

Д36. Кросс-табулирование. Критерий Пирсона

Задачи по учебнику: Сборник задач по математике для вузов В 4 ч Ч 4 ред Ефимов:

19.297-19.303

19.297. Утверждается, что результат действия лекарства зависит от способа его применения. Проверить это утверждение при $\alpha = 0,05$ по следующим данным:

Результат	Способ применения		
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Неблагоприятный	11	17	16
Благоприятный	20	23	19

N 19, 294 Дано: $h = 0,95$

H_0 не зависит

H_1 зависит

	Сноса			
результат	A	B	C	Всего
Благоприятен	11	14	16	41
Благоприятен	20	23	19	62
Всего	31	40	35	106

решение: $\chi^2_p = 106 \left(\frac{11^2}{31 \cdot 41} + \frac{14^2}{40 \cdot 41} + \frac{16^2}{41 \cdot 35} + \right.$
 $\left. + \frac{20^2}{31 \cdot 62} + \frac{23^2}{40 \cdot 62} + \frac{19^2}{35 \cdot 62} - 1 \right) = 0,43 < \chi^2_{кр} =$
 $= 4,60$

Ответ: результат не зависит (H_0 принята)

19.298. Отношение зрителей к включению одной из телепередач в программу выразилось следующими данными:

	Положительное	Безразличное	Отрицательное
Мужчины	14	24	2
Женщины	29	36	15

Можно ли считать, что отношение к включению данной передачи в программу не зависит от пола зрителя? Принять $\alpha = 0,10$.

N 19.298 Дано: $L=0,1$

Н₀: Оценка зависит от пола

Н₁: НЕ зависит

	Рассчитываем	Безгр	Огр	
Мужчины	14	24	2	40

Женщины	29	76	15	70
	43	60	17	70

$$\text{решение: } \chi^2 = 120 \left(\frac{14^2}{40 \cdot 43} + \frac{24^2}{60 \cdot 60} + \frac{2^2}{40 \cdot 40} + \frac{29^2}{40 \cdot 70} + \frac{36^2}{60 \cdot 70} + \frac{15^2}{40 \cdot 70} - 1 \right) = 4,7 \approx 5$$

$$\chi^2_{кр} = 4,6 > 4,7 \approx 5 \Rightarrow \text{зависит от пола (H0)}$$

дачи в программу не зависит от пола зрителя! принять $\alpha = 0,10$.

19.299. Изменение производительности труда на предприятии при проведении мероприятий A , B и C выражается следующими данными:

Производительность	Мероприятие		
	A	B	C
Увеличилась	14	47	16
Не изменилась	22	37	7
Уменьшилась	20	25	2

Можно ли считать, что проведение этих мероприятий не влияет на производительность труда? Принять $\alpha = 0,10$.

N 19,299 $\alpha = 0.1$

непривязанный

Но привязан	Случай	A	B	C	Всего
Ниже критич.	Зависимый	14	44	16	74
	Независимый	27	34	4	65
	Зависимый	20	25	2	47
	Всего	56	103	22	190

$$\text{Решение! } \chi^2_{\text{ф}} = 190 \left(\frac{14^2}{56 \cdot 74} + \frac{44^2}{103 \cdot 74} + \frac{16^2}{22 \cdot 74} + \frac{27^2}{56 \cdot 65} + \frac{34^2}{103 \cdot 65} + \frac{4^2}{22 \cdot 65} + \frac{20^2}{56 \cdot 47} + \frac{25^2}{103 \cdot 47} + \frac{2^2}{22 \cdot 47} - 1 \right) = 15.9$$

$$\chi^2_{\text{кр}} = 4.1 \geq \chi^2_{\text{ф}} \rightarrow \text{Отвергаем нулевую гипотезу (H0)}$$

N 19,300 $\alpha = 0.1$ H0: Зависим от пола

H1: не зависим

критерий

	1	2	3	
Муж	15	10	0	25
Жен	0	30	25	55
не известно	7	5	7	19
	22	45	32	100

$$\chi^2_{\text{ф}} = 100 \left(\frac{15^2}{25 \cdot 22} + \frac{10^2}{45 \cdot 22} + \frac{0^2}{32 \cdot 22} + \frac{30^2}{55 \cdot 22} + \frac{25^2}{55 \cdot 45} + \frac{7^2}{19 \cdot 22} + \frac{5^2}{45 \cdot 19} + \frac{7^2}{32 \cdot 19} - 1 \right) = 42.2$$

$$42.2 > \chi^2_{\text{кр}} = 4.1$$

\Rightarrow Зависим от пола.

