TEMA 6

CONTRASTE DE HIPOTESIS

Conceptos básicos

1.- La duración de un corte de luz (medido en minutos) en una determinada ciudad puede explicarse mediante una distribución normal con desviación típica 5. Efectuadas dos hipótesis sobre la duración media del corte :

H_0: $\mu = 12$

H_1: $\mu = 15$

Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 25 para contrastar H_0 frente a H_1, estableciéndose que si la media muestral es menor de 14 se aceptará H_0. Determinar:

a) La probabilidad de cometer el error de tipo I.

b) La probabilidad de cometer el error de tipo II.

c) La potencia del test.

2.- Se sabe que la proporción de artículos defectuosos en un proceso de manufactura es de 0,05. El proceso se vigila en forma periódica tomando muestras aleatorias de tamaño 20 e inspeccionando las unidades. Si se encuentran dos o más unidades defectuosas en la muestra, el proceso se detiene y se considera "fuera de control".

a) Enuncia las hipótesis nula y alternativa apropiadas.

b) Obtener la probabilidad del error de tipo 1.

c) Calcular la potencia del test para los siguientes valores alternativos de la proporción de artículos defectuosos: 0,06; 0,08; 0,1; 0,15; 0,2 y 0,25.

d) Comparar las respuestas de los apartados b) y c) con las obtenidas en los mismos si el proceso se considerara "fuera de control" cuando se encuentran tres o más unidades defectuosas.

3.- La Dirección General de Tráfico quiere conocer la velocidad a la que circulan los automóviles en un tramo determinado de una carretera. Para una muestra de 7 automóviles, el radar señaló las siguientes velocidades en kilómetros por hora

79, 73, 68, 77, 86, 71, 69

Si la distribución poblacional de la velocidad es normal

a) Calcular un intervalo de confianza para del 99% para la velocidad media a la que circulan los automóviles

b) ¿Qué relación tiene el intervalo de confianza calculado en a) con un contraste de hipótesis acerca de dicha velocidad media?

4.- El catálogo de un fabricante de latas de conserva afirma que el peso medio de sus latas es de 256,2 gramos, con una desviación típica de 8,24 gramos. Tomamos una muestra de 9 latas y nos da como resultado un peso medio de 249,7 gramos. Suponiendo normalidad

- **a)** ¿a partir de qué nivel de significación podríamos dudar de esta afirmación?
- **b)** Si, además, la muestra de cómo resultado una cuasidesviación típica de 9 gramos, calcular un intervalo de confianza del 99% para la desviación típica. ¿cómo se interpretaría el intervalo en términos de un contraste de hipótesis?

5.- En una muestra de 200 residentes de una ciudad, 120 informaron que creen que se paga un número elevado de impuestos.

- **a)** Construir un intervalo de confianza del 95% para la proporción de residentes que creen que están de acuerdo con dicha opinión
- **b)** ¿Qué relación tiene el intervalo de confianza con un contraste de hipótesis acerca de dicha proporción? ¿Se podría decir que una mayoría de residentes piensa que el número de impuestos que se pagan es muy elevado?

Lema de Neyman-Pearson

6.- Dos personas juegan a cara y cruz con una moneda. Al cabo de 100 partidas, la persona que eligió cara ha ganado 62 veces. Tras este resultado, la otra persona afirma que la moneda está trucada, y que la probabilidad de obtener cara es 2/3. El que ganaba mantiene que la moneda es correcta. ¿Quién de los dos tiene razón? (Tomar como nivel de significación el 5% y utilizar el contraste más potente).

7.- La altura (en cm) de los niños de una población se distribuye según una $N(\mu,10)$. Con el fin de analizar si la altura de los niños ha aumentado se extrae una muestra aleatoria simple de 10 niños obteniéndose los siguientes resultados:

115,32 93,76 107,59 128,17 106,32 76,45 102,80 100,17 97,97 105,61

- **a)** Calcular el test más potente para contrastar la hipótesis $\mu = 100$ respecto a la alternativa $\mu = 105$ para un nivel de significación del 5%.
- **b)** Calcular la potencia del contraste.
- **c)** ¿qué se concluye?
- **d)** Calcular el pvalor del contraste

8.- El número de accidentes en un cruce muy transitado sigue una distribución de Poisson con una media de 2,5 accidentes por semana. La Dirección General de Tráfico decide reducir la velocidad límite de las dos carreteras que se cortan en el cruce a 2 accidentes por semana. La decisión con respecto a si la reducción en el límite de velocidad disminuye, significativamente el número medio de accidentes por semana, se tomará según el número total de accidentes que se observen durante un periodo de cuatro semanas, a partir de la reducción en el límite de velocidad. Si dicho número es excesivamente bajo se concluirá que la reducción del límite de velocidad ha sido eficaz.

a) Enunciar las hipótesis nula y alternativa apropiadas para esta situación.

b) Para un nivel de significación del 0,1, obtener la región crítica del contraste más potente

c) Si el número medio de accidentes disminuyó a 2, obtener la potencia del test planteado.

