

Задачи по учебнику: Сборник задач по математике для втузов В 4 х ч Ч 4 ред Ефимов:
19.271-19.278

В задачах 19.271–19.278 предполагается, что выборки получены из нормально распределенных генеральных совокупностей с равными дисперсиями. В каждой задаче требуется проверить гипотезу H_0 о равенстве средних. Если гипотеза H_0 принимается, то найти несмещенные оценки среднего и дисперсии. В случае, если гипотеза H_0 отклоняется, провести попарное сравнение средних, используя метод линейных контрастов.

19.271.

выборка 1	6	5	12	9	10
выборка 2	14	11	5	6	–
выборка 3	12	4	7	–	–

$$\alpha = 0,05.$$

N 19.271 Блок 1 6 5 12 9 0 $H_0: m_1 = m_2 = m_3$
 Дано: Блок 2 14 11 5 6 $H_1: \text{не } H_0$
 $n = 9, 05$ Блок 3 12 4 7
 $D_1 = D_2 = D_3$ переменная $l = 3$ $n = 12$ $\sum \sum x_{ij} = 34$

$$\sum \sum x_{ij}^2 = 975$$

$$D_{\text{доп}} = 122,92$$

$$b_{\text{доп}} = 3,05$$

$$D_{\text{доп}} = 119,84$$

$$\bar{x}_1 = 8,4$$

$$\bar{x}_2 = 9,0$$

$$\bar{x}_3 = 4,67$$

$$\bar{x} = 8,42$$

$$Z = \frac{D_{\text{доп}} / (k - 1)}{(D_{\text{доп}} / (k - 1))} =$$

$$= 0,115$$

$$F_{\text{кр}} = 4,25$$

Омбери: H_0 гипотеза нулевой $m_1 = \bar{x} = 8,42, \sigma = 15,32$

N 19.272 Дано: $n = 10$ $H_0: m_1 = m_2 = m_3$ $H_1: \text{не } H_0$
 переменная: $l = 3, n = 18$

	$\sum x$	\bar{x}	$D_{\text{доп}}$	$D_{\text{доп}} / k$
Блок 1 4 2 3 4 5 3	21	3,5	33,61	5,5
Блок 2 6 5 4 4 6 8	36	6	0,106	10
Блок 3 8 9 10 7 7 6	48	8	24,31	10

$$D_{\text{доп}} = 26,52 \quad \bar{x} = 5,84 \quad D_{\text{доп}} = 6 \quad D_{\text{доп}} = -25,5$$

$$F_b = \frac{0,112}{25,5143} = 14,95 \quad F_{21} = 2,4 \rightarrow \text{не } H_0 \text{ гипотеза не } H_0$$

линейные зависимости: $LK_1 = m_1 - m_2, LK_2 = m_2 - m_3$

$$LK_1 = -2,5$$

$$LK_2 = -4,5$$

$$LK_3 = -2$$

$$m_{\text{доп}} = 3,25$$

$$S_{\text{кр}} \begin{matrix} 0,57 \\ 0,54 \\ 0,52 \end{matrix}$$

$$LK = m_2 - m_3$$

$$LK_0 = \frac{1}{2} (m_1 + 2m_2 - m_3) = 1,5$$

так как все значения $H_0: i = 1, 2, 3$ $m_1 = m_2$ $m_2 = m_3$ $m_1 = m_2 = m_3$

19.272.

