CONTENIDO

6 CAPÍTULO

Teoría de la producción

6.1 PRODUCCIÓN CON UN INSUMO VARIABLE: PRODUCTO TOTAL, PROMEDIO Y MARGINAL

La *función de producción* para un satisfactor es una ecuación, tabla o gráfica que indica la cantidad (máxima) que puede producirse de dicho satisfactor por unidad de tiempo, considerando un conjunto de insumos alternos, cuando se utilizan las mejores técnicas de producción disponibles.

Se obtiene una función sencilla de producción agrícola, alternando diversas cantidades de trabajo por unidad de tiempo para cultivar una extensión fija de tierra; se registran las cantidades resultantes del producto por cada unidad de tiempo. (A este tipo de situaciones, donde por lo menos un factor de la producción o insumo es fijo, se les denomina de *corto plazo*.) El *producto promedio del trabajo* (PP_L) se define como el producto total (PT) dividido entre el número de unidades de trabajo que se utilizan. El *producto marginal del trabajo* (PM_L) lo determina el cambio en el PT debido a un cambio de una unidad en la cantidad de trabajo utilizado.

EJEMPLO 1 Las tres primeras columnas en la tabla 6.1 muestran una función hipotética de producción a corto plazo para trigo. La tierra se mide en acres, el trabajo en años-hombre y el producto total (PT) en toneladas por año. Se supone que todas las unidades de tierra, trabajo o trigo son homogéneas o de la misma calidad. Las cifras del producto promedio del trabajo (PP_L) de la columna (4) se obtienen dividiendo cada cantidad de la columna (3) entre la cantidad correspondiente de la columna (2). Las cifras del producto marginal del trabajo (PM_L) de la columna (5) se obtienen determinando las diferencias entre las cantidades sucesivas de la columna (3).

Tabla 6.1

(1) Tierra	(2) Trabajo	(3) PT	(4) PP_L	(5) PM_L
1	0	0	0	…
1	1	3	3	3
1	2	8	4	5
1	3	12	4	4
1	4	15	$3\frac{3}{4}$	3
1	5	17	$3\frac{2}{5}$	2
1	6	17	$2\frac{5}{6}$	0
1	7	16	$2\frac{2}{7}$	–1
1	8	13	$1\frac{5}{8}$	–3

Las columnas PT, PP_L y PM_L de la tabla 6.1 se grafican en la figura 6-1. Ya que el PM_L se ha definido como el *cambio* en el PT, debido a un cambio de una unidad en la cantidad de trabajo utilizado; cada valor del PM_L se ha registrado en el cuadro B *en el punto intermedio* entre las cantidades de trabajo utilizado.

6.2 LAS FORMAS DE LAS CURVAS DE LOS PRODUCTOS PROMEDIO Y MARGINAL

Las formas de las curvas PP_L y PM_L se determinan por la forma de la curva PT correspondiente. El PP_L en cualquier punto de la curva PT_L se determina con la pendiente de la recta que va desde el origen hasta ese punto sobre la curva PT. Por lo general, la curva PP_L primero crece, llega a un máximo y después decrece, pero es positiva mientras PT sea positivo.

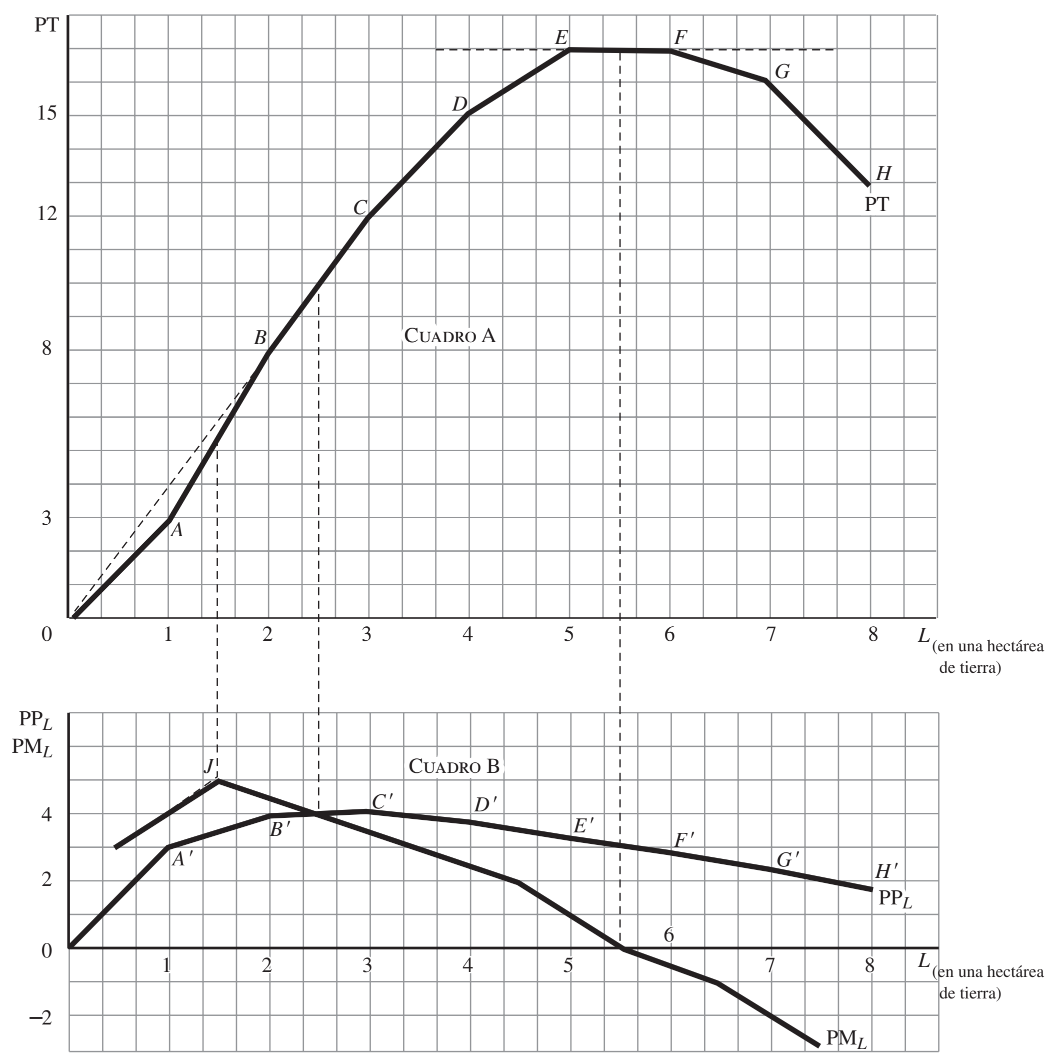

Figura 6-1

El PM_L entre dos puntos sobre la curva PT es igual a la pendiente de esa curva *entre* dichos puntos. La curva PM_L también asciende al principio, llega a un punto máximo (antes de que el PP_L alcance su máximo) y después desciende. El PM_L se convierte en cero cuando el PT se encuentra en el punto máximo y es negativo cuando éste empieza a decrecer. La parte descendente de la curva PM_L demuestra la *ley de los rendimientos decrecientes*.

EJEMPLO 2 En la figura 6-1, el PP_L en el punto *A* sobre la curva PT es igual a la pendiente de *OA*. Ésta es igual a 3 y se registra como *A′* en el cuadro B. En forma semejante, el PP_L en el punto *B* sobre la curva PT es igual a la pendiente de la línea punteada *OB*. Ésta es igual a 4 y se registra como punto *B′* en el cuadro B. En el punto *C*, el PP_L sigue siendo 4. Éste es el PP_L más alto. Después de *C*, el PP_L desciende pero será positivo mientras el PT sea positivo.

El PM_L entre el origen y el punto *A* de la curva PT es igual a la pendiente *OA*. Ésta es igual a 3 y se registra en el punto intermedio entre 0 y 1, o sea $\frac{1}{2}$, en el cuadro B. Igualmente, el PM_L entre *A* y *B* es igual a la pendiente *AB*. Ésta es igual a 5 y se registra en 1½ en el cuadro B. El PM_L entre *B* y *C* es igual a la pendiente *BC*. Ésta es 4 y es igual al PP_L más alto (las pendientes *OB* y *OC*). Entre *E* y *F* el PT no cambia, por consiguiente, el PM_L es cero. Después del punto *F*, el PT comienza a decrecer y el PM_L se vuelve negativo.

EJEMPLO 3 La curva PM_L alcanza un máximo antes que la curva PP_L (vea la figura 6-1). Mientras el PP_L asciende, el PM_L está por encima de él; cuando el PP_L desciende, el PM_L se encuentra por abajo de él; cuando el PP_L alcanza el punto máximo, el PM_L se le iguala. Así se explica esto: para que el PP_L aumente, la *adición* al PT (el PM_L) debe ser mayor que el PP_L *anterior*; para que el PP_L decrezca, la adición al PT (el PM_L) debe ser menor que el promedio anterior; para que el PP_L permanezca sin cambios, la adición al PT (el PM_L) debe ser igual que el promedio anterior. La ley de los rendimientos decrecientes comienza a operar en el punto *J* del cuadro B en la figura 6-1, o cuando el PM_L comienza a descender. Esto ocurre debido a que se utiliza "demasiado" trabajo para cultivar una hectárea de tierra. Inclusive, si se emplean más trabajadores en una hectárea, éstos comienzan a estorbarse entre sí hasta que finalmente el PM_L llega a cero y después se vuelve negativo.

6.3 ETAPAS DE LA PRODUCCIÓN

La relación entre las curvas PP_L y PM_L puede usarse para definir tres etapas de la producción para el trabajo. La etapa I va del origen al punto donde el PP_L está en su máximo. La etapa II va desde el punto máximo del PP_L hasta donde el PM_L es cero. La etapa III abarca el intervalo en que el PM_L es negativo. El productor no operará en la etapa III, incluso con trabajo gratuito, debido a que podrá *aumentar* el producto total utilizando *menos* trabajo por hectárea de tierra. En forma semejante, no operará en la etapa I porque, como se muestra en los problemas del 6.5 al 6.9, la etapa I para el trabajo corresponde a la etapa III para la tierra (el PM_{tierra} es negativo). Esto deja a la etapa II como la única para el productor.

EJEMPLO 4 La figura 6-2, con algunas modificaciones, es la misma que la 6-1 y muestra las tres etapas de la producción para el trabajo. Observe que en la etapa II, el PP_L y el PM_L son positivos pero en declive. Por tanto, el productor opera en el rango de rendimientos decrecientes dentro de la etapa II. (La *simetría* en las etapas de la producción de la mano de obra y la tierra se analizará en los problemas del 6.5 al 6.9.)

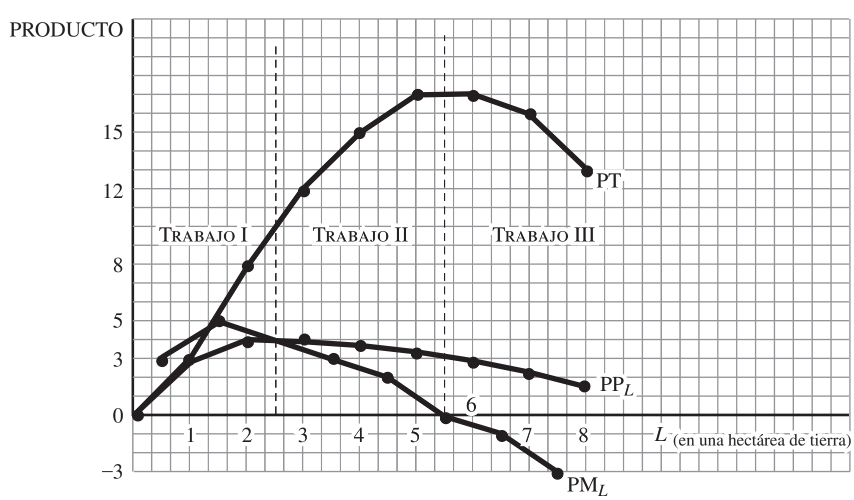

Figura 6-2

6.4 LA PRODUCCIÓN CON DOS INSUMOS VARIABLES: ISOCUANTAS

A continuación se abordará el caso en que la empresa sólo tiene dos factores de producción: trabajo y capital, ambos variables. Debido a esto, la situación es a *largo plazo*.

Una *isocuanta* muestra las diferentes combinaciones de trabajo (L) y capital (K) con las que una empresa puede obtener una cantidad específica de producción. Una isocuanta más alta indica una mayor cantidad de producción y una más baja, una cantidad menor.

EJEMPLO 5 En la tabla 6.2 se proporcionan puntos sobre tres isocuantas distintas.

Tabla 6.2

Isocuanta I		Isocuanta II		Isocuanta III	
L	K	L	K	L	K
2	11	4	13	6	15
1	8	3	10	5	12
2	5	4	7	6	9
3	3	5	5	7	7
4	2.3	6	4.2	8	6.2
5	1.8	7	3.5	9	5.5
6	1.6	8	3.2	10	5.3
7	1.8	9	3.5	11	5.5

Al graficar estos puntos en el mismo sistema de ejes y unirlos con curvas suaves se obtienen las tres isocuantas de la figura 6-3. La empresa puede lograr la producción especificada por la isocuanta I al usar $8K$ y $1L$ (punto B), utilizando $5K$ y $2L$ (punto C) o cualquier combinación de L y K sobre la isocuanta I. Las isocuantas (en contraste con las curvas de indiferencia) constituyen medidas *cardinales* de producción. Por ejemplo, la isocuanta I podría referirse a 60 unidades de producción física; la isocuanta II a 100 unidades de producción, etcétera.

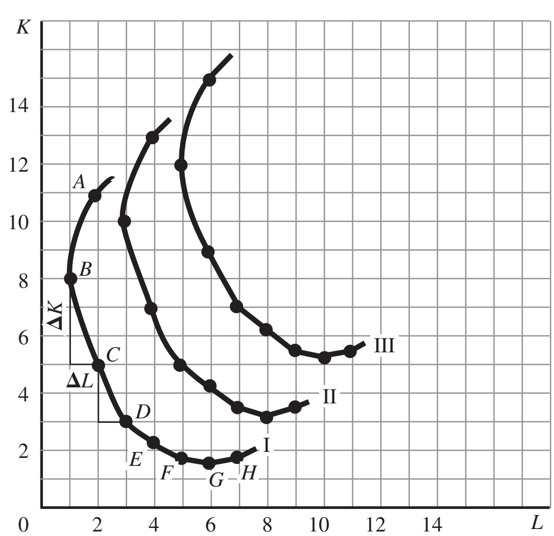

Figura 6-3

6.5 LA TASA MARGINAL DE SUSTITUCIÓN TÉCNICA

La *tasa marginal de sustitución técnica* de L por K ($TMST_{LK}$) se refiere a la cantidad de K que una empresa puede dejar de utilizar al aumentar en una unidad la cantidad de L utilizada y aún permanecer en la misma isocuanta. La $TMST_{LK}$ también es igual a PM_L/PM_K. A medida que la empresa desciende por una isocuanta, disminuye la $TMST_{LK}$.

EJEMPLO 6 Al pasar del punto B al C sobre la isocuanta I en la figura 6-3, la empresa deja de utilizar 3 unidades de K a cambio de una unidad adicional de L. Por tanto, $TMST_{LK} = 3$. De la misma forma, del punto C al punto D en la isocuanta I, $TMST_{LK} = 2$. Así, la $TMST_{LK}$ disminuye a medida que la empresa desciende por una isocuanta. Esto es así porque cuanto menos K y más L utiliza la empresa (es decir, cuanto más bajo sea el punto sobre la isocuanta), más difícil se le hace sustituir K por L en la producción.

EJEMPLO 7 En la tabla 6.3 se proporciona la $TMST_{LK}$ entre los diversos puntos de la parte con pendiente negativa de las isocuantas en la tabla 6.2.

Tabla 6.3

Isocuanta I			Isocuanta II			Isocuanta III		
L	K	$TMST_{LK}$	L	K	$TMST_{LK}$	L	K	$TMST_{LK}$
2	11		4	13		6	15	
1	8		3	10		5	12	
2	5		4	7		6	9	
		3.0			3.0			3.0
3	3		5	5		7	7	
		2.0			2.0			2.0
4	2.3		6	4.2		8	6.2	
		.7			.8			.8
5	1.8		7	3.5		9	5.5	
		.5			.7			.7
6	1.6		8	3.2		10	5.3	
		.2			.3			.2
7	1.8		9	3.5		11	5.5	

Observe que la $TMST_{LK}$ entre dos puntos de la misma isocuanta se obtiene mediante la pendiente absoluta (o su valor positivo) de la cuerda entre los dos puntos, mientras que la $TMST_{LK}$ en un punto de la isocuanta se obtiene mediante la pendiente absoluta de la curva en ese punto. La $TMST_{LK}$ también es igual a PM_L/PM_K. Por ejemplo, si el PM_K es $\frac{1}{2}$ en un punto determinado de una isocuanta, mientras que el PM_L es 2, esto significa que una unidad de L es cuatro veces más productiva que una unidad adicional de K en ese punto. De esta forma, la empresa puede dejar de utilizar 4 unidades de K al utilizar una unidad adicional de L y seguir obteniendo el mismo nivel de producción (permanecer sobre la misma isocuanta). Por consiguiente, $TMST_{LK} = PM_L/PM_K = 2/(1/2) = 4$ en el punto dado.

6.6 CARACTERÍSTICAS DE LAS ISOCUANTAS

Las isocuantas tienen las mismas características que las curvas de indiferencia: 1) en la porción significativa, las isocuantas tienen pendiente negativa, 2) son convexas con respecto al origen y 3) nunca se cruzan.

EJEMPLO 8 La porción significativa de una isocuanta tiene pendiente negativa. Esto significa que si la empresa quiere utilizar menos K debe emplear más L para obtener el mismo nivel de producción (es decir, permanecer sobre la misma isocuanta). La empresa no operará en el intervalo de pendiente positiva de una isocuanta porque puede obtener el mismo nivel de producción utilizando menos de L y de K. Por ejemplo, el punto A de la isocuanta I en la figura 6-4 incluye más L y K que el punto B (también en la misma isocuanta). Si en la figura 6-3 se trazan líneas que separen las porciones significativas (por ejemplo, con pendiente negativa) de las porciones irrelevantes (es decir, con pendiente positiva) de las isocuantas, se obtienen las "líneas de contorno" OY y OX en la figura 6-4. El intervalo de las isocuantas entre estas líneas corresponde a la etapa II de la producción para L y K (vea los problemas 6.13 y 6.14).

En la porción significativa, las isocuantas no sólo tienen pendiente negativa, sino que también son convexas con respecto al origen debido a la $TMST_{LK}$ que disminuye. Además, las isocuantas no pueden cruzarse. Si dos lo hicieran, el punto de intersección implicaría que la empresa podría obtener dos niveles diferentes de producción con la misma combinación de L y K. Esto es imposible si se supone, como es el caso, que la empresa siempre utiliza las técnicas de producción más eficientes.

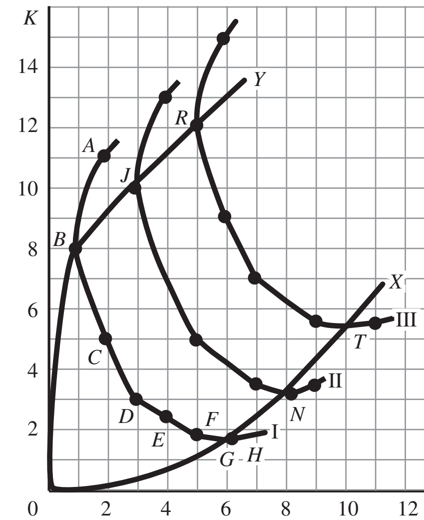

Figura 6-4

6.7 ISOCOSTOS

Un *isocosto* muestra todas las combinaciones de trabajo y capital que puede comprar una empresa, dados el gasto total (GT) de la empresa y los precios de los factores. La pendiente de un isocosto se obtiene por medio de $-P_L/P_K$, donde P_L se refiere al precio del trabajo y P_K, al del capital.

EJEMPLO 9 Si la empresa gastara en capital todos sus fondos disponibles, podría comprar GT/P_K unidades de capital. Si, en su lugar, lo hiciera en trabajo podría comprar GT/P_L unidades de trabajo. Al unir estos dos puntos con una línea recta se obtiene el isocosto de la empresa. Ésta puede adquirir cualquier combinación de capital y trabajo que aparezca en su isocosto, cuya pendiente se obtiene mediante

$$\frac{\mathrm{GT}/P_K}{\mathrm{GT}/P_L} = -\frac{\cancel{\mathrm{GT}}}{P_K}\cdot\frac{P_L}{\cancel{\mathrm{GT}}} = -\frac{P_L}{P_K}$$

Por ejemplo, si $P_L = P_K = \$1$ y GT $= \$10$ se obtiene el isocosto de la figura 6-5, con pendiente $= -1$.

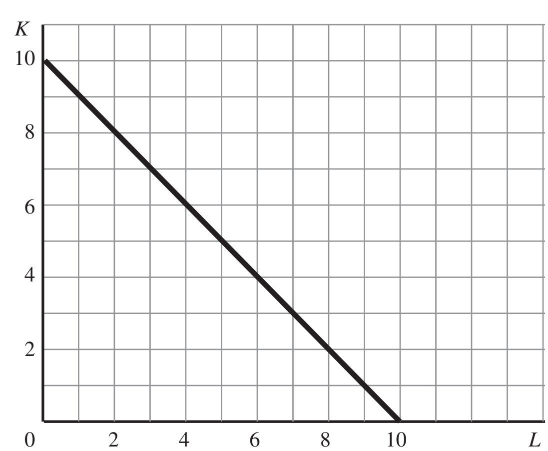

Figura 6-5

6.8 EQUILIBRIO DEL PRODUCTOR

Un productor está en *equilibrio* cuando maximiza la producción para el gasto total determinado. Otra manera de decir lo anterior es que un productor está en equilibrio cuando alcanza la isocuanta más alta, dado el isocosto particular. Esto ocurre cuando una isocuanta es tangente al isocosto. En el punto de tangencia, la pendiente absoluta de la isocuanta es igual a la pendiente absoluta del isocosto. Es decir, en equilibrio, $\text{TMST}_{LK} = \text{P}_L/\text{P}_K$. (Esto es completamente análogo al concepto de equilibrio del consumidor que se estudió en el capítulo 4.) Debido a que $\text{TMST}_{LK} = \text{PM}_L/\text{PM}_K$, en equilibrio,

$$\frac{\text{PM}_L}{\text{PM}_K} = \frac{P_L}{P_K} \qquad \text{o} \qquad \frac{\text{PM}_L}{P_L} = \frac{\text{PM}_K}{P_K}$$

Esto significa que, en equilibrio, el PM de la última *unidad monetaria* gastada en trabajo es igual al PM de la última *unidad monetaria* gastada en capital. Lo mismo sería cierto para otros factores si la empresa tuviera más de dos factores de producción. (De nuevo: esto es completamente análogo al concepto de equilibrio del consumidor.)

EJEMPLO 10 Al reunir en el mismo sistema de ejes las isocuantas de la empresa (figura 6-3) y su isocosto (figura 6-5) es posible determinar el punto de equilibrio del productor. Esto lo da el punto *M* de la figura 6-6. La empresa no puede alcanzar la isocuanta III con su isocosto. Si produjera a lo largo de la isocuanta I, no estaría maximizando la producción. La isocuanta II es la más alta que puede alcanzar la empresa con su isocosto. Así, a fin de llegar al equilibrio, la empresa debe gastar \$5 de su GT en comprar 5*K* y los \$5 restantes en comprar 5*L*. En el punto de equilibrio (*M*),

$$\text{TMST}_{LK} = \frac{\text{PM}_L}{\text{PM}_K} = \frac{P_L}{P_K} = 1$$

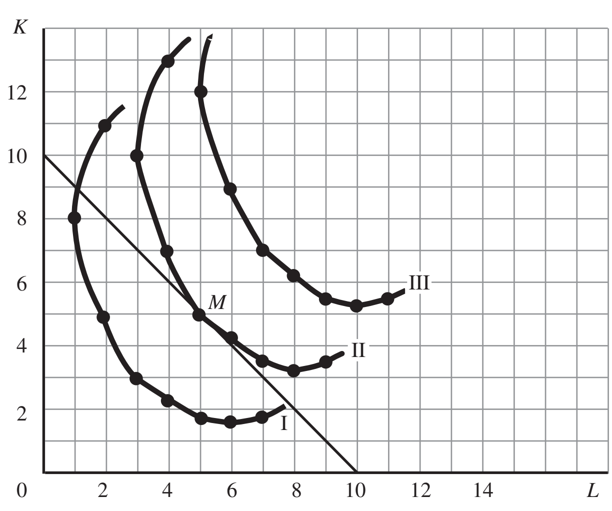

Figura 6-6

6.9 RUTA DE EXPANSIÓN

Si la empresa cambia su gasto total mientras los precios del trabajo y del capital son constantes, su isocosto se desplaza paralelamente a sí mismo; lo hará hacia arriba si aumenta el GT y hacia abajo si éste disminuye. Estos distintos isocostos serían tangentes a diferentes isocuantas, definiendo así distintos puntos de equilibrio para el productor; al unirlos se obtiene la *ruta de expansión* de la empresa. Esto es semejante a la curva ingreso-consumo que se estudió en el capítulo 4.

EJEMPLO 11 Si las isocuantas de la empresa son las de la figura 6-3, si $\text{P}_L = \text{P}_K = \$1$ y permanecen sin cambios, y si el GT de la empresa aumenta de \$6 a \$10 y después hasta \$14 por periodo, se puede obtener la ruta de expansión de la empresa (vea la figura

6-7). Los isocostos 1, 2 y 3 son paralelos entre sí porque P_L/P_K permanece con el valor de 1. Cuando GT = \$6, el productor alcanza el equilibrio en el punto *D* sobre la isocuanta I al comprar 3*K* y 3*L*. Cuando GT = \$10 se logra el equilibrio en el punto *M* sobre la isocuanta II al adquirir 5*K* y 5*L*. Cuando GT = \$14, el equilibrio está en el punto *P* sobre la isocuanta III al comprar 7*K* y 7*L*.

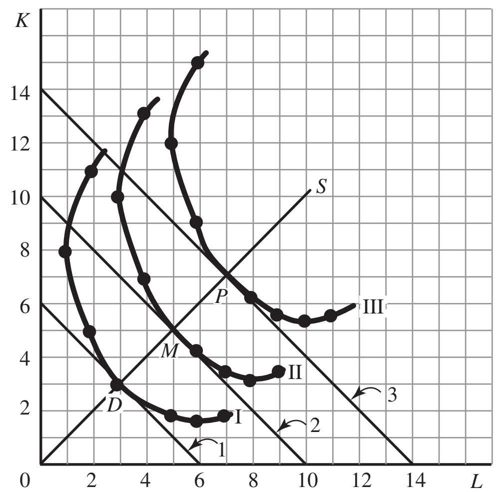

Figura 6-7

La línea *OS* que une el origen con los puntos de equilibrio *D*, *M* y *P* es la ruta de expansión de esta empresa. Observe que, en este caso, la ruta es una recta que pasa por el origen. Esto significa que a medida que se amplía la producción, la razón *K*/*L* (la pendiente de la ruta de expansión) permanece igual. (Cuando la ruta de expansión es una recta que pasa por el origen, las líneas de contorno también son rectas que pasan por el origen, y no como se muestran en la figura 6-5.)

La línea que une puntos de diferentes isocuantas, en los cuales la TMST (la pendiente) es constante, se denomina *isoclina*. Así, una ruta de expansión es la isoclina particular a lo largo de la cual se expande la producción, con los precios de los factores constantes.

6.10 SUSTITUCIÓN DE FACTORES

Si a partir de una posición de equilibrio del productor disminuye el precio de un factor se alterará la posición de equilibrio. En el proceso de restablecer el equilibrio, el productor sustituirá en la producción este factor (ahora relativamente más barato) por el otro, hasta que se restablezca el equilibrio. El *grado* de posibilidad para sustituir el factor *K* por el *L*, *exclusivamente* como resultado del cambio en los precios *relativos* de los factores, se denomina *elasticidad de la sustitución técnica* y se mide por

$$(e \text{ sust.})_{LK} = \frac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right)\left(\frac{K}{L}\right)}{\Delta(\text{TMST}_{LK})/\text{TMST}_{LK}}$$

(Vea los problemas del 6.19 al 6.23.)

6.11 RENDIMIENTOS A ESCALA CONSTANTES, CRECIENTES Y DECRECIENTES

Se tienen *rendimientos a escala constantes, crecientes* o *decrecientes* si al aumentar todos los insumos en una proporción determinada, la producción del satisfactor aumenta en una *proporción igual*, *mayor* o *menor*, respectivamente (vea los problemas del 6.24 al 6.26).

Glosario

Corto plazo Periodo en el que, por lo menos, un factor de la producción o un insumo es fijo.

Equilibrio del productor Punto donde un productor maximiza la producción para el gasto total determinado.

Función de producción Ecuación, tabla o gráfica que indica la cantidad (máxima) que puede producirse de un satisfactor por unidad de tiempo, considerando un conjunto de insumos alternos, cuando se utilizan las mejores técnicas de producción disponibles.

Isoclina Lugar geométrico de puntos sobre diferentes isocuantas, en el cual la tasa marginal de sustitución técnica de los factores de la producción, o la pendiente, es constante.

Isocosto Muestra todas las combinaciones de dos insumos que una empresa puede comprar o contratar, dados el gasto total de ésta y los precios de los insumos.

Isocuanta Muestra las diferentes combinaciones de dos insumos que una empresa puede utilizar para obtener una cantidad específica de producción.

Largo plazo Periodo en el que todos los factores de la producción son variables.

Ley de los rendimientos decrecientes Cuantas más unidades de un insumo se empleen por unidad de tiempo, con cantidades fijas de otro insumo, el producto marginal del que varió disminuye después de un punto.

Producto marginal (PM) El cambio en el producto total provocado por el cambio unitario en la cantidad de un insumo.

Producto promedio (PP) El producto total dividido entre el número de unidades del insumo utilizado.

Rendimientos constantes a escala Cuando todos los insumos se incrementan en una proporción determinada y la producción obtenida aumenta exactamente en la misma proporción.

Rendimientos crecientes a escala Caso en el cual la producción crece en forma proporcionalmente mayor que los insumos.

Rendimientos decrecientes a escala Caso en el cual la producción crece en menor proporción que los insumos.

Ruta de expansión Lugar geométrico de los puntos de equilibrio del productor resultante de cambios en los gastos totales, mientras los precios de los factores permanecen constantes.

Tasa marginal de sustitución técnica (TMST) Cantidad de un insumo que puede dejar de utilizar una empresa, al aumentar la cantidad del otro insumo en una unidad y seguir sobre la misma isocuanta.

Preguntas de repaso

1. Cuando el PT disminuye, *a*) el $PP_{trabajo}$ es cero, *b*) el $PM_{trabajo}$ es cero, *c*) el $PP_{trabajo}$ es negativo, o *d*) el $PP_{trabajo}$ está disminuyendo.

Resp. *d*) Vea la figura 6-1.

