Changements critiques de symétrie et aléatoire.

MATHÉMATIQUES ET OBJECTIVATION DU VIVANT

Maël Montévil

IHPST, Université Paris I, CNRS
Post-doctorant, financement ISC Île-de-France
http://montevil.theobio.org/
mael.montevil@gmail.com

September 22, 2019

Introduction

Whether you can observe a thing or not depends on the theory which you use. It is the theory which decides what can be observed.

A. Einstein

En biologie : manque de théorie en particulier pour les organismes.

Ambiguïté sur ce qui est observé.

Problème du sens des approches mathématiques.

OBJECTIVATION

Qu'est ce qu'une théorie?

2 types de points de vue philosophiques :

La chose en soi *versus* un cadre d'objectivation

Conséquences visibles de cette différence:

- Incomplétude : la théorie permet de déduire qu'elle ne peut pas saisir une situation
- Rôle et statut de la mesure
- Un phénomène original demande une théorie originale

Références :

- F. Bailly and G. Longo. 2011. *Mathematics and the natural sciences; The Physical Singularity of Life*. London: Imperial College Press
- G. Longo and M. Montévil. 2014. Perspectives on Organisms: Biological time, symmetries and singularities. Lecture Notes in Morphogenesis. Dordrecht: Springer. ISBN: 978-3-642-35937-8

LES SITUATIONS BIOLOGIQUES

les objets biologiques ont des propriétés très particulières (en comparaison avec les objets physiques).

- Une historicité fondamentale, à la fois phylogénétique (tous les organismes actuels son le résultat de ~ 3 milliards d'années d'évolution) et ontogénétique.
- Diversité et variabilité (comparaison avec les étoiles par exemple).
- Structure de cohérence spécifique (avec des fonctions par exemple).

A. Cottrell. 1979. "The natural philosophy of engines." *Contemporary Physics* 20 (1): 1–10 G. Longo and M. Montévil. 2014. *Perspectives on Organisms: Biological time, symmetries and singularities.* Lecture Notes in Morphogenesis. Dordrecht: Springer. ISBN: 978-3-642-35937-8

OBJECTIFS

Quelles relations entre objets biologiques et matématiques

- Comparaison entre physique théorique et biologie.
- Conséquences sur le statut des objets, le rôle du temps,
- Quels éléments de stabilité?
- G. Longo and M. Montévil. 2011. "From physics to biology by extending criticality and symmetry breakings." *Progress in Biophysics and Molecular Biology* 106 (2): 340–347. ISSN: 0079-6107
- G. Longo, M. Montévil, and S. Kauffman. 2012. "No entailing laws, but enablement in the evolution of the biosphere." In *Genetic and Evolutionary Computation Conference*. Philadelphia (PA, USA): GECCO'12, ACM
- G. Longo and M. Montévil. 2014. *Perspectives on Organisms: Biological time, symmetries and singularities*. Lecture Notes in Morphogenesis. Dordrecht: Springer. ISBN:
- 978-3-642-35937-8

1. Introduction

PLAN

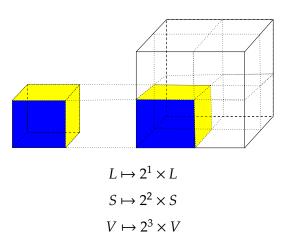
- Introduction
- Temps biologique.
 - Allométrie.
 - variabilité de ce temps biologique
- Les objets physiques
- Symétries et biologie
- Éléments sur les régularités biologiques
 - État par défaut et contraintes
 - Mesure physique
 - Mesure en biologie
- Conclusion



PLAN

- Introduction
- Temps biologique.
 - Allométrie.
 - variabilité de ce temps biologique
- Les objets physiques
- 4 Symétries et biologie
- Éléments sur les régularités biologiques
 - État par défaut et contraintes
 - Mesure physique
 - Mesure en biologie
- Conclusion

ALLOMÉTRIE.



Certaines grandeurs semblent suivre des "lois" d'allométries qui sont valables pour le niveau d'organisation qu'est l'organisme: $\tau \sim M^{\frac{1}{4}}$, $R \sim M^{\frac{3}{4}}$, ...

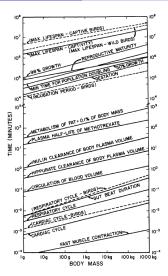


Figure: S.L. Lindstedt and W.A. Calder III. 1981. "Body size, physiological time, and longevity of homeothermic animals."