выборка 1	4	2	3	4	5	3
выборка 2	6	5	4	7	6	8
выборка 3	8	9	10	7	8	6

$\alpha = 0,10.$

N 19.271 Блок 1 6 5 12 9 0 $H_0: m_1 = m_2 = m_3$
 Дано: Блок 2 14 11 5 6 $H_1: \text{не } H_0$
 $n = 9, 05$ Блок 3 12 4 7
 $D_1 = D_2 = D_3$ переменная 1=3 $n = 12$ $\sum \sum x_{ij} = 34$

$$\sum \sum x_{ij}^2 = 975$$

$$D_{\text{доп}} = 122,92$$

$$b_{\text{доп}} = 3,05$$

$$D_{\text{доп}} = 119,84$$

$$\bar{x}_1 = 8,4$$

$$\bar{x}_2 = 9,0$$

$$\bar{x}_3 = 4,67$$

$$\bar{x} = 8,42$$

$$Z = \frac{D_{\text{доп}} / (k-1)}{(D_{\text{доп}} / (k-1))} =$$

$$= 0,115$$

$$F_{\text{кр}} = 4,25$$

Омбери: H_0 гипотеза нулевая $m_1 = \bar{x} = 8,42, \sigma = 15,32$

N 19.272 Дано: $n = 10, 0$ $H_0: m_1 = m_2 = m_3$ $H_1: \text{не } H_0$
 переменная: 1=3, $n = 12$

	$\sum x$	\bar{x}	$D_{\text{доп}}$	$D_{\text{доп}} / k$
Блок 1 4 2 3 4 5 3	21	3,5	33,61	5,5
Блок 2 6 5 4 4 6 8	36	6	0,106	10
Блок 3 8 9 10 7 7 6	48	8	24,31	10

$$D_{\text{доп}} = 26,52 \quad \bar{x} = 5,84 \quad D_{\text{доп}} = 6 \quad D_{\text{доп}} = -25,5$$

$$F_b = \frac{0,112}{25,5143} = 14,95 \quad F_{21} = 2,4 \rightarrow \text{не } H_0 \text{ амплитуда есть}$$

линейные зависимости:

$$L_{11} = -2,5$$

$$L_{12} = -4,5$$

$$L_{13} = -2$$

$$L_{14} = 3,25$$

$$S_{11} = 0,577$$

$$L_{11} = m_1 - m_2, \quad L_{12} = m_1 - m_3$$

$$L_{13} = m_2 - m_3$$

$$L_{14} = \frac{1}{2}(m_1 + 2m_2 - m_3) \sigma^2 = 1,45$$

$$0,43 \rightarrow 1,57$$

также все значения $H_0: i=1, 2, 3$ $H_1: \text{не } H_0$ $m_1 = m_2$ $m_2 = m_3$

19.273.

выборка 1	8	11	8	9	-	-
выборка 2	9	10	7	11	8	10
выборка 3	16	9	12	14	-	-
выборка 4	9	8	-	-	-	-

$\alpha = 0,05.$

10,248 Дано: $L = 0,25$ $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

$H_1: H_0$

						Σ	\bar{x}	Диспер	Дана
B1	8	11	8	9	-	36	9	3,51	6,0
B2	9	10	4	11	8	55	9,14	3,56	10,13
B3	16	9	12	14	-	51	12,45	31,64	25,75
B4	9	8	-	-	-	14	8,5	4,13	0,3

$$\bar{x} = 9,96; \text{ Дана} = 42,85 + 44,09$$

$$F = \frac{42,15/13}{44,09/13} = 3,88 \quad F_{\text{таб}} = 3,49$$

$\Rightarrow H_0$ отвергается

Проверим равенство:

$$H_1: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_2: \mu_1 = \mu_3$$

$$H_3: \mu_1 = \mu_4$$

$$H_4: \mu_2 = \mu_3$$

$$H_5: \mu_2 = \mu_4$$

$$H_6: \frac{1}{3}(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) = \mu_4$$

