ДЗ3. Доверительные интервалы

Задачи по учебнику: **Сборник_задач_по_математике_для_втузов_В_4_х_ч_Ч_4_ред_Ефимов**:

19.158-19.160,19.164, 19.166-19.170, 19.176-19.17719.183-19.188

неквадратичное отклонение известно и равно 4 мкФ.

19.158. Время безотказной работы электронной лампы, если $\overline{x} = 500$, $n = 100$, среднеквадратичное отклонение известно и равно 10 ч.

19.158

из п. 1 $\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha/2}(n-1) < m < \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha/2}(n-1)$

а) $n = 100$

$\bar{x} = 500$

$\sigma = 10$

$\alpha = 0,1$

$500 - \frac{10}{10} \cdot u_{0,95} < m < 500 + \frac{10}{10} u_{0,95}$

$u_{0,95} = 1,645$

$500 - 1,645 < m < 500 + 1,645$

$498,355 < m < 501,645$

б) $\alpha = 0,005$ $u_{0,995} = 2,576$

$500 - 1,645 < m < 500 + 1,645$

~~498,355~~

$497,424 < m < 502,576$

ответ: $(498,355 ; 501,645)$

19.159. Диаметр вала, если $\overline{x} = 30$ мм, $n = 9$, $s^2 = 9$ мм^2.

N 19.159 $\bar{x} = 30$ мм $n = 9$ $S^2 = 9$ мм^2

$\bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) < m < \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$

а) $\alpha = 0,1$

$30 + \frac{3}{3} t_{0,95}; 8 < m < 30 + \frac{3}{3} t_{0,95}; 8$

$t_{0,95}; 8 = 1,86$

$30 - 1,86 < m < 30 + 1,86$

$\boxed{28,14 < m < 31,86}$

б) $\alpha = 0,01$

$30 - t_{0,995}; 8 < m < 30 + t_{0,995}; 8$

$t_{0,995}; 8 = 3,355$

$\boxed{26,645 < m < 33,355}$

19.160. Содержание углерода в единице продукта, если $\overline{x} = 18$ г, $n = 25$, $s^2 = 16$ г^2.

19.160 $\bar{x} = 18$; $n = 25$ $S^2 = 16$

$$\bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) < m < \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$$

a) $\alpha = 0,1$

$$18 - \frac{4}{5} \cdot t_{0,95} \cdot 24 < m < 18 + \frac{4}{5} t_{0,95} \cdot 24$$

$t_{0,95}(24) = 1,711$

$$18 - 0,8 \cdot 1,711 < m < 18 + 0,8 \cdot 1,711$$

$$\boxed{16,6312 < m < 19,3688}$$

б) $\alpha = 0,01$

$$18 - \frac{4}{5} \cdot t_{0,995} \cdot 24 < m < 18 + \frac{4}{5} t_{0,995} \cdot 24$$

$t_{0,995} \cdot 24 = 2,797$

$$18 - 0,8 \cdot 2,797 < m < 18 + 0,8 \cdot 2,797$$

$$\boxed{15,7624 < m < 20,2376}$$

верительной вероятности 0,99.

19.164*. Пусть из одной генеральной совокупности получены две выборки объемов n_1 и n_2 соответственно. Выборочные оценки средних и дисперсий по этим выборкам равны $\overline{X}_1$, $\overline{X}_2$, S_1^2, S_2^2. Объединенные оценки среднего и дисперсии по выборке объема $n_1 + n_2$ вычисляются по формулам

$$\overline{X} = \frac{n_1\overline{X}_1 + n_2\overline{X}_2}{n_1 + n_2}, \quad S^2 = \frac{(n_1 - 1)\, S_1^2 + (n_2 - 1)\, S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\,.$$

19.164°

① $U = \dfrac{\bar{x} - m}{\delta / \sqrt{n_1+n_2}}$ $U \sim N(0;1)$ и зависит от m => выбор оценки

$P[u_{\alpha/2} < U < u_{1-\frac{\alpha}{2}}] = 1-\alpha$

$P[u_{\frac{\alpha}{2}} < \dfrac{\bar{x} - m}{\delta} \sqrt{n_1+n_2} < u_{1-\frac{\alpha}{2}}] = 1-\alpha$

