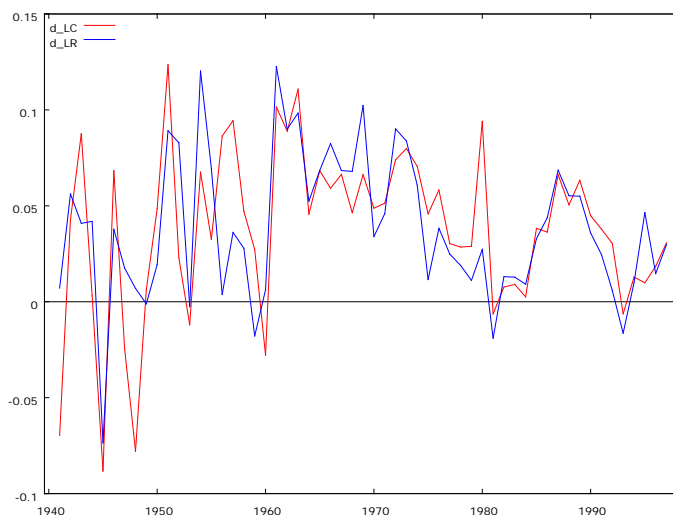


Gráfico 2

Primera diferencia de las series en logaritmos, tasas de variación en tanto por uno

La estimación del modelo [5] se reproduce en el cuadro 3 (gretl: modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “d_LC”, variable independiente “d_LR”):

Modelo 2: estimaciones MCO
utilizando las 57 observaciones 1941-1997
Variable dependiente: d_LC

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	0,00690365	0,00593795	1,163	0,2500
d_LR	0,810103	0,110959	7,301	1,21e-09 ***
Media de la vble. dep.	0,038036		D.T. de la vble. Dep.	0,043388
Suma de cuad. residuos	0,053535		D.T. de la regresión	0,031199
R-cuadrado	0,492167		R-cuadrado corregido	0,482934
F(1, 55)	53,3033		Valor p (de F)	1,21e-09
Log-verosimilitud	117,7787		Criterio de Akaike	-231,5574
Criterio de Schwarz	-227,4713		Crit. de Hannan-Quinn	-229,9694
rho	0,153800		Durbin-Watson	1,565572

Cuadro 3

Estimación de la ecuación [5]

Manualmente, al igual que en el caso anterior, el cálculo se puede realizar a partir de la matriz de medias, varianzas y covarianzas de la siguiente manera:

	D(LC)	D(LR)
D(LC)	0.001849	0.001124
D(LR)	0.001124	0.001387
Medias	0.038036	0.038430

Cuadro 4

Medias, varianzas y covarianzas

$$b = \frac{S_{x,y}}{S_x^2} = \frac{0,001124}{0,001387} = 0,81$$

Como la ecuación se cumple para las medias, es decir, $\bar{Y} = a + b\bar{X}$, podemos calcular el término independiente,

$$0,038036 = a + 0,81 \cdot 0,038430; a = 0,038036 - 0,81 \cdot 0,038430 = 0,0069$$

Cuyos resultados son muy parecidos a los del cuadro 3, de manera que la estimación del modelo [5] es:

$$d[\text{Ln}(C_t)] = 0,0069 + 0,81 d[\text{Ln}(Y_t)] \quad [6]$$

(1,16) (7,31)

$$R^2 = 0,492, \quad SSR = 0,054, \quad D-W = 1,57$$

Regresión que resuelve el problema formal de inconsistencia ya que ahora las variables son estacionarias y el $R^2 = 0,492 < D-W = 1,57$ es decir ahora nos podemos fiar de los resultados de la inferencia estadística, no obstante el problema económico se mantiene y aunque no existe el problema de inconsistencia referido a la regresión espuria subsiste el problema de la aceptación de una elasticidad del 0,81 con un grado de ajuste de sólo el 0,492. Además la teoría de Keynes se refiere a las variables en niveles no en diferencias, de manera que la ecuación [6] está midiendo una hipótesis diferente de la Keynesiana, que es el objetivo de este documento. También debe añadirse que el $D-W$ (1,57) se encuentra en la zona de indeterminación (1,5 – 1,65), de manera que no podemos rechazar la existencia de autocorrelación de las discrepancias ([Gretl: para visualizar los valores críticos de l D -W seleccionar → herramientas → tablas estadísticas → DW → seleccionar n = 57 y regresores = 2 → aceptar](#)).

La otra alternativa es contrastar si consumo y renta están cointegradas, de ser así, la ecuación [4] sería válida y representaría la relación teórica de equilibrio a largo plazo. Para que dos variables estén cointegradas se deben cumplir dos condiciones:

- que sean integradas del mismo orden.
- que los residuos de la regresión sean estacionarios.

Primero contrastamos la estacionaridad de la diferencia del consumo y renta puesto que es obvio que las series en niveles no son estacionarias (gráfico 1). Una serie Z_t es estacionaria si la serie no presenta raíces unitarias. Los contrastes usuales de raíces unitarias son los de Dickey-Fuller (contraste DF). El contraste consiste en estimar y contrastar la significatividad de delta en la ecuación siguiente:

$$dZ_t = a + \delta Z_{t-1} + V_t$$

Si V_t presenta autocorrelación se incluyen términos autorregresivos de la variable endógena hasta que desaparezcan. En este caso el contraste se denomina contraste aumentado de Dickey-Fuller (ADF)

$$dZ_t = a + \delta Z_{t-1} + \sum \gamma_i dZ_{t-i} + V_t$$

Generalmente en los exámenes el contraste ADF se reduce a un solo término autorregresivo para facilitar los cálculos, es decir, en los exámenes el contraste ADF suele ser el siguiente,

$$dZ_t = a + \delta Z_{t-1} + \gamma dZ_{t-1} + V_t \quad [7]$$

Si δ es menor que cero entonces Z_t no tiene raíz unitaria y la serie es estacionaria, la hipótesis de contraste es:

$$H_0: \delta = 0$$

$$H_1: \delta < 0$$

Es decir, se trata de un contraste de una sola cola. La distribución en el muestreo de δ no sigue una t de Student, de manera que no se utilizan las tablas de la t estándar sino las tablas denominadas τ que han sido calculadas por simulación por Dickey-Fuller y ampliadas por MacKinon.

Puesto que queremos contrastar la estacionaridad de la primera diferencia del consumo y renta en logaritmos, el contraste ADF, ecuación [7], aplicado a las series $d[\ln(C_t)]$ y $d[\ln(Y_t)]$ son, respectivamente:

$$d\{d[\ln(C_t)]\} = a + \delta \cdot d[\ln(C_{t-1})] + \gamma \cdot d\{d[\ln(C_{t-1})]\} + V_t \quad [8]$$

$$d\{d[\ln(Y_t)]\} = a + \delta \cdot d[\ln(Y_{t-1})] + \gamma \cdot d\{d[\ln(Y_{t-1})]\} + V_t \quad [9]$$

Primero calculamos la ecuación [8] que se reproduce en el cuadro 5 (Gretl: calculamos la primera diferencia de las serie del consumo en diferencias: seleccionar la variable “d_LC” → añadir → primera diferencia de las series seleccionadas, el nombre de la serie diferencia de la diferencia es “d_d_LC”. Para calcular el modelo: modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable de pendiente “d_d_LC”, variables independientes “d_LC” → añadir → seleccionar retardos → seleccionar un retardo para “d_LC” y también un retardo de la variable independiente → aceptar)

Modelo 3: estimaciones MCO utilizando las 55 observaciones 1943-1997 Variable dependiente: d_d_LC				
	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	0,0323358	0,00855874	3,778	0,0004 ***
d_LC_1	-0,814624	0,166033	-4,906	9,55e-06 ***
d_d_LC_1	0,0834146	0,129804	0,6426	0,5233
Media de la vble. dep.	-0,000218		D.T. de la vble. dep.	0,051032
Suma de cuad. Residuos	0,087125		D.T. de la regresión	0,040933
R-cuadrado	0,380461		R-cuadrado corregido	0,356633
F(2, 52)	15,96672		Valor p (de F)	3,92e-06
Log-verosimilitud	99,27129		Criterio de Akaike	-192,5426
Criterio de Schwarz	-186,5206		Crit. de Hannan-Quinn	-190,2138
rho	-0,001662		h de Durbin	-0,040673

Cuadro 5

Estimación de la ecuación [8]

A partir del cuadro 6 (matriz de medias, varianzas y covarianzas) podemos realizar el cálculo manual de la ecuación [8].

	Y_t D(D(LC))	X_{1t} D(LC(-1))	X_{2t} D(D(LC(-1)))
Y_t D(D(LC))	0.002557	-0.001278	-0.000816
X_{1t} D(LC(-1))	-0.001278	0.001700	0.001287
X_{2t} D(D(LC(-1)))	-0.000816	0.001287	0.002782
Medias	-0.000218	0.040126	0.001604

Cuadro 6
Medias, varianzas y covarianzas

La ecuación [8] consiste en la estimación de un modelo de regresión múltiple con dos variables explicativas. Si en la ecuación [8] realizamos los siguientes cambios de variables: $y_t = d\{\ln(c_t)\}$, $X_{1t} = d[\ln(c_{t-1})]$ y $X_{2t} = d\{d[\ln(c_{t-1})]\}$, la ecuación [8] se convierte en:

$$Y_t = a + b_1 X_{1t} + b_2 X_{2t} + V_t$$

Y como el modelo anterior pasa por las medias, es decir, por $\bar{Y} = a + b_1 \bar{X}_1 + b_2 \bar{X}_2$, restando esta ecuación de la anterior tenemos:

$$Y_t - \bar{Y} = b_1 (X_{1t} - \bar{X}_1) + b_2 (X_{2t} - \bar{X}_2) + V_t$$

De manera que la ecuación [8] se reduce a un modelo con dos variables explicativas en desviaciones a las medias, utilizando la notación habitual en que las variables en desviaciones a las medias se escriben en minúsculas, el modelo anterior, y por tanto la ecuación [8], se reduce a: $y_t = b_1 x_{1t} + b_2 x_{2t} + V_t$, que es el modelo que vamos a estimar.

Los parámetros del modelo son:

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y} = \left(n \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1, x_2} \\ S_{x_1, x_2} & S_{x_2}^2 \end{vmatrix} \right)^{-1} n \begin{vmatrix} S_{y, x_1} \\ S_{y, x_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1, x_2} \\ S_{x_1, x_2} & S_{x_2}^2 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} S_{y, x_1} \\ S_{y, x_2} \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{S_{x_1}^2 \cdot S_{x_2}^2 - (S_{x_1, x_2})^2} \begin{vmatrix} S_{x_2}^2 & -S_{x_1, x_2} \\ -S_{x_1, x_2} & S_{x_1}^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{y, x_1} \\ S_{y, x_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,0017 & 0,001287 \\ 0,001287 & 0,002782 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} -0,001278 \\ -0,000816 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{0,00000307} \begin{vmatrix} 0,002782 & -0,001287 \\ -0,001287 & 0,0017 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -0,001278 \\ -0,000816 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 906,1889 & -419,2182 \\ -419,2182 & 553,7459 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} -0,001278 \\ -0,000816 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0,816 \\ 0,0839 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Cuyos valores son muy parecidos a los del cuadro 5, ahora hay que contrastar el parámetro $b_1 = \delta$, es decir contrastar si $\delta = 0$, para ello tenemos que calcular el valor empírico de τ para compararlo con el de tablas, cuyo valor crítico es -2,3 para el 95% de confianza.

El estadístico empírico de contraste se calcula por el cociente $\frac{\hat{\delta}}{S_{\hat{\delta}}}$, el numerador es -0,816, las varianzas y covarianzas de los parámetros se calculan a partir de,

$$\begin{aligned} D(b) &= \sigma^2 [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} = \sigma^2 \frac{1}{n} \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1, x_2} \\ S_{x_1, x_2} & S_{x_2}^2 \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} S_{b_1}^2 & S_{b_1, b_2} \\ S_{b_1, b_2} & S_{b_2}^2 \end{vmatrix} \\ &= 0,00167 \frac{1}{55} \begin{vmatrix} 906,1889 & -419,2182 \\ -419,2182 & 553,7459 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,0275 & -0,01272 \\ -0,01272 & 0,0168 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Ya que la varianza de las discrepancias es

$$\sigma^2 = \frac{\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y}}{n - k} = \frac{n \left(S_y^2 - |b_1 \quad b_2| \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix} \right)}{n - k}$$

$$= \frac{55 \left(0,002557 - |-0,816 \quad 0,0839| \begin{vmatrix} -0,001278 \\ -0,000816 \end{vmatrix} \right)}{55 - 3} = \frac{0,087}{52}$$

$$= 0,00167$$

De manera que la varianza de delta es 0,0275 y su desviación típica $\sqrt{0,0275} = 0,166$, el estadístico de contraste, en consecuencia, es:

$$\frac{\hat{\delta}}{S_{\delta}} = \frac{-0,816}{0,166} = -4,916$$

De manera que la estimación del contraste ADF para la diferencia del consumo es:

$$d\{d[\ln(C_t)]\} = a \underset{(-4,91)}{-0,816} \cdot d[\ln(C_{t-1})] + \underset{(0,64)}{0,0839} \cdot d\{d[\ln(C_{t-1})]\} \quad [10]$$

El valor crítico de tablas es $\tau = -2,3$ para el 95% de confianza, como el valor estimado es $-4,91 < \tau = -2,3$ rechazamos la hipótesis nula ($H_0: \delta = 0$) es decir aceptamos la hipótesis alternativa ($H_1: \delta < 0$), dicho de otra forma, rechazamos que la diferencia del consumo tenga raíz unitaria y por lo tanto la serie del consumo en diferencias es estacionaria, en consecuencia, el consumo es una serie integrada de orden uno, $I(1)$.