Ouarterly Review of Biology: 1–16

Table: Allométrie des rythmes biologiques chez les mammifères, ce tableau est établi sur la base de résultats de Lindstedt and Calder III 1981 et représente $\tau_i = \tau_0 W^{\alpha}$ où W est en kg et τ_0 en min.

	$\log \tau_0$	exponent α
Life span in captivity	6.8	0.20
98 % growth time	5.8	0.26
Time for population doubling	5.5	0.26
Time to reproductive maturity	5.5	0.18
50 % growth time	5.3	0.25
Gestation period	5.0	0.25
Time to metabolize fat stores (0.1% body	2.2	0.26
mass)		
Drug half life (methotrexate)	1.8	0.19
Plasma clearance, inulin	0.8	0.27
Blood circulation time	-0.5	0.21
Gut beat duration	-1.3	0.31
Respiratory cycle	-1.7	0.26
Cardiac Cycle	-2.4	0.25
Twitch contraction time, soleus	-3.0	0.39

Mais ...



Figure: Protée anguillard, espérance de vie : 120 ans.

Mais ...

Instabilité partielle de ces exposants :

- Problème des écarts plus ou moins grands.
- Problème des statistiques (quel poids en fonction de la classification).
- Problème du sens de "changement de masse"
- Problème des conditions de la mesure

DEUX TYPES DE RYTHMES.

Hétéronomes ou physiques, déterminés par des invariances physiques τ (jours, années, marées, ...).

Autonomes ou strictement biologiques. Ils dépendent en général de la masse $M^{1/4}$ (espérance de vie, rythmes cardiaque ou respiratoire, ...).

Dimension physique d'un temps.

Intériorisation biologique et conséquences variables.

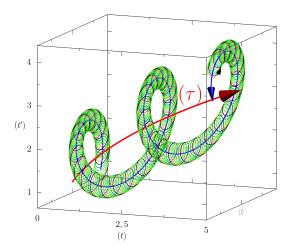
Le second type correspond plutôt à des nombres pures (sans dimension).

Proposition théorique:

Associer ce temps biologique à une dimension temporelle propre, θ compacifiée (un cercle).

September 22, 2019

Schème géométrique pour le temps biologique



F. Bailly, G. Longo, and M. Montévil. 2011. "A 2-dimensional geometry for biological time."

Progress in Biophysics and Molecular Biology 106 (3): 474–484. ISSN: 0079-6107

Injection de données empiriques dans ce cadre

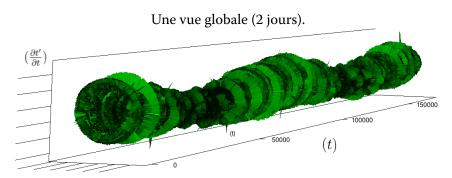
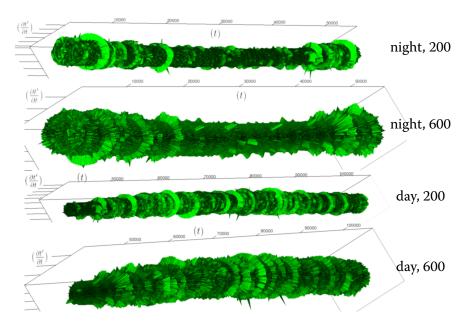


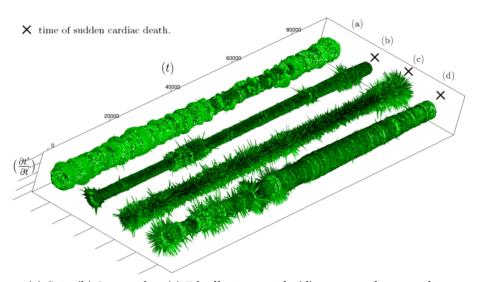
Figure: Comparaison d'une situation saine pendant l'éveil et le sommeil, 48h.

voir aussi

B.J. West. 2006. Where medicine went wrong: Rediscovering the path to complexity. Teaneck,

NJ: World Scientific





(a) Sain (b) Pacemaker (c) Fibrillation atriale (d) mort cardiaque subite

SITUATIONS AYANT DES DYNAMIQUES SIMILAIRES

- rythme cardiaque
- cellules sanguines
- respiration cellulaire
- respiration pulmonaire
- température corporelle
- ...

