# Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное Государственное

Автономное Образовательное Учреждение

Высшего Образования

Национальный ядерный университет «МИФИ»

Кафедра: «Финансовый мониторинг»

Отчет по курсу:

«Методы оптимизации»

Студент Монастырский М. О.

Группа С21-703

Проверила: Домашова Д. В.

#### Оглавление

Метод отсечения Гомори	3
Задача Коммивояжёра	
Задача о назначениях	47
Задача о распределении ресурсов	55
Задача о рюкзаке	62

#### Метод отсечения Гомори

$$F = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow max$$

При ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 8 \\ x_1 + 3x_2 \le 6 \\ x_{1,2 \ge 0} \end{cases}$$

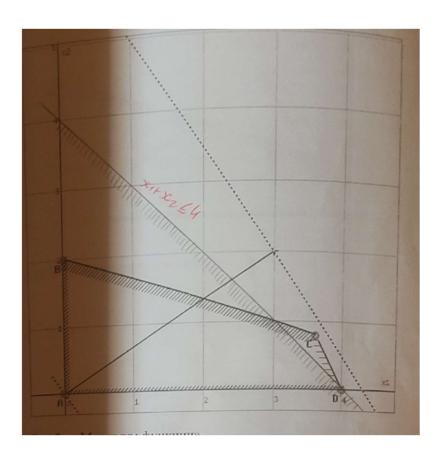


Рис 3a. «Минимум функции»

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 3x_2 + x_4 = 6 \\ x_{1,2,3,4 \ge 0} \end{cases}$$

			3	2	0	0
Базис	С	В	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
$X_3$	0	8	2	1	1	0
X <sub>4</sub>	0	6	1	3	0	1
Δ	F=0		<u>3</u>	2	0	0

			3	2	0	0
Базис	С	В	$X_1$	$X_2$	X <sub>3</sub>	$X_4$
$X_1$	3	4	1	0.5	0.5	0
$X_4$	0	2	0	2.5	-0.5	1
Δ	F=12		0	0.5	-1.5	0

			3	2	0	0
Базис	С	В	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
$X_1$	3	3.6	1	0	0.6	-0.2
$X_2$	2	0.8	0	1	-0.2	0.4
Δ	F=12.4		0	0	-1.4	-0.2

План оптимален

 $X_1 = 3.6; X_2 = 0.8$ 

ОПТ решение: (3.6,0.8,0,0)

$$F_{max} = 3*3.6+2*0.8=12.4$$

не удовлетворяет требованию целочисленности => строим правильное отсечение (отсекаем по  $x_2$ , так как у нее наибольшая дробная часть)

$$\{0\}x_1 + \{1\}x_2 + \frac{2}{5}x_4 + \frac{\left\{\frac{4}{5}\right\}}{\left\{\frac{4}{5}\right\} - 1} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)x_3 \ge \left\{\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{2}{5}x_4 + \frac{4}{5}x_3 \ge \left\{\frac{4}{5}\right\}$$

$$2x_4 + 4x_3 \ge 4$$

Выразим х4;х3 через каноническую систему:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 3x_2 + x_4 = 6 \\ x_{1,2,3,4 \ge 0} \end{cases}$$

$$\begin{cases}
-2x_1 - x_2 + 8 = x3 \\
-x_1 - 3x_2 + 6 = x4 \\
x_{1,2,3,4 \ge 0}
\end{cases}$$

Подставим в полученное доп ограничение:

$$2(-x_1 - 3x_2 + 6) + 4(-2x_1 - x_2 + 8) \ge 4$$

$$-2x_1 - 6x_2 + 12 + -8x_1 - 4x_2 + 32 \ge 4$$

$$-10x_1 - 10x_2 + 44 \ge 4$$

$$-10x_1 - 10x_2 \ge -40$$

$$x_1 + x_2 \le 4$$

Добавим новое ограничение к ранее имевшимся

$$F = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_{1,2 \geq 0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 3x_2 + x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 4 \\ x_{1,2,3,4,5 \geq 0} \end{cases}$$

			3	2	0	0	0
Базис	С	В	A1	A2	A3	A4	A5
A3	0	8	2	1	1	0	0
A4	0	6	1	3	0	1	0
A5	0	4	1	1	0	0	1
Δ	F=0		3	2	0	0	0

			3	2	0	0	0
Базис	С	В	A1	A2	A3	A4	A5
A1	3	4	1	1/2	1/2	0	0
A4	0	2	0	5/2	-1/2	1	0
A5	0	0	0	1/2	-1/2	0	1
Δ	F=12		0	1/2	-3/2	0	0

			3	2	0	0	0
Базис	С	В	A1	A2	A3	A4	A5
A1	3	4	1	0	1	0	-1
A4	0	2	0	0	2	1	-5
A2	2	0	0	1	-1	0	2
Δ	F=12		0	0	-1	0	-1

$$x1 = 4, x2 = 0$$

$$F(X) = 3*4 + 2*0 = 12$$

 $x_{max} = (4,0) -$  искомое решение

#### Задача Коммивояжёра

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$\infty$	13	4	14	2	3	1	1	14	12
2	13	$\infty$	3	10	1	15	11	8	4	9
3	4	3	$\infty$	3	13	8	15	13	5	3
4	14	10	3	$\infty$	10	8	6	15	7	7
5	2	1	13	10	$\infty$	6	6	9	11	9
6	3	15	8	8	6	$\infty$	9	2	9	5
7	1	11	15	6	6	9	$\infty$	1	10	6
8	1	8	13	15	9	2	1	$\infty$	9	11
9	14	4	5	7	11	9	10	9	$\infty$	3

10	12	9	3	7	9	5	6	11	3	$\infty$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	min		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	13	4	14	2	3	1	1	14	12	1	1	∞	12	3	13	1	2	0	0	13	11
2	13	8	3	10	1	15	11	8	4	9	1	2	12	8	2	9	0	14	10	7	3	8
3	4	3	$\infty$	3	13	8	15	13	5	3	3	3	1	0	8	0	10	5	12	10	2	0
4	14	10	3	$\infty$	10	8	6	15	7	7	3	4	11	7	0	8	7	5	3	12	4	4
5	2	1	13	10	8	6	6	9	11	9	1	5	1	0	12	9	8	5	5	8	10	8
6	3	15	8	8	6	8	9	2	9	5	2	6	1	13	6	6	4	8	7	0	7	3
7	1	11	15	6	6	9	8	1	10	6	1	7	0	10	14	5	5	8	8	0	9	5
8	1	8	13	15	9	2	1	8	9	11	1	8	0	7	12	14	8	1	0	∞	8	10
9	14	4	5	7	11	9	10	9	8	3	3	9	11	1	2	4	8	6	7	6	8	0
10	12	9	3	7	9	5	6	11	3	8	3	10	9	6	0	4	6	2	3	8	0	∞
											•	min	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	12	3	13	1	1	0	0	13	11
2	12	8	2	9	0	13	10	7	3	8
3	1	0	8	0	10	4	12	10	2	0
4	11	7	0	8	7	4	3	12	4	4
5	1	0	12	9	∞	4	5	8	10	8
6	1	13	6	6	4	∞	7	0	7	3
7	0	10	14	5	5	7	∞	0	9	5
8	0	7	12	14	8	0	0	8	8	10
9	11	1	2	4	8	5	7	6	8	0
10	9	6	0	4	6	1	3	8	0	8

Сумма производящих констант: 1+1+3+3+1+2+1+1+3+3+1=20

Оценка множества:  $W(G_0) = 20$ 

$$d(1,7) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(1,8) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(2,5) = 2 + 1 = 3;$$

$$d(3,2) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(3,4) = 0 + 4 = 4;$$

$$d(3,10) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(4,3) = 3 + 0 = 3;$$

$$d(5,2) = 1 + 0 = 1;$$

$$d(6,8) = 1 + 0 = 1;$$

$$d(7,1) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(7,8) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(8,1) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(8,6) = 0 + 1 = 1;$$

$$d(8,7) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(9,10) = 1 + 0 = 1;$$

$$d(10,3) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(10,9) = 0 + 2 = 2;$$

