TEMA 1
SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DE DISTRIBUCIONES DISCRETAS

1. X=número de días de ejecución

$$\text{Y=coste de la obra=}\begin{cases} 25000+800X & \text{si } X \le 10 \\ 25000+800X+1000(X-10) & \text{si } X > 10 \end{cases}$$

Y=coste	31400	32200	33000	34800	36600
Probabilidad	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

a) P[9≤X≤11] = 0,8

b) P[X≥10|X≥9] = 7/9

c) E[Y]= 33400 €

d) D[Y]=1472,42 €

2. Y=beneficio de la inversión

E[Y]=0,15*6000*0,70-0,50*6000*0,30=-270 €

3. X=suma de los puntos de 2 dados

a) Función de probabilidad

Punt	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Prob	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

b) E[X]= 7 y Var[X]=5,83

4. a) E[X] = 3,25€ b) precio = 4€ c) 16250€

5. a) 0,704 b) 0,23478 c) Media: 11,532 €; desviación 5 € d) 12,2739 €

6. a) 0,20 b) 0,2381 c) Media:1,7 llamadas; desviación: 1 llamada d) 2,02 llamadas

7. X=número de positivos en 100 controles de alcoholemia➔ X~Bi(100; 0,1)

a) E[X]=10

b) P{X>20}=P{X≥21}=0,0008

c) P{X≤10}=0,5832

d) I= ingresos por multa = 300X; El ingreso medio es E[I]=300·10=3000 €

8. X=número de hijos varones ➔ $X \sim Bi(4;0,5)$

Y=número de familias con k hijos varones ➔ $Y \sim Bi(2000;p)$ con $p=P[X=k]$

a) $E[Y]=1875$ ($p = P[X\geq 1]$)

b) $E[Y]=750$ ($p = P[X=2]$)

c) $E[Y]=1250$ ($p = P[X=2$ ó $3]$)

d) $E[Y]=125$ ($p = P[X=4]$)

9. X=número de artículos defectuosos encontrados en la muestra de 20 $\sim Bi(20,0.05)$

a) $P[X>2] = P[X\geq 3] = 0,0755$

b) Y = número de días de los 15 en los que es necesario realizar una inspección completa
$Y \sim Bi(15,0,0755)$ $P[Y=2] = 0,2157$

c) Z = inspecciones completas en un mes $\sim Bi(20,0,0755)$
$P[Z\leq x] \geq 0,95$ ➔ $x = 4$ días

10.

a) X=nº reservas que no acuden al restaurante $\sim Bi(20; 0,15)$

$P\{X\geq 2\}=0,8244$

b) Y_n = número de reservas que acuden al restaurante $\sim Bi(n;0,85)$

Máximo n tal que $P(Y_n>18) = P(Y_n\geq 19) \leq 0,05$ ➔ $n=19$

11. X=nº pasajeros que se presentan al embarque → $X \sim Bi(n, 0,80)$

Y=nº pasajeros que no acuden al embarque → $Y \sim Bi(n, 0,20)$

a) Si $n=20$ $P\{X\geq 18\}=P\{Y\leq 2\}=1-P\{Y\geq 3\}=0,2061$

b) Si $n=20$ $P\{X\leq 16\}=P\{Y\geq 4\}=0,5885$

c) $P\{X\geq 18\}= P\{Y\leq n-18\}\leq 0,10$

Para $n=19$ $P\{Y\leq 1\}=0,0829$

Para $n=21$ $P\{Y\leq 3\}=0,3704$ Habrá que vender como mucho 19 billetes.

12. X=nº respuestas correctas en el examen →$X \sim Bi(20; 0,25)$

a) $P\{acertar\}=0,25$

b) $P\{X=0\}=0,0032$

c) $P\{X=20\}=9,09\ 10^{-13}\cong 0$

d) $P\{X>10\}=P\{Y\geq 11\}=0,0039$

e) $P(X\leq x)\geq 0,9$ → $x = 8$

13.
a) X = número de llamadas que resultan en una venta

$X \sim Bi(250,0.01)$ $P(X \leq 5) = 0,9588$

Independencia entre días y constancia de la proporción de ventas. Puede ser irreal si se tratan de días correspondientes a una promoción

b) Mínimo x tal que $P[X \leq x] \geq 0,90$ → x = 5

c) $P[X \geq 8] = 0,0040$. No, es un valor demasiado alto al estar situado muy en la cola derecha de la distribución

14. X=número de transacciones incorrectas en una muestra de 5 ➔ $X \sim H(25,5,5)$

a) $P\{X=5\}=0,000019$

b) $P\{X \geq 2\}=0,2522$

c) Mínimo x tal que $P(X \geq x) \leq 0,05$ ➔ x = 3

15. X=nº aciertos en la lotería primitiva → $X \sim H(49,6,6)$

a) $P\{X=6\}=7,151\ 10^{-8} \cong 0$

b) $P\{X \leq 2\}=0,9814$

16. X=número de defectuosos en una muestra de 6 ➔ $X \sim H(30, 6, 6)$

$P\{X \leq 1\}= 0,6562$

17. X = número de accionistas de la muestra que apoya la propuesta ➔ $X \sim H(1200, 800, 18)$

$P(X=14) = 0,1292$. Podría lanzar su propuesta.

