

TEMA 5

PROBLEMAS DE ESTIMACION POR INTERVALOS

Intervalos para la media

- 1.- Con objeto de establecer una garantía sobre un determinado tipo de neumáticos, se ha observado la vida, en kilómetros realizados, de 100 neumáticos sobre una pista de pruebas, en idénticas condiciones. El número de kilómetros que cada uno de estos neumáticos puede realizar es una variable aleatoria no necesariamente normal, con media desconocida y desviación típica 1500 Km. Obtener un intervalo de confianza al 99% para la vida media de los neumáticos (suponer que se puede aplicar el TCL). Si, para una muestra de 100 neumáticos, se obtuvo un recorrido medio de 32000 Km, calcular dicho intervalo.
- 2.- El fabricante de ciertos tubos fluorescentes afirma que tienen una duración media de 5000 horas, y así lo expresa en su propaganda. La Asociación de Consumidores ha recibido varias quejas sobre estos tubos, y decide encargar un estudio sobre el tema. Al tomar una muestra de 145 tubos de ese tipo, se encontró que la duración media es de 4850 con una desviación típica de 650 horas. Obtener el intervalo de confianza a un nivel del 95% para la duración media real de los tubos. Con este resultado ¿qué postura tomará en el tema la Asociación de Consumidores?
- 3.- Una muestra aleatoria de los salarios por hora para nueve mecánicos de automóviles proporcionó los siguientes datos (en dólares): 10,5, 11, 9,5, 12, 10, 11,5, 13, 9, 8,5. Bajo la suposición de que el muestreo se llevó a cabo sobre una población normal, construir intervalos de confianza a un nivel del 95% para los salarios medios por hora.

Intervalos para la proporción

- 4.- En una encuesta previa a las elecciones en las que hay dos candidatos, A y B, se ha tomado una muestra aleatoria simple de 250 electores que se suponen representativos de la población votante y se ha obtenido que el 60% votarán al candidato A y el 40% al B. Encontrar entre qué límites estará la proporción de votantes que se inclinan por el candidato A, a un nivel de confianza del 95%. ¿Qué se concluye del intervalo?

- 5.- Se recibe un gran lote de artículos proveniente de un fabricante que asegura que el porcentaje de artículos defectuosos en la producción es del 1%. Al seleccionar una muestra aleatoria de 200 artículos y después de inspeccionarlos, se descubren 8 defectuosos. Obtener el intervalo de confianza con un nivel del 90% para la verdadera proporción de artículos defectuosos en el proceso. ¿Qué se puede concluir con respecto a la afirmación del fabricante?

Intervalos para la varianza

- 6.- Un fabricante de relojes desea calcular un intervalo de confianza de la desviación típica de los tiempos marcados en 100 horas por todos los relojes del mismo modelo con respecto a un reloj que toma como referencia. Para ello, puso en marcha 11 de tales relojes escogidos al azar durante 100 horas y encontró que la desviación típica muestral de los once tiempos marcados por ellos fue de 50 segundos.

Hallar un intervalo de confianza de la desviación típica a un nivel del 99%, suponiendo que la población de los tiempos marcados por todos los relojes del mismo modelo en 100 horas obedece a la distribución normal.

- 7.- Una clínica ofrece un programa de adelgazamiento. Según sus historiales, una muestra aleatoria de 10 pacientes había experimentado las siguientes pérdidas de peso (en Kg) al término del programa:

18,2; 25,9; 6,3; 11,8; 15,4; 20,3; 16,8; 19,5; 12,3; 17,2

Hallar un intervalo de confianza al 90% de la desviación típica poblacional de las pérdidas de peso de los clientes de este programa de adelgazamiento. ¿Cuáles son los supuestos, si los hay, para estimar este intervalo? ¿Podría decirse que dicha desviación es superior a 2 Kg?

- 8.- Un psicólogo quiere estimar la desviación típica de las puntuaciones obtenidas por los empleados en un test. Una muestra aleatoria de 18 empleados dio como resultado una cuasidesviación típica de 10,4. Hallar un intervalo de confianza del 95% para la desviación típica poblacional. ¿Cuáles son los supuestos, si los hay, para estimar este intervalo? El año pasado se concluyó que dicha desviación típica era igual a 15. A partir del intervalo calculado, ¿puede decirse que se ha incrementado el grado de homogeneidad de los empleados?

Problemas varios

- 9.- Se realiza un test a un grupo de alumnos escogidos al azar y se mide el número de respuestas correctas, siendo los resultados: 74, 65, 59, 82, 60, 68, 72, 69, 71, 86, 44, 59. Construir sendos intervalos de confianza, para un nivel del 95%, para la media y la varianza de la población de alumnos. Suponer normalidad en la distribución del número de respuestas.
- 10.- La Cámara de Comercio de una ciudad está interesada en estimar la cantidad media de dinero que gasta una persona que asiste a convenciones por día. De las distintas convenciones que se llevan a cabo en la ciudad, se seleccionaron al azar a 16 personas y se les preguntó la cantidad que gastaban por día. Se obtuvo la siguiente información (en euros)
- 150, 175, 163, 148, 142, 189, 135, 174, 168, 152, 158, 184, 134, 146, 155, 163.
- Si se supone que la cantidad de dinero gastado en un día es una v.a. normal, obtener el intervalo de confianza a un nivel del 99% para la cantidad media real. ¿Se puede suponer que dicha cantidad es superior a 150 euros?
- 11.- En una muestra aleatoria simple de 147 directores de recursos humanos que examinaban a los candidatos para las ofertas de trabajo de la empresa, 85 afirmaron que el expediente académico jugaba un papel fundamental para la contratación. Calcula el intervalo de confianza al 95% para la proporción poblacional de directores de recursos humanos que comparten esa opinión.
- 12.- En un estudio sobre creación de empresas se ha obtenido que en el último año se crearon 150 empresas y 32 de ellas tuvieron que cerrar antes del primer año. Calcula un intervalo de confianza a un nivel del 99% para la proporción real de empresas nuevas que tienen que cerrar antes del primer año.
- 13.- La rentabilidad diaria de un activo financiero que cotiza en la Bolsa de Madrid se puede explicar mediante una variable normal. Se ha estudiado su rentabilidad durante 101 días y se ha obtenido un rendimiento medio del 0,75% con una cuasidesviación típica de 1,23%. Calcula los intervalos de confianza a un nivel del 95% para la rentabilidad media real del activo y para su riesgo de inversión (varianza real de la rentabilidad).

