ECONOMETRÍA-III. FEBRERO, 2007.

1). Sean R_t y π_t, respectivamente, el tipo de interés nominal y la tasa de inflación. Considerar el siguiente modelo:

$$R_t = \beta\pi_t + u_{1t}$$

$$\Delta\pi_t = \delta + \varepsilon_{2t}$$

con: $\quad u_{1t} = \rho_{11}u_{1t-1} + \varepsilon_{1t} \qquad |\rho_{11}| < 1$

siendo ε_{1t} y ε_{2t} ruidos blancos independientes entre sí. Se pide:

a). Hallar la esperanza y varianza de la tasa de inflación y la esperanza del tipo de interés. Dibujar los gráficos de ambas variables.

b). Derivar la varianza y función de correlación de la perturbación de la relación de cointegración y dibujar su gráfico. Derivar el orden de probabilidad de la expresión $\sum t\pi_t$.

c). Escribir la relación correspondiente al tipo de interés nominal en las formas VAR y mecanismo de corrección de error del modelo.

(2 puntos)

---

2). Suponer el siguiente modelo:

$$y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + u_t \qquad u \sim N(0, \sigma^2 I_T)$$

con:

$$(X'X) = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \qquad X'y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad y'y = 10 \qquad T=10$$

a). Calcular los estimadores MCO, $\hat{\beta}$, y escribir su matriz de varianzas y covarianzas. Estimar esta matriz.

b). Se estima el modelo con la restricción $\beta_1 = \beta_2$. Calcular los estimadores restringidos, su matriz de varianzas y covarianzas y la estimación de esta matriz

c). Utilizando el contraste de la F contrastar la hipótesis nula formulada en el apartado anterior. (2 puntos)

---

3). Suponer que una variable viene explicada por un modelo cuyo único regresor es la constante y su perturbación aleatoria cumple las 8 hipótesis formuladas en el Capítulo 1 de los apuntes.

a). Escribir la función de verosimilitud de la muestra y evaluar los elementos del gradiente utilizando los estimadores máximo verosímiles sin restricciones y con restricciones suponiendo que el coeficiente de la constante es cero.

b). Demostrar que el estimador MCO de la constante es consistente.

c). Indicar como se especificaría la región crítica que correspondería a los contrastes de los multiplicadores de Lagrange (LM) y el contraste de la F si se contrasta como hipótesis nula la restricción comentada en el apartado a).

(2 puntos)

---

4). Sea M1 un modelo lineal anidado en otro modelo lineal, M2. Sean $\hat{u}_1$ y $\hat{u}_2$ los respectivos vectores de residuos MCO.

a). Obtener las esperanzas y matrices de varianzas y covarianzas de ambos vectores de residuos generando los datos M2.

b). Demostrar que si genera los datos M1, se cumple que:

$\hat{u}_2'\hat{u}_2 \leq \hat{u}_1'\hat{u}_1$

¿Se cumple esta desigualdad si genera los datos M2?

c). Un investigador propone utilizar conjuntamente los criterios $\bar{R}^2$ y el contraste de la F tomando un nivel de significación del 5%. Evaluar la coherencia de esta propuesta. Derivar el factor de parsimonia y el punto crítico implícito del criterio $\bar{R}^2$ cuando se interpreta como contraste F.

(2 puntos)

5). Suponer que para el modelo:

$y_t = \phi y_{t-1} + \beta x_t + u_t$

se va a contrastar la hipótesis nula de no autocorrelación frente a la alternativa de un proceso de segundo orden:

$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \varepsilon_t$

Para ello se va a utilizar el contraste de los Multiplicadores de Lagrange. Se pide:

a). Dibujar el gráfico de u_t. Formular la hipótesis nula y escribir la función de verosimilitud de la muestra.

b). Derivar los elementos del gradiente correspondientes a ϕ y β y evaluarlos utilizando los estimadores máximo verosímiles con y sin restricciones.

c). Suponer que $\hat{u}'\hat{u}$=12, y que $\hat{u}'\hat{U}_{-p}$=(6 0) con T=10. Indicar como deberían ser los elementos que faltan del estadístico LM para que la hipótesis nula fuera rechazada, sabiendo que el punto crítico es igual a 5’99.

(2 puntos)