$P[\bar{x} - \dfrac{\delta}{\sqrt{n_1+n_2}} u_{1-\frac{\alpha}{2}} < m < \bar{x} - \dfrac{\delta}{\sqrt{n_1+n_2}} u_{\frac{\alpha}{2}}] = 1-\alpha$

$P[\bar{x} - \dfrac{\delta}{\sqrt{n_1+n_2}} u_{1-\frac{\alpha}{2}} < m < \bar{x} + \dfrac{\delta}{\sqrt{n_1+n_2}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}] = 1-\alpha$

$\Rightarrow (\bar{x} - \dfrac{\delta}{\sqrt{n_1+n_2}} u_{1-\frac{\alpha}{2}};\ \bar{x} + \dfrac{\delta}{\sqrt{n_1+n_2}} u_{1-\frac{\alpha}{2}})$

② $t = \dfrac{\bar{x} - m}{s / \sqrt{n_1+n_2}}$ $t \sim t(n_1+n_2-2)$

=> замена $n = n_1 + n_2$

$P[t_{\alpha/2}(n-2) < t < t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-2)] = 1-\alpha$

$P[-t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-2) < \dfrac{\bar{x} - m}{s/\sqrt{n}} < t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-2)] = 1-\alpha$

$P[\bar{x} - \dfrac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-2) < m < \bar{x} + \dfrac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-2)] =$

$= 1-\alpha$

$\Rightarrow (\bar{x} - \dfrac{s}{\sqrt{n_1+n_2}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2);$

$\bar{x} + \dfrac{s}{\sqrt{n_1+n_2}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2))$

19.166. Время безотказной работы электронной лампы, если $n = 64$, $\overline{x} = 480$ ч.

№ 19.166 (19.158)

x_i 500 480 $\sigma = 10$

n_i 100 64

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{\Sigma n} = \frac{50\,000 + 30\,720}{164} =$$

$$= \frac{20\,180}{41} \approx 492{,}195.$$

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}} < m < \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$\sqrt{n} = \sqrt{164} \approx 12{,}806$$

а) $\alpha = 0{,}1$ $u_{0{,}95} = 1{,}645$

$$492{,}195 - \frac{10}{12{,}806} \cdot 1{,}645 < m < 492{,}195 + \frac{10}{12{,}806} \cdot 1{,}645$$

$$\boxed{490{,}910 < m < 493{,}480}$$

б) $\alpha = 0{,}01$ $u_{0{,}995} = 2{,}576$

$$492{,}195 - \frac{10}{12{,}806} \cdot 2{,}576 < m < 492{,}195 + \frac{10}{12{,}806} \cdot$$

$$\cdot 2{,}541 \Rightarrow \boxed{490{,}183 < m < 494{,}207}$$

19.167. Диаметр вала, если $n = 16$, $\overline{x} = 29$ мм, $s^2 = 4{,}5$ мм^2.

19.167 (19, 159)

x_1	30	29
n	9	16
s^2	9	4,5

① $\bar{x} = \dfrac{x_1 n_1 + x_2 n_2}{n_1 + n_2} = \dfrac{270 + 464}{25} = 29{,}36$

② $\sqrt{n} = 5$

③ $s^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{\sum n - 2} = \dfrac{8 \cdot 9 + 15 \cdot 4{,}5}{23} = 6{,}065$

~~$\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}}$~~

④ $\bar{x} - \dfrac{s}{5}\, t_{1-\frac{\alpha}{2}}(23) < m < \bar{x} + \dfrac{s}{5}\, t_{1-\frac{\alpha}{2}}(23)$

а) $\alpha = 0{,}1$ $t_{0,95}(23) = 1{,}71$ б) $\alpha = 0{,}05$ $t = 2{,}07$

$\boxed{28{,}516 < m < 30{,}204 \qquad 28{,}347 < m < 30{,}379}$

19.168. Содержание углерода в единице продукта, если $n = 9$, $\overline{x} = 18{,}8$ г, $s^2 = 20$ г^2.