Contrastes notables

9.- La demanda de un determinado tipo de artículo ha venido comportándose durante los últimos años con arreglo a una distribución normal de media 200 y desviación típica 20. A la empresa que lo produce se le ofrece una campaña publicitaria del artículo, con objeto de aumentar sus ventas. Si bien el precio de la campaña es alto, la empresa considera que si su aplicación eleva la venta media en más de 250 unidades su contratación sería rentable. Para tomar una decisión, tal campaña se aplica durante un cierto periodo, obteniéndose como demanda media en dicho periodo, 260 unidades correspondientes a 35 de sus clientes habituales. ¿Qué decisión adoptará la empresa al nivel de significación del 1%? Calcular el pvalor del contraste.

10.- Hace 5 años el Departamento de Transportes de un Estado hizo un estudio de la contaminación provocada por los automóviles de una ciudad. En el mes de Enero del año pasado se encontró que la contaminación media fue de 132. En el mes de Enero de este año el Departamento tomó una m.a.s. de 8 días y halló que la polución media fue 120 con una cuasi-desviación típica igual a 10.

Para un nivel del 2.5%, ¿disminuyó significativamente el nivel de polución durante este mes con respecto al del hace 5 años? (Suponer que el nivel de contaminación se distribuye normalmente). Calcular el pvalor del contraste.

11.- El responsable de la campaña política del candidato A piensa que su candidato se encuentra en igual posición que su oponente, el candidato B, pero han ocurrido algunos reveses recientemente. Lleva a cabo una encuesta entre 1500 ciudadanos; si 720 indican una preferencia por el candidato A, ¿existe alguna razón para creer que el candidato A se encuentre en desventaja con relación a su oponente? Utilizar un nivel de significación del 5%. Calcular el pvalor del contraste.

12.- En un proceso de llenado, la tolerancia para el peso de los recipientes es de ocho gramos. Para verificar este requisito, la desviación estándar en el peso debe ser de dos gramos. Los pesos de 25 recipientes seleccionados al azar dieron como resultado una cuasi-desviación típica de 2.8 gramos. Si los pesos se encuentran normalmente distribuidos, determinar si la varianza de éstos es diferente del valor necesario. (Utilice un nivel de significación del 2%). Calcular el pvalor del contraste.

13.- La cotización de una acción se ha distribuido normalmente en el último año con una media de 13,60 euros, pero se desconoce su desviación típica. En las últimas doce sesiones de bolsa los precios de cierre de dicha acción han sido los siguientes:

Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cotiz	13,54	13,73	13,74	13,94	13,74	13,70	13,46	13,52	13,63	13,93	13,84	13,68

Teniendo en cuenta los datos anteriores:

a) Enunciar las hipótesis adecuadas para contrastar si puede considerarse que la cotización de la acción ha aumentado significativamente en las doce últimas sesiones. Definir los errores de tipo I y II para este contraste.

b) Con un nivel de significación del 1%,¿se puede aceptar que la cotización está sufriendo una variación al alza significativa?. Razonar la respuesta.

14.- Una asociación de consumidores está investigando el volumen contenido en las latas de una determinada marca de refrescos. Puede suponerse que tal volumen sigue una distribución normal. Una muestra de 9 latas ha proporcionado un volumen medio de 30 cl. y una cuasi-desviación típica de 2 cl. El fabricante, en la etiqueta, afirma que el volumen que contiene es de 33 cl. ¿Posee la asociación evidencia suficiente para denunciar a la empresa por fraude si tolera una probabilidad máxima de equivocarse del 1%? Calcular el pvalor del contraste.

15.- El tiempo que cuesta elaborar una determinada pieza se distribuye según una normal de media 7 minutos. Sin embargo, alguna máquina está fallando últimamente y quizá dicho tiempo medio haya empeorado. Se decide plantear un test de hipótesis para comprobarlo. Si los resultados obtenidos al tomar una m.a.s. de 16 piezas son que la media muestral es de 7,6 minutos y la cuasidesviación típica de 1,2 minutos. ¿Se puede aceptar, con un nivel de significación del 1%, que la producción es más lenta? Calcular el pvalor del contraste.

16.- El fabricante de cierta marca de pilas para linterna afirma que su producto tiene una duración media de 750 minutos. Se ha tomado una muestra al azar de 15 pilas, obteniéndose una media de 745 minutos y una cuasi-desviación típica de 24 minutos. Con un nivel de significación del 1% ¿existe alguna evidencia para denunciar al fabricante por publicidad engañosa? (Se puede suponer normalidad en la distribución del tiempo de vida de las pilas). Calcular el pvalor del contraste.

