19.13, 19.17, 19.19, 19.29, 19.43,19.63, 19.70, 19.97, 19.100, 19.109, 19.114

19.115, 19.116, 19.120, 19.126

19.13

19.13. Методом моделирования получить выборки объемом $n = 10$ из генеральной совокупности с показательным законом распределения $\mathrm{Ex}(\lambda)$ с $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 3$.

пределения $\mathrm{Ex}(\lambda)$ с $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 3$.

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & npu \quad x \geq 0 \\ 0 & npu \quad x < 0. \end{cases}$$

Запишем F^{-1} = (-1/lambda)*ln(1-y) (1)

Теперь нужно получить случайные величины y_j

$$y_{j+1} = \{my_j\}, \quad j \in \mathbb{N},$$

$y_1 = 0,2; m = 13$

	A	B	C	D	E	F
1		19.13				
2	Y/Λ	1	2	3		
3	0,2	0,2231	0,1116	0,0744		
4	0,6	0,9163	0,4581	0,3054		
5	0,8	1,6094	0,8047	0,5365		
6	0,4	0,5108	0,2554	0,1703		
7	0,2	0,2231	0,1116	0,0744		
8	0,6	0,9163	0,4581	0,3054		
9	0,8	1,6094	0,8047	0,5365		
10	0,4	0,5108	0,2554	0,1703		
11	0,2	0,2231	0,1116	0,0744		
12	0,6	0,9163	0,4581	0,3054		
13						
14						

19.17

ить функцию распределения времени наработки на отказ для схемы на рис. 29.

19.17. Время безотказной работы (в месяцах) телевизионной трубки имеет нормальное распределение $N(24,\ 3)$. Магазин продал 15 телевизоров. Методом моделирования получить выборку времени безотказной работы трубок у проданных телевизоров. Построить гистограмму и оценить наиболее вероятное число трубок, потребующих замены в течение 10 лет.

Поступаем аналогично предыдущей задаче

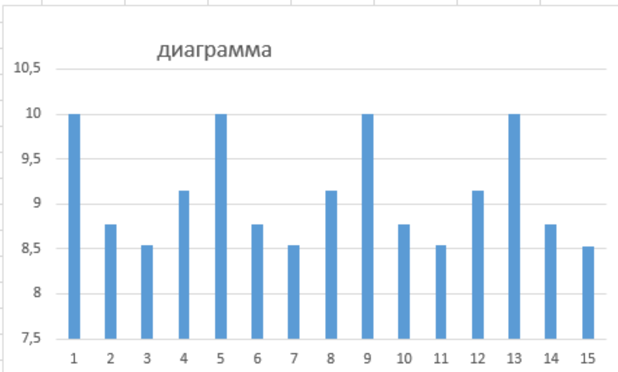
$y_1 = 0,2; m = 13$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

$F^{-1} = a - \sqrt{2 * \sigma^2 * ln(\sigma * \sqrt{2 * \pi} * y_i)}$

19.17

Yi	Xi	Xir		
0,20	20,28964	10,00585		
0,60	17,79221	8,774242	a	23
0,80	17,31675	8,539767	sigma	3
0,40	18,54773	9,146827		
0,20	20,28964	10,00585		
0,60	17,79221	8,774242	k	4
0,80	17,31675	8,539767	N	15
0,40	18,54773	9,146827	P	26,67%
0,20	20,28964	10,00585		
0,60	17,79221	8,774242		
0,80	17,31675	8,539767		
0,40	18,54769	9,146808		
0,20	20,28802	10,00505		
0,60	17,78855	8,772435		
0,82	17,28441	8,523817		



19.19

19.19. Пусть X и Y — независимые случайные величины, распределенные соответственно по законам $N(0,\,1)$ и $N(0,\,3)$. Используя соотношения (4) и (5), получить выборки объема $n = 50$ для X и Y.