- 14.-** Sabemos que la desviación típica del consumo diario de energía de una empresa es de 200 kW/h. Se ha observado el consumo de energía durante 45 días y se ha calculado que el consumo medio diario ha sido 2156 kW/h. Calcula el intervalo de confianza a un nivel del 90% para el consumo diario medio real de la empresa.
- 15.-** El índice de productividad de los trabajadores de una empresa se puede explicar mediante una variable aleatoria normal con desviación típica 12. Se han elegido al azar a 10 trabajadores y el índice medio ha sido 78. Con un nivel de confianza del 95% estima con un intervalo el índice medio real de productividad de los trabajadores de la empresa.
- 16.-** Una empresa de alquiler de vehículos quiere conocer el número medio de días que permanece un automóvil en el taller de reparaciones durante un año. Se han observado 9 coches y el número de días en el taller ha sido: 5, 12, 10, 19, 15, 8, 25, 17 y 14. Especifica qué condiciones son necesarias para estimar mediante un intervalo de confianza el número medio real de días en un año que pasa un vehículo en el taller. Calcula dicha estimación para un nivel de confianza del 95%.

FUNCIONES DE EXCEL

- **INV.CHICUAD (probabilidad; grados_de_libertad)** devuelve el inverso de la función de distribución chi-cuadrado con grados de libertad.
 - Probabilidad: probabilidad fijada
 - Grados de libertad: Parámetro de la distribución Chi-cuadrado
- **INV.CHICUAD.CD (probabilidad; grados_de_libertad)** devuelve el inverso de la cola derecha de distribución chi-cuadrado con grados de libertad.
 - Probabilidad: probabilidad fijada
 - Grados de libertad: Parámetro de la distribución Chi-cuadrado
- **INV.NORM(probabilidad; media; desv_estándar)** devuelve el inverso de la distribución normal para la media y desviación típica fijadas, donde:
 - Probabilidad: probabilidad seleccionada
 - Media: la media real de la distribución
 - Desv_estándar: la desviación típica de la distribución
- **INV.NORM.ESTAND(probabilidad)** devuelve el inverso de la distribución normal estándar:
 - Probabilidad: probabilidad seleccionada
- **INV.T.2C (probabilidad; grados_de_libertad)** devuelve el inverso de las función dos colas de la distribución t de Student con grados de libertad.
 - Probabilidad: probabilidad fijada
 - Grados de libertad: Parámetro de la distribución t-Student
- **PROMEDIO(Rango):** devuelve la media de los datos incluidos en el rango definido
- **DESVEST(Rango):** devuelve la cuasidesviación típica de los datos incluidos en el rango definido
- **VAR (Rango):** devuelve la cuasivarianza muestral de los datos incluidos en el rango definido

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DE ESTIMACIÓN POR INTERVALO

1.- $X = \text{kilómetros recorridos} \sim N(\mu, 1500)$

IC para la media $(\bar{X}_{100} \pm 385,5)$.

Si $\bar{X}_{100, \text{obs}} = 32000$ se tiene que $IC_{0,90}(\mu) = (31614,5; 32385,5)$

2.- IC para la duración media (4743,83, 4956,17). Denunciar la fabricante.

3.- IC para el salario medio por hora (9,43, 11,68)

4.- IC para la proporción de votantes de A (0,539; 0,661)

Hay evidencia de que A va por delante

5.- IC para la proporción de artículos defectuosos (0,017, 0,063)

Sospecha de que el porcentaje de defectuosos es mayor que la que dice el fabricante

6.- $X = \text{tiempo de desfase del reloj}$ IC para la desviación típica (33,04; 112,94)

7.- IC para la desviación típica (3,92; 8,84). Sí, puede decirse que se ha incrementado

8.- IC para la desviación típica (7,80; 15,59). No puede decirse que haya cambiado.

9.- $X = \text{nº respuestas correctas}$

IC para la varianza (63,36; 364,00)

IC para la media (60,28; 74,56)

10.- IC para el gasto medio por día (146,41, 170,59)

No puede decirse que sea superior a 150 euros.

11.- IC para la proporción real de directores convencidos que el expediente académico es fundamental: (0,498; 0,658)

12.- IC para la proporción real de empresas nuevas que cierran en un año:
(0,127; 0,300)

13.- IC para la rentabilidad diaria real (0,51; 0,99)

IC para el riesgo de inversión (1,168; 2,038)

14.- IC para el consumo medio de energía (2106,96; 2205,04)

15.- IC para el índice medio real de productividad (70,562; 85,438)

16.- La distribución del número de días en taller tiene que ser normal porque el tamaño muestral es pequeño ($n=9$).

IC para el número medio de días en taller (9,238; 18,540)