Por el mismo procedimiento contrastamos si la diferencia de la renta es estacionaria, ecuación [9] ([gretl: calculamos la primera diferencia de las series en diferencias: seleccionar la variable “d_LR” y seleccionar → añadir → primera diferencia de las series seleccionadas, el nombre de la serie diferencia de la diferencia es “d_d_LR”](#). Para calcular el modelo seleccionar modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “d_d_LR”, variables independientes “d_LR” → retardamos la variable independiente seleccionando la opción de retardos seleccionando un retardo de “d_LR” y también seleccionando la variable dependiente con un retardo → aceptar).

La estimación del contraste ADF para la diferencia de la renta se reproduce en el cuadro 7.

Modelo 4: estimaciones MCO utilizando las 55 observaciones 1943-1997 Variable dependiente: d_d_LR				
	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	0,0242062	0,00795454	3,043	0,0037 ***
d_LR_1	-0,630260	0,160140	-3,936	0,0002 ***
d_d_LR_1	-0,0546731	0,137327	-0,3981	0,6922
Media de la vble. dep.	-0,000478		D.T. de la vble. dep.	0,043854
Suma de cuad. residuos	0,068918		D.T. de la regresión	0,036405
R-cuadrado	0,336365		R-cuadrado corregido	0,310841
F(2, 52)	13,17816		Valor p (de F)	0,000023
Log-verosimilitud	105,7181		Criterio de Akaike	-205,4363
Criterio de Schwarz	-199,4143		Crit. de Hannan-Quinn	-203,1075
rho	-0,009232		Durbin-Watson	2,018402

Cuadro 7
Estimación de la ecuación [9]

Es decir el modelo estimado es:

$$d\{d[\ln(Y_t)]\} = a \underset{(-3,94)}{-0,630} \cdot d[\ln(Y_{t-1})] + \underset{(-0,40)}{0,0547} \cdot d\{d[\ln(Y_{t-1})]\} \quad [11]$$

El valor crítico de tablas es $\tau = -2,3$ para el 95% de confianza, como el valor estimado es $-3,94 < \tau = -2,3$ rechazamos la hipótesis nula ($H_0: \delta = 0$) es decir aceptamos la hipótesis alternativa ($H_1: \delta < 0$), dicho de otra forma, rechazamos que la diferencia de la renta tenga raíz unitaria y por lo tanto la serie de la renta en diferencias es estacionaria, y por consiguiente la renta es una serie integrada de orden uno, $I(1)$.

En definitiva consumo y renta son variable integradas de orden uno, $I(1)$, y por lo tanto se cumple la primera condición para que consumo y renta estén cointegrados, la segunda condición es que las discrepancias de la regresión, denominadas $U1$ en gretl, sean estacionarias, el contraste de ADF para las discrepancias de la regresión [4] es:

$$dU1_t = a + \delta U1_{t-1} + \gamma dU1_{t-1} + V_t \quad [12]$$

El cuadro 8 muestra la estimación de [12] (gretl: calculamos la primera diferencia de las discrepancias: seleccionar la variable “U1” y seleccionar → añadir → primera diferencia de las series seleccionadas, el nombre de la serie en diferencias es “d_U1”. Para calcular el modelo seleccionar modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “d_U1”, variables independientes “U1” y “d_U1” ambas retardadas un periodo lo que se consigue utilizando la opción de retardos del modelo → aceptar).

Modelo 5: estimaciones MCO utilizando las 56 observaciones 1942-1997 Variable dependiente: d_u1				
	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,000607760	0,00392579	-0,1548	0,8776
u1_1	-0,148994	0,0643492	-2,315	0,0245 **
d_u1_1	0,221921	0,123691	1,794	0,0785 *
Media de la vble. dep.	-0,000484		D.T. de la vble. dep.	0,030703
Suma de cuad. residuos	0,045478		D.T. de la regresión	0,029293
R-cuadrado	0,122855		R-cuadrado corregido	0,089755
F(2, 53)	3,711660		Valor p (de F)	0,031002
Log-verosimilitud	119,7840		Criterio de Akaike	-233,5679
Criterio de Schwarz	-227,4919		Crit. de Hannan-Quinn	-231,2123
rho	0,060151		h de Durbin	1,120419

Cuadro 8
Estimación de la ecuación [12]

El cuadro 9 muestra matriz de medias, varianzas y covarianzas necesarias para realizar el cálculo manual del contraste ADF

	Y_t D(U1)	X_{1t} U1(-1)	X_{2t} D(U1(-1))
Y_t D(U1)	0.000926	-0.000495	0.000180
X_{1t} U1(-1)	-0.000495	0.003801	0.000322
X_{2t} D(U1(-1))	0.000180	0.000322	0.001029
Medias	-0.000484	-0.003596	-0.001857

Cuadro 9
Medias, varianzas y covarianzas

Primero calculamos los coeficientes de [12]

$$\mathbf{b} = [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \left(n \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1,x_2} \\ S_{x_2}^2 & S_{x_2,x_1} \end{vmatrix} \right)^{-1} n \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1,x_2} \\ S_{x_2}^2 & S_{x_2,x_1} \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{S_{x_1}^2 \cdot S_{x_2}^2 - (S_{x_1, x_2})^2} \begin{vmatrix} S_{x_2}^2 & -S_{x_1, x_2} \\ -S_{x_1, x_2} & S_{x_1}^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{y, x_1} \\ S_{y, x_2} \end{vmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} 0,003801 & 0,000322 \\ 0,001029 & 0,000180 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} -0,000495 \\ 0,000180 \end{vmatrix} \\
&= \frac{1}{0,00000381} \begin{vmatrix} 0,001029 & -0,000322 \\ 0,003801 & 0,000180 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -0,000495 \\ 0,000180 \end{vmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} 270,2529 & -84,5689 \\ 998,2810 & 0,000180 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -0,000495 \\ 0,000180 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0,149 \\ 0,2216 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta \\ \gamma \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

El estadístico empírico de contraste se calcula por el cociente $\frac{\hat{\delta}}{S_{\hat{\delta}}}$, el numerador es -0,149 las varianzas y covarianzas de los parámetros se calculan a partir de

$$\begin{aligned}
D(b) &= \sigma^2 |\mathbf{X}'\mathbf{X}|^{-1} = \sigma^2 \frac{1}{n} \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1, x_2} \\ S_{x_1, x_2} & S_{x_2}^2 \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} S_{b_1}^2 & S_{b_1, b_2} \\ S_{b_1, b_2} & S_{b_2}^2 \end{vmatrix} \\
&= 0,000858 \frac{1}{56} \begin{vmatrix} 270,2529 & -84,5689 \\ -84,5689 & 998,2810 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,00414 & -0,001296 \\ -0,001296 & 0,0153 \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

Ya que la varianza de las discrepancias es

$$\begin{aligned}
\sigma^2 &= \frac{\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y}}{n - k} = \frac{n \left(S_y^2 - |b_1 \ b_2| \begin{vmatrix} S_{y, x_1} \\ S_{y, x_2} \end{vmatrix} \right)}{n - k} \\
&= \frac{56 \left(0,000926 - |-0,149 \ 0,2216| \begin{vmatrix} -0,000495 \\ 0,000180 \end{vmatrix} \right)}{56 - 3} = \frac{0,0455}{53} \\
&= 0,000858
\end{aligned}$$

De manera que la varianza de delta es 0,00414 y su desviación típica $\sqrt{0,00414} = 0,0643$, el estadístico de contraste en consecuencia es:

$$\frac{\hat{\delta}}{S_{\hat{\delta}}} = \frac{-0,148}{0,0643} = -2,30$$

De manera que la estimación del contraste ADF para las discrepancias de [4] es

$$dU1_t = a \underset{(-2,31)}{-0,149} U1_{t-1} + \underset{(1,79)}{0,2219} dU1_{t-1} \quad [13]$$

El valor crítico de tablas es $\tau = -2,3$ para el 95% de confianza, como el valor estimado es $-2,31 < \tau = -2,3$ rechazamos la hipótesis nula ($H_0: \delta = 0$) es decir aceptamos la hipótesis alternativa ($H_1: \delta < 0$), dicho de otra forma, rechazamos que las discrepancias de [4] tengan raíz unitaria y por lo tanto consumo y renta están cointegradas y la regresión [4] no es espuria mostrando la relación entre consumo y renta a largo plazo, es decir, la relación teórica planteada por Keynes.

3. Retardos distribuidos e hipótesis de Koyck

Cabe postular que el consumo no sólo está relacionado con la renta del mismo periodo, es decir, que el consumo depende no sólo de la renta percibida en ese año sino que también influye la renta percibida en periodos anteriores. Estimamos un modelo de retardos distribuidos en el que consideramos seis retardos de la renta, el cuadro 9 muestra la estimación del modelo (**Gretl**: seleccionar modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “LC”, variables independiente “LR” y seleccionar la opción de retardos y en la ventana junto a la variable “LR” seleccionar de 0 a 6 → aceptar)

Modelo 6: estimaciones MCO
utilizando las 52 observaciones 1946-1997
Variable dependiente: LC

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,436996	0,051203	-8,535	6,98e-011 ***
LR	0,698552	0,195835	3,567	0,0009 ***
LR_1	-0,144756	0,305773	-0,473	0,6383
LR_2	0,240734	0,281049	0,857	0,3963
LR_3	0,026181	0,282925	0,093	0,9267
LR_4	0,092984	0,283647	0,328	0,7446
LR_5	-0,094435	0,278016	-0,340	0,7357
LR_6	0,240646	0,173503	1,387	0,1724
Media de la vble. dep.	5,370839	D.T. de la vble. dep.	0,739734	
Suma de cuad. residuos	0,082061	D.T. de la regresión	0,043186	
R-cuadrado	0,997060	R-cuadrado corregido	0,996592	
F(7, 44)	2131,373	Valor p (de F)	1,66e-53	
Log-verosimilitud	93,95512	Criterio de Akaike	-171,9102	
Criterio de Schwarz	-156,3003	Crit. de Hannan-Quinn	-165,9257	
rho	0,713890	Durbin-Watson	0,534497	

Cuadro 9

El modelo se ajusta bien a los datos, sin embargo, los estimadores de los parámetros muestran que sólo la renta sin desfase es significativamente distinta de cero, no parece acorde con nuestro planteamiento que influya más en el consumo actual la renta percibida 6 años antes (0,24) que rentas con menor desfase, tampoco se entienden los parámetros negativos de los retardos 1 y 5. Todas estas características son un síntoma de la multicolinealidad de los datos.

En nuestro planteamiento esperábamos un comportamiento del consumo muy diferente, con una influencia menor a medida que aumenta el desfase de la renta. La especificación de Koyck permite estimar un modelo de estas características, supongamos un modelo con un número finito de retardos del tipo:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_k X_{t-k} + U_t = \alpha + \sum \beta_i X_{t-i} + U_t \quad [14]$$

Suponemos que se cumple que los parámetros decrecen geométricamente de manera que se comporta de la forma siguiente:

Suponemos un λ tal que $0 < \lambda < 1$ y que los parámetros del modelo anterior se comportan de tal forma que $\beta_i = \beta \lambda^i$ garantizando que el valor de los parámetros disminuye geométricamente, es decir, el modelo [14] lo podemos escribir de la siguiente forma:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \beta \lambda^1 X_{t-1} + \dots + \beta \lambda^k X_{t-k} + U_t = \alpha + \sum \beta \lambda^i X_{t-i} + U_t \quad [15]$$

Retardando un periodo en [15], multiplicando por λ , restando de [15] y operando (tal y como se hace en la pág. 397 del manual) se llega a que [15] se puede escribir de la siguiente forma:

$$Y_t = \alpha(1 - \lambda) + \beta X_t + \lambda Y_{t-1} + V_t \quad [16]$$

De manera que podemos estimar el modelo [16] que se reproduce en el cuadro 10 (Gretl: seleccionar modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “LC”, variables independiente “LR” y seleccionar la opción de retardos y en la ventana variable dependiente seleccionar 1 retardo → aceptar).

Modelo 7: estimaciones MCO
utilizando las 57 observaciones 1941-1997
Variable dependiente: LC

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,145889	0,0361312	-4,038	0,0002 ***
LR	0,382872	0,0504174	7,594	4,47e-010 ***
LC_1	0,636969	0,0483531	13,17	1,68e-018 ***
Media de la vble. dep.	5,270109	D.T. de la vble. dep.	0,778463	
Suma de cuad. residuos	0,050915	D.T. de la regresión	0,030706	
R-cuadrado	0,998500	R-cuadrado corregido	0,998444	
F(2, 54)	17969,25	Valor p (de F)	5,71e-77	
Log-verosimilitud	119,2090	Criterio de Akaike	-232,4179	
Criterio de Schwarz	-226,2888	Crit. de Hannan-Quinn	-230,0359	
rho	0,182631	h de Durbin	1,466023	

Cuadro 10
Modelo de Koyck del consumo en España

A partir de la matriz de medias, varianzas y covarianzas realizamos el cálculo del modelo de Koyck (ecuación [16]).

