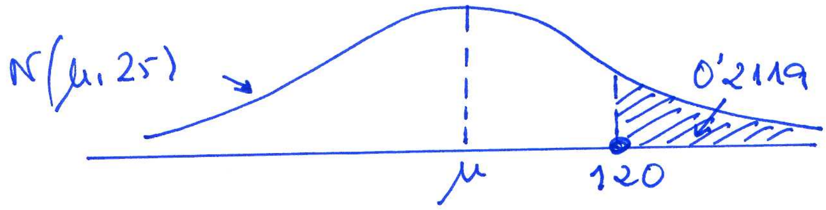
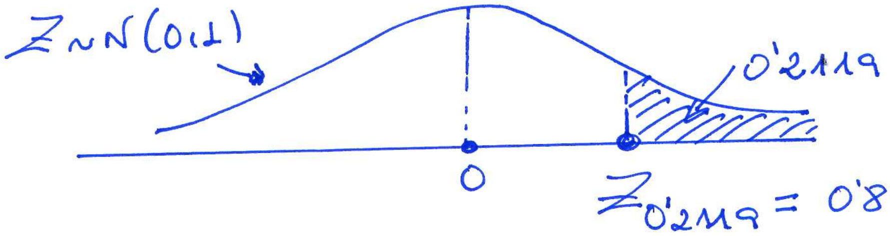
EXAMEN DE ESTADISTICA II. JUNIO 2013

Sea X = "Tiempo total de duración de las llamadas realizadas mensualmente por un cliente" $\sim N(\mu, 25)$

$$P(X < 120) = 0'7881 \iff P(X \geq 120) = 0'2119$$





$$Z_{0'2119} = \frac{120-\mu}{25} = 0'8 \Rightarrow \mu = 120 - 20 = \boxed{100}$$

(a) $P(80 \leq X \leq 110) = P(X \geq 80) - P(X \geq 110) =$

$$= P\left(Z \geq \frac{80-100}{25}\right) - P\left(Z \geq \frac{110-100}{25}\right) =$$

$$= P(Z \geq -0'8) - P(Z \geq 0'4) =$$

$$= 1 - P(Z \geq 0'8) - P(Z \geq 0'4) =$$

$$= 1 - 0'2119 - 0'3446 = \boxed{0'4435}$$

(b) Sea Y= "Nº clientes atendidos en 30 minutos"

$Y \sim P(5)$, por tanto, denotamos $Y^4 = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4$

Y^4 = "Nº clientes atendidos en 2 horas" $\sim P(20)$

$$P(Y^4 > 25) = P(Y^4 \geq 26) = \boxed{\boxed{0'1122}}$$

(c) Sea T = "Tiempo de atención por reclamación"

$T \sim Exp(1/10)$

$$P(T > 8) = \int_8^{+\infty} \frac{1}{10} e^{-\frac{x}{10}} dx = -e^{-\frac{x}{10}} \Big]_8^{+\infty} =$$

$$= e^{-8/10} = 0'4493$$

Sea V = "Nº de clientes con un tiempo superior a 8 minutos entre los 60"

$V \sim Bi(60, 0'4493)$

$$P(V < 25) = 1 - P(V \geq 25) = 1 - P\left(V \geq \frac{24'5 - 26'96}{3'87}\right)$$

$$Bi(60, 0'4493) \longrightarrow N(26'96, 3'87)$$

$$np = \mu$$
$$\sqrt{npq} = \sigma$$

$$= 1 - P(V \geq -0'64) = P(V \geq 0'64) = \boxed{\boxed{0'2611}}$$

(d) Sea $T^{60} = T_1 + T_2 + \dots + T_{60} =$ "Tiempo total dedicado a los 60 clientes"

$$T^{60} \xrightarrow[TCL]{} N(60 \cdot 10,\ 10\sqrt{60}) \equiv N(600,\ 77'46)$$

$$P(T^{60} < 540) = 1 - P(T^{60} \geq 540) =$$

$$= 1 - P\left(Z \geq \frac{540-600}{77'46}\right) = 1 - P(Z \geq -0'77) =$$

$$= 1 - 1 + P(Z \geq 0'77) = \boxed{0'2206}$$

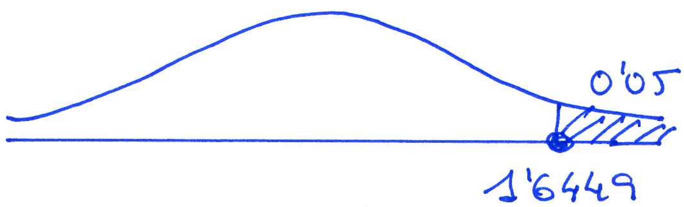
(e) Sea $W =$ "Tiempo que el nuevo operador dedica a sus clientes" $\sim ?(\mu, \sigma)$

1. $H_0: \mu \leq 8$
   $H_1: \mu > 8$

2. Sea $D = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S_1/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

   ya que $n = 60 \Rightarrow$ TCL

3.