Qmax = Q(3,4) = 4

Пара для ветвления: (3; 4)

Нижняя граница множества:  $w({3,4})=w(G_0)+Q({3,4})=24$ 

	1	2	3	5	6	7	8	9	10
1	8	12	3	1	1	0	0	13	11
2	12	8	2	0	13	10	7	3	8
4	11	7	∞	7	4	3	12	4	4
5	1	0	12	8	4	5	8	10	8
6	1	13	6	4	8	7	0	7	3
7	0	10	14	5	7	∞	0	9	5
8	0	7	12	8	0	0	8	8	10
9	11	1	2	8	5	7	6	8	0
10	9	6	0	6	1	3	8	0	8

	1	2	3	5	6	7	8	9	10	min		1	2	3	5	6	7	8	9	10
1	8	12	3	1	1	0	0	13	11	0	1	∞	12	3	1	1	0	0	13	11
2	12	8	2	0	13	10	7	3	8	0	2	12	8	2	0	13	10	7	3	8
4	11	7	8	7	4	3	12	4	4	3	4	8	4	8	4	1	0	9	1	1
5	1	0	12	8	4	5	8	10	8	0	5	1	0	12	8	4	5	8	10	8
6	1	13	6	4	8	7	0	7	3	0	6	1	13	6	4	8	7	0	7	3
7	0	10	14	5	7	~	0	9	5	0	7	0	10	14	5	7	8	0	9	5
8	0	7	12	8	0	0	8	8	10	0	8	0	7	12	8	0	0	8	8	10
9	11	1	2	8	5	7	6	8	0	0	9	11	1	2	8	5	7	6	8	0
10	9	6	0	6	1	3	8	0	∞	0	10	9	6	0	6	1	3	8	0	∞
			•		•			•		<u>-</u>	MIN	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Сумма производящих констант: 3

Оценка множества  $w({3,4})=w(G_0)+3=23\leq 23$ 

Монастырский Максим С21-703 Вариант 21

mi	in		1	2	3	5	6	7	8	9	10
	0	1	8	12	3	1	1	0	0	13	11
	2	2	12	8	2	0	13	10	7	3	8
	1	4	8	4	8	4	1	0	9	1	1
	1	5	1	0	12	8	4	5	8	10	8
	1	6	1	13	6	4	8	7	0	7	3
	0	7	0	10	14	5	7	8	0	9	5
	0	8	0	7	12	8	0	0	8	8	10
	1	9	11	1	2	8	5	7	6	8	0
	0	10	9	6	0	6	1	3	8	0	8
		MIN	0	1	2	1	1	0	0	1	1

Qmax = 
$$Q(2,5) = 3$$

Нижняя граница множества:  $w({2,5})=26$ 

	1	2	3	6	7	8	9	10	min		1	2	3	6	7	8	9	10
1	∞	12	3	1	0	0	13	11	0	1	8	12	3	1	0	0	13	11
4	8	4	8	1	0	9	1	1	0	4	8	4	8	1	0	9	1	1
5	1	8	12	4	5	8	10	8	1	5	0	∞	11	3	4	7	9	7
6	1	13	6	8	7	0	7	3	0	6	1	13	6	8	7	0	7	3
7	0	10	14	7	8	0	9	5	0	7	0	10	14	7	8	0	9	5
8	0	7	12	0	0	8	8	10	0	8	0	7	12	0	0	∞	8	10
9	11	1	2	5	7	6	8	0	0	9	11	1	2	5	7	6	8	0
10	9	6	0	1	3	8	0	8	0	10	9	6	0	1	3	8	0	8
	•								min		0	1	0	0	0	0	0	0

 $w({2,5})=25 \le 26$ 

	1	2	3	6	7	8	9	10	min
1	8	11	3	1	0	0	13	11	0
4	8	3	8	1	0	9	1	1	1
5	0	8	11	3	4	7	9	7	3
6	1	12	6	8	7	0	7	3	1
7	0	9	14	7	8	0	9	5	0
8	0	6	12	0	0	8	8	10	0
9	11	0	2	5	7	6	8	0	0
10	9	5	0	1	3	8	0	8	0
min	0	3	2	1	0	0	1	1	

$$d(5,1) = 3 + 0 = 3;$$

$$d(9,2) = 0 + 3 = 3;$$

max: d(9,2)=3.

Нижняя граница множества:  $w({9,2})=28$ 

	1	3	6	7	8	9	10
1	∞	3	1	0	0	13	11
4	8	8	1	0	9	1	1
5	0	11	3	4	7	8	7
6	1	6	~	7	0	7	3
7	0	14	7	∞	0	9	5
8	0	12	0	0	∞	8	10
10	9	0	1	3	8	0	∞

	1	3	6	7	8	9	10	min		1	3	6	7	8	9	10
1	∞	3	1	0	0	13	11	0	1	8	3	1	0	0	13	11
4	8	8	1	0	9	1	1	0	4	8	8	1	0	9	1	1
5	0	11	3	4	7	8	7	0	5	0	11	3	4	7	8	7
6	1	6	~	7	0	7	3	0	6	1	6	8	7	0	7	3
7	0	14	7	∞	0	9	5	0	7	0	14	7	8	0	9	5
8	0	12	0	0	∞	8	10	0	8	0	12	0	0	8	8	10
10	9	0	1	3	8	0	∞	0	10	9	0	1	3	8	0	8
									min	0	0	0	0	0	0	1

h = 1

 $H(9,2) = 25 + 1 = 26 \le 28$ 

	1	3	6	7	8	9	10	min
1	8	3	1	0	0	13	10	0
4	8	8	1	0	9	1	0	0
5	0	11	3	4	7	8	6	3
6	1	6	8	7	0	7	2	1
7	0	14	7	8	0	9	4	0
8	0	12	0	0	8	8	9	0
10	9	0	1	3	8	0	∞	0
min	0	3	1	0	0	1	2	

$$d(5,1) = 3 + 0 = 3;$$

$$d(10,3) = 0 + 3 = 3;$$

max: 
$$d(10,3)=3$$
.

$$H(10,3) = 26 + 3 = 29$$

	1	6	7	8	9	10
1	8	1	0	0	13	10
4	8	1	0	9	1	0
5	0	3	4	7	∞	6
6	1	~	7	0	7	2
7	0	7	∞	0	9	4
8	0	0	0	8	8	9

	1	6	7	8	9	10	min		1	6	7	8	9	10
1	∞	1	0	0	13	10	0	1	∞	1	0	0	13	10
4	8	1	0	9	1	0	0	4	8	1	0	9	1	0
5	0	3	4	7	8	6	0	5	0	3	4	7	8	6
6	1	∞	7	0	7	2	0	6	1	8	7	0	7	2
7	0	7	∞	0	9	4	0	7	0	7	8	0	9	4
8	0	0	0	∞	8	9	0	8	0	0	0	8	8	9
								min	0	0	0	0	1	0

 $H(10,3) = 26 + 1 = 27 \le 29$ 

	1	6	7	8	9	10	min
1	8	1	0	0	12	10	0
4	8	1	0	9	0	8	0
5	0	3	4	7	∞	6	3
6	1	8	7	0	6	2	1
7	0	7	8	0	8	4	0
8	0	0	0	8	7	9	0
min	0	1	0	0	6	0	0

d(4,9) = 0 + 6 = 6;

	1	6	7	8	9	10	min		1	6	7	8	9	10
1	8	1	0	0	12	10	0	1	∞	1	0	0	12	10
4	8	1	0	9	~	∞	0	4	8	1	0	9	8	∞
5	0	3	4	7	∞	6	0	5	0	3	4	7	8	6
6	1	∞	7	0	6	2	0	6	1	∞	7	0	6	2
7	0	7	8	0	8	4	0	7	0	7	~	0	8	4
8	0	0	0	∞	7	9	0	8	0	0	0	∞	7	9
								min	0	0	0	0	6	2

H(4,9) = 27 + 8 = 35

	1	6	7	8	10	min
1	8	1	0	0	8	0
5	0	3	4	7	6	0
6	1	8	7	0	0	0
7	0	7	8	0	2	0
8	0	0	0	∞	7	0
min	0	0	0	2	2	

$$H(4,9) = 27 + 2 = 29 \le 35$$

	1	6	7	8	10	min
1	8	1	0	0	8	0
5	0	3	4	7	8	3
6	1	8	7	0	0	0
7	0	7	8	0	2	0
8	0	0	0	8	7	0
min	0	1	0	0	2	

d(5,1) = 3 + 0 = 3;

max: d(5,1)=3.