	Y_t LC	X_1 LR	X_2 LC(-1)
Y_t LC	0.595374	0.567193	0.592365
X_1 LR	0.567193	0.543784	0.563597
X_2 LC(-1)	0.592365	0.563597	0.591206
Medias	5.270109	5.441329	5.232074

La estimación de los parámetros es:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{b} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \left(n \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1,x_2} \\ S_{x_2}^2 & S_{x_2,x_1} \end{vmatrix} \right)^{-1} n \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1,x_2} \\ S_{x_2}^2 & S_{x_2,x_1} \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{S_{x_1}^2 \cdot S_{x_2}^2 - (S_{x_1,x_2})^2} \begin{vmatrix} S_{x_2}^2 & -S_{x_1,x_2} \\ S_{x_1}^2 & S_{x_2,x_1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} 0,543784 & 0,563597 \\ 0,591206 & 0,592365 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 0,567193 \\ 0,592365 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{0,003846} \begin{vmatrix} 0,591206 & -0,563597 \\ 0,543784 & 0,592365 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,567193 \\ 0,592365 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} 153,7120 & -146,5337 \\ 141,3821 & 0,592365 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,567193 \\ 0,592365 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,383 \\ 0,637 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

El R^2 es

$$\begin{aligned}
 R^2 &= \frac{\mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}'\mathbf{Y}} = \frac{n \left(\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ S_{y,x_1} & S_{y,x_2} \end{vmatrix} \right)}{n(S_y^2)} = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ S_{y,x_1} & S_{y,x_2} \end{vmatrix}}{S_y^2} = \frac{\begin{vmatrix} 0,383 & 0,637 \\ 0,567193 & 0,592365 \end{vmatrix}}{0,595374} \\
 &= \frac{0,5945714}{0,595374} = 0,999
 \end{aligned}$$

La varianza de los residuos es

$$\sigma^2 = \frac{\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y}}{n - k} = \frac{n \left(S_y^2 - \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ S_{y,x_1} & S_{y,x_2} \end{vmatrix} \right)}{n - k} =$$

$$= \frac{57 \left(0,595374 - \begin{vmatrix} 0,383 & 0,637 \\ 0,567193 & 0,592365 \end{vmatrix} \right)}{57 - 3} = \frac{0,0457}{54} = 0,00085$$

Las varianzas y covarianzas de los parámetros

$$\begin{aligned} D(b) &= \sigma^2 [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} = \sigma^2 \frac{1}{n} \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1, x_2} \\ S_{x_1, x_2} & S_{x_2}^2 \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} S_{b_1}^2 & S_{b_1, b_2} \\ S_{b_1, b_2} & S_{b_2}^2 \end{vmatrix} \\ &= 0,00085 \frac{1}{57} \begin{vmatrix} 153,7120 & -146,5337 \\ -146,5337 & 141,3821 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,00229 & -0,00222 \\ -0,00222 & 0,00215 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Los estadísticos de contraste de b_1 y b_2 son

$$\frac{b_1}{S_{b_1}} = \frac{0,383}{\sqrt{0,00229}} = 7,935$$

$$\frac{b_2}{S_{b_2}} = \frac{0,637}{\sqrt{0,00215}} = 13,74$$

El término independiente es

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= a + b_1 \bar{X}_1 + b_2 \bar{X}_2; 5,270109 = a + 0,383 \cdot 5,441329 + 0,637 \cdot 5,232074; \\ a &= 5,270109 - 0,383 \cdot 5,441329 - 0,637 \cdot 5,232074 = -0,147 \end{aligned}$$

El Durbin-Watson (D-W) a partir del cuadro de varianzas y covarianzas del modelo autorregresivo de las discrepancias de [16] es ($v_t = a + rv_{t-1} + \varepsilon_t$).

	U2	U2(-1)
U2	0.001081	0.000237
U2(-1)	0.000237	0.001173

$$r = \frac{S_{x,y}}{S_x^2} = \frac{0,000237}{0,001173} = 0,20$$

$$D - W = 2(1 - r) = 2(1 - 0,2) = 1,6$$

Cuando el modelo incluye a la variable endógena retardada se aplica la h de Durbin

$$h = r \sqrt{\frac{n}{1 - nS_{b_2}^2}} = 0,2 \sqrt{\frac{57}{1 - 57 \cdot 0,00215}} = 1,61$$

De manera que la estimación de [16] es

$$\text{Ln}(C_t) = -0,15 + \underset{(7,94)}{0,383\text{Ln}(R_t)} + \underset{(13,74)}{0,637\text{Ln}(C_{t-1})} + U_{2t} \quad [17]$$

$$R^2 = 0,99, \quad SSR = 0,05, \quad h \text{ de Durbin} = 1,61$$

Que presenta regresores significativos y un buen ajuste, pero un D-W que a pesar de estar sesgado hacia dos (por ello se utiliza la h de Durbin, que es inferior a 1,96 y por tanto no se puede descartar la existencia de autocorrelación con este contraste) presenta autocorrelación de las perturbaciones de manera que el modelo no es adecuado. Según el modelo de Koyck el multiplicador de impacto es 0,383 y el multiplicador total (pág. 397 del manual, ecuación [11.37]) es:

$$\sum b_i = \frac{b_1}{1 - b_2} = \frac{0,383}{1 - 0,637} = 1,056$$

Obsérvese que el multiplicador total es muy similar a las elasticidad del modelo de cointegración (ecuación [4]) (1,04).

4. Contraste de causalidad

El contraste de causalidad en el sentido de Granger se realiza a partir de las regresiones restringida e irrestricta, si queremos contrastar la causalidad de X a Y , siendo X la renta e Y el consumo se establecen las siguientes regresiones

$$Y_t = a + \sum \alpha_i X_{t-i} + \sum \beta_i Y_{t-i} + V1_t \quad [18]$$

$$Y_t = a + \sum \beta_i Y_{t-i} + V2_t \quad [19]$$

El contraste de causalidad es

$$F_{m,n-k} = \frac{\frac{SC_R - SC_I}{m}}{\frac{SC_I}{n-k}} \quad [20]$$

La ecuación [18] es la ecuación irrestricta, la ecuación [19] se denomina restringida. En el contraste de la F de Snedecor, ecuación [20], m es el número de retardos de la ecuación restringida, SC_R es la suma cuadrática de los residuos de la regresión restringida, SC_I es la suma cuadrática de los residuos de la regresión irrestricta, n el número de observaciones y k el número de parámetros estimados en la regresión sin restricciones o irrestricta.

En los exámenes, con el objetivo de facilitar los cálculos, las ecuación [18] y [19] se suelen considerar con sólo dos retardos, es decir, la ecuación irrestricta es:

$$\text{Ln}(C_t) = a + b_1 \text{Ln}(Y_{t-1}) + b_2 \text{Ln}(Y_{t-2}) + b_3 \text{Ln}(C_{t-1}) + b_4 \text{Ln}(C_{t-2}) + V1_t \quad [21]$$

Y la ecuación restringida,

$$\text{Ln}(C_t) = a + b_1 \text{Ln}(C_{t-1}) + b_2 \text{Ln}(C_{t-2}) + V2_t \quad [22]$$

La estimación del modelo irrestricto [21] se reproduce en el cuadro 11 (Gretl: seleccionar modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “LC”, variables independiente “LR” y seleccionar la opción de retardos y en la ventana junto a la variable “LR” seleccionar de 1 a 2 y seleccionar también la opción variable endógena retardada y seleccionar de 1 a 2 → aceptar).

Modelo 8: estimaciones MCO utilizando las 56 observaciones 1942-1997 Variable dependiente: LC				
	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,0751787	0,0509911	-1,474	0,1465
LR_1	0,184786	0,194274	0,9512	0,3460
LR_2	0,123064	0,204621	0,6014	0,5502
LC_1	0,880423	0,186703	4,716	1,91e-05 ***
LC_2	-0,176858	0,167170	-1,058	0,2951
Media de la vble. dep.	5,290073	D.T. de la vble. dep.	0,770644	
Suma de cuad. residuos	0,073040	D.T. de la regresión	0,037844	
R-cuadrado	0,997764	R-cuadrado corregido	0,997589	
F(4, 51)	5689,169	Valor p (de F)	6,83e-67	
Log-verosimilitud	106,5183	Criterio de Akaike	-203,0366	
Criterio de Schwarz	-192,9098	Crit. de Hannan-Quinn	-199,1105	
rho	0,082306	Durbin-Watson	1,810795	

Cuadro 11

Regresión irrestricta, contraste de causalidad de Granger

La regresión con restricciones se reproduce en el cuadro 12 (Gretl: seleccionar modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “LC”, seleccionar la opción de retardos y seleccionar la opción variable endógena retardada y seleccionar de 1 a 2 → aceptar)

Modelo 9: estimaciones MCO utilizando las 56 observaciones 1942-1997 Variable dependiente: LC				
	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	0,0450944	0,0379306	1,189	0,2398
LC_1	1,21942	0,125915	9,684	2,55e-013 ***
LC_2	-0,222008	0,126407	-1,756	0,0848 *
Media de la vble. dep.	5,290073	D.T. de la vble. dep.	0,770644	
Suma de cuad. residuos	0,088394	D.T. de la regresión	0,040839	
R-cuadrado	0,997294	R-cuadrado corregido	0,997192	
F(2, 53)	9765,952	Valor p (de F)	9,07e-69	
Log-verosimilitud	101,1758	Criterio de Akaike	-196,3515	
Criterio de Schwarz	-190,2755	Crit. de Hannan-Quinn	-193,9959	
rho	0,048322	h de Durbin	1,001649	

Cuadro 12
Regresión restringida, contraste de causalidad de Granger

Realizamos el cálculo manual de la regresión restringida a partir del cuadro de medias, varianzas y covarianzas que se reproduce a continuación

	LC	LC(-1)	LC(-2)
LC	0.583288	0.582415	0.578796
LC(-1)	0.582415	0.583214	0.580005
LC(-2)	0.578796	0.580005	0.578677
Medias	5.290073	5.250113	5.211949

Los coeficientes son

$$\begin{aligned}
 \mathbf{b} &= [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \left(n \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1,x_2} \\ S_{x_1,x_2} & S_{x_2}^2 \end{vmatrix} \right)^{-1} n \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{x_1}^2 & S_{x_1,x_2} \\ S_{x_1,x_2} & S_{x_2}^2 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{S_{x_1}^2 \cdot S_{x_2}^2 - (S_{x_1,x_2})^2} \begin{vmatrix} S_{x_2}^2 & -S_{x_1,x_2} \\ S_{x_1,x_2} & S_{x_1}^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} 0,583214 & 0,580005 \\ 0,578677 & 0,578796 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 0,582415 \\ 0,578796 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{0,001087} \begin{vmatrix} 0,578677 & -0,580005 \\ 0,583214 & 0,578796 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,582415 \\ 0,578796 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} 532,3615 & -533,5833 \\ 536,5354 & 0,578796 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,582415 \\ 0,578796 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1,219 \\ -0,222 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

Y la suma cuadrática de los residuos de la regresión restringida

$$\begin{aligned}
 SC_I &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} = n \left(S_y^2 - \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{y,x_1} \\ S_{y,x_2} \end{vmatrix} \right) \\
 &= 56 \left(0,583288 - \begin{vmatrix} 1,219 & -0,222 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,582415 \\ 0,578796 \end{vmatrix} \right) = 0,1017
 \end{aligned}$$

El contraste de causalidad es

$$F_{m,n-k} = \frac{\frac{SC_R - SC_I}{m}}{\frac{SC_I}{n-k}} = \frac{\frac{0,1017 - 0,073}{2}}{\frac{0,073}{56-5}} = \frac{0,01435}{0,00143} = 10,03 = F_{2,51}$$

Puesto que el valor crítico de una $F_{2,51}$ es 3,97 y el valor empírico es mayor (10,03), rechazamos la hipótesis nula de no existencia de causalidad en el sentido de Granger, de manera

que se acepta la hipótesis de existencia de causalidad de la renta al consumo en el sentido de Granger.

En este caso causalidad lógica, propuesta por Keynes mediante la función de consumo, y el contraste de causalidad en el sentido Granger coinciden pero debemos resaltar que ambos tipos de causalidad son diferentes, mientras la causalidad lógica goza de las propiedades de universalidad y carácter necesario, es decir, una vez conocido el movimiento de la causa, se sigue de modo necesario el efecto. El atributo de la necesidad de las proposiciones causales, deriva de su formulación cualitativa, con fundamentación deductiva.

El concepto de causalidad en el sentido de Granger, por el contrario, es un concepto empírico y no lógico, no se considera una como hipótesis mantenida o aceptada sino como una hipótesis contrastable, es inductiva careciendo de las propiedades de generalidad y necesidad de los modelos deductivos.