Поступаем аналогично предыдущей задаче

$y_1 = 0,2; m = 13$

Воспользуемся упрощением формулы, использовавшейся в 19.19

$$u_j = \sqrt{-2\ln y_{j-1}}\,\cos 2\pi y_j, \qquad (4)$$

$$j = 2,\,3,\,\ldots,\,n,$$

$$v_j = \sqrt{-2\ln y_{j-1}}\,\sin 2\pi y_j, \qquad (5)$$

Следовательно:

Получим обратные:

- Для X: $F^{-1} = a + \sigma * \sqrt{-2 * ln(y_{i-1})} * cos(2 * \pi * y_i)$
- Для Y: $F^{-1} = a + \sigma * \sqrt{-2 * ln(y_{i-1})} * sin(2 * \pi * y_i)$

19.19

yi	X	Y			
0,2	-1,45148	-3,16368		sigX	1
0,6	0,312344	-2,88389		sigY	3
0,8	-0,54046	1,178005			
0,4	0,418325	3,862418			
0,2	-1,45148	-3,16368			
0,6	0,312344	-2,88389			
0,8	-0,54046	1,178005			
0,4	0,418325	3,862418			
0,2	-1,45148	-3,16368			
0,6	0,312348	-2,88389			
0,800001	-0,54048	1,177926			
0,400008	0,417528	3,86315			
0,200098	-1,44277	-3,19793			
0,601273	0,409611	-2,76526			
0,816554	-0,47701	-1,26492			
0,615206	0,985591	-0,04321			
0,997674	0,067015	-0,03866			
0,969764	-0,19394	-0,46275			
0,606938	0,770767	-1,90819			
0,890193	-0,43313	-0,63663			
0,572507	-0,98818	1,11836			
0,442587	0,029082	-3,82943			
0,753625	0,21949	-2,15822			
0,79713	-0,43796	1,534589			
0,362693	-0,31057	-4,16983			
0,715013	-0,22933	2,358994			
0,295165	0,813216	-4,00152			
0,837139	0,441773	-1,20138			
0,882801	-0,49384	0,221232			
0,476408	0,424701	3,423933			
0,193303	-1,80703	-0,44147			
0,512933	-0,56858	-3,01785			
0,668123	-0,35359	-2,47666			
0,685595	0,741499	-1,35869			
0,912733	0,283677	-0,95883			
0,865532	-0,00645	1,612151			

19.29

$i=1$ $i=1$

19.29. Доказать, что для выборочной дисперсии справедлива следующая формула:

$$D_X^* = \alpha_2^* - \overline{x}^2.$$

$D'_x = D(x') = \sum (x_i - m_x)^2 m = \sum (x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{n} = \ldots$

$= \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$

зная что выборочный нм

$\alpha_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2$. получим

$D x^* = \alpha_2 - \bar{x}^2$

19.43

соответствующих теоретических характеристик.

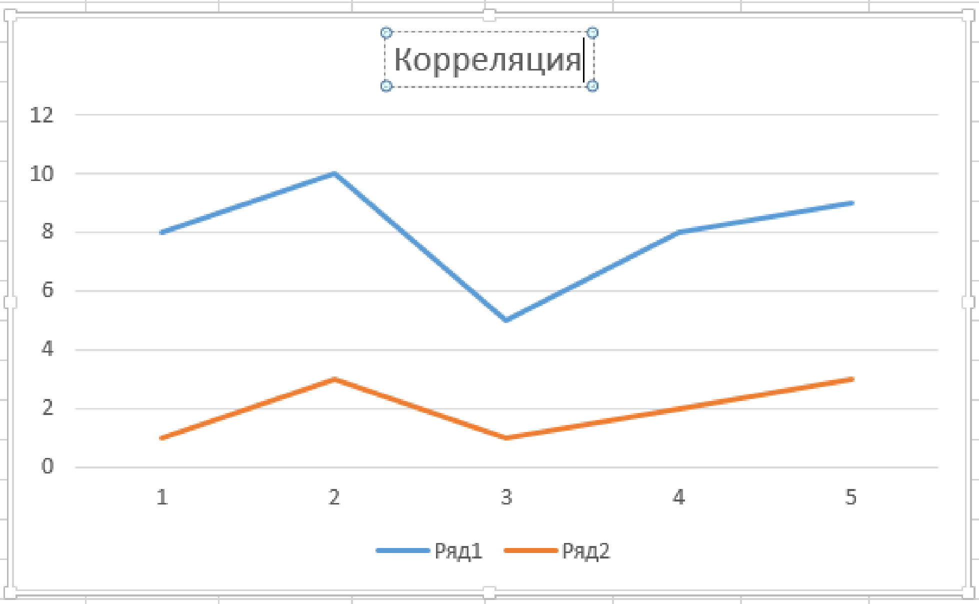
19.43. Для получения значения случайной величины X, имеющей биномиальное распределение $B(n, p)$, можно воспользоваться следующим методом: получить n случайных чисел $y_1, y_2, \ldots, y_n$ и положить X равным числу случаев, когда $y_i < p$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Методом математического моделирования найти число выигрышей в игре с игральным автоматом в 10 сеансах, если вероятность выигрыша в каждом сеансе равна 1/2. Получить выборку результатов для пяти серий игр по 10 сеансов. Найти выборочные моду, среднее и дисперсию числа выигрышей. Сравнить полученные результаты с теоретическими значениями соответствующих характеристик.