18. X = número de camiones con defectos en la muestra ➔ $X \sim H(50, 5, 10)$

$P(X \geq 2) = 0,2581$

Nos piden el mínimo x tal que $P(X \geq x) \leq 0,05$ ➔ x = 3

19. X_i=número de aviones que llegan en i minutos ➔ $X_i \sim P(0,9i)$

a) $P\{X_5=9\}=0,0232$

b) $P\{X_8 <10 \}=0,8096$

c) $P\{X_{11} \geq 14\}=0,1284$

d) $P(12 \leq X_{10} \leq 15) = 0,1750$

20. X=nº máquinas reparadas en un día → $X \sim P(3)$

a) $P\{X \geq 5\}=0,1847$

b) $P\{ X=5|X>2\}= P\{X=5\}/ P\{X>2\}=0,1748$

c) Y = número de máquinas reparadas en 5 días ~ P(15)

d) $P(12 \leq Y \leq 16) = 0,4794$

21. Y_i=número de accidentes en i semanas ➔ ~P(2i)

Nos piden calcular el valor máximo de x tal que:

a) $P\{Y_1 \leq x\} \leq 0,05$ ➔ x = no existe

b) $P\{Y_2 \leq x\} \leq 0,05$ ➔ x = 0

c) $P\{Y_4 \leq x\} \leq 0,05$ ➔ x = 3

22. X=número de errores por factura ➔ $X\sim P(\lambda)$

a) $P\{X=0\}=0{,}0183$ ➔ $\lambda=4$

b) $P\{X>1\}=0{,}9084$

c) $P\{X\leq 5|X\geq 1\}=0{,}7812$

23. X_i=nº accidentes de trabajo en i semanas $\sim P(\lambda i)$

a) $P\{X_1=1\}=0{,}5P\{X_1=0\} \Rightarrow \lambda=0{,}5$

b) $P\{X_1=2,X_2=4\}=0{,}00575$

c) $X_4\sim P(2) \Rightarrow P\{X_4\leq 8\}=0{,}9998$

24. X=nº accidentes diario $\sim P(0{,}1)$

a) Y=nº accidentes en dos meses$\sim P(40\cdot 0{,}1)=P(4)$

$P(Y\geq 3)=0{,}7619$

b) Z=nº trabajadores con absentismo laboral$\sim Bi(100, 0{,}25)$

$P(Z\leq 30)=1-P\{Z\geq 31\}=0{,}8962$

25. X=número de llamadas en 30 minutos ➔ $X\sim P(10)$

a) $P\{X=15\}=0{,}0347$

b) Y=número de reclamaciones en 50 llamadas ➔ $Y\sim Bi(50;0{,}1)$

$P\{Y\geq 8\}=0{,}1221$

c) Z=número de reclamaciones en 3 llamadas➔ $Z\sim Bi(3{,}0{,}1)$

$P\{Z=3\}=0.001$

26. X= nº clientes que compran de los 100 que entran en la tienda ➔ $X\sim Bi(100; p)$

$p=P\{comprar\}=0{,}3\cdot 0{,}2+0{,}5\cdot 0{,}6+0{,}2\cdot 0{,}8=0{,}52$ (aplicando el teorema de la probabilidad total)

Y=clientes que no compran$\sim$Bi (100; 0,48).

a) $P\{ X\geq 45\}=P\{Y\leq 55\}=1-P\{Y\geq 56\}=0{,}9333$ Cada cliente compra de forma independiente y todos tienen la misma probabilidad de comprar.

b) Z_1=nº clientes que entran en una hora ➔ $Z_1\sim P(5)$

Z_8=nº clientes en 8 horas ➔ $Z_8\sim P(40)$

$P\{Z_8\geq 36\}=0{,}7576$

27. X_i=número de personas que acuden a la taquilla en i minutos ➔ $X_i\sim P(\lambda i)$

a) $\lambda=4$

b) $P\{ X_5 \geq 22\}=0{,}3563$

c) I = ingreso medio en taquilla

E[I] = 594,4€

28. P{Bocadillo}=0,35

a) X~Bi(20; 0,35) ➔ P{X≥10}=0,1217

b) Y~H(50,30,10) ➔ P{Y=7}=0,2259

29.

a) X=nº defectuosos en una muestra de 20 → X~Bi(20; 0,03)

P{X≥3}=0,0210

b) Z=nº defectuosos en una muestra de 5~Bi(5; 0,03) P{Z≥1}=0,1413

Es mejor la segunda opción

30. X_1=número de hombres en un minuto ➔ X~P(1)

Y_1=número de mujeres en un minuto ➔ Y~P(2)

Se tiene que $T_1 = X_1+Y_1 \sim P(3)$

a) $P\{T_1<3\} = 1-P(T_1\geq 3) =0,4232$

b) $P\{X_{30}=5|X_{30}+Y_{30}=10\}=0,1366$

31. Sea X = número de antenas defectuosas en la muestra ➔ X~Bi(2000,0,0015) ≈ Poisson(3)

a) P(X=0) = 0,0497 (exacta) = 0,0498 (aproximada)

b) P(X≥3) = 0,5770 (exacta) = 0,5768 (aproximada)