	1	6	7	8	10	min		1	6	7	8	10
1	∞	1	0	0	8	0	1	8	1	0	0	8
5	∞	3	4	7	∞	3	5	0	3	4	7	8
6	1	∞	7	0	0	0	6	1	8	7	0	0
7	0	7	∞	0	2	0	7	0	7	∞	0	2
8	0	0	0	8	7	0	8	0	0	0	8	7
						-	min	0	0	0	0	0

	6	7	8	10	min
1	1	0	0	8	0
6	8	7	0	0	0
7	7	8	0	2	0
8	0	0	8	7	0
min	0	0	0	0	0

$$H(5,1) = 29 + 0 = 29 \le 32$$

	6	7	8	10	min
1	1	0	0	8	0
6	8	7	0	0	0
7	7	8	0	2	2
8	0	0	8	7	0
min	1	0	0	2	0

$$d(1,7) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(1,8) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(6,8) = 0 + 0 = 0;$$

$$d(6,10) = 0 + 2 = 2;$$

$$d(7,8) = 2 + 0 = 2;$$

$$d(8,6) = 0 + 1 = 1;$$

$$d(8,7) = 0 + 0 = 0;$$

max: d(6,10)=2.

	6	7	8	10	min		6	7	8	10
1	1	0	0	8	0	1	1	0	0	8
6	∞	7	0	8	0	6	∞	7	0	8
7	7	∞	0	2	0	7	7	~	0	2
8	0	0	∞	7	0	8	0	0	8	7
					_	min	0	0	0	2

$$H(6*,10*) = 29 + 2 = 31$$

	6	7	8
1	1	0	0
7	7	8	0
8	0	0	8

 $H(6,10) = 29 + 0 = 29 \le 31$ 

	6	7	8	min
1	8	0	0	0
7	7	∞	0	7
8	0	0	∞	0
min	7	0	0	

$$d(7,8) = \overline{7 + 0} = 7;$$

$$d(8,6) = 0 + 7 = 7;$$

max: d(7,8)=7.

	6	7	8	min		6	7	8
1	8	0	0	0	1	8	0	0
7	7	8	8	7	7	7	8	8
8	0	0	8	0	8	0	0	∞
					min	0	0	0

$$H(7*,8*) = 29 + 7 = 36$$

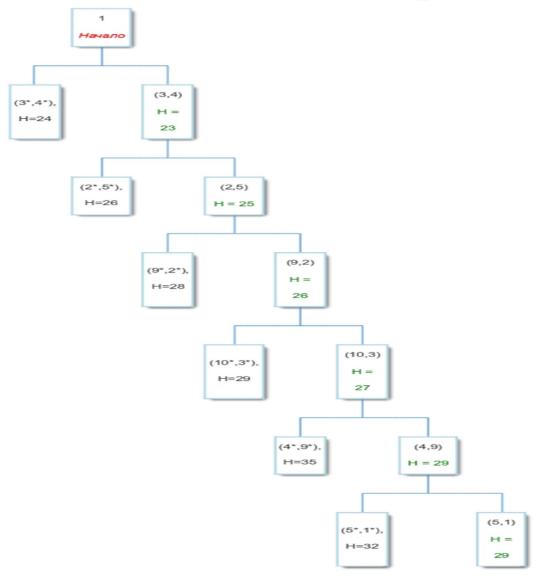
	6	7	min
1	8	0	0
7	7	8	7
8	0	0	0
min	7	0	

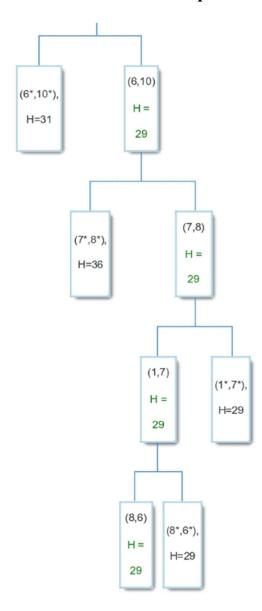
$$H(7,8) = 29 + 0 = 29 \le 36$$

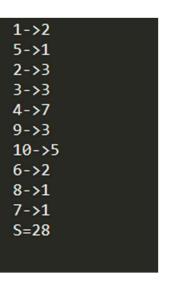
Длина маршрута равна F(Mk) = 29

(3,4), (4,9), (9,2), (2,5), (5,1), (1,7), (7,8), (8,6), (6,10), (10,3),

#### Решение задачи коммивояжера







Найденный план не оптимален, вернемся в точку, в которой первый раз оценка оказалась меньше итоговой Исключим точку (3,4)=беск

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	12	3	13	1	1	0	0	13	11
2	12	∞	2	9	0	13	10	7	3	8
3	1	0	8	0	10	4	12	10	2	0
4	11	7	0	8	7	4	3	12	4	4
5	1	0	12	9	8	4	5	8	10	8
6	1	13	6	6	4	8	7	0	7	3
7	0	10	14	5	5	7	∞	0	9	5
8	0	7	12	14	8	0	0	∞	8	10
9	11	1	2	4	8	5	7	6	∞	0
10	9	6	0	4	6	1	3	8	0	8

Монастырский Максим С21-703 Вариант 21

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	min
1	8	12	3	13	1	1	0	0	13	11	0
2	12	8	2	9	0	13	10	7	3	8	0
3	1	0	8	8	10	4	12	10	2	0	0
4	11	7	0	8	7	4	3	12	4	4	0
5	1	0	12	9	8	4	5	8	10	8	0
6	1	13	6	6	4	~	7	0	7	3	0
7	0	10	14	5	5	7	8	0	9	5	0
8	0	7	12	14	8	0	0	8	8	10	0
9	11	1	2	4	8	5	7	6	8	0	0
10	9	6	0	4	6	1	3	8	0	∞	0
min	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	

Приводим матрицу

Монастырский Максим С21-703 Вариант 21

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	8	12	3	9	1	1	0	0	13	11	0
2	12	∞	2	5	0	13	10	7	3	8	2
3	1	0	8	8	10	4	12	10	2	0	0
4	11	7	0	∞	7	4	3	12	4	4	3
5	1	0	12	5	8	4	5	8	10	8	1
6	1	13	6	2	4	∞	7	0	7	3	1
7	0	10	14	1	5	7	8	0	9	5	0
8	0	7	12	10	8	0	0	~	8	10	0
9	11	1	2	0	8	5	7	6	~	0	0
10	9	6	0	0	6	1	3	8	0	∞	0
	0	0	0	0	1	1	0	0	2	0	

Qmax = 3

Ветвление (2,5)