Problemas varios

17.- Una organización de consumidores sospecha que los paquetes de queso *chedar* de 10 onzas que vende un supermercado local pesan menos de 10 onzas. Para ello escoge 20 de tales paquetes al azar y analiza su peso medio. Si llega a la conclusión de que el peso medio es menor que 10 onzas, realizará un estudio más a fondo con el fin de analizar si emprender acciones legales contra el supermercado. Se supone que el peso de dichos paquetes se distribuye normalmente con una desviación típica de 0,15 onzas.

a) Establecer las hipótesis a contrastar

b) ¿En qué consisten los errores tipo I y II para este problema?

c) Si se toma como regla de actuación denunciar al supermercado si el peso medio de la muestra es menor que 9,95 onzas ¿Cuál es el nivel de significación del contraste?

d) Calcular la potencia del contraste si el peso medio de dichos paquetes es 9,90 onzas.

e) Si peso medio de los paquetes de la muestra fue 9,955 onzas ¿qué conclusión se obtiene?

f) Calcular el pvalor asociado al resultado obtenido en e). A partir de él: qué conclusiones se obtendrían para niveles de significación del 1%, 5% y 10%? ¿qué debería hacer la organización de consumidores?

18.- En una ciudad el número de accidentes que ocurren en un día se distribuye según una distribución de Poisson con una media de 0,8 accidentes. El Ayuntamiento de dicha ciudad ha promulgado recientemente una nueva ley que incrementa en un 30% la cuantía de las multas de tráfico y desea analizar la eficacia de esta nueva ley. Para ello analiza el número de accidentes ocurrido a lo largo de una semana (T_7) y toma como regla de actuación concluir que la medida ha sido eficaz si dicho número ha sido menor que 3.

a) Establecer las hipótesis a contrastar.

b) ¿En qué consisten los errores tipo I y II para este problema?

c) ¿Cuál es el nivel de significación del contraste?

d) Calcular la potencia del contraste si el número medio diario de accidentes se ha reducido a 0,6.

e) Si el número de accidentes ocurrido a lo largo de la semana ha sido igual a 1 ¿qué conclusión se obtiene?

f) Calcular el pvalor asociado al resultado obtenido en e). A partir de él: qué conclusiones se obtendrían para niveles de significación del 1%, 5% y 10%?. A la luz de los resultados obtenidos ¿qué aconsejarías al Ayuntamiento?

19.- Una empresa de alimentación esta planeando introducir en el mercado un nuevo tipo de yogurt. Sin embargo, antes de lanzarlo al mercado, la empresa quiere averiguar a qué porcentaje de potenciales clientes le gustaría. El director de la empresa ha decidido que lanzará el nuevo producto únicamente si le gusta a más de un 30%. Para ello el departamento de investigación de mercados de la empresa selecciona a una muestra de 100 clientes al azar.

a) Establecer las hipótesis a contrastar.

b) ¿En qué consisten los errores tipo I y II para este problema?

c) Si se toma como regla de actuación lanzar al mercado el nuevo producto si le gusta al menos a 40 clientes de la muestra. ¿Cuál es el nivel de significación del contraste?

d) Calcular la potencia del contraste si el producto le gusta a un 45% de los clientes.

e) Si el número de clientes a los que le gusta el nuevo producto es 45 ¿qué conclusión se obtiene?

f) Calcular el pvalor asociado al resultado obtenido en e). A partir de él: qué conclusiones se obtendrían para niveles de significación del 1%, 5% y 10%?

20.- Una empresa que recibe envíos de pilas desea que la duración media de las pilas que recibe sea de al menos 50 horas. Para conseguir este objetivo comprueba una muestra aleatoria de 9 de ellas antes de aceptar un envío. Si el tiempo medio de dicha muestra es menor que un umbral K rechaza el envío y, en caso contrario, lo acepta. Sabe por experiencia que la distribución poblacional de la duración es normal y tiene una desviación típica de 3 horas.

a) Establecer las hipótesis a contrastar en este problema

b) ¿En qué consisten los errores tipo I y II?

c) Calcular K de forma que el nivel de significación del contraste sea de un 5%

d) Calcular la potencia del contraste si la duración media de las pilas que le envía el proveedor es 45 horas

e) Si la duración media de una muestra de 9 pilas es 48,2 horas ¿Qué conclusión se obtiene del contraste c)?

f) Calcular el pvalor asociado al valor anterior y, basado en el valor obtenido, decir qué se concluiría a los niveles del 1% y 10%

21.- Se quiere analizar si más de la mitad de los auditores de una ciudad está de acuerdo con la siguiente afirmación "El flujo de caja es un importante indicador de la rentabilidad". Para ello se extrae una muestra de 50 auditores y se adopta la siguiente regla de decisión. Si más del x% está de acuerdo con dicha afirmación se concluirá que la hipótesis anteriormente citada es cierta.

a) Establecer las hipótesis a contrastar

b) Establecer los errores tipo I y II para este problema

c) Calcular el umbral x de forma que el nivel de significación del contraste sea, aproximadamente, un 5%

d) Calcular la potencia del contraste si la verdadera proporción de auditores que está de acuerdo con dicha afirmación es del 60%

e) Si el porcentaje observado en la muestra es del 65% ¿Qué se concluirá?