$N(18,168)\ (18,160)$

n	9	25
$\bar{x}$	18,8	18
s^2	20^2	16

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1+n_2} = \frac{169,2 + 450}{34} =$$

$$= 18,21$$

$$s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{8 \cdot 20 + 24 \cdot 16}{32}$$

$$= \frac{160 + 384}{32} = \cancel{13,5}$$

$$\sqrt{n} = 5,83$$

$$\bar{x} - \frac{13,5}{5,83} \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} < m < \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

a) $\alpha = 0,1 \quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{0,95} \cdot 32 \quad \cancel{0,95}$

$$= 1,697$$

$18{,}212 - \frac{\sqrt{12}}{5{,}831} \cdot 1{,}657 < m < 18{,}212$

$+ \frac{\sqrt{17}}{5{,}731} \cdot 1{,}857$

$18{,}412 > m > 17{,}012$

d) $t = 0{,}01 \quad t_{0{,}995}(32) \approx 2{,}75$

$\cancel{17{,}2} - \frac{\sqrt{17}}{5{,}731} \cdot 2{,}75 < m < 18{,}212 + \frac{\sqrt{17}}{5{,}731} \cdot 2{,}75$

$16{,}267 < m < 20{,}157$ Отв: $(17{,}012;\ 18{,}412)$ $\emptyset$ $(16{,}267;\ 20{,}157)$

19.169*. Показать, что если m известно, а оценка дисперсии равна $\tilde{\sigma}^2 = s_0^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - m)^2$, то доверительный интервал для дисперсии при доверительной вероятности $1-\alpha$ имеет вид

$$\frac{ns_0^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n)} < \sigma^2 < \frac{ns_0^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n)},$$

где $\chi^2_p(n)$ — квантиль распределения χ^2 с n степенями свободы.

N 19, 16 g

$$S_0^2 = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(x_i - m)^2 \sim \frac{\sigma^2}{n}\chi^2(n)$$

$$P\left[\chi^2_{\alpha/2}(n) < \frac{nS_0^2}{\sigma^2} < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)\right] = 1-\alpha$$

$$P\left[\frac{nS_0^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)} < \sigma^2 < \frac{nS_0^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n)}\right] = 1-\alpha$$

ч.т.д.

19.170. Показать, что если m неизвестно, $\tilde{m} = \overline{x}$, а $\tilde{\sigma}^2 = s^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum (x_i - \overline{x})^2$, то доверительный интервал для дисперсии при доверительной вероятности $1 - \alpha$ имеет вид

$$\frac{(n-1)\,s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)} < \sigma^2 < \frac{(n-1)\,s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)}\,.$$

При решении задач 19.171–19.173 используются доверительные интервалы для дисперсии, полученные в задачах 19.169 и 19.170.

19. $1 \neq 0$ $\quad s^2 \sim \frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2(n-1)$

$\frac{n-1}{\sigma^2}s^2 \sim \chi^2(n-1)$ $\quad P\left[\chi^2_{\alpha/2}(n-1) < \frac{n-1}{\sigma^2}s^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right]$

$= 1-\alpha$

$$P\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2(n-1)} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)}\right] = 1-\alpha$$ ЧТД

кам.

19.176*. Показать, что если дисперсии обеих совокупностей известны, то доверительный интервал для разности средних $m_1 - m_2$ определяется формулой:

$$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < m_1 - m_2 < $$
$$< (\overline{x}_1 - \overline{x}_2) + u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}.$$

19, 176

$X_1 \sim N(\ )$ $\quad X_2 \sim N(\ )$

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N\left(m_1 - m_2,\ \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

тогда: $$\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (m_1 - m_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0, 1)$$

$$P\left[u_{\frac{\alpha}{2}} < \text{---} < u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < m_1 - m_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right] = \alpha - 1$$

$$P\left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < m_1 - m_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right] = 1 - \alpha$$

ч.т.д.