2. Cuando el $PP_{trabajo}$ es positivo pero en declive, el $PM_{trabajo}$ podría *a*) estar declinando, *b*) ser cero, *c*) ser negativo, o *d*) cualquiera de las anteriores.

Resp. *d*) Vea la figura 6-1.

3. La etapa II de la producción empieza cuando el $PP_{trabajo}$ comienza a disminuir *a*) siempre, *b*) nunca, *c*) en ocasiones, o *d*) a menudo.

Resp. *a*) Vea el ejemplo 4.

4. Cuando el PM_{tierra} es negativo, se está en *a*) la etapa I para la tierra, *b*) la etapa II para el trabajo, *c*) la etapa II para la tierra, o *d*) ninguna de las anteriores.

Resp. *d*) Cuando el PM_{tierra} es negativo se está en la etapa III para la tierra y en la etapa I para el trabajo (vea la sección 6.3).

5. Si, al aumentar en una unidad la cantidad de trabajo utilizada, la empresa puede dejar de utilizar 2 unidades de capital y seguir obteniendo la misma producción, entonces la $TMST_{LK}$ es *a*) $\frac{1}{2}$, *b*) 2, *c*) 1, o *d*) 4.

Resp. *b*) Vea la sección 6.5.

6. Si la $TMST_{LK}$ es igual a 2, entonces PM_K/PM_L es *a*) 2, *b*) 1, *c*) $\frac{1}{2}$, o *d*) 4.

Resp. *c*) Vea la sección 6.5.

7. Dentro del rango significativo, las isocuantas *a*) tienen pendiente negativa, *b*) son convexas con respecto al origen, *c*) no pueden cruzarse, o *d*) todo lo anterior.

Resp. *d*) Vea la sección 6.6.

8. Si el capital se grafica en el eje vertical y el trabajo en el horizontal, la pendiente de un isocosto rectilíneo trazado en dicha gráfica es *a*) P_L/P_K, *b*) P_K/P_L, *c*) $-P_L/P_K$, o *d*) $-P_K/P_L$.

Resp. *c*) Vea la sección 6.7.

9. En el punto de equilibrio del productor, *a*) la isocuanta es tangente al isocosto, *b*) la $TMST_{LK}$ es igual a P_L/P_K, *c*) $PM_L/P_L = PM_K/P_K$, o *d*) todo lo anterior.

Resp. *d*) Vea la sección 6.8.

10. La ruta de expansión de la teoría de la producción es semejante en la teoría del consumo a la *a*) línea precio-consumo, *b*) curva de Engle, *c*) línea ingreso-consumo, o *d*) línea de restricción del presupuesto.

Resp. *c*) Compare la figura 6-7 en este capítulo con la 4-6 del capítulo 4.

11. La elasticidad de sustitución técnica se mide por *a*) la pendiente de la isocuanta, *b*) el cambio en la pendiente de la isocuanta, *c*) la razón de los insumos de factores, o *d*) ninguna de las anteriores.

Resp. *d*) La $TMST_{LK}$, el cambio en la $TMST_{LK}$, la razón K/L y el cambio de la razón K/L son, todos, componentes del coeficiente de elasticidad de sustitución técnica, pero no pueden proporcionar, individualmente, dicho coeficiente. (En el problema 6.23 se analizan dos excepciones.)

12. Si se tienen rendimientos constantes a escala y la cantidad de trabajo utilizado por unidad de tiempo se aumenta 10%, pero la cantidad de capital se mantiene constante, entonces la producción *a*) aumenta 10%, *b*) disminuye 10%, *c*) aumenta más de 10%, o *d*) aumenta menos de 10%.

Resp. *d*) Con rendimientos constantes a escala, si el capital y el trabajo aumentan 10%, la producción también aumenta 10%. Ya que sólo se está aumentando el trabajo en 10%, la producción aumenta menos de 10% (si está operando *dentro* de la etapa II de la producción).

Problemas resueltos

PRODUCCIÓN CON UN INSUMO VARIABLE

6.1 Con base en la tabla 6.4, *a*) determine el PP y el PM del trabajo y *b*) trace las curvas del PT, el PP y el PM de trabajo.

Tabla 6.4

Tierra	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Trabajo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PT	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12

a)

Tabla 6.5

Tierra	Trabajo	PT	PP_L	PM_L
1	0	0	0	…
1	1	2	2	2
1	2	5	$2\frac{1}{2}$	3
1	3	9	3	4
1	4	12	3	3
1	5	14	$2\frac{4}{5}$	2
1	6	15	$2\frac{1}{2}$	1
1	7	15	$2\frac{1}{7}$	0
1	8	14	$1\frac{3}{4}$	–1
1	9	12	$1\frac{1}{3}$	–2

Observe que las cifras de esta tabla se refieren a *cantidades físicas* y no a valores monetarios.

b)

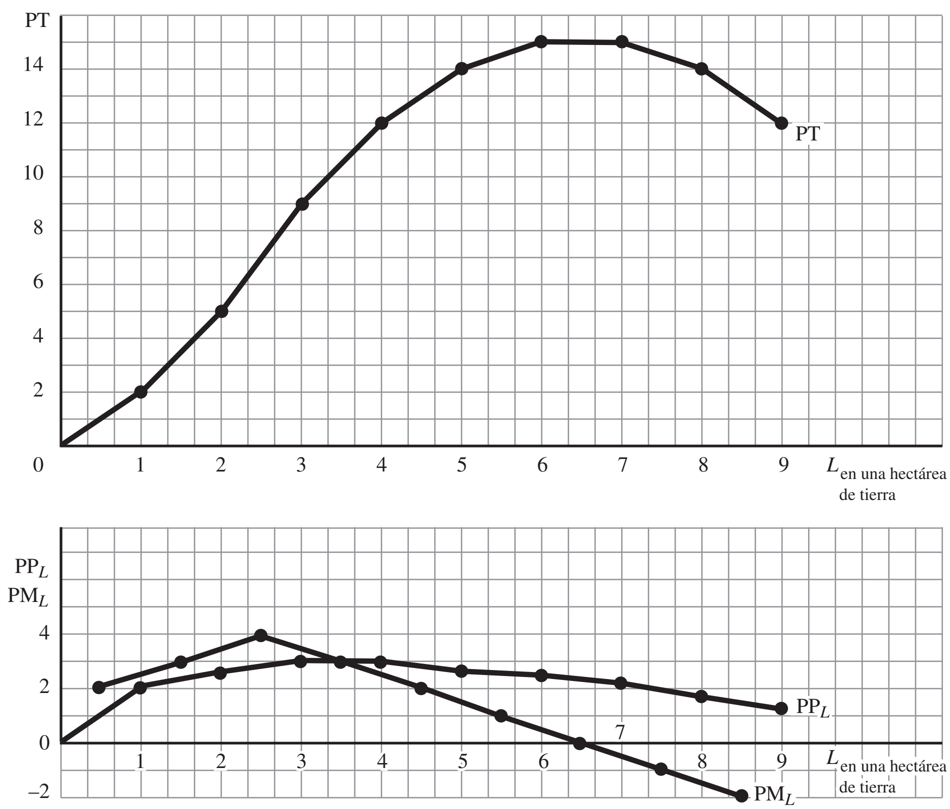

Figura 6-8

6.2 *a*) En el mismo sistema de ejes, trace las curvas PT, PP_L y PM_L del problema 6.1 como *curvas suaves* y *b*) explique la forma de las curvas PP_L y PM_L en el inciso *a*) en términos de la forma de la curva PT.

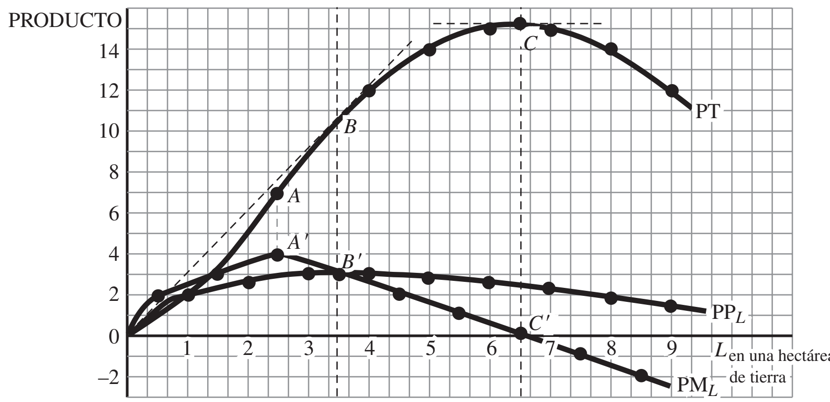

Figura 6-9

a) Vea la figura 6-9. Estas curvas suaves son las curvas típicas PT, PP y PM de los libros de texto y se basan en el supuesto de que los insumos son perfectamente divisibles.

b) La pendiente de una línea trazada desde el origen hasta un punto sobre la curva PT asciende hasta el punto *B* y luego disminuye. Así, la curva PP_L asciende hasta *B′* y declina después. Comenzando desde el origen, la pendiente de la curva PT (el PM_L) asciende hasta *A* (el punto de inflexión), después declina pero sigue siendo positiva hasta *C*. En C (el punto máximo de la curva PT) la pendiente de esta curva (el PM_L) es cero. Después del punto *C*, la pendiente de la curva PT (el PM_L) es negativa. En *B*, la pendiente de la curva PT (el PM_L) es igual a la pendiente de una línea que va del origen a la curva PT (PP_L).

6.3 *a*) En términos de "trabajo" y "tierra", ¿qué afirma la ley de los rendimientos decrecientes? *b*) Determine dónde comienza a operar la ley de los rendimientos decrecientes en la figura 6-9.

a) A medida que se utilizan más unidades de trabajo por unidad de tiempo para cultivar una extensión fija de tierra, después de un determinado punto, el PM_L declinará *necesariamente*. Ésta es una de las leyes más importantes de la economía y se denomina *ley de los rendimientos decrecientes*. Advierta que para observar esta ley es necesario mantener fijo un insumo (la tierra o el trabajo) mientras que el otro cambia. También se supone que la tecnología permanece constante.

b) La ley de los rendimientos decrecientes comienza a operar en el punto *A′* de la figura 6-9, donde el PM_L comienza a declinar. A la izquierda de *A′* se utiliza muy poco trabajo en una hectárea de tierra y, por tanto, se obtienen rendimientos crecientes, en lugar de decrecientes, del trabajo (el factor variable). (No debe confundirse "rendimientos crecientes" —concepto a corto plazo— con "rendimientos crecientes *a escala*", que es un concepto a largo plazo.)

6.4 Defina las tres etapas de la producción para el trabajo que se muestran en la figura 6-9.

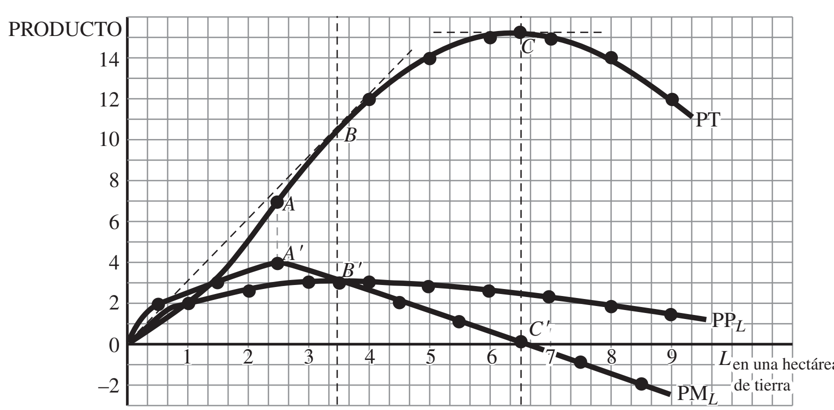

Figura 6-10

6.5 El cuadro A de la tabla 6.6 es el mismo que el de la tabla 6.1. El PT_{tierra} (columna (3) en el cuadro B de esta tabla) se obtiene directamente del cuadro A al mantener fijo el trabajo en una unidad por periodo y utilizar cantidades alternas de tierra, que oscilan desde 1/8 de unidad (hectárea) hasta una unidad y suponiendo rendimientos constantes a escala. Explique *a*) cómo se obtuvo cada valor del PT_{tierra} (comience desde la parte inferior de la tabla), *b*) cómo se obtuvieron los valores del PP_{tierra} de la columna (4) en el cuadro B, y *c*) cómo se obtuvieron los valores del PM_{tierra}. (El propósito de este problema y de los cuatro siguientes es demostrar la simetría en las etapas de la producción para el trabajo y la tierra.)

Tabla 6.6

CUADRO A: TRABAJO					CUADRO B: TIERRA				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Tierra	Trabajo	$PT_{trabajo}$	$PP_{trabajo}$	$PM_{trabajo}$	Tierra	Trabajo	$PT_{trabajo}$	$PP_{trabajo}$	$PM_{trabajo}$
1	0	0	0	…					
1	1	3	3	3	1	1	3	3	…
1	2	8	4	5	$\frac{1}{2}$	1	4	8	−2
1	3	12	4	4	$\frac{1}{3}$	1	4	12	0
1	4	15	$3\frac{3}{4}$	3	$\frac{1}{4}$	1	$3\frac{3}{4}$	15	3
1	5	17	$3\frac{2}{5}$	2	$\frac{1}{5}$	1	$3\frac{2}{5}$	17	7
1	6	17	$2\frac{5}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	1	$2\frac{5}{6}$	17	17
1	7	16	$2\frac{2}{7}$	−1	$\frac{1}{7}$	1	$2\frac{2}{7}$	16	23
1	8	13	$1\frac{5}{8}$	−3	$\frac{1}{8}$	1	$1\frac{5}{8}$	13	37

a) Si se comienza en la parte inferior del cuadro A se observa que 8 unidades de trabajo en 1 de tierra dan como resultado 13 unidades de producción; por tanto, al utilizar 1/8 de la cantidad de trabajo y de tierra debe obtenerse 1/8 de 13 unidades de producción debido a los rendimientos constantes a escala. En consecuencia, una unidad de trabajo utilizada en 1/8 unidad de tierra produce 1/8 de 13, o sea, $1\frac{5}{8}$ unidades de producción [vea el último renglón de la columna (3) en el cuadro B]. Las demás cifras en la columna (3) del cuadro B se obtienen siguiendo el mismo procedimiento. *Observe que* el PT_{tierra} [*columna* (3) *en el cuadro B*] *es idéntico al* $PP_{trabajo}$ [*columna* (4) *en el cuadro* A].

b) Con base en el PT_{tierra} es posible obtener el PP_{tierra} y el PM_{tierra}. La columna PP_{tierra} [columna (4))] se obtiene dividiendo el PT_{tierra} [columna (3)] entre las cantidades correspondientes de tierra utilizada [columna (1)]. Comenzando en la parte inferior del cuadro B se divide el PT_{tierra} de $1\frac{5}{8}$ entre $\frac{1}{8}$ unidades de tierra para obtener 13 como el PP_{tierra} correspondiente ($1\frac{5}{8} \div \frac{1}{8} = \frac{13}{8} \div \frac{1}{8} = \frac{13}{8} \cdot \frac{8}{1} = 13$). Las demás cifras para el PP_{tierra} se obtienen en forma semejante. *Observe que el* PP_{tierra} [*columna* (4) *en el cuadro* B] *es idéntico al* $PT_{trabajo}$ [*columna* (3) *en el cuadro* A].

c) El PM_{tierra} se obtiene por el *cambio* del PT_{tierra} dividido entre el *cambio* en la cantidad de tierra utilizada. Comenzando en la parte inferior del cuadro B se observa que, cuando la cantidad de tierra utilizada cambia de $\frac{1}{8}$ de unidad a $\frac{1}{7}$, el PT_{tierra} cambia de $1\frac{5}{8}$ a $2\frac{2}{7}$ unidades. Pasar de un PT_{tierra} de $1\frac{5}{8}$ a un PT_{tierra} de $2\frac{2}{7}$ representa un cambio de 37/56 unidades de producción ($2\frac{2}{7} - 1\frac{5}{8} = \frac{16}{7} - \frac{13}{8} = \frac{128-91}{56} = \frac{37}{56}$). Pasar de 1/8 a 1/7 de unidad de tierra representa un cambio de 1/56 unidad de tierra ($\frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{8-7}{56} = \frac{1}{56}$). Al dividir el cambio del PT_{tierra} (37/56) entre el cambio correspondiente en la cantidad de tierra utilizada (1/56) se obtiene el PM_{tierra} de 37($\frac{37}{56} \div \frac{1}{56} = \frac{37}{56} \cdot \frac{56}{1} = 37$). Esto se registra en el *último* renglón de la columna (5) en el cuadro B. Las demás cifras para el PM_{tierra} registradas en la columna (5) del cuadro B se obtienen en forma semejante.

6.6 *a*) Sobre el mismo sistema de ejes, trace la información que se muestra en los cuadros A y B de la tabla 6.6. Haga que un movimiento de izquierda a derecha sobre el eje horizontal mida las razones crecientes trabajo/tierra dadas al desplazarse en forma descendente por las columnas (2) y (1) del cuadro A; el movimiento de derecha a izquierda a lo largo del eje horizontal mide entonces las razones decrecientes trabajo/tierra dadas al *ascender* por las columnas (2) y (1) del cuadro B. *b*) ¿Qué puede decir sobre las etapas de producción para el trabajo y el capital en la gráfica del inciso *a*)?

a) Un movimiento (en la forma acostumbrada) desde la parte superior hasta la inferior del cuadro A de la tabla 6.6 corresponde a un movimiento de izquierda a derecha en la figura 6-11 y se obtienen los conocidos $PT_{trabajo}$, $PP_{trabajo}$ y $PM_{trabajo}$ (al igual que en la figura 6-2). Por otra parte, un movimiento desde la parte *inferior* hasta la *superior* en el cuadro B de la tabla 6.6 corresponde a un movimiento de *derecha* a *izquierda* en la figura 6-11 y se obtienen el PT_{tierra}, el PP_{tierra} y el PM_{tierra}. Este movimiento de derecha a izquierda a lo largo del eje horizontal en la figura se refiere a un *declive* de la razón trabajo/tierra (es decir, 8/1 a 7/1, 6/1, . . . , 1/1). Eso es igual que un *incremento* en la razón tierra/trabajo (es decir, de 1/8 a 1/7, 1/6, . . . , 1/1). Las flechas en la figura indican la dirección de los movimientos.

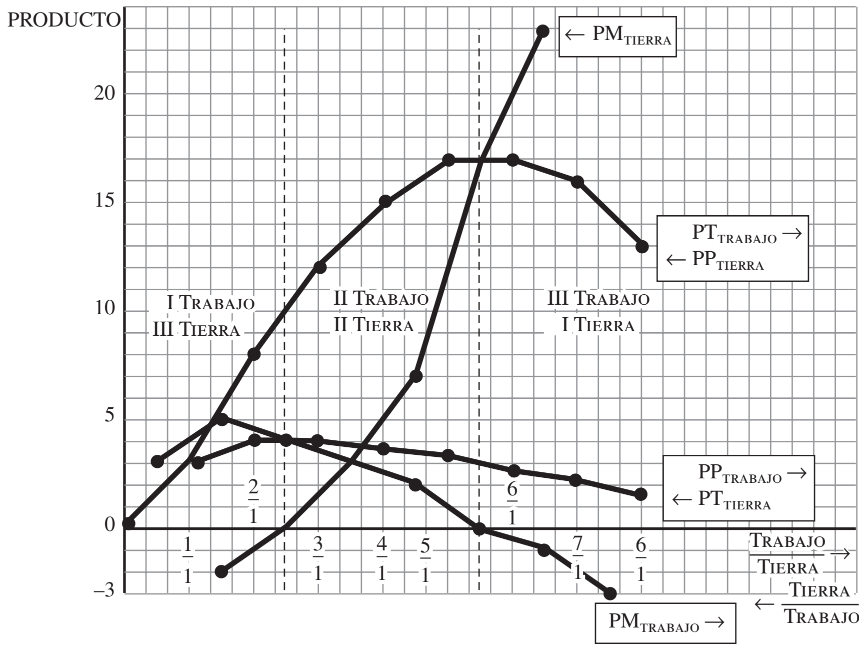

Figura 6-11

b) En la figura 6-11 se observa que el PT_{tierra} coincide exactamente con el $PP_{trabajo}$ y que el PP_{tierra} coincide exactamente con el $PT_{trabajo}$. Debido a esto, la etapa I para el trabajo corresponde a la III de la tierra; la etapa II para el trabajo abarca el mismo intervalo que la II para la tierra y la III para el trabajo corresponde a la I para la tierra. *Por consiguiente, con rendimientos constantes a escala existe una simetría perfecta entre las etapas de producción para el trabajo y la tierra*.

6.7 Con los supuestos de 1) rendimientos constantes a escala, 2) trabajo constante en una unidad por periodo y 3) cantidades alternas de tierra utilizada, que van desde 1/9 hasta una hectárea de tierra por periodo, *a*) determine el PT de la tierra de la tabla 6.4; a partir de este PT_{tierra} determine el PP y el PM de la tierra. *b*) Sobre el mismo sistema de ejes (como en el problema 6.6) trace el $PT_{trabajo}$, el $PP_{trabajo}$ y el $PM_{trabajo}$ del problema 6.1, y el PT_{tierra}, el PP_{tierra} y el PM_{tierra} que se determinaron en el inciso *a*) de este problema, y defina las etapas de producción I, II y III para el trabajo y la tierra.

a) Los valores de PT, PP y PM de la tierra se obtienen según se explicó en el problema 6.5.

Tabla 6.7

Tierra	Trabajo	PT_{tierra}	PP_{tierra}	PM_{tierra}
1	1	2	2	…
$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{1}{2}$	5	–1
$\frac{1}{3}$	1	3	9	–3
$\frac{1}{4}$	1	3	12	0
$\frac{1}{5}$	1	$2\frac{4}{5}$	14	4
$\frac{1}{6}$	1	$2\frac{1}{2}$	15	9
$\frac{1}{7}$	1	$2\frac{1}{7}$	15	15
$\frac{1}{8}$	1	$1\frac{3}{4}$	14	22
$\frac{1}{9}$	1	$1\frac{1}{3}$	12	30

b) (Vea la figura 6-12.)
Recuerde que para que se cumplan las relaciones presentadas en la figura 6-12, el factor fijo debe ser la unidad y es necesario suponer rendimientos constantes a escala.

6.8 En el mismo sistema de ejes trace curvas *suaves* "típicas" del PT, PP y PM para el trabajo y para la tierra, y defina las etapas de la producción.

Observe que en el movimiento de derecha a izquierda en la figura 6-13, el PM_{tierra} primero asciende, llega a un punto máximo y después declina en la etapa I para la tierra. Esto es semejante al comportamiento del $PM_{trabajo}$ en la etapa I para el trabajo, pero éste con un movimiento de izquierda a derecha. En la figura 6.12 no se mostró este aspecto del comportamiento del PM_{tierra} en la etapa I para la tierra.

6.9 Con referencia a la etapa II de la producción, *a*) ¿por qué opera el productor en la etapa II? *b*) ¿Qué combinación de factores (dentro de la etapa II) utiliza realmente el productor?, y *c*) ¿dónde opera el productor si $P_{trabajo} = 0$? ¿Si $P_{tierra} = 0$? ¿Si $P_{trabajo} = P_{tierra}$?

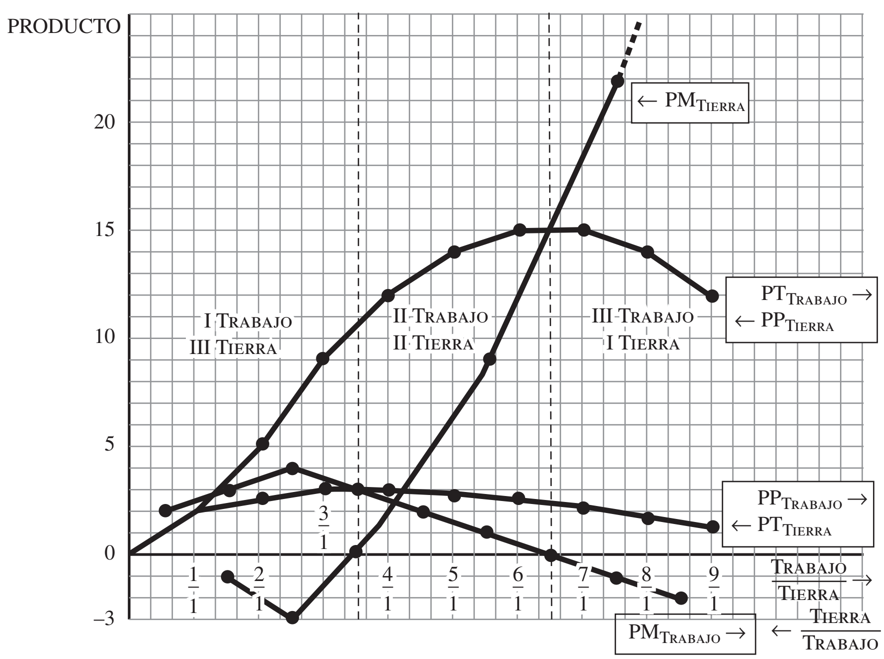

Figura 6-12

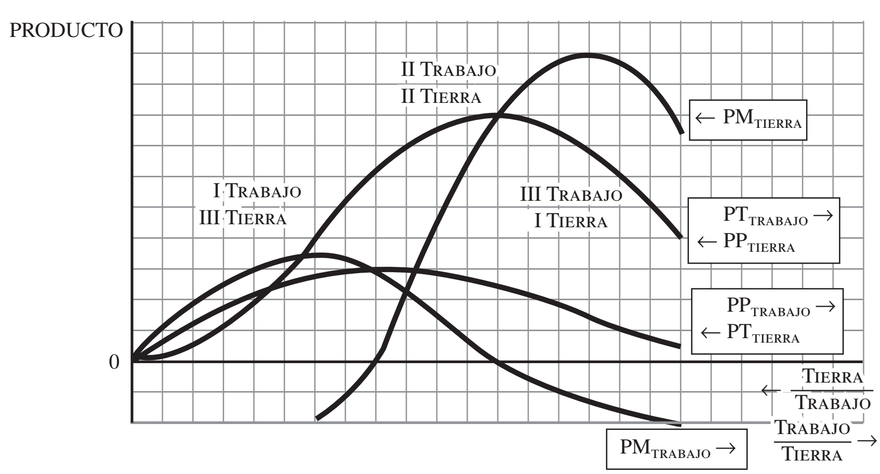

Figura 6-13

a) El productor no opera en la etapa I del trabajo (= etapa III de la tierra) porque el PM_{tierra} es negativo. El productor no opera en la etapa III del trabajo porque el $PM_{trabajo}$ es negativo. Sin embargo, produce en la etapa II porque el $PM_{trabajo}$ y el PM_{tierra} son positivos (aunque disminuyan).

b) Dentro de la etapa II habrá producción en el punto en que $PM_{trabajo}/P_{trabajo} = PM_{tierra}/P_{tierra}$.

c) Si $P_{tierra} = 0$ se querrá producir en el punto de mayor eficiencia promedio para el *trabajo* y, por tanto, producirá al inicio de la etapa II para el trabajo (donde el $PP_{trabajo}$ es máximo y el $PM_{tierra} = 0$). Si $P_{trabajo} = 0$, el productor operará al final de la etapa II para el trabajo (donde $PM_{trabajo} = 0$ y el PP_{tierra} es máximo). Si $P_{trabajo} = P_{tierra}$ se producirá en el punto (dentro de la etapa II) donde se cruzan las curvas $PM_{trabajo}$ y PM_{tierra}. Cuanto más alto sea el precio del trabajo en relación con el precio de la tierra, más cerca al inicio de la etapa II etapa II para de la tierra (que es el final de la etapa II para del trabajo) operará el productor. Cuanto más alto sea el precio de la tierra en relación con el precio del trabajo, el productor oprará más cerca del inicio de la etapa II (que es el final de la etapa II del trabajo).

6.10 Con base en la tabla 6.8, *a*) encuentre el PP y el PM del trabajo, y *b*) dibuje las curvas PT, PP y PM del trabajo. *c*) ¿En qué difiere esta gráfica de la figura 6-12?

Tabla 6.8

Tierra	1	1	1	1	1
Trabajo	1	2	3	4	5
$PT_{trabajo}$	10	18	24	28	30

a)

Tabla 6.9

Tierra	Trabajo	$PT_{trabajo}$	$PP_{trabajo}$	$PM_{trabajo}$
1	1	10	10	…
1	2	18	9	8
1	3	24	8	6
1	4	28	7	4
1	5	30	6	2

b)

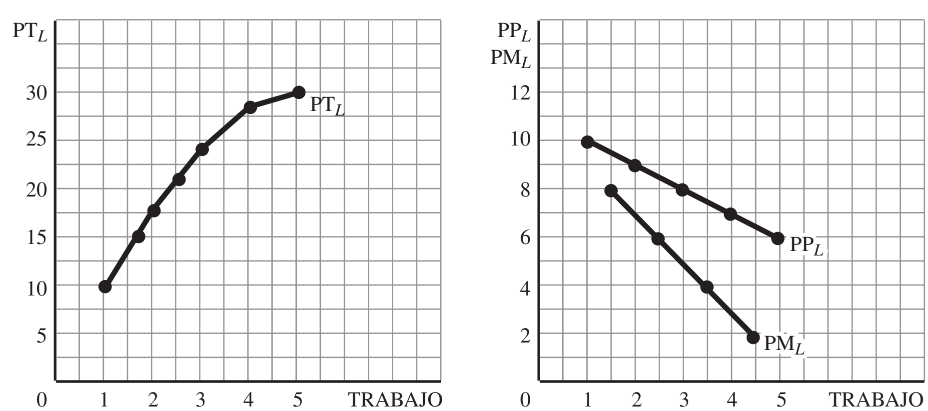

Figura 6-14

c) En la figura 6-14 sólo se muestra la etapa II, faltan las etapas I y III. Esto sucede ocasionalmente en la realidad, por lo que así se supone en el trabajo empírico.

6.11 Con base en la tabla 6.10, *a*) determine el PP y el PM del trabajo, y *b*) dibuje las curvas PT, PP y PM del trabajo. *c*) ¿Por qué esta gráfica es diferente a la figura 6-14?

Tabla 6.10

Tierra	2	2	2	2	2
Trabajo	1	2	3	4	5
$PT_{trabajo}$	15	26	33	38	41

a)

Tabla 6.11

Tierra	Trabajo	$PT_{trabajo}$	$PP_{trabajo}$	$PM_{trabajo}$
2	1	15	15	…
2	2	26	13	11
2	3	33	11	7
2	4	38	9.5	5
2	5	41	8.2	3

b) Vea la figura 6-15. Las curvas punteadas en la figura 6-15 son las funciones del problema 6.10 y se reproducen aquí para facilitar la consulta.