Оценка: 24+3 = 27

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	min		1	2	3	4	6	7	8	9	10
1	8	12	3	9	1	0	0	13	11	0	1	~	12	3	9	1	0	0	13	11
3	1	0	8	8	4	12	10	2	0	0	3	1	0	8	8	4	12	10	2	0
4	11	7	0	8	4	3	12	4	4	0	4	11	7	0	8	4	3	12	4	4
5	1	8	12	5	4	5	8	10	8	1	5	0	∞	11	4	3	4	7	9	7
6	1	13	6	2	8	7	0	7	3	0	6	1	13	6	2	8	7	0	7	3
7	0	10	14	1	7	8	0	9	5	0	7	0	10	14	1	7	8	0	9	5
8	0	7	12	10	0	0	8	8	10	0	8	0	7	12	10	0	0	8	8	10
9	11	1	2	0	5	7	6	8	0	0	9	11	1	2	0	5	7	6	8	0
10	9	6	0	0	1	3	8	0	8	0	10	9	6	0	0	1	3	8	0	∞
										-	min	0	0	0	0	0	0	0	0	0

h = 1

24 + 1 <= 27

Новая оценка 25

Монастырский Максим С21-703 Вариант 21

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	
1	~	12	3	9	1	0	0	13	11	0
3	1	0	∞	8	4	12	10	2	0	0
4	11	7	0	8	4	3	12	4	4	3
5	0	∞	11	4	3	4	7	9	7	3
6	1	13	6	2	∞	7	0	7	3	1
7	0	10	14	1	7	∞	0	9	5	0
8	0	7	12	10	0	0	∞	8	10	0
9	11	1	2	0	5	7	6	~	0	0
10	9	6	0	0	1	3	8	0	8	0
	0	1	0	0	1	0	0	2	0	

Qmax = Q(4,3) = 3

Ветвление (4,3)

Оценка: 28

	1	2	4	6	7	8	9	10	min		1	2	4	6	7	8	9	10
1	8	12	9	1	0	0	13	11	0	1	8	12	9	1	0	0	13	11
3	1	0	8	4	12	10	2	0	0	3	1	0	8	4	12	10	2	0
5	0	8	4	3	4	7	9	7	0	5	0	∞	4	3	4	7	9	7
6	1	13	2	8	7	0	7	3	0	6	1	13	2	~	7	0	7	3
7	0	10	1	7	8	0	9	5	0	7	0	10	1	7	∞	0	9	5
8	0	7	10	0	0	8	8	10	0	8	0	7	10	0	0	∞	8	10
9	11	1	0	5	7	6	8	0	0	9	11	1	0	5	7	6	8	0
10	9	6	0	1	3	8	0	8	0	10	9	6	0	1	3	8	0	∞
									_	min	0	0	0	0	0	0	0	0

h = 0

25 <= 28

25 Новая оценка

Монастырский Максим С21-703 Вариант 21

	1	2	4	6	7	8	9	10	
1	8	12	9	1	0	0	13	11	0
3	1	0	8	4	12	10	2	0	0
5	0	8	4	3	4	7	9	7	3
6	1	13	2	∞	7	0	7	3	1
7	0	10	1	7	∞	0	9	5	0
8	0	7	10	0	0	8	8	10	0
9	11	1	0	5	7	6	8	0	0
10	9	6	0	1	3	8	0	~	0
	0	1	0	1	0	0	2	0	

Qmax = Q(5,1) = 3

Ветвление (5,1)

Оценка 28

Воизбежание внутреннего цикла запретить (1,2)

	2	4	6	7	8	9	10	min		2	4	6	7	8	9	10
1	∞	9	1	0	0	13	11	0	1	∞	9	1	0	0	13	11
3	0	8	4	12	10	2	0	0	3	0	∞	4	12	10	2	0
6	13	2	~	7	0	7	3	0	6	13	2	∞	7	0	7	3
7	10	1	7	∞	0	9	5	0	7	10	1	7	∞	0	9	5
8	7	10	0	0	∞	8	10	0	8	7	10	0	0	∞	8	10
9	1	0	5	7	6	∞	0	0	9	1	0	5	7	6	∞	0
10	6	0	1	3	8	0	∞	0	10	6	0	1	3	8	0	∞
								_	min	0	0	0	0	0	0	0

25 + 0 <= 28

Новая оценка 25

	2	4	6	7	8	9	10	
1	8	9	1	0	0	13	11	0
3	0	~	4	12	10	2	0	0
6	13	2	8	7	0	7	3	2
7	10	1	7	∞	0	9	5	1
8	7	10	0	0	∞	8	10	0
9	1	0	5	7	6	8	0	0
10	6	0	1	3	8	0	8	0
	1	0	1	0	0	2	0	

Qmax = Q(6,8)=2

Ветвление (6,8)

Оценка 27

	2	4	6	7	9	10	MIN		2	4	6	7	9	10
1	∞	9	1	0	13	11	0	1	8	9	1	0	13	11
3	0	∞	4	12	2	0	0	3	0	∞	4	12	2	0
7	10	1	7	∞	9	5	1	7	9	0	6	∞	8	4
8	7	10	∞	0	8	10	0	8	7	10	∞	0	8	10
9	1	0	5	7	∞	0	0	9	1	0	5	7	∞	0
10	6	0	1	3	0	∞	0	10	6	0	1	3	0	~
								MIN	0	0	1	0	0	0

h = 2

27 <= 27

27 новая оценка

	2	4	6	7	9	10
1	8	9	0	0	13	11
3	0	8	3	12	2	0
7	9	0	5	8	8	4
8	7	10	8	0	8	10
9	1	0	4	7	∞	0
10	6	0	0	3	0	8

	2	4	6	7	9	10	
1	8	9	0	0	13	11	0
3	0	8	3	12	2	0	0
7	9	0	5	8	8	4	4
8	7	10	~	0	8	10	7
9	1	0	4	7	∞	0	0
10	6	0	0	3	0	∞	0
	1	0	0	0	2	0	

Qmax = Q(8,7) = 7

Ветвление(8,7)

Оценка 27+7 = 34

Запретить(7,6)

	2	4	6	9	10	MIN		2	4	6	9	10
1	8	9	0	13	11	0	1	8	9	0	13	11
3	0	∞	3	2	0	0	3	0	8	3	2	0
7	9	0	∞	8	4	0	7	9	0	∞	8	4
9	1	0	4	~	0	0	9	1	0	4	∞	0
10	6	0	0	0	∞	0	10	6	0	0	0	8
						•	MIN	0	0	0	0	0

 $27 + 0 \le 34$ 

### Новая оценка 27

	2	4	6	9	10	
1	8	9	0	13	11	9
3	0	8	3	2	0	0
7	9	0	8	8	4	4
9	1	0	4	∞	0	0
10	6	0	0	0	∞	0
	1	0	0	2	0	

Qmax = 9

Ветвление (1,6)

Оценка 36

Запретить (7,2)

	2	4	9	10	MIN		2	4	9	10
3	0	8	2	0	0	3	0	8	2	0
7	8	0	8	4	0	7	8	0	8	4
9	1	0	8	0	0	9	1	0	∞	0
10	6	0	0	∞	0	10	6	0	0	~
						MIN	0	0	0	0

27 <= 36

Новая оценка 27

	2	4	9	10	
3	0	8	2	0	0
7	∞	0	8	4	4
9	1	0	∞	0	0
10	6	0	0	∞	0
	1	0	2	0	

Qmax = 4

Ветвление(7,4)

Оценка 27+4=31

Запретить(3,2)

	2	4	9	10	MIN		2	4	9	10
3	8	∞	2	0	0	3	∞	8	2	0
7	8	0	8	4	0	7	∞	0	8	4
9	1	0	∞	0	0	9	1	0	∞	0
10	6	0	0	∞	0	10	6	0	0	∞
					-	MIN	1	0	0	0

$$h = 1$$

$$27+1 = 28 \le 31$$

Новая оценка 28

	2	4	9	10
3	8	8	2	0
7	8	0	8	4
9	0	0	∞	0
10	5	0	0	8

	2	4	9	10	
3	8	8	2	0	2
7	8	0	8	4	4
9	0	0	∞	0	0
10	5	0	0	∞	0
	5	0	2	0	

$$Qmax = Q(9,2) = 5$$

Ветвление(9,2)