f) Calcular el pvalor asociado al resultado anterior y, a partir de su valor, deducir qué se concluiría al 1% y al 10%

22.- Se quiere analizar el porcentaje de licenciados en Administración de Empresas que están de acuerdo con la siguiente afirmación: "Para un directivo que quiera conseguir un ascenso es menos importante una reputación de conducta ética que una reputación de conseguir dinero para la compañía". Para ello se planea extraer una muestra aleatoria de 100 licenciados y analizar el número de ellos (N) que esté de acuerdo con dicha información. Se quiere contrastar si la mitad de los licenciados están de acuerdo con dicha afirmación.

a) Establecer las hipótesis a contrastar

b) ¿En qué consisten los errores tipo I y II para este problema?

c) Si se toma como regla de decisión aceptar la hipótesis anterior si $41 \leq N \leq 60$ calcular el nivel de significación del contraste

d) Calcular la potencia del contraste si la verdadera proporción de licenciados que están de acuerdo con dicha afirmación es un 60%

e) Si extraída la muestra, 45 de dichos licenciados están de acuerdo con dicha afirmación ¿Qué conclusión se sacaría?

f) Calcular el pvalor del contraste. A partir de él: ¿qué se concluiría para un nivel del 10%?

23.- Una compañía que se dedica a la venta de franquicias afirma que, por término medio, los delegados obtienen durante el primer año un rendimiento medio del 10%. Para comprobar dicha afirmación se extrae una muestra aleatoria de 10 de estas franquicias y se analiza su rendimiento obteniendo los siguientes resultados.

6.1, 9.2, 11.5, 8.6, 12.1, 3.9, 8.4, 10.1, 9.4, 8.9

Si se sospecha que está compañía sobrevalora los rendimientos obtenidos y suponiendo que los rendimientos poblacionales tienen una distribución normal con desviación típica 2%

a) Establecer las hipótesis a contrastar

b) ¿En qué consisten los errores tipo I y II para este problema?

c) ¿Qué conclusión se obtendría para un nivel de significación del 95%?

d) Calcular la potencia del contraste si el verdadero rendimiento medio es del 8%

e) Calcular el pvalor del contraste

24.- Un profesor universitario pasa un test a sus alumnos con 10 preguntas con respuestas verdadero-falso. Con el fin de detectar a los estudiantes que no saben nada de la materia de examen el profesor plantea el siguiente contraste de hipótesis

H_0: Los estudiantes no saben nada de la materia de examen y contestan las preguntas al azar

H_1: Los estudiantes sí se saben la materia de examen

a) Establecer el parámetro a analizar y expresar H_0 y H_1 en términos del mismo

b) ¿En qué consisten los errores tipo I y II para este problema?

c) El profesor toma como regla de decisión la siguiente

Rechazo H_0 si el número de respuestas correctas del test es $\geq$ K

Elegir el valor de K de forma que el nivel de significación del contraste sea de un 5%

d) Calcular la potencia del contraste anterior si el estudiante conoce el 60% de la materia a estudiar

e) Si un estudiante obtiene 8 respuestas correctas ¿qué se concluye?

f) Calcular el pvalor del resultado anterior y analizar, a partir del mismo, las conclusiones que se obtendrían para los niveles del 1% y el 10%

25.- Un auditor está interesado en analizar si el valor medio de las cuentas por cobrar de una empresa es mayor que 200€ para lo cual planea extraer una muestra aleatoria simple de 100 cuentas y observar sus valores. Si el valor medio de las cuentas extraídas supera un valor K concluirá que el valor medio de las cuentas por cobrar es mayor que 200€. Basándose en experiencias anteriores supone que el valor de una cuenta por cobrar se distribuye normalmente con una desviación típica igual a 25€.

a) Establecer las hipótesis a contrastar

b) ¿En qué consisten los errores tipo I y II para este problema?

c) Si trabaja con un nivel de significación del 1% ¿qué valor de K deberá elegir?

d) Calcular la potencia del contraste obtenido en c) si el valor medio de las cuentas por cobrar es 210$

e) Si, tras extraer la muestra obtiene que el valor medio de la muestra es 211$ ¿qué conclusión obtendrá?