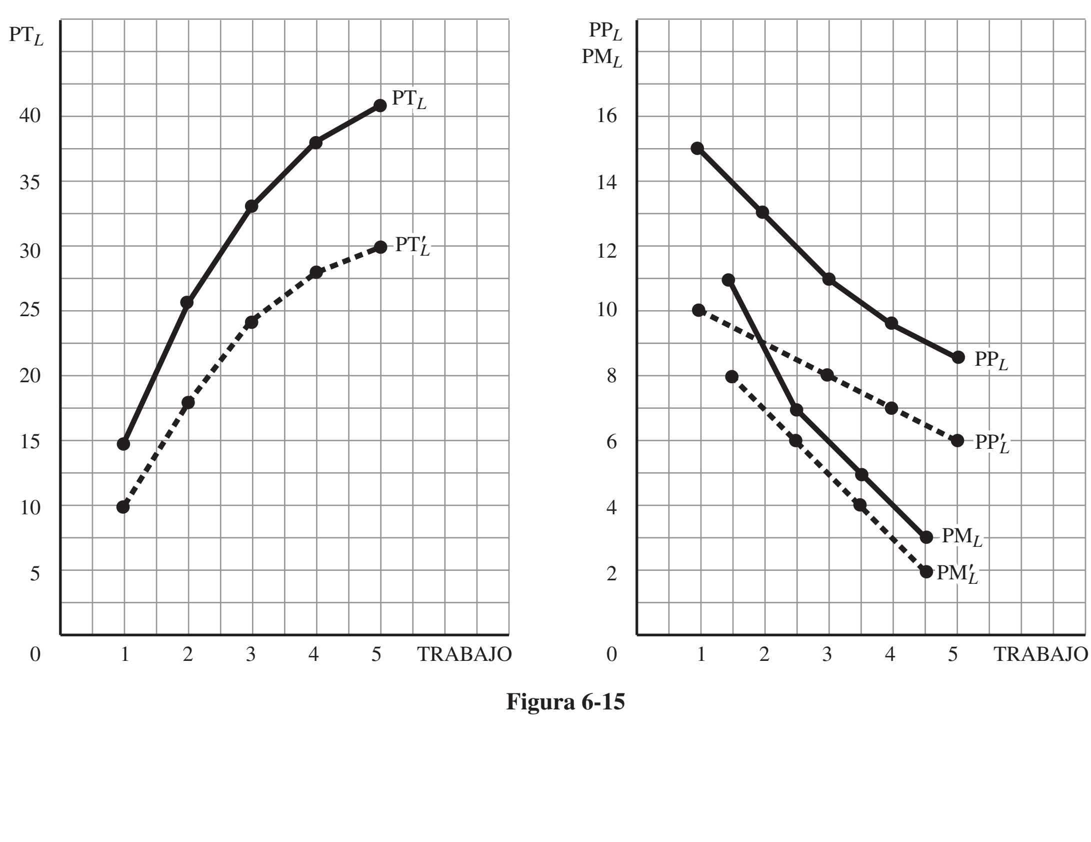

Figura 6-15

c) Cuando la cantidad de tierra es constante en dos unidades en vez de una, todas las curvas se desplazan hacia arriba (las curvas continuas en comparación con las curvas correspondientes punteadas). Éste es un caso general (en la etapa II) debido a que cada unidad del factor variable tiene más del factor fijo con qué trabajar. Observe que los ejes horizontales en la figura 6-15 se refieren al número de unidades de trabajo utilizadas por unidad de tiempo, con dos unidades de tierra para las líneas continuas y con una para las punteadas.

PRODUCCIÓN CON DOS INSUMOS VARIABLES

6.12 En la tabla 6-12 se proporcionan puntos de cuatro isocuantas distintas. *a*) Determine la $TMST_{LK}$ entre puntos sucesivos dentro del intervalo significativo de cada isocuanta. *b*) Sobre el mismo sistema de ejes trace las cuatro isocuantas y dibuje las líneas de contorno.

Tabla 6.12

I		II		III		IV	
L	*K*	*L*	*K*	*L*	*K*	*L*	*K*
3	14	4	14	5.5	15	8	16
2	10	3	11	5	12	7	12.5
3	6	4	8	5.5	9	8	9
4	4.5	5	6.3	6	8.3	9	7
5	3.5	6	5	7	7	10	6.4
6	3	7	4.4	8	6	11	7
7	2.7	8	4	9	5.6		
8	3	9	4.4	10	6		

a)

Tabla 6.13

I			II			III			IV		
L	*K*	$TMST_{LK}$	*L*	*K*	$TMST_{LK}$	*L*	*K*	$TMST_{LK}$	*L*	*K*	$TMST_{LK}$
3	14		4	14		5.5	15		8	16	
2	10		3	11		5	12		7	12.5	
3	6	4.0	4	8	3.0	5.5	9	6.0	8	9	3.5
4	4.5	1.5	5	6.3	1.7	6	8.3	1.4	9	7	2.0
5	3.5	1.0	6	5	1.3	7	7	1.3	10	6.4	0.6
6	3	0.5	7	4.4	0.6	8	6	1.0	11	7	
7	2.7	0.3	8	4	0.4	9	5.6	0.4			
8	3		9	4.4		10	6				

La $TMST_{LK} = -\Delta K/\Delta L$. El intervalo significativo de las isocuantas es donde cantidades correspondientes de trabajo y capital se desplazan en direcciones opuestas. Esto corresponde a las porciones de las isocuantas que tienen pendiente negativa.

b)

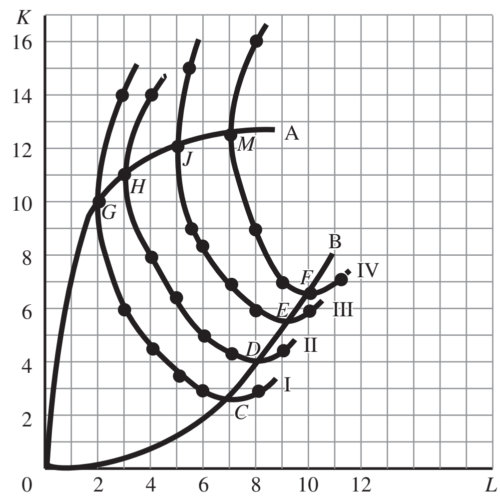

Figura 6-16

Las líneas de contorno separan las partes con pendiente positiva de aquellas con pendiente negativa de las isocuantas. A medida que el desplazamiento es descendente por la isocuanta (dentro de las líneas de contorno), la $TMST_{LK}$ disminuye. Esta $TMST_{LK}$ decreciente se refleja en que la isocuanta es convexa con respecto al origen. Si los dos únicos factores son el trabajo y el capital, un movimiento descendente en la isocuanta se refiere al largo plazo. La duración real del tiempo implícito en el largo plazo varía de una industria a otra. En algunas es de pocos meses, en otras puede ser de varios años. Todo depende del tiempo que requiera la empresa para cambiar *todos* sus insumos.

6.13 Explique *a*) por qué a la derecha de la línea de contorno *OB* en la figura 6-16 se encuentra la etapa III para el trabajo y *b*) por qué arriba de la línea de contorno *OA* en la misma figura se tiene la III para el capital.

a) La línea de contorno *OB* une los puntos *C*, *D*, *E* y *F* en los cuales las isocuantas I, II, III y IV tienen pendiente cero (y, por tanto, la $TMST_{LK}$ es cero). A la izquierda de *OB* las isocuantas tienen pendiente negativa y a la derecha pendiente positiva. Esto significa que a partir del punto *C* sobre la isocuanta I, si la empresa utiliza más trabajo, también debería utilizar más capital para permanecer en la isocuanta I. Si utiliza más trabajo con el mismo capital, el nivel de producción bajaría. Lo mismo es cierto para los puntos *D*, *E* y *F*. Por tanto, el PM_L debe ser negativo a la derecha de la línea de contorno *OB*. Esto corresponde a la etapa III para el trabajo. (Observe que las cantidades de capital señaladas por los puntos *C*, *D*, *E* y *F* son las mínimas para obtener la producción indicada por las isocuantas I, II, III y IV. También, en los puntos *C*, *D*, *E* y *F* se tiene que $TMST_{LK} = PM_L/PM_K = 0/PM_K = 0$.)

b) La línea de contorno *OA* une los puntos *G*, *H*, *J* y *M* en los cuales las isocuantas I, II, III y IV tienen pendiente infinita (y, por tanto, $TMST_{LK}$ infinita). Por arriba de la línea de contorno *OA*, las isocuantas tienen pendientes positivas. Así, comenzando en el punto *G* sobre la isocuanta I, si la empresa utiliza más capital tendría que utilizar más trabajo a fin de permanecer en la isocuanta I. Si utiliza más capital con la misma cantidad de trabajo, la producción bajaría. Lo mismo es cierto para los puntos *H*, *J* y *M*. Entonces, el PM_K tiene que ser negativo por arriba de la línea de contorno *OA*. Esto corresponde a la etapa III para el capital. (Observe que las cantidades de trabajo señaladas por los puntos *G*, *H*, *J* y *M* son las mínimas para obtener la producción indicada por las isocuantas I, II, III y IV. Igualmente, en los puntos *G*, *H*, *J* y *M*, $TMST_{LK} = PM_L/PM_K = PM_L/0 =$ infinito.)

6.14 *a*) Suponiendo que la figura 6-16 muestra rendimientos constantes a escala, defina las etapas de producción I, II y III para el trabajo y el capital. *b*) Explique por qué un movimiento descendente por una isocuanta (dentro de las líneas de contorno) implica que el PM_L está declinando.

a) En el problema 6.13*b*) se observó que por arriba de la línea de contorno *OA* está la etapa III para el capital. Con rendimientos constantes a escala, la etapa III para el capital corresponde a la I para el trabajo. A la derecha de la línea de contorno *OB* se tiene la etapa III para el trabajo [vea el problema 6.13*a*)]. Esto corresponde a la I para el capital. Por tanto, el intervalo de las isocuantas dentro de las líneas de contorno *OA* y *OB* corresponden a la etapa II para el trabajo y el capital.

b) Un movimiento descendente por una isocuanta (dentro de las líneas de contorno) corresponde *a* un descenso *a lo largo de una* curva PM_L (puesto que se está en la etapa II y se está aumentando la cantidad de trabajo utilizado) *como a* un *desplazamiento* descendente en la curva PM_L (puesto que se está reduciendo la cantidad de capital utilizado con cada cantidad de trabajo empleado). Así, a medida que se desciende por la isocuanta (dentro de las líneas de contorno), el valor del PM_L baja por ambas razones. El mismo razonamiento puede aplicarse para explicar por qué un movimiento *ascendente* por una isocuanta (dentro de las líneas de contorno) implica que el PM_K está declinando.

6.15 Explique cómo, a partir de un mapa de isocuantas, se obtiene *a*) el PT_L y *b*) el PT_K. *c*) ¿Qué tipo de mapa de isocuantas implica una función PT como la del problema 6.10?

a) Fijar la cantidad de capital utilizado en un nivel específico ($\bar{K}$) y aumentar la cantidad de trabajo por unidad de tiempo, corresponde a un movimiento de izquierda a derecha a lo largo de la línea paralela a y por arriba del eje horizontal del cuadro A del siguiente mapa de isocuantas (figura 6-17). A medida que hay un recorrido de izquierda a derecha a lo largo de esta línea, se pasa por isocuantas cada vez más altas hasta cierto punto. Al registrar la cantidad de trabajo utilizado (con la cantidad fija de capital) y las cantidades correspondientes de la producción total se puede elaborar la curva PT_L que se muestra en el cuadro B en la figura 6-17. Esto hace regresar al análisis de corto plazo. Si la cantidad de capital utilizado se fija en un nivel diferente se obtiene una curva PT_L distinta.

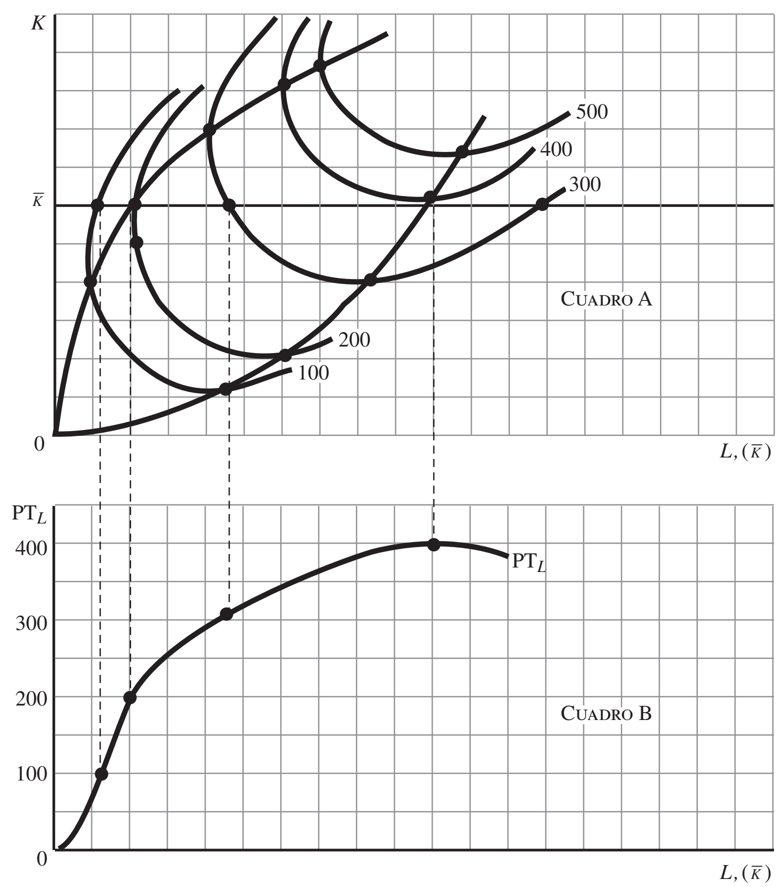

Figura 6-17

b) La curva PT_K podría obtenerse en forma semejante trazando una línea vertical en la que la cantidad de trabajo es fija, cambiando la cantidad de capital utilizado por unidad de tiempo y registrando los niveles de producción.

c) Una curva TP como la del problema 6.10 implica un mapa de isocuantas en el cual éstas se definen sólo por su intervalo con pendiente negativa.

6.16 Suponga que P_K = \$1, P_L = \$2 y GT = \$16. *a*) ¿Cuál es la pendiente del isocosto? *b*) Escriba la ecuación del isocosto. *c*) ¿Qué significa P_L? *d*) ¿Qué significa P_K?

a) Si el trabajo se grafica a lo largo del eje horizontal, y el capital a lo largo del vertical, la pendiente del isocosto es $-P_L/P_K = -2$.

b) La ecuación del isocosto rectilíneo está dada por

$$\text{GT} = P_K K + P_L L \qquad \text{o} \qquad \$16 = K + 2L$$

donde L y K representan las cantidades de trabajo y capital, respectivamente. Al despejar K se obtiene

$$K = \frac{\text{GT}}{P_K} - \frac{P_L}{P_K}L \qquad \text{o} \qquad K = 16 - 2L$$

Esto significa que la empresa puede comprar 0L y 16K, o 1L y 14K, o 2L y 12K, o . . . 8L y 0K. Por cada dos unidades de capital que deje de utilizar la empresa puede comprar una unidad adicional de trabajo. Por tanto, la tasa de sustitución de L por K *en el mercado* es 2 (la pendiente absoluta del isocosto) y permanece constante.

c) P_L se refiere al *salario* que debe pagar la empresa a fin de *contratar* trabajo o comprar *tiempo de trabajo* para un período específico. Se puede expresar en unidades monetarias por hora de trabajo, unidades monetarias por trabajador-año, etc. En términos generales, el P_K se obtiene mediante la tasa de interés del mercado que la empresa debe pagar por tomar prestado capital (para efectos de inversión). Por ejemplo, la empresa pagaría 8% por pedir un préstamo de \$100 durante un año. En este caso, P_K = \$8. En nuestro análisis se supuso implícitamente que P_L y P_K son constantes, con independencia de la cantidad de trabajo y capital demandado por la empresa por unidad de tiempo. (En el capítulo 13 se estudia la fijación de los precios de los factores.)

6.17 Utilice las isocuantas del problema 6.12 y el isocosto definido en el problema 6.16 para determinar el punto en que el productor está en equilibrio.

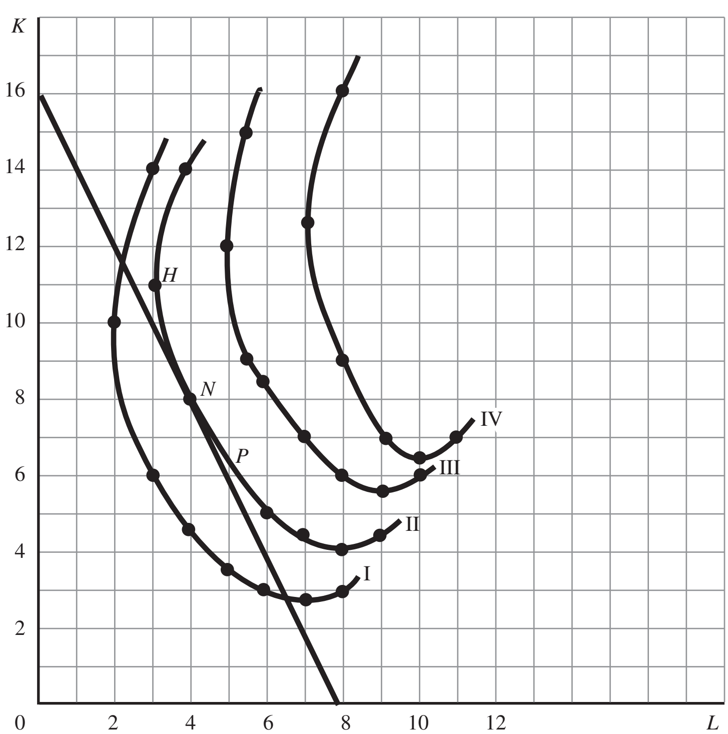

Figura 6-18

El productor está en equilibrio en el punto N de la isocuanta II. Así, con el fin de estar en equilibrio, el productor debe gastar \$8 de su GT para comprar 8K, y los \$8 restantes para comprar 4L. En equilibrio, $\text{TMST}_{LK} = \text{PM}_L/\text{PM}_K = \text{P}_L/\text{P}_K = 2$.

En el punto H, la $TMST_{LK}$ excede la tasa a la cual puede sustituirse el trabajo por capital *en el mercado*. Por consiguiente, a la empresa le conviene sustituir trabajo por capital hasta llegar al punto *N*. Lo contrario es verdadero en el punto *P*.

Como una opción para maximizar la producción de un GT determinado, la empresa podría minimizar el costo de obtener un nivel específico de producción. Esto corresponde a determinar el isocosto más bajo (GT) necesario para alcanzar la isocuanta específica (el nivel de producción).

6.18 Suponga que 1) la empresa tiene las isocuantas I, II y III del problema 6.12; 2) P_K y P_L son \$1 y \$2 respectivamente y permanecen constantes, y 3) el GT de la empresa aumenta de \$12 a \$16 y después a \$20 por periodo. Obtenga la ruta de expansión de la empresa.

Con el isocosto 1, el productor está en equilibrio en el punto *R* de la isocuanta I; con el isocosto 2, el productor está en equilibrio en el punto *N* de la isocuanta II; con el isocosto 3, el productor está en equilibrio en el punto *S* de la isocuanta III. La línea que une los puntos de equilibrio *R*, *N* y *S* es la ruta de expansión de esta empresa. Observe que, en este caso, a medida que aumenta la producción disminuye la pendiente de la ruta de expansión (la razón $\Delta K/\Delta L$). Los isocostos 1, 2 y 3 son paralelos porque P_K y P_L permanecen constantes. Puesto que la pendiente absoluta de los tres isocostos es igual a 2, la $TMST_{LK}$ en los puntos de equilibrio *R*, *N* y *S* también es igual a 2. Es decir, en los puntos de equilibrio *R*, *N* y *S*,

$$TMST_{LK} = PM_L/PM_K = P_L/P_K = 2.$$

Por tanto, la ruta de expansión es una isoclina.

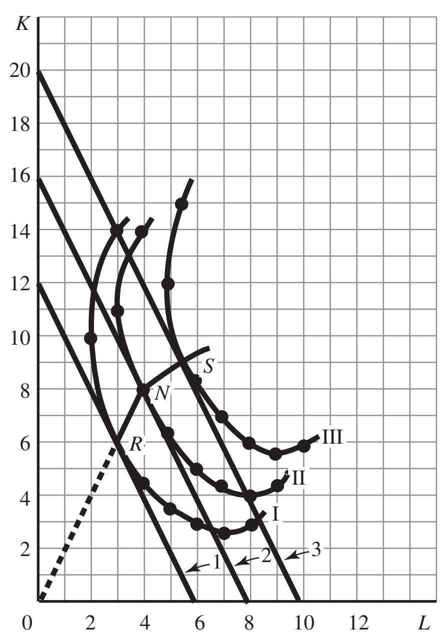

Figura 6-19

SUSTITUCIÓN DE FACTORES

6.19 A partir de la posición de equilibrio *M* en la figura 6-6, encuentre el nuevo punto de equilibrio si el P_L disminuye a \$0.50 (mientras el P_K y el GT permanecen en \$1 y \$10, respectivamente).

Cuando el P_L baja a \$0.50 (mientras el P_K y el GT permanecen sin cambios), el isocosto gira en sentido contrario a las manecillas del reloj, del isocosto 2 al 4 (vea la figura 6-20). En esta nueva posición, el productor está en equilibrio en el punto *W*, donde el isocosto 4 es tangente a la isocuanta III. Así, cuando el P_L baja de \$1 a \$0.50 (*ceteris paribus*), la cantidad de trabajo que compra este productor aumenta de 5 a 9 unidades por periodo. Este efecto total es el resultado combinado de un *efecto de la producción* y un *efecto de la sustitución*. Éstos son semejantes a los efectos del ingreso y de la sustitución en la teoría de la demanda (capítulo 4). La causa del efecto de la producción es que si el P_L disminuye, el productor obtendría una producción mayor (isocuanta III en lugar de la isocuanta II) con un GT determinado. Esto significa que el productor alcanzaría el nivel de producción indicado por la isocuanta II con un GT menor, después de la disminución del P_L.

6.20 Separe el efecto de la producción del efecto total del cambio en el precio de los factores del problema 6.19. ¿Cuál es la magnitud del efecto de la sustitución? ¿Qué mide este efecto?

El efecto de la producción puede separarse del efecto total del cambio en los precios, desplazando el isocosto 4 *hacia abajo* y *paralelo* a sí mismo hasta que sea tangente a la isocuanta II. Lo que se obtiene es el isocosto 4′. (El desplazamiento descendente se refiere a una reducción del GT; el desplazamiento paralelo es necesario para conservar el *nuevo* conjunto de precios *relativos* de los factores.)

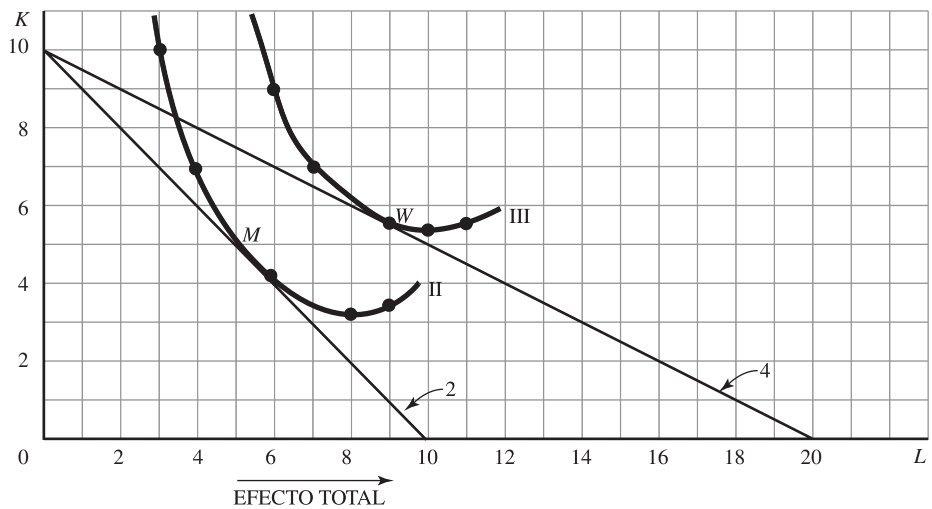

Figura 6-20

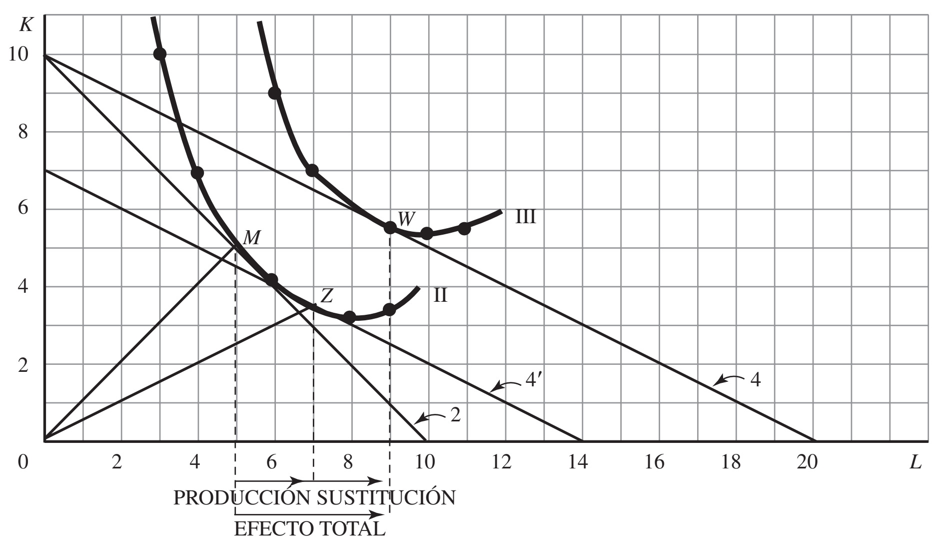

Figura 6-21

Por tanto,

Efecto total	=	Efecto de la sustitución	+	Efecto de la producción
MW	=	*MZ*	+	*ZW*

Observe que el efecto de la sustitución lo determina un movimiento a lo largo de la misma isocuanta y mide el grado de posibilidad para sustituir trabajo por capital en la producción, resultante exclusivamente del cambio en los precios relativos de los factores.

6.21 Encuentre la elasticidad de la sustitución de L por K para el cambio en el precio de los factores de los problemas 6.19 y 6.20.

El grado de posibilidad de sustitución de L por K depende de la curvatura de la isocuanta y se mide por el coeficiente de elasticidad de la sustitución técnica. En la figura 6-21, K/L en el punto M es 1 (la pendiente del rayo OM) y K/L en el punto Z es 0.5 (la pendiente del rayo OZ). Por tanto, $\Delta(K/L)$ de M a Z es 0.5. La TMST_{LK} en el punto M es igual a 10/10, o 1 (la pendiente absoluta del isocosto 2). La TMST_{LK} en el punto Z es igual a 3.5/7 o 0.5 (la pendiente absoluta del isocosto 4′). De esta forma, ΔTMST_{LK} de M a Z es 0.5. Al sustituir estos valores en la fórmula para el coeficiente de elasticidad de la sustitución técnica se obtiene

$$(e \text{ sust.})_{LK} = \frac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right) \Big/ \left(\frac{K}{L}\right)}{\Delta(\text{TMST}_{LK})/\text{TMST}_{LK}} = \frac{0.5/1}{0.5/1} = 1$$

6.22 Si, comenzando desde la posición de equilibrio del problema 6.17, el P_L baja a \$1 mientras el P_K y el GT son constantes, *a*) separe geométricamente el efecto de la producción del efecto de la sustitución resultante del cambio en el P_L y *b*) encuentre el coeficiente de elasticidad de la sustitución técnica para el cambio en el P_L.

a)

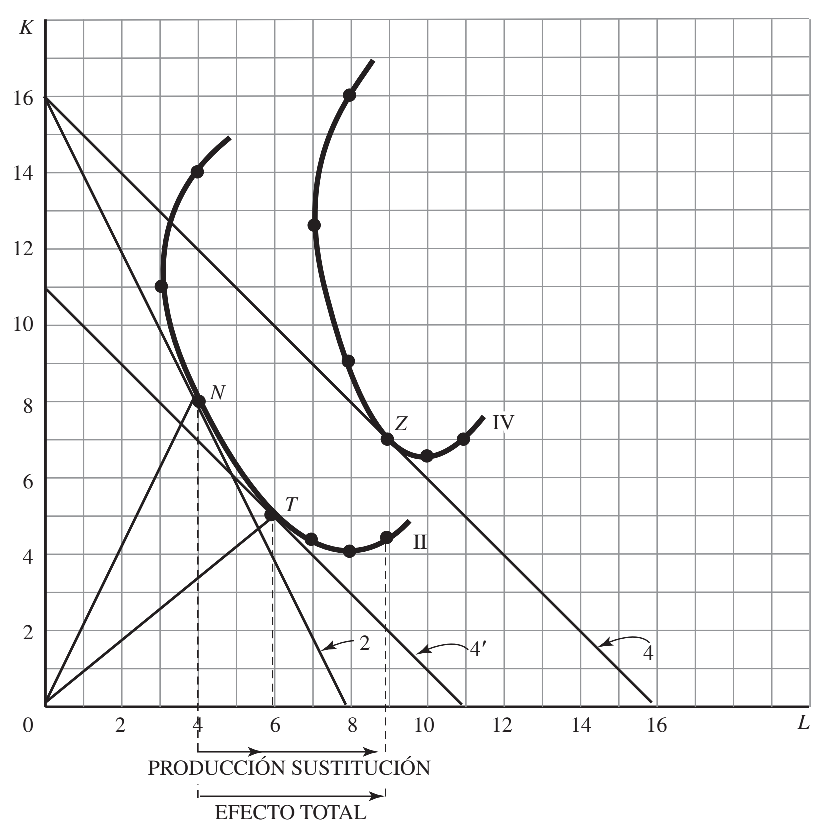

Figura 6-22

Cuando el P_L baja de \$2 a \$1 hay un movimiento del punto de equilibrio N del isocosto 2 y la isocuanta II al punto de equilibrio Z en el isocosto 4 y la isocuanta IV. Esta empresa alcanzaría el nivel de producción *anterior* (es decir, el indicado por la isocuanta II) a los *nuevos* precios de los insumos (la pendiente del isocosto 4) con \$5 menos de GT. Así se obtiene el nuevo punto de equilibrio T sobre la isocuanta II y el isocosto 4′. Entonces,

Efecto total	=	Efecto de la sustitución	+	Efecto de la producción
NZ	=	NT	+	TZ

b) El movimiento a lo largo de la isocuanta II desde N hasta T es el efecto de la sustitución y es resultado exclusivamente del cambio en los precios relativos de los factores. Por tanto, a medida que el P_L baja en relación con el P_K, la empresa sustituye 3 unidades de capital con 2 unidades de trabajo para obtener el mismo nivel de producción. Al sustituir los valores de este problema en la fórmula se obtiene como sigue el coeficiente de elasticidad de sustitución de capital por trabajo entre los puntos N y T:

$$(e\ \text{sust.})_{LK} = \frac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right) \Big/ \left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{\Delta(TMST_{LK})}{TMST_{LK}}} = \frac{\left(\frac{7}{6}\right) \Big/ \left(\frac{2}{1}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\left(\frac{7}{12}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{7}{6} \cong 1.17$$

Para separar el efecto de la sustitución del efecto de la producción para un aumento en el precio de un factor se procede en forma semejante a como se hizo para separar el efecto de la sustitución del efecto del ingreso debido a un aumento en el precio de una mercancía [vea el problema 4.34*a*)].