5. Modelo de corrección de error

El modelo de corrección de error establece una correspondencia entre el principio de cointegración y de corrección de error, entre la dinámica a corto plazo y los desequilibrios a largo plazo. Mientras la relación de cointegración muestra la relación teórica, interpretada como una relación estática y de equilibrio a largo plazo. El modelo de corrección de error muestra la relación dinámica, a corto plazo, entre las variables cointegradas pero incluyendo los errores de la relación a largo plazo, muestra como los desequilibrios de la relación a largo plazo se van corrigiendo a corto con un periodo de retraso. En general el modelo de corrección de error más sencillo se puede expresar de la siguiente forma:

$$dY_t = \alpha + \beta dX_t + \gamma d_{t-1} + V_t \quad [23]$$

Modelo con todas las variables estacionarias, $I(0)$, en el que se incluye, como una variable más del modelo, los errores de la ecuación cointegrada retrasada en un periodo, d_{t-1} , donde su coeficiente debe ser negativo, es decir, $\gamma < 0$, la interpretación del mecanismo de corrección de error es que los desequilibrios a largo plazo se corrigen en el porcentaje γ en el periodo siguiente. En el caso de la función del consumo en España la ecuación [23] de corrección de error es:

$$d[\ln(C_t)] = \alpha + \beta d[\ln(Y_t)] + \gamma U_{t-1} + V_t \quad [24]$$

Donde el consumo y la renta en logaritmos aparecen en primeras diferencias (que son estacionarias como hemos visto en epígrafes anteriores) y también los errores de la ecuación de cointegración [4], U_{t-1} , retrasado un año. La estimación del modelo de corrección de error se muestra en el cuadro 13 (Gretl: seleccionar modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “d_LC” → seleccionar como variables independientes “d_LR” y “U1”, seleccionar la opción de retardos y seleccionar la variable “U1” y seleccionar 1 a 1 → aceptar)

Modelo 10: estimaciones MCO utilizando las 57 observaciones 1941-1997 Variable dependiente: d_LC				
	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	0,0109539	0,00546759	2,003	0,0502 *
d_LR	0,699774	0,104463	6,699	1,27e-08 ***
u1_1	-0,222529	0,0603459	-3,688	0,0005 ***
Media de la vble. dep.	0,038036	D.T. de la vble. dep.		0,043388
Suma de cuad. residuos	0,042766	D.T. de la regresión		0,028142
R-cuadrado	0,594323	R-cuadrado corregido		0,579298
F(2, 54)	39,55542	Valor p (de F)		2,64e-11
Log-verosimilitud	124,1797	Criterio de Akaike		-242,3593
Criterio de Schwarz	-236,2302	Crit. de Hannan-Quinn		-239,9773
rho	0,167094	Durbin-Watson		1,601921

Cuadro 13

Modelo de corrección de error de la función del consumo en España

La matriz de medias, varianzas y covarianzas permite el cálculo manual del modelo

	D(LC)	D(LR)	U1(-1)
D(LC)	0.001849	0.001124	-0.001406
D(LR)	0.001124	0.001387	-0.000688
U1(-1)	-0.001406	-0.000688	0.004156
Medias	0.038036	0.038430	-0.000852

Los parámetros del modelo son

$$\begin{aligned}
 \mathbf{b} &= [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \left(n \begin{vmatrix} S_{d(LR)}^2 & S_{d(LR),U1} \\ S_{d(LR),U1} & S_{U1}^2 \end{vmatrix} \right)^{-1} n \begin{vmatrix} S_{d(LC),d(LR)} \\ S_{d(LC),U1} \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} S_{d(LR)}^2 & S_{d(LR),U1} \\ S_{d(LR),U1} & S_{U1}^2 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} S_{d(LC),d(LR)} \\ S_{d(LC),U1} \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{S_{d(LR)}^2 \cdot S_{U1}^2 - (S_{d(LR),U1})^2} \begin{vmatrix} S_{U1}^2 & -S_{d(LR),U1} \\ -S_{d(LR),U1} & S_{d(LR)}^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_{d(LC),d(LR)} \\ S_{d(LC),U1} \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{0,001387 \cdot 0,000688 - (-0,000688)^2} \begin{vmatrix} 0,001124 \\ -0,001406 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{0,000005291} \begin{vmatrix} 0,004156 & 0,000688 \\ 0,001387 & -0,001406 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,001124 \\ -0,001406 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} 784,4848 & 130,0321 \\ 262,1433 & -0,001406 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,001124 \\ -0,001406 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,699 \\ -0,222 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta \\ \gamma \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

El término independiente es

$$\begin{aligned}
 \overline{d[Ln(C_t)]} &= a + \beta \overline{d[Ln(Y_t)]} + \gamma d_{t-1}; \\
 0,038036 &= a + 0,699 \cdot 0,038430 + 0,222 \cdot 0,000852; \\
 a &= 0,038036 - 0,699 \cdot 0,038430 - 0,222 \cdot 0,000852 = -0,1098
 \end{aligned}$$

El R^2

$$\begin{aligned}
 R^2 &= \frac{\mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}'\mathbf{Y}} = \frac{n \begin{vmatrix} \beta & \gamma \\ S_{d(LC),d(LR)} & S_{d(LC),U1} \end{vmatrix}}{n(S_{d(LC)}^2)} = \frac{\begin{vmatrix} \beta & \gamma \\ S_{d(LC),d(LR)} & S_{d(LC),U1} \end{vmatrix}}{S_{d(LC)}^2} \\
 &= \frac{\begin{vmatrix} 0,699 & -0,222 \\ 0,001124 & -0,001406 \end{vmatrix}}{0,001849} = 0,5937
 \end{aligned}$$

La varianza de los residuos

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= \frac{\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y}}{n - k} = \frac{n \left(S_{d(LC)}^2 - \begin{vmatrix} \beta & \gamma \\ S_{d(LC),d(LR)} & S_{d(LC),U1} \end{vmatrix} \right)}{n - k} \\
 &= \frac{57 \left(0,001849 - \begin{vmatrix} 0,699 & -0,222 \\ 0,001124 & -0,001406 \end{vmatrix} \right)}{57 - 3} = \frac{0,0428}{54} = 0,00079
 \end{aligned}$$

Las varianzas y covarianzas de los parámetros

$$\begin{aligned}
 D(b) &= \sigma^2 [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} = \sigma^2 \frac{1}{n} \begin{vmatrix} S_{d(LR)}^2 & S_{d(LR),U1} \\ S_{d(LR),U1} & S_{U1}^2 \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} S_{\beta}^2 & S_{\beta,\gamma} \\ S_{\beta,\gamma} & S_{\gamma}^2 \end{vmatrix} \\
 &= 0,00079 \frac{1}{57} \begin{vmatrix} 784,4848 & 130,0321 \\ 130,0321 & 262,1433 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,01087 & 0,00180 \\ 0,00180 & 0,00363 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

La t de β y γ son

$$\frac{\beta}{\hat{S}_{\beta}} = \frac{0,699}{\sqrt{0,01087}} = 6,704$$

$$\frac{\gamma}{S_{\gamma}} = \frac{-0,222}{\sqrt{0,00363}} = -3,685$$

En definitiva la ecuación dinámica a corto plazo viene dada por la siguiente estimación

$$d[\ln(C_t)] = -0,15 + 0,699d[\ln(Y_t)] - 0,222U_{t-1} + V_t \quad [25]$$

(6,704) (-3,685)

$$R^2 = 0,59, \quad SSR = 0,043, \quad D-W = 1,60$$

El estimador del parámetro de corrección de error es significativo. El coeficiente de determinación es reducido como consecuencia de estar calculado a partir de las series en diferencias. Puede decirse que la elasticidad del consumo respecto a la renta es de 1,04 a largo plazo, ecuación [4], mientras que a corto plazo la elasticidad es 0,699. El parámetro de corrección de error muestra que el desequilibrio a largo plazo, discrepancias del modelo [4] retardado un año, son corregidas el año siguiente en un 22%.

6. Modelización de lo general a lo específico

Esta aproximación econométrica adoptando las ideas de cointegración y corrección de error, utiliza la expresión de general en el sentido de incluir a priori un número elevado de retardos, incluso mayor de los considerados a priori necesarios, procediendo a una simplificación posterior hasta quedarse con las variables que se consideran más importantes. Se propone, en definitiva ir de un planteamiento general hasta llegar a uno más particular, la justificación de este procedimiento se encuentra en que este procedimiento posee mayor potencia evitándose el problema del desgaste de los datos.

El procedimiento comienza estimando un modelo autorregresivo con retardos distribuidos, podemos, por ejemplo, en nuestro caso partir de un modelo autorregresivo con retardos distribuidos que incluya 2 retardos [ARD(2,2)], es decir,

$$\ln(C_t) = a + b_1\ln(Y_t) + b_2\ln(Y_{t-1}) + b_3\ln(Y_{t-2}) + b_4\ln(C_{t-1}) + b_5\ln(C_{t-2}) + V_t \quad [26]$$

La estimación del modelo se reproduce en el cuadro 14 (Gretl: seleccionar modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable dependiente “LC” → seleccionar como variable independiente “LR”, seleccionar la opción de retardos y seleccionar la variable “L R” y seleccionar 1 a 2 retardos y seleccionar también variable dependiente con retardos y seleccionar los retardos de 1 a 2 → aceptar).

Modelo 11: estimaciones MCO utilizando las 56 observaciones 1942-1997 Variable dependiente: LC				
	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,0925886	0,0362337	-2,555	0,0137 **
LR	0,740331	0,103205	7,173	3,21e-09 ***
LR_1	-0,791018	0,193588	-4,086	0,0002 ***
LR_2	0,292157	0,146977	1,988	0,0523 *
LC_1	0,926431	0,132526	6,991	6,21e-09 ***
LC_2	-0,155081	0,118561	-1,308	0,1968
Media de la vble. dep.	5,290073		D.T. de la vble. dep.	0,770644
Suma de cuad. residuos	0,035995		D.T. de la regresión	0,026831
R-cuadrado	0,998898		R-cuadrado corregido	0,998788
F(5, 50)	9064,581		Valor p (de F)	1,14e-72
Log-verosimilitud	126,3317		Criterio de Akaike	-240,6633
Criterio de Schwarz	-228,5112		Crit. de Hannan-Quinn	-235,9520
rho	0,099339		h de Durbin	3,994117

Cuadro 14
Modelización de lo general a lo específico.
ARD(2,2)

De manera que el modelo ARD(2,2) estimado, ecuación [26], es

$$\ln(C_t) = -0,09 + 0,74\ln(Y_t) - 0,79\ln(Y_{t-1}) + 0,93\ln(C_{t-1}) + 0,29\ln(Y_{t-2}) - 0,16\ln(C_{t-2}) \quad [27]$$

(2,56) (7,17) (-4,09) (6,99) (1,99) (-1,31)

$$R^2 = 0,999, \quad SSR = 0,036, \quad h = 3,99$$

Todos los regresores son significativos con la excepción del consumo retardado dos años, la h de Durbin muestra que no existe autocorrelación de las perturbaciones puesto que es mayor que 1,96 en términos absolutos, el gráfico 3 muestra el correlograma de las discrepancias de la regresión (Gretl: en la ventana del modelo estimado → gráfico → correlograma de los residuos).

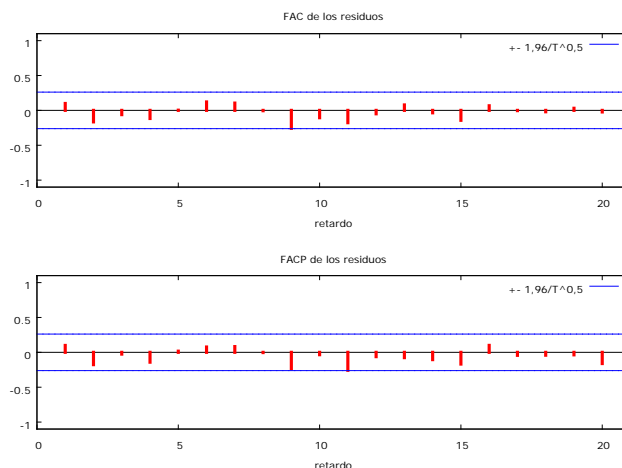


Gráfico 3
Correlograma de los residuos ARD(2,2)

Sólo en el retardo noveno la función de autocorrelación total es significativa, de manera que podemos validar el modelo en lo referente a las discrepancias. Generalmente en este tipo de modelos se suele contrastar, además de la autocorrelación otras cuestiones como la heterocedasticidad (White), normalidad (Jarque Bera), contraste ARCH de multiplicadores de la Lagrange y de especificación del modelo como el de Ramsey. Gretl permite realizar algunos de estos contrastes, pero este análisis excede el objeto de este documento (al final de este trabajo se incluye, para los alumnos interesados en profundizar sobre el tema, el artículo: *Análisis de la estabilidad de la función del consumo* publicado en la revista *Información Comercial Española* de diciembre de 2005. Incluye el modelo anterior utilizando los mismos datos así como un análisis más profundo sobre el tema), en lo que aquí respecta añadir que en este tipo de aproximación se le da más importancia a que los residuos se comporten como una variable puramente aleatoria que al problema de que uno de los regresores no sea significativo.