Оценка 33

Запретить(3,9)

	4	9	10	MIN		4	9	10
3	8	8	0	0	3	8	8	0
7	0	8	4	0	7	0	8	4
10	0	0	∞	0	10	0	0	∞
					MIN	0	0	0

H = 0

28 <= 33

28 новая оценка

	4	9	10	
3	8	8	0	o
7	0	8	4	4
10	0	0	8	0
	0	8	4	

Qmax = Q(10,9) = 8

Оценка 36

	4	10	MIN		4	10
3	∞	0	0	3	∞	0
7	0	4	0	7	0	4
			<u>.</u>	MIN	0	0

28 + 0 <= 36

28 новая оценка

	4	10
3	8	0
7	0	4

Маршрут: 9->2 ->5->1->6->8->7->4->3->10->9

S = 28

Оптимально

## Задача о назначениях

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	86	68	20	42	52	7	29	17	53	5
2	93	33	77	41	42	15	10	13	81	53
3	30	10	41	96	61	38	67	75	81	88
4	56	40	52	72	92	24	53	42	9	27
5	36	38	54	16	92	36	73	66	35	60
6	13	6	32	66	58	65	35	1	38	92
7	93	78	54	27	35	18	22	29	89	49
8	71	52	75	81	66	66	2	69	69	91
9	91	39	39	98	47	71	19	98	60	95
10	65	37	1	96	52	59	46	74	73	31

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	MIN		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	86	68	20	42	52	7	29	17	53	5	5	1	81	63	15	37	47	2	24	12	48	0
2	93	33	77	41	42	15	10	13	81	53	10	2	83	23	67	31	32	5	0	3	71	43
3	30	10	41	96	61	38	67	<i>75</i>	81	88	10	3	20	0	31	86	51	28	57	65	71	78
4	56	40	52	72	92	24	53	42	9	27	9	4	47	31	43	63	83	15	44	33	0	18
5	36	38	54	16	92	36	73	66	35	60	16	5	20	22	38	0	76	20	57	50	19	44
6	13	6	32	66	58	65	35	1	38	92	1	6	12	5	31	65	57	64	34	0	37	91
7	93	78	54	27	35	18	22	29	89	49	18	7	<i>75</i>	60	36	9	17	0	4	11	71	31
8	71	52	<i>75</i>	81	66	66	2	69	69	91	2	8	69	50	73	79	64	64	0	67	67	89
9	91	39	39	98	47	71	19	98	60	95	19	9	72	20	20	79	28	52	0	79	41	76
10	65	37	1	96	52	59	46	74	73	31	1	10	64	36	0	95	51	58	45	73	72	30
												MIN	12	0	0	0	17	0	0	0	0	0

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	30	2	24	12	48	0
2	71	23	67	31	15	5	0	3	71	43
3	8	0	31	86	34	28	<i>57</i>	65	71	<i>78</i>
4	35	31	43	63	66	15	44	33	0	18
5	8	22	38	0	59	20	57	50	19	44
6	0	5	31	65	40	64	34	0	37	91
7	63	60	36	9	0	0	4	11	71	31
8	57	50	73	79	47	64	0	67	67	89
9	60	20	20	79	11	52	0	79	41	76
10	52	36	0	95	34	58	45	73	72	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	30	2	24	12	48	<b>0*</b>
2	71	23	67	31	15	5	0*	3	71	43
3	8	0*	31	86	34	28	57	65	71	78
4	35	31	43	63	66	15	44	33	0*	18
5	8	22	38	0*	59	20	57	50	19	44
6	0*	5	31	65	40	64	34	0	37	91
7	63	60	36	9	<b>0*</b>	0	4	11	71	31
8	57	50	73	79	47	64	0	67	67	89
9	60	20	20	79	11	52	0	79	41	76
10	52	36	0*	95	34	58	45	73	72	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	30	2	27	12	51	0*
2	68	20	64	28	12	2	<b>0*</b>	0	71	40
3	8	0*	31	86	34	28	60	65	74	<i>78</i>
4	32	28	40	60	63	12	44	30	0*	15
5	8	22	38	0*	59	20	60	50	22	44
6	0*	5	31	65	40	64	37	0	40	91
7	63	60	36	9	0*	0	7	11	74	31
8	54	47	70	76	44	61	0	64	67	86
9	57	17	17	76	8	49	0	76	41	<i>7</i> 3
10	52	36	0*	95	34	58	48	73	75	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	30	2	27	12	51	<b>0*</b>
2	68	20	64	28	12	2	0	0*	71	40
3	8	0*	31	86	34	28	60	65	74	<i>78</i>
4	32	28	40	60	63	12	44	30	0*	15
5	8	22	38	<b>0*</b>	59	20	60	50	22	44
6	<b>0*</b>	5	31	65	40	64	37	0	40	91
7	63	60	36	9	0*	0	7	11	74	31
8	54	47	70	76	44	61	0*	64	67	86
9	<i>57</i>	17	17	76	8	49	0	76	41	73
10	52	36	<b>0*</b>	95	34	58	48	73	<i>75</i>	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	30	2	29	14	51	0*
2	66	18	62	26	10	0	0	0*	69	38
3	8	0*	31	86	34	28	62	67	74	78
4	32	28	40	60	63	12	46	32	0*	15
5	8	22	38	0*	59	20	62	52	22	44
6	0*	5	31	65	40	64	39	2	40	91
7	63	60	36	9	0*	0	9	13	74	31
8	52	45	68	74	42	59	0*	64	65	84
9	55	15	15	74	6	47	0	76	39	71
10	52	36	0*	95	34	58	50	75	75	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	30	2	29	14	51	0*
2	66	18	62	26	10	0	0	0*	69	38
3	8	0*	31	86	34	28	62	67	74	78
4	32	28	40	60	63	12	46	32	0*	15
5	8	22	38	0*	59	20	62	52	22	44
6	0*	5	31	65	40	64	39	2	40	91
7	63	60	36	9	0*	0	9	13	74	31
8	52	45	68	74	42	59	0*	64	65	84
9	55	15	15	74	6	47	0	76	39	71
10	52	36	0*	95	34	58	50	75	75	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	30	2	35	14	51	0*
2	66	18	62	26	10	0	6	0*	69	38
3	8	0*	31	86	34	28	68	67	74	78
4	32	28	40	60	63	12	52	32	0*	15
5	8	22	38	0*	59	20	68	52	22	44
6	0*	5	31	65	40	64	45	2	40	91
7	63	60	36	9	0*	0	15	13	74	31
8	46	39	62	68	36	53	0*	58	59	78
9	49	9	9	68	0	41	0	70	33	65
10	52	36	0*	95	34	58	50	75	75	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	30	2	35	14	51	0*
2	66	18	62	26	10	0*	6	0	69	38
3	8	0*	31	86	34	28	68	67	74	78
4	32	28	40	60	63	12	52	32	0*	15
5	8	22	38	0*	59	20	68	52	22	44
6	0*	5	31	65	40	64	45	2	40	91
7	63	60	36	9	0*	0	15	13	74	31
8	46	39	62	68	36	53	0*	58	59	78
9	49	9	9	68	0	41	0	70	33	65
10	52	36	0*	95	34	58	50	75	75	30