6.23 En un sistema de ejes dibuje tres isocuantas que muestren $(e\ \text{sust.})_{LK}$ cero y rendimientos constantes a escala. En otro sistema de ejes dibuje tres isocuantas que muestren $(e\ \text{sust.})_{LK}$ infinita y rendimientos constantes a escala.

En la figura 6.23, las isocuantas del cuadro A muestran $(e\ \text{sust.})_{LK}$ de cero y rendimientos constantes a escala. La producción se realiza con $K/L = 1$ *con independencia de los precios relativos de los factores*. Por tanto, si estos precios cambian, $\Delta(K/L) = 0$ y $(e\ \text{sust.})_{LK} = 0$. La empresa utilizará $2K$ y $2L$ para obtener 100 unidades de producción (punto D). Si la empresa utiliza $2K$ y más de $2L$, por ejemplo $4L$, la producción seguiría siendo 100 unidades. De este modo, $PM_L = 0$. En forma semejante, si la empresa utiliza $4K$ y $2L$ (punto E), la producción sería de nuevo 100 unidades. Por tanto, $PM_K = 0$. Si la empresa duplica todos sus insumos (punto G), la producción se duplica. Se tienen así rendimientos constantes a escala. La producción se realiza a lo largo del rayo OC.

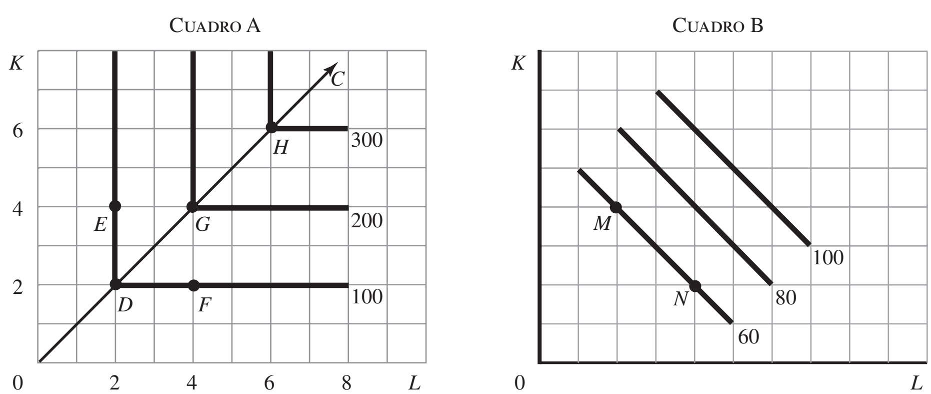

Figura 6-23

Las isocuantas del cuadro B muestran $(e\ \text{sust.})_{LK}$ infinita y rendimientos constantes a escala. Puesto que la pendiente de las isocuantas (la $TMST_{LK}$) no cambia, $\Delta TMST_{LK} = 0$ y $(e\ \text{sust.})_{LK} = \infty$. Además, ya que la producción crece en forma proporcional al aumento de ambos insumos se tienen rendimientos constantes a escala.

La isocuanta usual es convexa con respecto al origen y tiene una $(e\ \text{sust.})_{LK}$ entre cero e infinito (dependiendo de la ubicación y la curvatura de la isocuanta). Al trazar isocuantas continuas convexas con respecto al origen, se está suponiendo implícitamente que los insumos están disponibles en cantidades continuamente variables.

RENDIMIENTOS A ESCALA

6.24 Explique qué entiende por *a*) rendimientos constantes a escala, *b*) rendimientos crecientes a escala y *c*) rendimientos decrecientes a escala. Explique brevemente cómo se podría presentar cada uno de éstos.

a) *Rendimientos constantes a escala* significa que si todos los factores de la producción aumentan en una proporción determinada, la producción obtenida aumenta exactamente en la *misma* proporción. Por tanto, si la cantidad de trabajo y capital utilizados por unidad de tiempo se aumentan 10%, la producción también aumenta 10%; si se duplican el trabajo y el capital, se duplica la producción. La lógica de lo anterior es como sigue: si se emplean dos trabajadores del mismo tipo y dos máquinas idénticas, normalmente se espera el doble de producción que con un trabajador y una máquina. Igualmente, si todos los insumos se *reducen* en una proporción, la producción se *reduce* en los mismos términos.

b) *Rendimientos crecientes a escala* se refieren a que si todos los factores aumentan en una proporción, la producción crece en una proporción *mayor*. Por tanto, si el trabajo y el capital aumentan 10%, la producción sube más de 10%; si el trabajo y el capital se duplican, la producción crece a más del doble. Este tipo de rendimientos puede ocurrir debido a que al aumentar la escala de operación resulta posible una mayor división y especialización del trabajo. Es decir, cada trabajador puede especializarse en realizar una tarea sencilla y repetitiva, en lugar de muchas tareas diferentes. Como resultado, aumenta la productividad del trabajo. Además, una escala de operación mayor puede permitir el uso de maquinaria especializada más productiva, que no era posible utilizar en una escala de operación inferior.

c) Si la producción aumenta en una proporción *menor* al aumento de todos los insumos, se dan los *rendimientos decrecientes a escala*. Esto puede ocurrir porque a medida que se amplía la escala de operación, las dificultades en las comunicaciones pueden hacer cada vez más difícil al empresario el manejo eficiente de su negocio. Por lo general, se cree que a escalas de operación muy pequeñas la empresa tiene rendimientos crecientes a escala. Sin embargo, a medida que aumenta la escala de operación, los rendimientos crecientes ceden paso a los rendimientos constantes y, finalmente, a los rendimientos decrecientes a escala. El hecho de que ésta sea una situación particular es un aspecto empírico.

6.25 ¿Cuál conjunto de isocuantas en la figura 6-24 muestra *a*) rendimientos constantes a escala, *b*) rendimientos crecientes a escala y *c*) rendimientos decrecientes a escala?

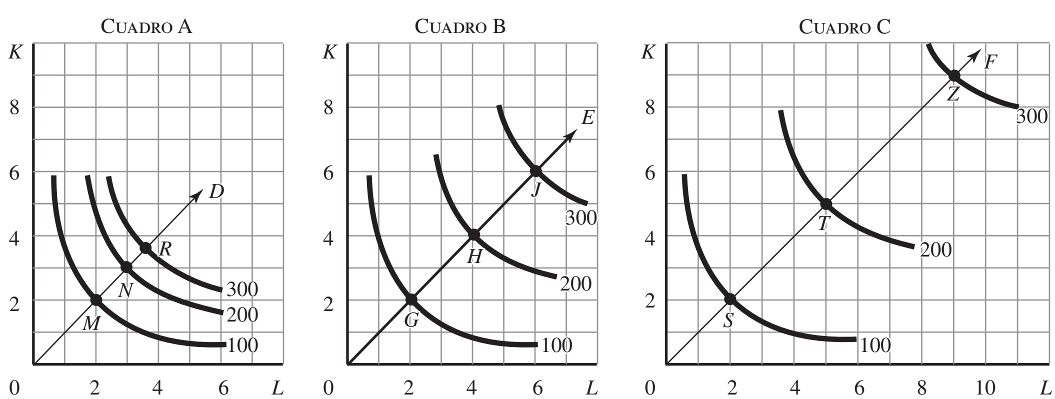

Figura 6-24

a) El cuadro B muestra rendimientos constantes a escala. Indica que al duplicar ambos insumos se duplica la producción; si se triplican todos los insumos se triplica el nivel de la producción. Por tanto, $OG = GH = HJ$ (e igual para cualquier rayo desde el origen). Observe que la producción aumenta a lo largo del rayo OE (y la razón K/L no cambia) *siempre y cuando los precios relativos de los factores se conserven*. (Compare el cuadro B con el cuadro A de la figura 6-23, donde la razón K/L se fijó *tecnológicamente*.)

b) En el cuadro A se muestra el caso de rendimientos crecientes a escala, donde un aumento en ambos insumos en una proporción determinada ocasiona el aumento más que proporcional en la producción. Así, $OM > MN > NR$. De nuevo, si los precios relativos de los factores se conservan, la producción aumenta a lo largo del rayo OD.

c) El cuadro C muestra rendimientos decrecientes a escala. Aquí, para duplicar la producción por unidad de tiempo, la empresa debe aumentar más del doble la cantidad de ambos insumos utilizados por unidad de tiempo. De este modo, $OS < ST < TZ$.

6.26 Con respecto a la función de producción en la tabla 6.14, *a*) indique si se tienen rendimientos a escala crecientes, decrecientes o constantes. *b*) ¿Cuáles de estos puntos están sobre la misma isocuanta? *c*) ¿Está operando la ley de los rendimientos decrecientes?

a) La tabla 6.14 indica que $Q = f(L, K)$, lo cual significa que la cantidad de producción obtenida por unidad de tiempo es una función de (o que depende de) la cantidad de trabajo y capital utilizados por periodo. Con $1L$ y $1K$, $Q = 50$; con $2L$ y $2K$, $Q = 100$; con $3L$ y $3K$, $Q = 150$. En consecuencia, se tienen rendimientos constantes a escala.

Tabla 6.14

$3K$	80	120	150
$2K$	70	100	120
$1K$	50	70	80
	$1L$	$2L$	$3L$

b) La ecuación general para una isocuanta se determina por medio de $Q = f(L, K)$ y se refiere a las diferentes combinaciones de trabajo y capital necesarias para *obtener* un determinado nivel de producción de un bien o *servicio*. En la tabla 6.14 se observa que puede obtenerse una producción de 70 unidades con $1L$ y $2K$ o con $2L$ y $1K$. Estos dos puntos están sobre la isocuanta que representa 70 unidades de producción. Igualmente, la empresa puede obtener 80 unidades de producción (y, por tanto, permanecer sobre la misma isocuanta) utilizando $1L$ y $3K$ o $1K$ y $3L$. Por último, pueden obtenerse 120 unidades de producción con $2L$ y $3K$ o $3L$ y $2K$. Estos dos puntos están sobre una isocuanta más alta.

c) La ley de los rendimientos decrecientes se aplica a corto plazo, término en el que se observa cómo varía el nivel de la producción, ya sea cambiando el trabajo y manteniendo constante el capital, o viceversa. Esto se puede representar de manera funcional como $Q = f(L, \bar{K})$ o $Q = f(\bar{L}, K)$. Al hacer lo anterior se obtienen las funciones PM_L y PT_K, respectivamente. Observe que se tiene una función PM_L diferente para cada nivel en el que el capital es constante. (En forma semejante, al ser constante la cantidad de trabajo utilizado a niveles diferentes, se obtienen distintas funciones PT_K.) Si $\bar{K} = 1$y el trabajo aumenta de 1 a 2 unidades y luego a 3, Q asciende de 50 a 70 unidades y después a 80. Ya que el PM_L disminuye continuamente (de 50 a 20 y a 10), la ley de los rendimientos decrecientes opera en forma continua. Lo mismo se cumple para las funciones PT_L dadas por las filas 2 y 3. La ley de los rendimientos decrecientes opera también en forma continua a lo largo de las funciones PT_K dadas por las columnas (1), (2) y (3). (El supuesto implícito asumido en las tres últimas frases es que $f(O, K) = f(L, 0) = 0$.)

TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN CON CÁLCULO

***6.27** Partiendo de la función de producción general $Q = f(L, K)$, la cual afirma que la producción Q es una función de, o depende de, la cantidad de trabajo (L) y el capital (K) utilizados en la producción, obtenga la expresión para la pendiente de la isocuanta utilizando cálculo.

Si se toma la diferencial total y se iguala a cero (ya que la producción no cambia a lo largo de una isocuanta determinada) se obtiene

$$dQ = \frac{\partial f}{\partial L} dL + \frac{\partial f}{\partial K} dK = 0$$

Así, la expresión para la pendiente absoluta de la isocuanta es

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{\partial f/\partial L}{\partial f/\partial K} = \frac{PM_L}{PM_K} = TMST_{LK}$$

***6.28** Una empresa tiene la función de producción general $Q = f(L, K)$ y un determinado desembolso por costos de $C^* = wL + rK$, donde w es el salario del trabajo y r es el precio de arrendamiento del capital. Determine, mediante el uso del cálculo, la cantidad de trabajo y capital que debe utilizar la empresa con el fin de maximizar la producción.

Al formar la función Z se incorpora la función de producción a maximizar sujeta al desembolso por costos determinado e igualado a cero, se obtiene

$$Z = f(L, K) + \lambda^*(C^* - wL - rK)$$

donde λ^* es el multiplicador de Lagrange. Al tomar las primeras derivadas parciales de Z con respecto a L y K se obtiene

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = \frac{\partial f}{\partial L} - \lambda^* w = 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial Z}{\partial K} = \frac{\partial f}{\partial K} - \lambda^* r = 0$$

Al dividir la primera ecuación entre la segunda se obtiene

$$\frac{\mathrm{PM}_L}{\mathrm{PM}_K} = \frac{w}{r} \qquad \text{o} \qquad \frac{\mathrm{MP}_L}{w} = \frac{\mathrm{MP}_K}{r}$$

7 Costos de producción

CAPÍTULO

7.1 CURVAS DEL COSTO TOTAL A CORTO PLAZO

Las *curvas del costo* muestran el desembolso *mínimo* para obtener diversos niveles de producción, e incluyen costos tanto explícitos como implícitos. Los *costos explícitos* se refieren a los gastos *reales* de la empresa para comprar o alquilar los insumos que necesita. Los *costos implícitos* implican el valor de los insumos propios que la empresa utiliza en sus procesos de producción. El valor de estos insumos debe imputarse o *estimarse* a partir de lo que podrían ganar en su mejor *uso alternativo* (vea el problema 7.1).

A corto plazo se fija la cantidad de uno o más factores de la producción, pero no de todos. Los *costos fijos totales* (CFT) son las obligaciones totales que adquiere la empresa por unidad de tiempo, para todos los insumos fijos que utiliza. Los *costos variables totales* (CVT) son las obligaciones totales en que incurre la empresa por unidad de tiempo para todos los insumos variables. Los *costos totales* (CT) son iguales a los CFT más los CVT.

EJEMPLO 1 La tabla 7.1 presenta valores hipotéticos de los CFT, CVT y CT. Éstos se graficaron en la figura 7-1.

Tabla 7.1

Q	CFT ($)	CVT ($)	CT ($)
0	60	0	60
1	60	30	90
2	60	40	100
3	60	45	105
4	60	55	115
5	60	75	135
6	60	120	180

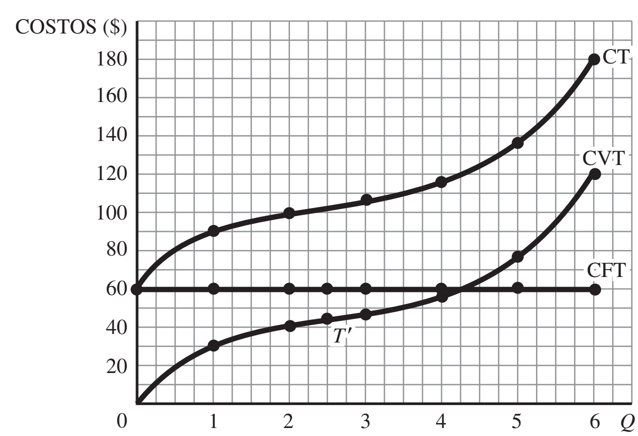

Figura 7-1

Con base en la tabla 7.1 se observa que los CFT son $60 con cualquier nivel de producción. Eso se refleja en la figura 7-1 en una curva CFT paralela al eje de las cantidades (Q) y $60 por arriba de él. Los CVT son cero cuando la producción es cero y aumentan según ésta se incrementa. La forma específica de la curva CVT se obtiene directamente de la ley de los rendimientos decrecientes. Hasta T' (el punto de inflexión), la empresa utiliza una cantidad tan pequeña de insumos variables junto con los fijos que la ley de los rendimientos decrecientes aún no opera. Por eso, la curva CVT es cóncava descendente y los CVT aumentan a una tasa decreciente. Esta ley comienza a operar en T', por lo que a la derecha de ese punto la misma curva es cóncava ascendente y los CVT aumentan a una tasa creciente. En cualquier nivel de producción, CT es igual a CFT más CVT. Por tanto, la curva CT tiene la misma forma que la CVT pero en todas partes se encuentra $60 por arriba de ella.

7.2 CURVAS DEL COSTO UNITARIO A CORTO PLAZO

Aun cuando las curvas del costo total son muy importantes, las del costo unitario lo son incluso más en el análisis a corto plazo de la empresa. Las curvas del costo unitario a corto plazo que se estudiarán son las del costo fijo promedio, costo variable promedio, costo promedio y costo marginal.

El *costo fijo promedio* (CFP) es igual a los costos fijos totales divididos entre la producción. El *costo variable promedio* (CVP) es igual a los costos variables totales divididos entre la producción. El *costo promedio* (CP) es igual a los costos totales divididos entre la producción; el CP también es igual a CFP más el CVP. El *costo marginal* (CM) es igual al cambio de CT o de CVT al cambiar en una unidad la producción.

EJEMPLO 2 La tabla 7.2 presenta los valores de CFP, CVP, CP y CM que se obtienen a partir de los CFT, CVT y CT en la tabla 7.1. El CFP [columnas (5) y (1)] se obtiene dividiendo los CFT [columna (2)] entre las cantidades correspondientes de producción obtenida [Q, en la columna (1)]. El CVP [columnas (6) y (7)] se obtiene dividiendo los CVT [columna (3)] entre Q. El CP [columnas (7) y (1)] se obtiene dividiendo los CT [columna (4)] entre Q. Para cualquier nivel de producción, el CP también es igual al CFP [columna (5)] más el CVP [columna (6)]. El CM [columnas (8) y (1)] se obtiene restando valores sucesivos de CT [columna (4)] o del CVT [columna (3)]. Por tanto, el CM no depende del nivel del CFT.

Tabla 7.2

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Q	CFT ($)	CVT ($)	CT ($)	CFP ($)	CVP ($)	CP ($)	CM ($)
1	60	30	90	60	30.00	90.00	…
2	60	40	100	30	20.00	50.00	10
3	60	45	105	20	15.00	35.00	5
4	60	55	115	15	13.75	28.75	10
5	60	75	135	12	15.00	27.00	20
6	60	120	180	10	20.00	30.00	45

Los valores de CFP, CVP, CP y CM de la tabla 7.2 se grafican en la figura 7-2. Observe que los valores del CM [columnas (8) y (1)) en la tabla 7.2] se grafican en el punto medio de los niveles sucesivos de producción en la figura 7-2. Observe también que mientras la curva del CFP baja de manera continua a medida que aumenta la producción, las curvas CVP, CP y CM tienen forma de U. El trazo del CM alcanza su punto más bajo en un nivel de producción inferior a las curvas CVP o CP. Igualmente, el segmento ascendente de la curva CM corta las de CVP y CP en sus puntos más bajos.

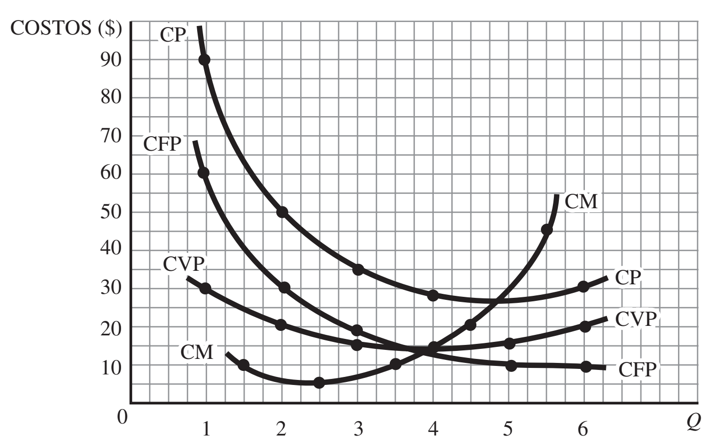

Figura 7-2

7.3 GEOMETRÍA DE LAS CURVAS DEL COSTO UNITARIO A CORTO PLAZO

Las curvas del costo unitario a corto plazo pueden obtenerse geométricamente a partir de las correspondientes de los costos totales a corto plazo, exactamente igual que se obtuvieron las curvas PP_L y PM_L de la curva PT (cap. 6). Así, el CFP para cualquier nivel de producción está dado por la pendiente de la recta que parte del origen al punto correspondiente sobre la curva CFT. El CVP se obtiene con la pendiente de la recta que va del origen hacia diversos puntos de la curva CVT. De la misma forma, el CP se obtiene con la pendiente de la recta desde el origen hasta diversos puntos de la curva CT. Por otra parte, el CM para cualquier nivel de producción se obtiene a partir de la pendiente de la curva CT o de la CVT en ese nivel de producción.

EJEMPLO 3 En las figuras 7-3*a*) y *b*) se observa cómo las curvas CFP, CVP, CP y CM de la figura 7-2 se obtienen geométricamente a partir de las curvas CFT, CVT y CT de la figura 7-1.

En el cuadro A de la figura 7-3*a*), el CFP en una unidad de producción se obtiene por la pendiente de la línea *OE*. Esto es igual a CFT/1 = \$60/1 = \$60 y se grafica como punto *E′* de la curva CFP. El punto *F′* de la misma se obtiene a partir de la pendiente de la recta *OF*, que es igual a \$60/3 = \$20. En forma semejante es posible obtener otros puntos sobre la curva CFP. Observe que al aumentar la producción, la pendiente de la línea que va del origen a la curva CFT (que es igual a CFP) desciende de manera continua.

En el cuadro B, el CVP para dos y seis unidades de producción lo determina la pendiente de las líneas *OH* u *OM*, que es de \$20. Así se obtienen los puntos *H′* y *M′* de la curva CVP. Observe que la pendiente de una línea que va del origen a la curva CVT desciende hasta el punto *J* y luego asciende. Así, la curva CVP baja hasta *J′* y después sube.

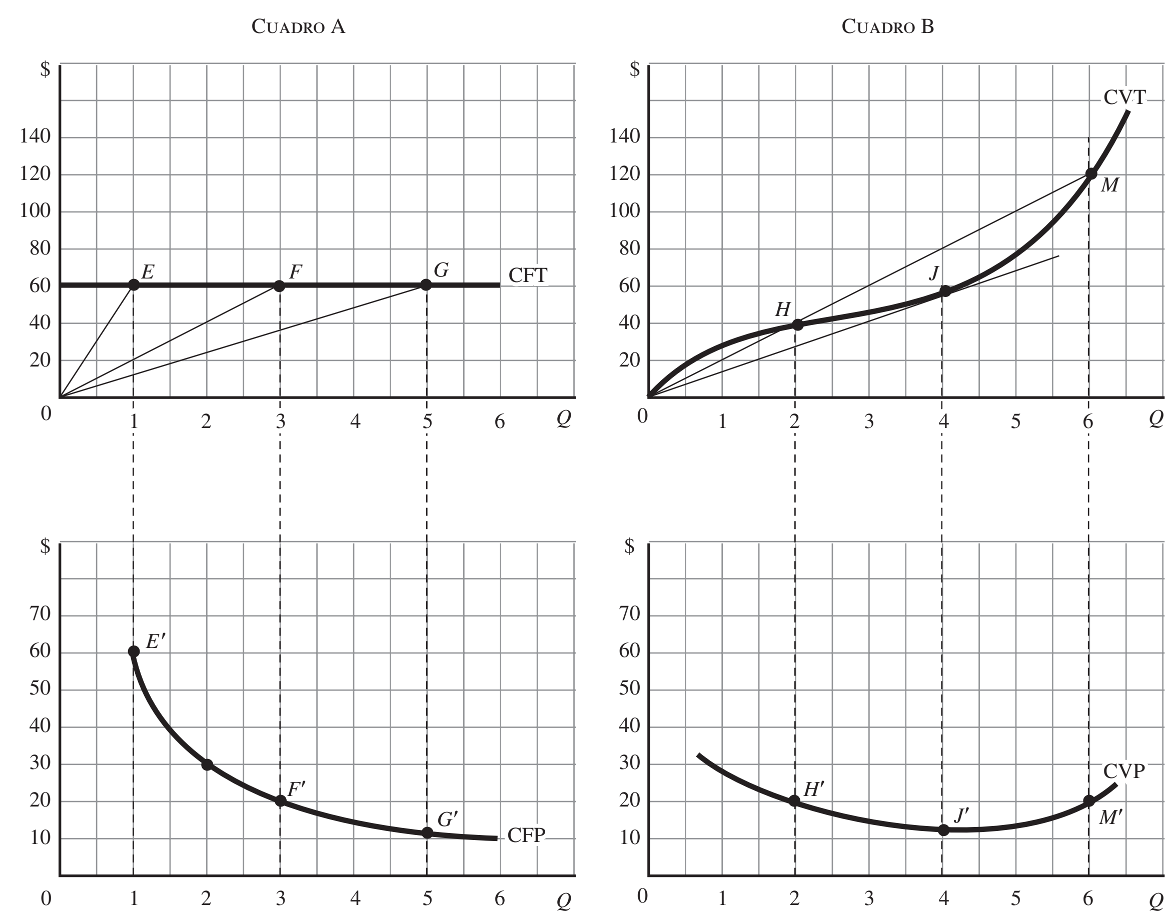

Figura 7-3*a*)

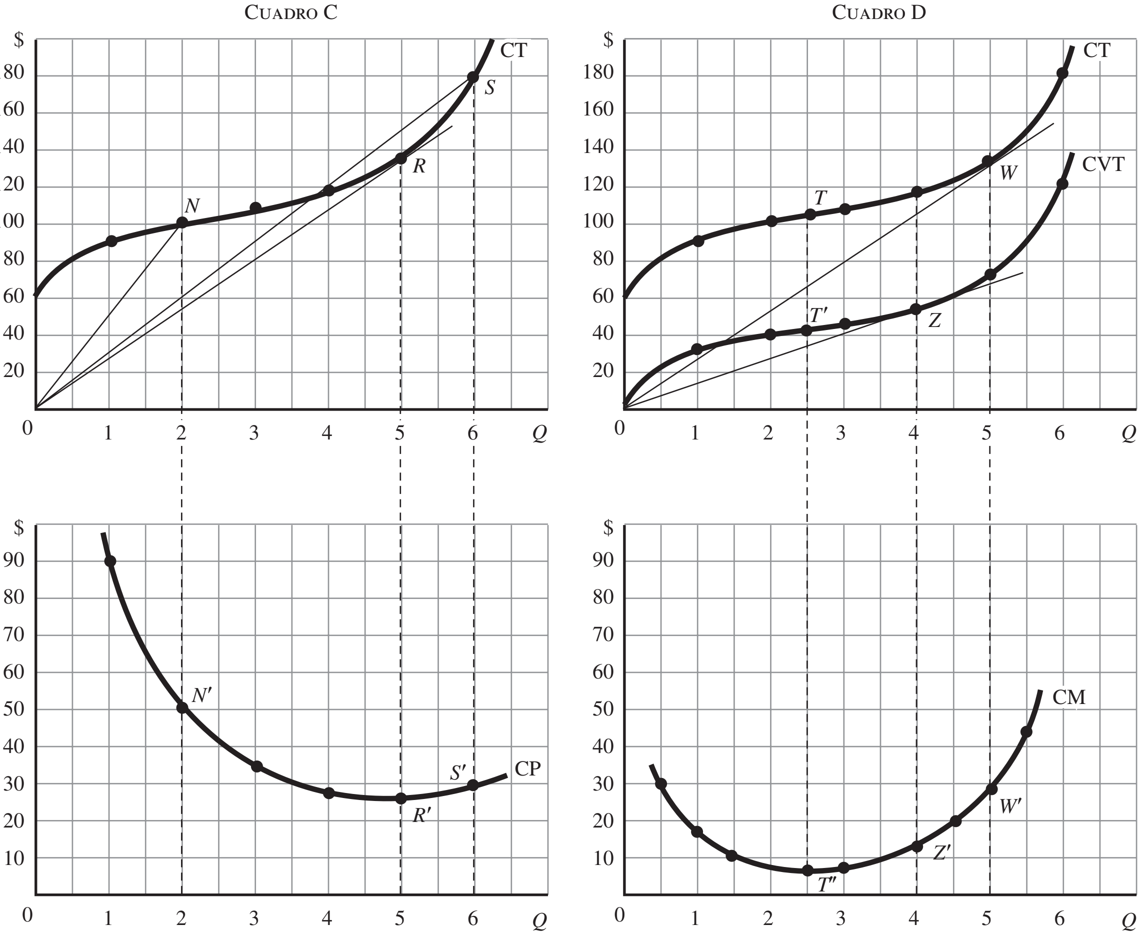

Figura 7-3*b*)

En el cuadro C, el CP para dos unidades de producción se determina por medio de la pendiente de *ON*, que es de \$50. Esto da el punto *N′* de la curva CP. El CP para seis unidades de producción se determina mediante la pendiente de *OS*, que es de \$30. Esto se grafica como el punto *S′* sobre la curva CP. Observe que al aumentar la producción, la pendiente de la línea que va del origen a la curva CT desciende hasta *R* y asciende a partir de ahí. Así, la curva CP desciende hasta *R′* y asciende a partir de ahí.

En el cuadro D, la pendiente de la curva CVT y la pendiente de CT son iguales para cualquier nivel de producción. Por tanto, el CM se determina por la pendiente de la curva CVT o por la de CT. A medida que aumenta la producción, estas pendientes descienden de manera continua hasta los puntos *T* y *T′* (puntos de inflexión) y a partir de ahí ascienden. De esta forma, la curva CM baja hasta 2.5 unidades de producción (*T″*) y después sube. Para 4 unidades de producción, el CM se determina mediante la pendiente de la curva CVT en el punto *Z*. Ésta es de \$55/4, o sea, \$13.75, y es igual al CVP más bajo. Para 5 unidades de producción, el CM se determina con la pendiente de la curva CT en *W*. Ésta es de \$135/5, o \$27, y es igual al CP más bajo.

7.4 LA CURVA DEL COSTO PROMEDIO A LARGO PLAZO

En el capítulo 6, el largo plazo se definió como el periodo lo suficientemente largo para permitir a la empresa variar la cantidad que utiliza de cada insumo. Por tanto, en el largo plazo no hay factores ni costos fijos y se puede construir una planta de cualquier tamaño o escala.

La *curva del costo promedio a largo plazo* (CPL) muestra el costo unitario mínimo de obtener cada nivel de producción, cuando se puede construir cualquier planta a la escala que se desee. La CPL se obtiene mediante una curva tangente a todas las curvas del costo promedio a corto plazo (CPC), que representan todos los tamaños de plantas que sería posible construir a largo plazo. Matemáticamente, CPL es la curva *envolvente* de las CPC.