19.300. Ниже приводятся результаты опроса 100 студентов первых трех курсов на вопрос «считаете ли Вы, что курение мешает учебе?»

Ответ	Курс		
	I	II	III
Нет	15	10	—
Не знаю	8	5	7
Да	—	30	25

Подтверждают ли эти данные предположение о том, что отношение к курению студентов разных курсов различно? Принять $\alpha = 0,01$.

N 19,295 $\alpha = 0.1$

непривязанный

Но привязан	Случай	A	B	C	Всего
Ниже критич.	Зависим	14	44	16	74
	Независим	27	34	4	65
	Зависим	20	25	2	47
	Всего	56	103	22	181

$$\text{Решение! } \chi^2_{\text{ф}} = 180 \left(\frac{14^2}{56 \cdot 74} + \frac{44^2}{103 \cdot 74} + \frac{16^2}{22 \cdot 74} + \frac{27^2}{56 \cdot 65} + \frac{34^2}{103 \cdot 65} + \frac{4^2}{22 \cdot 65} + \frac{20^2}{56 \cdot 47} + \frac{25^2}{103 \cdot 47} + \frac{2^2}{22 \cdot 47} - 1 \right) = 15.9$$

$$\chi^2_{\text{кр}} = 4.1 \geq \chi^2_{\text{ф}} \rightarrow \text{Отвергаем нулевую гипотезу (H0)}$$

N 19 300 $\alpha = 0.1$ H0: Зависим от пола

H1: не зависим

критерий

	1	2	3	
Мем	15	10	0	25
До	0	30	25	55
не, 3 года	7	5	4	16
	22	45	32	100

$$\chi^2_{\text{ф}} = 100 \left(\frac{15^2}{25 \cdot 22} + \frac{10^2}{45 \cdot 22} + \frac{0^2}{32 \cdot 22} + \frac{30^2}{55 \cdot 45} + \frac{25^2}{55 \cdot 32} + \frac{4^2}{16 \cdot 32} - 1 \right) = 42.2$$

$$2 \left(\frac{15^2}{45 \cdot 15} + \frac{10^2}{32 \cdot 15} - 1 \right) = 42.2 > \chi^2_{\text{кр}} = 4.1$$

\Rightarrow Зависим от пола.

19.301. Для определения зависимости цвета волос жителей от их местожительства были обследованы три группы людей из районов A , B и C . Свидетельствуют ли приводимые ниже результаты обследования о зависимости цвета волос жителей от их местожительства? Принять $\alpha = 0,05$.

Район	Цвет волос		
	Рыжий	Светлый	Темный
A	2	9	9
B	3	6	21
C	15	15	20

$$N=19,301 \quad \alpha=0,05$$

Гіпотези

H_0 : Забукси

Район

Рівень

Вартість

H_1 : Не забукси

A

2

9

9 20

B

3

6

21 30

C

15

15

20 50

Всього

20

30

50

100

$$\chi^2_{\text{ф}} = 100 \left(\frac{2^2}{20 \cdot 2} + \frac{9^2}{20 \cdot 30} + \frac{9^2}{50 \cdot 30} + \frac{3^2}{20 \cdot 30} + \frac{6^2}{20 \cdot 30} + \right.$$

$$\left. + \frac{21^2}{30 \cdot 50} + \frac{15^2}{50 \cdot 20} + \frac{15^2}{30 \cdot 50} + \frac{20^2}{50^2} - 1 \right) = 5,6$$

