Задачи по учебнику: **Сборник_задач_по_математике_для_втузов_В_4_х_ч_Ч_4_ред_Ефимов**:

19.281-19.285, 19.290-19.295

Результат решения (pdf), содержащий текст задачи, используемые формулы, ход решения и ответ, сохранить под своим ФИО, вида:Иванов_ИИ_ДЗ7.pdf и загрузить сюда.

19.281.** При 50 подбрасываниях монеты герб появился 20 раз. Можно ли считать монету симметричной? Принять $\alpha = 0{,}10$.

19.281 Дано: $n=50$; $h=\frac{20}{50}$; $p=\frac{1}{2}$; $\alpha=0,1$

H_0: $\bar{h}=p$

H_1 не H_0

Решение: $l=0$; $k=2$

$\chi^2_в = \frac{(20-25)^2}{2} + \frac{(30-25)^2}{25} = 2$ $\chi^2_{кр} = \chi^2_{0,9}(1) = 2,4$

$\chi^2_в < \chi^2_{кр} \Rightarrow H_0$ прин

19.281 Дано $n=120$ $h=40/120$; $p=\frac{1}{6}$ $\alpha=0,05$

H_0: $h=p$ Решение $\chi^2_в = \frac{(40-20)^2}{20} = 20$

H_1: не H_0 $\chi^2_{кр} = 3,8$

$\chi^2_в > \chi^2_{кр} \Rightarrow H_0$ отк

19.283 ① Монета: $z = \frac{20-25\sqrt{50}}{\sqrt{50\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}} = \frac{-5}{1/2} = -10$

② Кость: $z = \frac{40-20}{\sqrt{120\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}}\sqrt{120} = \frac{20}{\frac{\sqrt{5}}{6}} = 53$

① $z_{кр} = -1,28 \Rightarrow$ Монета не симметрична

② $z_{кр} = -1,64 \Rightarrow$ кость неправильная

19.282. При 120 бросаниях игральной кости шестерка выпала 40 раз. Согласуется ли этот результат с утверждением, что кость правильная? Принять $\alpha = 0{,}05$.

19.281 Дано: $n = 50$; $h = \frac{20}{50}$; $p = \frac{1}{2}$; $\alpha = 0{,}1$

H_0: $\bar{h} = p$

H_1 не H_0

Решение: $l = 0$; $k = 2$

$$\chi^2_{в} = \frac{(20-25)^2}{2} + \frac{(30-25)^2}{25} = 2 \qquad \chi^2_{кр} = \chi^2_{0,9}(1) = 2{,}7$$

$\chi^2_{в} < \chi^2_{кр} \Rightarrow H_0$ прин

19.281 Дано: $n = 120$ $h = 40/120$; $p = \frac{1}{6}$ $\alpha = 0{,}05$

H_0: $h = p$ Решение $\chi^2_{в} = \frac{(40-20)^2}{20} = 20$

H_1: не H_0 $\chi^2_{кр} = 3{,}8$

$\chi^2_{в} > \chi^2_{кр} \Rightarrow H_0$ отк

19.283 (1) Монета: $z = \frac{20-25}{\sqrt{50 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}}\sqrt{50} = \frac{-5}{1/2} = -10$

(2) Кость: $z = \frac{40-20}{\sqrt{120 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}}\sqrt{120} = \frac{20}{\frac{\sqrt{5}}{6}} = 53$

(1) $z_{кр} = -1{,}28 \Rightarrow$ Монета не симметрична

(2) $z_{кр} = -1{,}64 \Rightarrow$ кость неправильная

19.283. Решить задачи 19.281, 19.282, используя методы проверки гипотез из § 4, п. 3.

19.281 Дано: $n=50$; $h=\frac{20}{50}$; $p=\frac{1}{2}$; $\alpha=0,1$

H_0: $\bar{h}=p$

H_1 не H_0

Решение: $L=0$; $k=2$

$x^2_b = \frac{(20-25)^2}{2} + \frac{(30-25)^2}{25} = 2$ $\quad x^2_{kp} = x^2_{0,9}(1) = 2,4$

$x^2_b < x^2_{kp} \Rightarrow H_0$ прин

19.281 Дано $n=120$ $h=40/120$; $p=\frac{1}{6}$ $\alpha=0,05$

H_0: $\bar{h}=p$ Решение $x^2_b = \frac{(40-20)^2}{20} = 20$

H_1: не H_0 $\quad x^2_{kp} = 3,8$

$x_b^2 > x^2_{kp} \Rightarrow H_0$ откл

19.283 ① Монета: $z = \frac{20-25\sqrt{50}}{\sqrt{50\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}} = \frac{-5}{1/2} = -10$