26.- Una empresa afirma que el 10% de sus pedidos tarda más de 10 minutos en ser enviados. Una asociación de consumidores piensa que dicha proporción es mayor y planea extraer una muestra aleatoria de 20 de dichos pedidos y analizar cuántos de ellos tardan más de 10 minutos en ser enviados. Si el número de los pedidos de la muestra que tardan más de 10 minutos en ser enviados es mayor o igual que 5 pedirá realizar una inspección a fondo de los envíos de la empresa.

a) Establecer las hipótesis a contrastar

b) ¿En qué consisten los errores tipo I y II para este problema?

c) Calcular el nivel de significación del contraste

d) Calcular la potencia del contraste si el porcentaje de pedidos que tardan más de 10 minutos en ser enviados es del 20%

e) Si, tras realizar el estudio, el número de pedidos que tardan más de 10 minutos es 6 ¿qué se concluye?

f) Calcular el pvalor del contraste y, a partir de él, decir qué conclusión se adoptaría a los niveles de significación del 1%, 2.5%, 5% y 10%

FUNCIONES DE EXCEL

DISTR.CHICUAD(x,n,acumulado) Calcula el valor de la función de densidad (si acumulado=0) o de distribución (si acumulado=1) de una χ^2_n en x

DISTR.CHICUAD.CD(x,n) Calcula P(χ^2_n ≥x)

DISTR.NORM.ESTAND.N(z,acumulado) Calcula el valor de la función de densidad (si acumulado=0) o de distribución (si acumulado=1) de una N(0,1) en z

DISTR.NORM.N(x,m,s,acumulado) Calcula el valor de la función de densidad (si acumulado=0) o de distribución (si acumulado=1) de una N(m,s) en x

DISTR.T.2C(x,n) Calcula $P(|t_n|>x)$.

DISTR.T.CD(x,n) Calcula $P(t_n>x)$

DISTR.T.N(x,n,acumulado) Calcula el valor de la función de densidad (si acumulado=0) o de distribución (si acumulado=1) de una t_n en x

INV.CHICUAD(p,n) Calcula $F^{-1}(p)$ donde F es la función de distribución de una χ^2_n, es decir, calcula el cuantil p de dicha distribución.

INV.CHICUAD.CD(p,n) Calcula x tal que P(χ^2_n ≥x) = p.

INV.NORM(p,media,dev) Calcula $F^{-1}(p)$ donde F es la función de distribución de una N(media,desv), es decir, calcula el cuantil p de dicha distribución.

INV.NORM.ESTAND(p) Calcula $F^{-1}(p)$ donde F es la función de distribución de una N(0,1), es decir, calcula el cuantil p de dicha distribución.

INV.T(p,n) Calcula $F^{-1}(p)$ donde F es la función de distribución de una t_n, es decir, calcula el cuantil p de dicha distribución.

INV.T.2C(p,n) Calcula x tal que $P(|t_n|\geq x) = p$

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DE CONTRASTE DE HIPÓTESIS

1.- X=duración del corte de luz.

a) P{Error tipo I}=0,02275

b) P{Error tipo II}=0,1587

c) Potencia=0,8413

2.- Control de un proceso fabricación

a) $H_0 : p \leq 0{,}05 \quad \text{vs.} \quad H_1 : p > 0{,}05$

b) P{Error tipo I}=0,2642

c)

P	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25
Potencia	0,3395	0,4831	0,6083	0,8244	0,9308	0,9757

d) P{Error tipo I}=0.0755

P	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25
Potencia	0,1150	0,2121	0,3231	0,5951	0,7939	0,9087

3.- a) Media muestral = 74,71; Cuasidesviación típica = 6,4

$$IC_{0.99}(\mu) = 74{,}71 \pm t_{6,0{,}005}\frac{6{,}4}{\sqrt{7}} = 74{,}71 \pm 3{,}707 * 2{,}42 = (65.75, 83.68)$$

b) Contiene los valores de μ_0 que serían aceptados como valor de H_0 en el contraste bilateral H_0: $\mu = \mu_0$ vs H_1:$\mu \neq \mu_0$ para un nivel de significación del 1% mientras que los valores que no están en el intervalo corresponderían a hipótesis nulas rechazadas.

4.-

a) $H_0 : \mu = 256{,}2 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \mu < 256{,}2$. El estadístico es -2,37; por lo tanto, para cualquier nivel de significación mayor que 0,00889 rechazaríamos la hipótesis nula y para niveles menores de 0,00889 aceptaríamos la hipótesis nula. Es evidente que tenemos evidencia para denunciar al fabricante por publicidad engañosa.

b) El intervalo vendría dado por (5,043;21,95) y daría los valores de σ_0 para los que si contrastamos H_0: $\sigma=\sigma_0$ vs H_1: $\sigma \neq \sigma_0$ para un nivel de significación del 1%, el resultado del contraste sería aceptar H_0 mientras que para valores fuera del intervalo el resultado sería rechazar H_0. En particular y dado que 8,24 pertenece al intervalo, no se rechazaría que σ=8,24.

5.-

a) El intervalo es (0,5321;0,6679)

b) Si contrastamos H_0: $p=p_0$ vs H_1:$p\neq p_0$ para un nivel de significación del 5% y donde p es la proporción de residentes de la ciudad que piensan que el número de impuestos es elevado, el intervalo nos daría para qué valores de p_0 el resultado del contraste sería aceptar H_0 mientras que para los valores fuera del intervalo el resultado sería rechazar H_0. Como todos los valores del intervalo son > 0,5 sí se podría decir que la mayoría piensa que se pagan demasiados impuestos.