EJEMPLO 4 Suponga que cuatro escalas de plantas que la empresa podría construir en el largo plazo se determinan por CPC_1, CPC_2, CPC_3 y CPC_4, tabla 7.3 y figura 7-4. Si la empresa espera obtener 2 unidades de producción por unidad de tiempo, construiría la planta determinada por CPC_1 y la operaría en el punto *A*, donde el CPC es de \$17. No obstante, si se esperan 4 unidades de producción, se construiría la planta determinada por CPC_2 y la operaría en *B*, donde el CP es de \$13. (Observe que también son posibles 4 unidades de producción en el punto más bajo de CPC_1, pero con un CP de \$15.) Si la empresa esperara 8 unidades de producción construiría la planta mayor, señalada por CPC_3 y la operaría en *C*. Por último, para 12 unidades de producción, la empresa operaría en *D*, sobre CPC_4. Podrían existir muchas otras curvas CPC, una para cada distinta opción de planta que podría erigirse en el largo plazo. Si después se traza una tangente a todas estas curvas CPC se obtiene la curva CPL.

Tabla 7.3

CPC_1		CPC_2		CPC_3		CPC_4	
Q	CP (\$)	*Q*	CP (\$)	*Q*	CP (\$)	*Q*	CP (\$)
1	20.00	3	16.00	5	13.00	9	12.00
2	17.00	4	13.00	6	11.50	10	11.50
3	15.50	5	12.20	7	10.50	11	11.70
4	15.00	6	12.00	8	10.00	12	12.00
5	16.00	7	13.00	9	10.50	13	13.50
6	18.00	8	15.00	10	11.00		
				11	12.00		

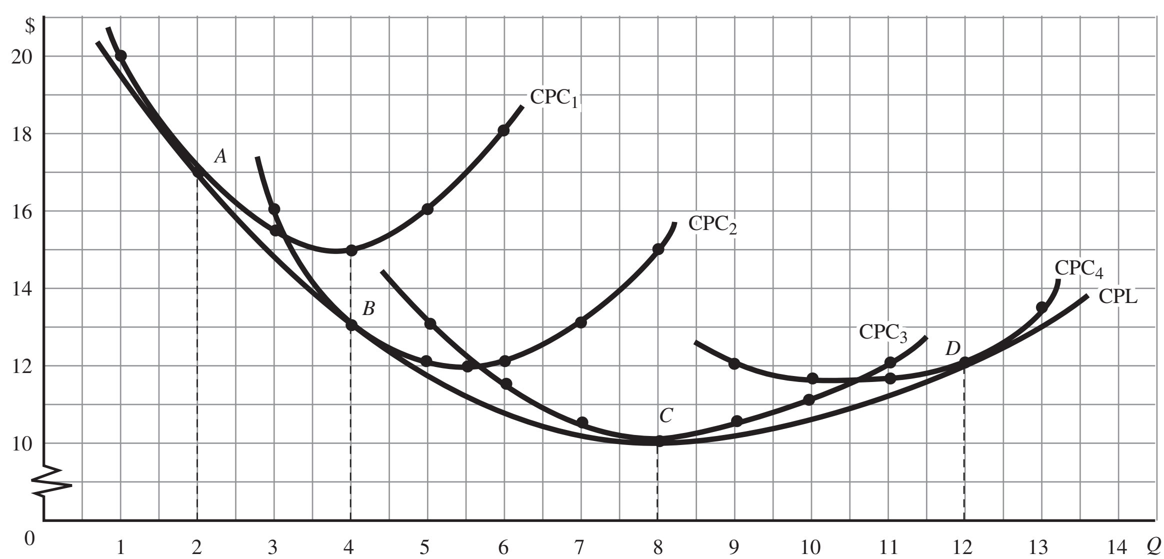

Figura 7-4

7.5 LA FORMA DE LA CURVA DEL COSTO PROMEDIO A LARGO PLAZO

Aunque las curvas CPC y la CPL en la figura 7-4 tienen forma de U, la razón de esto es bastante distinta. Las CPC declinan al principio, pero finalmente ascienden debido a la ley de los rendimientos decrecientes (resultado de la existencia de insumos fijos en el corto plazo). A largo plazo no hay insumos fijos y la forma de la curva CPL la determinan las economías y deseconomías de escala. Es decir, a medida que la producción aumenta desde niveles muy bajos, los rendimientos crecientes a escala ocasionan que la curva CPL decline inicialmente. Conforme la producción aumenta, pueden prevalecer las deseconomías a escala, haciendo que la curva CPL comience a ascender.

Estudios empíricos parecen indicar que para algunas empresas la curva CPL tiene forma de U con la parte inferior plana (lo que implica rendimientos constantes a escala a lo largo de una amplia gama de niveles de producción) o bien forma de L (lo que señala que en los niveles de producción observados no existen deseconomías de escala) (vea el problema 7.14).

7.6 LA CURVA DEL COSTO MARGINAL A LARGO PLAZO

El *costo marginal a largo plazo* (CML) mide el cambio en el *costo total a largo plazo* (CTL) debido al cambio de una unidad en la producción. El CTL de cualquier nivel de producción puede obtenerse multiplicando la producción por el CPL para ese nivel. Para trazar la curva CML se grafican los valores de este costo en los puntos medios de los niveles de producción sucesivos y se unen esos puntos. Esta curva tiene forma de U y llega a su punto mínimo antes que la CPL llegue también al suyo. Asimismo, el segmento ascendente de la curva CML pasa por el punto más bajo de la curva del CPL.

EJEMPLO 5 Los valores del CPL, columnas (2) y (1) de la tabla 7.4, se toman o estiman a partir de su curva correspondiente, figura 7-4. El CTL (mínimo) para obtener varios niveles de producción [columna (3)] se obtiene multiplicando la cantidad que se desea producir por el CPL correspondiente. Los valores del CML de la columna (4) se obtienen, entonces, al encontrar la diferencia entre valores sucesivos de CTL. En la figura 7-5 se muestra la curva CML resultante (junto con su curva CPL).

Tabla 7.4

(1)	(2)	(3)	(4)
Q	CPL ($)	CTL ($)	CML ($)
1	19.60	19.60	…
2	17.00	34.00	14.40
3	14.90	44.70	10.70
4	13.00	52.00	7.30
5	11.70	58.00	6.50
6	10.80	64.80	6.30
7	10.20	71.40	6.60
8	10.00	80.00	8.60
9	10.20	91/80	11.80
10	10.60	106.00	14.20

Observe: cuando la curva CPL desciende, el CML está por abajo de ella; cuando asciende, el CML está por arriba, y cuando el CPL está en su punto mínimo, CML = CPL. La razón de esto es, para que el CPL descienda, la *adición* al CTL para obtener una unidad más de producción (es decir, el CML) debe ser menor que o estar por abajo del CPL anterior. Igualmente, para que el CPL ascienda, la adición al CTL para obtener una unidad más de producción (es decir, el CML) debe ser mayor que o estar por arriba del CPL anterior. Para que éste no cambie, debe ser igual al CML.

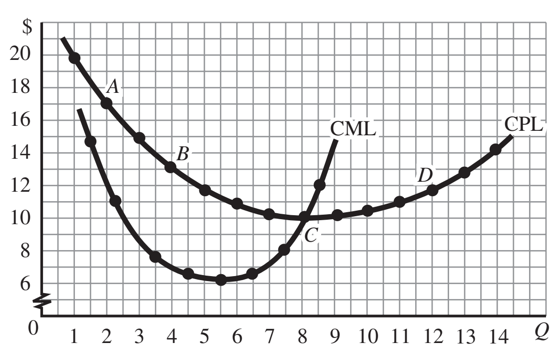

Figura 7-5

7.7 LA CURVA DEL COSTO TOTAL A LARGO PLAZO

En la sección 7.6 y en el ejemplo 5 se observó que el CTL en cualquier nivel de producción se puede obtener multiplicando la producción por el CPL de ese nivel de producción. Al trazar los valores del CTL en diversos niveles de producción y uniendo esos puntos, se obtiene su curva. Ésta muestra los costos totales mínimos de obtener cada nivel de producción cuando es posible construir cualquier escala de planta que se desee. La curva CTL también se obtiene por medio de una que sea tangente a todas las curvas de *costo total a corto plazo* (CTC), que representan todos los tamaños de planta que podría construir la empresa en el largo plazo. Matemáticamente, la curva CPL es la envolvente de las curvas CTC (vea el problema 7.17).

Las curvas CPL y CML, así como la relación entre ellas, también podrían obtenerse a partir de la curva CTL, de la misma forma en que las curvas CPC y CMC y su relación se obtuvieron a partir del trazo de CTC en el ejemplo 3 (vea el problema 7.18). Además, con base en la relación entre las curvas CTC y CTL, obtenida a partir de ellas, es posible explicar la relación entre las curvas CPC y la CPL correspondiente, y entre las CMC y la CML correspondiente (vea el problema 7.19).

Por último, en los problemas 7.20 al 7.24 se muestran las relaciones entre las funciones de producción y las curvas del costo.

7.8 LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB-DOUGLAS

La función de producción *Cobb-Douglas* es la más utilizada en el trabajo empírico. La función se expresa como

$$Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

donde Q es la cantidad producida y L y K son los insumos de trabajo y capital, respectivamente. A, α (alfa) y β (beta) son parámetros positivos determinados en cada caso por los datos. Cuanto mayor sea el valor de A, más avanzada será la tecnología. El parámetro α mide el aumento porcentual de Q como resultado de un incremento de 1% en L mientras K se mantiene constante. Igualmente, β mide el aumento porcentual en Q resultante de un incremento de 1% en K manteniendo L constante. Así, α y β son la *elasticidad de la producción* para L y K, respectivamente. Si $\alpha + \beta = 1$, hay rendimientos constantes a escala; si $\alpha + \beta > 1$, hay rendimientos crecientes a escala, y si $\alpha + \beta < 1$, hay rendimientos decrecientes a escala. Para la función Cobb-Douglas, $e_{LK} = 1$.

EJEMPLO 6 Si $A = 10$ y $\alpha = \beta = 1/2$, se tiene

$$Q = 10L^{1/2}K^{1/2}$$

Debido a que $\alpha + \beta = 1$, esta función Cobb-Douglas muestra rendimientos constantes a escala, de modo que sus isocuantas son equidistantes y paralelas a lo largo de una ruta de expansión rectilínea desde el origen. Si se mantiene K y se modifica L se obtiene el producto total del trabajo (PT_L) y, a partir de éste, PP_L y PM_L. Estas curvas muestran sólo la etapa II de la producción (como en la figura 6-14). Además, PP_L y PM_L son funciones o dependen sólo de K/L (vea los problemas del 7.25 al 7.28). Lo mismo es verdadero para K.

7.9 INEFICIENCIA X

En la sección 6.1, la función de producción se definió como la relación tecnológica que muestra la cantidad máxima de un satisfactor, que es posible producir por unidad de tiempo para cada combinación de insumos. No obstante, en muchas situaciones reales, ni la mano de obra ni la administración trabajan con tanta intensidad o con tanta eficiencia como podrían, de modo que la producción no es máxima. Lo anterior fue denominado *ineficiencia X* por Leibenstein, quien introdujo el concepto.

La ineficiencia X suele deberse a una falta de motivación por la ausencia de incentivos o presiones competitivas. Por ejemplo, en los contratos laborales a menudo no se especifican por completo las tareas y se dejan abiertas la cantidad y la calidad del esfuerzo requeridas. En estos casos, frecuentemente la mano de obra y la administración deciden no presionarse tanto como deberían, ocasionando la ineficiencia X.

EJEMPLO 7 Hay bastantes evidencias empíricas que apoyan la existencia de la ineficiencia X. Por ejemplo, Leibenstein mencionó una refinería petrolera egipcia que producía la mitad de otra instalación semejante. Cuando cambió de administración, la brecha de producción se cerró de inmediato con la misma fuerza laboral. Por años las empresas han aprendido que la productividad puede aumentarse otorgando a los empleados sentimientos de pertenencia y de logros; sólo recientemente se ha podido apreciar por completo la gran ganancia potencial que significa reducir la ineficiencia X (es decir, aumentando la eficiencia X).

7.10 PROGRESO TÉCNICO

El progreso técnico se refiere al aumento de la productividad de los insumos y puede representarse con un desplazamiento hacia el origen de la isocuanta relacionada con un nivel de producción. Esto significa que es posible obtener cualquier nivel de producción con menos insumos, o que puede lograrse más con los mismos insumos. Hicks clasificó el progreso técnico en *neutral*, *intensivo en el uso de capital* o *intensivo en trabajo*, según aumente PM_K en la misma, en mayor o en menor proporción que PM_L.

EJEMPLO 8 En el cuadro A de la figura 7-6 se muestra el progreso técnico neutral, con uso de K en el cuadro B y de L en el cuadro C. Debido a que el progreso técnico neutral aumenta PM_K y PM_L en la misma proporción, la $TMST_{LK} = PM_L/PM_K =$ la pendiente de la isocuanta permanece constante en los puntos E_1 y E_2 a lo largo del rayo original $K/L = 1$ (vea el cuadro A). Todo lo que ocurre es que $Q = 100$ ahora puede producirse con $2L$ y $2K$ en lugar de $4L$ y $4K$. Debido a que el progreso técnico que utiliza K aumenta a PM_K en mayor proporción que PM_L, la pendiente absoluta de la isocuanta desciende según se desplaza hacia el origen por el rayo $K/L = 1$ (vea el cuadro B). Por último, el progreso técnico que utiliza L es lo opuesto al que emplea K (vea el cuadro C). Este último algunas veces se conoce como intensivo en K o ahorrador de L, pues conduce a que en la producción se use más K y menos L. Igualmente, el uso de L se conoce como progreso técnico intensivo en L o ahorrador de K. El tipo de progreso técnico elegido es vital para determinar la participación de K y L en el producto nacional neto (PNN) que, con el tiempo, va de una a otra de estas variables (vea el problema 7.31).

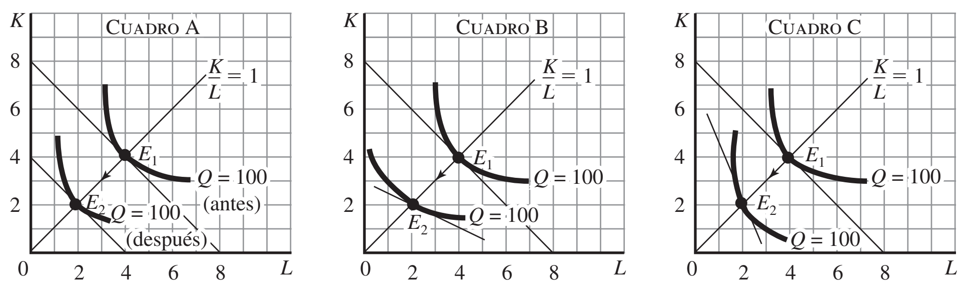

Figura 7-6

Glosario

Costo fijo promedio (CFP) Es igual a los costos fijos totales divididos entre la producción.

Costo marginal (CM) Es igual al cambio de los costos totales o de los costos variables totales al cambiar en una unidad la producción.

Costo marginal a largo plazo (CML) Mide el cambio de los costos totales a largo plazo al cambiar en una unidad la producción.

Costo promedio (CP) Es igual a los costos totales divididos entre la producción; CP también es igual al costo fijo promedio más el costo variable promedio.

Costo promedio a largo plazo (CPL) Muestra el costo mínimo por unidad para obtener cada nivel de producción cuando es posible construir cualquier escala de planta que se desee.

Costo total a largo plazo (CTL) Muestra los costos totales mínimos de obtener cada nivel de producción cuando es posible construir cualquier escala de planta que se desee.

Costo variable promedio (CVP) Es igual a los costos variables totales divididos entre la producción.

Costos explícitos Los gastos reales de la empresa para comprar o contratar todos los insumos que requiere.

Costos fijos totales (CFT) Las obligaciones totales contraídas por la empresa, por unidad de tiempo, para todos los insumos fijos.

Costos implícitos El valor de los insumos propios de la empresa utilizados en sus procesos de producción.

Costos totales (CT) La suma de los costos fijos totales más los costos variables totales.

Costos variables totales (CVT) Las obligaciones totales contraídas por la empresa, por unidad de tiempo, para todos los insumos variables que utiliza.

Curvas de costo Muestran el costo mínimo para obtener diversos niveles de producción.

Elasticidad de la producción Da el aumento porcentual en la producción, como resultado del aumento porcentual de un insumo, mientras todos los demás insumos se mantienen constantes.

Función de producción Cobb-Douglas Esta función está definida por $\$Q = AL^{\alpha} K^{\beta}$, donde Q es la cantidad producida y L y K son insumos. A, α y β son los parámetros. $\alpha =$ elasticidad de la producción de L, mientras $\beta =$ elasticidad de la producción de K. Se tienen rendimientos constantes, crecientes o decrecientes a escala cuando $\alpha + \beta = 1$, > 1 o < 1, respectivamente.

Ineficiencia X El grado en que la producción de un satisfactor no alcanza el máximo posible (indicado por la función de producción) debido a la carencia de una motivación idónea de la mano de obra y la administración.

Progreso técnico intensivo en el uso de capital Mayor aumento proporcional en el producto marginal del capital que en el producto marginal del trabajo, de modo que la pendiente de la isocuanta desciende a medida que se desplaza hacia el origen a lo largo de la razón original capital/trabajo.

Progreso técnico intensivo en trabajo Mayor aumento proporcional en el producto marginal del trabajo que en el producto marginal del capital, de modo que la pendiente de la isocuanta aumenta a medida que se desplaza hacia el origen a lo largo de la razón original capital-trabajo.

Progreso técnico neutral El aumento proporcional en el producto marginal del capital y el trabajo, de modo que la pendiente de la isocuanta no cambia mientras se desplaza hacia el origen a lo largo de la razón original capital-trabajo.

Preguntas de repaso

1. De los ingresos totales de la empresa, el propietario se adjudica 20 000 dólares anuales como "sueldo". El costo implícito de este empresario es *a*) 20 000 dólares anuales, *b*) más de 20 000 dólares anuales, *c*) menos de 20 000 dólares anuales, o *d*) cualquiera de las anteriores.

Resp. *d*) El costo implícito de este empresario depende de cuánto pudieran ganar colectivamente, en su mejor uso alternativo, el trabajo y los otros factores que usa en su empresa.

2. Si sólo parte de la fuerza de trabajo que emplea una empresa se pudiera despedir en cualquier momento sin indemnización, el total de los salarios y los sueldos que paga ésta tiene que considerarse como *a*) un costo fijo, *b*) un costo variable, *c*) parcialmente como un costo fijo y parcialmente como uno variable, o *d*) cualquiera de las anteriores.

Resp. *c*) Los salarios pagados a la parte de la fuerza de trabajo que puede despedirse en cualquier momento y sin indemnización, constituyen un costo variable. La porción de la fuerza laboral que debido a un contrato no puede despedirse sin indemnización representa un costo fijo hasta el vencimiento del convenio.

3. Cuando comienza a operar la ley de los rendimientos decrecientes, la curva CVT comienza a: *a*) descender a una tasa creciente, *b*) ascender a una tasa decreciente, *c*) descender a una tasa decreciente, o *d*) ascender a una tasa creciente.

Resp. *d*) Vea la curva CVT en la figura 7-1, a la derecha del punto T'.

4. Al CM lo determina

a) la pendiente de la curva CFT,
b) la pendiente de la curva CVT pero no la pendiente de la curva CT,
c) la pendiente de la curva CT pero no la pendiente de la curva CVT, o
d) la pendiente de la curva CVT o la pendiente de la curva CT.

Resp. *d*) Vea el cuadro D en la figura 7-3 y el análisis relacionado con ella en el ejemplo 3.

5. La curva CM llega a su punto mínimo antes que la CVP y la CP. Además, la curva CM cruza las CVP y CP en sus puntos más bajos. Las dos afirmaciones anteriores son ciertas *a*) siempre, *b*) nunca, *c*) a menudo o *d*) algunas veces.

Resp. *a*) Vea las figuras 7-2 y 7-3.

6. En el punto donde una recta proveniente del origen es tangente a la curva CT, el CP *a*) es mínimo, *b*) es igual al CM, *c*) es igual al CVP más CFP o *d*) es todo lo anterior.

Resp. *d*) Para las opciones *a*) y *b*) vea los cuadros C y D en la figura 7-3. La opción *c*) siempre es verdadera.

7. Si la curva CPL desciende a medida que aumenta la producción, esto se debe *a*) a economías de escala, *b*) a la ley de los rendimientos decrecientes, *c*) a deseconomías de escala o *d*) cualquiera de las anteriores.

Resp. *a*) Vea la sección 7.5.

8. Cuando $\alpha = ¾$ y $\beta = ¼$ para la función de producción Cobb-Douglas, los rendimientos a escala son *a*) constantes, *b*) crecientes, *c*) decrecientes, o *d*) primero crecientes y luego decrecientes.

Resp. *a*) Porque $\alpha + \beta = 1$. Vea la sección 8.1.

9. La elasticidad de la producción del trabajo mide *a*) $(\Delta Q)/(\Delta L)$, *b*) $(\%\Delta Q)/(\%\Delta L)$, *c*) $(\Delta L)/(\Delta Q)$ o *d*) $(\%\Delta L)/(\%\Delta Q)$.

Resp. *b*) Vea la sección 7.8.

10. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es *falsa* con respecto a la ineficiencia X? *a*) Mide el grado en que la producción de un satisfactor no alcanza el máximo señalado por la función de producción; *b*) es el resultado de la falta de motivación adecuada, *c*) se ha descubierto que existe, según varios estudios empíricos, o *d*) todas las anteriores.

Resp. *d*) Vea la sección 7.9.

11. El progreso técnico se refiere a *a*) un aumento en PM_L y PM_K; *b*) la reducción en L y K para obtener algún nivel de producción; *c*) un desplazamiento de las isocuantas hacia el origen, o *d*) todas las anteriores.

Resp. *d*) Vea la sección 7.10.

12. El progreso técnico con utilización de trabajo *a*) significa la profundización de L; *b*) significa ahorro de K; *c*) reduce K/L, o *d*) todas las anteriores.

Resp. *b*) Vea el ejemplo 8.

Problemas resueltos

CURVAS DEL COSTO A CORTO PLAZO

7.1 *a*) ¿Cuáles son algunos de los costos implícitos en que incurre un empresario al dirigir una empresa? ¿Cómo se estiman estos costos implícitos? ¿Por qué es necesario incluirlos como parte de los costos de producción? *b*) ¿Qué precio paga la empresa para comprar o contratar los factores que no posee?

a) El empresario debe incluir como parte de los costos de producción no sólo lo que realmente paga para contratar trabajo, comprar materias primas y semiterminadas, obtener préstamos y alquilar terrenos y edificios (costos explícitos), sino también el sueldo *máximo* que podría ganar trabajando para otro con un empleo semejante (por ejemplo, como gerente de otra empresa). Asimismo, el empresario debe incluir como parte de los costos de producción, el rendimiento, en su mejor uso alternativo, del capital, la tierra y cualquier otro factor de producción que posea y utilice en la empresa. Estos recursos de la empresa utilizados por ella no son "gratuitos". El costo (implícito) para emplearlos es igual (quizá) a las opciones perdidas (es decir, lo que hubieran ganado estos mismos recursos en su mejor uso). En economía, siempre que se habla de costos o se trazan curvas de los costos, se incluyen explícitos *e* implícitos.

b) Por los insumos que la empresa compra o contrata, ésta debe pagar un precio por lo menos igual a lo que dichos insumos podrían generar en su mejor uso alterno. De lo contrario, la empresa no podría comprarlos o conservarlos para su uso. Por tanto, el costo por utilizar cualquier insumo, ya sea de su propiedad (costo implícito) o comprado (costo explícito), es igual a lo que ese mismo insumo podría ganar en su mejor uso. Ésta es la *teoría del costo alternativo o de oportunidad*.

En este capítulo se supone que los precios de los factores son constantes, cualquiera que sea la cantidad de cada factor que demande la empresa por unidad de tiempo. Es decir, se asume que la empresa es un competidor perfecto en el mercado de factores. (En el capítulo 9 se abordan los cambios en los precios de los factores y su efecto sobre las curvas de los costos. El análisis sobre cómo se determinan en realidad los precios de los factores se verá en el capítulo 13.)

7.2 *a*) En el mismo sistema de ejes, trace las curvas CFT, CVT y CT de la tabla 7.5. *b*) Explique la razón de sus formas.

Tabla 7.5

Q	CFT ($)	CVT ($)	CT ($)
0	120	0	120
1	120	60	180
2	120	80	200
3	120	90	210
4	120	105	225
5	120	140	260
6	120	210	330

a)

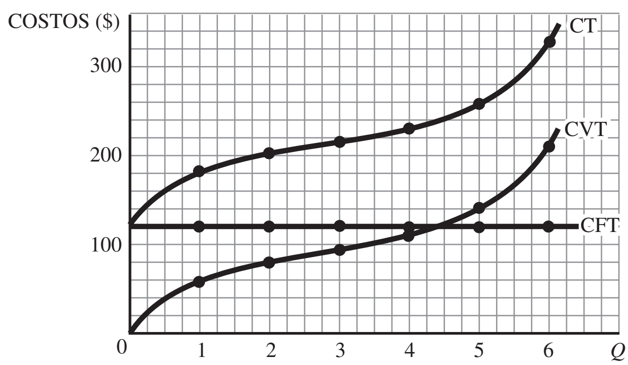

Figura 7-6*a*)

b) Debido a que CFT permanece en $120 por periodo en cualquier nivel de producción, la curva CFT es paralela al eje horizontal y está $120 por arriba de él; CVT es cero cuando la producción es cero y asciende según se incremente ésta. Antes de que comience a operar la ley de los rendimientos decrecientes, CVT aumenta a una tasa decreciente. Una vez que empieza a operar, CVT aumenta a una tasa creciente. Así, la curva CVT inicia en el origen y tiene pendiente positiva. Es cóncava hacia abajo hasta el punto de inflexión y cóncava hacia arriba a partir de dicho punto. Puesto que CT es igual a CFT más CVT, la curva CT tiene exactamente la misma forma que la CVT, pero está $120 por arriba de ella en todos los puntos. Al trazar las curvas CFT, CVT y CT, todos los recursos se valoran según su costo de oportunidad, lo que incluye los costos explícitos e implícitos. Asimismo, las curvas CFT, CVT y CT indican, respectivamente, los CFT, CVT y CT mínimos de obtener varios niveles de producción por periodo.

7.3 *a*) Proporcione algunos ejemplos de factores fijos y variables en el corto plazo. *b*) ¿Cuál es la relación entre la cantidad de los insumos fijos utilizados y el nivel de producción a corto plazo?

a) Los factores fijos en el corto plazo incluyen los pagos por el alquiler de terrenos y edificios, por lo menos parte de la depreciación y de los gastos de mantenimiento, la mayor parte de los tipos de seguros, impuestos sobre las propiedades y algunos sueldos como los de la alta dirección, que son fijos por contrato y quizá se deban pagar durante la vigencia de éste, se produzca o no. Los factores variables incluyen materias primas, combustibles, la mayor parte de los tipos de trabajo, impuestos al consumo e intereses sobre préstamos a corto plazo.

b) La cantidad de insumos fijos utilizados determina el tamaño o *escala de la planta* que opera la empresa en el corto plazo. Dentro de los límites impuestos por el tamaño de planta es posible variar la producción en el corto plazo, modificando la cantidad de insumos variables por unidad de tiempo.

7.4 Con base en la tabla 7.5 *a*) determine los valores CFP, CVP, CP y CM, y *b*) grafíquelos en un mismo sistema de ejes.

a)

Tabla 7.6

Q	CFT ($)	CVT ($)	CT ($)	CFP ($)	CVP ($)	CP ($)	CM ($)
0	120	0	120				
1	120	60	180	120	60.00	180.00	60
2	120	80	200	60	40.00	100.00	20
3	120	90	210	40	30.00	70.00	10
4	120	105	225	30	26.25	56.25	15
5	120	140	260	24	28.00	52.00	25
6	120	210	330	20	35.00	55.00	70

CFP es igual a CFT dividido entre la producción. CVP es igual a dividir CVT entre la producción. CP equivale a CT dividido entre la producción. CM es igual al cambio en CVT o en CT, por el cambio de una unidad en la producción.

b) Vea la figura 7-7.

7.5 Con base en la curva CFT del problema 7.2 obtenga geométricamente el CFP y explique su forma.

Vea la figura 7-8. CFP es igual a CFT dividido entre la producción. CFT es igual a $120. Por tanto, cuando la producción es 2, CFP es igual a $120 entre 2, o sea, $60. Esto es igual a la pendiente del rayo *OA* y se grafica como *A′* sobre la curva CFP. En el punto *B* sobre la curva CFT, CFP se determina por la pendiente del rayo *OB*. Esto equivale a $30 por unidad ($120/4 unidades) y se grafica como *B′* sobre la curva CFP. En el punto *C* de la curva CFT, la CFP es igual a la pendiente del rayo *OC*, que es de $20. Así se obtiene *C′* sobre la curva CFP. Otros puntos sobre la curva CGP podrían obtenerse en forma semejante.

La curva CFP es *asintótica* respecto a ambos ejes. Es decir, a medida que se aleja del origen sobre cualquiera de los ejes, tiende a éstos pero nunca los toca. También, el producto de CFP y cualquier cantidad producida siempre es el mismo (es decir, CFT es constante). Por tanto, la curva CFP es una *hipérbola rectangular*.

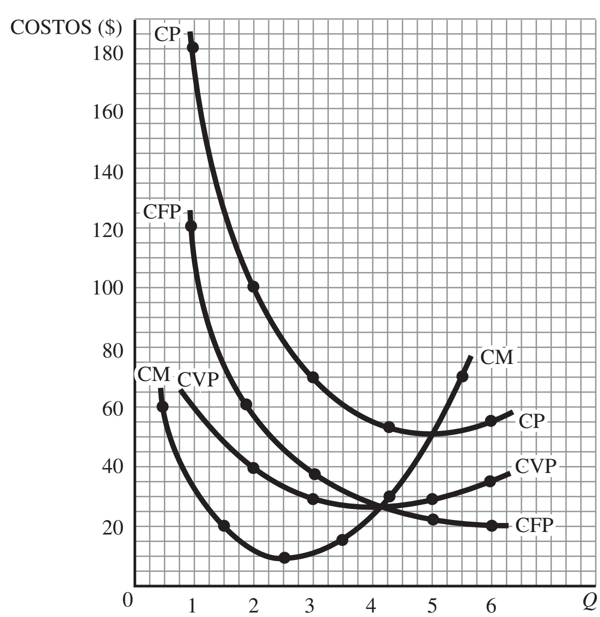

Figura 7-7

7.6 Con base en la curva CVT del problema 7.2 obtenga geométricamente el CVP y explique su forma.

Vea la figura 7-9. El CVP es igual al CVT dividido entre la producción. Por ejemplo, en el punto *D* sobre la curva CVT, éste es igual a \$60. Por tanto, el CVP es igual a \$60 dividido entre 1. Esto es igual a la pendiente del rayo *OD* y se grafica como *D′* sobre la curva CVP. En el punto *E* de la curva CVT, CFT se determina por la pendiente del rayo *OG*. Esto es igual a \$26.50 (\$105/4) y se grafica como *E′* sobre la curva CVP. En el punto *F* de la curva CVT, el CVP es igual a la pendiente del rayo *OF*, que es de \$35 (\$210/6). Así se obtiene *F′* sobre la curva CVP. Otros puntos sobre la curva CVP podrían obtenerse de la misma forma. Observe que la pendiente de un rayo que va del origen a la curva CVT desciende hasta *E* (donde el rayo desde el origen es tangente a la curva CVT) y asciende de ahí en adelante. Así, la curva CVP desciende hasta *E′* y después asciende.