② Кость: $z = \frac{40-20}{\sqrt{120\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}}\sqrt{120} = \frac{20}{\frac{\sqrt{5}}{6}} = 53$

① $z_{kp} = -1,28 \Rightarrow$ Монета не симметрична

② $z_{kp} = -1,64 \Rightarrow$ кость неправильная

19.284. Число выпадений герба при 20 подбрасываниях двух монет распределились следующим образом:

Количество гербов	0	1	2
Число подбрасываний	4	8	8

Согласуются ли эти результаты с предположениями о симметричности монет и независимости результатов подбрасываний? Принять $\alpha = 0{,}05$.

19.284 Дано: $n=20$; $p=\frac{1}{2}$ x_i 0 1 2 $\alpha=0{,}05$

n_i 4 8 8

H_0: $p=\frac{1}{2}$ $P(0)=\frac{1}{4}$ решение

H_1: $p\neq\frac{1}{2}$ $P(1)=\frac{1}{2}$

$P(2)=\frac{1}{4}$ $x_b^2=\frac{(4-5)^2}{5}+\frac{(8-10)^2}{10}+\frac{(8-5)^2}{5}=2{,}4$

$x_{кр}^2=3{,}8$ $x_b^2<x^2_{кр}$ - монета симметрична

19.285 Дано: $\alpha=0{,}01$ район 1 2 3 4 5

ОСЗ 110 130 70 90 100

H_0: $n_i'=100$ $\forall i$ решение: $x^2_b=\frac{(100-110)^2}{100}+$

H_1 не H_0

$+\frac{30^2}{100}+\frac{30^2}{100}+\frac{10^2}{100}+0=20$ $x^2_{кр}=15{,}1$ $x^2_b>x^2_{кр}$

$\to H_0$ отк.

$h^2_{кр}=x^2_{0,01}(?)=24$ $x_b^2<x^2_{кр}$ $\to H_0$ пр.

19.290 Дано: $n=600$ k 0 1 2 3 4 5 6

$\alpha=0{,}05$ n_k 400 167 29 3 0 0 1

H_0: распределено Пуассона

H_1: не H_0 Решение: для пуассона k 0 1 2 3 4 5 6

n_k 402 160 32 4 0 0 0

$x_b^2=\frac{2^2}{402}+\frac{7^2}{160}+\frac{3^2}{32}+\frac{1}{4}=0{,}85$

$x^2_{кр}=3{,}8>x_b^2\to H_0$ принимается нять $\alpha = 0{,}05$.

19.285. Ниже приводятся данные о фактических объемах сбыта (в условных единицах) в пяти районах:

Район	1	2	3	4	5
Фактический объем сбыта	110	130	70	90	100

Согласуются ли эти результаты с предположением о том, что сбыт продукции в этих районах должен быть одинаковым? Принять $\alpha = 0{,}01$.

19.284 Дано: $n=20$; $p=\frac{1}{2}$ x_i 0 1 2 $\alpha=0{,}05$

n_i 4 8 8

$H_0: p=\frac{1}{2}$ $P(0)=\frac{1}{4}$ решение

$H_1: p\neq\frac{1}{2}$ $P(1)=\frac{1}{2}$

$P(2)=\frac{1}{4}$ $x_b^2=\frac{(4-5)^2}{5}+\frac{(8-10)^2}{10}+\frac{(8-5)^2}{5}=2{,}4$

$x_{кр}^2=3{,}8$ $x_b^2<x_{кр}^2$ - монета симметрична

19.285. Дано: $\alpha=0{,}01$ район 1 2 3 4 5

ОКЗ 110 130 90 90 100

$H_0: n_i=100$ $\forall i$ решение: $x_b^2=\frac{(100-110)^2}{100}+$

H_1 не H_0

$+\frac{30^2}{100}+\frac{30^2}{100}+\frac{10^2}{100}+0=20$ $x_{кр}^2=15{,}1$ $x_b^2>x_{кр}^2$

$\to H_0$ отвер.

$h^2_{кр}=x^2_{0{,}01}(11)=24$ $x_b^2<x_{кр}^2\to H_0$ пр.