Homéostasie → dynamiques complexes

B.J. West. 2006. Where medicine went wrong: Rediscovering the path to complexity. Teaneck, NJ: World Scientific

G. Longo and M. Montévil. 2014. *Perspectives on Organisms: Biological time, symmetries and singularities.* Lecture Notes in Morphogenesis. Dordrecht: Springer. ISBN:

978-3-642-35937-8

3. Les objets physiques

PLAN

- Introduction
- 2 Temps biologique
 - Allométrie.
 - variabilité de ce temps biologique
- 3 Les objets physiques
- 4 Symétries et biologie
- Éléments sur les régularités biologiques
 - État par défaut et contraintes
 - Mesure physique
 - Mesure en biologie
- Conclusion

Préliminaires: symétries

La physique à partir de zéro.

En général

Transformations réversibles qui laissent certains aspects d'un objet (ou d'un système) invariants.

Couplé avec la notion invariant.

Exemple:

1 tasse à expresso + 1 peluche = 2 objets dans l'inventaire d'un commerce.

1 tasse à expresso + 1 peluche \neq possibilité de boire 2 expresso.

Équivalence en termes d'activité humaine (ici).

Nécessaire pour la pertinence des mathématiques 1 + 1 = 2.

Préliminaires: symétries (physique)

EXEMPLES:

la charge électrique : (1, -1).

Espace-temps (transformations pour changer de système de référence). Symétries entre molécules de même espèce chimique.

...

Brisure de symétrie :

Passer d'une situation ayant certaines symétries, à une situation où l'objet ne respecte plus ces symétries.

Associé à l'aléatoire.

Exemple: Chute libre au voisinage de la terre.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg$$

Transformations (Symétries) :

$$x \to x + a * t \tag{1}$$

$$\frac{dx}{dt} \to \frac{dx}{dt} + a \tag{2}$$

$$t \to t + a \tag{3}$$

$$t \to -t$$
 (4)

Plus généralement, les transformation galiléenne définissent l'espace temps classique.

Préliminaire: symétries (fondement des mathématiques)

Symétries sont aussi au cœur de la définition des objets mathématiques et des méthodes mathématiques.

C'est à dire: l'utilisation d'une équivalence entre choses transformées (ou différentes).

Par exemple : Permet de faire une infinité d'opérations sur la base d'une écriture finitaire.

Autre concept clé: ordre. (bon ordre des entiers naturels par exemple)

Rôle joué par les symétries en physique: 1) objets

Chez Newton, les même équations s'appliquent à la pomme comme à la planète.

Les équations impliquent des symétries ou réciproquement sont justifiées par ces symétries.

Les symétries théoriques permettent de définir des objets comme *objets génériques*, compris par des équations stables par rapport à divers transformations pratiques et abstraites.

Point matériel de masse m.

Beaucoup de symétries sont conservées par le même objet dans différents contextes.

C'est ceci qui permet de parler de même objet.



Rôle joué par les symétries en physique : 2) trajectoires

Symétries conduisent aux quantités *conservées* (via le théorème de Noether en particulier).

Elles permettent de *déterminer* des trajectoires spécifiques (*la trajectoire* suivie). En combinaison avec un principe d'optimisation.

La trajectoire suivie est la seule compatible avec les différentes symétries de la situation.

En d'autres termes, les symétries permettent de définir un objet dans un espace où des trajectoires spécifiques sont obtenues. C'est cela qui justifie la définition de l'objet.

En physique

Symétries permettent d'obtenir des *objets génériques*, *et trajectoires spécifiques*.

3. Les objets physiques

Les situations difficiles sont comprises aussi sur la base des symétries:

Exemples:

- Nombre infini de degrés de liberté.
- Variation dans la dimension de l'espace de phase.
- Cas de plusieurs possible trajectoires macroscopiques (ex: vieillissement des verres).

Aussi, permet de comprendre un système comme étant déterminé par son état dans un espace stable.

Changements de symétries en physique, le cas de la criticité

Changements de symétries : brisure de symétrie, nouvelles symétries, ...

Changements de symétries (criticité) :

Description microscopique stable / changement de description macroscopique

- Décrit un changement d'*objet* (macroscopique) (changement de phase en thermodynamique et mécanique statistique).
- Ponctuel.
- Associé à des symétries d'échelles (lois de puissance, fractals, corrélations à longue portée, ...) *au point critique*.
- Singularité (=infini) dans la détermination du système.
- Détermination globale (comportement collectif en un sens fort).

Changements de symétries, aléatoire

En général:

Brisure de symétrie ⇒ aléatoire

Réciproquement:

Lorsque les possibles sont predéfini, cela implique un certain niveau d'équivalence entre ces possibles. Cette équivalence est brisé lorsqu'un résultat est obtenu.