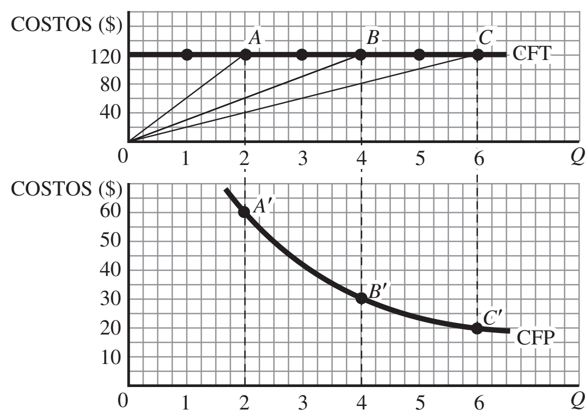

Figura 7-8

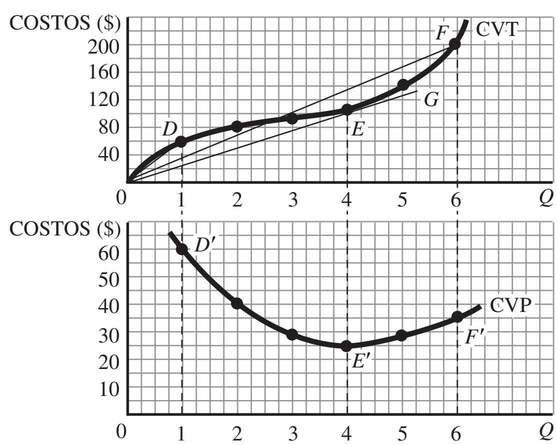

Figura 7-9

7.7 Con base en la curva CT del problema 7.2 obtenga geométricamente el CP y explique su forma.

Vea la figura 7-10. El CP en los puntos *H*, *J* y *N* de la curva CT se determina por las pendientes de los rayos *OH*, *OM* y *ON*. Éstas son iguales a \$70, \$52 y \$55, respectivamente, y se grafican como *H′*, *J′* y *N′* de la curva CP. Este costo, en otros puntos de la curva CT, podría obtenerse en forma semejante. Observe que la pendiente de un rayo que va desde el origen hasta la curva CT, desciende hasta *J* (donde el rayo desde el origen es tangente a la curva CT) y asciende de ahí en adelante. Así, la curva CP desciende hasta *J′* y después asciende.

7.8 Con base en las curvas CT y CVT del problema 7.2, obtenga geométricamente el CM y explique su forma.

Vea la figura 7-11. Las pendientes de las curvas CT y CVT son exactamente las mismas para cualquier nivel de producción. Por tanto, el CM lo determina la pendiente de cualquiera de estas dos curvas. La de la curva CT y de la CVP (es decir, el CM) en el punto *D* es de \$32. (Este valor se obtiene midiendo la pendiente de la tangente a la curva CT en *D*. Es decir, al pasar de *D* a *R* se asciende \$40 y hay un desplazamiento de 1.25 unidades hacia la derecha; entonces, la pendiente de *DR* es igual a 40/1.25, o sea \$32.) Así se obtiene el punto *D′* sobre la curva CM. *S* es el punto de inflexión de las curvas CT y CVT. Aquí, la pendiente de las curvas CT y CVT está en su valor más bajo. Este valor da el punto mínimo (es decir, S') sobre la curva CM. Más allá de S y S' opera la ley de los rendimientos decrecientes y la curva CM asciende. La pendiente de (la tangente a) las curvas CT y CVT (es decir, el CM) en E es igual al CVP más bajo, que es de \$26.25. Así se obtiene el punto E' sobre la curva CM. La pendiente de (la tangente a) las curvas CT y CVT (es decir, el CM) en J es igual al CP mínimo, o sea \$52. Así se obtiene el punto J' en la curva CM.

7.9 *a*) En el mismo sistema de ejes dibuje las curvas CVT y CT del problema 7.2; en otro sistema de ejes, abajo del primero, trace las curvas correspondientes CVP, CP y CM. *b*) Explique brevemente la relación entre la forma de las curvas CV y CVT y la de CVP, CP y CM. *c*) Explique la relación entre las curvas del costo unitario.

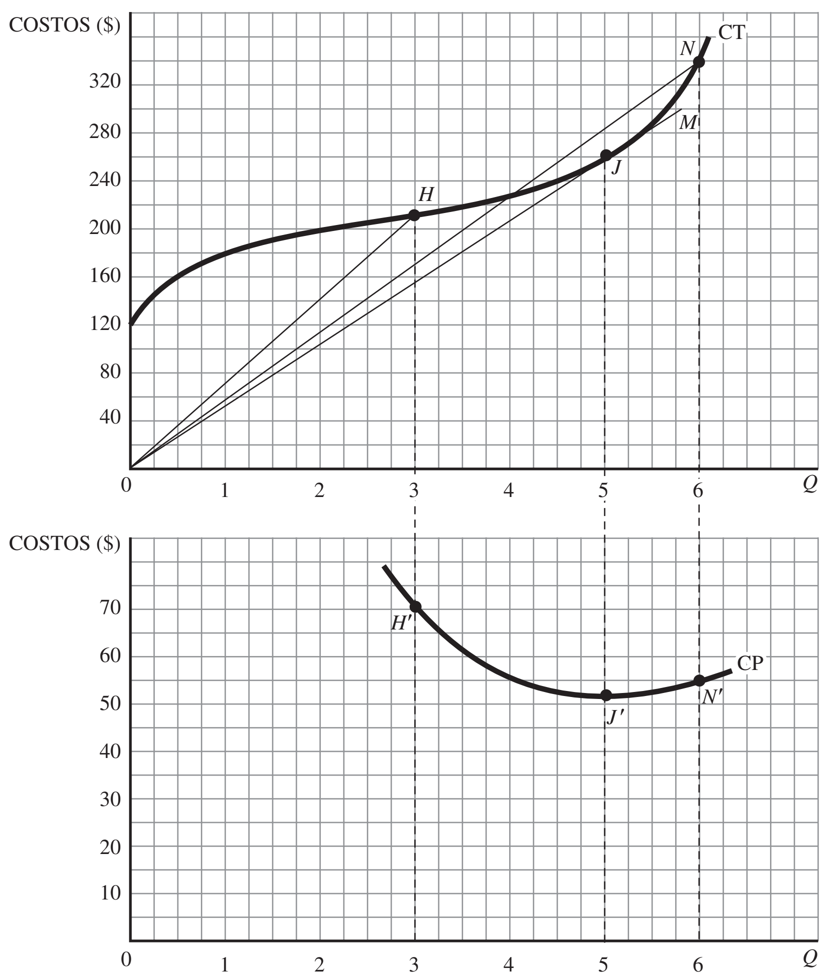

Figura 7-10

a) Vea la figura 7-12.

b) El CVP es igual al CVT dividido entre la producción. Al CVP lo determina la pendiente de un rayo que va del origen hacia la curva CVT. El CVP desciende hasta el punto E (donde un rayo desde el origen es tangente a la curva CVT). Después de E, el CVP asciende. El CP es igual al CT dividido entre la producción. Al CP lo determina la pendiente de un rayo que va del origen a la curva CT. Hasta J (el punto de tangencia), la pendiente del rayo (es decir, el CP) desciende. Después de J asciende. La curva CM puede obtenerse a partir de la pendiente de CVT o de la pendiente del trazo CT. La pendiente de las curvas CT y CVT (es decir, el CM) desciende hasta el punto de inflexión (S) y después asciende. Observe que el CM entre dos puntos de la curva CT o de la CVT lo determina la pendiente de la cuerda entre dichos puntos. Éste es el CM *promedio*. A medida que la distancia entre ambos puntos tiende a cero en el límite, el valor de CM tiende al valor de la pendiente de las curvas CT o CVT en un punto.

Las curvas CVP, CP y CM incluyen los costos implícitos y explícitos y dan los desembolsos mínimos por unidad para obtener varios niveles de producción. La forma de CVP, CP y CM puede explicarse por medio de la ley de los rendimientos decrecientes. Como se verá en el capítulo 9, cuando los precios de los factores cambian, las curvas CVP, CP y CM se desplazan en forma ascendente si los precios de los factores aumentan, y lo hacen de manera descendente si éstos bajan.

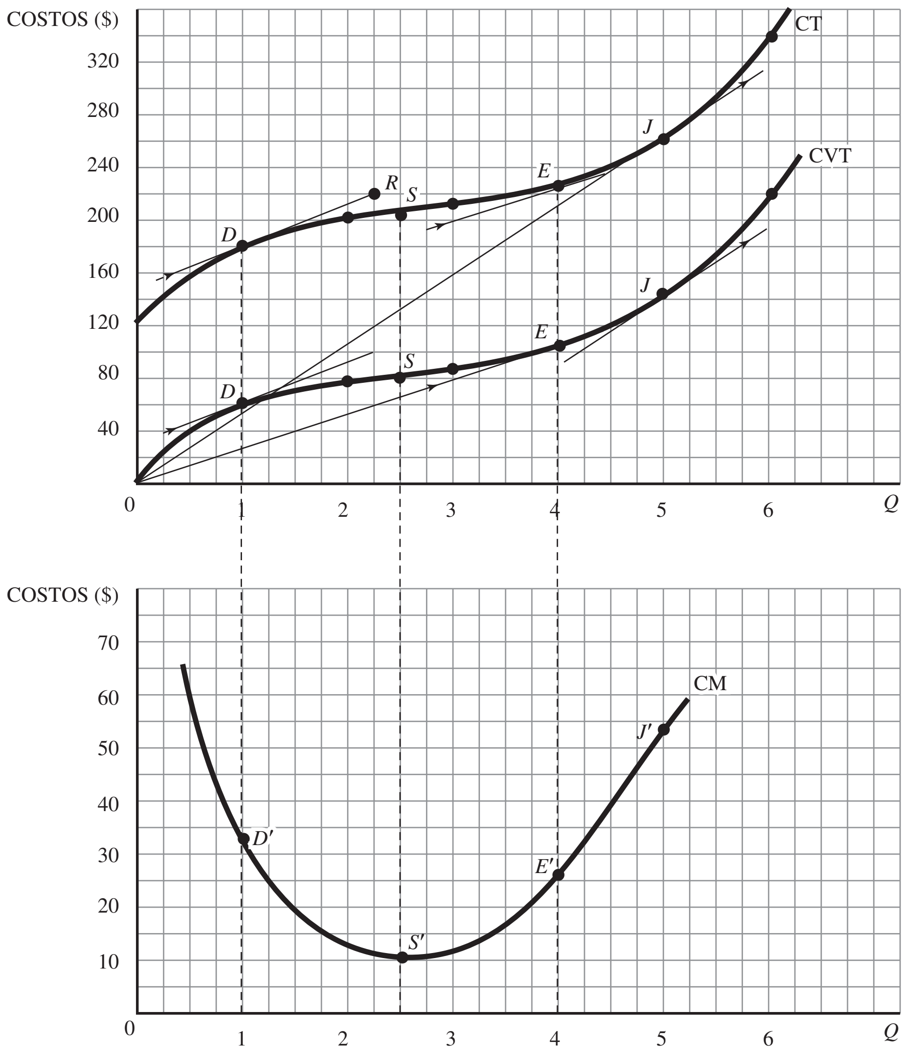

Figura 7-11

c) Las curvas CVP y CP tienen forma de U. Debido a que el CP es igual al CVP más el CFP, la distancia vertical entre la curva CP y la CVP proporciona el CFP. Así, no se requiere una curva CFP separada y no suele dibujarse. Observe que a medida que aumenta la producción, la distancia vertical entre el CP y la curva CVP (es decir, el CFP) disminuye. Esto siempre es verdadero.

La curva CM también tiene forma de U y llega a su punto mínimo antes que las curvas CVP y CP. El CM está por abajo de CVP cuando éste desciende, lo iguala en el punto más bajo de su curva y está por arriba de él cuando asciende. Entre las curvas CM y CP se da exactamente la misma relación, y la curva CP llega a su punto mínimo después de CVP. Esto se debe a que, durante un tiempo, el CFP descendente excede al CVP ascendente.

En los capítulos 9 a 12 se utilizará mucho una figura como la de este problema, que muestra las curvas CM, CVP y CP. Lo importante en la figura es la *relación* entre las diversas curvas, más que los valores reales utilizados para trazarlas.

7.10 Si para facilitar las cosas se supone que en el corto plazo el único insumo variable es el trabajo y que su precio es constante, explique la forma en U de *a*) la curva CVP y *b*) la curva CM en términos de las formas de las curvas PP_L y PM_L, respectivamente.

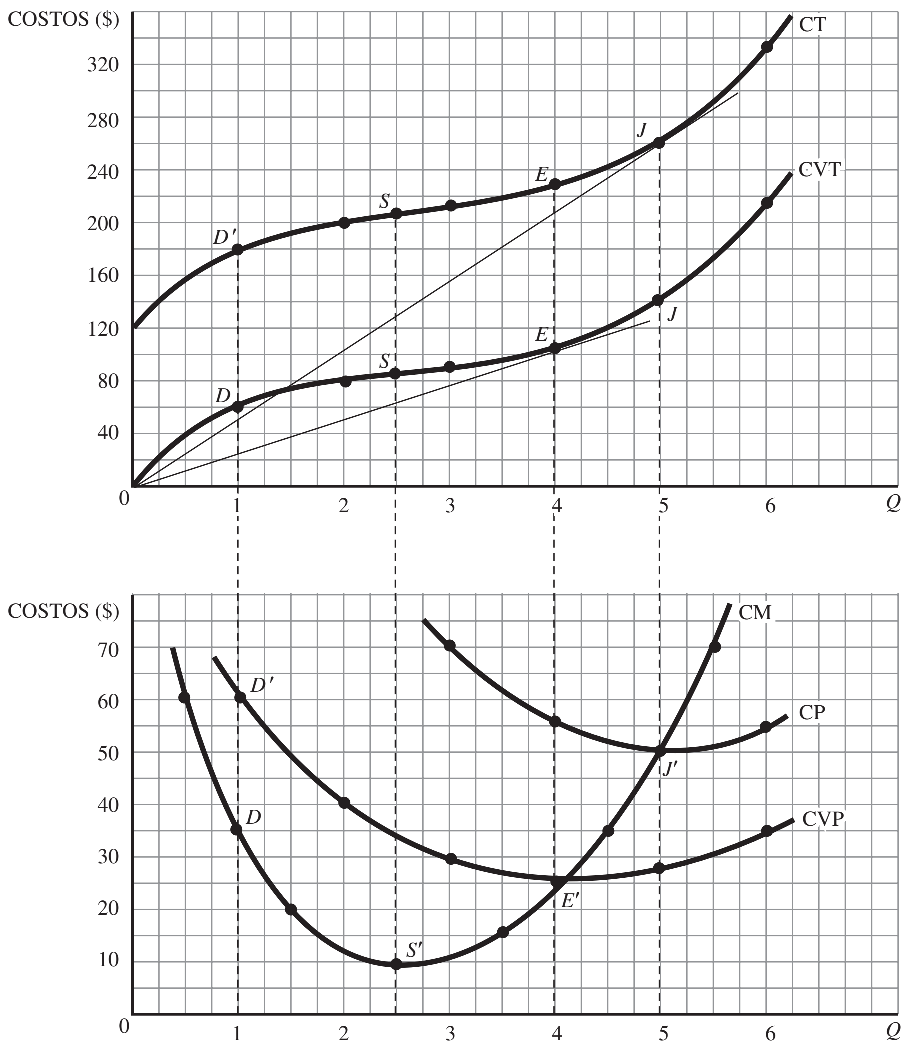

Figura 7-12

a) Cuando el trabajo es lo único variable, el CVT es igual al precio de este insumo (P_L) multiplicado por el número de unidades utilizadas (L). Por tanto,

$$\text{CVP} = \frac{\text{CVT}}{Q} = \frac{(P_L)(L)}{Q} = \frac{P_L}{Q/L} = \frac{P_L}{AP_L}$$

Luego, con un P_L constante (por hipótesis) y con lo aprendido en el capítulo 6 que PP_L *normalmente asciende, llega a un punto máximo y después desciende*, se deduce que *normalmente el* CVP *desciende, llega a un punto mínimo y después asciende*. Es decir, en cierto sentido, la curva CVP es el reflejo monetizado o la recíproca de la curva PP_L (vea el problema 7.23).

b) Cuando el trabajo es variable y se hace que P_L sea igual al precio de este insumo, L es igual a la cantidad de trabajo por unidad de tiempo y "Δ" se refiere al "cambio en", se tiene

$$\text{CM} = \frac{\Delta(\text{CVT})}{\Delta Q} = \frac{\Delta[(P_L)(L)]}{\Delta Q} = P_L\left(\frac{\Delta L}{\Delta Q}\right) = P_L\left(\frac{1}{MP_L}\right)$$

En esta igualdad, como P_L es una constante, es posible volver a escribir $\Delta[(P_L)(L)]$ como $P_L(\Delta L)$. También, $\Delta Q/\Delta L$ es igual a PM_L. Por tanto, $\Delta L/\Delta Q$ es igual a $1/\text{PM}_L$. Luego, como ya se sabe (del capítulo 6) que normalmente la curva PM_L primero asciende, llega a un punto máximo y después desciende, se deduce que normalmente CM primero baja, llega a un punto mínimo y después sube. Así, en cierto sentido, la curva CM es el reflejo monetizado o la recíproca de la PM_L (vea el problema 7.23). Observe que la relación entre la forma de la curva CVP (y CP) y la de la curva CM también podría explicarse igual que se determinó la relación entre las curvas CPL y CML en el ejemplo 5.

CURVAS DEL COSTO A LARGO PLAZO

7.11 *a*) ¿Cuál es la relación entre el largo plazo y el corto plazo? *b*) ¿Cómo puede obtenerse la curva CPL? ¿Qué muestra esta curva?

a) Largo plazo puede definirse como el periodo para el cual la empresa planea construir la escala de planta más apropiada, a fin de obtener el nivel de producción previsto (futuro). Una vez que se ha construido una planta específica la opera en el corto plazo. De esta manera, puede decirse que la empresa opera a corto plazo y planea para el largo plazo. Establecer planes a largo plazo determina la situación particular a corto plazo en que operará la empresa en el futuro.

b) La curva CPL es la envolvente de todas las CPC y muestra el costo mínimo por unidad, para obtener cada nivel de producción. Observe que en la figura 7-4, en producciones inferiores a 8 unidades por periodo, la curva CPL es tangente a las CPC a la izquierda de sus puntos mínimos. En producciones mayores a 8 unidades, la curva CPL es tangente a las CPC a la derecha de sus puntos mínimos. A un nivel de producción de 8 unidades, CPL es tangente a la curva CPC_3 en su punto mínimo. Éste también es el punto mínimo de la curva CPL. El tamaño de planta cuya curva CPC forma el punto mínimo de la CPL (CPC_3 en la figura 7-4) se denomina *escala de planta óptima*, mientras que el punto mínimo de cualquier curva CPC se denomina *tasa óptima de producción* para esa planta.

7.12 Suponga que cinco de las escalas de planta que puede construir una empresa en el largo plazo son las curvas CPC de la tabla 7.7. *a*) Dibuje estas cinco curvas CPC en el mismo sistema de ejes, y *b*) defina la curva CPL de la empresa si estas cinco plantas son las únicas factibles desde un punto de vista tecnológico. ¿Cuál planta utilizaría la empresa en el largo plazo si quisiera obtener tres unidades de producción? *c*) Defina la curva CPL de la empresa si ésta pudiera construir una infinidad de plantas (o un número muy grande de ellas).

Tabla 7.7

CPC_1		CPC_2		CPC_3		CPC_4		CPC_5	
Q	CPC ($)	*Q*	CPC ($)	*Q*	CPC ($)	*Q*	CPC ($)	*Q*	CPC ($)
1	15.50	2	15.50	5	10.00	8	10.00	9	12.00
2	13.00	3	12.00	6	8.50	9	9.50	10	11.50
3	12.00	4	10.00	7	8.00	10	10.00	11	11.50
4	11.75	5	9.50	8	8.50	11	12.00	12	13.00
5	13.00	6	11.00	9	10.00	12	15.00	13	16.00

a)

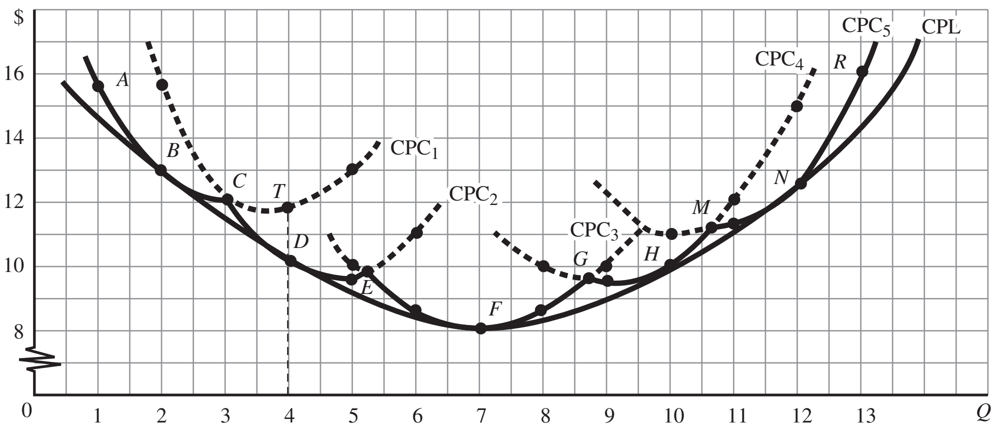

Figura 7-13

b) La curva CPL de la empresa la determinan las partes continuas de las CPC en la figura 7-13. Es decir, la CPL para la empresa la da la línea continua que une los puntos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *M*, *N* y *R*. Los segmentos punteados de las curvas CPC son irrelevantes porque representan un CP más alto de lo necesario para la empresa en el largo plazo. Si ésta quisiera obtener tres unidades de producción por periodo utilizaría la planta 1 o la 2 y estaría en el punto *C* (vea la figura anterior). En ambos casos, el CPC para la empresa sería el mismo.

c) Si la empresa pudiera construir una infinidad o un número muy grande de plantas a largo plazo se tendría una infinidad o una cantidad muy elevada de curvas CPC. Al trazar una tangente a todas éstas se obtendría el trazo identificado por CPL en la figura anterior. Esta curva es la envolvente de todas las CPC y muestra el costo mínimo por unidad de obtener cada nivel de producción, cuando la empresa es capaz de construir cualquier escala de planta que desee.

7.13 Con referencia a la figura 7-13, *a*) señale en qué punto de la curva CPL se está operando la escala de planta óptima a su tasa óptima de producción. *b*) ¿Qué tipo de planta operaría la empresa y cómo usaría su planta para producciones menores a siete unidades? *c*) ¿Cómo la utilizaría para niveles mayores a siete unidades?

a) En el punto *F* de la curva CPL, la empresa estaría operando su escala de planta óptima (indicada por CPC_3) a su tasa óptima de producción (*F*).

b) Para obtener una producción menor a siete unidades, indicada por *F*, la empresa *subutilizaría* (es decir, produciría menos de su tasa óptima de producción) una escala de planta *menor* que la óptima a largo plazo. Por ejemplo, si se utilizara la planta indicada por CPC_1 en el punto *B* y quisiera aumentar su producción de dos a cuatro unidades por periodo, en el corto plazo tendría que alcanzar la tasa óptima de producción con la planta 1 (punto *T* en la figura). Sin embargo, en el largo plazo la empresa construiría la planta mayor indicada por CPC_2 (o *convertiría* la planta 1 en la 2) y la operaría en el punto *D*. La planta 2 es menor que la óptima (indicada por CPC_3 en la figura 7-13) y se opera por debajo de su tasa óptima de producción.

c) Para obtener más de siete unidades de producción por periodo, la empresa *sobreutilizaría* una planta *mayor* que la óptima a largo plazo (vea la figura 7-13).

La empresa puede conocer la forma aproximada de las curvas alternas CPC, ya sea por experiencia o por estudios de ingeniería.

7.14 *a*) Dibuje una curva CPL que muestre rendimientos crecientes a escala sobre un pequeño intervalo de niveles de producción, rendimientos constantes a escala sobre un "gran intervalo" de niveles de producción y rendimientos decrecientes a escala de ahí en adelante. *b*) ¿Qué implicaría una curva CPL como la del inciso *a*) para el tamaño de las empresas en la misma industria? En este caso, ¿existe una escala de planta óptima?

a)

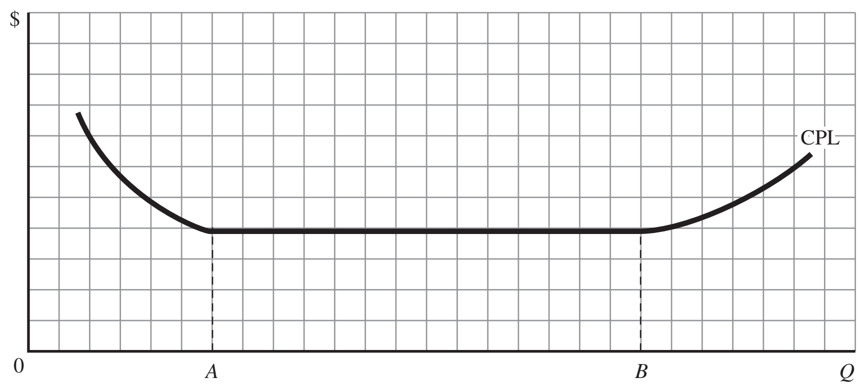

Figura 7-14

En la figura 7-14 se muestran los rendimientos crecientes a escala o un CPL descendente hasta el nivel de producción *OA*; se tienen rendimientos constantes a escala o un CPL constante entre los niveles de producción *OA* y *OB*; y más allá de *OB* se tienen rendimientos decrecientes a escala o un CPL creciente. Así, el CPL y los rendimientos a escala son caras opuestas de la misma moneda. Observe que sobre el mismo intervalo de niveles de producción pueden estar operando economías y deseconomías a escala. Cuando las primeras superan a las segundas, la curva CPL desciende; de otra forma, el CPL es constante o ascendente. El nivel real de producción en el que CPL deja de descender o comienza a ascender depende, por supuesto, de la industria.

b) Una curva CPL con la parte inferior plana, que muestra rendimientos constantes a escala sobre un amplio intervalo de niveles de producción, implica que empresas pequeñas coexisten con aquéllas mucho mayores en la misma industria. Si los rendimientos crecientes a escala operaran sobre un amplio intervalo de niveles de producción, las empresas grandes (que operan grandes plantas) tendrían CPL mucho menores que las pequeñas y las sacarían del mercado. Muchos economistas y expertos en negocios creen (y así lo indican algunos estudios empíricos) que la curva CPL en muchas industrias tiene una parte inferior plana como la de la figura 7-14. En estos casos no hay una escala de planta óptima única, sino muchas. Es decir, la parte plana de la curva CPL está formada por el punto mínimo de muchas curvas CPC.

7.15 Los valores del CPL de la tabla 7.8 se leen o estiman a partir de la curva CPL del problema 7.12. *a*) Con base en estos datos determine el CML. *b*) En el mismo sistema de ejes grafique CPL y CML. *c*) ¿Cuál es la relación entre la curva CPL y la del CML? ¿Cuál sería la forma de la curva CML correspondiente a la del CPL del problema 7.14*a*)?

Tabla 7.8

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
CPL ($)	15	13	11.30	10	9	8.30	8	8.20	8.90	10	11.30	13

a)

Tabla 7.9

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	11	12
CPL ($)	15	13	11.30	10.00	9	8.30	8.00	8.20	8.90	10	11.30	13.00
CTL ($)	15	26	33.90	40.00	45	49.80	56.00	65.60	80.10	100	124.30	156.00
CML ($)	…	11	7.90	6.10	5	4.80	6.20	9.60	14.50	19.90	24.30	31.70

b)

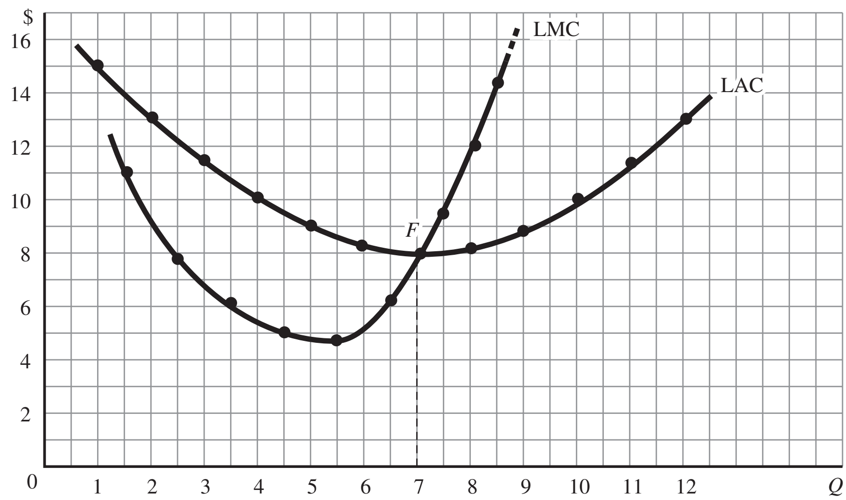

Figura 7-15

c) Cuando la curva CPL desciende, la curva CML correspondiente está por abajo de aquélla; CML = CPL cuando éste tiene valor mínimo; y cuando la curva CPL asciende, la CML está por arriba de ella. Cuando la curva CPL tiene una parte inferior plana y se parece a la del problema 7.14*a*), la curva CML está por abajo de la CPL cuando ésta desciende; *el* CML *coincidirá con el* CPL *cuando la curva* CPL *sea horizontal*, y la CML estará por arriba de CPL cuando ésta ascienda.

7.16 *a*) Con base en CPC_1, CPC_3 y CPC_4 del problema 7.12, determine CMC_1, CMC_3 y CMC_4. *b*) En el mismo sistema de ejes grafique las curvas CPL y CML del problema 7.15, y CPC_1, CPC_3 y CPC_4, CMC_1, CMC_3 y CMC_4 del inciso *a*). *c*) Describa la relación entre las curvas CP y sus respectivas CM y la relación entre la curva CML y las CMC.

a)

Tabla 7.10

Planta 1				Planta 3				Planta 4			
Q	CPC_1 (\$)	CTC_1 (\$)	CMC_1 (\$)	Q	CPC_3 (\$)	CTC_3 (\$)	CMC_3 (\$)	Q	CPC_4 (\$)	CTC_4 (\$)	CMC_4 (\$)
1	15.50	15.50	…	5	10.00	50.00	…	8	10.00	80.00	…
2	13.00	26.00	10.50	6	8.50	51.00	1.00	9	9.50	85.50	5.50
3	12.00	36.00	10.00	7	8.00	56.00	5.00	10	10.00	100.00	14.50
4	11.75	47.00	11.00	8	8.50	68.00	12.00	11	12.00	132.00	32.00
5	13.00	65.00	18.00	9	10.00	90.00	22.00	12	15.00	180.00	48.00

b) Vea la figura 7-16.

c) En el corto o en el largo plazo, la curva CM está por abajo de la CP correspondiente cuando ésta desciende; CM es igual a CP cuando éste llega al punto mínimo; y la curva CM está por arriba de la CP cuando ésta asciende. En el nivel de producción donde CPC es igual a CPL (es decir, donde la curva CPC es tangente a la CPL), CMC es igual a CML. Cuando la curva CPL está descendiendo, el punto donde CMC es igual a CML (por ejemplo, B' en la figura 7-16), está exactamente *abajo* del punto *B* correspondiente sobre la curva CPL (*B*). Cuando CPL asciende, el punto donde CMC es igual a CML (*H′*), está exactamente *arriba* del punto *H* correspondiente sobre la curva CPL (*H*). En el valor mínimo de la curva CPL, CPL = CML = CPC = CMC.