Критическое значение $F_{\text{таб}} = 3,04$

$$L_{K1} = 0,16 \quad S_{K1}^2 = 1,53 \quad \Delta = 4,0 \quad m_5 \neq \frac{1}{3}(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)$$

$$L_{K2} = 9,45 \quad S_{K2}^2 = 1,73 \quad \Delta = 4,27 \quad \text{отклонение}$$

$$L_{K3} = 0,5 \quad S_{K3}^2 = 2,45 \quad \Delta = 5,57 \quad \text{отклонение}$$

$$L_{K4} = 3,57 \quad S_{K4}^2 = 1,53 \quad \Delta = 4$$

$$L_{K5} = 0,04 \quad S_{K5}^2 = 2,45 \quad \Delta = 5,06$$

$$L_{K6} = 4,25 \quad S_{K6}^2 = 3,46 \quad \Delta = 5,37$$

$$L_{K7} = 3,76 \quad S_{K7}^2 = 1,24 \quad \Delta = 3,14$$

$$\alpha = 0,05.$$

19.274. В трех магазинах, продающих товары одного вида, данные товарооборота за 8 месяцев работы (в тыс. руб.) составили следующую сводку:

Магазин	Месяц								$\sum_{i=1}^8 x_{ik}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	
I	19	23	26	18	20	20	18	35	179
II	20	20	32	27	40	24	22	18	203
III	16	15	18	26	19	17	19	18	148

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^8 x_{ik}^2 = 12\,592. \text{ Принять } \alpha = 0,10.$$

$N=19, 244$ Dams: $L=0,1$ $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

I	19	23	26	18	20	20	11	35	Σ	\bar{x}
II	20	20	32	24	40	24	22	19	149	27,345
III	16	15	17	26	19	14	19	17	203	25,375
									149	19,5

D_1 mean μ_1

0,68

26,7

102,7

D_2 mean μ_2

233,8

283,9

71

$\text{Grand } \bar{x} = 22,07$

$\bar{x} = 22,07$

$F_0 = 2,86 \rightarrow$ не принимается $D = 33,226$

$N=19, 245$ Dams: $L=0,01$ $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4 \neq \mu_5$

I 83 85

II 84 86 85 86 86 87

III 86 87 87 87 88 88 88 88 89 90

IV 89 90 90 91

V 90 92

19.275. Ниже приводятся данные о содержании иммуноглобулина Ig A в сыворотке крови (в мг %) у больных пяти возрастных групп:

Возрастная группа	Содержание Ig A (мг %)											Сумма
1	83	85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	168
2	84	85	85	86	86	87	—	—	—	—	—	513
3	86	87	87	87	88	88	88	88	88	89	90	966
4	89	90	90	91	—	—	—	—	—	—	—	360
5	90	92	—	—	—	—	—	—	—	—	—	182

$$\sum \sum x_{ik} = 2189, \quad \sum \sum x_{ik}^2 = 191\,791. \quad \text{Принять } \alpha = 0,01.$$

$N=19, 244$ Данос: $L=0,1$ $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

I	19	23	26	18	20	20	11	35	Σ	\bar{x}
II	20	20	32	24	40	24	22	19	149	27,345
III	16	15	17	26	19	14	19	17	203	25,375
									149	19,5

D_1 менује

0,68

26,7

102,7

D_2 менује

233,8

283,9

71

$\text{Cov } S_0 = 284,7$

$\bar{x} = 22,07$

$F_0 = 2,86 \rightarrow$ не прихваћујемо $D = 33,226$

$N=19, 245$ Данос: $L=0,01$ $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4 \neq \mu_5$

I 83 85

II 84 86 85 86 80 87

III 86 87 87 87 88 88 88 88 89 90

IV 89 90 90 91

V 90 92

Σ	\bar{x}	$D_{\text{жесткая}}$	$D_{\text{мягкая}}$
168	84	25,5	2
543	25,5	25,5	5,5
966	84,7	0,4	11,63
360	90	23,7	2
112	91	23,7	2