Operando en la ecuación [27] podemos transformar el modelo de retardos distribuidos en uno de corrección de error

Restando a ambos lados de la ecuación $\ln(C_{t-1})$ y operando tenemos,

$$d[\ln(C_t)] = -0,09 + 0,74\ln(Y_t) - 0,79\ln(Y_{t-1}) - 0,07\ln(C_{t-1}) + 0,29\ln(Y_{t-2}) - 0,16\ln(C_{t-2})$$

Sumando y restando $0,74\ln(Y_{t-1})$ en el segundo miembro y operando,

$$d[\ln(C_t)] = -0,09 + 0,74d[\ln(Y_t)] - 0,05\ln(Y_{t-1}) - 0,07\ln(C_{t-1}) + 0,29\ln(Y_{t-2}) - 0,16\ln(C_{t-2})$$

Sumando y restando en el segundo miembro $0,05\ln(Y_{t-2})$ y operando,

$$d[\ln(C_t)] = -0,09 + 0,74d[\ln(Y_t)] - 0,05d[\ln(Y_{t-1})] - 0,07\ln(C_{t-1}) + 0,24\ln(Y_{t-2}) - 0,16\ln(C_{t-2})$$

Sumando y restando en el segundo miembro $0,07\ln(C_{t-2})$ y operando,

$$d[\ln(C_t)] = -0,09 + 0,74d[\ln(Y_t)] - 0,05d[\ln(Y_{t-1})] - 0,07d[\ln(C_{t-1})] + 0,24\ln(Y_{t-2}) - 0,23\ln(C_{t-2})$$

$$d[\ln(C_t)] = -0,09 + 0,74d[\ln(Y_t)] - 0,05d[\ln(Y_{t-1})] - 0,07d[\ln(C_{t-1})] - 0,23[\ln(C_{t-2}) - 1,04\ln(Y_{t-2})] \quad [28]$$

Obsérvese que el término de corrección de error (último miembro de la ecuación) coincide con la estimación de cointegración (ecuación [4]) y que el parámetro de corrección de error, -0,23, es muy similar al del modelo de corrección de error (ecuación [25]), por supuesto la interpretación es la misma. La elasticidad a corto plazo, -0,74, es también parecida a la del modelo de corrección de error (0,699).

El modelo de retardos distribuidos, ecuación [27], es un modelo que presenta el único problema de que la diferencia del consumo retardado dos periodos no es significativo, aunque ya hemos mencionado que lo importante en esta aproximación es el buen comportamiento de los residuos como imagen empírica de una variable puramente aleatoria, no obstante cabe especificar un modelo ARD(1,1) y ver si se comporta de forma más adecuada.

La estimación del modelo ARD(1,1) se reproduce en el cuadro 15 ([Gretl: seleccionar modelo → mínimos cuadrados ordinarios → variable de pendiente “L C” → seleccionar como variable independiente “L R”, seleccionar la opción de retardos y seleccionar la variable “L R” y seleccionar 1 a 1 retardos y seleccionar también variable dependiente con retardos y seleccionar los retardos de 1 a 1 → aceptar](#)).

Modelo 12: estimaciones MCO utilizando las 57 observaciones 1941-1997 Variable dependiente: LC				
	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,110603	0,0342297	-3,231	0,0021 ***
LR	0,714882	0,103866	6,883	6,97e-09 ***
LR_1	-0,480946	0,135101	-3,560	0,0008 ***
LC_1	0,781585	0,0597724	13,08	3,21e-018 ***
Media de la vble. dep.	5,270109	D.T. de la vble. dep.	0,778463	
Suma de cuad. Residuos	0,041090	D.T. de la regresión	0,027844	
R-cuadrado	0,998789	R-cuadrado corregido	0,998721	
F(3, 53)	14573,28	Valor p (de F)	2,96e-77	
Log-verosimilitud	125,3192	Criterio de Akaike	-242,6385	
Criterio de Schwarz	-234,4663	Crit. de Hannan-Quinn	-239,4625	
rho	0,143374	h de Durbin	1,199607	

Cuadro 15
Modelización de lo general a lo específico.
ARD(2,2)

De manera que el modelo ARD(1,1) estimado es

$$\ln(C_t) = -0,11 + 0,71\ln(Y_t) - 0,48\ln(Y_{t-1}) + 0,78\ln(C_{t-1}) \quad [29]$$

(-3,23) (6,88) (-3,56) (13,08)

$$R^2 = 0,999, \quad SSR = 0,041, \quad h = 1,20$$

Todos los regresores son significativos, la h de Durbin muestra que existe autocorrelación de las perturbaciones puesto que es menor que 1,96 de manera que el modelo ARD(1,1) no es adecuado estadísticamente puesto que las discrepancias no se comportan como una variable puramente aleatoria.

Operando de igual forma como lo hicimos en el modelo ARD(2,2) se llega al modelo de corrección de error siguiente,

$$d[\ln(C_t)] = -0,11 + 0,71d[\ln(Y_t)] - 0,22[\ln(C_{t-1}) - 1,04\ln(Y_{t-1})] \quad [30]$$

Modelo que coincide esencialmente con el estimado en el epígrafe anterior, ecuación [25].

A continuación se reproduce un artículo (*Análisis de la estabilidad de la función de consumo*), la razón de hacerlo es doble. Por un lado profundiza en el análisis de la función del consumo en España utilizando los mismos datos. Por otro, los alumnos pueden empezar a familiarizarse con artículos publicados en revistas de impacto y comprobar que, con un pequeño esfuerzo, los conocimientos adquiridos en econometría permiten comprender dichos artículos.

TRIBUNA DE ECONOMÍA

Todos los artículos publicados en esta sección son sometidos
a un proceso de evaluación externa anónima

Mariano Matilla García*
Pedro A. Pérez Pascual*
Basilio Sanz Carnero*

ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DE LA FUNCIÓN DE CONSUMO

El trabajo trata de analizar la estabilidad de los parámetros de la función de consumo. Para ello se presenta un procedimiento de contraste poco habitual en la literatura, basado en el análisis de Fourier. Se revisa uno de los primeros trabajos en los que se presentó esta hipótesis y a continuación, haciendo uso del procedimiento anterior, se contrasta la estabilidad de la propensión marginal a consumir (elasticidad) a corto plazo tanto en Estados Unidos como en España, no encontrándose evidencias de que dichos parámetros sean variables.

Palabras clave: análisis de Fourier, contraste de estabilidad, función de consumo.

Clasificación JEL: C22, E21, E32.

1. Introducción

La función de consumo agregada fue planteada por vez primera¹ en *La teoría general de la ocupación, el interés y el dinero* (Keynes, 1936), donde se señalaba que existe una relación estable entre el consumo agregado (y por tanto también entre el ahorro agregado) y la renta nacional. Se postula así que la causa del consumo es la renta, de manera que a mayor renta mayor consumo y viceversa. El crecimiento del consumo derivado de un incremento unitario de la renta, es decir la *pmc* o propensión marginal a consumir, será mayor que cero y menor

que uno, lo que significa que cuando la renta se incrementa no todo ese crecimiento se dedica a acrecentar el volumen de consumo, sino que una parte del mismo se ahorra. Keynes señaló también que «en general» cabía esperar que en términos *proporcionales*, el incremento del consumo fuese asimismo menor que el incremento de renta, o sea que «en general» la elasticidad sería también menor que la unidad, si bien esta circunstancia no es estrictamente necesaria para su teoría o, en otras palabras, una elasticidad superior a la unidad seguiría siendo compatible con la misma, lo que no podría decirse sin embargo de una *pmc* mayor que la unidad, único resultado contradictorio con su hipótesis teórica.

Tobin (1975) señala dos razones fundamentales por las que una teoría como ésta debe suscitar nuestro interés. La primera es la relevancia del ahorro como acumulación de riqueza y motor del crecimiento de la capacidad de producir bienes y servicios futuros. Como segunda razón apunta

* Departamento de Economía Aplicada Cuantitativa I. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. UNED.

¹ Existen desde luego precedentes en la literatura que señalan la relación entre renta y consumo, pero suele considerarse que Keynes fue el primero en plantearla formalmente.

la preocupación por las situaciones de crisis como la que tuvo lugar en la denominada Gran Depresión de 1929, y la comprensión de sus causas. Si la demanda de inversión no es capaz de absorber todo el ahorro (la diferencia entre renta y consumo), caerán tanto la renta como el empleo. De ahí la necesidad de tomar medidas en aquellas situaciones en las que el volumen de consumo no sea suficiente para que la diferencia entre éste y la renta, es decir el ahorro, iguale la demanda de inversión.

La función de consumo agregada de Keynes permitía considerar el consumo como una variable predecible en tanto que la inversión se consideraba mucho más inestable o, en una terminología más actual, más volátil. Aquí residía precisamente la explicación del ciclo: Cuando la inversión era menor que el ahorro disponible, se producirían situaciones de crisis. Por el contrario, si la demanda de inversión excedía el volumen de ahorro, estaríamos en la fase alta del ciclo, observándose situaciones de inflación. La situación de la economía en la época en la que Keynes escribió *La teoría general...* justifica que su interés fundamental fuesen los escenarios de crisis y sus posibles soluciones. En efecto, la economía de aquellos años se caracterizaba más bien por las situaciones descritas en primer lugar, y la solución para él consistía en incrementar el gasto público para utilizar así el ahorro no demandado por la inversión privada.

Esta relación entre consumo y renta supuso un gran acicate para el trabajo empírico, estimulado también por la creciente disponibilidad de datos agregados derivados de las respectivas Contabilidades Nacionales, que unos años antes habían comenzado a elaborarse sobre todo en USA. Keynes no precisó mucho ni sobre la forma funcional ni sobre las variables empíricas más apropiadas para proceder a la medición, lo que no impidió que los primeros investigadores procedieran a la medición utilizando una amplia gama de especificaciones, como puede verse en Thomas (1989). Según este autor la presentación que se hace en muchos manuales, señalando que la especificación más importante era la sencilla ecuación de regresión:

$$C_t = a + bY_t + u_t$$

donde C_t representaba el consumo agregado e Y_t la renta personal disponible, ambas expresadas en términos reales, no hace justicia a lo que verdaderamente sucedió, caracterizado más bien por el empleo de diversas variables explicativas y formas funcionales.

Aunque las primeras investigaciones empíricas parecieron exitosas, no tardaron en aparecer problemas cuyos intentos de solución produjeron un intenso debate que, a la larga, terminaría por modificar la propia teoría del consumo.

En el contexto del mencionado debate, Woytinsky (1946) publica *Relationship between Consumer's Expenditures, Savings and Disposable Income*, un trabajo donde plantea la tesis de que la *pmc* varía con la fase del ciclo en la que nos encontremos. Esta idea había sido apuntada por el propio Keynes en la *Teoría General*.

En opinión de Cook (2000), el trabajo de Woytinsky anticipa la denominada *hipótesis de la renta relativa*, propuesta por Duesenberry (1949), que constituyó el primer intento de modificar la teoría keynesiana del consumo, al que se añadirían poco tiempo después, la *hipótesis del ciclo vital* de Modigliani y Brumberg (1954) y la de la *renta permanente* de Friedman (1957). Pues, en efecto, Woytinsky señala que los gastos individuales en consumo no dependen sólo de la renta, sino de otros factores como el estilo de vida, la ocupación y, en definitiva, la posición en la escala de rentas.

Puesto que el ciclo es un fenómeno caracterizado por fluctuaciones al alza y a la baja a lo largo del tiempo, se desprende que si la tesis de Woytinsky fuese correcta, la *pmc* presentaría asimismo oscilaciones en el tiempo. El objeto de este artículo es someter a contrastación esta hipótesis con la ayuda de un nuevo procedimiento de contraste, que denominaremos *Trig test*, desarrollado por Ludlow y Enders (2000), y que se describe en el epígrafe siguiente.

Se revisarán los resultados del propio Woytinsky pero también se someterá a contraste la hipótesis con series más largas. Asimismo se realizará el contraste con datos de la economía española. El artículo está organizado del siguiente modo. En el segundo epígrafe se expo-

ne brevemente el contraste a emplear, ofreciéndose una descripción más detallada en el apéndice. En el tercero se utiliza este contraste para revisar los resultados de Woytinsky, contrastándose asimismo la hipótesis con series americanas más extensas. El contraste con series históricas españolas se lleva a cabo en el cuarto, y el quinto se dedica a resumir los resultados y exponer las conclusiones.

2. Descripción del contraste²

El contraste se encuentra desarrollado en Ludlow, J. y Enders, W. (2000). Se basa en la utilización del análisis de Fourier, planteando como hipótesis nula la constancia del parámetro en cuestión. Por ejemplo en una regresión simple, dicha hipótesis vendrá dada por:

$$H_0 : y_t = \beta x_t + \varepsilon_t \quad [1]$$

en tanto que la hipótesis alternativa será:

$$H_A : y_t = \beta_t x_t + \varepsilon_t \quad [2]$$

es decir, un parámetro variable con el tiempo, donde la variable x ha de ser estacionaria. Este parámetro variable puede aproximarse tanto como se quiera mediante el mencionado análisis de Fourier. En el límite, eligiendo todas las frecuencias enteras comprendidas en el intervalo $[1, T/2]$, donde T es el número de observaciones, dicha aproximación será perfecta. En lugar de ello lo que se hace es escoger una única frecuencia, f , eligiéndola de forma que se minimice la suma cuadrática de los residuos de la ecuación (se maximice el ajuste):

$$y_t = \beta_0 x_t + \beta_1 \sin(2f\pi t / T) x_t + \beta_2 \cos(2f\pi t / T) x_t + \varepsilon_t \quad [3]$$

estimada por mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Ello se basa en el hecho de que si la hipótesis nula puede rechazarse para una única frecuencia, es decir, si en la regresión anterior se rechaza la hipótesis $\beta_1 = \beta_2 = 0$, habrá evidencia suficiente para sostener que el parámetro no es invariante en el tiempo.