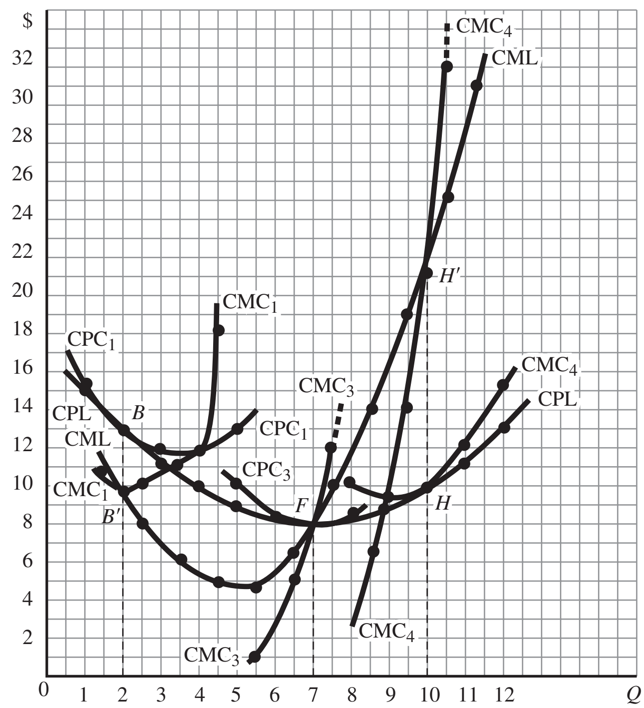

Figura 7-16

7.17 Con base en los valores CPC de la tabla 7.7, *a*) encuentre CTC_1, CTC_2, CTC_3, CTC_4 y CTC_5 [observe que tres ya se determinaron en el problema 7.16*a*)], *b*) grafique los cinco CTC en el mismo sistema de ejes y obtenga la curva CTL, y *c*) comente la forma de la curva CTL del inciso *b*).

a)

Tabla 7.11

CTC_1			CTC_2			CTC_3			CTC_4			CTC_5		
Q	CP ($)	CT ($)	*Q*	CP ($)	CT ($)	*Q*	CP ($)	CT ($)	*Q*	CP ($)	CT ($)	*Q*	CP ($)	CT ($)
1	15.50	15.50	2	15.50	31.00	5	10.00	50.00	8	10.00	80.00	9	12.00	108.00
2	13.00	26.00	3	12.00	36.00	6	8.50	51.00	9	9.50	85.50	10	11.00	110.00
3	12.00	36.00	4	10.00	40.00	7	8.00	56.00	10	10.00	100.00	11	11.50	126.00
4	11.75	47.00	5	9.50	47.50	8	8.50	68.00	11	12.00	132.00	12	13.00	156.00
5	13.00	65.00	6	11.00	66.00	9	10.00	90.00	12	15.00	180.00	13	16.00	208.00

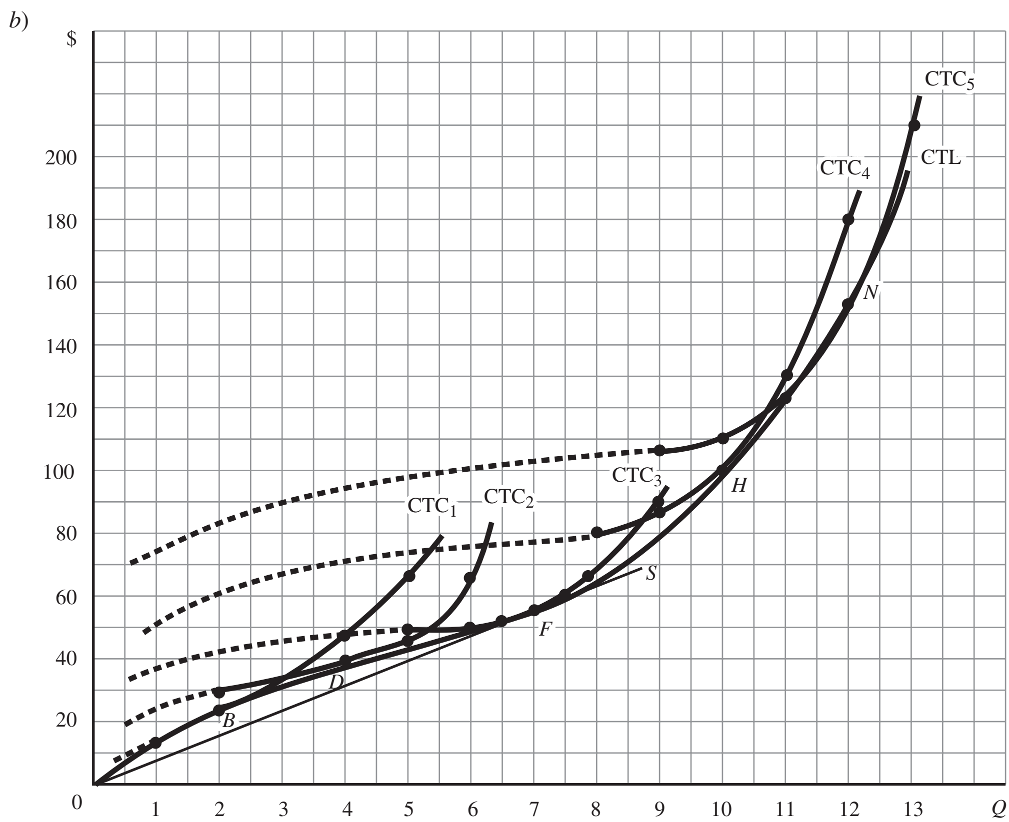

Figura 7-17

c) La curva CTL es tangente a las CTC. Observe que, al igual que las CTC, la curva CTL tiene forma de S, aunque comienza en el origen porque en el largo plazo no hay costos fijos. Las curvas CTC, que representan plantas mayores, comienzan más arriba en el eje vertical debido a costos fijos mayores. Si en lugar de trazar sólo cinco curvas CTC se hubieran trazado muchas (cada una de ellas correspondiente a una de las muchas plantas alternas que la empresa podría construir en el largo plazo), entonces cada punto de la curva CTL estaría formado por un punto de la curva CTC que representa la planta más apropiada para obtener esa producción (es decir, la planta que proporciona el costo más bajo posible para obtener el nivel de producción *específico*). Así, ninguna parte de las CTC puede estar por abajo de la curva CTL obtenida a partir de ellas. Por consiguiente, la curva CTL proporciona el CTL mínimo para obtener cualquier nivel de producción. También debe observarse que los valores de CTL para los diversos niveles de producción indicados por su propia curva en el inciso *b*) corresponden a los valores de CTL determinados en el problema 7.15*a*) (multiplicando la producción por el CPL a diversos niveles de producción).

7.18 *a*) Explique la forma de las curvas CPL y CML del problema 7.15*b*) y la relación entre ellas a partir de la forma de la curva CTL del problema 7.17*b*). *b*) ¿Cuál sería la forma de las curvas CPL y CML si la CTL fuera una recta que pasa por el origen?

a) El CPL está determinado por la pendiente de una línea que va del origen a los diversos puntos de la curva CTL. Esta pendiente declina hasta *F* (figura 7-17) y asciende a partir de ahí. Por tanto, la curva CPL en la figura 7-15 desciende hasta *F* y después asciende. Por otra parte, el CML para cualquier nivel de producción lo determina la pendiente de la curva CTL en ese nivel. La pendiente de la curva CTL en la figura 7-17 baja en forma continua hasta la producción de cinco unidades (punto de inflexión), y a partir de ahí sube. Así, la curva CML en la figura 7-15 tiene exactamente el mismo comportamiento. Por último, la pendiente de la curva CTL (es decir, el CML) es menor que la pendiente de una línea que va del origen hasta dicha curva (es decir, el CPL), hasta el punto *F* (vea la figura 7-17). Por consiguiente, el CML es menor que o está por abajo del CPL. En *F*, las dos pendientes son iguales y el CML es igual al CPL. Más allá de *F*, la pendiente de la curva CTL es mayor que la pendiente de una línea desde el origen a la curva CTL. Así, el CTL es mayor que o está por arriba del CPL.

b) Si la curva CTL hubiera sido una recta que pasa por el origen, la curva CPL sería horizontal a todo lo largo (al valor constante de la pendiente de la curva CTL) y coincidiría con la curva CML en toda su extensión. Para que el trazo de CPL se parezca al del problema 7.14*a*), una parte del CTL *debe coincidir o ser tangente a una parte* de un rayo que va del origen a la curva CTL. En este caso, la curva CML coincidiría con la parte horizontal de la CPL.

7.19 Con base en la figura 7-17, *a*) explique la relación entre la curva CPC_1 y la CPL en la figura 7-16, y *b*) explique la relación entre las curvas CMC_1 y CML.

a) Para producciones menores o mayores a dos unidades, la pendiente de un rayo desde el origen hasta la curva CTC_1 (es decir, CPC) excede a la pendiente de un rayo del origen a la CTL (es decir, CPL) al mismo nivel de producción (vea la figura 7-17). Así, la curva CPC_1 está por arriba de la CPL correspondiente para producciones menores y mayores a dos unidades (vea la figura 7-16). Para el nivel de producción de dos unidades, la pendiente de un rayo desde el origen hasta la curva CPC_1 es la misma que la de un rayo del origen a la curva CTL. Por consiguiente, para dos unidades de producción, CPC = CPL y la curva CPC_1 es tangente a la CPL correspondiente. La relación entre las curvas CPC_3, CPC_4 y la CPL de la figura 7-16 puede explicarse en forma exactamente igual, a partir de la relación entre las curvas CTC_3, CTC_4 y la CTL correspondiente de la figura 7-17.

b) Para producciones inferiores a dos unidades, la pendiente de la curva CTC_1 (es decir, CMC) es menor que la de la curva CTL (o sea, CML) al mismo nivel de producción (vea la figura 7-17). Por consiguiente, la curva CMC_1 está por abajo de la curva CML correspondiente para producciones inferiores a dos unidades (figura 7-16). En producciones superiores a dos unidades ocurre exactamente lo contrario. Para el nivel de dos unidades, la curva CTC_1 es tangente a la CTL y, por ende, sus pendientes iguales. De esta manera, CMC = CML y CML corta la curva CMC_1 en su punto más bajo en dos unidades de producción. La relación entre las curvas CMC_3, CMC_4 y la CML correspondiente puede explicarse igual a partir de la relación entre las curvas CTC_3, CTC_4 y la CTL correspondiente. Observe de nuevo que en el punto más bajo de la curva CPL, CPL = CML = CPC = CMC (vea el punto *F* en la figura 7-16). Esto siempre es verdadero.

FUNCIONES DE PRODUCCIÓN Y CURVAS DEL COSTO

7.20 *a*) Indique la relación entre las funciones de producción y las curvas del costo. *b*) Explique cómo a partir de un diagrama de isocuantas es posible obtener las curvas PT, PP y PM para un factor de producción. *c*) Explique cómo se obtiene la curva CVT a partir de una curva del PT. *d*) Indique la relación entre las curvas CVP, CM y las de PP y PM correspondientes.

a) En el problema 6.17 se observó cómo una empresa debe combinar los insumos a efecto de minimizar el costo de obtener diversos niveles de producción. La función de producción junto con los precios que debe pagar por sus factores de producción o insumos, determina las curvas del costo de la empresa.

b) Suponga que sólo se tienen dos factores de producción: trabajo y capital, y que lo utilizado del segundo (por periodo) es fijo en un nivel determinado (por tanto, se está en el corto plazo). Luego, al aumentar la cantidad de trabajo utilizado por periodo se alcanzan isocuantas o niveles de producción cada vez más altos (hasta un máximo). Si se grafica la producción resultante con las distintas cantidades de trabajo por unidad de tiempo (con el capital fijo) se obtiene la función o curva PT_L. A partir de ésta es posible obtener las curvas PP_L y PM_L (vea el problema 7.21).

c) Para cada nivel de PT_L es posible obtener el CVT correspondiente multiplicando el precio unitario del trabajo, por la cantidad necesaria de éste para obtener el nivel de producción específico. Así, a partir de la curva PT_L puede obtenerse la del CVT correspondiente y luego, con base en ésta, se obtienen las curvas del CVP y del CM (vea el problema 7.22).

d) La curva CVP que se obtiene es la recíproca monetizada de la PP correspondiente, y la CM es la recíproca monetizada de la PM correspondiente (vea el problema 7.23). Observe que a partir de un diagrama isocuanta-isocosto, también es posible obtener las curvas CTL y CPL y mostrar la relación entre CTL y CTC y entre CPL y CPC (vea el problema 7.24). Por consiguiente, en los problemas del 7.21 al 7.24 se resume la relación entre las funciones de producción y las curvas del costo.

7.21 A partir del diagrama de isocuantas en la figura 7-18 y suponiendo que el capital es fijo en tres unidades por periodo (se trata de corto plazo), *a*) obtenga PT_L y a partir de éste, PP_L y PM_L, y *b*) grafique estas curvas.

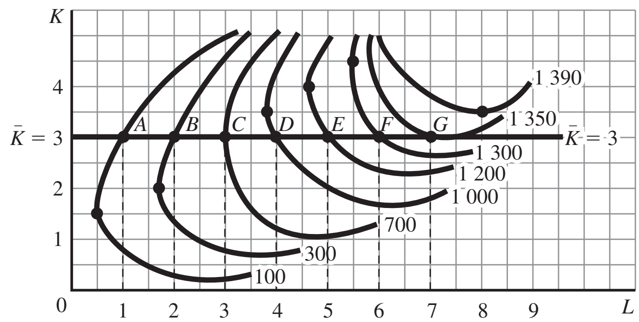

Figura 7-18

a)

Tabla 7.12

1) L	1	2	3	4	5	6	7
2) PT_L	100	300	700	1 000	1 200	1 300	1 350
3) PP_L	100	150	233	250	240	217	194
4) PM_L	…	200	400	300	200	100	50

b)

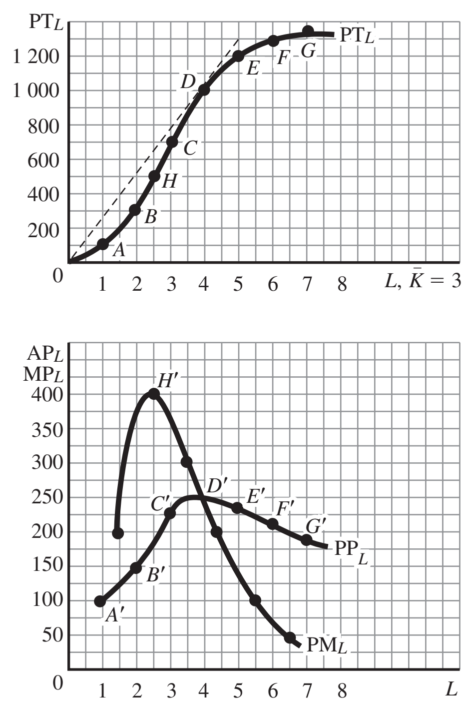

Figura 7-19

7.22 Con base en PT_L de la tabla 7.12 y suponiendo que el precio del trabajo es de \$300 por unidad, *a*) obtenga CVT y a partir de éste, CVP y CM, y *b*) grafique estas curvas.

a)

Tabla 7.13

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
L	*Q*	CVT (\$)	CVP (\$)	CM (\$)
1	100	300	3.00	…
2	300	600	2.00	1.50
3	700	900	1.29	0.75
4	1 000	1 200	1.20	1.00
5	1 200	1 500	1.25	1.50
6	1 300	1 800	1.38	3.00
7	1 350	2 100	1.56	6.00

b)

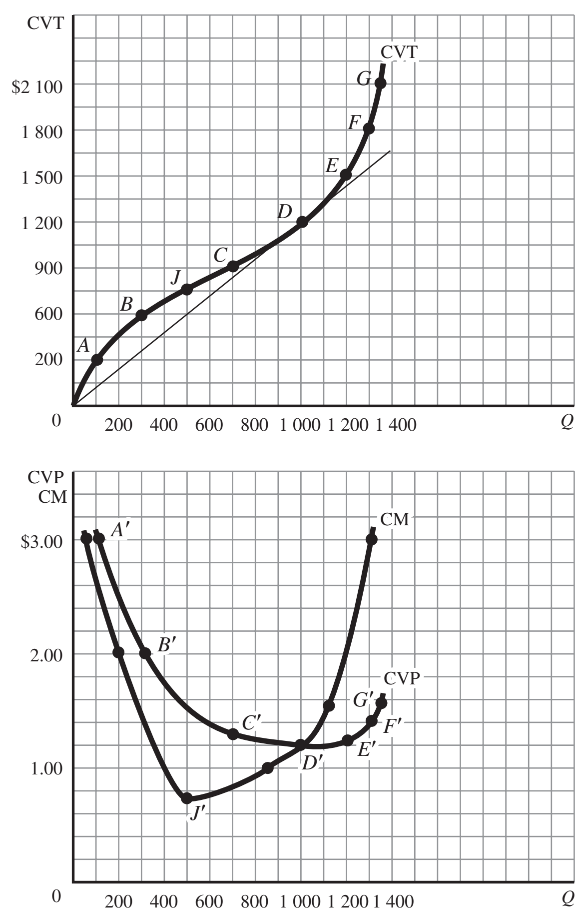

Figura 7-20

7.23 *a*) En el mismo sistema de ejes trace de nuevo las curvas CVP y CM de la figura 7-20; en un segundo sistema de ejes, directamente abajo del primero, grafique PP_L y PM_L del problema 7.21, *pero con el* PT_L (*es decir, con Q*), *en lugar de L*, *sobre el eje horizontal*. *b*) En un sistema de ejes dibuje de nuevo las curvas PP_L y PM_L *exactamente como aparecen en la figura 7-19* (es decir, con *L* sobre el eje horizontal); en un segundo sistema de ejes, directamente abajo del primero, grafique CVP y CM de la tabla 7.13, pero *con L en lugar de Q, sobre el eje horizontal*. *c*) ¿Cuál es la relación entre las curvas PP_L y CVP? ¿Cuál es la relación entre las curvas PM_L y CM?

a)

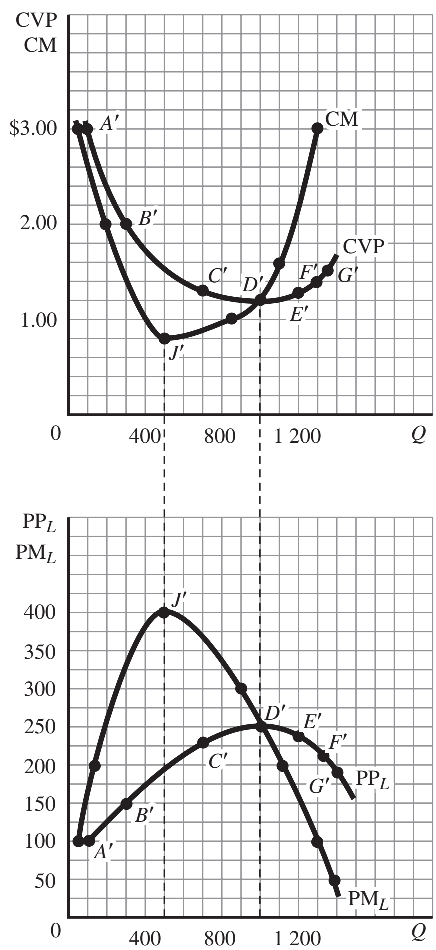

Figura 7-21

b)

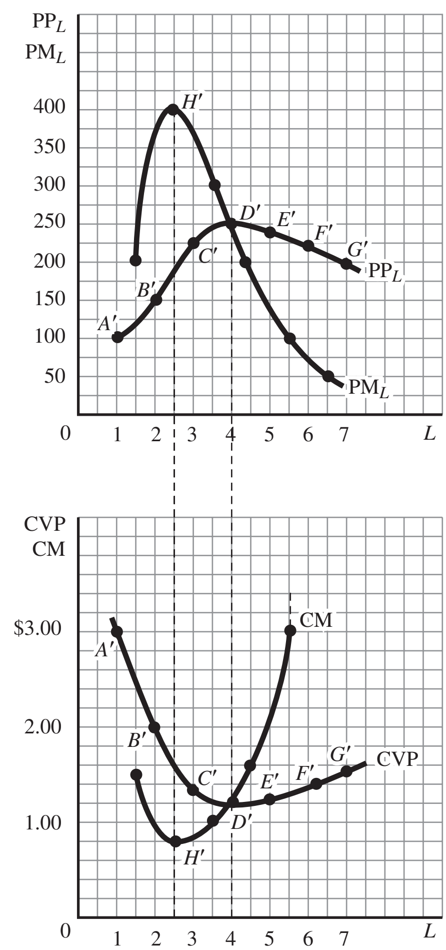

Figura 7-22

c) Si se mide *Q* [inciso *a*)] o *L* [inciso *b*)] sobre el eje horizontal, la curva CVP es el reflejo monetizado o la recíproca de la PP_L, y la CM es el reflejo monetizado o el recíproco de la PM_L. Es decir, cuando las curvas PP_L ascienden, la CVP desciende; cuando PP_L se encuentra en su punto máximo, CVP está en su mínimo; cuando la curva PP_L desciende, la CVP asciende. Entre las curvas PM_L y CM existe la misma relación. Observe que en las figuras 7-21 y 7-22, la etapa de producción II para el trabajo comienza en *D*′ (es decir, donde la curva PP_L comienza a descender o donde la CVP inicia su ascenso).

7.24 En la figura 7-23, la línea *OA* es la ruta de expansión. Si $P_L = P_K = \$100$, *a*) determine CTL y trácelo, y *b*) con referencia al diagrama de isocuanta-isocosto de la figura 7-23, y suponiendo que el capital utilizado por periodo se mantiene en cinco unidades, explique por qué el CTC nunca puede ser menor que el CTL.

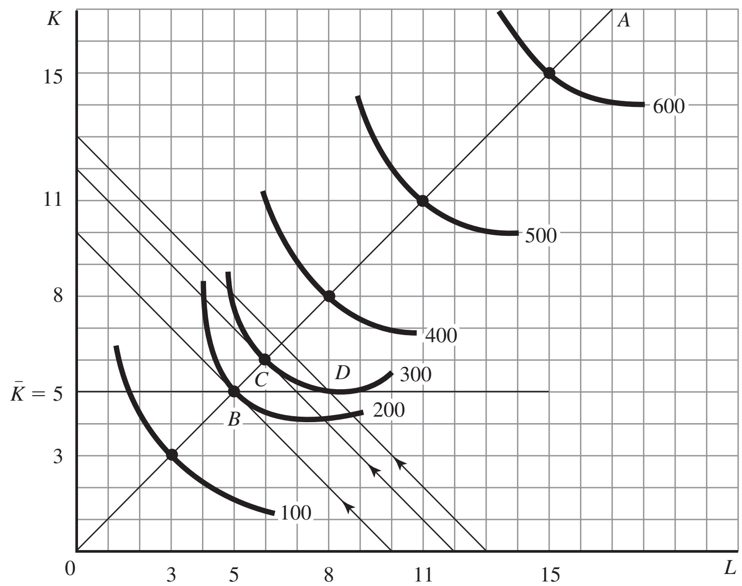

Figura 7-23

a) **Tabla 7.14**

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
L	P_L ($)	CT_L ($)	K	P_K ($)	CT_K ($)	CTL (3 + 6) ($)	Q
3	100	300	3	100	300	600	100
5	100	500	5	100	500	1 000	200
6	100	600	6	100	600	1 200	300
8	100	800	8	100	800	1 600	400
11	100	1 100	11	100	1 000	2 200	500
15	100	1 500	15	100	1 500	3 000	600

b) Cuando la empresa emplea cinco unidades de trabajo y de capital por periodo, se obtienen 200 unidades de producción a un costo de $1 000. Esto lo determina el punto *B* en el diagrama isocuanta-isocosto (figura 7-23). En *B*, $PM_L/P_L = PM_K/P_K$. Ahora suponga que la empresa desea aumentar la producción a 300 unidades por periodo. Si el capital se mantiene en cinco unidades (entonces se trata del corto plazo) podrían obtenerse 300 unidades de producción con ocho unidades de trabajo (es decir, desplazándose al punto *D*). Aquí, la empresa incurre en un CT de $1 300 y $PM_L/P_L < PM_K/P_K$. En el largo plazo (es decir, cuando todos los factores son variables), la empresa obtendría 300 unidades de producción empleando seis unidades de trabajo y de capital (punto *C*) e incurriría en un CT de sólo $1 200. En *C*, de nuevo se cumple $PM_L/P_L = PM_K/P_K$.

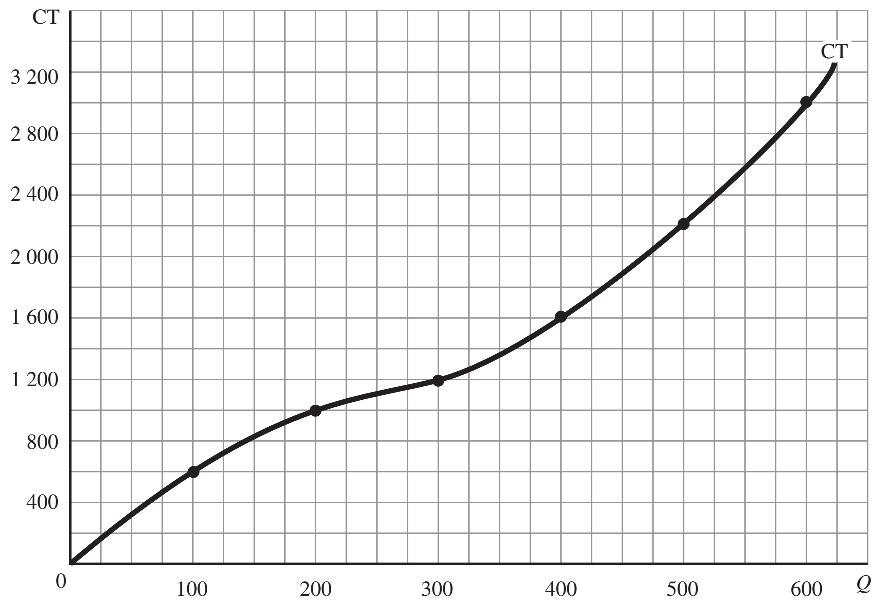

Figura 7-24

Los puntos a lo largo de la ruta de expansión corresponden a los de ajuste óptimo. Por tanto, CTC es igual a CTL y la curva CTC es tangente a la CTL. Los puntos fuera de la ruta de expansión corresponden a puntos de ajuste subóptimo. Así, el CTC es mayor que el CTL y la curva CTC está por arriba de la CTL. Por tanto, CTC nunca es menor que CTL y la curva CTC nunca está por debajo de la CTL. (Observe que a partir de la ruta de expansión también es posible obtener directamente CPL y mostrar su relación con CPC. Intente hacerlo.)

LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB-DOUGLAS

7.25 Si se supone que K es constante en $\bar{K} = 1$ para la función de producción Cobb-Douglas del ejemplo 1, *a*) obtenga PT_L, PP_L, PM_L, y *b*) grafíquelos.

a) $PT_L = 10L^{1/2}1^{1/2} = 10L^{1/2} = 10\sqrt{L}$

Tabla 7.15

L	PT_L	PP_L	PM_L
0	0	…	…
1	10.00	10.00	10.00
2	14.14	7.07	4.14
3	17.32	5.77	3.18
4	20.00	5.00	2.68

b) En el cuadro A de la figura 7-25 se muestra el PT_L y en el cuadro B de la figura 7-25, el PP_L y el PM_L de la tabla 7.15. Observe que estas curvas sólo muestran la etapa II de la producción para L y que PM_L se graficó en los puntos medios de L.

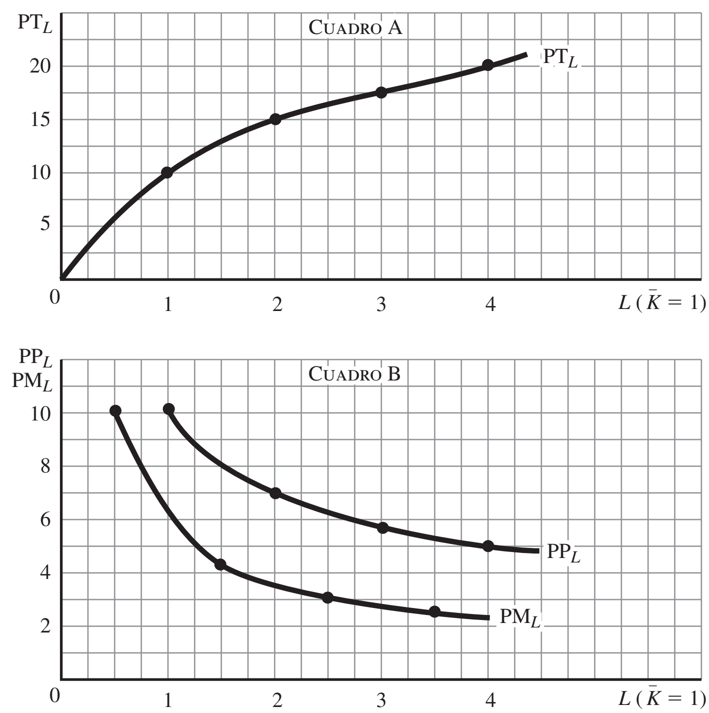

Figura 7-25

7.26 Para la función de producción Cobb-Douglas del ejemplo 1, *a*) obtenga la ruta de expansión, y *b*) trácela suponiendo que $P_L = P_K = \$1$ y, sobre la misma figura, dibuje las isocuantas para $Q = 10$, $Q = 20$ y $Q = 40$.

a) La ruta de expansión es el lugar geométrico de los puntos de equilibrio del productor, resultantes de aumentar los gastos mientras los precios de los factores son constantes. Se obtiene en la tabla 7.16 a partir de $Q = 10L^{1/2}K^{1/2} = 10\sqrt{L}\sqrt{K}$ al hacer variar en forma proporcional tanto a L como a K.

