

### **ECONOMETRÍA-III. ENERO, 2008.**

1). Responder las siguientes cuestiones

a). Suponer un modelo lineal general con dos regresores. Se estima el parámetro del primer regresor suponiendo primero que no hay restricciones, y, a continuación, se estima suponiendo que la suma de los coeficientes de los dos regresores es cero. Derivar la forma que toman ambos estimadores, demostrar si son insesgados y derivar la varianza de cada uno de ellos.

b). Se ha obtenido una muestra de tamaño 5 a partir de una población normal con media y varianza desconocidas. Escribir la función de verosimilitud y derivar el gradiente. Obtener el estimador máximo-verosímil de la media y derivar su esperanza matemática.

(2,5 puntos)

---

2) Responder las siguientes cuestiones:

a). Para un proceso autorregresivo de segundo orden con media diferente de cero que es estacionario, derivar su media y su varianza y dibujar, aproximadamente, el gráfico del proceso y el de su función de autocorrelación.

b). Para una serie que tiene solo una tendencia estocástica, dibujar, aproximadamente, su gráfico y obtener su media y su varianza.

(2,5 puntos)

---

3). Un investigador está estudiando la relación entre la variable consumo (y) y la variable renta (x). Tras realizar un análisis univariante de las dos series, llega a la conclusión de que el consumo es un camino aleatorio con deriva mientras que la renta es un camino aleatorio sin deriva.

a). Derivar la media y varianza de las dos variables. Dibujar, aproximadamente, el gráfico de ambas variables y el de sus correlogramas.

b). Repetir lo indicado en el apartado anterior para las primeras diferencias de las dos variables. ¿Qué modelo debería especificar el investigador si desea estudiar la relación entre el consumo y la renta?

c). Estudiar la convergencia de las sumas de cuadrados de las dos variables y de las sumas de cuadrados de las primeras diferencias de ambas variables. ( 2,5 puntos)

---

### ECONOMETRÍA-III. SEPTIEMBRE, 2008.

4). Para el modelo:

$$y = X\beta + u \quad u \sim N(0, \sigma^2 I_T)$$

se tiene la siguiente información:

$$(X'X) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad y'y = 10 \quad T=10$$

a). Calcular los estimadores MCO de  $\beta$  y  $\sigma^2$ . Obtener la covarianza entre  $\hat{\beta}_1$  y  $\hat{\beta}_2$ . Obtener la varianza de  $\hat{\beta}_1$  y estimarla insesgadamente.

b). Se estima el modelo con la restricción  $\beta_2 = 0$ . Calcular los estimadores restringidos de los elementos de  $\beta$ . Derivar la varianza del estimador restringido de  $\beta_1$  y comparar esta varianza con la obtenida en el apartado anterior y concluir si el resultado de esta comparación es válido para cualquier tipo de datos o sólo es válido para los datos de este ejemplo.

c). Se va a contrastar la restricción formulada en el apartado anterior utilizando el contraste LM. Formular la región crítica e indicar la decisión que tomaría con los datos de este ejemplo. (2,5 puntos)

---