19.63

19.63.

x	8	10	5	8	9
y	1	3	1	2	3

x=	8	10	5	8	9	Коррел:	0,80178
y=	1	3	1	2	3		



19.70

В задачах 19.70–19.72 вычислить коэффициенты корреляции, определить и нанести на диаграмму рассеивания прямые регрессии Y на X и X на Y по данным выборкам.

19.70.

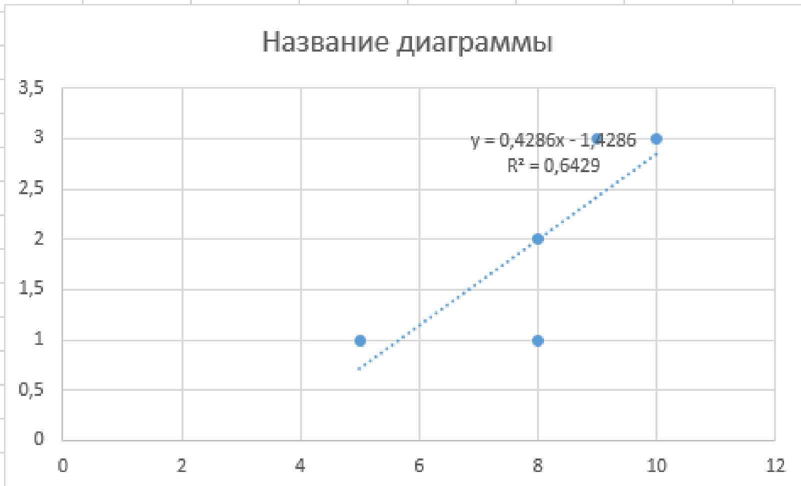
x	8	10	5	8	9
y	1	3	1	2	3

19.71.