Seguidamente se aplica la técnica de las regresiones restringida e irrestricta para construir un estadístico de contraste de la forma:

$$F_{trig}^{OLS} = \frac{(SSR - SSR^*) / 2}{SSR^* / (T - k - 1)} \quad [4]$$

donde SSR^* es la suma cuadrática de los residuos de la regresión irrestricta [3], mientras que SSR es la suma cuadrática de los residuos de la regresión restringida [1]. Si la hipótesis nula es cierta, entonces $\beta_1 = \beta_2 = 0$, que es lo que se pretende contrastar. Si no se cumple esa hipótesis, entonces la diferencia entre SSR^* y SSR será elevada, es decir, estadísticamente significativa comparada con los valores tabulados.

Puesto que la frecuencia f no está identificada bajo la hipótesis nula, los valores del estadístico de contraste no siguen una distribución F estándar con 2 y $T-k-1$ grados de libertad. Esta distribución debe obtenerse por simulación, resultando que los valores críticos son más elevados que los de una distribución F estándar.

El procedimiento anterior puede fácilmente generalizarse para ser utilizado con una regresión múltiple, como se hará más adelante.

3. Revisión de la hipótesis con los datos de Woytinsky

Los datos utilizados por Woytinsky están referidos al consumo y la renta disponible ambos expresados en dólares constantes de 1941 (Gráfico 1)³.

² El contraste se expone con más detalle en el Anexo A.

³ Tanto éstos como el resto de los datos están disponibles bajo petición (pperez@cee.uned.es).

GRÁFICO 1

DATOS BÁSICOS DE CONSUMO (CO) Y RENTA DISPONIBLE (YD), EMPLEADOS EN EL TRABAJO DE WOYTINSKY. (Período 1923-1940, EE UU)

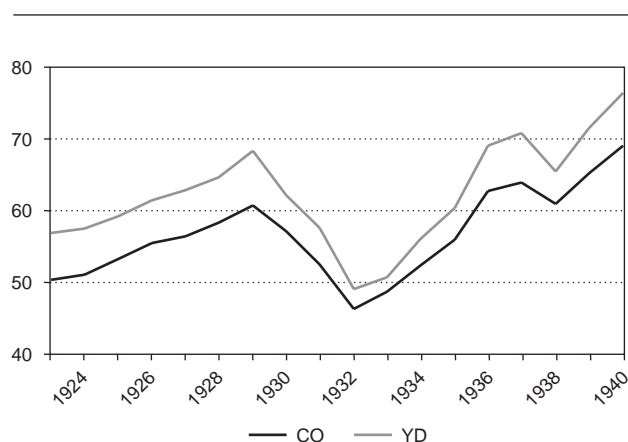
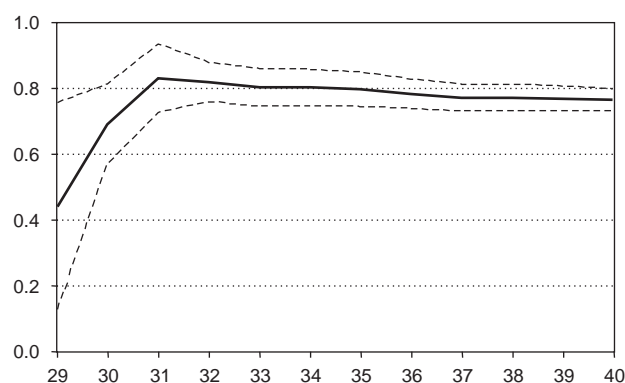


GRÁFICO 2

MCR. REGRESIÓN DE COOK, $c_t = a + by_t + ct_t$



Woytinsky, utilizando datos del período 1923-1940, referidos a EE UU, señala que el período 1931-1934 es de depresión, por lo que estos años deberían ser excluidos de la medición. Para el resto encuentra una $pmc = 0,925$. Como ha mostrado Cook (2000), el modelo de Woytinsky pasa los contrastes de diagnóstico habituales.

Utilizando sus datos, la pmc entre 1931 y 1934, sería 0,713, que efectivamente mostraría una diferencia apreciable. Sin embargo, ello podría deberse a una inadecuada cronología del ciclo. Bennion (1946) estudió esta hipótesis y cuestionó la cronología utilizada por Woytinsky, dividiendo el período en años de *prosperidad* (1923-1930), *semidepresión* (1931, 1936, 1937, 1939 y 1940) y *depresión* (1932-1935 y 1938). Su trabajo concluye que la evidencia era demasiado débil y fragmentaria para apoyar la hipótesis de Woytinsky.

Cook (2000) en una revisión del trabajo de este autor, no encuentra evidencia de que la *propensión marginal a consumir* varíe cíclicamente. Llega a esta conclusión utilizando mínimos cuadrados recursivos (MCR) sobre una ecuación que no es exactamente la utilizada por Woytinsky, ya que incluye el tiempo como regresor, algo

GRÁFICO 3

MCR. REGRESIÓN WOYTINSKY, $c_t = a + by_t$



que éste había criticado. La conclusión hubiese sido diferente de haber empleado la ecuación propuesta por este autor, como puede verse en los Gráficos 2 y 3. Mientras en la primera, en la que además de la renta se

ha incluido el tiempo como regresor, se observa que la *pmc* se estabiliza en torno a 0,77 aproximadamente (hay una errata en la ecuación 12 de Cook), en el Gráfico 3 no hay tal, mostrando la *pmc* un movimiento oscilatorio que apoyaría la tesis de Woytinsky.

A la misma conclusión que Cook y Bennion, es decir, a la falta de evidencia que apoye la variación cíclica de la propensión marginal a consumir, llega Pérez (2003).

No obstante lo anterior, en los trabajos mencionados no se distingue entre *pmc* a corto y largo plazo, distinción que hoy es habitual en la literatura de la función de consumo. Así, mientras suele admitirse que la *pmc* (o la *elasticidad*), tendrían un valor constante de equilibrio a largo plazo (para la elasticidad se postula un valor unitario), ello sería compatible con oscilaciones en el corto plazo, en el que raramente se da una situación de equilibrio. De manera que la hipótesis relevante para ser sometida a contraste, sería ahora la existencia de una *pmc* (*elasticidad*) a corto cíclica, lo que exige la especificación y estimación de un modelo en el que aparezca este parámetro.

Por otra parte se aprecia que ni la renta ni el consumo son estacionarios. El contraste ADF proporciona unos valores de -2,02 y -1,78 para consumo y renta disponible respectivamente. Puesto que el valor crítico al 5 por 100 es -3,73, no se puede rechazar la no estacionaridad. Por tanto la regresión simple no es adecuada puesto que, como vimos, un requerimiento básico para la utilización del *Trig* test, es que la variable explicativa sea estacionaria.

Un modelo sencillo que contempla a la vez la *pmc* a corto y largo plazo, puede ser un *modelo autorregresivo con retardos distribuidos* ARD(1, 1), cuya estimación por MCO proporciona (estadísticos *t* entre paréntesis):

$$\hat{C}_t = 0,73Y_t + 0,84C_{t-1} - 0,58Y_{t-1}, \quad [5]$$

(19,84) (5,43) (-4,53)

$$R^2 = 0,99, \quad DW = 2,27, \quad SSR = 6,432633$$

siendo satisfactorios los resultados de los tests de diagnóstico más habituales, como muestran los siguientes valores:

$$z_1 = 0,42, \quad z_2 = 0,42, \quad z_3 = 0,99, \quad z_4 = 0,33, \quad z_5 = 0,73$$

donde z_1 es el contraste de multiplicadores de Lagrange de Breusch Godfrey para la autocorrelación⁴, z_2 el contraste de heterocedasticidad de White, z_3 es el contraste de Jarque Bera para la normalidad de la perturbaciones, z_4 es el contraste ARCH de multiplicadores de Lagrange y z_5 es el contraste de especificación de Ramsey⁵.

El modelo anterior puede reordenarse como:

$$\Delta C_t = 0,73\Delta Y_t - 0,16(C_{t-1} - 0,94Y_{t-1}) \quad [6]$$

que es un modelo de corrección de error, según el cual la *pmc* a corto plazo sería 0,73 en tanto que la correspondiente a largo es 0,94. El término de corrección del error indica que se corrigen en el período el 16 por 100 de las desviaciones respecto de la senda de equilibrio a largo plazo. Todos los signos y valores de los parámetros son acordes con la teoría. La primera diferencia de la renta disponible puede considerarse estacionaria⁶.

La cuestión sería ahora, contrastar si la *pmc* a corto varía con el tiempo, para lo que aplicamos el *trig* test. Encontramos que la frecuencia que mejor ajusta es $f = 1$ que, en este caso, corresponde a un período de 18 años, siendo los resultados de las regresiones restringida e

⁴ El estadístico de Durbin y Watson no es suficiente al incluir la regresión una endógena retardada.

⁵ Estos estadísticos siguen distribuciones χ^2 dependiendo el número de grados de libertad del caso concreto. Mientras no se indique lo contrario, z_4 y z_5 χ^2 con 1 gl; z_1 y z_3 , χ^2 con 2 gl; z_2 sigue una χ^2 con 6 gl en modelos ADL(1, 1) y una χ^2 con 10 gl en ADL(2, 2).

⁶ El contraste ADF proporciona un valor de -3,04 prácticamente igual que el valor crítico al 5 por 100 (-3,05). Utilizando el contraste de raíces unitarias KPSS, en el que la hipótesis nula es la estacionaridad, el valor del estadístico es 0,12, de manera que no podría rechazarse la hipótesis nula de estacionaridad para ninguno de los niveles de significatividad habituales, dado que sus valores críticos al 10, 5 y 1 por 100 son respectivamente 0,35, 0,46 y 0,74. Por otra parte ninguno de los primeros valores del correlograma son significativos (0,26, 0,05, -0,14, -0,30, -0,10).

irrestringida respectivamente, los que muestran las ecuaciones [7] y [8]:

$$\Delta c_t = 0,73\Delta y_t - 0,16c_{t-1} + 0,14y_{t-1}, \quad [7]$$

(19,8) (-1,0) (1,02)

$$R^2 = 0,969, \quad SSR = 6,4326, \quad DW = 2,27$$

$$\Delta c_t = 0,71\Delta y_t - 0,068 \cos f_t \Delta y_t - 0,07 \sin f_t \Delta y_t -$$

(19,2) (-1,6) (-1,36)

$$- 0,22c_{t-1} + 0,21y_{t-1}, \quad [8]$$

(-1,36) (1,40)

$$R^2 = 0,976, \quad SSR^* = 4,9661, \quad DW = 2,54$$

Con estos datos los resultados del contraste son:

$$F = \frac{(6,432633 - 4,966112) / 2}{4,966112 / 14} = 2,06$$

que no es estadísticamente significativo ni siquiera en las tablas estándar, en las que el valor crítico al 5 por 100 $F_{2, 14} = 3,74$. En puridad, como vimos en el segundo epígrafe, el estadístico anterior no se distribuye como una F estándar y los valores críticos han de ser obtenidos por simulación. Sin embargo, en todas estas simulaciones esos valores son bastante más altos, como puede verse en el artículo de Ludlow y Enders (2000) mencionado, o en las simulaciones que nosotros mismos hemos efectuado más adelante. Por tanto, si el contraste no supera los valores de una F estándar, mucho menos superaría los valores simulados. Por ello no hemos considerado preciso efectuar esa simulación para concluir que no hay evidencia de *pmc* a corto variable. Lo mismo puede decirse de las ratios t referidas a las series trigonométricas: ninguna de ellas es significativa comparándola con los valores de una t de Student normal y, por tanto, tampoco con las que pudieran obtenerse por simulación.

Con las series en logaritmos, el modelo de corrección de error es:

$$\Delta c_t = 0,794\Delta y_t - 0,16(c_{t-1} - 0,99y_{t-1}) \quad [9]$$

valores también acordes con la teoría toda vez que la elasticidad a largo es prácticamente unitaria, siendo menor la registrada a corto, concretamente 0,79.

Sin embargo, tampoco aquí se encuentran evidencias de que la elasticidad a corto plazo presente oscilaciones cíclicas, dado que el resultado del contraste es prácticamente el mismo, $F_{trig} = 2,69$. Por otra parte, individualmente considerados, ninguno de los parámetros de las variables trigonométricas son significativos al 5 por 100 ni siquiera comparando con las tablas estándar de la t de Student⁷.