6.- Lanzamiento de la moneda. $H_0 : p = \frac{1}{2}$ vs. $H_1 : p = \frac{2}{3}$

Rechazamos que la moneda sea correcta, es decir, pensaremos que p=2/3.

7.- $X \sim N(\mu, 10)$ y H_0: μ=100 vs H_1: μ=105

a) La mejor región crítica $\overline{X}_{10} > K$ con K=105,20

b) La potencia es 0,4746

c) Como $\overline{X}_{10,obs} = 103,42$ entonces aceptamos la hipótesis nula y pensamos que la media real sigue siendo 100.

d) El pvalor es 0,1400.

8.- X=nº accidentes en un cruce

a) $H_0 : \lambda = 2,5$ vs. $H_1 : \lambda < 2,5$

b) La región crítica: Y=nº accidentes en 4 semanas$\leq$5

c) Potencia=0,1912

9.- $H_0 : \mu \leq 250$ vs. $H_1 : \mu > 250$. Se rechaza que la demanda media sea la misma, es decir, pensamos que la campaña publicitaria ha sido eficaz. Pvalor: 0,0015

10.- X=contaminación de una ciudad. $H_0 : \mu = 132$ vs. $H_1 : \mu < 132$

Se rechaza la hipótesis de mantenimiento, es decir, pensamos que la contaminación media ha disminuido. Pvalor 0,0058

11.- $H_0: p = 0{,}5 \quad \text{vs.} \quad H_1: p < 0{,}5$. No hay argumentos para pensar que el candidato A está en desventaja, es decir, su proporción de apoyos puede ser del 50%. Pvalor 0,0638

12.- $H_0: \sigma = 2 \quad \text{vs.} \quad H_1:: \sigma \neq 2$. Hay evidencia para rechazar la hipótesis nula, es decir, la varianza es diferente a la referencia técnica. Pvalor: 0,0067

13.- X=cotización de una acción

a) $H_0: \mu \leq 13{,}60 \quad \text{vs.} \quad H_1: \mu > 13{,}60$

b) Se rechaza la hipótesis nula y se puede afirmar que existe un alza significativa.

14.- $H_0: \mu \geq 33 \quad \text{vs.} \quad H_1: \mu < 33$. Tenemos evidencia para rechazar la hipótesis nula, es decir, pensamos que la empresa nos está engañando y podemos denunciarla. Pvalor:0,001

15.- $H_0: \mu = 7 \quad \text{vs.} \quad H_1: \mu > 7$. No hay evidencia en contra de la hipótesis nula, por lo tanto, seguimos pensando que el tiempo medio es de 7 minutos. Pvalor: 0,032.

16.- $H_0: \mu = 750 \quad \text{vs.} \quad H_1: \mu < 750$. No existe evidencia para rechazar la hipótesis nula, es decir, seguimos creyendo la publicidad del fabricante. Pvalor:0,2167

17.-

a) Sea X = peso de un paquete de queso *chedar* de 10 onzas (en onzas)
Se supone que $X \sim N(\mu, 0{,}15)$
H_0: $\mu=10$ vs H_1:$\mu<10$

b) El error tipo I consiste en realizar un estudio más a fondo teniendo razón el supermercado. El error tipo II consiste en no realizar el estudio a fondo cuando el peso medio es, realmente, menor que 10 onzas

c) $P(e_I) = P\left(\overline{X}_{20} \leq 9{,}95 \mid \overline{X}_{20} \sim N\left(10, \frac{0{,}15}{\sqrt{20}}\right)\right) = P(Z \leq -1{,}49) = 0{,}068$

d) $Pot(9{,}9) = P\left(\overline{X}_{20} \leq 9{,}95 \mid \overline{X}_{20} \sim N\left(9{,}9, \frac{0{,}15}{\sqrt{20}}\right)\right) = P(Z \leq 1{,}49) = 0{,}9320$

e) Se aceptaría H_0

f) El pvalor viene dado por

$$P\left(\overline{X}_{20} \leq 9{,}955 \mid \overline{X}_{20} \sim N\left(10, \frac{0{,}15}{\sqrt{20}}\right)\right) = P(Z \leq -1{,}34) = 0{,}0898.$$

Se aceptaría H_0 a los niveles del 1% y del 5% pero se rechazaría al 10%. Se aprecia evidencia muy débil contra H_0. Dado el escaso tamaño muestral analizado se debería tomar una muestra más amplia siempre y cuando se considere que la diferencia encontrada (0,045 onzas) es importante desde un punto de vista práctico.