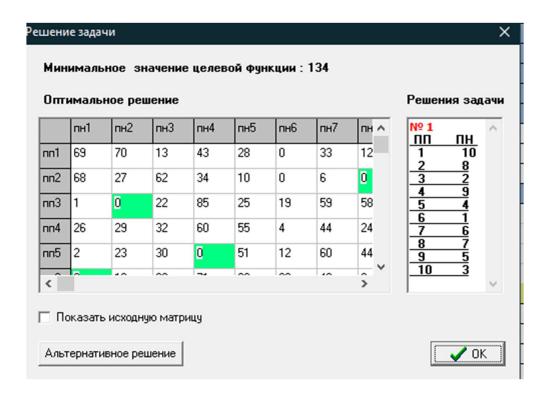
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	39	11	44	14	51	0*
2	66	18	62	26	19	9	15	0	69	38
3	8	0*	31	86	43	37	77	67	74	78
4	32	28	40	60	72	21	61	32	0*	15
5	8	22	38	0*	68	29	77	52	22	44
6	0*	5	31	65	49	73	54	2	40	91
7	54	51	27	0	0*	0	15	4	65	22
8	57	30	53	59	36	53	0*	49	50	69
9	40	0	0	59	0	41	0	61	24	56
10	52	36	0*	95	43	67	59	75	75	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	39	11	44	14	51	0*
2	66	18	62	26	19	9	15	0*	69	38
3	8	<b>0*</b>	31	86	43	37	77	67	74	78
4	32	28	40	60	72	21	61	32	<b>0*</b>	15
5	8	22	38	0*	68	29	77	52	22	44
6	0*	5	31	65	49	73	54	2	40	91
7	54	51	27	0	0	0*	15	4	65	22
8	57	30	53	59	36	53	0*	49	50	69
9	40	0	0	59	0*	41	0	61	24	56
10	52	36	0*	95	43	67	59	<i>75</i>	75	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	69	63	15	37	39	11	44	14	51	0*
2	66	18	62	26	19	9	15	0*	69	38
3	8	0*	31	86	43	37	77	67	74	78
4	32	28	40	60	72	21	61	32	0*	15
5	8	22	38	0*	68	29	77	52	22	44
6	0*	5	31	65	49	73	54	2	40	91
7	54	51	27	0	0	0*	15	4	65	22
8	57	30	53	59	36	53	0*	49	50	69
9	40	0	0	59	0*	41	0	61	24	56
10	52	36	0*	95	43	67	59	<i>75</i>	<i>75</i>	30

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	86	68	20	42	52	7	29	17	53	5
2	93	33	77	41	42	15	10	13	81	53
3	30	10	41	96	61	38	67	75	81	88
4	56	40	52	72	92	24	53	42	9	27
5	36	38	54	16	92	36	73	66	35	60
6	13	6	32	66	58	65	35	1	38	92
7	93	78	54	27	35	18	22	29	89	49
8	71	52	75	81	66	66	2	69	69	91
9	91	39	39	98	47	71	19	98	60	95
10	65	37	1	96	52	59	46	74	73	31

Оценка: 5+13+10+9+16+13+18+2+47+1=134



#### Полученное решение является оптимальным

$$h = 120$$

Лишние вычеркивания есть

#### Задача о распределении ресурсов

0	0	0	0	0	0	0
1	6	2	4	9	7	6
2	13	11	7	2	10	4
3	3	4	1	1	15	2
4	4	1	11	4	8	1
5	14	7	13	1	7	15
6	2	2	13	3	4	7
	1	2	3	4	5	6

1. 
$$\begin{aligned} &\varphi_1(0) = \max\{\,f_1(\,x_1)\,\} \\ &\varphi_1(0) = 0,\, x_1^0 \,=\, 0 \\ &\varphi_1(1) = \max(0;6) = 6,\, x_1^0 \,=\, 1 \\ &\varphi_1(2) = \max(0;6;13) = 13,\, x_1^0 \,=\, 2 \\ &\varphi_1(3) = \max(0;6;13;3) = 13,\, x_1^0 \,=\, 2 \\ &\varphi_1(4) = \max(0;6;13;3;4) = 13,\, x_1^0 \,=\, 2 \\ &\varphi_1(5) = \max(0;6;13;3;4;14) = 14,\, x_1^0 \,=\, 5 \\ &\varphi_1(6) = \max(0;6;13;3;4;14;2) = 14,\, x_1^0 \,=\, 5 \end{aligned}$$

2. 
$$\varphi_2(x) = \max\{ f_2(x_2) + \varphi_1(x - x_2) \}$$

$$\varphi_2(0)=0, x_2^0=0$$

$$\varphi_2(1) = \max \begin{cases} \{ f_2(1) + \varphi_1(0) \\ f_2(0) + \varphi_1(1) \end{cases} = \max \{ 2 + 0 \\ 0 + 6 \} = \mathbf{6} \ x_2^0 = 0$$

$$\varphi_{2}(2) = \max \begin{cases} f_{2}(2) + \varphi_{1}(0) \\ f_{2}(1) + \varphi_{1}(1) = \max \begin{cases} 11 + 0 \\ 2 + 6 \\ 0 + 13 \end{cases} = \mathbf{13} \ x_{2}^{0} = 0$$

$$\varphi_{2}(3) = \max \begin{cases} f_{2}(3) + \varphi_{1}(0) \\ f_{2}(2) + \varphi_{1}(1) \\ f_{2}(1) + \varphi_{1}(2) \end{cases} = \max \begin{cases} 4+0 \\ 11+6 \\ 2+13 \\ 0+13 \end{cases} = \mathbf{17} \ x_{2}^{0} = 2$$

$$\varphi_{2}(4) = \max \begin{cases} f_{2}(4) + \varphi_{1}(0) \\ f_{2}(3) + \varphi_{1}(1) \\ f_{2}(2) + \varphi_{1}(2) = \max \\ f_{2}(1) + \varphi_{1}(3) \\ f_{2}(0) + \varphi_{1}(4) \end{cases} \begin{cases} 1+0 \\ 4+6 \\ 11+13 \\ 2+13 \\ 0+13 \end{cases} = \mathbf{24} \ x_{2}^{0} = 2$$

$$\varphi_{2}(5) = \max \begin{cases} f_{2}(5) + \varphi_{1}(0) \\ f_{2}(4) + \varphi_{1}(1) \\ f_{2}(3) + \varphi_{1}(2) \\ f_{2}(2) + \varphi_{1}(3) \\ f_{2}(1) + \varphi_{1}(4) \\ f_{2}(0) + \varphi_{1}(5) \end{cases} = \max \begin{cases} 7 + 0 \\ 1 + 6 \\ 4 + 13 \\ 11 + 13 \\ 2 + 13 \\ 0 + 14 \end{cases} = \mathbf{24} \ x_{2}^{0} = 2$$

$$\varphi_{2}(6) = \max \begin{cases} f_{2}(6) + \varphi_{1}(0) \\ f_{2}(5) + \varphi_{1}(1) \\ f_{2}(4) + \varphi_{1}(2) \\ f_{2}(3) + \varphi_{1}(3) = \max \\ f_{2}(2) + \varphi_{1}(4) \\ f_{2}(1) + \varphi_{1}(5) \\ f_{2}(0) + \varphi_{1}(6) \end{cases} \begin{pmatrix} 2+0 \\ 7+6 \\ 1+13 \\ 4+13 \\ 11+13 \\ 2+14 \\ 0+14 \end{pmatrix} = \mathbf{24} \ x_{2}^{0} = 2$$

3.