19.177*. Пусть $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$, величина σ^2 неизвестна, а в качестве оценки σ^2 используется статистика

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)\, s_1^2 + (n_2 - 1)\, s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\,.$$

Показать, что доверительный интервал для разности средних $m_1 - m_2$ определяется формулой

$$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - t_{1-\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} <$$

$$< m_1 - m_2 < (\overline{x}_1 - \overline{x}_2) + t_{1-\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\,.$$

19. 144 $X_1 \sim N(m_1, \sigma_1)$ $\bar{X}_1 \sim (N(m_1, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$X_2 \sim (m_2, \sigma_2)$ $\bar{X}_2 \sim (m_2, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$X_1 - X_2 \sim N((m_1 - m_2) \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}) \Rightarrow$

$\sigma^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sigma^2_{\bar{x}_1} + \sigma^2_{\bar{x}_2} \Rightarrow S^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2}{n_1 + n_2 - 2}$

$\frac{S_1(n_1 - 1)}{\sigma^2} \sim \chi^2(n_1 - 1)$

$\frac{S_2^2(n_2 - 1)}{\sigma^2} \sim \chi^2(n_2 - 1)$

$S^2 = \sigma^2 \frac{(\chi^2(n_1 - 1) + \chi^2(n_2 - 1))}{n_1 + n_2 - 2}$

$= \frac{\sigma^2}{n_1 + n_2 - 2} \chi^2(n_1 + n_2 - 2)$ Z. T. D.

19.183. Из большой партии транзисторов одного типа были случайным образом отобраны и проверены 100 штук. У 36 транзисторов коэффициент усиления оказался меньше 10. Найти 95%-ный доверительный интервал для доли таких транзисторов во всей партии.

19.103

$n = 100$
$k = 36$ $\sim N(p, \sqrt{pq/n})$

$\tilde{p} = 0,36$

$V = \frac{h-p}{\sqrt{qp/n}} \sim N(0,1)$

$P\left[\frac{h-p}{\sqrt{pq/n}} < u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] = 1-\alpha$

$h - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}} < p < h + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}}$

$p = \tilde{p}$ $q = 1 - \tilde{p}$

$h - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{h(1-h)}{n}} < p < h + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{h(1-h)}{n}}$

$u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ $u_{0,995} = 1,96$

$0,36 - 1,96 \sqrt{\frac{0,36 \cdot 0,64}{100}} < p < 0,36 + 1,96 \sqrt{\frac{0,36 \cdot 0,64}{100}}$

$\boxed{0,266 < p < 0,454}$

во всей партии.

19.184. С автоматической линии, производящей подшипники, было отобрано 400 штук, причем 10 оказалось бракованными. Найти 90%-ный доверительный интервал для вероятности появления бракованного подшипника. Сколько подшипников надо проверить, чтобы с вероятностью 0,9973 можно было утверждать, что вероятность появления бракованного подшипника не отличается от частоты более чем на 5%?

10.174

$n = 400$ $\quad \tilde{p} = \frac{1}{40} = 0{,}025$ $\quad h = 10\%$ $\quad 1 - \frac{h}{2} = 0{,}95$

$h = 10$

$$h - t_{1-\frac{h}{2}}\sqrt{\frac{h(1-h)}{n}} < p < h + t_{1-\frac{h}{2}}\sqrt{\frac{h(1-h)}{n}}$$

$$0{,}025 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}025 \cdot 0{,}975}{400}} < p < 0{,}025 + 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}025 \cdot 0{,}975}{400}} \Rightarrow 0{,}012 < p < 0{,}038$$

② $|h - p| < t_{1-\frac{h}{2}}\sqrt{\frac{h(1-h)}{n}} \leq 0{,}05$

$t_{1-\frac{h}{2}}\sqrt{\frac{h(1-h)}{n}} \leq 0{,}05$

$1 - h = 0{,}9973 \Rightarrow h = 0{,}0027 \Rightarrow 1 - \frac{h}{2} = 0{,}99865$

$t = 3{,}09$

$$3{,}09\sqrt{\frac{10/400(1-\frac{10}{400})}{n}} \leq 0{,}05$$

19.185. В 10 000 сеансах игры с автоматом выигрыш появился 4000 раз. Найти 95%-ный доверительный интервал для вероятности выигрыша. Сколько сеансов игры следует провести, чтобы с вероятностью 0,99 вероятность выигрыша отличалась от частоты не более чем на 1%?