18.-

a) H_0: $\lambda = 0,8$ vs H_1: $\lambda<0,8$

b) Error tipo I: decir que la medida ha sido eficaz cuando en realidad no lo ha sido. Error tipo II: decir que no ha sido eficaz cuando en realidad lo ha sido.

c) $P(e_I) = P(T_7 \leq 2 | \lambda = 0,8) = P(T_7 \leq 2 | T_7 \sim \text{Poisson}(5,6)) = 0,0824$

d) $\text{Pot}(0,6) = P(T_7 \leq 2 | T_7 \sim \text{Poisson}(4,2)) = 0,2102$

e) Se rechaza H_0 y se concluye que el semáforo ha sido eficaz.

f) pvalor = $P(T_7 \leq 1 | \lambda = 0,8) = P(T_7 \leq 1 | T_7 \sim \text{Poisson}(5,6)) = 0,0244$

Se rechaza H_0 a los niveles del 5% y 10% pero no al 1%. La evidencia es débil. Habría que ampliar el periodo de estudio.

19.-

a) Sea p la proporción de potenciales clientes.

$$H_0: p \leq 0,30 \text{ vs } H_1: p>0,30$$

b) Error tipo I: Lanzar el producto cuando el porcentaje de clientes potenciales es menor que el 30%

Error tipo II: No lanzar el producto cuanto el porcentaje de clientes potenciales es superior al 30%

c) La regla de decisión es rechazar H_0 si $T_{100} \geq 40$.

$$\text{Nivel de significación} = P[T_{100} \geq 40 | T_{100} \sim Bi(100;0,30)] = 0,0210$$

d) $\text{Pot}(0.45) = P(T_{100} \geq 40 | T_{100} \sim Bi(100;0,45) = 0,8657$

e) Se rechaza H_0

e) En este caso $T_{100,obs} = 45$ y el pvalor vendrá dado por:

$$P[T_{100} \geq 45 | T_{100} \sim Bi(100;0,30)] = 0,0011$$

Se rechaza H_0 a todos los niveles y dado que la evidencia en contra de H_0 es muy fuerte, el consejo sería lanzar el nuevo producto

20.-

Sea X = duración de una pila (en horas) $\sim N(\mu,3)$

a) H_0: $\mu \geq 50$ vs H_1: $\mu<50$

b) Error tipo I: Rechazar un envío que verifica las condiciones de calidad. Error tipo II: Aceptar un envío que no las verifica

c) $\alpha = 0.05 = P\left(\overline{X}_9 \leq K \mid \mu = 50\right) = P\left(\overline{X}_9 \leq K \mid \overline{X}_9 \sim N\left(50, \frac{3}{\sqrt{9}}\right)\right) =$

$P\left(Z \leq K - 50 \mid Z = \overline{X}_9 - 50 \sim N(0,1)\right) \Rightarrow K-50 = -z_{0.05} = -1,6449 \Rightarrow K = 48,3551$

d) $P\left(\overline{X}_9 \leq 48,3551 \mid \mu = 45\right) = P(Z \leq 3.3551 | Z \sim N(0,1)) = 0,996$

e) Se rechazaría el lote

f) pvalor = $P\left(\overline{X}_9 \leq 48,2 \mid \mu = 50\right) = P(Z \leq -1,8 | Z \sim N(0,1)) = 0,0359$. A un 10% se rechazaría H_0 pero no a un 1%

21.-

Sea p la proporción de auditores que está de acuerdo con la proposición anterior

a) H_0: p = 0,5 vs H_1: p>0,5

b) Error tipo I: Concluir que la mayoría de los auditores está de acuerdo con dicha proposición cuando en realidad no lo está

Error tipo II: Concluir que la mayoría de los auditores no está de acuerdo con dicha proposición cuando, en realidad sí lo está.

c)

$$0{,}05 \geq P(\hat{p}_{50} > x \mid p = 0{,}5) = P(T_{50}>50x \mid p = 0{,}5) = P(T_{50}\geq 50x+1 \mid T_{50}\sim Bi(50\ ;0{,}5)) \Rightarrow$$

$$50x+1 = 32 \Rightarrow x = 0{,}62$$

d) Pot(0.60) = $P(T_{50}\geq 32|p = 0{,}60) = P(T_{50}\geq 32|\ T_{50}\sim Bi(50\ ;0{,}6)) = P(Y_{50} = 50-T_{50}\leq 18|Y_{50}\sim Bi(50,0.4)) = 1-P(Y_{50}\geq 19|Y_{50}\sim Bi(50,0.4)) = 1-0.6644 = 0.3356$

e) Se concluirá que más de la mitad de los auditores está de acuerdo con dicha afirmación

f) El pvalor $P(T_{50}\geq 33|T_{50}\sim Bi(50;0{,}5)) = 0{,}0165$. Se rechaza al 10% pero no al 1%

22.-

a) Sea p = proporción de directivos que están de acuerdo con la afirmación

H_0: p = 0,5 vs H_1:p≠ 0,5

b) Error tipo I: Decir que la mitad no está de acuerdo con la información cuando no es así. Error tipo II: Decir que la mitad está de acuerdo, cuando no es verdad

c) $P[41\leq N\leq 60|\ N\sim Bi(100,0{,}5)] = 0{,}9824 – 0{,}0176 = 0{,}9648$

Nivel de significación: 0,0352

d) Potencia = $P[41\leq N\leq 60|\ N\sim Bi(100,0{,}6)] = P[40\leq N'\leq 59|\ N\sim Bi(100,0{,}4)] = 0{,}4567-0 = 0{,}4567$

e) N_{obs} = 45. Se aceptaría H_0

f) pvalor = $2P[N\leq 45|N\sim Bi(100,0{,}5)] = 2*(1-0{,}8159) = 0{,}3682$. Se aceptaría H_0