$$\varphi_3(x) = \max\{ f_3(x_3) + \varphi_2(x - x_3) \}$$

$$\varphi_3(0)=0, x_2^0=0$$

$$\varphi_3(1) = \max \begin{cases} \{f_3(1) + \varphi_2(0) = \max \{4+0\} \\ f_3(0) + \varphi_2(1) \end{cases} = \max \{4+0\} = 6 \ x_3^0 = 0$$

$$\varphi_{3}(2) = \max \begin{cases} f_{3}(2) + \varphi_{2}(0) \\ f_{3}(1) + \varphi_{2}(1) = \max \begin{cases} 7 + 0 \\ 4 + 6 \\ 0 + 13 \end{cases} = \mathbf{13} \ x_{3}^{0} = 0$$

$$\varphi_{3}(3) = \max \begin{cases} f_{3}(3) + \varphi_{2}(0) \\ f_{3}(2) + \varphi_{2}(1) \\ f_{3}(1) + \varphi_{2}(2) \end{cases} = \max \begin{cases} 1+0 \\ 7+6 \\ 4+13 \\ 0+13 \end{cases} = \mathbf{17} \ x_{3}^{0} = 1$$

$$\varphi_{3}(4) = \max \begin{cases} f_{3}(4) + \varphi_{2}(0) \\ f_{3}(3) + \varphi_{2}(1) \\ f_{3}(2) + \varphi_{2}(2) = \max \\ f_{3}(1) + \varphi_{2}(3) \\ f_{3}(0) + \varphi_{2}(4) \end{cases} \begin{cases} 11 + 0 \\ 1 + 6 \\ 7 + 13 \\ 4 + 17 \\ 0 + 24 \end{cases} = \mathbf{24} \ x_{3}^{0} = 0$$

$$\varphi_{3}(5) = \max \begin{cases} f_{3}(5) + \varphi_{2}(0) \\ f_{3}(4) + \varphi_{2}(1) \\ f_{3}(3) + \varphi_{2}(2) \\ f_{3}(2) + \varphi_{2}(3) \\ f_{3}(1) + \varphi_{2}(4) \\ f_{3}(0) + \varphi_{2}(5) \end{cases} = \max \begin{cases} 13 + 0 \\ 11 + 6 \\ 1 + 13 \\ 7 + 17 \\ 4 + 24 \\ 0 + 24 \end{cases} = \mathbf{28} \ x_{3}^{0} = 1$$

$$\varphi_{3}(6) = \max \begin{cases} f_{3}(6) + \varphi_{2}(0) \\ f_{3}(5) + \varphi_{2}(1) \\ f_{3}(4) + \varphi_{2}(2) \\ f_{3}(3) + \varphi_{2}(3) = \max \\ f_{3}(2) + \varphi_{2}(4) \\ f_{3}(1) + \varphi_{2}(5) \\ f_{3}(0) + \varphi_{2}(6) \end{cases} \begin{cases} 13 + 0 \\ 13 + 6 \\ 11 + 13 \\ 1 + 17 \\ 7 + 24 \\ 4 + 24 \\ 0 + 17 \end{cases} = \mathbf{31} \ x_{3}^{0} = 2$$

$$\begin{aligned} &4.\,\varphi_{4}(\mathbf{x}) = \max\{\,f_{4}(\,x_{4}) + \varphi_{3}(x - x_{4})\,\} \\ &\varphi_{4}(0) = 0,\,x_{4}^{0} = 0 \\ &\varphi_{4}(1) = \max\{\!f_{4}(\,1) + \varphi_{3}(0) = \max\{\!g_{0} + 6\!g_{0} = \mathbf{9} \,\,x_{4}^{0} = 1 \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(1) = \max\{\!f_{4}(\,2) + \varphi_{3}(0) \\ &f_{4}(\,1) + \varphi_{3}(1) = \max\{\!g_{0} + 6\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(2) = \max\{\!f_{4}(\,3) + \varphi_{3}(0) \\ &f_{4}(\,2) + \varphi_{3}(1) = \max\{\!f_{4}(\,1) + \varphi_{3}(2) \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \max\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = \mathbf{15} \,\,x_{4}^{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(3) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(\,0) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(\,0) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(\,0) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(\,0) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(\,0) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(\,0) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(\,0) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(\,0) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0} = 1 \} \\ &f_{4}(\,0) + \varphi_{3}(\,0) = \min\{\!g_{0} + 13\!g_{0}$$

$$\varphi_{4}(4) = \max \begin{cases} f_{4}(4) + \varphi_{3}(0) \\ f_{4}(3) + \varphi_{3}(1) \\ f_{4}(2) + \varphi_{3}(2) = \max \\ f_{4}(1) + \varphi_{3}(3) \\ f_{4}(0) + \varphi_{3}(4) \end{cases} \begin{cases} 4+0 \\ 1+6 \\ 2+13 \\ 9+17 \\ 0+24 \end{cases} = \mathbf{26} \ x_{4}^{0} = 1$$

$$\varphi_{4}(5) = \max \begin{cases} f_{4}(5) + \varphi_{3}(0) \\ f_{4}(4) + \varphi_{3}(1) \\ f_{4}(3) + \varphi_{3}(2) \\ f_{4}(2) + \varphi_{3}(3) \\ f_{4}(1) + \varphi_{3}(4) \\ f_{4}(0) + \varphi_{3}(5) \end{cases} = \max \begin{cases} 1+0 \\ 4+6 \\ 1+13 \\ 2+17 \\ 9+24 \\ 0+28 \end{cases} = \mathbf{33} \ x_{4}^{0} = 1$$

$$\varphi_{4}(6) = \max \begin{cases} f_{4}(6) + \varphi_{3}(0) \\ f_{4}(5) + \varphi_{3}(1) \\ f_{4}(4) + \varphi_{3}(2) \\ f_{4}(3) + \varphi_{3}(3) = \max \\ f_{4}(2) + \varphi_{3}(4) \\ f_{4}(1) + \varphi_{3}(5) \\ f_{4}(0) + \varphi_{3}(6) \end{cases} \begin{cases} 3+0 \\ 1+6 \\ 4+13 \\ 1+17 \\ 2+24 \\ 9+28 \\ 0+31 \end{cases} = \mathbf{37} \ x_{4}^{0} = 1$$

5. 
$$\varphi_5(x) = \max\{ f_5(x_5) + \varphi_4(x - x_5) \}$$

$$\varphi_5(0)=0, x_5^0=0$$

$$\varphi_5(1) = \max \begin{cases} \{ f_5(1) + \varphi_4(0) \\ f_5(0) + \varphi_4(1) \end{cases} = \max \{ \begin{cases} 7+0 \\ 0+9 \end{cases} \} = \mathbf{9} \ x_5^0 = 0$$

$$\varphi_{5}(2) = \max \begin{cases} f_{5}(2) + \varphi_{4}(0) \\ f_{5}(1) + \varphi_{4}(1) = \max \begin{cases} 10 + 0 \\ 7 + 9 \\ 0 + 15 \end{cases} = \mathbf{16} \ x_{5}^{0} = 1$$

$$\varphi_{5}(3) = \max \begin{cases} f_{5}(3) + \varphi_{4}(0) \\ f_{5}(2) + \varphi_{4}(1) \\ f_{5}(1) + \varphi_{4}(2) \end{cases} = \max \begin{cases} 15 + 0 \\ 10 + 9 \\ 7 + 15 \\ 0 + 20 \end{cases} = \mathbf{22} \ x_{5}^{0} = 1$$

$$\varphi_{5}(4) = \max \begin{cases} f_{5}(4) + \varphi_{4}(0) \\ f_{5}(3) + \varphi_{4}(1) \\ f_{5}(2) + \varphi_{4}(2) = \max \\ f_{5}(1) + \varphi_{4}(3) \\ f_{5}(0) + \varphi_{4}(4) \end{cases} \begin{cases} 8+0 \\ 15+9 \\ 10+15 \\ 7+22 \\ 0+26 \end{cases} = \mathbf{29} \ x_{5}^{0} = 1$$

$$\varphi_{5}(5) = \max \begin{cases} f_{5}(5) + \varphi_{4}(0) \\ f_{5}(4) + \varphi_{4}(1) \\ f_{5}(3) + \varphi_{4}(2) \\ f_{5}(2) + \varphi_{4}(3) \\ f_{5}(1) + \varphi_{4}(4) \\ f_{5}(0) + \varphi_{4}(5) \end{cases} = \max \begin{cases} 7 + 0 \\ 8 + 9 \\ 15 + 15 \\ 10 + 22 \\ 7 + 26 \\ 0 + 33 \end{cases} = \mathbf{33} \ x_{5}^{0} = 1,0$$

$$\varphi_{5}(6) = \max \begin{cases} f_{5}(6) + \varphi_{4}(0) \\ f_{5}(5) + \varphi_{4}(1) \\ f_{5}(4) + \varphi_{4}(2) \\ f_{5}(3) + \varphi_{4}(3) = \max \\ f_{5}(2) + \varphi_{4}(4) \\ f_{5}(1) + \varphi_{4}(5) \\ f_{5}(0) + \varphi_{4}(6) \end{cases} \begin{cases} 4+0 \\ 7+9 \\ 8+15 \\ 15+22 \\ 10+26 \\ 7+33 \\ 0+37 \end{cases} = \mathbf{40} \ x_{5}^{0} = 1$$