$$D_{\text{общ}} = 122,2$$

$$\bar{x} = 84,58$$

$$\sigma^2 = 1,18$$

$$F_0 = 21,4 \quad F_{\text{кр}} = 4,65 \quad H_0 \text{ отвергается}$$

Статистический критерий

		S^2_i	L_i	
$H_1: m_1 = m_2$	$L_{12} = -1,5$	0,44	3,4	$m_1 = m_2$
$H_2: m_1 = m_3$	$L_{13} = -3,8$	0,67	3,6	$m_1 = m_3$
$H_3: m_1 = m_4$	$L_{14} = -6$	0,87	3,9	
$H_4: m_1 = m_5$	$L_{15} = -7$	1,15	4,5	
$H_5: m_2 = m_3$	$L_{23} = -2,32$	0,50	2,7	
$H_6: m_2 = m_4$	$L_{24} = -4,5$	0,48	2,9	
$H_7: m_2 = m_5$	$L_{25} = -5,5$	0,44	3,4	
$H_8: m_3 = m_4$	$L_{34} = -3,2$	0,67	3,6	

19.276. На химическом заводе разработаны два новых варианта технологического процесса. Чтобы оценить, как изменится дневная производительность при переходе на работу по новым вариантам технологического процесса, завод в течение 10 дней работает по каждому варианту, включая существующий вариант. Дневная производительность завода (в условных единицах) приводится в таблице:

День работы	Суточная производительность		
	Существующая схема	Вариант 1	Вариант 2
1	46	74	52
2	48	82	63
3	73	64	72
4	52	72	64
5	72	84	48
6	44	68	70
7	66	76	78
8	46	88	68
9	60	70	70
10	48	60	54
Сумма	555	738	639

$$\sum \sum x_{ik} = 1932, \quad \sum \sum x_{ik}^2 = 128\,810. \quad \text{Принять } \alpha = 0,10.$$

MTG 248. Dettla $k = 10\%$ $H_0: m_1 = m_2 = m_3$
 $H_1: k \neq k_0$

resultant:

K100	40	48	43	52	42	44	86	48	60	48
B1	44	72	84	72	76	68	36	77	40	8-
B2	53	63	77	86	47	30	77	67	30	32

$\Sigma = 555, 737, 633$

Σ	Dettla	Dett
555,6	778,3	416
73,7	742,3	745
63,9	2,9	747,3

$\bar{x} = 04,4$; $Dett = 44,05$

$F_8 = 3,16$ $F_{8,16} = 2,57$

$\Rightarrow H_0 \text{ OK}$

$\sigma^2 = 104,6$

Phokelid Zuhomest

$H_1: m_1 = m_2$

$H_2: m_1 = m_3$

$H_3: m_2 = m_3$

$H_4: \frac{1}{2}(m_2 + m_3) = m_1$

$L_{K1} = -13,2$ S $10,1$ $m_1 \neq m_2$

$L_{K2} = -8,3$ $2,3$ $10,1$ $m_1 \neq m_3$

$L_{K3} = 0,9$ $20,3$ $10,1$ $m_2 \neq m_3$

$L_{K4} = 13,2$ $15,7$ $1,4$ $m_1 \neq \frac{1}{2}(m_2 + m_3)$

19.277. Из большой группы полевых транзисторов с недельным интервалом были получены три выборки. Ниже приводятся результаты измерения емкости затвор — сток у этих транзисторов (в пикофарадах):

№ выборки	Емкость (пФ)							
1	2,8	3,2	2,9	3,5	3,3	3,7	3,9	3,1
2	3,1	3,2	3,3	3,4	3,7	3,4	3,0	3,1
3	3,6	2,8	3,0	3,2	3,0	3,7	3,2	3,2
1	3,2	3,1	3,4	3,0	3,6	3,1	3,2	3,2
2	2,9	3,5	3,2	3,2	—	—	—	—
3	3,6	3,4	3,1	3,2	—	—	—	—

$$\sum x_{i1} = 52,2, \quad \sum x_{i2} = \sum x_{i3} = 39, \quad \sum \sum x_{ik} = 130,2,$$

$$\sum \sum x_{ik}^2 = 426,48, \quad n = 40. \quad \text{Принять } \alpha = 0,10.$$