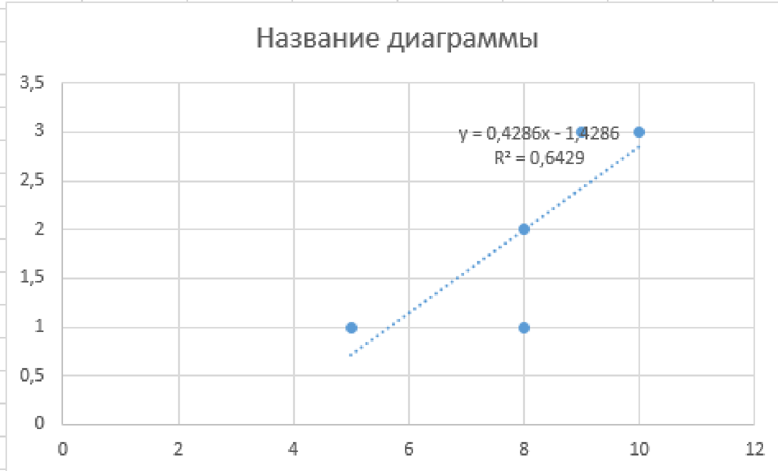
x	9	10	12	5
y	6	4	7	3

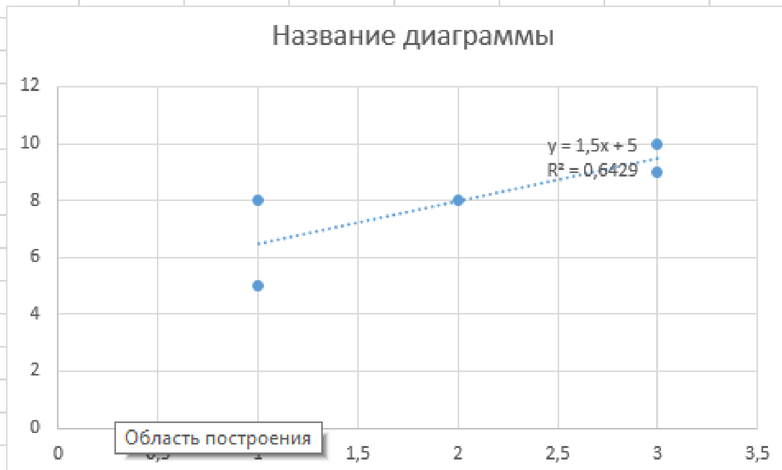
x	y
8	1
10	3
5	1
8	2
9	3

0,801784



y	x	y
1	8	1
3	10	3
1	5	1
2	8	2
3	9	3
0,801784		





19.97

19.97*. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — выборка из генеральной совокупности с конечным начальным моментом α_{2l}. Используя метод подстановки, найти оценку начального момента α_l. Показать, что полученная оценка является несмещенной и состоятельной.

19.100

19.100.** Показать, что оценки D_X^* и s^2, полученные в задачах 19.98 и 19.99 соответственно, являются состоятельными оценками дисперсии генеральной совокупности.

19.109

этого параметра.

19.109. В результате проведения n независимых экспериментов в одних и тех же условиях случайное событие A произошло x раз.

а) Показать, что относительная частота $h = \dfrac{x}{n}$ появления события A будет несмещенной и состоятельной оценкой вероятности события A: $\mathrm{P}(A) = p$ в одном эксперименте.

б) Определить такое значение p, при котором дисперсия σ^2 будет максимальна.

19.114

19.114. Показать, что выборочное среднее является эффективной оценкой параметра λ распределения Пуассона.

19.115

19.115. Показать, что относительная частота появления события A в n независимых испытаниях является эффективной оценкой вероятности p появления события A в одном испытании.

19.116

кой вероятности p появления события A в одном испытании.

19.116. Пусть $x_1, \ldots, x_n$ — выборка из нормально распределенной генеральной совокупности $N(m, \sigma)$. Найти информацию Фишера $I_n(\sigma^2)$.

Найдем информацию Фишера относительно параметра σ^2.

$$f_{\sigma^2}(X_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{X_1^2}{2\sigma^2}\right),$$

$$\ln f_{\sigma^2}(X_1) = -\ln(2\pi)^{1/2} - \frac{1}{2}\ln\sigma^2 - \frac{X_1^2}{2\sigma^2},$$

$$\frac{\partial}{\partial\sigma^2}\ln f_{\sigma^2}(X_1) = -\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{X_1^2}{2\sigma^4},$$

$$I(\sigma^2) = \mathsf{E}_{\sigma^2}\left(\frac{\partial}{\partial\sigma^2}\ln f_{\sigma^2}(X_1)\right)^2 = \mathsf{E}_{\sigma^2}\left(\frac{X_1^2}{2\sigma^4} - \frac{1}{2\sigma^2}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{4\sigma^8}\mathsf{E}_{\sigma^2}(X_1^2 - \sigma^2)^2 = \frac{1}{4\sigma^8}\mathsf{D}_{\sigma^2}X_1^2.$$

19.120

19.120. Пусть x — наблюдаемое значение случайной величины, имеющей биномиальное распределение $B(n, p)$, или, другими словами, x — число «успехов» в n независимых испытаниях, причем p — вероятность «успеха» в одном испытании. Найти МП-оценку параметра p. Показать, что полученная оценка является несмещенной, состоятельной и эффективной.

19.126

оценки параметров a и b по выборке.

19.126. Случайная величина X имеет плотность распределения $f_X(x)$:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & \text{при} \quad x \in [0, \sqrt{2/k}\,], \\ 0 & \text{при} \quad x \notin [0, \sqrt{2/k}\,]. \end{cases}$$

Найти МП-оценку математического ожидания X по выборке объема n.