23.-

a) Sea μ el rendimiento medio

H_0: μ = 10 vs H_1:μ<10

b) Error tipo I: Decir que sobrevalora cuando no es así. Error tipo II: Decir que no sobrevalora cuando en realidad no es así

c) Test de 1 cola con desviación típica conocida

Rechazar H_0 si $\overline{X}_{10}\leq 10-1{,}645\dfrac{2}{\sqrt{10}} = 8{,}96$

En nuestro caso $\overline{X}_{10,obs}$ = 8,82<8,96. Se rechaza H_0

e) Pot(8) = $P(\overline{X}_{10}\leq 8{,}96|\overline{X}_{10}\sim N(8,0{,}63)) = P(Z\leq 1{,}52) = 0{,}9357$

f) Pvalor: $P(\overline{X}_{10}>8{,}82|\overline{X}_{10}\sim N(8,0{,}63)) = 0{,}0965$

24.-

a) El parámetro a analizar es la probabilidad p de que el estudiante conteste correctamente a una pregunta.

H_0: p = 0,5 vs a H_1: p>0,5

b) e_I: Que el profesor concluye que el estudiante sabe algo de la materia cuando en realidad no sabe nada

e_{II}: Que el profesor concluya que el estudiante no sabe nada de la materia cuando en realidad sí sabe

c) Rechazar H_0 si $S_{10} \geq K$. Se debe verificar que $P(S_{10} \geq K | S_{10} \sim Bi(10;0,5)) \leq 0,05 \Rightarrow K=9$

d) $Pot(0,6) = P(S_{10} \geq 9 | S_{10} \sim Bin(10;0,6)) = P(Y_{10} \leq 1 | Y_{10} \sim Bi(10;0,4)) = 1-P(Y_{10} \geq 2 | Y_{10} \sim Bi(10;0,4)) = 1-0,9536= 0,0464$

e) Se concluye que el estudiante no conoce la materia

f) pvalor = $P(S_{10} \geq 8 | S_{10} \sim Bi(10,0.5)) = 0.0547$. Se aceptaría H_0 al 1% pero no al 10%

25.-

a) Sea μ = valor medio de las cuentas a cobrar

$$H_0: \mu = 200 \text{ vs } H_1: \mu > 200$$

b) Error tipo I: Concluir que el valor medio es mayor que 200€ cuando no es así.
Error tipo II: Concluir que el valor medio no es mayor que 200€ cuando es así

c) Rechazar H_0 si $\overline{X}_{100} \geq 200 + z_{0.01} \frac{25}{\sqrt{100}} = 205,82$

d) $P\left(\overline{X}_{100} \geq 205,82 \mid \overline{X}_{100} \sim N(230;2,5)\right) = P(Z \geq -1,67) = 0,9525$

e) Se rechaza la hipótesis nula

26.- Sea p = proporción de pedidos que tardan menos de 10 minutos en ser enviados y sea $X \sim Be(p)$

a) H_0: p=0,1 vs H_1: p>0,1

b) Error tipo I: Rechazar H_0 si H_0 es cierta, es decir, realizar una inspección a fondo de los envíos de la empresa sin necesidad

   Error tipo II: Aceptar H_0 si H_1 es cierta, es decir, no realizar una inspección a fondo cuando sí es necesaria

c) Sea S_{20} = número de pedidos que tardan menos de 10 minutos en ser enviados $\sim Bi(20,p)$

   La regla de decisión del contraste es rechazar H_0 si $S_{20} \geq 5$

   $P(e_I) = P(\text{Rechazar } H_0 | H_0 \text{ es cierta}) = P(\text{Rechazar } H_0 | p=0,1) = Pot(0,1) = P(S_{20} \geq 5 | S_{20} \sim Bi(20;0,1)) = 0,0432$

d) $Pot(0,2) = P(\text{Rechazar } H_0 | p=0,2) = P(S_{20} \geq 5 | S_{20} \sim Bi(20;0,2)) = 0,3704$

e) En este caso $S_{20,obs} = 6 > 5$ y, por tanto, se rechazará H_0

f) pvalor = $P(S_{20} \geq 6 | S_{20} \sim Bi(20;0,1)) = 0,0112$.

   Dado que el pvalor<0,025; 0,05 y 0,1 se rechazará H_0 al 2,5%, 5% y 10% . Sin embargo pvalor >0,01 por lo que H_0 se aceptará al 1%. Es, por tanto, un rechazo fuerte pero no muy fuerte.