19.290 Дано: $n=600$ k 0 1 2 3 4 5 6

$\alpha=0{,}05$ n_k 400 167 29 3 0 0 1

H_0: распределено Пуассона

H_1: не H_0 Решение: для пуассона k 0 1 2 3 4 5 6

np_k 402 160 32 4 0 0 0

$x_b^2=\frac{2^2}{402}+\frac{7^2}{160}+\frac{3^2}{32}+\frac{1}{4}=0{,}85$

$x^2_{кр}=3{,}8>x_b^2\to H_0$ принимается

19.290. Ниже приводятся данные о числе деталей, поступающих на конвейер в течение 600 двухминутных интервалов:

Число деталей	0	1	2	3	4	5	6
Число интервалов	400	167	29	3	0	0	1

Используя критерий χ^2, проверить гипотезу H_0 о пуассоновском распределении числа деталей при $\alpha = 0{,}05$.

19.284 Дано: $n=20$; $p=\frac{1}{2}$ x_i 0 1 2 $\alpha=0{,}05$

n_i 4 8 8

H_0: $p=\frac{1}{2}$ $P(0)=\frac{1}{4}$ решение

H_1: $p\neq\frac{1}{2}$ $P(1)=\frac{1}{2}$

$P(2)=\frac{1}{4}$ $x_б^2=\frac{(4-5)^2}{5}+\frac{(8-10)^2}{10}+\frac{(8-5)^2}{5}=2{,}4$

$x_{кр}^2=3{,}8$ $x_б^2 < x_{кр}^2$ - можете симметричны

19.285 Дано: $\alpha=0{,}01$ район 1 2 3 4 5

отв 110 130 70 90 100

H_0: $n_i'=100$ H_i решение: $x_б^2=\frac{(100-110)^2}{100}+$

H_1 не H_0

$+\frac{30^2}{100}+\frac{30^2}{100}+\frac{10^2}{100}+0=20$ $x_{кр}^2=15{,}1$ $x_б^2 > x_{кр}^2$

$\to H_0$ отвк.

$h^2_{кр}=x^2_{0,01;11}=24$ $x_б^2 < x_{кр}^2 \to H_0$ пр.

19.290 Дано: $n=600$ k 0 1 2 3 4 5 6

$\alpha=0{,}05$ n_k 400 167 29 3 0 0 1

H_0: распределено Пуассона

H_1: не H_0 Решение: для пуассона k 0 1 2 3 4 5 6

n_k 402 160 32 4 0 0 0

$x_б^2=\frac{2^2}{402}+\frac{7^2}{160}+\frac{3^2}{32}+\frac{1}{4}=0{,}85$

$x_{кр}^2=3{,}8 > x_б^2 \to H_0$ принимается

19.291. При испытании радиоэлектронной аппаратуры фиксировалось число отказов. Результаты 59 испытаний приводятся ниже:

Число отказов	0	1	2	3
Число испытаний	42	10	4	3

Проверить гипотезу H_0 о том, что число отказов имеет распределение Пуассона, при $\alpha = 0{,}10$.

В задачах 19.292–19.296 для приведенных группированных выборок, приняв 10%-ный уровень значимости, проверить гипотезу H_0 о том, что они получены из нормально распределенной генеральной совокупности.

19.291 Дано: $n = 59$ $\alpha = 0,1$

k	0	1	2	3
n_k	42	10	4	3

H_0: Распределение Пуассона

H_1: не H_0

решение: $\lambda = \bar{x} = 0,457$

k	0	1	2	3
n	37	17	4	50

$$\chi_{в}^2 = \frac{5^2}{37} + \frac{7^2}{17} + \frac{3^2}{4} = 5,7$$

$\chi^2_{кр} = 2,4 < \chi_в^2 \Rightarrow$ не подтверждается

19.292 Дано: $n = 200$ $\alpha = 10\%$

H_0 Нормальное распределение

H_1: не H_0

решение							
	x	−0,14	−0,12	−0,1	−0,08	−0,06	−0,04
	n_k	3	7	11	20	24	36 204
	np_k	5	7	15	22	28	30 35

x	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,12
n_k	14	14	7	4	1	1
np_k	23	16	9	5	3	

$\bar{x} = -0,0286$ $\quad l = 2$ $\quad \chi_в^2 = 11,4 + \frac{36}{5} + \frac{1}{3} = 19,05$

$s = 0,53 + 200$ $\quad r = 11$

$\chi^2_{кр} = 18,5 < \chi_в^2 \Rightarrow H_0$ отв

19.292. 200 отклонений размера вала от номинального значения (мкм):