$RC \equiv (1'6449,\ +\infty)$

$RA \equiv (-\infty,\ 1'6449)$

4. $d_0 = \dfrac{9-8}{2/\sqrt{60}} = 3'87$

5. Como $d_0 \in RC$ $\Rightarrow$ rechazo H_0.

6. Es decir, los datos no corroboran la sospecha de la compañía, parece que el tiempo que el nuevo operador dedicará a cada cliente es superior a 8 minutos en media.

(f) p-valor $= P(D > d_0) = P(D > 3'87) =$

$= P(Z > 3'87) = \boxed{0'000005}$

Es decir, el p-valor es muy pequeño $< 0'01 \Rightarrow \exists$ evidencia muy fuerte contra la hipótesis nula.

(g) Sea W = "Tiempo que el nuevo operador dedica a sus clientes" $\sim N(\mu, \sigma)$

$$\Rightarrow n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \, \sigma^2}{e^2}$$

Como $1-\alpha = 0'99 \Rightarrow \alpha = 0'01 \Rightarrow \alpha/2 = 0'005$

$$\Rightarrow Z_{0'005} = 2'5758$$

$$\Rightarrow n = \frac{2'5758^2 \cdot 3^2}{1^2} = 59'71$$

$$\Rightarrow n = \boxed{60}$$

(h) Sea B = "Tiempo para desayunar" $\sim U(10, \theta)$

$(B_1, B_2, \ldots, B_{15})$ m.a.s. $\Rightarrow \overline{B} = 18$

$$E(B) = \frac{10+\theta}{2}$$

El método de momentos utiliza la 1ª ecuación

$$E(B) = \overline{B}$$

$$\Rightarrow \frac{10+\theta}{2} = \overline{B} \Rightarrow \boxed{\hat{\theta} = 2\overline{B} - 10}$$

Estimador de θ por el método de momentos.

La estimación puntual es: $\hat{\theta}^* = 2 \cdot 18 - 10 = \boxed{26}$

Demostrar la insesgadez es demostrar que $E(\hat{\theta}) = \theta$

$$E(\hat{\theta}) = E(2\overline{B} - 10) = 2E(\overline{B}) - 10 = \cancel{2} \cdot \frac{10+\theta}{\cancel{2}} - 10 = \theta$$

$$\Rightarrow E(\hat{\theta}) = \theta \Rightarrow \boxed{\hat{\theta} \text{ es insesgado}}$$

(i) Sea $X_M =$ "Cliente de telefonía móvil satisfecho"
$X_F =$ "Cliente de telefonía fija satisfecho"

$X_M \sim Be(p_M)$ y $X_F \sim Be(p_F)$

$(X_M^1, \ldots, X_M^{100}) \to \hat{p}_M$

$(X_F^1, \ldots, X_F^{100}) \to \hat{p}_F$

$$IC_{0'98}(p_M - p_F) = \hat{p}_M - \hat{p}_F \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_M(1-\hat{p}_M)}{n_M} + \frac{\hat{p}_F(1-\hat{p}_F)}{n_F}}$$

Si $1-\alpha = 0'98 \Rightarrow \alpha = 0'02 \Rightarrow \alpha/2 = 0'01 \Rightarrow z_{0'01} = 2'3263$

$$IC_{0'98}(p_M - p_F) = 0'8 - 0'6 \pm 2'3263 \sqrt{\frac{0'8 \cdot 0'2}{100} + \frac{0'6 \cdot 0'4}{100}}$$

$$\Rightarrow \boxed{IC_{0'98}(p_M - p_F) \equiv (0'0529, 0'3471)}$$

Por tanto, parece que la % de clientes satisfechos es mayor en telefonía móvil que en fija.

Como los extremos del intervalo son positivos, tenemos una confianza del 98% de que la diferencia $p_M - p_F$ es positiva y, por tanto, $p_M > p_F$, es decir, podemos concluir que la proporción de clientes satisfechos es mayor en telefonía móvil que en fija.