Examples:

- transitions de phases
- mesure quantique
- chaos, ...

En physique, typiquement: les symétries parmi différents possibles permet de justifier et rendre objectives les probabilités.

PLAN

- Introduction
- 2 Temps biologique
 - Allométrie.
 - variabilité de ce temps biologique
- 3 Les objets physiques
- Symétries et biologie
- Éléments sur les régularités biologiques
 - État par défaut et contraintes
 - Mesure physique
 - Mesure en biologie
- Conclusion

Symétries et biologie

Quel est donc la situation en biologie alors?

Autrement dit, sur quels principes se baser pour appréhender théoriquement le vivant, et quel rôle peut jouer les mathématiques en biologie.

Démarche critique (discerner) + propositions positives.

Note: Bien évidement il existe des math en biologie, mais se focalisent généralement sur des parties, indépendamment de l'organisme. Problème d'interprétation.

Changement de symétries en biologie, criticité étendue

Hypothèse: transitions critiques étendues:

Points critiques denses (≈ partout) dans l'espace de description.

Changements de symétrie sont denses.

En particulier, ils ne sont pas tous prédéfinis.

Cela implique une incompressibilité des trajectoires biologiques.

4. Symétries et biologie

l'instabilité des symétries théoriques est en amont de la mathématisation.

Instabilité des symétries conduit à

- L'espace de description change avec l'écoulement du temps (biologique).
- L'objet au sens physique change: *historicité* et *variabilité*: l'objet est *spécifique*.
- Changement de symétries = changement de détermination équationnelle ≠ variation de paramètres ou d'état (notion forte de variabilité).
- Impossibilité de déterminer théoriquement *la* trajectoire. Pas de loi déductive générale. *Trajectoires génériques* .
- Forme particulière d'aléatoire, probabilités sont insuffisantes.
- Contextualité des objets.

4. Symétries et biologie

En biologie : situation duale de la physique.

objets spécifiques et trajectoires génériques.

Variabilité comprise comme changement de symétries.

Modification du rôle du temps: historicité des changements de symétrie.

Aussi, lois d'échelles (en tous cas singularités).

ENABLEMENT

Forme originale d'aléatoire.

Aléatoire au niveau de l'espace de description et de détermination théorique. Autrement dit: instabilité des symétries théoriques pertinentes.

Changement de symétries ne peuvent pas être déduits (on ne fait pas l'hypothèse d'un espace stable sous-jacent)

En particulier pas de probabilités de manière usuelle.

Une situation donnée ne cause pas ces changements, mais elle les rends possibles (enable).

Examples:

- Système digestif et bactéries.
- Centrales nucléaires (champignons radiotrophiques).
- Mâchoire et oreille interne.

Variabilité apparaît comme une nouvelle régularité sur la base d'une régularité précédente.

Historicité

Absence de cadre stable sous-jacent \Longrightarrow la définition du temps (vitesse des changements biologique) lui même est défini historiquement (peut changer/variabilité).

ex: Allométrie et contre-exemples

Aristote: le temps (physique) est le nombre du mouvement dans l'espace.

Biologie : le temps est le nombre des changements d'organisation (/ de symétrie).?

ÉVOLUTION

Cadre naturel pour l'évolution.

À l'opposé, dans un espace fixe, un simple calcul d'optimum est suffisant. (Cela créer une porosité artificielle entre évolution biologique et certaines situations physiques).

Un problème central en évolutione est la génération de variant qualitativement différents (ie de formes et organisations nouvelles). L'hypothèse de Darwin (nécessaire à sa théorie) est que les organismes biologique prolifère avec variation (ici variabilité).

REMARQUES

La biologie est riche de contres exemples et de variabilité qui perturbent les cadres plus usuels.

L'idée ici est de se baser la dessus pour formuler nos premier principes, et de construire sur cette base.

La notion de spécificité de l'objet est centrale, elle signifie que lorsque l'on essaye de comprendre un objet en le transformant en suivant un degrés de liberté, son comportement peut changer.

5. Éléments sur les régularités biologiques

PLAN

- Introduction
- 2 Temps biologique
 - Allométrie.
 - variabilité de ce temps biologique
- Les objets physiques
- Symétries et biologie
- Éléments sur les régularités biologiques
 - État par défaut et contraintes
 - Mesure physique
 - Mesure en biologie
- 6 Conclusion

ÉLÉMENTS SUR LES RÉGULARITÉS BIOLOGIQUES

Deux parties:

- contraintes par rapport à l'État par défaut.
- notion de mesure en biologie.