$$\chi^2_{\text{кр}} = 3,84 \Rightarrow H_0 \text{ відхиляється}$$

$$N=19,302 \quad \alpha=0,1$$

A	24	26	25	27
B	27	28	25	29

H_0 : B працює над проектом так-то наповнення

H_1 : Не H_0

$$\bar{x}_A = 25,45 \quad \bar{x}_B = 26,25$$

$$\bar{x}_A = 24,25 \quad \bar{x}_B = 25,25$$

$$\bar{x}_A = 24,25 \quad \bar{x}_B = 25,25$$

$$\chi^2 = \frac{2,05}{2,91} = 0,705$$

$$\frac{24,25 - 25,45}{\sqrt{\frac{2,91}{n} + \frac{2,91}{n}}} = 0,78 \quad \chi^2_{\text{кр}} = 2,58$$

$$S = \frac{3 \cdot 2,91 + 3 \cdot 2,91}{6} = 2,91$$

Висновок: H_0

19.302. Содержание никотина (в мг) для двух марок сигарет характеризуется следующими данными:

Марка <i>A</i>	24	26	25	22
Марка <i>B</i>	27	28	25	29

Указывают ли эти результаты на различие в содержании никотина в сигаретах этих марок? Принять $\alpha = 0,10$.

$$N=19,301 \quad \alpha=0,05$$

Гіпотези

H_0 : Забукси

Район

Рівень

Вартість

H_1 : Не забукси

A

2

9

9 20

B

3

6

21 30

C

15

15

20 50

Всього

20

30

50

100

$$\chi^2_{\text{ф}} = 100 \left(\frac{2^2}{20 \cdot 2} + \frac{9^2}{20 \cdot 30} + \frac{9^2}{50 \cdot 30} + \frac{3^2}{20 \cdot 30} + \frac{6^2}{20 \cdot 30} + \frac{6^2}{50 \cdot 2} + \right.$$

$$\left. + \frac{21^2}{30 \cdot 50} + \frac{15^2}{50 \cdot 20} + \frac{15^2}{30 \cdot 50} + \frac{20^2}{50^2} - 1 \right) = 5,6$$

$$\chi^2_{\text{кр}} = 3,84 \Rightarrow H_0 \text{ відхиляється}$$

$$N=19,302 \quad \alpha=0,1$$

A	24	26	25	27
B	27	28	25	29

H_0 : B працює над проектом так-то наповнення

H_1 : Не H_0

$$\bar{x}_A = 25,45 \quad \bar{x}_B = 26,25$$

$$\bar{x}_A = 24,25 \quad \bar{x}_B = 25,25$$

$$\bar{x}_A = 24,25 \quad \bar{x}_B = 25,25$$

$$\chi^2 = \frac{2,05}{2,91} = 0,7045$$

$$\frac{24,25 - 25,45}{\sqrt{\frac{2,91}{n} + \frac{2,91}{n}}} = 0,78 \quad \chi^2_{\text{кр}} = 2,31$$

$$S = \frac{3 \cdot 2,91 + 3 \cdot 2,91}{6} = 2,91$$

Висновок: H_0

19.303. Исследуются два производственных процесса изготовления поршневых колец. Используя критерий χ^2 , проверьте гипотезу о равенстве процента брака в обоих процессах по следующим

данным при $\alpha = 0,01$:

Кольца	Процесс	
	1	2
Годные	195	149
Бракованные	5	2

19.303 Dato: $L=904$ ~~terpilih~~

Kol pengamatan:

Kol pengamatan

~~terpilih~~

Kolisi	N_1	N_2	Berat
Kolisi	185	143	244
Kolisi	5	2	4
Berat	200	151	351

$$\chi^2 = \frac{351(185 \cdot 2 - 5 \cdot 143)^2}{200 \cdot 151 \cdot 244 \cdot 4} = 0,057$$

$$\frac{4 \cdot 151}{351} = 5,01 \quad \chi^2_{df=2, 5} = 2,2 \Rightarrow \text{Omnibus } (H_0)$$