Tabla 7.16

L	K	$10\sqrt{L}\sqrt{K}$	Q
0	0	$10\sqrt{0}\sqrt{0}$	0
1	1	$10\sqrt{1}\sqrt{1}$	10
2	2	$10\sqrt{2}\sqrt{2}$	20
3	3	$10\sqrt{3}\sqrt{3}$	30
4	4	$10\sqrt{4}\sqrt{4}$	40

b) En la figura 7-26 se muestran la ruta de expansión y las isocuantas hipotéticas para $Q = 10$, $Q = 20$ y $Q = 40$. Observe que la ruta de expansión es una recta que pasa por el origen y que las isocuantas son equidistantes y con pendientes iguales a lo largo de cualquier rayo o isoclina que parta del origen.

7.27 Para una función de producción Cobb-Douglas de la forma $Q = AL^{\alpha}K^{1-\alpha}$ demuestre que *a*) muestra rendimientos constantes a escala y *b*) que PP_L es una función sólo de K/L.

a) Debido a que $\alpha + 1 - \alpha = 1$, esta función de producción Cobb-Douglas muestra rendimientos constantes a escala y se dice que es homogénea de grado uno o linealmente homogénea. “Rendimientos constantes a escala”, “homogénea de grado uno” o “linealmente homogénea” significan lo mismo y se utilizan como sinónimos.

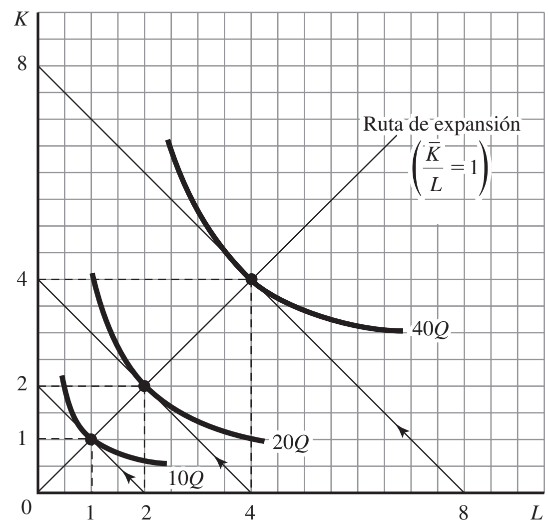

Figura 7-26

b)
$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{AL^{\alpha}K^{1-\alpha}}{L} = AL^{\alpha-1}K^{1-\alpha} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\alpha}$$

Ya que para cualquier función de producción Cobb-Douglas A y α asumen valores fijos, $PP_L = f(K/L)$ únicamente. Es decir, PP_L permanece igual independientemente de las cantidades de L y K utilizadas en la producción, en la medida en que K/L permanezca constante (o a lo largo de cualquier ruta de expansión o isoclina). Lo mismo se cumple para $PM_L = \alpha A(K/L)^{1-\alpha} = f(K/L)$.

7.28 *a*) Si los estimados reales α y β son como los mostrados en la tabla 7.17, ¿qué tipo de rendimientos a escala presenta cada industria? *b*) ¿Cuánto aumenta la producción en la industria alimentaria estadounidense, si L aumenta 1%? ¿Si K sube 1%? *c*) Se ha descubierto que en Estados Unidos y en otros países desarrollados, aproximadamente una tercera parte del aumento en el nivel de vida durante algunos años se debió al incremento de unidades físicas de L y K utilizadas. ¿A qué se debió el resto?

Tabla 7.17

Industria	País	α	β
1. Telefónica	Canadá	.70	.41
2. Gasolina	Francia	.83	.10
3. Productos químicos	India	.80	.37
4. Eléctrica	India	.20	.67
5. Maquinaria y herramientas	Estados Unidos	.71	.26
6. Alimentaria	Estados Unidos	.72	.35
7. Comunicaciones	Unión Soviética	.80	.38

a) La respuesta para cada una de las siete industrias se proporciona en la tabla 7.18, donde c = rendimientos crecientes a escala y d = rendimientos decrecientes a escala.

Tabla 7.18

Industria	1	2	3	4	5	6	7
$\alpha + \beta$	1.11	0.93	1.17	0.87	0.96	1.07	1.18
Rendimientos a escala	c	d	c	d	d	c	c

b) Debido a que $\alpha = 0.72$ en la industria alimentaria estadounidense, un incremento de 1% en L sólo aumentaría Q en 0.72%. Debido a que $\beta = 0.35$, un incremento de 1% en K sólo aumentaría Q en 0.35%.

c) Casi dos terceras partes del aumento en el nivel de vida en Estados Unidos y otros países desarrollados se debió a aumentos en la productividad, resultantes de los adelantos tecnológicos, y a los aumentos en el nivel de adiestramiento y habilidades de los trabajadores.

INEFICIENCIA X

7.29 *a*) ¿Cuál es la relación entre PT_L, PP_L y PM_L de la tabla 7.15 y la eficiencia X? *b*) Si más supervisión del trabajador y una mejor toma de decisiones aumentan la eficiencia X, ¿cuánta supervisión debe emplear una empresa y cuánto debe gastar en mejorar su proceso de toma de decisiones?

a) PT_L, PP_L y PM_L se basan en el supuesto de una eficiencia X completa. Es decir, representan la cantidad máxima de producción por unidad de tiempo que es posible obtener, de una combinación particular de insumos con la mejor tecnología disponible. Suponen que la mano de obra y la administración realizan su mejor esfuerzo. En la realidad es raro que ocurra esto, de modo que para cada combinación de insumos, PT_L, PP_L y PM_L suelen ser menores de lo que se indica en la tabla 7.15 debido a la cantidad presente de la eficiencia X.

b) Es cierto que a menudo una mayor supervisión del trabajador y una mejor toma de decisiones pueden aumentar la eficiencia X. Sin embargo, también tienen un costo. En consecuencia, la empresa debe poner en práctica mayor supervisión del trabajador y gastar para mejorar la toma de decisiones, si el rendimiento adicional proveniente de esos esfuerzos excede sus costos adicionales, hasta que RM = CM. La reducción de la ineficiencia X mediante el aumento de la motivación puede representar una enorme fuente de beneficios que en la actualidad está desaprovechada.

PROGRESO TÉCNICO

7.30 Repita la figura 7-6 e indique en ella el efecto de cada tipo de progreso técnico sobre K/L a precios de factores relativamente constantes (w/r).

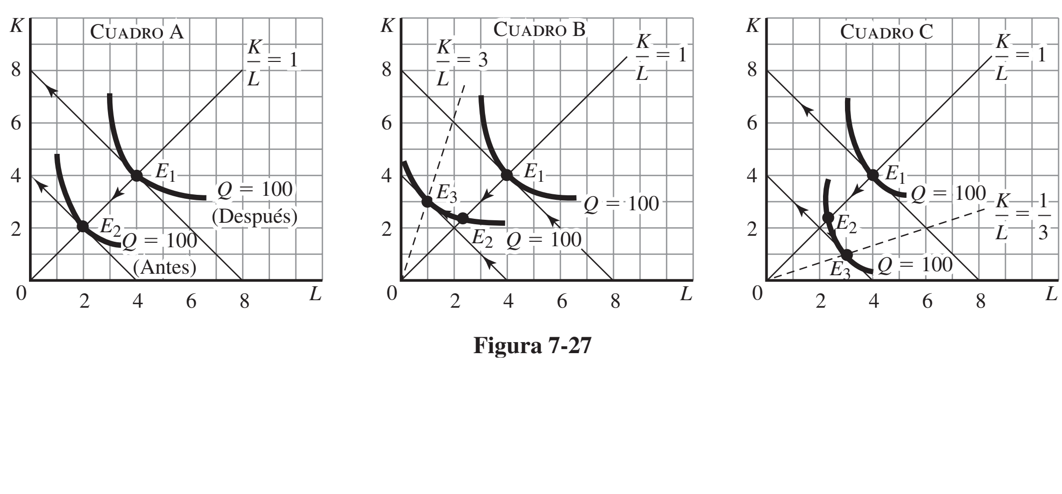

Figura 7-27

Debido a que con el progreso técnico neutral PM_L y PM_K aumentan en la misma proporción, no hay sustitución de L por K (o de K por L) en la producción cuando no cambia w/r; así, K/L no cambia de $K/L = 1$ (vea el punto E_2 en el cuadro A de la figura 7-27). Puesto que con el progreso técnico que utiliza K, PM_K aumenta en forma proporcionalmente mayor que PM_L, K se sustituye por L en la producción con w/r constante, de modo que K/L asciende hasta $K/L = 3$ (vea el punto E_3 en el cuadro B). Con el progreso técnico que utiliza L, K/L desciende hasta $K/L = 1/3$ con w/r constante (vea el punto E_3 en el cuadro C).

7.31 *a*) ¿Cuáles son la participación relativa del PNN que corresponden a L y K y la proporción de la participación relativa que corresponden a L respecto de K? *b*) ¿Cómo afectan los diferentes tipos de progreso técnico las participaciones relativas si w/r es constante?

a) Si w = tasa de salario promedio, r = rendimiento promedio sobre el capital o tasa de interés, L = cantidad total de L utilizada en la economía, K = cantidad total de capital, P = índice general de precios y Q = índice general de cantidad (de modo que PQ = PNN). Entonces, la participación relativa de PNN que corresponde a L es wL/PQ, la que corresponde a K es rK/PQ, y la proporción de la participación relativa que corresponde a L respecto de $K = (wL/PQ) \div (rK/P2) = wL/rK$.

b) Debido a que el progreso técnico neutral deja sin cambio a K/L, la proporción de la participación relativa correspondiente a L respecto de K no cambia si w/r permanece igual. Puesto que el progreso técnico con utilización de K aumenta K/L (lo cual significa que L/K desciende), wL/rK desciende. Finalmente, ya que el progreso técnico con utilización de L reduce K/L, wL/rK aumenta.

COSTOS DE PRODUCCIÓN CON CÁLCULO

***7.32** Una empresa se enfrenta a la función de costo general $C = wL + rK$ y la función de producción $Q = f(L, K)$. Utilice cálculo a fin de obtener la condición para minimizar el costo de obtener un determinado nivel de producción (Q^*).

Al formar la función Z' que incorpora la función del costo a minimizar para obtener la producción Q^* se obtiene

$$Z' = wL + rK + \lambda'[Q^* - f(L, K)]$$

donde λ' es el multiplicador de Lagrange. Si se toma la primera derivada parcial de Z' con respecto a L y K, e igualándolas a cero, da

$$\frac{\partial Z'}{\partial L} = w - \lambda' \frac{\partial f}{\partial L} = 0 \qquad \textbf{y} \qquad \frac{\partial Z'}{\partial K} = r - \lambda' \frac{\partial Z'}{\partial K} = 0$$

Al dividir la primera ecuación entre la segunda resulta

$$\frac{w}{r} = \frac{\partial f/\partial L}{\partial f/\partial K} = \frac{PM_L}{PM_K} = TMST_{LK} \qquad \text{o} \qquad \frac{PM_L}{w} = \frac{PM_K}{r}$$

***7.33** Sean $Q = 100K^{0.5}L^{0.5}$, $w = \$30$ y $r = \$40$. *a*) Determine la cantidad de trabajo y de capital que debe utilizar la empresa a efecto de minimizar el costo de obtener 1 444 unidades de producción. *b*) ¿Cuál es este costo mínimo?

a)

$$Z' = \$30L + \$40K + \lambda'[Q^* - 100L^{0.5}K^{0.5}]$$

$$\frac{\partial Z'}{\partial L} = \$30 - \lambda' 50L^{-0.5}K^{0.5} = 0$$

$$\frac{\partial Z'}{\partial K} = \$40 - \lambda' 50L^{0.5}K^{-0.5} = 0$$

Al dividir la ecuación de la primera derivada parcial entre la segunda se tiene

$$\frac{3}{4} = \frac{K}{L} \qquad \text{así que} \qquad K = \left(\frac{3}{4}\right)(L)$$

Si luego este valor de K se sustituye en la función de producción determinada para 1 444 unidades de producción, se obtiene

$$1\,444 = 100L^{0.5}(0.75\text{L})^{0.5} \qquad \text{así que} \qquad 1\,444 = 100L = \sqrt{0.75}$$

$$\text{y} \quad L = \frac{1\,444}{86.6} = 16.67$$

Al sustituir el valor de $L = 16.67$ en $K = (3/4)L$, resulta entonces

$$K = \left(\frac{3}{4}\right)16.67 = 12.51$$

b) El costo mínimo de lograr 1 444 unidades de producción es

$$C = \$30(16.67) + \$40(12.51) = \$1\,000.50$$

***7.34** Sean $Q = 100KL$, $w = \$30$ y $r = \$40$. *a*) Encuentre la cantidad de trabajo y de capital que debe utilizar la empresa a fin de maximizar la producción. *b*) ¿Cuál es este nivel de producción?

a)

$$Z = 100L^{0.5}K^{0.5} + \lambda(\$1\,000 - \$30L - \$40K)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = 50L^{-0.5}K^{0.5} - \lambda\$30 = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = 50L^{0.5}K^{-0.5} - \lambda\$40 = 0$$

Al dividir la segunda de las derivadas parciales entre la primera da

$$\frac{K}{L} = \frac{3}{4} \qquad \text{así que} \qquad K = \frac{3}{4}L$$

Si luego este valor de K se sustituye en la restricción de costos o gastos de la empresa, se obtiene

$$\$1\,000 = \$30L + \$40 \times \frac{3}{4}L$$

$$\$1\,000 = \$60L$$

de modo que $L = 16.67$ unidades.

Al sustituir este valor de L en $K = \frac{3}{4}L$, resulta

$$K = \frac{3}{4} \times 16.67 = 12.50$$

b) Con $L = 16.67$ y $K = 12.50$, la producción de la empresa es

$$Q = 100\sqrt{16.67}\sqrt{12.50} = 1\,444$$

Es decir, la producción máxima que la empresa puede alcanzar es de 1 444 unidades del artículo.

Examen parcial

1. Como resultado de la crisis de energéticos de 1979-1980, los encargados de la política gubernamental en Estados Unidos calcularon que los consumidores tendrían que reducir casi 30% el consumo de gasolina. *a*) ¿Qué acciones se podrían adoptar para lograrlo? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada decisión? *b*) Si para 1982 la cantidad de gasolina consumida por cada vehículo disminuyó 8% debido al aumento de 40% en los precios, ¿aproximadamente cuál es la medida del coeficiente de elasticidad precio de la demanda de la gasolina? Para alcanzar la reducción necesaria de 30% en el consumo, ¿qué aumento en el precio de la gasolina requeriría su estimación de la elasticidad precio de la demanda? *c*) ¿Cómo intentaron solucionar este problema las autoridades estadounidenses?

2. Aplique el análisis de la curva de indiferencia para obtener una curva de la demanda elástica del satisfactor X, para una reducción en P_x manteniendo constantes el precio de Y, así como los gustos y el ingreso monetario de los consumidores.

3. *a*) Dado el siguiente PT_L, encuentre PP_L y PM_L.

L	1	2	3	4	5	6	7
PT	2	6	12	16	18	18	16

b) Sobre el mismo sistema de ejes grafique PT_L, PP_L y PM_L, e indique en la figura las etapas de la producción para *L* y *K*; ¿dónde comienza a operar la ley de los rendimientos decrecientes para *L*? ¿Dónde produciría un productor racional? ¿Por qué?; *c*) Si tanto *L* como *K* son variables y PT = \$12, P_L = \$1 y P_K = \$2, grafique el isocosto. ¿Cuál es su pendiente? En la misma gráfica dibuje una isocuanta que muestre el punto de equilibrio donde el productor utiliza 6*L* y 3*K*. Exprese la condición para el equilibrio del productor en términos de $TMST_{LK}$, PM_L, PM_K, P_L y P_K.

4. *a*) Dada la siguiente tabla de CVT y CFT = \$12, determine CT, CFP, CVP, CP y CM para los diversos niveles de producción.

Q	1	2	3	4	5	6
CVT	\$6	8	9	10.5	14	21

b) En la misma gráfica dibuje CVP, CP y CM del inciso *a*). ¿Cuál es la relación entre CVP, CP y CM? *c*) Dibuje una figura que muestra con claridad la relación entre CPC, CMC, CPL y CML típicos.

[*]**5.** Dibuje de nuevo la figura del problema 2 y muestre en ella los efectos Hicks y Slutsky de la sustitución y del ingreso, y obtenga las curvas de la demanda de Hicks y de Slutsky. ¿Cuál es una mejor medida de los efectos de la sustitución y del ingreso? ¿Por qué?

[*]**6.** Para una función de producción Cobb-Douglas, *a*) escriba su fórmula en términos de *L*, *K*, α y β y señale el significado económico de cada componente de la fórmula. *b*) Dibuje las curvas típicas PT_L, PP_L y PM_L. ¿A qué etapa de la producción se refieren? *c*) Si $\alpha = 1.5$ y $\beta = 0.5$ grafique la ruta de expansión con las isocuantas $Q = 100$ y $Q = 400$. ¿Cuál es el valor de $(e \text{ sust.})_{LK}$?

[*] Opcional.

Respuestas

1. *a*) Una forma de reducir el consumo de gasolina es por medio del racionamiento. Esta política conseguiría 30% que se requiere, aunque también propiciaría el mercado negro y una enorme burocracia para obligar a cumplir el racionamiento. Debido a lo anterior, no se implantó esta medida sino que se dejó en reserva como una política de último recurso. Otra forma de reducir el consumo de gasolina es aumentando su precio. La ventaja de esto es que opera a través del mecanismo de los precios en lugar de reemplazarlo (como es el caso del racionamiento). La desventaja es que debido a que el coeficiente de la elasticidad precio de la demanda es muy bajo, se necesitaría un aumento enorme a fin de alcanzar la baja de 30%.

b) Cuando la gasolina demandada por vehículo disminuyó 8% frente al aumento de 40% en los precios, el coeficiente de la elasticidad precio de la demanda de la gasolina fue aproximadamente

$$e = -\frac{\%\Delta Q}{\%\Delta P} = -\frac{(-8\%)}{(+40\%)} = 0.2$$

Ésta es una medida sólo aproximada debido a que se supone que todo lo demás fue constante, lo que desde luego no sucedió. Para alcanzar la reducción de 30% en el consumo, el aumento de precios debió ser de aproximadamente

$$\%\Delta P = \frac{\%\Delta Q}{e} = \frac{30\%}{0.2} = 150\%$$

c) Las autoridades estadounidenses, al mismo tiempo que pugnaban por la conservación, creían que la desregulación y el fuerte aumento resultante en los precios de la gasolina estimularían nuevas exploraciones que conducirían a un gran aumento en la extracción de petróleo. Por tanto, las autoridades hicieron énfasis en la oferta para intentar resolver este problema, mientras que los esfuerzos anteriores se apoyaron, en su mayor parte, en la demanda.

2. En la parte superior de la figura E-1, el punto *A* sobre la línea del presupuesto y la curva de indiferencia I son el punto original del equilibrio del consumidor. Cuando P_x desciende, el equilibrio está en *B*, donde la curva de indiferencia II es tangente a la línea del presupuesto 2. El desplazamiento de *A* hasta *B* (Q_1 Q_4) es la totalidad de los efectos sustitución e ingreso de la disminución de P_x y da d_x (la curva usual de la demanda) en la parte inferior. Debido a que la pendiente de la curva precio consumo es negativa entre *A* y *B*, d_x es elástica respecto al precio.

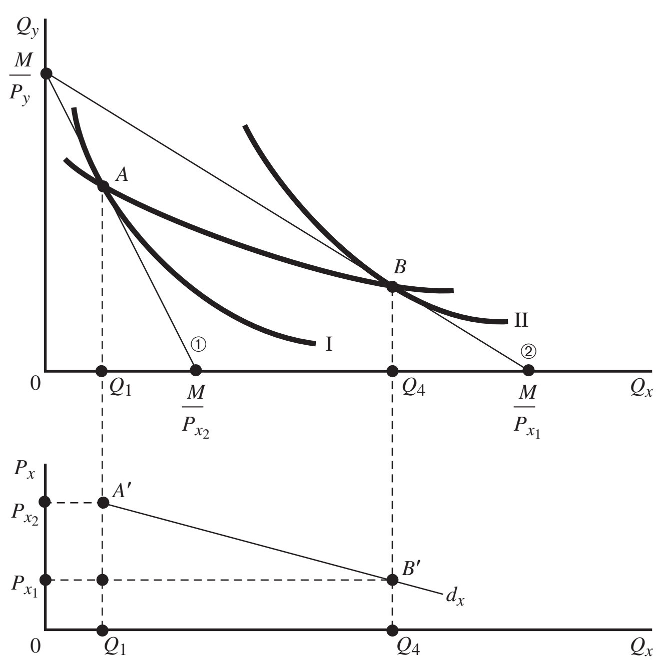

Figura E-1

3. *a*)

L	PT_L	PP_L	PM_L
0	0	0	…
1	2	2	2
2	6	3	4
3	12	4	6
4	16	4	4
5	18	3.6	2
6	18	3	0
7	16	2.29	–2

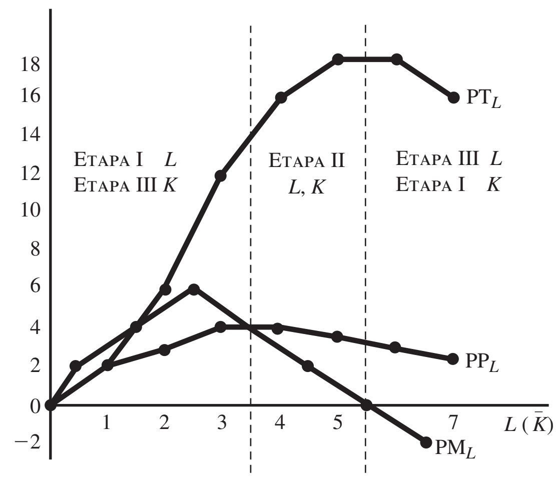

Figura E-2

b) La ley de los rendimientos decrecientes para L comienza a operar donde PM_L empieza a descender. Un productor racional producirá en la etapa II para L y K, donde el PP y el PM de L y K son positivos pero están disminuyendo. No se producirá en la etapa I para L porque PM_K es negativo. En forma semejante, no habrá producción en la etapa III para L porque PM_L es negativo. Vea la figura E-2.

c) La pendiente de la isocuanta es

$$(-)\frac{GT/P_K}{GT/P_L} = (-)\frac{\cancel{GT}}{P_K}\cdot\frac{P_L}{\cancel{GT}} = (-)\frac{P_L}{P_K} = (-)\frac{1}{2}$$

La condición para el equilibrio del productor es

$$(+)TMST_{KL} = (-)\frac{PM_L}{PM_K} = (-)\frac{P_L}{P_K}$$

Es decir, en el equilibrio, la pendiente de la isocuanta es igual a la pendiente del isocosto.

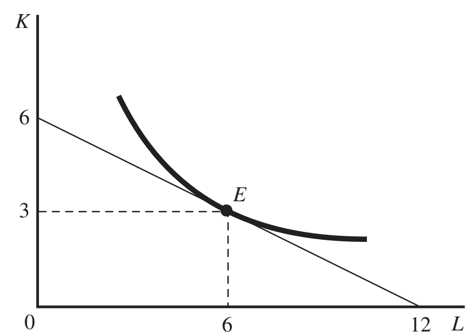

Figura E-3

4. *a*)

Q	CFT ($)	CVT ($)	CT ($)	CFP ($)	CVP ($)	CP ($)	CM ($)
0	12	0	12	…	…	…	…
1	12	6	18	12	6	18	6
2	12	8	20	6	4	10	2
3	12	9	21	4	3	7	1
4	12	10	22	3	2.50	5.50	1
5	12	14	26	2.40	2.80	5.20	4
6	12	21	23	2	3.50	5.50	7

b) CP = CVP + CFP. Debido a que CFP declina en forma continua según se amplía la producción, la curva CP llega a su punto más bajo a un nivel de producción más alto que la CVP. La curva CM corta las CVP y CP en el punto más bajo de éstas. Lo anterior se debe a que para que CVP y CP desciendan, el CM debe ser más bajo y para que CVP y CP asciendan, el CM debe ser más alto. Por tanto, CM = CVP y CM = CP en los CVP y CP más bajos. Vea la figura E-4.

c) Vea la figura E-5.

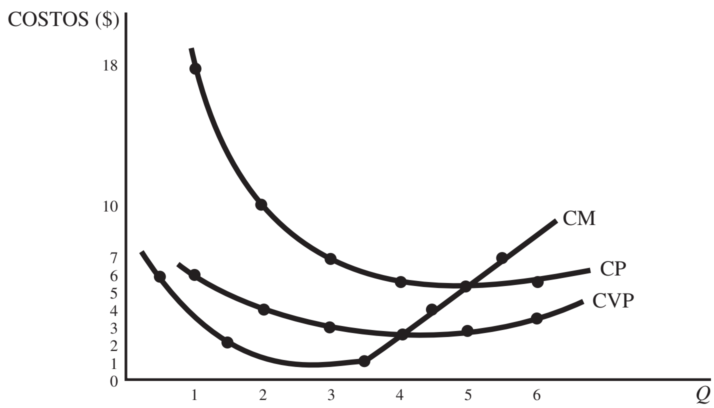

Figura E-4

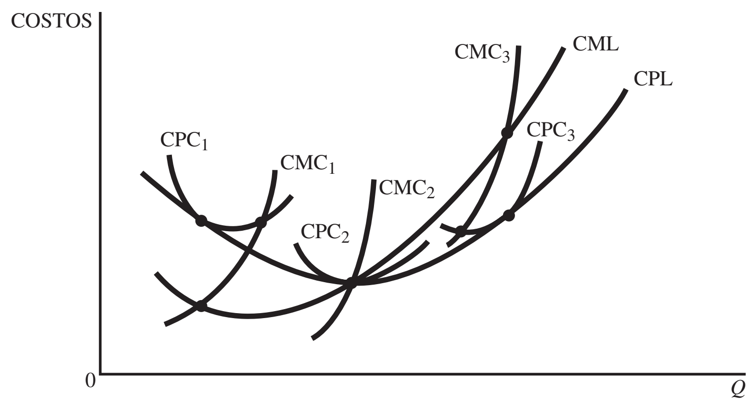

Figura E-5

***5.** De acuerdo con Hicks, en la parte superior de la figura E-6, el ingreso real se mantiene constante desplazando la línea del presupuesto 2 en forma descendente y paralela a sí misma (línea del presupuesto 3) hasta que es tangente a la curva de indiferencia original I en el punto *C*. El movimiento de *A* a *C* ($Q_1\ Q_2$) es el efecto Hicks de la sustitución que se muestra en la curva de la demanda de Hicks en la parte inferior. Así, $Q_2\ Q_4$ es el efecto Hicks del ingreso. En la parte superior, según Slutsky el ingreso real se mantiene constante rotando la línea del presupuesto 1 sobre el punto *A* hasta que es paralela a la del presupuesto 2. Así se obtiene la línea del presupuesto 4, que es tangente a la curva de indiferencia II en el punto *D*. El movimiento de *A* a *D* ($Q_1\ Q_3$) es el efecto Slutsky de la sustitución que se muestra sobre la curva de la demanda de Slutsky en la parte inferior. Por tanto, $Q_3\ Q_4$ es el efecto Slutsky del ingreso. El método de Slutsky constituye una mejor medida del efecto de la sustitución debido a que, así como con el efecto del ingreso, coloca al consumidor sobre una curva de indiferencia más alta, y porque se puede obtener a partir de los precios y de las cantidades observados sin necesidad de conocer la forma exacta de la curva de indiferencia.

***6.** *a*) $Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$, donde Q = producción y L y K = insumos. A, α y β son parámetros positivos determinados en cada caso por los datos. Cuanto mayor sea el valor de A, más avanzada será la tecnología. La elasticidad producción de L y K la miden α y β, respectivamente. Hay rendimientos a escala constantes, crecientes o decrecientes en la medida que $\alpha + \beta = 1$, $\alpha + \beta > 1$ o $\alpha + \beta < 1$, respectivamente.

b) Vea la figura E-7. PT_L, PP_M y PM_L se refieren sólo a la etapa II de la producción (es decir, la función de producción Cobb-Douglas no está definida para las etapas I o III de L y K).

c) En la figura E-8, al duplicar los insumos de L y K se cuadruplica la producción; $e\ \text{sust}_{LK} = 1$ para una función Cobb-Douglas.

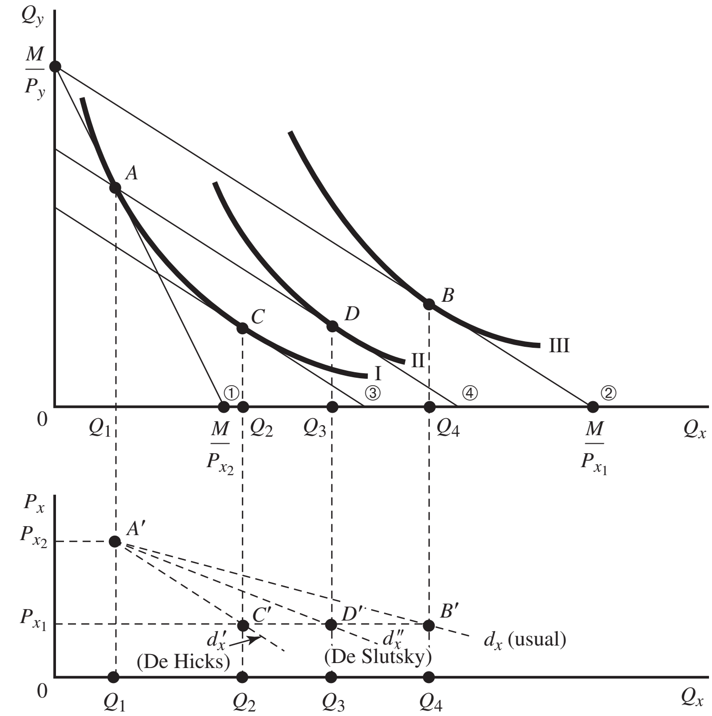

Figura E-6

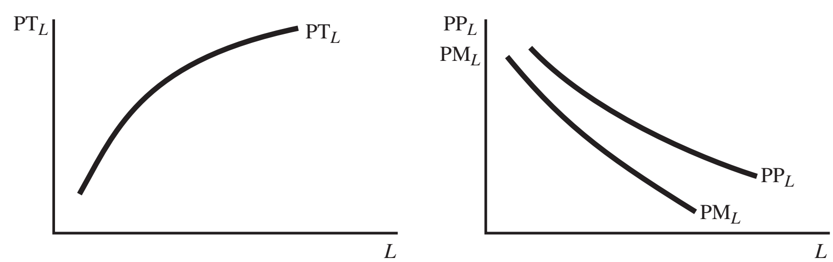

Figura E-7

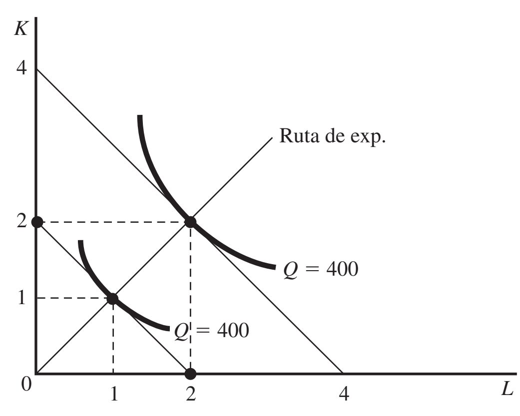

Figura E-8