№ 19.185. $|h-p| \le 0{,}01$

а) 95% $\quad n = 10\,000 \quad h = \frac{4000}{10\,000} = 0{,}4$

$$u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{0{,}975} = 1{,}96$$

а) $h - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{h(1-h)}{n}} < p < h + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{h(1-h)}{n}}$

$0{,}4 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{10\,000}} < p < 0{,}4 + 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{10\,000}}$

$0{,}39 < p < 0{,}41$

б) Представим дов-й ин-л

$|h-p| < u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{h(1-h)}{n}}$

По усл $|h-p| \le 0{,}01$

$1-\alpha = 0{,}99 \Rightarrow \alpha = 0{,}01 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}995$

$u_{0{,}995} = 2{,}576$

$\Rightarrow 2{,}576\sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{10\,000}} \le 0{,}01 \Rightarrow n = 15\,926$

не более чем на 1 %?

19.186. При осмотре 60 ящиков обнаружено 10 поврежденных. Найти 90 %-ный доверительный интервал для доли поврежденных ящиков во всей партии.

19.187. Из урны, содержащей неотличимые на ощупь черные

19. 186 $\quad n=60 \quad k=10 \quad \hat{p}=\frac{1}{6}$

$\lambda = 10$

$$\hat{p} - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < p < \hat{p} + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{0,95} = 1{,}645$

$$\frac{1}{6} - 1{,}645\sqrt{\frac{10\cdot 50}{60}} < p < \frac{10}{60} + 1{,}645\sqrt{\frac{10\cdot 50}{60}}$$

$$\boxed{0{,}078 < p < 0{,}2467}$$

щиков во всей партии.

19.187. Из урны, содержащей неотличимые на ощупь черные и белые шары в неизвестной пропорции, случайным образом извлекается 100 шаров (с возвращением). Найти: а) 90%-ный и б) 95%-ный доверительные интервалы для доли черных шаров, если среди вынутых шаров оказалось 30 черных.

19.187 $\quad n = 100 \quad$ а) $\alpha = 10\%$

б) $\alpha = 5\%$

$k = 30$

$\hat{p} = h = \frac{30}{100}$

а) $t_{1-\frac{\alpha}{2}} = t_{0,95} = 1,645$

$h - t_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{h(1-h)}{n}} < p < h + t_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{h(1-h)}{n}}$

$0,3 - 1,645\sqrt{\frac{0,3\cdot 0,7}{100}} < p < 0,3 + 1,645\sqrt{\frac{0,3\cdot 0,7}{100}}$

$\boxed{0,225 < p < 0,375}$

б) $t_{1-\frac{\alpha}{2}} = t_{0,975} = 1,96$

$0,3 - 1,96\sqrt{\frac{0,3\cdot 0,7}{100}} < p < 0,3 + 1,96\sqrt{\frac{0,3\cdot 0,7}{100}}$

$\boxed{0,210 < p < 0,390}$

19.188. Для проверки утверждения о том, что вероятность отказа прибора p равна 0,01, было проведено испытание 100 приборов, при этом один из приборов отказал. Построить 95%-ную верхнюю границу одностороннего доверительного интервала для p по этим данным.

19, 188

$p = 0{,}01 \quad n = 100 \quad h = \frac{1}{100} \quad 95\%$

$P\left[\frac{h-p}{\sqrt{pq/n}}\right] < u_{1-\lambda} \approx 1-\lambda$

$p < h + u_{1-\lambda}\sqrt{\frac{pq}{n}}$

$p < h + u_{1-\lambda}\sqrt{\frac{h(1-h)}{n}}$

$u_{1-\lambda} = 0{,}95 = 1{,}645$

$p < \frac{1}{100} + 1{,}645\sqrt{\frac{\frac{1}{100}\left(1-\frac{1}{100}\right)}{100}} = 0{,}026$