ÉTAT PAR DÉFAUT (POUR DES CELLULES)

Idée d'état par défaut: analogie avec la mécanique. État par défaut = État lorsque rien n'agit sur le système.

Dans le contexte d'un théorie de l'organisme, nous proposons:

État par défaut des cellules est :

- Prolifération avec variation.
- Motilité.

C. Sonnenschein and A.M. Soto. 1999. *The society of cells: cancer and control of cell proliferation*. New York: Springer Verlag

longo2013



CONTRAINTES

Contraintes limitent l'état par défaut.

En même temps, elles permettent d'autres comportement, et donccertains domaines de variabilité;

Exemples

- fond d'un boite de pétrie.
- Contraintes mécaniques sur la prolifération des cellules (surpopulation).
- Adhésion entre cellules.
- Contraintes chimiques sur la prolifération.

Notion de mesure

La théorie décrit les modalités du lien entre la théorie et l'empirie.

La mesure est intégrée de manière plus ou moins fondamentale à la théorie mais précise à la théorie.

Existe dans les théories physiques, mais aussi en ethnographie par exemple, mais pas en biologie.

MESURE CLASSIQUE

Le système est dans un état donné.

La mesure intervient comme une limite sur la *precision* d'accès à cet état. En principe, la précision peut être *arbitrairement élevée*, mais toujours finie.

Elle est modélisée comme un intervalle.

Notion métrique (basée sur la distance).

Application:

- La mesure peut être *insuffisante* pour prédire la trajectoire suivie (chaos classique).
- Basée sur le continu.

MESURE QUANTIQUE

L'objet est dans un état (ex: rond et carré).

On choisit d'observer une forme.

La mesure donne un résultat (ex: rond *ou* carré) et l'état devient l'état correspondant.

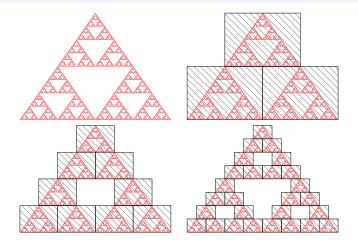
Modélisée comme un opérateur.

Notion Algébrique/géométrique.

Remarque:

- Non déterministe.
- L'opérateur donne les résultats possibles, leurs probabilités dépendent de l'état.

MESURE FRACTALE



La surface mesurée dépend de la résolution. C'est une notion *géométrique*.

MESURE ET RELATIVITÉ

Un phénomène est observé depuis un point de vue arbitraire. comment surmonter cet arbitraire?

≠ système de référence ont ≠ positions, temps, vitesses, ...

- Référence à un espace absolu (éther)
- vitesses et positions sont relatives (relativité Galiléenne)
- 4 + longueur et durées (relativité restreinte)
- + courbure de l'espace-temps (relativité générale)

Les quantités observées dépendent du système de référence. C'est une notion *géométrique*.

MESURE ET SYMÉTRIES

Transitions critiques étendues \Rightarrow instabilité des symétries théoriques.

Proposition:

La mesure en biologie co-définie les symétries de l'objet.

Elle correspond en particulier à son histoire.

Elle implique souvent l'utilisation de contraintes/symétries spécifiques.

La mesure passe par l'obtention d'objet partiellement générique.

HISTOIRE COMMUNE NON-CONTRÔLÉE

Correspond au choix d'une histoire mais sans contrôle de changements de symétrie *stricto sensu*.

Principe

La mesure biologique utilise le choix d'objets ayant une histoire commune non contrôlé.

La symétrisation passe par le "commune".

En particulier la *Phylogénie* est *toujours* impliquée.

Exemples:

- Allométrie chez les mammifères.
- Expériences effectuées sur des populations ayant un ancêtre commun (parfois très proche, ex: pop clonales).
- Arrêt du temps biologiques entre les expériences (congélation).

Cela explique le rôle des organismes modèles, ainsi que des souches partagée

HISTOIRE RÉCENTE CONTRAINTE

Principes

La mesure biologique implique un contrôle plus moins étroit des conditions avant les conditions expérimentales.

Celle-ci sont choisies pour rendre les objets plus symétriques

Vise à obtenir des objets partiellement génériques pour l'expérience.

Exemples:

- contexte de l'ontogenèse d'animaux (de laboratoire), parfois sur plusieurs génération.
- contexte de la culture cellulaire (avant l'expérience).