19.244 Дано:

$$L=0,1 \quad H_0: m_1 = m_2 = m_3 \quad H_1: \text{не } H_0$$

		\bar{x}_i	Дисперс.	Дисперс.
I	2,8 — 3,2	3,163	0,04	5,82
II	3,1 — 3,2	3,261	0,01	0,55
III	3,0 — 3,2	3,25	0,014	0,23

$$D_{\text{общ}} = 3,06$$

$$F_d = 0,41$$

$$\bar{x} = 3,215$$

$$F_{\text{кр}} = 2,45 \rightarrow H_0 \text{ принимается}$$

49.248 Дано: $L=0,1 \quad H_0: m_1 = m_2 = m_3 \quad H_1: \text{не } H_0$

Решение:

		Σx_i	\bar{x}	Дисперс.	Дисперс.
I	5,9 — 6,9	6,67	6,67	0,18	5,92
II	4,0 —	5,1	5,1	2,06	3,40
III	7,2 —	75,1	7,2	15,46	2,92

$$D_{\text{общ}} = 49,24$$

$$\bar{x} = 6,55$$

$$F_d = 43,8 \quad F_{\text{кр}} = 2,47 \rightarrow H_0 \text{ отклоняется}$$

Проверка равенств $H_0: m_1 = m_2$

$$H_1: m_1 \neq m_2$$

$$H_0: m_2 = m_3$$

19.278. Время химической реакции при различном содержании катализатора распределилось следующим образом (в секундах):

Содержание катализатора	№ эксперимента												Сумма
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
5 %	5,9	6,0	7,0	6,5	5,5	7,0	8,1	7,5	6,2	6,4	7,1	6,9	80,1
10 %	4,0	5,1	6,2	5,3	4,5	4,4	5,3	5,4	5,6	5,2	—	—	51,0
15 %	8,2	6,8	8,0	7,5	7,0	7,2	7,9	8,1	8,5	7,8	8,1	—	85,1

$$\sum \sum x_{ik}^2 = 1465,68. \text{ Принять } \alpha = 0,10.$$

19.244 Дано:

$$L=0,1 \quad H_0: m_1 = m_2 = m_3 \quad H_1: \text{не } H_0$$

		\bar{x}_i	Дисперс.	Дисперс.
I	2,8 — 3,2	3,163	0,04	5,82
II	3,1 — 3,2	3,261	0,01	0,55
III	3,0 — 3,2	3,25	0,014	0,23

$$D_{\text{общ}} = 3,06$$

$$F_d = 0,41$$

$$\bar{x} = 3,215$$

$$F_{\text{кр}} = 2,45 \rightarrow H_0 \text{ принимается}$$

19.248 Дано: $L=0,1 \quad H_0: m_1 = m_2 = m_3 \quad H_1: \text{не } H_0$

Решение:

		Σx_i	\bar{x}	Дисперс.	Дисперс.
I	5,9 — 6,9	6,67	6,67	0,18	5,92
II	4,0 —	5,1	5,1	2,06	3,40
III	7,2 —	75,1	7,2	15,46	2,92

$$D_{\text{общ}} = 49,24$$

$$\bar{x} = 6,55$$

$$F_d = 43,8 \quad F_{\text{кр}} = 2,47 \rightarrow H_0 \text{ отклоняется}$$

Проверка равенств: $H_0: m_1 = m_2$

$$H_1: m_1 \neq m_2$$

$$H_0: m_2 = m_3$$

$$L_{K1} = 1,54 \quad S_1^2 = 0,076 \quad A_1 = 0,62 \quad m_1 \neq m_2$$

$$L_{K2} = -1,06 \quad S_2^2 = 0,043 \quad A_2 = 0,60 \Rightarrow m_1 \neq m_3$$

$$L_{K3} = -2,03 \quad S_3^2 = 0,08 \quad A_3 = 0,65 \quad m_2 \neq m_3$$