No hay pues evidencia alguna de *pmc* o *elasticidad* cíclicas. Aunque el resultado que acabamos de obtener puede estar condicionado por el escaso número de observaciones disponibles (sólo 18), con los datos del período posterior a la II Guerra Mundial, se obtiene la misma conclusión. Así, considerando los datos del Bureau of Economic Analysis entre 1948 y 1999 expresados en logaritmos, se tendría (estadísticos t entre paréntesis):

$$\hat{c}_t = 0,76y_t + 0,92c_{t-1} - 0,68y_{t-1}, \quad [10]$$

(9,62) (11,27) (-6,47)

$$R^2 = 0,999, \quad SSR = 0,005757$$

siendo los resultados de los contrastes de diagnóstico:

$$z_1 = 0,64, \quad z_2 = 0,37, \quad z_3 = 1,66, \quad z_4 = 0,63, \quad z_5 = 1,94$$

de manera que el modelo es estadísticamente aceptable. Reformulándolo queda el siguiente modelo de corrección de error⁸:

$$\Delta c_t = 0,76\Delta y_t - 0,08(c_{t-1} - y_{t-1}) \quad [11]$$

⁷ Las respectivas regresiones son en este caso,

$$\Delta c_t = 0,794\Delta y_t - 0,157c_{t-1} + 0,16y_{t-1},$$

(19,79) (-1,5) (1,06)

$$\Delta c_t = 0,846\Delta y_t + 0,093 \cos f_t \Delta y_t - 0,069 \sin f_t \Delta y_t - 0,134c_{t-1} + 0,132y_{t-1}$$

(19,08) (2,03) (-1,17) (-0,95) (-0,96)

⁸ La estacionaridad de Δy_t ofrece ahora muchas menos dudas, al ser el valor del estadístico ADF = -7,20 (valor crítico al 1 por 100, -3,56).

cuyos valores son muy parecidos: la elasticidad a largo es ahora unitaria mientras que a corto vale 0,76, sólo tres centésimas más reducida que la obtenida en el período 1923-1940.

Los resultados del contraste son en este caso, para la regresión restringida:

$$\Delta c_t = 0,761 \Delta y_t - 0,084 c_{t-1} + 0,084 y_{t-1}, \quad [12]$$

(9,62) (-1,04) (1,05)

$$R^2 = 0,639, \quad SSR = 0,005757, \quad DW = 1,89$$

que, a pesar de haber sido obtenidos de una muestra diferente, implican elasticidades a corto y largo plazo prácticamente idénticas a las de la ecuación [9], lo que apuntaría a la estabilidad de estos parámetros. Para la regresión no restringida tenemos ahora:

$$\Delta c_t = 0,799 \Delta y_t + 0,111 \cos f_t \Delta y_t - 0,109 \sin f_t \Delta y_t - 0,082 c_{t-1} + 0,081 y_{t-1}, \quad [13]$$

(10,54) (2,30) (-1,94) (-1,06) (1,07)

$$R^2 = 0,695, \quad SSR^* = 0,004869, \quad DW = 1,93$$

donde la frecuencia de máximo ajuste ha resultado ser $f = 19$. Con estos valores el estadístico de contraste vale:

$$F = \frac{(0,005757 - 0,004869) / 2}{0,004869 / 48} = 4,38$$

valor que sí sería significativo para una $F_{2, 48}$, toda vez que al 5 por 100 el valor crítico en tablas es 3,19. Lo mismo cabe decir de las ratios t : el de la onda de coseno es significativo al 5 por 100 y prácticamente lo es el de la de seno (p value = 0,0584). De manera que ahora la situación no es tan clara en cuanto a la evaluación de la hipótesis, y necesitamos conocer los valores simulados de los estadísticos de contraste. Para ello se ha diseñado un experimento en el que, a partir de un modelo como el que estamos examinando, se han obtenido las regresiones restringida e irrestricta, computando a con-

CUADRO 1
**VALORES CRÍTICOS PARA TEST TIPO F Y t ,
OBTENIDOS POR SIMULACIÓN ($T = 50$)**

%	F trig test	t test
1	9,05	3,55
5	6,94	3,02
10	6,15	2,73

tinuación los valores de F y t (en este último caso de la ecuación no restringida). El proceso se ha repetido 5.000 veces obteniéndose los resultados⁹ que figuran en el Cuadro 1, que son muy parecidos a los del artículo de Ludlow y Enders (2000). Como se ve los valores críticos son sensiblemente superiores a los de las distribuciones estándar. Está claro que comparando el valor del estadístico de contraste *Trig test*, con los del Cuadro 1, éste no es significativo por lo que no puede rechazarse la hipótesis nula, es decir, la estabilidad del parámetro. El valor del parámetro correspondiente a la onda de coseno individualmente considerado, ahora no es significativo ni siquiera al 10 por 100.

Resumiendo, en ninguno de los casos examinados se ha encontrado evidencia suficiente que sostenga la variación cíclica del parámetro. Por el contrario, cuando comparamos los resultados obtenidos en los dos períodos, lo que destaca, aparte de su correspondencia con la teoría, es la estabilidad de los parámetros obtenidos. Así, mientras la elasticidad a corto plazo medida con los datos de Woytinsky fue de 0,79, en el período

⁹ El experimento ha consistido en tomar 5.000 muestras de la serie de consumo a partir del modelo «correcto» bajo la hipótesis nula. Para cada una de dichas muestras se han calculado las sumas cuadráticas de los residuos de las regresiones restringida [14] e irrestricta [15], calculándose a continuación el estadístico tipo F . Los valores críticos del F trig que aparecen en la Tabla 1 son los de los percentiles correspondientes al 1, 5 y 10 por 100 de esta distribución. Para los del t test se han tomado directamente las ratios t de la regresión irrestricta correspondientes a las ondas de seno y coseno.

1948-1999 sólo era tres centésimas menor, 0,76; siendo la elasticidad a largo plazo aún más parecida, 0,99 y 1 respectivamente. Esta circunstancia tiene aún mayor valor si tenemos en cuenta que no sólo los períodos, sino las bases de datos son diferentes.

4. Contrastación de la hipótesis en España

No ha sido posible encontrar datos de renta personal disponible, de manera que se han utilizado los de renta personal. Los datos referidos a España y correspondientes al período 1940-1997, se representan, expresados en logaritmos, en el Gráfico 4.

Un modelo ARD(1, 1) como los que se han venido ensayando hasta ahora, proporciona:

$$\hat{c}_t = -0,11 + 0,71y_t + 0,78c_{t-1} - 0,48y_{t-1}, \quad [14]$$

$(-3,23) \quad (6,88) \quad (13,07) \quad (-3,56)$

$$R^2 = 0,998, \quad SSR = 0,0041$$

siendo los tests de diagnóstico:

$$z_1 = 5,44, \quad z_2^{**} = 17,47, \quad z_3 = 1,57, \quad z_4 = 0,02, \quad z_5 = 0,64$$

El valor del estadístico de contraste para la hipótesis de homocedasticidad, z_2 , no permite mantener ésta a ninguno de los niveles de significatividad habituales, de manera que el modelo no es estadísticamente aceptable¹⁰.

Probamos ahora con un modelo ADL(2, 2), obteniéndose:

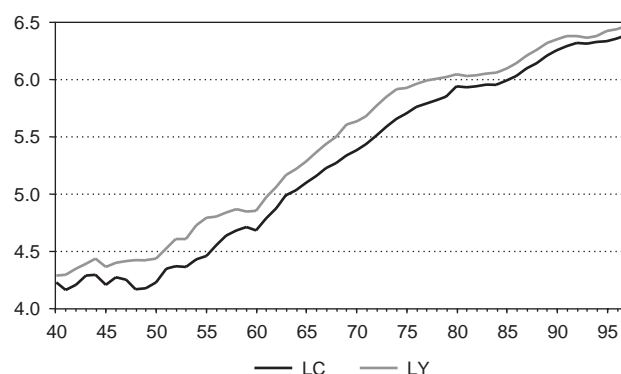
$$\hat{c}_t = -0,09 + 0,74y_t + 0,93c_{t-1} - 0,79y_{t-1} - 0,155c_{t-2} + 0,29y_{t-2}, \quad [15]$$

$(-2,56) \quad (7,17) \quad (6,99) \quad (-4,08) \quad (-1,31) \quad (1,98)$

$$R^2 = 0,998, \quad SSR = 0,036$$

¹⁰ El estadístico z_2 se distribuye como una χ^2 con 6 gl, de manera que al 5 por 100 el valor en tablas es 12,59.

GRÁFICO 4
CONSUMO Y RENTA EN TÉRMINOS
REALES, 1940-1997
(Datos en logaritmos)



FUENTE: Consejo de Economía Nacional y FBBVA en colaboración con el IVIE.

y para el resto de los tests:

$$z_1 = 5,09, \quad z_2 = 14,79, \quad z_3 = 2,26, \quad z_4 = 0,006, \quad z_5 = 1,04$$

de manera que el modelo es ahora adecuado¹¹. Su reordenación en forma de ECM queda:

$$\Delta c_t = -0,09 + 0,74\Delta y_t - 0,07\Delta c_{t-1} - 0,05\Delta y_{t-1} - 0,225(c_{t-2} - 1,06y_{t-2}) \quad [16]$$

o sea que la elasticidad a corto plazo es ahora 0,74, no muy diferente de la derivada del modelo ARD(1, 1) que tenía un valor de 0,71¹². A largo plazo la elasticidad está

¹¹ El estadístico z_2 se distribuye ahora como una χ^2 con 10 gl, siendo el valor tabulado al 5 por 100, 18,3.

¹² En forma de ECM el modelo ARD(1, 1) quedaría,

$$\Delta c_t = -0,11 + 0,71\Delta y_t - 0,22(c_{t-1} - 1,05y_{t-1})$$

de manera que la elasticidad a largo es también muy parecida, así como el término de corrección de error.

CUADRO 2
VALORES CRÍTICOS PARA TEST
TIPO F Y t , MODELO [17] OBTENIDOS
POR SIMULACIÓN ($T = 56$)

%	F trig test	t test
1	9.53	3.52
5	7.34	2.97
10	6.37	2.66

razonablemente próxima a la unidad, 1,06, y el signo del ECM es negativo, acorde con lo esperado. Por tanto, el modelo sería también aceptable desde el punto de vista económico.

Los valores críticos obtenidos por simulación para un modelo como éste, son parecidos a los que figuran en el Cuadro 2.

Para el modelo [16] se ha encontrado que la frecuencia que proporciona un mejor ajuste es $f = 3$. Considerando esta frecuencia la ecuación no restringida es:

$$\Delta c_t = -0,127 + 0,715\Delta y_t + 0,093 \cos f_t \Delta y_t + 0,265 \sin f_t \Delta y_t$$

(-3,6)
(7,36)
(0,97)
(2,70)

$$-0,126c_{t-1} - 0,021y_{t-1} - 0,183c_{t-2} + 0,347y_{t-2}, \quad [17]$$

(-1,01)
(-0,159)
(-1,66)
(2,52)

$$R^2 = 0,683, \quad SSR^* = 0,029633, \quad DW = 1,68$$

donde se aprecia una importante reducción de la suma cuadrática de los residuos. El valor del estadístico de contraste para la hipótesis conjunta es $F_{trig} = 5,26$ aproximadamente, inferior a los valores críticos del Cuadro 2, de manera que no podría rechazarse dicha hipótesis. Por otra parte, los estadísticos t de las ondas de seno y coseno son, respectivamente, 2,7 y 0,97, de manera que al nivel del 5 por 100 tampoco son significativos, pero sí lo sería la de seno al nivel del 10 por 100, de manera que la situación no es del todo clara.

La década 1940-1950 es especial en la historia de nuestro país por motivos evidentes. En 1940 acababa

de terminar la Guerra Civil y comenzar la II Guerra Mundial, a cuyo término España deberá afrontar el aislamiento promovido por las potencias vencedoras. Ello tiene su reflejo en la economía de nuestro país, que no mejora demasiado en este período a pesar de la firma del armisticio, debido en parte a la autarquía casi obligada dado el aislamiento internacional mencionado. Contrasta esta situación con el rápido crecimiento del resto de los países europeos una vez acabada la contienda mundial, beneficiados por la importante ayuda del Plan Marshall. En el caso de las series que estamos analizando, aunque en general los movimientos en renta y consumo son paralelos, observando el Gráfico 2 se percibe que entre los años 1945 y 1948 los movimientos son contrapuestos: mientras la renta crece ligeramente, el consumo cae, lo que puede ilustrar la cuestión de la especificidad de la década de los años cuarenta. La situación mejoraría después, sobre todo una vez que a principios de los cincuenta, USA estableciese una relación más fluida con nuestro país que significó de hecho el fin del aislamiento.

Por ello se analiza finalmente el período 1950-1997, en el que se han excluido los años correspondientes a este anormal período.