Середина интервала	−0,14	−0,12	−0,10	−0,08	−0,06	−0,04	−0,02
Частота	3	8	11	20	27	36	29

Середина интервала	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12
Частота	18	17	17	8	4	1	1

№ 19.292 Дано: $n = 200$ $\alpha = 10\%$

H_0: нормальное распределение

H_1: не H_0

Решение:

x	$-0,14$	$-0,12$	$-0,1$	$-0,08$	$-0,06$	$-0,04$	$-0,02$	0
n_x	3	8	11	20	24	36	29	28
np_x	5	8	15	22	27	30	28	

x	$0,02$	$0,04$	$0,06$	$0,08$	$0,1$	$0,12$
n_x	17	14	8	4	1	1
np_x	23	16	9	5	3	

$\bar{x} = -0,0284$ $\quad l = 2$ $\quad \chi^2_в = 11,7 + \frac{36}{5} + \frac{1}{3} = 19,23$

$s = 0,531200$ $\quad r = 14$ $\quad \chi^2_{кр} = 18,5 < \chi^2_в \Rightarrow$

$\Rightarrow H_0$ отвергается

19.293. 150 отклонений диаметров цапф передней оси от номинального размера (мкм):

Середина интервала	26	29	32	35	38	41	44	47	50	53
Частота	1	4	13	23	22	29	29	16	11	2

№ 19.293 Дано: $n = 150$ H_0 – норм. распр.

H_1 – не H_0

Решение

x_k	26	29	32	35	37	41	44	47	50	53
n_k	1	4	11	23	22	29	29	16	11	2
np_k	1	4	10	19	28	31	25	16	7	2
n_k^2/np_k	0	99,974				1,3	0,13	0,06	0	1,7

$\overline{x} = 40,47$

$S = 32,37$

$x_{\text{в}}^2 = 5,2$

$x^2_{\text{кр}} = 10,6 > x^2_{\text{в}} \to H_0$ прин.

№ 19.294 $n = 68$ H_0: нормальное распределение

H_1: не H_0

Решение

x_k	2,9 – 3,9	3,9 – 4,9	4,9 – 5,9	5,9 – 6,9
n_k	5	15	23	19
np_k	4	15	24	17

$\overline{x} = 5,49$

$S = 1,14$

$x^2_{\text{в}} = 0,43$ $x^2_{\text{кр}} = 6,2 \to H_0$ прин.

19.294. Величина контрольного размера 68 деталей, изготовленных на одном станке (мм):

Границы интервала	2,9–3,9	3,9–4,9	4,9–5,9	5,9–6,9	6,9–7,9
Частота	5	15	23	19	6

№19.293 Дано: $n=150$ H_0 – норм. расп.

H_1 – не H_0

Решение

k	26	29	32	35	37	41	44	47	50	53
n_k	1	4	11	23	22	29	29	16	11	2
np_k	1	4	10	19	28	31	25	16	7	2
n_k^2/np_k	0	99	8,74			1,3	9,13	9,66	0	1,7

$\bar{x} = 40,47$

$S = 33,34$

$x^2_{в} = 5,2$

$x^2_{кр} = 10,6 > x^2_{в} \to H_0$ прин.

№19.294 $n=68$ H_0: Нормальное распределение

H_1: не H_0

Решение

k	2,9 – 3,9	3,9 – 4,9	4,9 – 5,9	5,9 – 6,9
n_k	5	15	23	13
np_k	4	15	24	17

$\bar{x} = 5,49$

$S = 1,14$

$x^2_{в} = 0,43$ $x^2_{кр} = 6,2 \to H_0$ прин.

19.295. Входное сопротивление 130 электронных ламп (Ом):

Границы интервала	3,0–3,6	3,6–4,2	4,2–4,8	4,8–5,4	5,4–6,0	6,0–6,6	6,6–7,2
Частота	2	3	35	43	22	15	5

N 19.295 $n = 130$ H_0: Нормальное распр-е.

H_1: не H_0

Решение.

$\bar{x} = 4{,}99$

$s = 0{,}561$

k	3 – 3,6	3,6 – 4,2	4,2 – 4,8	4,8 – 5,4
n_k	2	3	35	43
np_k	3	4	34	40

k	5,4 – 6	6 – 6,6	6,6 – 7,2
n_k	22	15	5
np_k	25	9	2

$\chi^2_н = 11$

$\chi^2_{кр} = 9{,}2 \to H_0$ отв.