6. 
$$\varphi_6(x) = \max\{ f_6(x_6) + \varphi_5(x - x_6) \}$$

$$\varphi_6(0)=0, x_6^0=0$$

$$\varphi_6(1) = \max \begin{cases} f_6(1) + \varphi_5(0) \\ f_6(0) + \varphi_5(1) \end{cases} = \max \begin{cases} 6+0 \\ 0+9 \end{cases} = \mathbf{9} \ x_6^0 = 0$$

$$\varphi_{6}(2) = \max \begin{cases} f_{6}(2) + \varphi_{5}(0) \\ f_{6}(1) + \varphi_{5}(1) = \max \begin{cases} 4+0 \\ 6+9 \\ 0+16 \end{cases} = \mathbf{16} \ x_{6}^{0} = 0$$

$$\varphi_{6}(3) = \max \begin{cases} f_{6}(3) + \varphi_{5}(0) \\ f_{6}(2) + \varphi_{5}(1) \\ f_{6}(1) + \varphi_{5}(2) \\ f_{6}(0) + \varphi_{5}(3) \end{cases} = \max \begin{cases} 2+0 \\ 4+9 \\ 6+16 \\ 0+22 \end{cases} = \mathbf{22} \ x_{6}^{0} = 1,0$$

$$\varphi_{6}(4) = \max \begin{cases} f_{6}(4) + \varphi_{5}(0) \\ f_{6}(3) + \varphi_{5}(1) \\ f_{6}(2) + \varphi_{5}(2) = \max \\ f_{6}(1) + \varphi_{5}(3) \\ f_{6}(0) + \varphi_{5}(4) \end{cases} \begin{cases} 1+0 \\ 2+9 \\ 4+16 \\ 6+22 \\ 0+29 \end{cases} = \mathbf{29} \ x_{6}^{0} = 0$$

$$\varphi_{6}(5) = \max \begin{cases} f_{6}(5) + \varphi_{5}(0) \\ f_{6}(4) + \varphi_{5}(1) \\ f_{6}(3) + \varphi_{5}(2) \\ f_{6}(2) + \varphi_{5}(3) \\ f_{6}(1) + \varphi_{5}(4) \\ f_{6}(0) + \varphi_{5}(5) \end{cases} = \max \begin{cases} 15 + 0 \\ 1 + 9 \\ 2 + 16 \\ 4 + 22 \\ 6 + 29 \\ 0 + 33 \end{cases} = \mathbf{35} \ x_{6}^{0} = 1$$

$$\varphi_{6}(6) = \max \begin{cases} f_{6}(6) + \varphi_{5}(0) \\ f_{6}(5) + \varphi_{5}(1) \\ f_{6}(4) + \varphi_{5}(2) \\ f_{6}(3) + \varphi_{5}(3) = \max \\ f_{6}(2) + \varphi_{5}(4) \\ f_{6}(1) + \varphi_{5}(5) \\ f_{6}(0) + \varphi_{5}(6) \end{cases} \begin{cases} 7 + 0 \\ 15 + 9 \\ 1 + 16 \\ 2 + 22 \\ 4 + 29 \\ 6 + 33 \\ 0 + 40 \end{cases} = \mathbf{40} \ x_{6}^{0} = 0$$

6ому - 0 осталось 6 при ф5(6)

5ому – 1 осталось 5 при ф**4**(5)

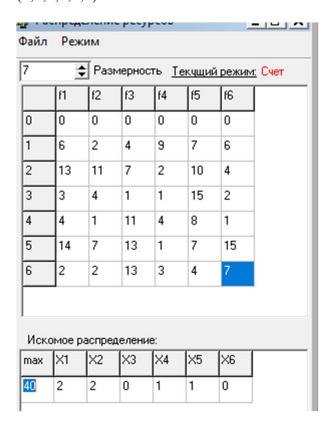
4ому – 1 осталось 4 при ф3(4)

3ему -0 осталось 4 при  $\phi 2(4)$ 

2ому – 2 при ф1(2)

1ому – 2 осталось 0

(2;2;0;1;1;0) max 40



#### Задача о рюкзаке

$$S = 25$$

С	1	2	3	4	5	6
P	10	8	6	4	2	1
V	8	6	5	4	2	1

$$W_1(C) = \max_{0 \le x_1 \le [\frac{c}{10}]} \{x_1 * 8\}, x_1 = 0,1,2$$

С	0-9	10-19	20-25
$W_1(C)$	0	8	16
$x_1$	0	1	2

$$W_2(\mathcal{C}) = \max_{0 \le x_2 \le \left[\frac{c}{8}\right]} \{x_2 * 6 + W_1(\mathcal{C} - 8x_2)\}, x_2 = [0 - 3]$$

С	0-7	8-9	10-	18-	20-	24-
			17	19	23	25
$W_2(C)$	0	6	8	14	16	18
$x_2$	0	1	0	1	0	3

С	0-	6-7	8-9	10-	12-	14-	16-	18-	20-	22-	24-
	5			11	13	15	17	19	21	23	25
$W_3$	0	5	6	8	10	11	12	15	16	18	18
$x_3$	0	1	0	0	2	1	0	3	0	2	0

$$W_3(C) = \max_{0 \le x_3 \le \left[\frac{c}{6}\right]} \{x_3 * 5 + W_2(C - 6x_3)\}, x_3 = [0 - 4]$$

$$W_4(C) = \max_{0 \le x_4 \le [\frac{c}{2}]} \{x_4 * 4 + W_3(C - 4x_4)\}, x_4 = [0 - 6]$$

С	0-	4-5	6-7	8-9	10-	12-	14-	16-	18-	20-	22-	24-
	3				11	13	15	17	19	21	23	25
$W_4$	0	4	5	8	9	12	13	16	17	18	21	24
$x_4$	0	1	0	2	1	3	2	4	3	5	4	6

$$W_5(C) = \max_{0 \le x_5 \le \left[\frac{c}{2}\right]} \{x_5 * 2 + W_4(C - 2x_5)\}, x_5 = [0 - 12]$$

С	0-	2-	4-	6-	8-	10-	12-	14-	16-	18-	20-	22-	24-
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
$W_5(C)$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$x_5$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	2	3	0

$$W_6(C) = \max_{0 \le x_6 \le \left[\frac{c}{2}\right]} \{x_6 * 1 + W_5(C - 1x_6)\}, x_6 = [0 - 25]$$

С	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$W_6(C)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$x_6$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0

19	20	21	22	23	24	25
19	20	21	22	23	24	25
1	0	1	0	1	0	1

*Max* = 25

(0;0;0;6;0;1)

	метры	2	3	4	5	6	Грузоподъёмность 25
Pi	10	8	6	4	2	1	Количество
Vi	8	6	5	4	2	1	6 🕏
25	0	0	0	6	0	1	Рі - вес і-го предмета Vi - цена і-го предмета