Contrôle des conditions expérimentales

Principe

Les conditions expérimentales sont choisies pour

- Produire des symétries reproductible.
- Éviter certains changements dans l'obtention des résultats.

Exemples:

- Métabolisme basal (autre: maximal).
- Vitesse de prolifération cellulaire $(\frac{dN}{dt} = \frac{N}{\tau})$
- Distribution uniforme des cellules.

ÉLIMINATION DES CAS NON VOULUS

Principe

Élimination *a priori* et/ou *a posteriori* des changements de symétrie non-voulues.

Exemples:

- Pathologies
- changement d'organisation non voulues (ex: contraintes, délai, effrayer l'animal ...)
- ...

Remarque: permet de compenser les cas où le contrôle est limité (ex: humain!)



CHANGEMENTS DE SYMÉTRIES RESTANTS

Principe

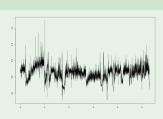
Changements de symétries (variabilité) persistent (par principe, mais visibles en pratique).

Les contrôles permettent de les prendre en compte partiellement lorsqu'ils sont collectifs.

Contrôles : permet de prendre en compte l'histoire biologique ayant lieu entre réplicats ou réitération, ainsi que des variations de environnement.

Exemples:

- la diversité génétique requise pour la survie
- Glandes mammaires
- Allométrie et exception
- Rythme cardiaque :



Rythmes (temps en heures)

SYMÉTRISATION: BILAN

Quel statut théorique pour la constitution d'une mesure objective ?

- Relativité de la mesure vis à vis d'une histoire (ou cascade de changements de symétries)
 - ► *Phylogénétique* (histoire, généralement non-contrôlée).
 - Environnement et interactions contrôlées (permet de contraindre l'organisation de l'objet étudié).
 - l'élimination de situations possédant une organisation non-voulue (exemple pathologies, comportements, ...).
- ② Il y a un *reste de variabilité* correspondant aux changements de symétries inévitables.

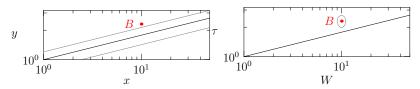
EXEMPLES: ALLOMÉTRIE

Phylogénétique : ensemble (ex: mammifères, chiens, oiseaux ...), poids (ex: espèce, genre, ordre, ...)

Développement : adulte, pas d'"anomalie"

Conditions de la mesure : métabolisme basal, maximum, field, ...

Variabilité restante : Variabilité vs fluctuations



REMARQUES

Composante définitionnelle et composante interactionelle

Partiellement similaire à la mesure quantique : accéder à l'objet le co-défini.

Les situations in vitro sont assez subtiles : pour avoir un sens biologique plein, il faut établir un certain degrés de symétrie entre le comportement des objets in vitro et in vivo.

Possibilité opposée: considérer une situation particulière (étude de cas, situation spécifique, ...).

Plus une question de point de vue qu'une différence fondamentale (?).

PLAN

- Introduction
- 2 Temps biologique
 - Allométrie.
 - variabilité de ce temps biologique
- Les objets physiques
- Symétries et biologie
- Éléments sur les régularités biologiques
 - État par défaut et contraintes
 - Mesure physique
 - Mesure en biologie
- Conclusion



Conclusion

Variabilité et historicité sont centraux pour notre approches : propose de partir de la difficulté particulière à la biologie.

Dans un contexte mathématique, signification et conséquence d'un objet fondamentalement historique.

Dualité entre espace de description et trajectoire

Stabilités doivent être justifiées (contraintes) et non postulées (comme en physique).

Relation différente entre mathématiques et phénomènes qu'en physique.

PHYSIQUE ET BIOLOGIE

Compatibilité avec la physique (à ce niveau d'analyse):

Exemple: mécanique classique

Compatibilité: accélération correspond à une force.

Mais quelle est la détermination théorique de cette force??

Exemple: motilité (organisation de l'espace), gravitation et évolution,

je vous remercie pour votre attention.

Remerciements:

- Giuseppe Longo (CNRS, Centre Cavaillès)
- Matteo Mossio (CNRS, IHPST)
- Arnaud Pocheville (Pittsburgh University, Center For Philosophy Of Science)
- Ana Soto (Tufts University et Chaire Blaise Pascale, ÉNS)
- Carlos Sonnenschein (Tufts University et Centre Cavaillès)
- Stuart Kauffman (University of Vermont)