El modelo $ARD(1, 1)$ resulta de nuevo inadecuado por la misma razón que antes, el incumplimiento de la hipótesis de homocedasticidad, $z_2 (\chi^2_6) = 16,76$. Incluyendo en el modelo un retardo más tanto para el consumo como para la renta, se tiene:

$$\hat{c}_t = -0,07 + 0,61y_t + 0,96c_{t-1} - 0,62y_{t-1} -$$

(-1,38)
(5,86)
(6,43)
(-3,17)

$$-0,17c_{t-2} + 0,22y_{t-2}, \quad [18]$$

(-1,23)
(1,56)

$$R^2 = 0,999, \quad SSR = 0,02127$$

que ahora sí es estadísticamente apropiado:

$$z_1 = 1,96, \quad z_2 (\chi^2_{10}) = 16,26, \quad z_3 =$$

$$= 0,58, \quad z_4 = 2,89, \quad z_5 = 0,94$$

De este modelo se deriva:

$$\Delta c_t = -0,07 + 0,61\Delta y_t - 0,04\Delta c_{t-1} - 0,01\Delta y_{t-1} - 0,21(c_{t-2} - y_{t-2}) \quad [19]$$

es decir, una elasticidad unitaria a largo plazo, siendo su valor menor en el corto plazo, concretamente 0,61. El término de corrección de error es negativo y su valor es $-0,21$. Todos estos resultados son acordes con la teoría y por tanto podemos considerar que el modelo es económicamente aceptable. En relación con el estimado para el período 1940-1997, la elasticidad a largo plazo es ahora exactamente la postulada por la hipótesis teórica, habiendo experimentado una considerable reducción la elasticidad a corto, que ha pasado de 0,74 a 0,61, es decir, aproximadamente un 17,5 por 100 menor. En este sentido y en contraste con los resultados en USA, las diferencias son mucho mayores.

Para este modelo la frecuencia que mejor ajusta es $f = 2$, pero el resultado del contraste global vuelve a ser contrario a la hipótesis de un parámetro variable, dado que, siendo la regresión irrestricta:

$$\Delta c_t = \underset{(-2,25)}{-0,108} + \underset{(6,17)}{0,598\Delta y_t} - \underset{(-2,66)}{0,226 \cos f_t \Delta y_t} - \underset{(-0,75)}{0,072 \sin f_t \Delta y_t} - \underset{(-0,53)}{0,0746c_{t-1}} - \underset{(-0,29)}{0,038y_{t-1}} - \underset{(-1,77)}{0,30c_{t-2}} + \underset{(2,51)}{0,356y_{t-2}}, \quad [20]$$

$$R^2 = 0,661, \quad SSR^* = 0,017488, \quad DW = 2,04$$

$F_{trig} = 4,43$, valor que se halla por debajo de los recogidos en el Cuadro 2. Sin embargo, considerando individualmente cada una de las series trigonométricas, se observa que el parámetro que corresponde a la onda de coseno presenta una ratio t que se halla justo en el nivel del 10 por 100, por lo que a este nivel sí sería significativo.

5. Resumen y conclusión

En este trabajo hemos tratado de someter a contraste la hipótesis de una *pmc* (elasticidad) cambiante con el tiempo, cuestión planteada en el año 1946 por Woytinsky. Para ello se ha hecho uso de un nuevo procedimiento de contrastación que parece especialmente adecuado para verificar una hipótesis de esta naturaleza. A diferencia de otros trabajos que ya habían considerado la revisión de esta tesis, en el nuestro se distingue claramente entre propensión (elasticidad) a corto y largo plazo.

En el caso de EE UU, la hipótesis ha resultado claramente rechazada, tanto cuando se ha llevado a cabo con los datos utilizados por el propio Woytinsky, como cuando se han empleado series históricas más largas. Para nuestro país podemos afirmar también que la evidencia examinada no apoya la hipótesis analizada. Sin embargo, aquí la situación no es tan nítida, toda vez que los estadísticos de contraste son mucho más elevados, próximos a los valores críticos e incluso alguno de ellos significativo al nivel del 10 por 100 (caso de la onda de seno en la ecuación [18]). Teniendo en cuenta que los valores críticos no son exactos, al haber sido obtenidos por simulación, ello parece requerir una investigación más profunda que tuviera en cuenta además el hecho de que no se han podido utilizar series de renta personal disponible, como en el caso americano.

Una diferencia notable en cuanto a los resultados obtenidos con series estadounidenses y españolas, es la notable estabilidad de los parámetros en USA, cualquiera que sea el período analizado. Sin embargo, en España las diferencias resultantes de considerar períodos diferentes, han sido mucho más marcadas. Aparte de la heterogeneidad de los dos períodos, circunstancia que también se daba en el caso americano, quizá las estimaciones de renta y consumo correspondientes a la inmediata posguerra no sean del todo precisas y debieran ser revisadas.

Referencias bibliográficas

- [1] BENNION, E. G. (1946): «The Consumption Function: Cyclically Variable?», *Review of Economic and Statistics*, v. 28.
- [2] COOK, S. (2000): «A Neglected Controversy in the Modelling of Consumers' Expenditure», *Cambridge Journal of Economics*, número 24.
- [3] DUESENBERY, J. E. (1949): *Income, Saving and the Theory of Consumer Behaviour*, Cambridge, Harvard University Press.
- [4] FRIEDMAN, M. (1957): *A Theory of the Consumption Function*, Princeton, Princeton University Press, Alianza ed., Madrid, 1973.
- [5] HADJIMATHEOU, G. (1987): *Consumer Economics after Keynes: Theory and Evidence of the Consumption Function*, Brighton, Wheatsheaf.
- [6] HALL, R. E. (1978): «Stochastic implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence», *Journal of Political Economy*, v. 86.
- [7] KEYNES, J. M. (1936): *Teoría general de la ocupación el interés y el dinero*, FCE (1997, XIV reimpresión de la 2.^a ed. corregida de 1965).
- [8] KUZNETS, S. (1946): *National Product Since 1869 and National Income: A Summary of Findings*, Nueva York, NBER.
- [9] KUZNETS, S. (1952): «Proportion of Capital Formation to National Product», *American Economic Review*, mayo, 42, páginas 507-526.
- [10] LUDLOW, J. y ENDERS, W. (2000): «Estimating non Linear ARMA Models Using Fourier Coefficients», *International Journal of Forecasting*, 70, 261-290.
- [11] MODIGLIANI, F. y BRUMBERG, R. (1954): *Utility Analysis and The Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data. Post-Keynesian Economics*, New Brunswick, Rutgers University Press.
- [12] PATINKIN, D. (1976): «Keynes and Econometrics: on the Interaction between the Macroeconomic Revolutions of the Interwar Period», *Econometrica*, v. 44, número 6.
- [13] PÉREZ, P. (2003): *La función de consumo en España y sus provincias, de 1967 a 1993*, Tesis doctoral inédita.
- [14] THOMAS, J. J. (1989): «The Early Econometric History of the Consumption Function», *Oxford Economic Papers*, v. 41.
- [15] TOBIN, J. (1975): *Consumption and Econometrics*, North Holland Publishing Company.
- [16] WOYTINSKY, W. S. (1946): «Relationship Between Consumer's Expenditures, Savings and Disposable Income», *Review of Economics and Statistics*, 28.

ANEXO

Test trigonométrico

Considerando un modelo lineal con un parámetro $\beta(t)$ variable, es decir:

$$H_0: y_t = x_t\beta(t) + e_t \quad e_t \sim N(0, \sigma^2) \quad [1]$$

puesto que cualquier función absolutamente integrable $\beta(t)$ puede ser aproximada utilizando el análisis de Fourier, podemos expresar [1] como:

$$y_t = x_t \left[\beta_0 + \beta_1 \sin\left(\frac{2f\pi t}{T}\right) + \beta_2 \cos\left(\frac{2f\pi t}{T}\right) \right] + e_t \quad [2]$$

donde los β son parámetros constantes a estimar, f la frecuencia y T el número de observaciones. Aunque para obtener una alta aproximación pueden ser necesarias muchas frecuencias, para el objetivo del contraste basta con una, dado que si la hipótesis $\beta_1 = \beta_2 = 0$ puede ser rechazada para una única frecuencia, la hipótesis nula de invarianza con respecto al tiempo, quedará inmediatamente rechazada¹.

Como f es no identificada bajo la hipótesis nula $\beta_1 = \beta_2 = 0$, el test derivado de la utilización de estos parámetros no tendrá una distribución estándar y habremos de obtener los valores críticos por simulación.

Para tratar el problema de la no identificación de f , definamos un conjunto discreto F que contiene G frecuencias. Por tanto, hay que considerar G contrastes de la hipótesis nula $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$, uno para cada una de las G frecuencias de F . Para cada f los modelos bajo la hipótesis nula y la alternativa, son fácilmente estimables, pudiendo construirse un test de ratio de verosimilitud:

$$LR(f_j) = -2(l_T - l_T^f) \quad [5]$$

donde l_T es el log de verosimilitud del modelo restringido y l_T^f el log de verosimilitud del modelo que incluye términos trigonométricos en la frecuencia f .

El siguiente paso consiste en reducir la información contenida en estos G valores, en un *test* estadístico. Ello puede hacerse definiendo una función (*mapeando*) de \mathbb{R}^G , $g[LR(f_1), LR(f_2), \dots, LR(f_G)]$, en \mathbb{R} , para la que se han propuesto tres soluciones: el valor superior de entre todas las ratios, una media aritmética de las mismas o una media con ponderación exponencial:

$$\begin{aligned} LR_{sup} &= \max_{f_i \in F} LR(f_i) \\ LR_{ave} &= \frac{1}{G} \sum_{f_i \in F} LR(f_i) \\ LR_{exp} &= \ln \left[\frac{1}{G} \sum_{f_i \in F} \exp\left(\frac{LR(f_i)}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad [6]$$

Los dos últimos son más apropiados cuando las variaciones en el parámetro de interés no son exactamente de tipo trigonométrico. Aquí diversas frecuencias indicarían desviaciones de la hipótesis nula mientras que una única frecuencia podría no conducir a una refutación clara de aquélla.

Sea LR_g el resultado de aplicar alguno de los criterios anteriores. La distribución de LR_g bajo la hipótesis nula depende de cuatro factores, el conjunto de frecuencias elegido, la función de mapeado, la distribución individual de cada $LR(f_j)$, y la covarianza entre $LR(f_i)$ y $LR(f_j)$, para $i \neq j$, de manera que la construcción de los valores críticos es compleja, siendo la técnica *bootstrapping* una de las opciones más razonables.

¹ Sin embargo, puede suceder que haya variación temporal a pesar de que la hipótesis nula no haya podido ser rechazada para la frecuencia f concreta elegida.

ANEXO (continuación)

Una implementación simple del contraste

Hay sin embargo una forma de implementar el contraste de manera más sencilla. Existe un caso especial descrito por Davis (1987) en el que la distribución del contraste es invariante bajo la hipótesis nula y es por tanto posible tabular los valores críticos. Esta situación se da cuando $E[LR(f_i), LR(f_j)] = 0$, para $i \neq j$. Considérese:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \sin(2f\pi t / T) + \beta_2 \cos(2f\pi t / T) + e_t \quad [7]$$

Si el dominio de las frecuencias f_j se restringe a valores enteros en el intervalo $1, \dots, T/2^2$, entonces los términos trigonométricos en [7] son ortogonales, resultado que puede ser aprovechado para construir un procedimiento de contraste de $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ de la siguiente manera.

Se estima [7] por MCO para cada uno de los valores de f en el dominio restringido. Denotar por f^* la frecuencia que produce una menor suma cuadrática de residuos, SSR^* y sean $(\hat{\beta}_0^*, \hat{\beta}_1^*, \hat{\beta}_2^*)$ los tres coeficientes asociados a esa frecuencia. La hipótesis nula, $H_0: \beta_1^* = \beta_2^* = 0$, puede ser contrastada por medio de un test tipo F :

$$F_{trig}^{OLS} = \frac{(SSR - SSR^*) / 2}{SSR^* / (T - k - 1)} \quad [8]$$

donde SSR es la suma cuadrática de los residuos de la ecuación restringida. Como el test está calculado para la frecuencia de mayor ajuste, el procedimiento equivale a usar el primer criterio de mapeado definido anteriormente. Conviene observar no obstante que, aunque invariante, la distribución del test bajo la hipótesis nula no sigue una F estándar y sus valores críticos han de ser calculados por simulación obteniéndose (Cuadro A1, en la que los autores reproducen la de Ludlow y Enders):

CUADRO A1

%	$T = 50$	$T = 100$	$T = 250$	$T = 1000$
10	5,81	6,37	7,17	8,53
5	6,71	7,19	7,94	9,25
1	8,87	9,09	9,72	10,95

Desgraciadamente el procedimiento anterior sólo sirve para contrastar la constancia o no del término independiente. Sin embargo, hay otras posibilidades que ofrecen mayor interés, como la identificación de la variación temporal de coeficientes autorregresivos (o cualquier parámetro de un modelo de regresión).

Aunque es aún posible desarrollar una estrategia sencilla basada en la elección de la frecuencia entera que minimiza la suma cuadrática de los residuos, se pierde la propiedad de ortogonalidad entre los términos trigonométricos. La distribución del test ya no es invariante bajo la hipótesis nula, pero la variación de los valores críticos es tan pequeña que en la práctica pueden utilizarse los valores tabulados sin pérdida significativa de precisión.

² En esta restricción se están considerando sólo las frecuencias de Fourier: 1 (ciclo teórico de n periodos), 2 (ciclo teórico de $n/2$ periodos), 3 (ciclo teórico de $n/3$ periodos),..., $T/2$ (ciclo teórico de 2 años).

ICE

Información Comercial Española
Revista de Economía



Más de cien años
al servicio de la
economía española

